

UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE  
Faculté de génie  
Département de génie mécanique

Simulation de l'effet d'installation  
sur la propagation extérieure  
du bruit de moteurs d'avion

Mémoire de maîtrise  
Spécialité : génie mécanique

Céline ROUSSET

Jury : Nouredine ATALLA  
Alain BERRY  
Gaétan GIRARD  
Stéphane MOREAU

Sherbrooke (Québec) Canada

Août 2011

IV-2183



Library and Archives  
Canada

Published Heritage  
Branch

395 Wellington Street  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

Bibliothèque et  
Archives Canada

Direction du  
Patrimoine de l'édition

395, rue Wellington  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

Your file Votre référence  
ISBN: 978-0-494-83695-8

Our file Notre référence  
ISBN: 978-0-494-83695-8

**NOTICE:**

The author has granted a non-exclusive license allowing Library and Archives Canada to reproduce, publish, archive, preserve, conserve, communicate to the public by telecommunication or on the Internet, loan, distribute and sell theses worldwide, for commercial or non-commercial purposes, in microform, paper, electronic and/or any other formats.

The author retains copyright ownership and moral rights in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

---

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms may have been removed from this thesis.

While these forms may be included in the document page count, their removal does not represent any loss of content from the thesis.

**AVIS:**

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque et Archives Canada de reproduire, publier, archiver, sauvegarder, conserver, transmettre au public par télécommunication ou par l'Internet, prêter, distribuer et vendre des thèses partout dans le monde, à des fins commerciales ou autres, sur support microforme, papier, électronique et/ou autres formats.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur et des droits moraux qui protègent cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

---

Conformément à la loi canadienne sur la protection de la vie privée, quelques formulaires secondaires ont été enlevés de cette thèse.

Bien que ces formulaires aient inclus dans la pagination, il n'y aura aucun contenu manquant.

**Canada**

# RÉSUMÉ

Aujourd'hui, la réduction du bruit est une priorité incontournable dans le domaine aéronautique. En effet, des normes de plus en plus restrictives sont adoptées par les organismes de certification en matière de bruit environnemental et ainsi la qualité acoustique est devenue un argument de vente et le bruit un obstacle à la commercialisation.

Depuis ces dernières 35-40 années, le bruit des avions a été considérablement réduit, en particulier grâce à des turboréacteurs plus silencieux. Une autre méthode consiste dès la conception à modifier la géométrie de l'avion afin d'utiliser les réflexions, diffractions et réfractions des ondes sonores sur le fuselage et les ailes afin de diminuer le bruit des turboréacteurs se propageant au sol. Ces multiples phénomènes physiques sont décrits comme les effets d'installation.

La compagnie *Pratt & Whitney Canada* (P&WC) souhaitait acquérir un outil de prédiction du bruit des turboréacteurs qui prend en compte les effets de réflexions et de diffractions afin d'optimiser dès la conception le niveau sonore perçu au sol. Le bruit propre des moteurs était une donnée d'entrée de ce module.

Actuellement, les méthodes de calcul exact utilisées sont limitées aux moyennes et basses fréquences car elles deviennent trop coûteuses en temps de calcul pour les hautes fréquences. On s'est donc tourné vers une méthode asymptotique, valable en hautes fréquences : la méthode des rayons couplée à la méthode paraxiale.

L'objectif de cette maîtrise consistait à implémenter un module, sous Matlab, de propagation acoustique prenant en compte les effets d'installation avec la méthode géométrique. Ce module a été par la suite intégré au code existant de propagation acoustique de P&WC.

Le code calcule dans un premier temps toutes les caractéristiques des rayons puis reconstruit le champ de pression en un ou plusieurs points, typiquement en champ lointain. Ce code est validé par l'étude de plusieurs cas de propagation validés par la méthode des sources images et la méthode des éléments finis de frontière.

**Mots-clés :** Acoustique géométrique - Méthode des rayons - Aéroacoustique



# REMERCIEMENTS

J'aimerais exprimer en premier lieu ma gratitude à mes deux co-directeurs de maîtrise, les professeurs Nouredine Atalla et Alain Berry pour avoir toujours privilégié mon apprentissage, ainsi qu'aux membres de l'entreprise Pratt&Whitney Canada sans qui ce projet ne serait pas ce qu'il est.

Je remercie aussi tout le laboratoire du GAUS, ses professeurs, ses techniciens, ses membres de l'administration et ses étudiants, toutes ces personnes avec lesquelles j'ai eu l'honneur de travailler ou juste de cotoyer au quotidien, merci pour leur soutien.

J'aimerais aussi remercier Arts et Métiers ParisTech qui a permis cet échange universitaire ainsi que ceux qui ont contribué à la chaire d'acoustique appliquée à l'aviation dont ce projet fait partie.

Et, de façon plus personnelle, je souhaiterais remercier ces personnes qui, de loin ou de près, étaient là pour partager cette expérience au Québec.



# TABLE DES MATIÈRES

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>1</b>
1.1	Contexte du projet . . . . .	1
1.2	Problématique . . . . .	2
1.3	Objectifs du projet . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Etat de l'art</b>	<b>5</b>
2.1	Diminution du bruit d'avion . . . . .	5
2.2	Méthodes de contrôle du bruit utilisées . . . . .	6
2.3	Inventaire des méthodes numériques de prédiction des effets d'installation . . . . .	8
2.4	Synthèse des références, approches et codes de calcul existants pour les effets d'installation . . . . .	13
<b>3</b>	<b>La méthode d'acoustique géométrique</b>	<b>19</b>
3.1	La méthode des rayons . . . . .	19
3.1.1	Présentation . . . . .	19
3.1.2	Les équations des rayons . . . . .	20
3.1.3	Forme adimensionnelle des équations des rayons . . . . .	23
3.1.4	Temps de propagation . . . . .	23
3.1.5	Calcul de l'amplitude du champ . . . . .	23
3.1.6	Conditions initiales . . . . .	25
3.1.7	Réflexions sur les surfaces courbes . . . . .	27
3.2	Approximation paraxiale (PRA) . . . . .	29
3.3	Hypothèses et limitations de la méthode géométrique . . . . .	31
3.4	Conclusion . . . . .	31
<b>4</b>	<b>Validations numériques</b>	<b>33</b>
4.1	Implémentation numérique . . . . .	33
4.2	Cas 2D . . . . .	34
4.2.1	Cas du mur rigide . . . . .	34
4.2.2	Cas du cylindre . . . . .	37
4.3	Cas 3D . . . . .	42
4.3.1	Cas d'une aile . . . . .	42
4.3.2	Cas de la sphère . . . . .	43
4.3.3	Cas de l'empennage . . . . .	46
4.4	Méthode Paraxiale . . . . .	48
4.4.1	Rayon direct . . . . .	48
4.4.2	Une réflexion . . . . .	49
4.4.3	Plusieurs réflexions . . . . .	50
4.4.4	Taille de la sphère de réception . . . . .	51
4.5	L'absorption atmosphérique . . . . .	54
4.5.1	Description de l'implémentation . . . . .	54

4.5.2	Résultats . . . . .	54
4.6	La directivité . . . . .	56
4.6.1	Résultats . . . . .	57
4.7	Conclusion . . . . .	60
<b>5</b>	<b>La diffraction</b>	<b>61</b>
5.1	La théorie de Fresnel . . . . .	62
5.2	La théorie de Sommerfeld . . . . .	65
5.3	La théorie géométrique de la diffraction . . . . .	69
5.3.1	Postulat de la théorie géométrique de la diffraction . . . . .	69
5.3.2	Construction des rayons diffractés . . . . .	69
5.4	La théorie uniforme de la diffraction de Kouyoumjian et Pathak . . . . .	73
5.5	La méthode Intégrale de la Diffraction . . . . .	75
5.6	La théorie de Pierce . . . . .	77
5.7	La théorie de Morse et Ingard . . . . .	78
5.8	Conclusion . . . . .	80
<b>6</b>	<b>Validations numériques du calcul de la diffraction par l'acoustique géométrique</b>	<b>81</b>
6.1	Cas de la diffraction par un plan semi-infini rigide . . . . .	81
6.1.1	Onde plane incidente . . . . .	81
6.1.2	Onde sphérique incidente . . . . .	85
6.2	Cas de la diffraction par une plaque rectangulaire rigide . . . . .	86
6.2.1	Cas 1 . . . . .	87
6.2.2	Cas 2 . . . . .	87
6.2.3	Cas 3 . . . . .	88
6.2.4	Cas 4 . . . . .	88
<b>A</b>	<b>Valeurs pour l'atténuation atmosphérique</b>	<b>93</b>
	<b>LISTE DES RÉFÉRENCES</b>	<b>95</b>

# LISTE DES FIGURES

1.1	Niveau sonore d'un Boeing 747 à différentes distances de la piste en phase de décollage et d'atterrissage Source : <a href="http://www.aviation-civile.gouv.fr">www.aviation-civile.gouv.fr</a> . . . . .	1
2.1	Points de contrôle pour la certification acoustique . . . . .	6
2.2	Contours de bruit DNL au sud de l'aéroport St Petersburg Clearwater en Floride. Source : <i>US Census Tiger/Line 2000. Wyle Labs, INM 6.1 Geographic Reference : 1983 State Plane Coordinate System, Florida West, Feet.</i> . . . . .	7
2.3	Illustration des phénomènes d'absorption, réflexion et diffraction du son (Source : <a href="http://www.acoustics.salford.ac.uk">www.acoustics.salford.ac.uk</a> ) . . . . .	7
2.4	Effets d'installation des moteurs au dessus de l'aile. (Source : <a href="http://www.aeronautics.nasa.gov">www.aeronautics.nasa.gov</a> ) . . . . .	8
2.5	Simulation numérique 3D des effets d'installation pour une tuyère installée au-dessus de l'empennage en condition de décollage; cartes de pression perturbée instantanée. Logiciel sAbrinA. Source : <a href="http://www.onera.fr">www.onera.fr</a> 2008 . . . . .	10
2.6	Diffraction des rayons par une arête (à gauche); par une surface courbe (à droite) . . . . .	12
2.7	Domaines des méthodes numériques. Source : Dassault Aviation . . . . .	13
3.1	Espace géodésique du tube de rayon dans le plan du front d'onde . . . . .	24
3.2	Rayon réfléchi sur une surface courbe . . . . .	27
3.3	Méthode paraxiale . . . . .	29
4.1	Géométrie du problème . . . . .	34
4.2	Visualisation des rayons directs et réfléchis sur le mur (source linéique) . . . . .	35
4.3	Niveau de pression sonore en dB par la méthode des sources images et la méthode des rayons pour le cas d'une source linéique au dessus d'un mur rigide . . . . .	35
4.4	Visualisation des rayons direct et réfléchi sur le mur (source ponctuelle) . . . . .	36
4.5	Niveau de pression sonore en dB re. $20 \times 10^{-6}$ Pa par la méthode des sources images (en bleu) et la méthode des rayons (en rouge) pour le cas d'une source ponctuelle au dessus d'un mur rigide . . . . .	36
4.6	Position de la source et du receveur . . . . .	37
4.7	Visualisation du tir de rayons sur un cylindre, $\theta = 90^\circ$ , $\phi$ variant. Les angles sont décrits sur la figure 4.6 . . . . .	39
4.8	Niveau de pression sonore dans le cas du cylindre ( $\theta = 90^\circ$ , $\phi = 0^\circ$ ) . . . . .	39
4.9	Niveau de pression sonore dans le cas du cylindre ( $\theta = 90^\circ$ , $\phi = 30^\circ$ ) . . . . .	40
4.10	Géométrie du tir sur un cylindre en champ proche, $\theta = 90^\circ$ , $\phi = 30^\circ$ , plan $xy$ . . . . .	40
4.11	Niveau de pression sonore dans le cas du cylindre ( $\theta = 90^\circ$ , $\phi = 30^\circ$ ) avec prise en compte (rouge) ou non (bleue) de la courbure suivant la théorie de Pierce ou la méthode des rayons . . . . .	41
4.12	Tir sur un cylindre avec prise en compte ou non de la courbure du cylindre . . . . .	41
4.13	Tir sur une plaque rigide . . . . .	42

4.14	Evolution de la perte par insertion dans le cas de la réflexion sur une plaque rigide . . . . .	42
4.15	Géométrie du problème . . . . .	43
4.16	Comparaison entre la méthode analytique et la méthode des rayons pour le cas d'une sphère avec une source ponctuelle . . . . .	45
4.17	Pression totale/ Pression en champ libre pour $\phi = 30^\circ$ . . . . .	45
4.18	Tir sur l'empennage . . . . .	46
4.19	Visualisation de la double réflexion . . . . .	46
4.20	Atténuation due à l'empennage . . . . .	47
4.21	Rayon Direct . . . . .	48
4.22	Phases théoriques et phases calculées avec ou sans la méthode paraxiale (en rad) suivant la fréquence (en Hz) . . . . .	48
4.23	Géométrie du test de la méthode paraxiale avec une réflexion . . . . .	49
4.24	Phases théoriques et phases calculées avec ou sans la méthode paraxiale (en rad) suivant la fréquence (en Hz) . . . . .	49
4.25	Géométrie du test de la méthode paraxiale avec une double réflexion . . . . .	50
4.26	Phases théoriques et phases calculées avec ou sans la méthode paraxiale (en rad) suivant la fréquence (en Hz) . . . . .	50
4.27	Rayons direct et réfléchis dans le cas du coin . . . . .	51
4.28	Cas du coin . . . . .	51
4.29	Diamètre de sphère de 30 . . . . .	52
4.30	Diamètre de sphère de 15 . . . . .	52
4.31	Diamètre de sphère de 8 . . . . .	52
4.32	Efficacité de la méthode paraxiale . . . . .	53
4.33	Atténuation due à l'atmosphère . . . . .	54
4.34	Champ total/Champ libre avec ou sans atténuation atmosphérique . . . . .	55
4.35	Définition de l'angle de directivité par rapport au turboréacteur . . . . .	56
4.36	Géométrie du problème (en m) . . . . .	57
4.37	Atténuation $A = 20\log(D(\theta))$ et $D(\theta)$ du monopôle . . . . .	58
4.38	SPLtotal/SPL en champ libre . . . . .	58
4.39	Atténuation et $D(\theta)$ d'une source à 1000 Hz . . . . .	59
4.40	SPLtotal/SPL en champ libre . . . . .	59
5.1	Rayons de l'optique géométrique en présence d'un obstacle [Vaudon, 1991] . . . . .	61
5.2	Géométrie de ANOPP [Lieber, 2000] . . . . .	62
5.3	Description de la géométrie du cas test donné dans ESDU . . . . .	63
5.4	Paramètres géométriques du cas test donné dans ESDU . . . . .	64
5.5	Comparaison de la théorie de ANOPP et celle utilisée dans ESDU, l'atténuation est en dBre10e-6Pa et la fréquence en Hz . . . . .	64
5.6	Description du problème . . . . .	65
5.7	Répartition de l'espace en trois zones . . . . .	65
5.8	Diffraction d'une onde plane par un bord droit [Bruneau, 1998] . . . . .	66
5.9	Cône de Keller formé par les rayons diffractés [Vaudon, 1991] . . . . .	70
5.10	Projection des rayons dans le plan normal à l'arête . . . . .	71
5.11	Représentation des rayons rampants et diffractés par une surface . . . . .	71

5.12	Points critiques et caustiques . . . . .	72
5.13	Définition du contour utilisé dans la méthode intégrale . . . . .	75
5.14	Géométrie pour la diffraction par une arête d'une source ponctuelle dans la théorie de Pierce . . . . .	77
5.15	Géométrie de la diffraction d'une onde sphérique par une arête selon la théorie de Morse et Ingard . . . . .	78
5.16	Géométrie de la diffraction d'une onde sphérique par une arête selon l'adaptation de la théorie de Morse et Ingard . . . . .	79
6.1	Géométrie du problème . . . . .	81
6.2	Atténuation en dB. On place $S$ en $[100\text{ m}; 0\text{ m}; 0\text{ m}]$ et $M$ en $[-100\text{ m}; 0\text{ m}; -100\text{ m}]$ . . . . .	82
6.3	Atténuation en dB. On place $S$ en $[100\text{ m}; 0\text{ m}; 0\text{ m}]$ et $M$ en $[-50\text{ m}; 0\text{ m}; -50\text{ m}]$ . . . . .	82
6.4	Atténuation en dB. On place $S$ en $[500\text{ m}; 0\text{ m}; 0\text{ m}]$ , $M$ en $[-5\text{ m}; 0\text{ m}; -5\text{ m}]$ . . . . .	83
6.5	Module du champ acoustique autour de l'écran . . . . .	84
6.6	Phase du champ acoustique autour de l'écran . . . . .	84
6.7	Niveau de pression sonore en $\text{dBre}(2\text{e-}5)$ suivant la fréquence d'après les théories de Pierce et de Morse et Ingard . . . . .	85
6.8	Interface du logiciel VAOne . . . . .	86
6.9	Comparaison entre la méthode de Pierce (GA3D) et la méthode BEM . . . . .	87
6.10	Comparaison entre la méthode de Pierce (GA3D) et la méthode BEM . . . . .	87
6.11	Comparaison entre la méthode de Pierce (GA3D) et la méthode BEM . . . . .	88
6.12	Comparaison entre la méthode de Pierce (GA3D) et la méthode BEM . . . . .	88



# LISTE DES TABLEAUX

2.1	Revue des codes, approches et références utilisant l'acoustique géométrique	18
A.1	Valeurs de $\eta(\delta)$ . . . . .	93
A.2	Valeurs de $f_0$ . . . . .	93



# LISTE DES ACRONYMES

<b>Acronyme</b>	<b>Définition</b>
BEM	Boundary Element Method
CSTB	Centre Scientifique et Technique du Bâtiment
DNL	Day Night Level
FEM	Finite Elements Method
FMM	Fast Multipole Method
GA	Geometrical Acoustics
GARN	Geometrical Acoustic for Rotor Noise
GAUS	Groupe d'Acoustique de l'Université de Sherbrooke
GTD	Geometrical Theory of Diffraction
LEE	Linearized Euler Equations
NASA	National Aeronautics and Space Administration
NURBS	Non Uniform Rational B-Splines
P&WC	Pratt&Whitney Canada
PRA	Paraxial Ray Approximation
UTD	Uniform Theory of Diffraction



# CHAPITRE 1

## Introduction

### 1.1 Contexte du projet

L'aéronautique est un domaine en constante évolution. A son début, la seule exigence était de voler mais au fil des années, les critères sont devenus de plus en plus pointus : fiabilité, robustesse, prix, rapidité, consommation... Puis sont apparues les exigences de confort acoustique (bruit de cabine) et de réduction du bruit environnemental (bruit externe) dictées par les réglementations imposées par les organismes de certification. La qualité acoustique intervient à présent comme un argument de vente et le bruit comme un obstacle à la commercialisation (la figure 1.1 nous montre les niveaux sonores d'un Boeing 747 suivant la distance à la piste).

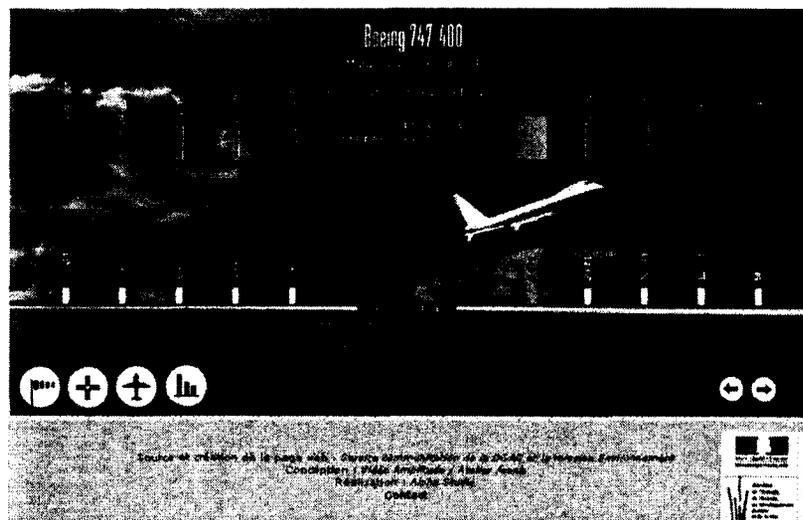


Figure 1.1 Niveau sonore d'un Boeing 747 à différentes distances de la piste en phase de décollage et d'atterrissage Source : [www.aviation-civile.gouv.fr](http://www.aviation-civile.gouv.fr)

Le bruit des avions a pourtant déjà été réduit de 20 décibels en trente ans. Le niveau sonore s'amointrit tandis que le rayon d'action et la capacité des avions à réaction continuent d'augmenter (Source : [www.pomms.org](http://www.pomms.org)). Ces progrès sont à mettre au crédit de l'optimisation de l'écoulement du flux d'air dans le moteur et à la réduction du bruit du jet.

Le bruit des moteurs est primordial pour les constructeurs d'avions car il représente un nombre conséquent de décibels. Il est surtout important aux phases de décollage et d'atterrissage.

Ces progrès restent malheureusement insuffisants car l'augmentation du trafic aérien ces dernières années, a contrebalancé cette réduction du niveau sonore.

Un autre axe de recherche est d'étudier le positionnement des moteurs par rapport aux ailes, à l'empennage ou au fuselage, de façon à ce qu'ils soient moins bruyants. Cette méthode consiste à utiliser les réflexions et les diffractions des ondes sonores sur ces parties de l'avion afin de diminuer le bruit des turboréacteurs se propageant au sol. Ces multiples phénomènes physiques sont décrits comme les effets d'installation.

Ces derniers doivent être pris en compte dans les outils de prédiction de bruit, cependant les méthodes exactes actuelles coûtent cher en temps de calcul et sont donc limitées aux moyennes et basses fréquences. Il faut donc trouver une méthode efficace permettant de modéliser la propagation acoustique pour les hautes fréquences. On se tourne donc vers une méthode asymptotique, valable en hautes fréquences : la méthode géométrique (GA) ou méthode des rayons.

Le principe de la méthode des rayons consiste en la propagation du son sous forme de rayons sonores, par analogie avec l'optique géométrique. Elle demande cependant un calcul des angles de tirs des rayons afin d'éviter de suivre un nombre trop élevé de rayons qui peut être coûteux. On la couplera donc à la méthode paraxiale (PRA) qui évalue le temps de propagation ainsi que l'amplitude du rayon non seulement sur le rayon mais aussi à son voisinage.

Un autre module sera aussi intégré afin de tenir compte des effets de diffraction qui ne sont pas considérés par la méthode des rayons.

## 1.2 Problématique

Sous la tutelle de Alain Berry, spécialiste en contrôle actif et méthodes analytiques et de Noureddine Atalla, spécialiste en méthodes numériques et méthodes analytiques, tous deux professeurs au Groupe d'Acoustique de l'Université de Sherbrooke (GAUS), ce projet a pour objectif de développer un outil de simulation pour les effets d'installation des moteurs sur le bruit extérieur. Il s'inscrit dans le cadre de la chaire industrielle d'acoustique appliquée à l'aviation en partenariat avec Bombardier Aerospace, Pratt&Whitney Canada (P&WC) et Bell Helicopter Textron. Il est développé avec le soutien de P&WC,

entreprise spécialisée dans la conception de moteurs d'avions et d'hélicoptères. Les algorithmes combinant l'acoustique géométrique et la méthode paraxiale seront intégrés dans les outils informatiques de P&WC.

## 1.3 Objectifs du projet

L'objectif principal du projet de recherche est de développer et d'incorporer à l'outil de prédiction du bruit des turboréacteurs de P&WC un module qui prend en compte les effets d'installation des moteurs d'avions.

Les objectifs spécifiques se répartissent en deux étapes :

### 1. Phase 1

- Faire une revue de la littérature afin de se familiariser avec les phénomènes physiques mis en jeu dans les effets d'installation et leur modélisation.
- Développer un code 2D basé sur les algorithmes de la méthode géométrique modélisant les effets d'installation.
- Prendre en compte la directivité de la source.
- Incorporer la diffraction au code.
- Définir une représentation géométrique de l'avion.
- Valider analytiquement le code.
- Passer à une version 3D du code.
- Valider le code 3D.

### 2. Phase 2 (Responsabilité de P&WC)

- Intégrer le module dans le programme SyLNT de P&WC.
- Valider l'implémentation.
- Documenter le module.



# CHAPITRE 2

## Etat de l'art

Ce chapitre se divise en quatre parties. Dans un premier temps, la nécessité de réduction du bruit des avions à l'extérieur est exposée, puis les méthodes utilisées à ces fins seront détaillées en insistant sur l'utilisation des effets d'installations. Ensuite, une étude comparative des différentes méthodes numériques modélisant ces phénomènes sera menée ; ce qui permettra de valider le choix de la méthode géométrique. Enfin, une synthèse de quelques codes utilisant la méthode géométrique sera décrite.

### 2.1 Diminution du bruit d'avion

Un avion est source de nuisances sonores principalement dans les phases de décollage et d'atterrissage. Les sources de bruit sur un avion sont très nombreuses et principalement causées par des phénomènes aérodynamiques : bruits de tourbillons d'air au niveau des ailes et des moteurs, bruits des becs et des volets qui freinent l'avion lors de l'approche et de l'atterrissage, bruit du train d'atterrissage, bruit de la soufflante et des jets de gaz éjectés des moteurs, bruit de combustion, etc. Un avion au décollage à 300 mètres représente ainsi un niveau sonore d'environ 120-140 dB(A) (son perçu à l'oreille).

Le durcissement croissant des réglementations au niveau du bruit autour des aéroports ces dernières années, impose aux compagnies dont les avions sont trop bruyants de payer des taxes importantes et/ou leur interdit d'exploiter ces avions sur certains créneaux horaires. Pratt & Whitney Canada conçoit et fabrique, entre autres, des moteurs pour les jets de transports de passagers. Leurs clients ne souhaitent pas avoir des redevances liées au bruit ou des restrictions à l'exploitation, il est primordial que le jet puisse décoller et atterrir à n'importe quelle heure de la journée ou de la nuit.

La pollution sonore aux alentours des aéroports est examinée dans de nombreuses études. Par exemple, Cohen *et al.* [2008] démontrent que la limite de niveau sonore tolérée par les normes [OACI, 2002] est dépassée chez les habitants proches de l'aéroport de La Guardia (LGA).

La certification acoustique se fait en trois points de contrôle : l'approche, le latéral (décollage pleine puissance) et le survol (décollage après réduction de puissance). Ces points sont décrits dans la figure 2.1.

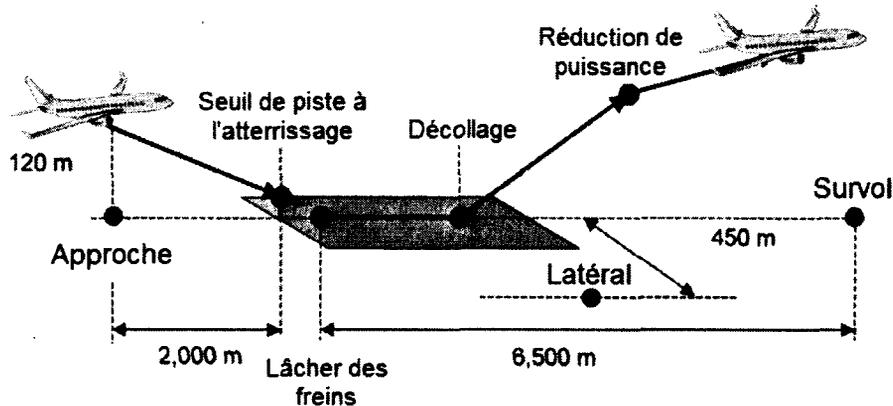


Figure 2.1 Points de contrôle pour la certification acoustique

Des avions silencieux possèderaient donc un avantage commercial évident. Il devient donc incontournable pour les concepteurs d'avions d'en tenir compte afin de rester compétitifs. C'est pourquoi il faut continuellement chercher à diminuer le bruit des avions.

L'objectif est de diminuer la surface de la 'trace au sol' (distribution du bruit de l'avion vers le sol) des avions lors des phases de décollage et d'atterrissage pendant lesquelles le bruit est le plus intense. Habituellement, cette distribution du son est très étendue et se fait sur plusieurs kilomètres autour de la piste d'où les nuisances sonores. La figure 2.2 nous présente une carte des iso-contours de niveau de pression sonore établie en moyennant des mesures de bruit prises durant 24 heures avec une pénalité de 10 dB pour les opérations ayant lieu de 22h à 7h (Day Night Level DNL).

## 2.2 Méthodes de contrôle du bruit utilisées

Depuis ces dernières 35-40 années, de considérables progrès ont été effectués dans la réduction du bruit des avions (95% de réduction de personnes touchées par le bruit [Waitz, 2005]). Cette amélioration est surtout due à des turboréacteurs plus silencieux [Lemaire, 2005]. Cependant, le bruit aérodynamique ([Hubbard, 1991]; [Fitzpatrick, 2005]; [Franzoni, 2004]) les effets d'installation des turboréacteurs [Broadbent, 1977] sont devenus aussi prépondérants que les turboréacteurs à l'atterrissage.

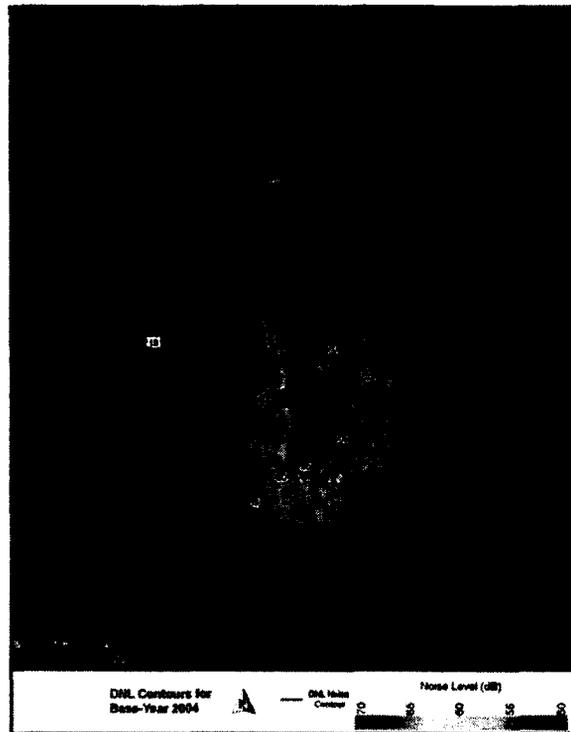


Figure 2.2 Contours de bruit DNL au sud de l'aéroport St Petersburg Clearwater en Floride.

Source : *US Census Tiger/Line 2000*. Wyle Labs, INM 6.1 Geographic Reference : 1983 State Plane Coordinate System, Florida West, Feet.

Nous nous intéresserons ici aux effets d'installation des turboréacteurs c'est-à-dire à l'étude de l'influence du positionnement de ces derniers par rapport à une voilure (aile) ou au fuselage (paroi de l'avion) sur leur rayonnement global. Cette méthode consiste à utiliser les réflexions et les diffractions des ondes sonores (voir Figure 2.3) sur le fuselage, l'empennage et les ailes afin de diminuer le bruit des turboréacteurs se propageant au sol.

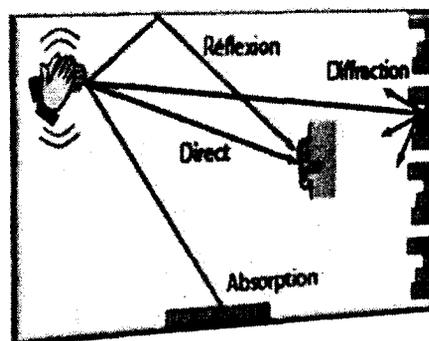


Figure 2.3 Illustration des phénomènes d'absorption, réflexion et diffraction du son (Source : [www.acoustics.salford.ac.uk](http://www.acoustics.salford.ac.uk))

En effet, la présence d'une paroi à proximité du moteur, modifie la propagation du bruit. Dans le cas de moteurs installés sous la voilure, l'aile, par exemple, réfléchit une grande partie de l'énergie acoustique du moteur vers le sol et est à l'origine d'interactions entre le jet du moteur et les volets, lorsqu'ils sont braqués. Mettre le moteur au-dessus des ailes limiterait donc la propagation du bruit vers le sol, l'aile le réfléchissant cette fois vers le haut. Mais cette solution ne semble pas optimale du point de vue structurel. Une solution plus prometteuse, consiste à implanter les réacteurs au niveau de l'empennage (voir Figure 2.4) afin de profiter de l'effet de masquage du bruit et de garantir une meilleure stabilité de l'avion ainsi qu'une plus faible consommation d'essence, cependant, les conditions aérodynamiques peuvent ne plus être aussi optimales et nuire aux performances des moteurs.



Figure 2.4 Effets d'installation des moteurs au dessus de l'aile.  
(Source : [www.aeronautics.nasa.gov](http://www.aeronautics.nasa.gov))

### 2.3 Inventaire des méthodes numériques de prédiction des effets d'installation

Actuellement, pour modéliser la propagation acoustique et visualiser l'influence de l'aile et du fuselage, on peut utiliser la méthode des éléments finis (souvent abrégée FEM pour Finite Elements Method), la méthode des équations d'Euler linéarisées (Linearized Euler Equations LEE), la méthode des éléments finis de frontière (Boundary Element Method BEM) qui est la plus utilisée ainsi que la méthode géométrique (Geometrical Acoustics : GA).

La méthode FEM repose sur un découpage de l'espace selon un maillage. En acoustique, le domaine est souvent infini donc pour appliquer la méthode FEM, il faut recourir à des approximations (frontières artificielles avec conditions aux limites qui excluent les ré-

flexions par exemple). L'analyse d'un problème par éléments finis consiste en sept étapes : Formulation intégrale (faible ou variationnelle) des équations gouvernant le système, discrétisation du domaine, approximation des variables et calculs des matrices élémentaires, assemblage, imposition des conditions aux limites, invocation de la stationnarité et étude de la convergence de la solution.

La méthode BEM est une alternative à la méthode FEM lorsque le domaine de propagation devient infini car seule la surface de la frontière du domaine doit être discrétisée. Le champ acoustique est obtenu en tout point de l'espace grâce au rayonnement de ses frontières. La condition de rayonnement à l'infini de Sommerfeld est automatiquement satisfaite contrairement à la méthode FEM. Pour des applications courantes, il faut au moins cinq ou six éléments par longueur d'onde [Brebbia et Ciskowski, 1991; Seznec, 1980].

La méthode LEE est une simplification des équations de Navier Stokes. Elle peut être utilisée pour modéliser le bruit rayonné par un avion à réaction subsonique en tenant compte d'un écoulement [Bailly et Juve, 2000] ainsi que pour modéliser la propagation sonore dans une nacelle [Lan et Breard, 2006]. Cependant, elle nécessite un maillage fin avec plusieurs points de discrétisation (typiquement 10) par longueur d'onde pour avoir un résultat correct, ce qui ne permet pas de traiter les cas en hautes fréquences. Elle n'est pas adaptée à notre cas.

L'ONERA a publié une dizaine d'articles sur les effets d'installation depuis 1999. Cependant, elle adopte plutôt une approche hybride (Equations d'Euler et BEM) que géométrique [Redonnet *et al.*, 2007]. Cette méthode hybride est utilisée pour le logiciel sAbrinA et montre bien l'effet du masque acoustique dû à l'empennage (atténuation des ondes à l'intrados du profil, renforcement des ondes à l'extrados comme le montre la figure 2.5).

Airbus-France a aussi développé un logiciel ACTIPOLE basé sur la méthode BEM pour simuler les réflexions et les diffractions sur le fuselage pour un écoulement moyen uniforme [Remy, 2001].

Agarwal et Dowling [2005]; Manoha *et al.* [2005] déclarent dans leurs articles que la méthode BEM possède de nombreuses limitations. En premier lieu, suite à un manque de ressources informatiques, elle est limitée en fréquence. En effet, la longueur d'onde acoustique minimale doit aussi être environ six fois plus grande que la dimension d'un élément linéaire. De plus, la méthode BEM ne peut pas prendre en compte les effets de réfraction dus à la propagation en milieu non uniforme. L'avantage de la méthode BEM par rapport à la méthode FEM est qu'il suffit de discrétiser les surfaces et non le domaine acoustique entier. Ainsi, le nombre d'éléments finis se voit nettement diminué. Ceci est



Figure 2.5 Simulation numérique 3D des effets d'installation pour une tuyère installée au-dessus de l'empennage en condition de décollage ; cartes de pression perturbée instantanée. Logiciel sAbrinA. Source : [www.onera.fr](http://www.onera.fr) 2008

particulièrement avantageux pour des problèmes acoustiques qui exigent de prendre en compte l'espace 3D total et les conditions d'impédances de rayonnement à l'infini.

La résolution de problèmes réalistes en termes de géométrie, hétérogénéité, longueur d'onde... est limitée par le nombre de degrés de liberté que peut traiter l'algorithme de solution sur un ordinateur donnée. Ces méthodes sont donc coûteuses en temps et en ressources informatiques dès que la taille de la géométrie devient grande en comparaison de la longueur d'onde. De plus, comme l'analyse est menée dans le domaine fréquentiel, la taille des maillages est liée à la fréquence du problème. Le spectre des fréquences étudiées est donc aussi restreint par ces considérations.

L'idée est alors d'appliquer une méthode d'accélération de l'évaluation des opérateurs intégraux afin de diminuer le temps CPU d'une itération mais aussi les besoins en mémoire. Cette réorganisation du calcul (c'est-à-dire la décomposition de la fonction de Green de l'espace libre en multipôles) est rendue possible par la méthode multipôle rapide (Fast Multipole Method soit FMM en anglais). Dans son article, Delnevo *et al.* [2005] explique que cette méthode permet de résoudre des problèmes à 5 millions de degrés de liberté soit jusqu'à 3150Hz ce qui ne permet toujours pas de couvrir l'ensemble de la gamme de fréquences d'un moteur d'avion.

C'est pourquoi on se tournera vers des méthodes asymptotiques certes approximatives mais plus rapides basées sur l'acoustique géométrique qui est valable en hautes fréquences.

Cette dernière méthode consiste en la modélisation de l'onde sonore par un rayon. On utilise alors les lois de l'optique comme celle de Snell-Descartes. Elle permet de construire le champ acoustique en un point donné en lançant à partir de la source des rayons avec une certaine discrétisation et en comptabilisant les rayons passant par ce point. En outre, comme l'acoustique géométrique est une méthode temporelle, l'approche de problèmes contenant des sources avec un large spectre est simplifiée. Une seule analyse temporelle est utile pour reconstruire le champ à toutes les fréquences. Cette approche aura l'avantage, en plus de son efficacité en temps de calcul, de prendre en compte les gradients de température et de vents, les écoulements non homogènes et des géométries arbitraires [Dabin, 1999]. Ces phénomènes ne seront pas pris en considération dans ce projet cependant.

La source de bruit (*id est* les turboréacteurs) est modélisée par une source ponctuelle d'amplitude et de directivité données.

On construit alors la solution géométrique en trois étapes :

1. Obtenir la relation de dispersion qui relie la fréquence angulaire  $\omega$  au vecteur d'onde  $\vec{K}$ .
2. Déterminer les courbes ou rayons caractéristiques de la relation de dispersion par résolution d'un système d'équations différentielles ordinaires.
3. Calculer le champ d'amplitude en résolvant une équation de conservation de l'énergie.

Les méthodes utilisées pour déterminer le champ sont décrites dans un nombre restreint d'études et sont soit basées sur des expressions analytiques particulières, soit consistent en une approximation en champ lointain. Une méthode plus efficace a été développée par Ugincius [Thompson, 1974]. Elle consiste à définir la variation de la section du tube de rayon pour chaque rayon et à intégrer une série d'équations différentielles le long de la trajectoire caractéristique. Une solution tridimensionnelle est obtenue en résolvant l'équation de conservation de l'action d'onde par un calcul au premier ordre de la variation élémentaire du front d'onde pour chaque rayon [Candel, 1977b]. On obtient ainsi la variation de la section d'un tube de rayon qui forme un système d'équations différentielles qui, ajouté au système différentiel des rayons, permet en ayant les conditions initiales de définir tous les paramètres des rayons. Le champ total est alors la sommation des contributions des rayons passant par le point dont on veut déterminer le champ.

La difficulté dans la méthode des rayons est le tracé entre deux points. On peut, si l'on connaît les positions de la source et du receveur employer une méthode itérative afin d'obtenir les angles de tirs mais la méthode géométrique perdrait alors l'avantage d'être

peu coûteuse. Pour éviter ce problème, on combinera la méthode des rayons avec une approximation paraxiale (PRA) [Bergman, 2005]. La méthode PRA permet d'évaluer le temps de propagation et l'amplitude de l'onde sur le rayon mais aussi à son voisinage ce qui permet de s'affranchir de la précision des angles de tirs [Atalla et Glegg, 1993].

La méthode des rayons présente aussi des limites au voisinage des zones singulières. Dans certaines circonstances, les trajectoires des rayons forment une sorte d'enveloppe nommée *caustique* où le calcul des rayons échoue. Il existe des méthodes qui permettent de contourner ces problèmes comme la méthode des rayons gaussiens [Atalla, 1991].

Les effets d'installation incluent la diffraction. Cependant, si l'on se trouve en présence d'objets diffractants, la méthode des rayons ne considère qu'une simple réflexion spéculaire (en opposition avec la réflexion diffuse) du rayon et de son front d'onde. Ainsi, pour tenir compte du champ acoustique dans les zones d'ombre, on doit prendre en compte la diffraction. Les théories de la diffraction adoptées dans la littérature pour modéliser les effets d'installation sont :

- la théorie de Fresnel dans le code Raynoise de LMS [2007].
- la théorie géométrique de la diffraction (GTD) [Agarwal *et al.*, 2006].
- la théorie uniforme de la diffraction (UTD) dans le code CESAR-I de l'Onera [Rozenberg et Bulté, 2008].

La diffraction peut être intégrée à la méthode des rayons grâce à la théorie géométrique de Keller [1962] et la théorie uniforme décrite dans l'article de Kouyoumjian et Pathak [1974]. Il faudra considérer la diffraction par les arêtes et si cela semble nécessaire par les surfaces courbes (ondes rampantes) voir figure 2.6.

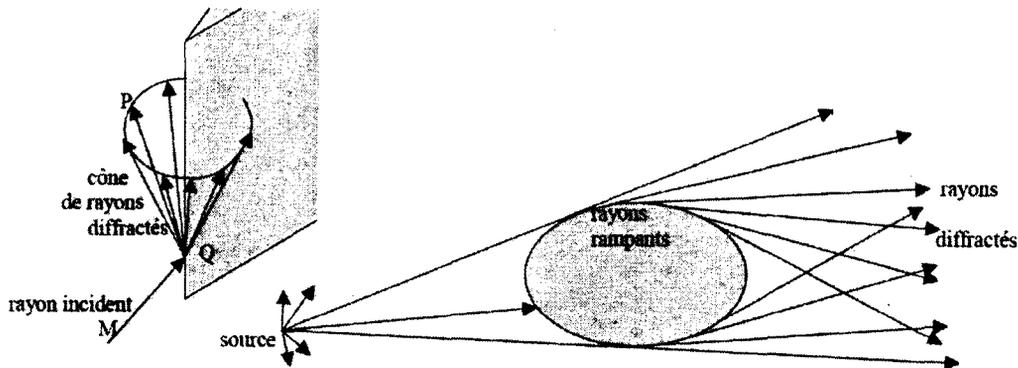


Figure 2.6 Diffraction des rayons par une arête (à gauche); par une surface courbe (à droite)

La figure 2.7 nous présente les domaines des différentes méthodes numériques pour la modélisation des effets d'installation.

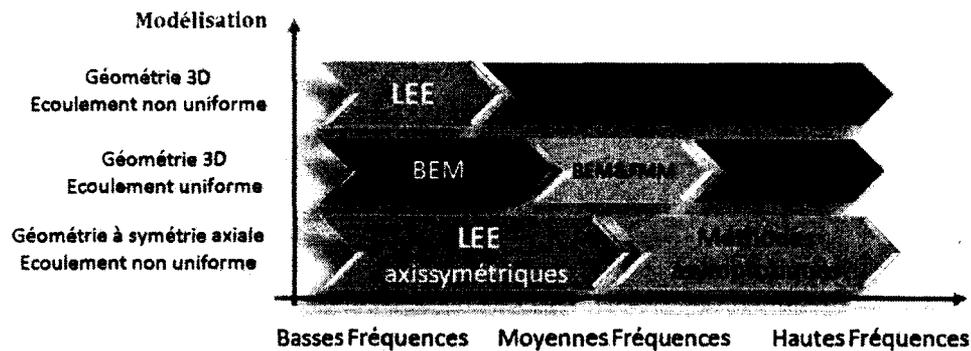


Figure 2.7 Domaines des méthodes numériques. Source : Dassault Aviation

Il apparaît donc que l'acoustique géométrique est une méthode qui va compléter les méthodes numériques classiques en hautes fréquences et est adaptée aux exigences de notre problème.

## 2.4 Synthèse des références, approches et codes de calcul existants pour les effets d'installation

Candel [1977a,b] est parmi les premiers à avoir développé un code numérique utilisant l'acoustique géométrique pour l'étude de phénomènes aéroacoustiques. Son code est construit autour d'un noyau de calcul qui effectue l'intégration du système différentiel qui gouverne la trajectoire et l'amplitude des rayons et qui calcule la réflexion. Les conditions du milieu (gradients de vitesse et de température) sont définies analytiquement. Il travaille dans un milieu axisymétrique (conduit cylindrique dans son article). Ses études sur les jets chauds, les zones de mélange et sur les effets d'écran acoustique produit par des écoulements bidimensionnels sont en accord avec ses mesures expérimentales. Le code ne prend cependant pas en compte des matériaux absorbants pour des géométries complexes.

Grimm [1979] modélise la propagation acoustique pour des écoulements homogènes, stratifiés, et il utilise la méthode d'Igincius pour reconstruire le champ d'amplitude.

Kempton [1980] étudie, en collaboration avec Rolls-Royce, la propagation, l'atténuation et le rayonnement en hautes fréquences du bruit des moteurs aéronautiques. Les cas traités sont des petites conduites cylindriques ou de faible gradient de section et ne prennent pas en compte les écoulements dans le milieu. Il valide ses résultats par la méthode modale. Dans les deux ans qui suivent [Kempton et Smith, 1981], il enrichit son code d'un module prenant en compte les effets des matériaux absorbants sur les parois puis, [Kempton, 1983]

il ajoute les effets d'interférence et de diffraction. Il ne prend cependant pas en compte les effets de l'écoulement. Le code RDIFF, développé par Dougherty [1996], ajoute au code de Kempton un terme de diffraction explicite. L'étude est menée en trois dimensions pour Boeing. Il est un code plus robuste que celui de Kempton.

Le code GARN (Geometrical Acoustic for Rotor Noise) de Atalla [1991], prédit le bruit rayonné par un hélicoptère en champ lointain. Il tient compte des non homogénéités du milieu, des surfaces diffractantes de l'hélicoptère ainsi que des sources en rotation. La méthode paraxiale est couplée à la méthode des rayons. Les résultats présentent une bonne cohérence par rapport à des validations analytiques et des tendances expérimentales. Un code utilisant la méthode géométrique a été créé pour visualiser les effets d'écoulement sur la diffraction acoustique [Atalla et Glegg, 1992] et un autre sur les effets de milieux non homogènes absorbants sur la propagation acoustique [Tappert, 1998].

En 1999, Dabin [1999] écrit un code SPAMAG en langage C qui adapte le code GARN pour les nacelles de turboréacteurs. Il simule la propagation acoustique en milieux non homogènes en mouvement d'une source extérieure vers un plan source à l'intérieur d'une nacelle par la méthode des rayons. Le code représente une base fiable pour développer la simulation de la propagation sonore dans une nacelle.

Coulouvrat [2002] utilise la méthode géométrique pour modéliser la propagation d'onde de chocs, les résultats sont en accord avec les mesures expérimentales (Essai du Concorde).

Il existe déjà quelques études sur la modélisation des réflexions et des diffractions sur une aile d'avion par la méthode des rayons. Agarwal *et al.* [2006, 2007] traitent de l'effet d'installation sur une aile volante pour le projet Silent Aircraft (SAX-40) et obtiennent des résultats validés analytiquement.

Citons quelques codes commerciaux qui utilisent la méthode des rayons :

- ANOPP [Lieber, 2000; Zorumski, 1982] de la National Aeronautics and Space Administration (NASA) en 2000 qui modélise l'aile de l'avion par une plaque rigide. La directivité de la source n'est pas modélisée et la source est ponctuelle. Il prend en compte les réflexions spéculaires et diffuses de premier ordre par une méthode empirique mais néglige la diffraction par les surfaces courbes.
- MITHRA [Mithra, 1998] de 01dB-Stell en 2001 qui utilise la méthode des rayons inverse. Le code prend en compte l'effet de sol, les réflexions, diffractions et effets météorologiques. Les sources sont ponctuelles, linéiques ou surfaciques.
- ICARE [Conil *et al.*, 2005] du Centre Scientifique et Technique du Bâtiment (CSTB) de 2005 qui s'applique à de nombreux domaines. ICARE utilise une méthode hybride

rayon/faisceau et permet de travailler dans tout volume ainsi qu'à l'extérieur. Le code prend en compte les réflexions (y compris sur facettes courbes) et la diffraction. Les sources peuvent être ponctuelles ou surfaciques. ICARE fait suite à deux autres codes du CSTB : EPIDAURE [Vian et Martin, 1992] et EBINAURE [Martin *et al.*, 1993].

- RAYNOISE [LMS, 2007] de LMS International. Le code utilise des tirs de rayons (coniques ou triangulaires) en intérieur 3D ou champ lointain extérieur. Il traite les réflexions multiples et la diffraction du premier ordre. Les sources peuvent être multiples avec prise en compte de la cohérence. La dernière version date de 2007.

- CATT-ACOUSTIC [Hodgson *et al.*, 2008] est utilisé en acoustique architecturale et prend aussi en compte les réflexions et la diffraction par des objets.

- CESAR-I de l'ONERA de 2008, qui est un module du projet IESTA, utilise le tracé de rayon pour modéliser les effets d'installation des turboréacteurs (direct, réflexion, diffraction dont les ondes rampantes). Le module CESAR-S crée une source ponctuelle équivalente au bruit de moteur et le code SIMOUN propage les rayons jusqu'au sol. La géométrie de l'avion est décrite avec des "Non Uniform Rational B-Splines" (NURBS), il n'y a pas de maillages. Le code CESAR-I s'apparente donc le plus au présent projet. Cependant, il doit encore être validé avec la méthode BEM.

Même s'il existe aujourd'hui de nombreux codes commerciaux, le code que l'on implémentera numériquement sous Matlab constituera un module spécifique aux besoins de P&WC qui s'intégrera à leur outil de prédiction du bruit.

Le tableau récapitulatif suivant (Tableau 2.1) présente une synthèse des différents codes numériques, approches et références utilisant l'acoustique géométrique.

Date	Auteur(s)	Problème étudié	Méthodologie retenue	Résultats
1977	Candel [Candel, 1977a]	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Champ aérodynamique moyen axisymétrique</li> <li>- Jets chauds</li> <li>- Zones de mélange</li> <li>- Effets d'écran acoustique dus aux écoulements bidimensionnels</li> <li>- Non prise en compte de matériaux absorbants dans des conduites de forme complexe.</li> </ul>	<p>Utilisation d'un noyau de calcul qui intègre le système d'équations différentielles gouvernant la trajectoire et l'amplitude des rayons et qui calcule la réflexion</p>	En accord avec les mesures expérimentales
1977	Grimm [Grimm, 1977]	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Ecoulements homogènes, stratifiés</li> </ul>	Méthode d'Igincius pour reconstruire le champ d'amplitude [Thompson, 1974]	Etude sur les écoulements homogènes et stratifiés
1980	Kempton (pour Rolls-Royce) [Kempton, 1980]	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Propagation, atténuation et rayonnement en hautes fréquences du bruit des moteurs aéronautiques</li> <li>- Petites conduites cylindriques ou de section lentement variable</li> <li>- Non prise en compte de l'écoulement du milieu</li> </ul>	Acoustique géométrique	Validés par la méthode modale. Présentent une bonne concordance
1980-1982	Kempton (pour Rolls-Royce) [Kempton et Smith, 1981]	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Prise en compte des effets de matériaux absorbants sur les parois</li> <li>- Etude des entrées d'air de nacelles</li> </ul>	Acoustique géométrique	Module prenant en compte les matériaux
1983-1984	Kempton (pour Rolls-Royce) [Kempton, 1983]	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Prise en compte des effets d'interférence et de diffraction</li> <li>- Non prise en compte de l'impact de l'écoulement</li> </ul>	Acoustique géométrique	Ajout de facteurs correctifs
1996	Dougherty (pour BOEING) [Dougherty, 1996]	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Ajout d'un terme de diffraction explicite au calcul</li> <li>- Non prise en compte des effets de l'écoulement</li> <li>- Géométries complexes</li> </ul>	Méthode des rayons Etude en 3D.	code RDIFF, plus robuste

## 2.4. SYNTHÈSE DES RÉFÉRENCES, APPROCHES ET CODES DE CALCUL EXISTANTS POUR LES EFFETS D'INSTALLATION

17

Date	Auteur(s)	Problème étudié	Méthodologie retenue	Résultats
1991	Atalla [Atalla, 1991]	- Bruit rayonné par des hélicoptères en champ lointain - Prise en compte des effets d'écoulement et de la non-homogénéité du milieu ainsi que des surfaces diffractantes de l'hélicoptère	Méthode géométrique complétée par méthode paraxiale Etude en hautes fréquences avec un modèle de source tournante du bruit rayonné par des hélicoptères	code GARN. Général et valide pour des géométries planes et courbes.
1992	Atalla [Atalla et Glegg, 1992]	- Effets d'écoulement sur la réflexion (installation) d'un fuselage d'hélicoptère.	Acoustique géométrique	Etude sur des effets d'écoulement sur la réflexion
1998	Tappert [Tappert, 1998]	- Effets de milieux non homogènes absorbants sur la propagation acoustique	Acoustique géométrique	Etude sur l'influence des non-homogénéités du milieu
1999	Dabin [Dabin, 1999]	- Propagation en milieux non homogènes en mouvement d'une source extérieure vers un plan source à l'intérieur d'une nacelle	Méthode des rayons	Code SPAMAG en langage C. Base fiable
Années 80	CSTB [Vian et Martin, 1992]	- Acoustique des salles - Facettes planes - Sources ponctuelles	- lancer de faisceaux coniques - prédiction énergétique par bandes d'octave	logiciel EPIDAURE
Années 90	CSTB [Martin et al., 1993]	- Tout volume (habitacles) / écoute - Facettes planes ; sources ponctuelles ; diffusion	- lancer de faisceaux coniques + statistiques - prédiction en pression / bande fine	logiciel EBINAURE
2000	Lysbeth Lieber NASA [Lieber, 2000]	- Effet de l'interaction avec l'aile sur le bruit de moteurs - Code en libre accès - Pas de modélisation de la directivité	- Méthode des rayons	code ANOPP

Date	Auteur(s)	Problème étudié	Méthodologie retenue	Résultats
2001	01dB-Stell [Mithra, 1998]	- Effet de sol - réflexions; diffractions; - effets météorologiques pris en compte - Sources ponctuelles, linéiques et surfaciques - modèle INM (trajectoire de vol d'avion).	- Méthode des rayons inverse	Code Mithra
2002	Coulouvrat [Coulouvrat, 2002]	- Ondes de choc	Acoustique géométrique	En accord avec les mesures expérimentales (Concorde)
v8 en 2004	Catt-Acoustic [Dalenbäck, 1999; Hodgson et al., 2008]	Acoustique des salles	- Méthode des rayons - Réflexions précoces détaillées (sources images)	logiciel CATT-Acoustic
2007	LMS International [Raynoise, 2007]	- Intérieur 3D/Champ lointain extérieur - Réflexions multiples; Diffraction du premier ordre - Sources multiples avec prise en compte de la cohérence	- Tirs de rayons (coniques ou triangulaires)	logiciel Raynoise
2008	Y. Rozenberg J. Bulté ONERA [Rozenberg et Bulté, 2008]	- Direct; Réflexion; Diffraction; - Ondes rampantes. - Interactions simples. - Source ponctuelle équivalente (code CESAR-S) - Pas de maillage (NURBS) - Propagation jusqu'au sol traitée avec le code SIMOUN - Effets d'installation traités avec le code CESAR-I	- Méthode des rayons - Visualisation du tracé des rayons	codes CESAR et SIMOUN

Tableau 2.1 Revue des codes, approches et références utilisant l'acoustique géométrique

# CHAPITRE 3

## La méthode d'acoustique géométrique

### 3.1 La méthode des rayons

#### 3.1.1 Présentation

La méthode des rayons (Geometrical Acoustics : GA) est utilisée pour l'étude en hautes fréquences de la propagation acoustique. Elle permet de prévoir le comportement de la propagation dans des milieux non homogènes, en mouvement [Dabin, 1999], lentement variables dans le temps et l'espace en associant à une surface d'onde un rayon fictif.

Le rayon est défini comme une trajectoire perpendiculaire à la surface d'onde en chaque point de laquelle sont associées l'amplitude et la phase de la perturbation qu'il représente. Pour une onde plane, il est aisé de trouver ce rayon (la direction de propagation et l'amplitude étant constantes dans tout l'espace).

Afin de résoudre un problème de propagation avec la méthode géométrique il faut :

- Etablir la relation de dispersion entre la pulsation et le vecteur d'onde.
- Résoudre cette équation par la méthode des caractéristiques afin d'obtenir la trajectoire du rayon.
- Appliquer une loi de conservation (invariance de l'action d'onde le long du rayon) afin d'obtenir le champ d'amplitude.

La méthode prend en compte le rayon direct et les réflexions. Cependant, la détermination complète du champ ne peut être effectuée que pour certains cas (expressions analytiques particulières, approximations en champ lointain...). Une autre méthode a donc été développée pour calculer le champ d'amplitude de manière plus générale : Candel [1986] établit la solution géométrique du premier ordre, tridimensionnelle, complète. L'équation de conservation de l'onde d'action est résolue par un calcul au premier ordre de la variation d'une section élémentaire du front d'onde pour chaque rayon. On peut alors résoudre le système d'équations différentielles, si l'on connaît les valeurs initiales, afin de déterminer

tous les paramètres de la trajectoire d'un rayon. Le champ total en un point est calculé par la somme des amplitudes des rayons passant par ce point. La phase du champ d'un rayon est proportionnelle à la longueur du rayon à partir d'un point de référence où la phase est nulle.

### 3.1.2 Les équations des rayons

La trajectoire des rayons ainsi que la variation de la phase sont déterminées à l'aide d'équations différentielles du premier ordre. On utilise la méthode des caractéristiques afin de résoudre ces équations.

#### Les équations fondamentales

On définit  $\sigma_t$  l'entropie adimensionnelle par unité de masse,  $p_t, \rho_t$  et  $\vec{v}_t$  la pression, la masse volumique et la vitesse totales du fluide. On écrit les équations de conservation de la masse (Equation (3.1)), de la quantité de mouvement (Equation (3.2)) et de l'entropie (Equation (3.3)) pour un fluide non dissipatif (viscosité nulle).

$$\frac{\partial \rho_t}{\partial t} + \text{div}(\rho_t \vec{v}_t) = 0 \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial \vec{v}_t}{\partial t} + \vec{v}_t \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \vec{v}_t + \frac{1}{\rho_t} \overrightarrow{\text{grad}} p_t = 0 \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial \sigma_t}{\partial t} + \vec{v}_t \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \sigma_t = 0 \quad (3.3)$$

On ajoute à ces équations l'hypothèse de bivariance du fluide, c'est-à-dire qu'il peut être décrit par deux variables thermodynamiques.

$$p_t = f(\rho_t, \sigma_t) \quad (3.4)$$

#### La méthode des caractéristiques

On décrit le phénomène sous la forme d'une superposition d'un phénomène d'entraînement et un phénomène acoustique.

$$p_t = p_e + p \quad (3.5)$$

$$\rho_t = \rho_e + \rho \quad (3.6)$$

$$\sigma_t = \sigma_e + \sigma \quad (3.7)$$

$$\vec{v}_t = \vec{v}_e + \vec{v} \quad (3.8)$$

L'indice  $(e)$  repère les quantités moyennes instationnaires (non acoustiques) et les quantités  $p, \rho, \vec{v}, \sigma$ , de faible amplitude, sont associées à la perturbation acoustique. On linéarise les équations par rapport aux quantités acoustiques et on obtient les équations de base de mouvement (Equations (3.9), (3.10), (3.11) et (3.12)) :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{v}_e \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \rho + \vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \rho_e + \rho_e \text{div} \vec{v} + \rho \text{div} \vec{v}_e = 0 \quad (3.9)$$

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \vec{v}_e + \vec{v}_e \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \vec{v} + \frac{1}{\rho_e} \overrightarrow{\text{grad}} p - \frac{\rho}{\rho_e} \overrightarrow{\text{grad}} p_e = 0 \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} + \vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \sigma_e + \vec{v}_e \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \sigma = 0 \quad (3.11)$$

$$p = \left[ \frac{\partial p_e}{\partial \rho_e} \right]_{\sigma_e} \rho + \left[ \frac{\partial p_e}{\partial \sigma_e} \right]_{\rho_e} \sigma \quad (3.12)$$

On définit  $c^2 = \left[ \frac{\partial p_e}{\partial \rho_e} \right]_{\sigma_e}$  et  $\alpha_e = \left[ \frac{\partial p_e}{\partial \sigma_e} \right]_{\rho_e}$

L'équation (3.12) devient alors :

$$p = c^2 \rho + \alpha_e \sigma \quad (3.13)$$

On résout le système d'équations ci-dessus pour un milieu indépendant du temps par la méthode décrite par Bruneau [1983]. La solution est de la forme :

$$\begin{pmatrix} p \\ \vec{v} \\ \sigma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Pi_a(\vec{r}, t) \\ \vec{V}_a(\vec{r}, t) \\ \Sigma_a(\vec{r}, t) \end{pmatrix} e^{i\Psi(\vec{r}, t)} \quad (3.14)$$

où  $\vec{r}$  est la position d'un point sur le front d'onde. La phase  $\Psi$  est égale à  $\omega(\tau(\vec{r}) - t)$  tel que  $\omega$  désigne la fréquence angulaire de la source et  $\tau(\vec{r})$  est le temps mis par le front d'onde à parcourir  $\vec{r}$ . Les amplitudes réelles, d'indice  $(a)$ , sont des fonctions lentement variables de l'espace et du temps  $t$ . La phase  $\Psi$  est une fonction réelle de  $\vec{r}$  et  $t$ . Elle s'écrit au premier ordre :

$$\Psi = \Psi_0 + \vec{r} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \Psi + \frac{\partial \Psi}{\partial t} t \quad (3.15)$$

$\Psi_0$  dépend du choix de l'origine des phases.

La substitution de (3.14) et (3.15) dans (3.13) suivie de manipulations algébriques mènent à la relation de dispersion ou équation iconale [3.16].

$$(\omega - \vec{k} \cdot \vec{v}_e)[(\omega - \vec{k} \cdot \vec{v}_e)^2 - k^2 c^2] = 0 \quad (3.16)$$

avec  $\vec{k}$  le vecteur d'onde et  $\omega$  la fréquence angulaire de l'onde approximée comme plane localement.

Cette relation possède deux types de solutions : les modes tourbillonnaires et le mode entropique (première partie du membre de gauche) que nous n'étudierons pas et les modes acoustiques caractérisés par la solution double de (3.17).

$$(\omega - \vec{k} \cdot \vec{v}_e)^2 = k^2 c^2 \quad (3.17)$$

Sur un front d'onde de phase constante défini par  $\vec{x}$  et  $t$ , la vitesse de groupe s'écrit [Pierce, 1981] :

$$\vec{C}_g = \frac{\partial \omega(\vec{k}, \vec{x})}{\partial \vec{k}} \quad (3.18)$$

On pose l'opérateur dérivée particulaire  $d_c^t$  :

$$d_c^t = \frac{\partial}{\partial t} + \vec{C}_g \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \quad (3.19)$$

On utilise la méthode des caractéristiques présentée par Felsen et Marcuvitz [1973] et on obtient les équations des rayons (Équations (3.20), (3.21), (3.22) et (3.23)).

$$d_c^t \vec{x} = \frac{\vec{k}}{\|\vec{k}\|} c + \vec{v}_e = \vec{C}_g \quad (3.20)$$

$$d_c^t \vec{k} = -\vec{k} \overrightarrow{\text{grad}} c - \vec{k} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \vec{v}_e \quad (3.21)$$

$$d_c^t \omega = k \frac{\partial c}{\partial t} + \vec{k} \cdot \frac{\partial \vec{v}_e}{\partial t} \quad (3.22)$$

$$d_c^t \Psi = 0 \quad (3.23)$$

L'équation (3.20) détermine la vitesse de groupe de propagation des ondes. L'équation (3.21) donne la loi qui gouverne la réfraction des rayons. Le premier terme du membre de droite représente la réfraction due au changement de propriété du fluide et le second terme, celle due au gradient de vitesse dans le fluide. Les équations (3.20) et (3.21) permettent de construire la trajectoire du rayon. L'équation (3.22) tient compte des variations temporelles des propriétés du milieu de propagation. Elle est nulle si le milieu est indépendant du temps (Écoulement permanent). Finalement, l'équation (3.23) prouve l'invariance de la phase sur un front d'onde.

### 3.1.3 Forme adimensionnelle des équations des rayons

On définit  $c_0$  la célérité de référence du milieu et on pose  $N = \frac{c_0}{c}$  l'indice de réfraction local,  $\vec{M} = \frac{v}{c}$  le nombre de Mach local,  $\vec{k} = \frac{\vec{k}c_0}{\omega}$  le vecteur d'onde adimensionnel,  $\vec{n} = \frac{\vec{k}}{\|\vec{k}\|}$  le vecteur normal unitaire et la dérivée  $d_s = \frac{d}{ds}$ .

Les équations des rayons ((3.20), (3.21) et (3.17)) sous forme adimensionnelle sont donc :

$$d_s \vec{x} = \frac{1}{N} (\vec{n} + \vec{M}) = \frac{\vec{C}_g}{c_0} \quad (3.24)$$

$$d_s \vec{k} = \frac{1}{N} (\overrightarrow{\text{grad}N} - \vec{k} \overrightarrow{\text{grad}M}) \quad (3.25)$$

$$N = \bar{k}(1 + \vec{M} \cdot \vec{n}) \quad (3.26)$$

### 3.1.4 Temps de propagation

Il faut ajouter l'équation différentielle sur le temps de propagation (Equation (3.27)) que l'on peut démontrer à l'aide de la relation entre le vecteur d'onde et la phase  $\Psi = \omega(\tau(\vec{r}) - t)$ .

$$d_c^t \tau = 1 \quad (3.27)$$

### 3.1.5 Calcul de l'amplitude du champ

Pour déterminer le terme dominant de l'amplitude du champ  $\Pi$ , on utilise la propriété de conservation de l'action d'onde le long du rayon. Pour cela, il faut calculer la section du tube de rayon. On choisit la méthode des géodésiques pour effectuer ce calcul [Candel, 1977a].

#### Equation de conservation

L'action d'onde ( $A_0 = \frac{\Pi^2}{\rho k c^3}$ ) contenue dans un paquet d'onde, ou un tube de rayon de section  $\delta a$ , est conservée le long de la trajectoire caractéristique du rayon. En utilisant

cette propriété, on détermine l'équation de conservation sous la forme :

$$\frac{\Pi^2 C_g \delta a(t)}{\rho k c^3} = C_s^2 \quad (3.28)$$

avec  $C_s$  une constante dépendant des valeurs initiales.

### Calcul de la section du tube de rayon $\delta a$

Afin d'utiliser l'équation (3.28), il faut calculer la variation de  $\delta a$  le long de chaque rayon. On utilise la méthode des géodésiques. Candel [1977a] montre que  $\delta a$  peut être mis en relation avec une section élémentaire du front d'onde  $\delta \Sigma$  :

$$\delta a = \delta \Sigma \frac{\vec{k} \cdot \vec{C}_g}{k C_g} = \delta \Sigma \cos(\vec{k}, \vec{C}_g) \quad (3.29)$$

Quant à  $\delta \Sigma$ , elle se déduit de :

$$\delta \Sigma = \vec{R}_\theta \wedge \vec{R}_\alpha \quad (3.30)$$

où  $\vec{R}_\theta$  et  $\vec{R}_\alpha$  sont appelés les éléments géodésiques du front d'onde (Figure 3.1).

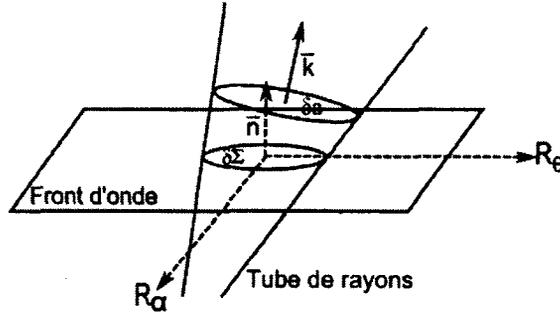


Figure 3.1 Espace géodésique du tube de rayon dans le plan du front d'onde

On les définit par :

$$\vec{R}_\theta = \left( \frac{\partial \vec{x}}{\partial \theta_0} \right)_{\alpha_0} \quad (3.31)$$

$$\vec{R}_\alpha = \left( \frac{\partial \vec{x}}{\partial \alpha_0} \right)_{\theta_0} \quad (3.32)$$

On définit aussi les conjugués des éléments géodésiques  $\vec{Q}_\theta$  et  $\vec{Q}_\alpha$  par :

$$\vec{Q}_\theta = \left( \frac{\partial \vec{k}}{\partial \theta_0} \right)_{\alpha_0} \quad (3.33)$$

$$\vec{Q}_\alpha = \left( \frac{\partial \vec{k}}{\partial \alpha_0} \right)_{\theta_0} \quad (3.34)$$

On obtient, après réarrangements des équations, un système de douze équations différentielles [Équations (3.35) et (3.36)].

$$\frac{dR_i}{c_0 dt} = \frac{1}{N\tilde{k}} [Q_i - n_i n_j Q_j] - \frac{n_i + n_j}{N^2} \cdot R_j \cdot \frac{\partial N}{\partial x_j} + \frac{1}{N} \cdot R_j \cdot \frac{\partial M_i}{\partial x_j} \quad i, j = 1, \dots, 3 \quad (3.35)$$

$$\frac{dQ_i}{c_0 dt} = \frac{1}{N} \left[ R_j \frac{\partial^2 N}{\partial x_i \partial x_j} - \tilde{k}_i \cdot \frac{\partial^2 M_i}{\partial x_i \partial x_j} \cdot R_j - Q_j \cdot \frac{\partial M_j}{\partial x_i} \right] - \frac{1}{N^2} \cdot R_j \cdot \frac{\partial N}{\partial x_j} \left[ \frac{\partial N}{\partial x_i} - \tilde{k}_i \cdot \frac{\partial M_j}{\partial x_i} \right] \quad (3.36)$$

La construction d'une solution géométrique du premier ordre se réduit donc à l'intégration d'un système de dix-neuf équations différentielles (six décrivant le rayon (3.25 et 3.26), douze fournies par  $\delta\Sigma$  (3.35 et 3.36) et l'équation du temps de propagation (3.27)).

### 3.1.6 Conditions initiales

Afin de résoudre complètement le système d'équations décrit précédemment, il faut déterminer les conditions initiales du problème.

Considérons le cas d'une source ponctuelle définie par :

$$q(\vec{x}, \omega) = -A\delta(\vec{x} - \vec{x}_0)e^{-i\omega t} \quad (3.37)$$

La source est prise comme origine des phases, ainsi les données initiales sont :

$$\vec{x} = \vec{x}_0 \quad (3.38)$$

$$\Psi = 0 \quad (3.39)$$

Tous les rayons émanent du point source donc l'amplitude du vecteur d'onde initial est donnée par l'équation iconale adimensionnée (3.26) et sa direction est donnée par les angles sphériques  $\theta_0$  et  $\alpha_0$  du rayon.

Le vecteur d'onde est alors donné par :

$$\vec{k} = \frac{N_0}{1 + \vec{n}_0 \vec{M}_0} \cdot \vec{n}_0 \quad (3.40)$$

avec  $\vec{n}_0 = f(\cos\theta_0, \cos\alpha_0 \cdot \sin\theta_0, \sin\alpha_0 \cdot \sin\theta_0)$ .

On cherche les conditions initiales sur les géodésiques :

Pour  $\vec{x}$  proche de l'origine, on trouve après un développement aux limites :

$$\vec{R}_\theta(0) = \vec{R}_\alpha(0) = \vec{0}$$

Après calculs et développements limités de  $\vec{k}$ , on a :

$$\begin{aligned} Q_\theta^1(0) &= f_\theta^0 \cos\theta_0 - \tilde{k}_0 \sin\theta_0 \\ Q_\theta^2(0) &= f_\theta^0 \sin\theta_0 \cos\alpha_0 + \tilde{k}_0 \cos\theta_0 \cos\alpha_0 \\ Q_\theta^3(0) &= f_\theta^0 \sin\theta_0 \sin\alpha_0 + \tilde{k}_0 \cos\theta_0 \sin\alpha_0 \\ Q_\alpha^1(0) &= f_\alpha^0 \cos\theta_0 \\ Q_\alpha^2(0) &= f_\alpha^0 \sin\theta_0 \cos\alpha_0 - \tilde{k}_0 \sin\theta_0 \sin\alpha_0 \\ Q_\alpha^3(0) &= f_\alpha^0 \sin\theta_0 \sin\alpha_0 + \tilde{k}_0 \sin\theta_0 \cos\alpha_0 \end{aligned} \quad (3.41)$$

avec :

$$\begin{aligned} f_\theta^0 &= (M_1 \sin\theta_0 - M_2 \cos\theta_0 \cos\alpha_0 - M_3 \cos\theta_0 \sin\alpha_0) \frac{\tilde{k}_0}{N^2} \\ f_\alpha^0 &= (M_2 \sin\theta_0 \sin\alpha_0 - M_3 \sin\theta_0 \cos\alpha_0) \frac{\tilde{k}_0}{N^2} \end{aligned} \quad (3.42)$$

Il reste à déterminer la constante d'amplitude  $C_s$ .

Par définition,  $\delta a(0)$  est nul à la source. On approxime donc le vecteur d'onde,  $Q_\theta$  et  $Q_\alpha$  par leurs valeurs initiales décrites plus haut et on trouve [Atalla, 1991] :

$$C_s(\theta_0, \alpha_0) = \frac{A}{4\pi C_g K N \sqrt{1 - M^2 \sin^2 \Theta}} \sqrt{\frac{|\sin\theta_0| \kappa_0 c_0}{\rho(\vec{x}_0) c(\vec{x}_0)}} \quad (3.43)$$

avec A l'amplitude de la source,  $\kappa_0 = \frac{\omega}{c_0}$  et :

$$\sin\Theta = 1 - \left[ \frac{c}{C_g} \left( \frac{\vec{n}_0 M_0}{M_0} + M_0 \right) \right]^2 \quad (3.44)$$

On reporte ensuite ce résultat dans l'équation (3.28) pour déterminer  $\Pi$ .

### 3.1.7 Réflexions sur les surfaces courbes

On définit :  $\vec{n}_r$  le vecteur unitaire du rayon réfléchi,  $\vec{n}_i$  le vecteur unitaire du rayon incident et  $\vec{n}_s$  le vecteur normal à la surface réfléchissante dirigé vers le milieu contenant l'onde incidente (Figure 3.2).

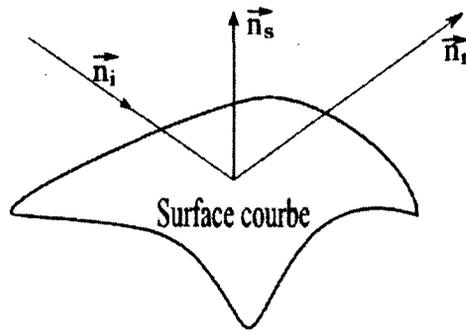


Figure 3.2 Rayon réfléchi sur une surface courbe

Atalla [1991] a montré que les quantités réfléchies s'écrivent en fonction des quantités incidentes telles que :

$$\vec{n}_r = \vec{n}_i - 2(\vec{n}_i \cdot \vec{n}_s)\vec{n}_s \quad (3.45)$$

$$\vec{k}_r = \vec{k}_i - 2(\vec{k}_i \cdot \vec{n}_s)\vec{n}_s \quad (3.46)$$

Les éléments géodésiques valent alors :

$$\vec{R}_r = \vec{R}_i - 2(\vec{R}_i \cdot \vec{n}_s)\vec{n}_s \quad (3.47)$$

$$\vec{Q}_r = \vec{Q}_i - 2(\vec{Q}_i \cdot \vec{n}_s)\vec{n}_s - 2\vec{k}_i \cdot \frac{\partial \vec{n}_s}{\partial X_i} \cdot \vec{n}_s \cdot \left[ \vec{R}_i - \frac{\vec{n}_s \cdot \vec{R}_i}{\vec{n}_s \cdot \vec{n}_i} \vec{n}_i \right] \quad (3.48)$$

La courbure de la surface est prise en compte dans le dernier terme de l'équation (3.48).

On reconnaît en particulier dans ce terme la matrice de courbure du front d'onde :  $\frac{\partial \vec{n}_s \cdot \vec{n}_s}{\partial X_i}$  qui est donnée pour les cas du cylindre et de la sphère dans le chapitre de validations numériques.

Dans le cas d'une surface plane, ce terme s'annule.

Dans la suite de ce mémoire, les résultats numériques suppose des surfaces réfléchissantes planes, cylindriques ou sphériques. On peut cependant généraliser à toute courbure.

Actuellement dans le code, on utilise un maillage plan des géométries, ainsi le point de réflexion (intersection entre le rayon et la surface) est au niveau de cette surface plane. Ces éléments plans peuvent être décrits avec une courbure cependant, il faut faire attention à la position du point de réflexion qui devra être sur la courbure de l'élément.

## 3.2 Approximation paraxiale (PRA)

La détermination des angles de tir est une procédure coûteuse et difficile à implémenter, c'est pourquoi on utilisera la méthode paraxiale (PRA) qui évalue le temps de propagation et l'amplitude de l'onde pour un voisinage du rayon. Cela permet ainsi de s'acquitter de la précision des angles de tir. Cette méthode équivaut à faire un développement limité en série de Taylor de l'amplitude et du temps de propagation pour un point au voisinage du rayon.

Soit  $\vec{x}_r$  un point sur le rayon et  $\vec{x}$  un point du voisinage de  $\vec{x}_r$  (Figure 3.3).

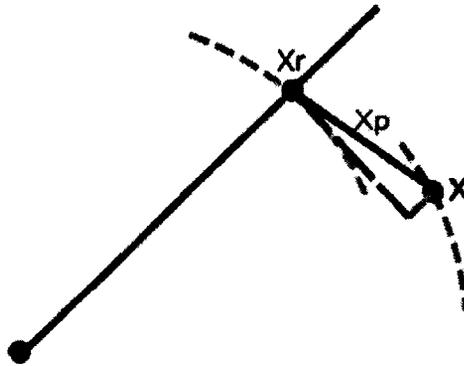


Figure 3.3 Méthode paraxiale

On effectue un développement limité au second ordre en série de Taylor du temps de propagation :

$$\tau(\vec{x}, t) = \tau(\vec{x}_r, t) + \vec{x}_p \cdot \overrightarrow{\text{grad}}\tau(\vec{x}, t) + \frac{1}{2} \vec{x}_p \cdot \overline{\overline{\text{grad}(\text{grad}\tau(\vec{x}, t))}} \cdot \vec{x}_p \quad (3.49)$$

avec  $\vec{x}_p = \vec{x} - \vec{x}_r$

La méthode paraxiale fait l'hypothèse que l'amplitude est constante dans le voisinage de  $\vec{x}_r$ .

On définit la matrice de courbure du front d'onde par :

$$\overline{\overline{W}} = \overline{\overline{\text{grad}(\text{grad}\tau(\vec{x}, t))}} \quad (3.50)$$

L'équation (3.49) s'écrit alors :

$$\tau(\vec{x}, t) = \tau(\vec{x}_r, t) + \vec{x}_p \cdot \overrightarrow{\text{grad}}\tau(\vec{x}, t) + \frac{1}{2} \vec{x}_p \cdot \overline{\overline{W}} \cdot \vec{x}_p \quad (3.51)$$

Le champ de pression au point  $\vec{x}$  vaut alors :

$$\Pi(\vec{x}, \omega) = \Pi_0(\vec{x}, \omega) e^{i\omega(\tau(\vec{x}_p, t) + \vec{x}_p \cdot \overrightarrow{\text{grad}}\tau(\vec{x}, t) + \frac{1}{2}\vec{x}_p \cdot \overline{\overline{W}} \cdot \vec{x}_p)} \quad (3.52)$$

Il suffit alors d'exprimer  $\vec{x}_p \cdot \overrightarrow{\text{grad}}\tau(\vec{x}, t)$  et  $\overline{\overline{W}}$  en fonction des grandeurs du rayon déjà connues en utilisant l'équation iconale (3.17).

$$\vec{x}_p \cdot \overrightarrow{\text{grad}}\tau(\vec{x}, t) = \frac{\vec{x}_p \cdot \vec{k}_r}{c_0} \quad (3.53)$$

On pose :  $s$  la longueur de l'arc du rayon,

$$\overline{\overline{A}} = \left( \frac{d\vec{x}_p}{ds}, \vec{R}_\theta, \vec{R}_\alpha \right) \quad (3.54)$$

$$\overline{\overline{B}} = \frac{1}{c_0} \left( \frac{d\vec{k}_r}{ds}, \vec{Q}_\theta, \vec{Q}_\alpha \right) \quad (3.55)$$

On peut montrer que  $\overline{\overline{W}} = \overline{\overline{B}} \cdot \overline{\overline{A}}^{-1}$ .

La méthode paraxiale est valable si  $\frac{1}{2}(x_p K_W)^2 \ll 1$  avec  $x_p$  distance d'interpolation et  $K_W$  rayon de courbure du front d'onde [Atalla et Glegg, 1992].

### 3.3 Hypothèses et limitations de la méthode géométrique

- Méthode moyennes et hautes fréquences et limitée dans les milieux très dispersifs (dû à de forts gradients). Le domaine fréquentiel diminue quand l'écoulement augmente [Candel, 1976]. L'hypothèse principale est de vérifier que la longueur d'onde varie peu devant la longueur caractéristique du milieu définie par  $l_0 = \min \left( \left| \frac{c_0}{\text{grad}c} \right|, \left| \frac{v_e}{\text{grad}v} \right| \right)$  où  $v_e$  et  $c_0$  sont respectivement la vitesse moyenne du fluide et la célérité de référence du milieu et  $\overrightarrow{\text{grad}c}$  et  $\overrightarrow{\text{grad}v}$  leurs gradients maximaux.
- La condition de Fresnel doit être respectée. La distance maximale entre le point source et l'observateur ne doit pas dépasser le rapport entre  $l_0^2$  et la longueur d'onde.
- Pas de prise en compte de la diffraction
- Manque de précision dans des zones singulières nommées *caustiques* où l'amplitude devient infinie. Il existe cependant une méthode utilisant les rayons gaussiens qui évite ces effets [Atalla, 1991]

### 3.4 Conclusion

La méthode d'acoustique géométrique couplée à la méthode paraxiale s'avère être un outil de prédiction rapide et puissant. Il suffit de résoudre un système de 19 équations différentielles pour déterminer toutes les caractéristiques d'une onde durant toute sa propagation. De plus, l'implémentation numérique est aisée et l'on peut visualiser la propagation acoustique.



# CHAPITRE 4

## Validations numériques

### 4.1 Implémentation numérique

Le code est développé sous Matlab. Il permet de calculer le niveau de pression sonore dû à une source ponctuelle avec une directivité donnée en tenant compte des géométries en présence sur le chemin de propagation. Il suppose un milieu homogène, sans mouvement d'entraînement. Il peut aussi considérer le cas d'une source linéique ou bien de plusieurs sources.

Les surfaces sont discrétisées en éléments plans, triangulaires ou quadrangulaires rigides.

Les rayons sont arrêtés dans une sphère de réception autour de la source ou du microphone (principe de réciprocité) telle que le rayon de cette sphère respecte les critères de la méthode paraxiale afin d'extrapoler le champ du point de réception au champ sonore recherché.

Les cas représentés ici sont des cas de validation académiques et permettent de tester les validations les plus caractéristiques du code (réflexion sur surface plane (mur), courbe (cylindre), code 3D (plaque, sphère), plusieurs réflexions (empennage), approximation paraxiale, champ lointain, champ proche...).

## 4.2 Cas 2D

### 4.2.1 Cas du mur rigide

On place une source linéique  $S$  (maillage de sources ponctuelles) au dessus d'un mur rigide infini (voir figure 4.1) et on veut déterminer le niveau de pression en un point de l'espace  $M$ . L'hypothèse du mur infini nous permet d'étudier le cas en 2 dimensions.

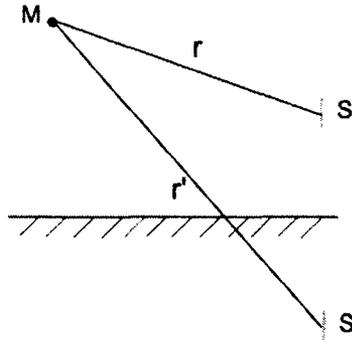


Figure 4.1 Géométrie du problème

#### Solution analytique

On utilise la méthode des sources images pour avoir la solution exacte.  $S'$  étant la source image de la source  $S$  par rapport au mur infini rigide.

Ici, on s'intéresse au cas d'une source cohérente placée en  $(x_S, y_S)$ .

$$r = \sqrt{(x - x_S)^2 + (y - y_S)^2} \quad (4.1)$$

$$r' = \sqrt{(x - x_S)^2 + (y + y_S)^2} \quad (4.2)$$

$$p(M) = \frac{1}{4\pi} \frac{e^{jkr}}{r} + \frac{1}{4\pi} \frac{e^{jkr'}}{r'} \quad (4.3)$$

On maille ( $N = 200$ ) la source de façon identique dans le cas analytique (sources images) et le cas géométrique (méthode des rayons).

#### Méthode des rayons

On utilise le principe de réciprocité. On tire les rayons du microphone (point de réception) et on les arrête quand ils arrivent à la source linéique  $S$  (segment vert) cf figure 4.2. On n'utilise pas l'approximation paraxiale dans ce cas. Environ 300 rayons ont été tirés.

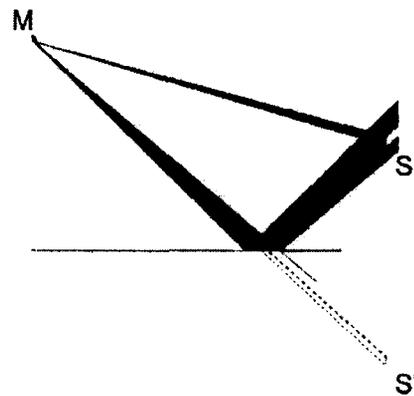


Figure 4.2 Visualisation des rayons directs et réfléchis sur le mur (source linéique)

La moyenne sur tiers d'octave est faite à l'aide de la méthode des trapèzes. On mesure le niveau de pression sonore (Sound Pressure Level) en prenant une pression de référence de  $20 \times 10^{-6}$  Pa (Figure 4.3).

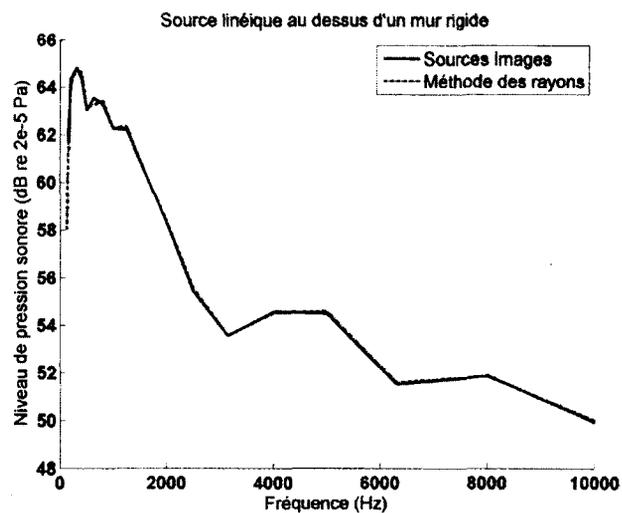


Figure 4.3 Niveau de pression sonore en dB par la méthode des sources images et la méthode des rayons pour le cas d'une source linéique au dessus d'un mur rigide

La méthode des rayons converge bien vers la solution analytique.

Dans le cas d'une source ponctuelle (Figure 4.4), les deux méthodes convergent tout aussi bien (Figure 4.5). Il n'y a pas de moyennes sur tiers d'octave.

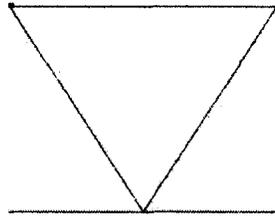


Figure 4.4 Visualisation des rayons direct et réfléchi sur le mur (source ponctuelle)

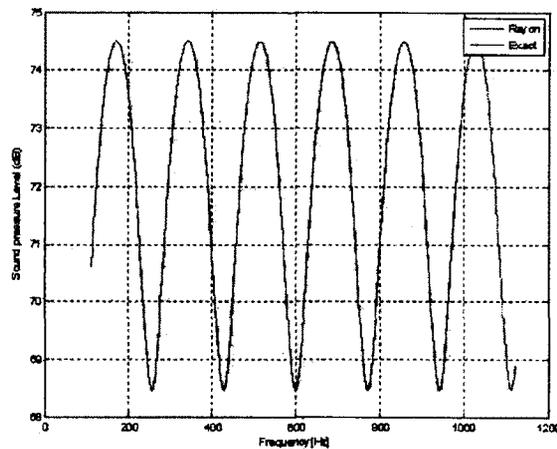


Figure 4.5 Niveau de pression sonore en dB re.  $20 \times 10^{-6}$  Pa par la méthode des sources images (en bleu) et la méthode des rayons (en rouge) pour le cas d'une source ponctuelle au dessus d'un mur rigide

### 4.2.2 Cas du cylindre

#### Champ lointain

**Méthode modale** On utilise le modèle mathématique de James [1981]. Un cylindre infini occupe l'espace  $r < a$ . Une source de type monopôle est placée à l'extérieur du cylindre en  $(x_0, 0, 0)$  et l'observateur en champ lointain (voir Figure 4.6). La variation temporelle est en  $e^{-j\omega t}$  et sera sous-entendue par la suite.

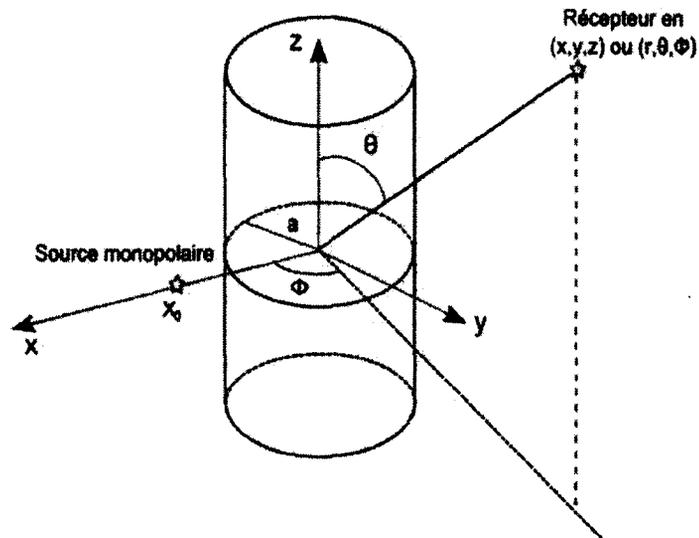


Figure 4.6 Position de la source et du receveur

#### Champ libre

La pression rayonnée par la source de type monopôle en champ libre est :

$$P_d(R_0, \theta, z) = P_0 \frac{e^{jkR_0}}{R_0} \quad (4.4)$$

avec  $R_0^2 = (x - x_0)^2 + y^2 + z^2$

On utilise une transformation de Fourier afin d'obtenir sa forme intégrale :

$$P_d(r, \phi, z) = \frac{jP_0}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} H_0(r_0 \sqrt{k^2 - \alpha^2}) e^{j\alpha z} d\alpha \quad (4.5)$$

avec  $H_n$  la fonction de Hankel ( $H_n = J_n + jY_n$ ) d'ordre  $n$  et  $r_0^2 = (x - x_0)^2 + y^2 = r^2 + x_0^2 - 2rx_0 \cos(\phi)$ .

On note  $\beta^2 = k^2 - \alpha_0^2$  avec  $Im(\beta) > 0$  (condition de rayonnement)

On utilise les propriétés des fonctions de Bessel et on trouve pour  $r > x_0$  :

$$P_d(r, \phi, z) = \frac{jP_0}{2} \sum_{n=0}^{\infty} e_n \cos(n\phi) \int_{-\infty}^{+\infty} J_n(\beta x_0) H_n(\beta r) e^{j\alpha z} d\alpha \quad (4.6)$$

avec  $e_n = 1$  si  $n=0$  et 2 sinon.

Si  $r < x_0$ , il suffit d'inverser  $r$  et  $x_0$ .

### Effet de la présence du cylindre

On se place en champ lointain donc  $r \gg a$ .

La pression totale est la somme de la pression directe et de la pression réfléchie

$$P_t(r, \phi, z) = P_d(r, \phi, z) + P_r(r, \phi, z) \quad (4.7)$$

La pression réfléchie (ondes cylindriques) a une transformation de Fourier de la forme :

$$P_r(r, \phi, z) = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \cos(n\phi) \int_{-\infty}^{+\infty} a_n(\alpha) H_n(\beta r) e^{j\alpha z} d\alpha \quad (4.8)$$

On a alors :

$$P_t(r, \phi, z) = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \cos(n\phi) \int_{-\infty}^{+\infty} b_n(\alpha) H_n(\beta r) e^{j\alpha z} d\alpha \quad (4.9)$$

avec  $b_n(\alpha_0) = a_n(\alpha) + \pi j P_0 e_n J_n(\beta x_0)$ .

On passe des coordonnées cylindriques aux coordonnées sphériques et dans le cas d'une surface rigide, on trouve :

$$P_t(r, \theta, \phi) = \frac{-j e^{jkr}}{\pi r} \sum_{n=0}^{\infty} b_n(\alpha_0) (-j)^n \cos(n\phi) \quad (4.10)$$

avec  $b_n(\alpha_0) = -\pi P_0 e_n \frac{J_n(\beta x_0) Y_n'(\beta a) - J_n'(\beta a) Y_n(\beta x_0)}{H_n'(\beta a)}$  et  $\beta^2 = k^2 - \alpha_0^2$  et  $\alpha_0 = k \cos(\theta)$ .

**Méthode des rayons** Le cylindre est de rayon  $a=1$  m et la source est en  $\frac{x}{a} = 1.2$  (voir figure 4.7). L'observateur est en champ lointain, l'effet de courbure est donc ici négligé. L'observateur est placé en  $(\theta = 90^\circ, \phi = 0^\circ)$  pour simuler un écho puis en  $(\theta = 90^\circ, \phi = 30^\circ)$ .

Comme l'on se place dans le plan perpendiculaire à l'axe de révolution du cylindre, on maille un cercle. Nous avons choisi un nombre de points importants (2000) afin que l'approximation par des éléments plans ne soit pas trop préjudiciable.

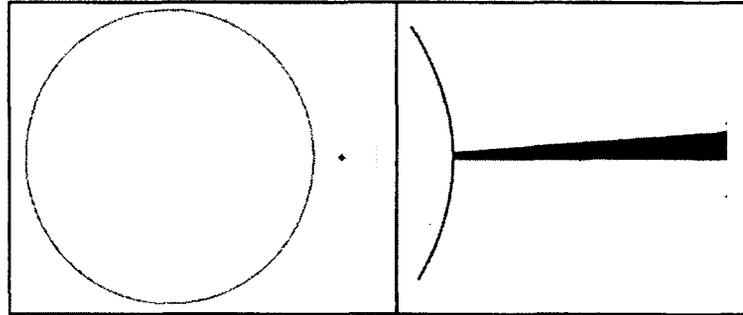


Figure 4.7 Visualisation du tir de rayons sur un cylindre,  $\theta = 90^\circ$ ,  $\phi$  variant. Les angles sont décrits sur la figure 4.6

On calcule la pression totale sur la pression que l'on aurait en champ libre  $\frac{\|P_t\|}{\|P_d\|}$ .

Dans le cas de l'écho, on s'aperçoit que les deux méthodes donnent des résultats identiques (Figure 4.8).

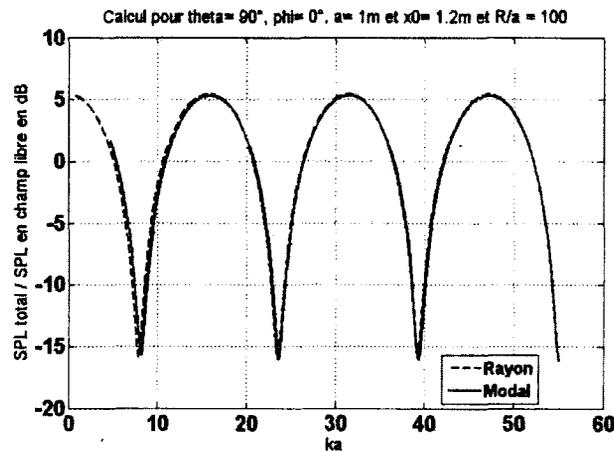


Figure 4.8 Niveau de pression sonore dans le cas du cylindre ( $\theta = 90^\circ$ ,  $\phi = 0^\circ$ )

De même, dans le cas où  $\phi = 30^\circ$  (Figure 4.9), les courbes se superposent aussi.

### Champ proche

Il a fallu implémenter dans le code les réflexions sur une surface courbe [Atalla, 1991].

Pour un cylindre en 2D de rayon  $r$ , par exemple si on veut la normale orientée vers l'extérieur du cylindre : L'équation de la surface du cylindre étant :  $x^2 + y^2 = r^2$  La normale vaut donc suivant  $x$  et  $y$  :  $n_x = \frac{x}{r}$  et  $n_y = \frac{y}{r}$ .

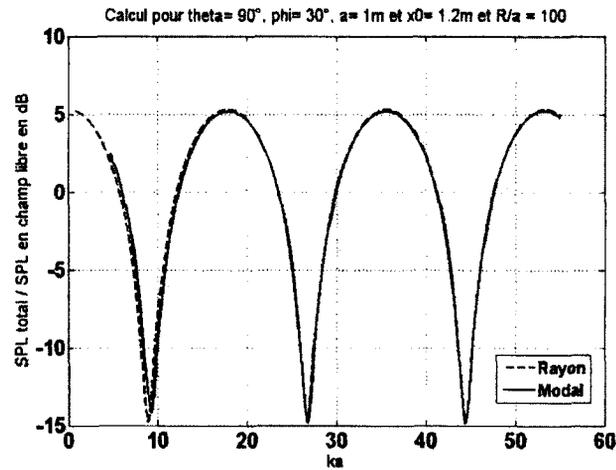


Figure 4.9 Niveau de pression sonore dans le cas du cylindre ( $\theta = 90^\circ$ ,  $\phi = 30^\circ$ )

La matrice de courbure s'écrit ici :

$$\begin{pmatrix} \frac{dn_x}{dx} & \frac{dn_x}{dy} \\ \frac{dn_y}{dx} & \frac{dn_y}{dy} \end{pmatrix} \quad (4.11)$$

c'est-à-dire :

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{r} \left(1 - \frac{x^2}{r^2}\right) & -\frac{xy}{r^3} \\ -\frac{xy}{r^3} & \frac{1}{r} \left(1 - \frac{y^2}{r^2}\right) \end{pmatrix} \quad (4.12)$$

Nous avons utilisé la méthode décrite par Pierce [1981] afin de tester la réflexion sur une surface courbe (méthode basée aussi sur l'acoustique géométrique).

Le cylindre est de rayon  $a=1$  m et la source est en  $R/a = 1.2$  m et fait un angle de  $30^\circ$  avec l'axe x. L'observateur est en  $(x = 3$  m,  $y = 0$  m,  $z = 0$  m) (voir figure 4.10).

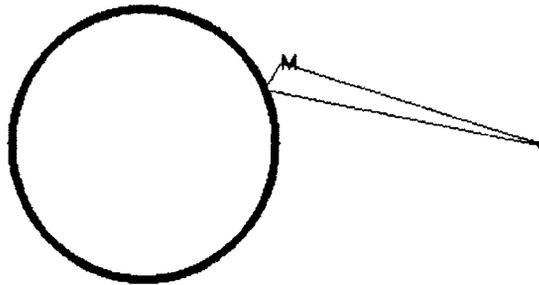


Figure 4.10 Géométrie du tir sur un cylindre en champ proche,  $\theta = 90^\circ$ ,  $\phi = 30^\circ$ , plan  $xy$

La théorie de Pierce et la méthode des rayons donnent des courbes qui se superposent sur le cas traité à la figure 4.11 avec ou non prise en considération de la courbure.

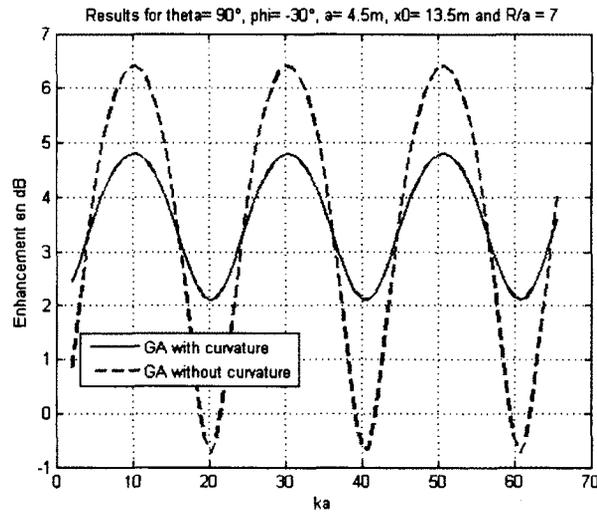


Figure 4.11 Niveau de pression sonore dans le cas du cylindre ( $\theta = 90^\circ$ ,  $\phi = 30^\circ$ ) avec prise en compte (rouge) ou non (bleue) de la courbure suivant la théorie de Pierce ou la méthode des rayons

On peut voir (figure 4.12) que la courbure introduit une diminution de l'amplitude dans les deux méthodes de calcul (théorie de Pierce et algorithme des rayons donnent des courbes superposées).

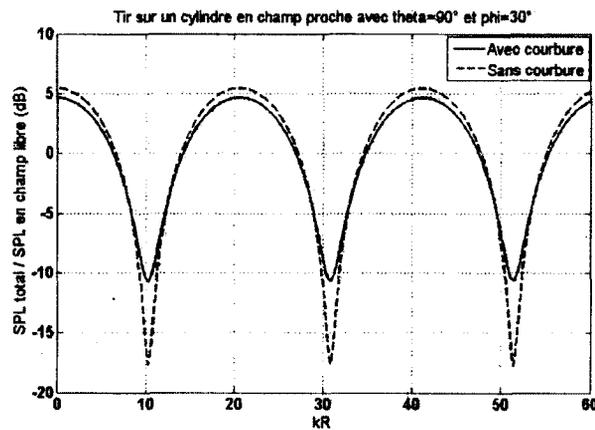


Figure 4.12 Tir sur un cylindre avec prise en compte ou non de la courbure du cylindre

La réflexion sur surfaces courbes est donc validée ainsi que le code en champ proche.

## 4.3 Cas 3D

### 4.3.1 Cas d'une aile

On se place ici dans un cas 3D. L'aile est décrite par deux éléments triangulaires coplanaires, on peut assimiler l'aile à une plaque rigide. La source en  $[-1; 0; 1]$  et le microphone en  $[1; 0; 1]$  sont situés du même côté de l'aile (plan  $z = 0$ ) afin de vérifier la validité de la réflexion sur les éléments triangulaires (voir Figure 4.13).

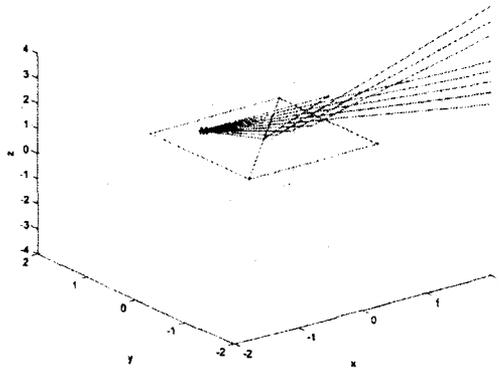


Figure 4.13 Tir sur une plaque rigide

On valide à nouveau les résultats avec la méthode des sources images comme le montre la figure 4.14.

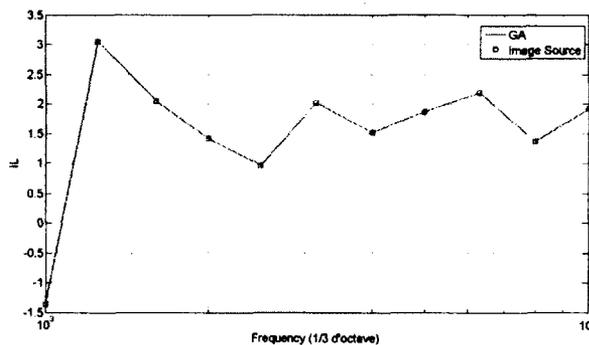


Figure 4.14 Evolution de la perte par insertion dans le cas de la réflexion sur une plaque rigide

L'aile augmente donc le bruit perçu au microphone comme nous pouvions nous y attendre. La réflexion sur un élément triangulaire est donc validée par la méthode des sources images.

### 4.3.2 Cas de la sphère

#### Solution analytique

On se place dans le repère sphérique  $(R, \theta, \phi)$  (Figure 4.15).

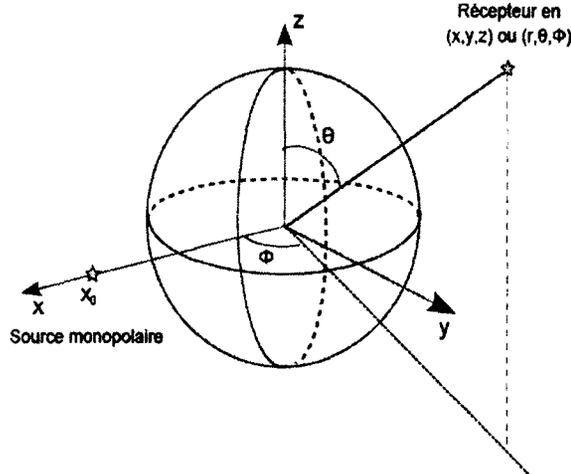


Figure 4.15 Géométrie du problème

On utilise la théorie de Junger et Feit [1972]. La distribution de l'accélération normale à la surface de la sphère est exprimée comme une série de polynôme de Legendre  $P_n^m$  :

$$\ddot{w}(\theta, \phi) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \ddot{W}_{mn} P_n^m(\cos \theta) \cos(m\phi) \quad (4.13)$$

Pour une onde plane incidente (source loin), seul le terme  $m = 0$  doit être retenu. Pour cela, on décrit la pression incidente comme :

$$p_i(R, \theta) = P_i \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) i^n P_n(\cos \theta) j_n(kR) \quad (4.14)$$

avec  $j_n$  fonction de Bessel sphérique de première espèce et  $P_i = \frac{e^{ikR}}{4\pi R}$

La distribution de l'accélération correspondante vaut :

$$\ddot{w}_{s\infty}(\theta) = -\dot{w}_i(\theta) = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p_i(R, \theta)}{\partial R} \quad (4.15)$$

En  $R=a$ ,

$$\ddot{w}_{s\infty}(\theta) = \frac{kP_i}{\rho} \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) i^n P_n(\cos \theta) j_n'(ka) \quad (4.16)$$

En comparant 4.13 et 4.16, on identifie les coefficients :

$$\begin{aligned}\ddot{W}_{0n} &= \frac{kP_i}{\rho}(2n+1)i^n j'_n(ka) \\ \ddot{W}_{mn} &= 0 \text{ si } m > 0\end{aligned}\quad (4.17)$$

La pression réfléchie vaut :

$$p(R, \theta, \phi) = -\frac{\rho}{k} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \ddot{W}_{mn} P_n^m(\cos \theta) \cos(m\phi) \frac{h_n(kR)}{h'_n(ka)} \quad (4.18)$$

avec  $h_n$  fonction de Hankel. On remplace les coefficients (4.17) dans (4.18) :

$$p_{s\infty}(R, \theta) = -P_i \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1)i^n P_n(\cos \theta) \frac{j'_n(ka)}{h'_n(ka)} h_n(kR) \quad (4.19)$$

En  $\theta = \pi$ ,  $P_n = (-1)^n$ , la pression réfléchie en champ lointain vaut alors :

$$p_{s\infty}(R, \pi) = -P_i \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1)i^n (-1)^n \frac{j'_n(ka)}{h'_n(ka)} h_n(kR) \quad (4.20)$$

### Méthode des rayons

La matrice de courbure 3D vaut ici :

$$-\begin{pmatrix} \frac{1}{r} \left(1 - \frac{x^2}{r^2}\right) & \frac{xy}{r^3} & \frac{xz}{r^3} \\ \frac{xy}{r^3} & \frac{1}{r} \left(1 - \frac{y^2}{r^2}\right) & -\frac{yz}{r^3} \\ \frac{xz}{r^3} & -\frac{yz}{r^3} & \frac{1}{r} \left(1 - \frac{z^2}{r^2}\right) \end{pmatrix}$$

En champ lointain, nous pouvons voir sur la figure 4.16 que la solution modale converge vers la solution géométrique en hautes fréquences ( $R/a = 300$  ici).

En champ proche, on vérifie à nouveau que les réflexions sur surfaces courbes sont validées grâce à la théorie géométrique décrite par Pierce [1981]. Les courbes avec ou non prise en compte de la courbure de la sphère entre la théorie de Pierce et la méthode des rayons se superposent (Figure 4.17).

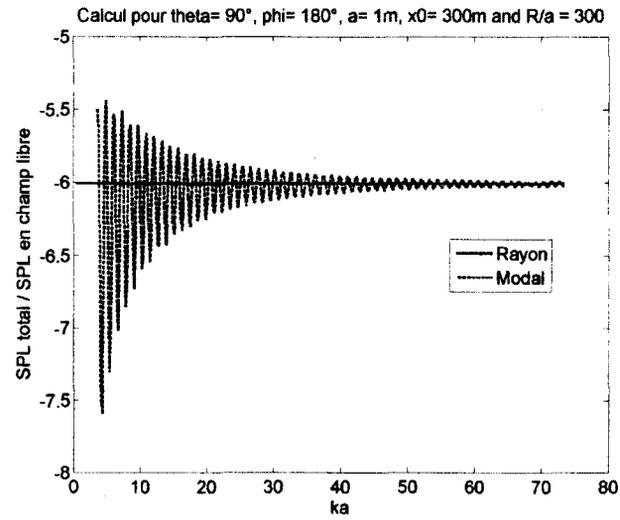


Figure 4.16 Comparaison entre la méthode analytique et la méthode des rayons pour le cas d'une sphère avec une source ponctuelle

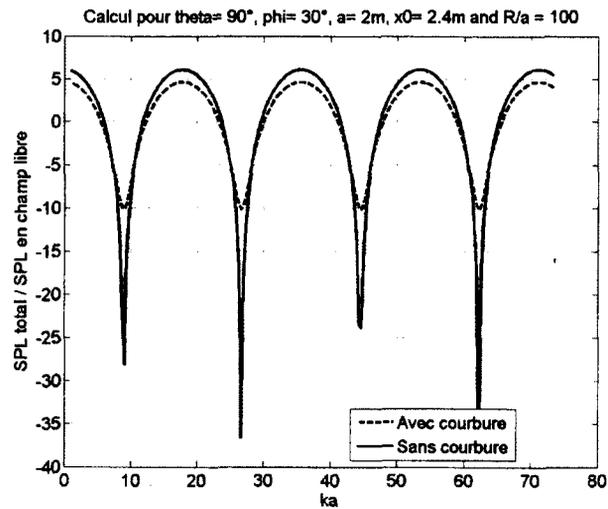


Figure 4.17 Pression totale/ Pression en champ libre pour  $\phi = 30^\circ$

### 4.3.3 Cas de l'empennage

On se place ici dans un cas où la source est située à proximité de l'empennage d'un avion. L'empennage est représenté par deux plaques maillées chacune par deux éléments triangulaires. 4 microphones sont placés en champ lointain dans un plan représentant le sol. On tire les rayons de ces microphones et on les arrête à la source pour avoir des cônes d'angles de tirs plus petits (Figure 4.18).

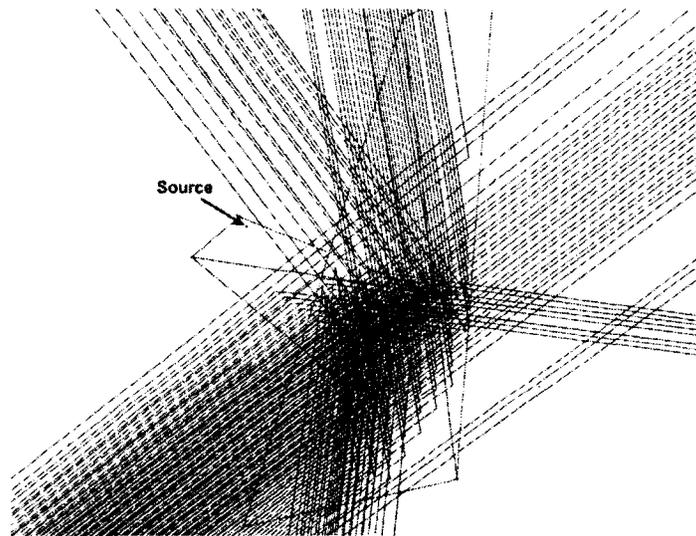


Figure 4.18 Tir sur l'empennage

Cet exemple permet de traiter un cas plus réaliste avec double réflexions que nous pouvons observer sur la figure 4.19 où seuls les rayons convergents sont représentés.

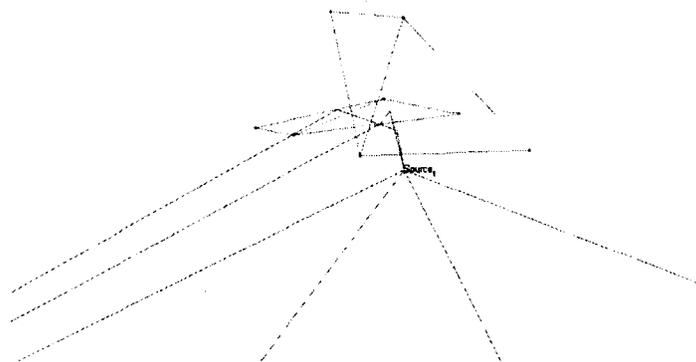


Figure 4.19 Visualisation de la double réflexion

Il est aussi validé à l'aide de la méthode des sources images. Aux microphones 2, 3 et 4 seul le rayon direct converge. Au microphone 1, trois rayons convergent : le direct et deux subissant une double réflexion, nous pouvons voir les interférences sur la figure 4.20.

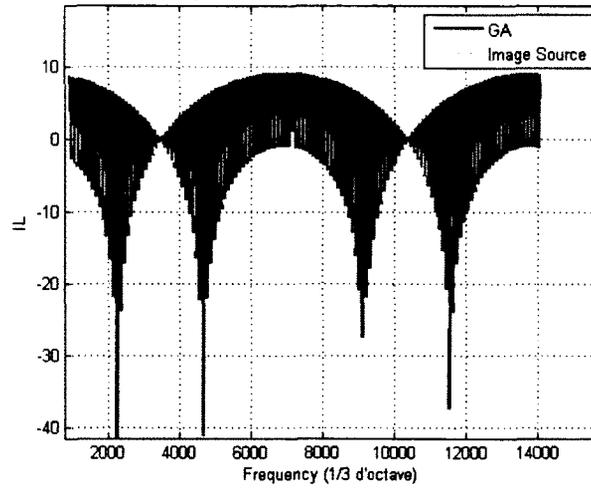


Figure 4.20 Atténuation due à l'empennage

## 4.4 Méthode Paraxiale

### 4.4.1 Rayon direct

Un microphone  $M$  est situé à 100 m d'une source ponctuelle monopolaire  $S$ . Le point  $P$  situé à 105 m de  $S$  (Figure 4.21). On cherche à valider la reconstruction de la phase par la méthode paraxiale (l'amplitude est supposée constante au voisinage du point).

Le critère de validité  $(\frac{1}{2} (x_p * K_w)^2 = \frac{1}{2} (5 * \frac{1}{100})^2 = 0.00125 \ll 1)$  décrit plus tôt est bien validé.

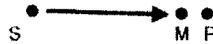


Figure 4.21 Rayon Direct

On calcule la phase du rayon direct en  $M$  par le code des rayons (courbe bleue). Puis, la phase du rayon direct en  $P$  théoriquement (courbe noire) et à partir de celle obtenue en  $M$  par le code des rayons est extrapolée en  $P$  via la méthode paraxiale (courbe rouge pointillée).

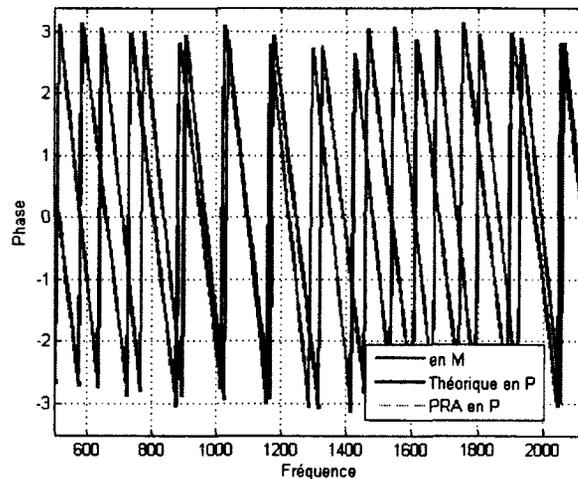


Figure 4.22 Phases théoriques et phases calculées avec ou sans la méthode paraxiale (en rad) suivant la fréquence (en Hz)

On s'aperçoit que la méthode paraxiale fonctionne très bien pour le calcul de la phase, les courbes rouge et noire sont superposées.

### 4.4.2 Une réflexion

La géométrie utilisée est décrite dans la figure 4.23 :

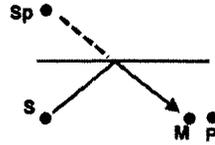


Figure 4.23 Géométrie du test de la méthode paraxiale avec une réflexion

On place la source à l'origine et le mur 20 m plus haut. De même que pour le cas direct, le microphone est situé à 100 m de la source et le point d'interpolation à 105 m. La méthode utilisée pour valider les niveaux de pression sonore est la théorie des sources images. Les pressions du rayon direct et du rayon réfléchi sont sommées de façon cohérente. La courbure du front d'onde est calculée en utilisant le champ total (direct + réfléchi).

On trouve :

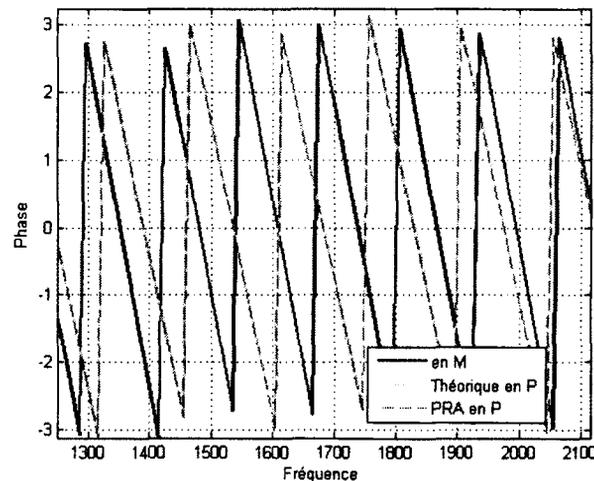


Figure 4.24 Phases théoriques et phases calculées avec ou sans la méthode paraxiale (en rad) suivant la fréquence (en Hz)

Encore une fois, la phase de la pression totale (direct+réfléchi) est bien extrapolée (les courbes cyan et rouge (pointillés) sont superposées).

### 4.4.3 Plusieurs réflexions

Cette fois-ci, on place la source entre deux murs (l'un 20 m au dessus et l'autre 20 m en dessous) comme décrit figure 4.25. On ne prend en compte que le rayon direct et le rayon qui subit deux réflexions.

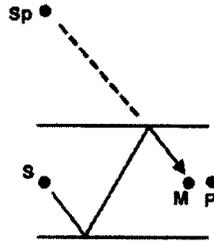


Figure 4.25 Géométrie du test de la méthode paraxiale avec une double réflexion

Les phases sont alors (Figure 4.26) :

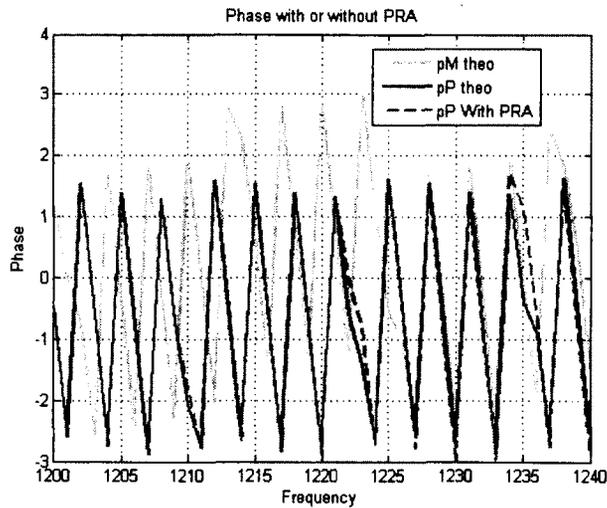


Figure 4.26 Phases théoriques et phases calculées avec ou sans la méthode paraxiale (en rad) suivant la fréquence (en Hz)

La phase théorique en P et celle interpolée en P à partir de M sont toujours semblables (superposition des courbes bleues et rouges).

#### 4.4.4 Taille de la sphère de réception

On utilise le cas de deux murs formant un coin pour valider que la méthode paraxiale permet une taille de sphère de réception plus grande et donc un temps de calcul moins important. Ce cas est décrit géométriquement dans la figure 4.27.

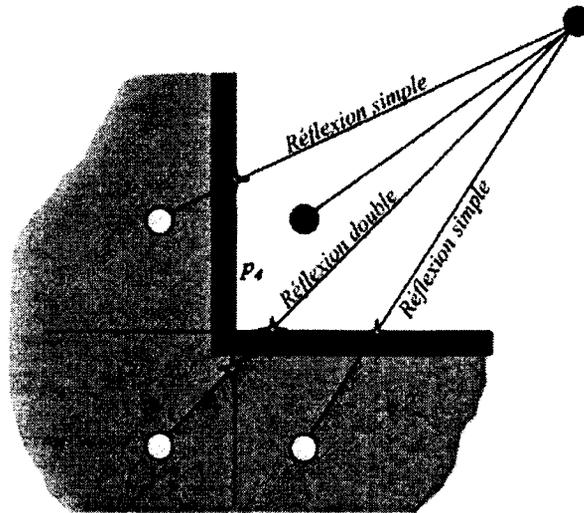


Figure 4.27 Rayons direct et réfléchis dans le cas du coin

La source est en  $[200; 400; 0]$  et le microphone en  $[50; 100; 0]$ . Les murs sont les plans  $x = 0$  et  $y = 0$  cf figure 4.28.

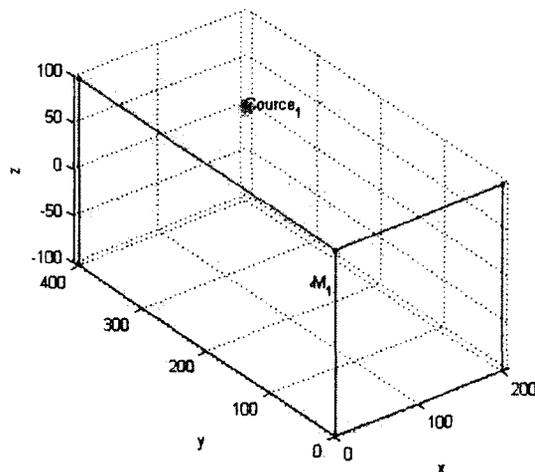


Figure 4.28 Cas du coin

Les diamètres de la sphère de réception choisis sont : 30, 15 et 8.

On compare les résultats (Figures 4.29, 4.30, 4.31) avec la méthode des sources images.

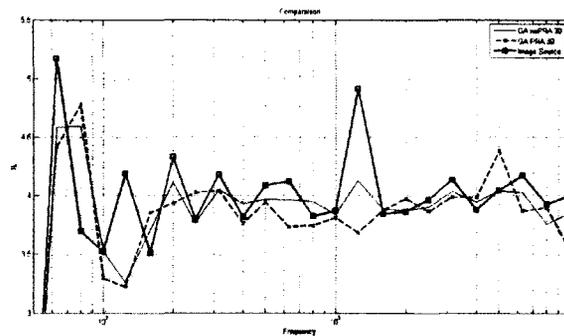


Figure 4.29 Diamètre de sphère de 30

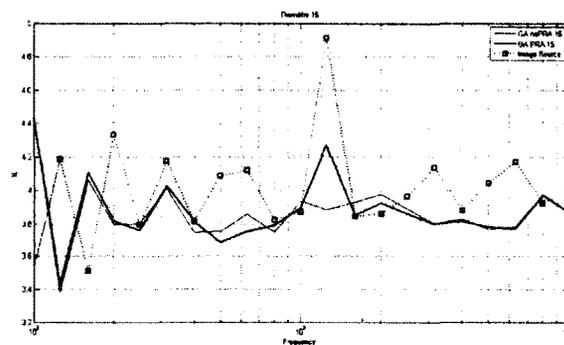


Figure 4.30 Diamètre de sphère de 15

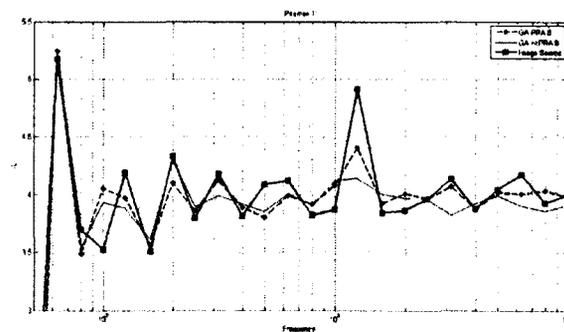


Figure 4.31 Diamètre de sphère de 8

On remarque que l'on peut prendre un diamètre plus grand si on utilise la méthode paraxiale comme le montre la figure 4.32.

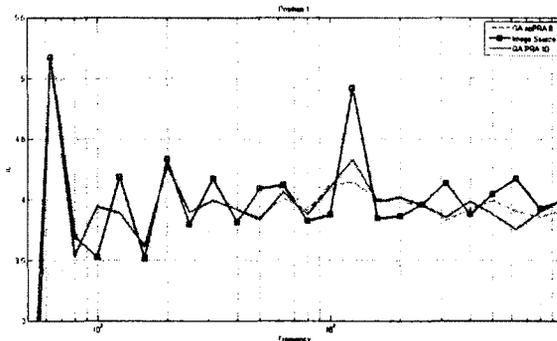


Figure 4.32 Efficacité de la méthode paraxiale

La méthode des rayons avec une sphère de réception plus grande mais couplée à la méthode paraxiale permet ainsi d'avoir des résultats identiques voire meilleurs dans certains cas que la méthode des rayons utilisée avec un diamètre de sphère de réception plus petit.

## 4.5 L'absorption atmosphérique

### 4.5.1 Description de l'implémentation

La procédure d'atténuation atmosphérique du son est décrite dans l'annexe 16 de l'OACI [2002].

La relation entre l'atténuation du son, la fréquence, la température et l'humidité est définie suivant :

$$\alpha(i) = 10^{2.05 \cdot \log(\frac{f_0}{1000}) + 1.1394 \cdot 10^{-3\theta} - 1.916984} + \eta(\delta) * 10^{\log(f_0) + 8.42994 \cdot 10^{-3}\theta - 2.755624} \quad (4.21)$$

$$\delta = \sqrt{\frac{1010}{f_0}} 10^{\log(H) - 1.328924 + 3.179768 \cdot 10^{-2}\theta} * 10^{-2.173716 \cdot 10^{-4}\theta^2 + 1.7496 \cdot 10^{-6}\theta^3} \quad (4.22)$$

avec  $\eta(\delta)$  et  $f_0$  donnés en annexe A,  $\alpha(i)$  le coefficient d'atténuation en dB/100 m,  $\theta$  la température en °C et  $H$  l'humidité relative exprimée en pourcentage.

### 4.5.2 Résultats

On représente ici l'atténuation pour une distance donnée suivant la fréquence à une température de 77 ° F et une humidité relative de 70%.

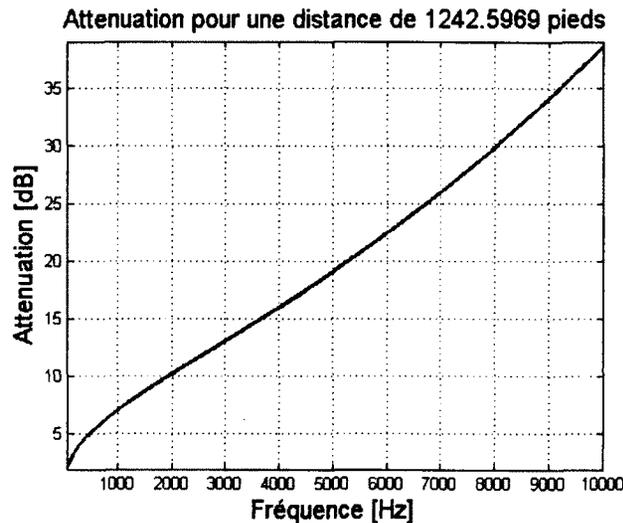


Figure 4.33 Atténuation due à l'atmosphère

On s'intéresse à la perte par insertion. Pour un rayon direct, l'atténuation atmosphérique n'intervient que sur l'erreur de distance due à l'extrapolation de la méthode paraxiale. On traite plutôt un cas de réflexion (Figure 4.34) où la source est en  $[-502; 6.12; 420.6]$ , le microphone est en  $[0; 0; 4]$  et le plan de réflexion est constitué des points  $[-4005; 3.74; 613]$ ,  $[-4037; 43; 615]$ ,  $[-4042; 43; 615]$  et  $[-4028; 3.74; 613]$ .

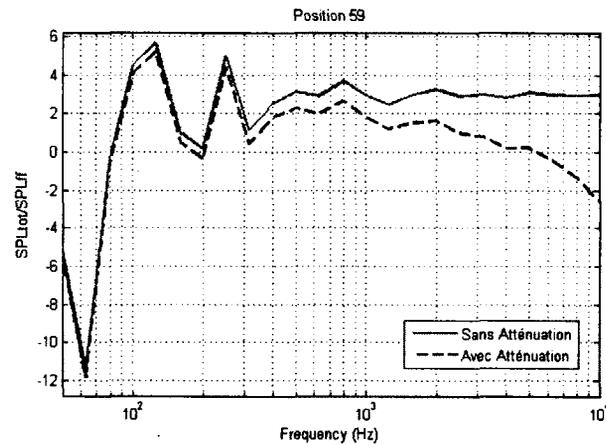


Figure 4.34 Champ total/Champ libre avec ou sans atténuation atmosphérique

Il y a bien une diminution du champ total lorsque l'on prend en compte l'atténuation atmosphérique : l'atmosphère perturbant la propagation acoustique et diminuant l'amplitude des ondes sonores.

## 4.6 La directivité

Les turboréacteurs sont modélisés par des sources ponctuelles de directivité arbitraire décrites par des fichiers fournis par Pratt & Whitney Canada.

La directivité est calculée à partir du niveau de pression sonore mesuré autour des sources à 150 pieds de l'entrée d'air. Suivant chaque angle et chaque fréquence, il est possible de connaître le facteur de directivité en divisant par le niveau de pression sonore théorique d'un monopole à cette distance.

La pression sonore est calculée à chaque microphone par une sommation cohérente de tous les rayons passant par celui-ci (Équation (4.23)). On passe en termes de pression RMS pour la sommation des rayons.

$$p = \sum P_i R(\theta, \alpha) e^{-ikR_i} \quad (4.23)$$

Avec  $R(\theta, \alpha) = \frac{Z \cos(\theta) - Z_0}{Z \cos(\theta) + Z_0}$  un coefficient dépendant du matériau (ici les surfaces sont rigides donc  $R = 1$ ),  $R_i$  la distance parcourue par le rayon  $i$  et  $P_i = \frac{D(\theta, \alpha) S_{pp}(\omega)}{4\pi R_i}$  où  $S_{pp}(\omega)$  représente le spectre d'amplitude de la source (pression RMS) et  $D(\theta, \alpha)$  la directivité de la source en termes de "pression RMS".

Le code cependant est plus général, il ne calcule pas explicitement  $kR_i$ , ni l'amplitude comme  $\frac{1}{4\pi R_i}$  mais bien le temps de propagation et l'amplitude suivant les formules de l'acoustique géométrique.

La directivité du moteur est supposée axisymétrique. On suppose donc une dépendance suivant  $\theta$  uniquement (Figure 4.35).

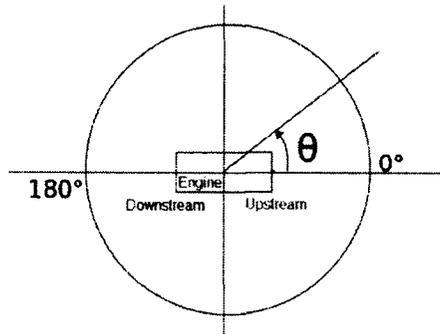


Figure 4.35 Définition de l'angle de directivité par rapport au turboréacteur

Actuellement dans le code, les données d'entrées sont les niveaux de pression sonore mesurés expérimentalement à 150 pieds de la source à différents angles. Connaissant le niveau de pression sonore théorique d'un monopôle, nous pouvons déterminer les coefficients de directivité décrits plus hauts.

### 4.6.1 Résultats

#### La théorie des sources images

On valide la mise en oeuvre de la directivité de la source dans le cas de la réflexion au dessus d'un plan infini, car alors, on dispose d'une solution exacte au problème par la méthode des sources images. Ici (figure 4.36), on s'intéresse au cas d'une source cohérente placée en  $(x_s = 1; y_s = 0; z_s = 0.5)$ . Le plan de réflexion a pour équation  $y = 0$  et le microphone M est placé en  $(x = -1; y = 0; z = 1)$ . La source image est donc en :  $(x_s' = 1; y_s' = 0; z_s' = -0.5)$ .

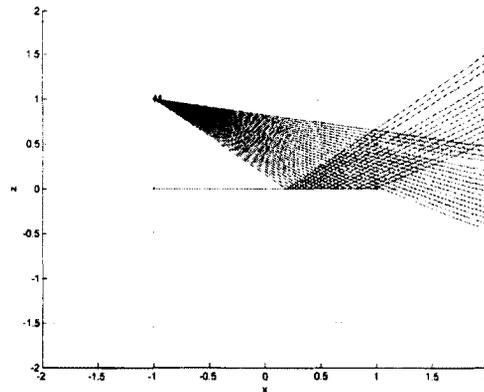


Figure 4.36 Géométrie du problème (en m)

On définit :

$$r = \sqrt{(x - x_s)^2 + (y - y_s)^2 + (z - z_s)^2}$$

$$r' = \sqrt{(x - x_s')^2 + (y - y_s')^2 + (z - z_s')^2} = \sqrt{(x - x_s)^2 + (y - y_s)^2 + (z + z_s)^2}$$

La pression sonore au microphone vaut :

$$p(M) = \frac{e^{jkr} D(\theta, \alpha) Spp(\omega)}{4\pi r} + \frac{e^{jkr'} D(\theta', \alpha') Spp(\omega)}{4\pi r'}$$

La directivité de la source image  $D(\theta', \alpha')$  est l'image de la directivité de la source  $D(\theta, \alpha)$ .

### Le cas du monopôle

$\theta$  est défini à la figure (4.35). Pour un monopôle, l'atténuation est nulle et le facteur de directivité vaut 1 comme le montre la figure 4.37. La source émet de façon uniforme dans toutes les directions. Ce cas basique permet de vérifier qu'il n'y a pas modification des résultats lorsque la source est un monopôle.

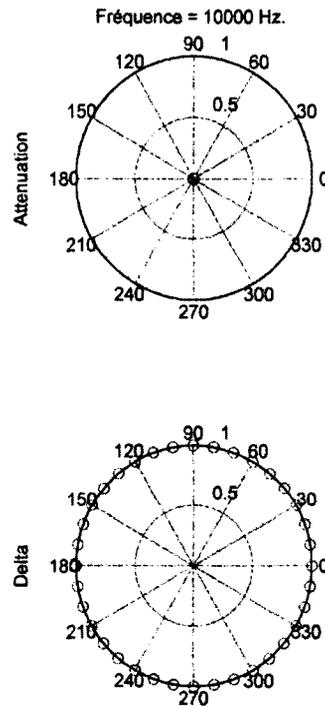


Figure 4.37 Atténuation  $A = 20\log(D(\theta))$  et  $D(\theta)$  du monopôle

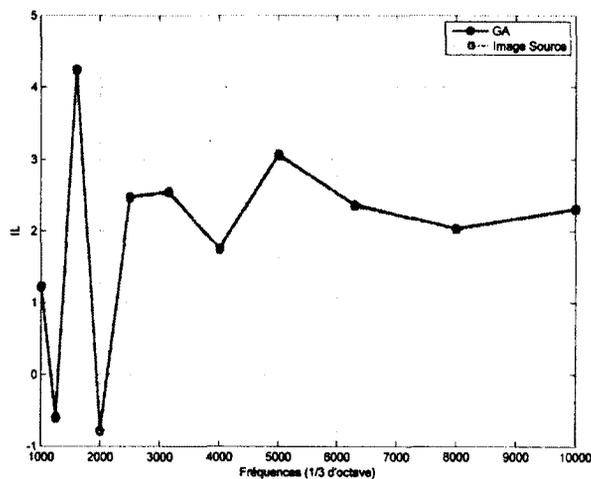


Figure 4.38  $SPL_{total}/SPL$  en champ libre

L'introduction de la directivité n'a pas modifié les résultats pour le cas du monopôle comme le montre la figure 4.38.

**Un cas de directivité quelconque**

À présent, on étudie le cas d'une directivité quelconque (cf figure 4.39). L'atténuation et le facteur de directivité sont donnés par des mesures empiriques.

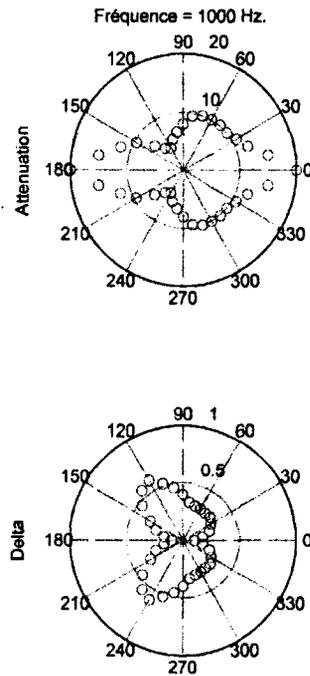


Figure 4.39 Atténuation et  $D(\theta)$  d'une source à 1000 Hz

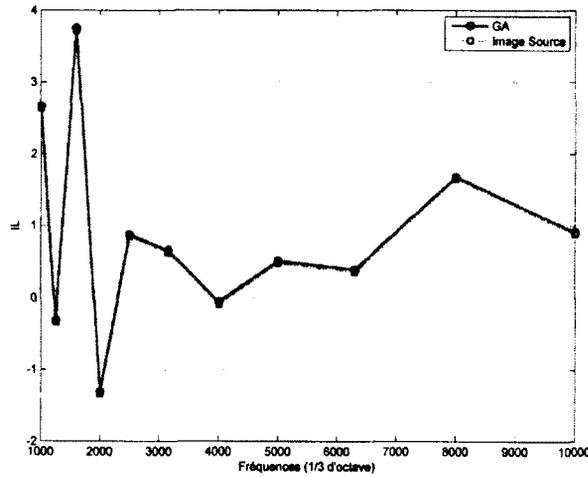


Figure 4.40  $SPL_{total}/SPL$  en champ libre

On utilise les mêmes géométries que dans le cas du monopôle est on s'aperçoit (Figure 4.40) que l'atténuation diffère (influence de la directivité) mais que les courbes entre la méthode des rayons et la méthode des sources images se superposent. L'intégration de la directivité est ainsi validée par la méthode des sources images.

## 4.7 Conclusion

Le code développé constitue une base fiable de calcul et de reconstruction de la pression en milieu homogène tridimensionnel par la méthode d'acoustique géométrique couplée à la méthode paraxiale. La réflexion sur surfaces courbes a été validée ainsi que l'implémentation de la directivité de la source et l'atténuation atmosphérique.

Cependant, comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, la méthode des rayons ne suffit pas à modéliser tous les effets d'installation à considérer pour ce projet. En effet, en présence d'obstacle, elle ne calcule pas le champ diffracté qui contribue cependant au champ total final dans nos cas. L'implémentation de la diffraction dans le code fera l'objet des chapitres suivants.

# CHAPITRE 5

## La diffraction

Dans le cadre du projet de maîtrise, nous devons modéliser les effets d'installation des turboréacteurs sur la propagation extérieure du bruit des moteurs d'avions. Les effets d'installation incluent la diffraction qui n'est pas encore implémentée à notre code.

L'optique géométrique permet de décrire de manière satisfaisante l'évolution de la phase et de l'amplitude d'une onde haute fréquence qui se propage en espace libre. Elle se montre en difficulté dès qu'elle doit être utilisée en présence d'un obstacle (Figure 5.1) :

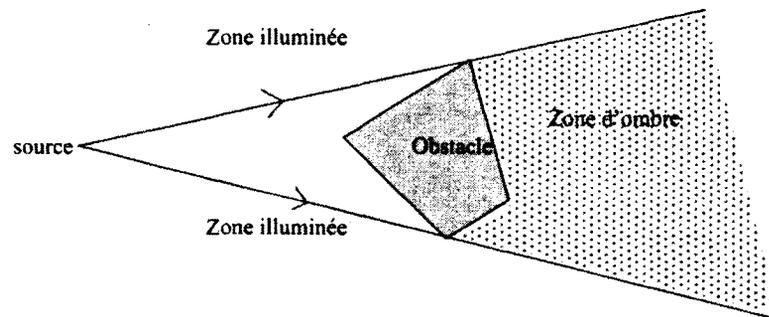


Figure 5.1 Rayons de l'optique géométrique en présence d'un obstacle [Vaudon, 1991]

En effet, si l'on se trouve en présence d'objets diffractants, la méthode des rayons ne considère qu'une simple réflexion spéculaire (en opposition avec la réflexion diffuse) du rayon et de son front d'onde.

Une théorie de rayons permet d'obtenir un calcul correct du champ dans la zone illuminée, mais donne un champ nul dans la zone d'ombre, ce qui constitue une approximation trop grossière pour une majorité d'applications. Ainsi, pour tenir compte du champ acoustique dans les zones d'ombre, on doit prendre en compte la diffraction.

Dans ce chapitre, nous ferons une revue de la littérature sur les méthodes de modélisation de la diffraction dans les codes actuels et nous appliquerons numériquement les théories dans un cas simple.

## 5.1 La théorie de Fresnel

La théorie de Fresnel est utilisée par exemple dans le code Raynoise de LMS [2007] dont s'inspire le code ANOPP [Lieber, 2000]. On ne prend pas en compte la diffraction par des surfaces courbes, l'avion est donc modélisé à l'aide d'éléments plans.

La géométrie du problème est exposée à la figure 5.2. On calcule l'intersection  $I$  du rayon sans obstacle source (1)-microphone (0) avec l'aile. On détermine ensuite les points sur les arêtes dont la distance avec  $I$  est minimale ( $W_{TE}$ ,  $W_{TIP}$ ,  $W_{LE}$ ).

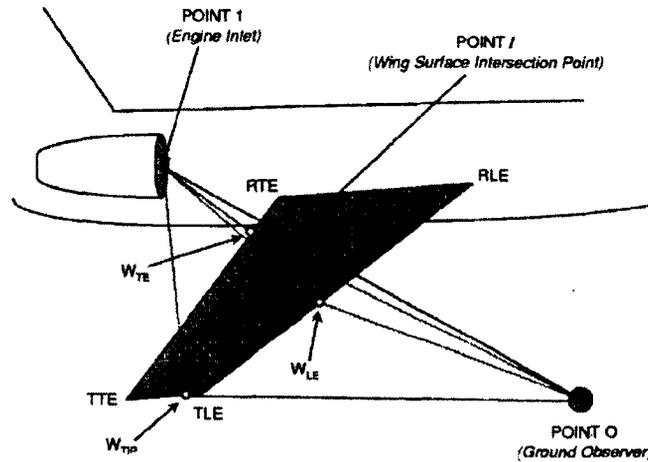


Figure 5.2 Géométrie de ANOPP [Lieber, 2000]

On calcule alors la différence de marche avec  $W$  représentant  $W_{TE}$ ,  $W_{TIP}$  et  $W_{LE}$  :

$$\delta = (d_{1W} + d_{W0}) - d_{10} \quad (5.1)$$

Trois cas sont possibles :

1.  $\delta > 0$  : Le point  $I$  est sur la surface de l'aile.
2.  $\delta = 0$  : Le point  $I$  est sur l'arête de l'aile.
3.  $\delta < 0$  : Le point  $I$  est en-dehors de l'aile.

On définit le nombre de Fresnel :

$$N = \frac{2f_i\delta}{c} \quad (5.2)$$

avec  $f_i$  la fréquence centrale pour chaque bande en tiers d'octave en Hz et  $c$  la vitesse du son.

On veut à présent déterminer la contribution énergétique des rayons. On résout alors les équations d'atténuation (Formules de Kurze-Anderson déterminées empiriquement) :

$$A(f_i) = \begin{cases} 20 \log \frac{\sqrt{2\pi N}}{\tanh \sqrt{2\pi N}} + 5.0 & ; N \geq 0 \\ 20 \log \frac{\sqrt{2\pi |N|}}{\tan \sqrt{2\pi |N|}} + 5.0 & ; -0.2 \leq N < 0 \\ 0 & ; N < -0.2 \end{cases} \quad (5.3)$$

$A$  représente l'atténuation à chaque fréquence c'est-à-dire l'écart au champ libre.

On calcule ensuite l'atténuation totale à chaque fréquence selon :

$$A_{TOT} = -10 \log \sum 10^{\frac{A_k}{10}} \quad (5.4)$$

où  $k = LE, TE$  et  $TIP$ .

On applique alors cette atténuation à la pression moyenne au carré associée à chaque fréquence calculée à partir du rayon en champ libre. Les sorties du code sont alors la pression acoustique au carré moyenne comme fonction de la fréquence, du temps de réception et de la position de l'observateur.

Le cas traité (Figures 5.3 et 5.4) est décrit par Engineering Sciences Data Unit (documentation fournie par Pratt & Whitney Canada [ESDU, 1980]) :

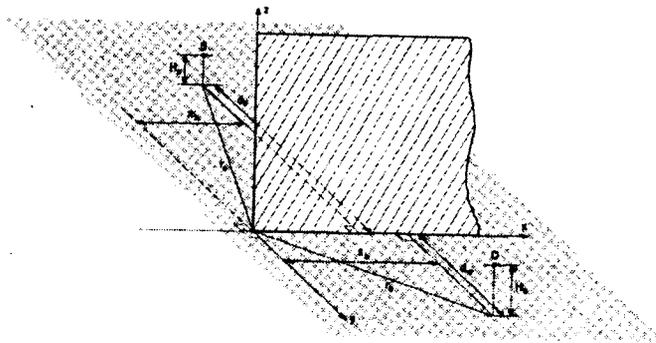


Figure 5.3 Description de la géométrie du cas test donné dans ESDU

```

CASE 1
*****
                                INPUT DATA
                                -----

Wedge angle, beta                = 360.    degrees
Angular displacement of barrier, gamma = .000    degrees
(Observer side-from x-axis see Sketch 2.4)
Temperature                       = 280.    K
Number of frequencies             = 24

Units of length are meters.
Diffracting edge is parallel to the ground.

Height of diffracting edge above ground, Hb = 8.00
Distance of the source from the origin, zs = 17.0
(i.e. the z-dimension, see Sketch 2.2)
Similarly, z-dimension of observer, zo = .000
Height of source above ground plane, Hs = 1.00
Height of observer above ground plane, Ho = 18.0
Shortest distance of source from vertical plane
through barrier edge, ds = 2.00
Similarly, shortest distance of observer, do = 18.0

```

Figure 5.4 Paramètres géométriques du cas test donné dans ESDU

On compare les résultats des deux théories (Fresnel et ESDU) :

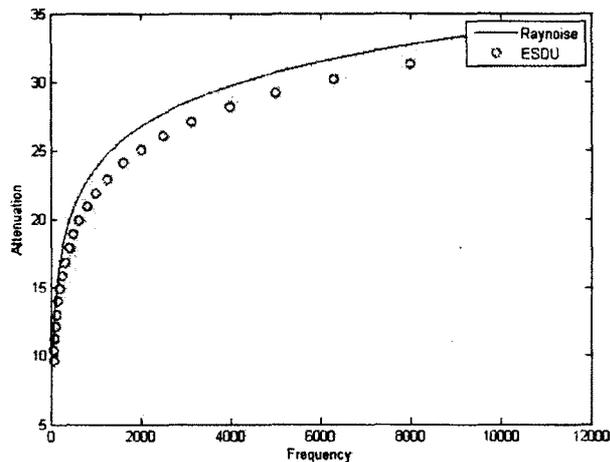


Figure 5.5 Comparaison de la théorie de ANOPP et celle utilisée dans ESDU, l'atténuation est en dBre10e-6Pa et la fréquence en Hz

Les deux courbes ont la même allure. Le modèle décrit dans ESDU [1980] est plus complet (facteurs de correction des effets atmosphériques, prise en compte de la taille finie de la barrière,...) que la théorie de Fresnel mais reste empirique.

Ces théories sont empiriques et donc approximatives. On cherche ici une méthode plus exacte.

## 5.2 La théorie de Sommerfeld

Considérons le cas de la diffraction d'une onde plane qui arrive en incidence oblique sur un plan semi-infini rigide. La solution de Sommerfeld est une solution exacte pour ce cas.

On détermine trois types de rayons générés par la surface diffractante : incidents, réfléchis et diffractés (Figure 5.6).

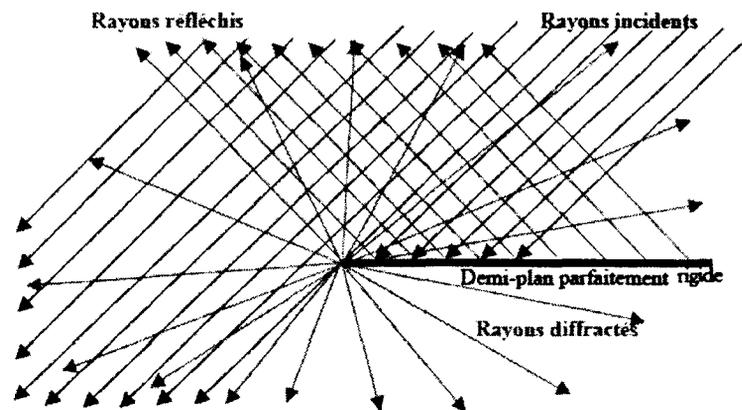


Figure 5.6 Description du problème

Cela conduit à trois zones de l'espace distinctes (voir Figure 5.7).

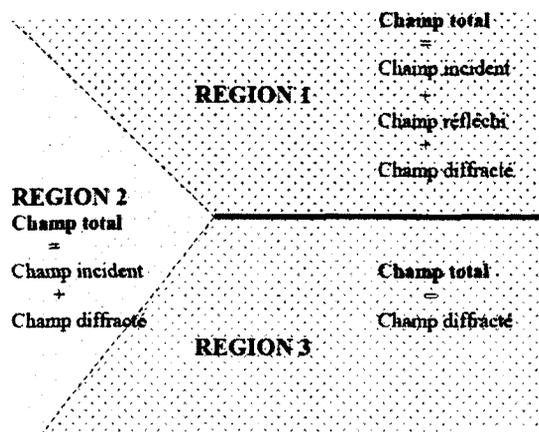


Figure 5.7 Répartition de l'espace en trois zones

On cherche ici la solution du problème de la diffraction d'une onde plane sur le bord droit d'un écran parfaitement réfléchissant. L'onde plane harmonique se propage ici dans la direction des  $x < 0$ . La géométrie du problème est décrite dans la figure 5.8.

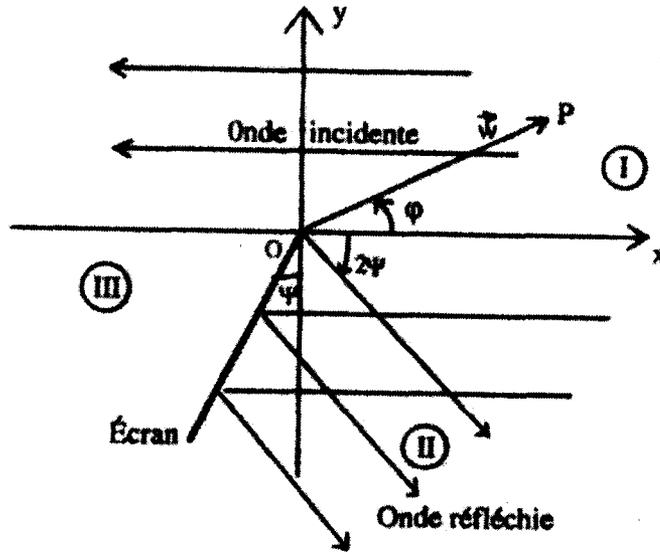


Figure 5.8 Diffraction d'une onde plane par un bord droit [Bruneau, 1998]

Dans la région (I), décrite par  $-2\psi < \phi < \pi$ , l'onde incidente prédomine. Elle s'écrit :

$$Ae^{ikx} = Ae^{ikw\cos(\phi)}$$

avec  $w$  la distance du point d'observation  $P$  du bord de l'écran  $O$  pris ici comme origine des coordonnées.

Les équations du problème sont :

- $(\Delta + k^2)p = 0$  dans tout l'espace,
- $\frac{\partial p}{\partial \phi} = 0$ , sur l'écran, pour  $\phi = \frac{3\pi}{2} - \psi$  et  $\phi = -\frac{\pi}{2} - \psi$ ,
- L'onde incidente est une onde harmonique plane dans le sens des  $x$  décroissants.

On cherche alors la solution du problème en coordonnées cylindriques. Le champ incident vaut alors :

$$Ae^{ikw\cos(\phi)} = A \sum_{n=0}^{\infty} (2 - \delta_{n0}) i^n \cos(n\phi) J_n(kw)$$

avec  $J_n$  la fonction de Bessel de première espèce d'ordre  $n$ .

Le champ solution est décomposé ainsi :

$$p(w, \phi) = A [U(w, \phi) + U(w, 3\pi - \phi - 2\psi)] \quad (5.5)$$

avec  $U(w, \phi) = \frac{1}{2} A \sum_{m=0}^{\infty} (2 - \delta_{m0}) i^{m/2} \cos(\frac{m}{2}\phi) J_{m/2}(kw)$ .

Ce choix de décomposition est justifié par le fait que :

- les pressions acoustiques de part et d'autre de l'écran sont différentes,
- en l'absence d'écran, la solution doit être égale à l'expression de l'onde incidente,
- l'équation 5.5 est solution du problème décrit plus haut.

$U(w, \phi)$  peut être réécrit de façon à séparer les termes correspondant aux ondes incidentes, réfléchies et diffractées (calcul non détaillé) ainsi :

$$U(w, \phi) = e^{ikw \cos(\phi)} \left[ 1 + F \left( \sqrt{2kw} \cos \frac{\phi}{2} \right) \right] \quad (5.6)$$

où :

$$F(z) = \frac{1}{2} \left\{ C \left( \sqrt{\frac{2}{\pi}} z \right) + S \left( \sqrt{\frac{2}{\pi}} z \right) - 1 + i \left[ C \left( \sqrt{\frac{2}{\pi}} z \right) - S \left( \sqrt{\frac{2}{\pi}} z \right) \right] \right\}$$

$C$  et  $S$  étant les intégrales de Fresnel définies par :

$$C(w) = \int_0^w \cos \left( \frac{\pi}{2} \tau^2 \right) d\tau \quad \text{et} \quad S(w) = \int_0^w \sin \left( \frac{\pi}{2} \tau^2 \right) d\tau$$

Les développements asymptotiques des intégrales de Fresnel (cf théorie de Kouyoumjian et Pathak) conduisent aux résultats suivants pour chaque région (Figure 5.8).

Dans la région (III), région dans l'ombre géométrique, l'onde diffractée présente le caractère d'une onde cylindrique et prend la forme suivante :

$$p_{III}(w, \phi) = A \frac{1+i}{4\sqrt{\pi kw}} e^{-ikw} \left[ \frac{G(\pi + \phi/2)}{\sin(\psi + \phi/2)} - \frac{G(\phi/2)}{\cos(\phi/2)} \right] \quad (5.7)$$

où la fonction  $G$  est égale à l'unité partout excepté au voisinage de la frontière de l'ombre géométrique incidente ( $\phi = \pi$ ) et de l'onde réfléchie ( $\phi = -2\psi$ ). Cette condition est nécessaire pour assurer la continuité du champ lorsque les dénominateurs s'annulent.

Dans la région (I), le champ acoustique est la somme du champ incident et du champ diffracté :

$$p_I(w, \phi) = A e^{ikw \cos(\phi)} + p_{III}(w, \phi) \quad (5.8)$$

Dans la région (II), le champ acoustique est la somme du champ incident, du champ réfléchi sur l'écran et du champ diffracté :

$$p_{II}(w, \phi) = Ae^{-ikw\cos(\phi+2\psi)} + p_I(w, \phi) \quad (5.9)$$

Cette solution ne s'applique que pour ce cas. La théorie géométrique de la diffraction décrite par la suite est une solution plus générale.

## 5.3 La théorie géométrique de la diffraction

La théorie qui prolonge les lois de l'optique géométrique aux phénomènes de diffraction a été développée par Keller [1962] et est nommée la théorie géométrique de la diffraction (Geometrical Theory of Diffraction GTD).

La GTD est utilisée par Agarwal *et al.* [2006] pour visualiser les effets d'installation sur une aile volante (projet Silent Aircraft Initiative) ainsi que dans le code ICARE du Centre Scientifique et Technique du Bâtiment [Noé, 2010].

### 5.3.1 Postulat de la théorie géométrique de la diffraction

La GTD est une généralisation de la théorie géométrique classique qui associe à une surface d'onde un rayon ayant une trajectoire perpendiculaire à celle-ci. En chaque point de cette trajectoire sont associées l'amplitude et la phase de la perturbation représentée par le rayon.

#### La diffraction est un phénomène local aux hautes fréquences

Tout comme dans la méthode des rayons, la propagation est admise comme un phénomène local, i.e. que le phénomène ne dépend que des propriétés du milieu et de la structure du champ au voisinage du point considéré. Cela permet d'utiliser le principe de Fermat.

#### Le principe de Fermat s'applique aux rayons diffractés

Ce principe postule que le temps de parcours d'une onde pour joindre deux points fixés est minimal. On applique ainsi les lois de l'optique géométrique à l'acoustique. Les lois de diffraction pour obtenir les amplitudes et phases associées aux rayons diffractés sont déterminées à partir des développements asymptotiques de solutions rigoureuses de certains problèmes de diffraction.

### 5.3.2 Construction des rayons diffractés

#### Le cas de l'arête

Si on tente d'appliquer le principe de Fermat à un phénomène de diffraction par une arête, on doit admettre que la trajectoire d'un rayon issu d'un point source M à un point d'observation P est telle que le chemin optique entre M et P, avec un point Q du trajet situé sur l'arête, est stationnaire pour des variations infinitésimales de ce trajet [Keller, 1962]. Les rayons diffractés font, avec la tangente à l'arête de l'écran au point de diffraction,

le même angle que le rayon incident, se situant du côté opposé au plan normal à l'écran passant par le point de diffraction. Ils sont donc répartis sur la surface d'un cône nommé cône de Keller (Figure 5.9).

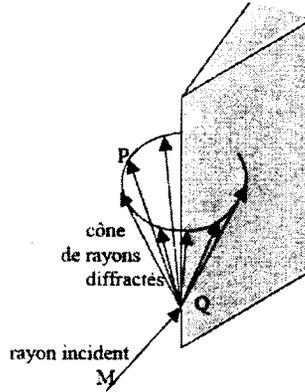


Figure 5.9 Cône de Keller formé par les rayons diffractés [Vaudon, 1991]

L'onde diffractée par un écran plan mince parfaitement réfléchissant, semi-infini à bord droit, pour une onde plane incidente, est à caractère cylindrique. Les rayons diffractés font, avec la tangente à l'arête à l'écran au point de diffraction, le même angle que le rayon incident, se situant du côté opposé au plan normal à l'écran passant par le point de diffraction ; ils sont donc répartis sur la surface d'un cône.

Le champ diffracté est proportionnel à la valeur du champ incident. Soit  $\Phi_i$  le champ incident de longueur d'onde  $\lambda$ . On définit la constante de propagation  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  et  $r$  la distance à l'arête. La phase du rayon diffracté vaut alors la phase du rayon incident  $\Psi_i$  ajoutée à  $kr$ . L'amplitude  $A(r)$  est proportionnelle à  $r^{-\frac{1}{2}}$  ainsi qu'à l'amplitude du champ incident  $A_i$  à l'arête (Equation 5.10).

$$A(r) = DA_i r^{-\frac{1}{2}} \quad (5.10)$$

Le champ diffracté vaut donc :

$$\Psi_d = DA_i r^{-\frac{1}{2}} e^{i(kr + \Psi_i)} \quad (5.11)$$

Le coefficient de proportionnalité  $D$  est appelé coefficient de diffraction. Ce coefficient ne peut être obtenu qu'à partir des solutions connues de problèmes de diffraction et diffère selon la surface diffractante.

On compare avec la solution exacte pour la diffraction d'une onde plane par un demi-plan donnée par Sommerfeld [1954]. Les champs diffractés obtenus en faisant un développement asymptotique pour un  $kr$  élevé de cette solution et celui par l'équation (5.11) concordent si :

$$D = -\frac{e^{i\frac{\pi}{4}}}{(2\pi k)^{\frac{1}{2}} \sin(\beta)} \left[ \sec\left(\frac{\theta - \alpha}{2}\right) - \csc\left(\frac{\theta + \alpha}{2}\right) \right] \quad (5.12)$$

Ici,  $\beta$  est l'angle entre le rayon incident et l'arête soit  $\frac{\pi}{2}$ . Les angles entre les rayons incidents et les rayons diffractés avec la normale à l'écran sont respectivement  $\alpha$  et  $\theta$  (voir Figure 5.10).

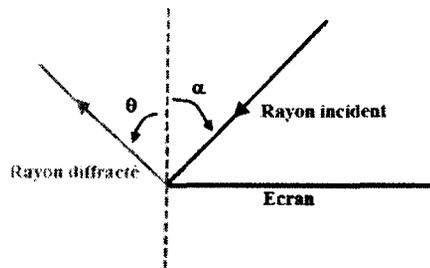


Figure 5.10 Projection des rayons dans le plan normal à l'arête

### Le cas d'une surface

Lorsque l'obstacle est constitué par une surface régulière (sans arêtes), la théorie montre que la zone d'ombre est atteinte par des rayons rampants sur la surface diffractante à partir du point illuminé le plus proche (Figure 5.11).

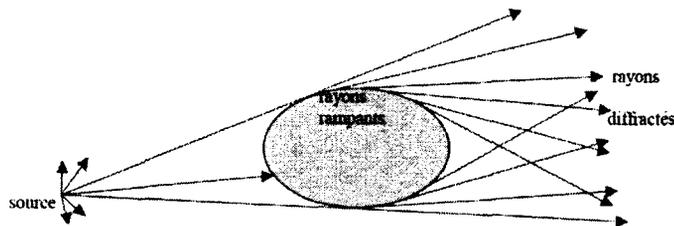


Figure 5.11 Représentation des rayons rampants et diffractés par une surface

Ces rayons rampants sont éjectés tangentiellement à la surface vers la zone d'ombre et contribuent à générer le champ présent dans cette région. Ces rayons obéissent au principe de Fermat, et donc rampent sur la surface en suivant le trajet le plus court possible, c'est à dire une géodésique de la surface, avant de rejoindre le point d'observation dans la zone d'ombre.

### Notions de points critiques et de caustiques

Lorsque les rayons convergent dans une région de l'espace, cette région est le siège d'une focalisation du champ caractérisée par des amplitudes très élevées. L'enveloppe de ces rayons est appelée caustique. On ne peut pas caractériser ces lieux par une superposition d'ondes planes locales distinctes car en ces lieux, l'amplitude devient infinie.

A deux rayons incidents, correspondent deux cônes de diffraction. Ces faisceaux diffractés peuvent se couper sur les caustiques. Les caustiques sont limitées par les points critiques  $O_1, O'_1, P_1$  et  $P'_1$  sur la figure (5.12).

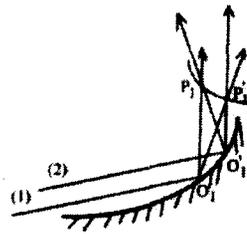


Figure 5.12 Points critiques et caustiques

On peut introduire un facteur de correction multiplicatif afin d'éviter les problèmes d'amplitude infinie aux caustiques. Ces facteurs sont déterminés par la longueur d'onde et la géométrie au voisinage du rayon local et obtenus à partir de solutions canoniques. Ces solutions (diffraction par une sphère, un cylindre, une arête, un cône, une bande, un plan semi-infini, un disque...) sont détaillées dans [J.J. Bowman, 1988].

La théorie de Kouyoumjian et Pathak [1974] décrite par la suite permet aussi de supprimer le problème d'amplitude infinie au niveau des caustiques.

## 5.4 La théorie uniforme de la diffraction de Kouyoumjian et Pathak

La théorie uniforme de la diffraction (UTD) est utilisée dans le code CESAR-I de l'Onera [Rozenberg et Bulté, 2008] ainsi que dans le code ICARE du CSTB [Conil *et al.*, 2005].

Elle est une extension de la GTD et permet de régler le problème d'amplitude infinie au niveau des caustiques. Elle consiste en l'obtention des solutions de Sommerfeld du problème de diffraction pour des cas simples. L'approche est plus mathématique que physique et repose sur la résolution d'une intégrale de fonction analytique contenant des zéros dans le plan complexe.

Afin d'obtenir les coefficients de diffraction  $D$ , il faut réécrire la solution de Sommerfeld avec les bonnes conditions aux limites et effectuer les approximations idoines afin d'obtenir une solution calculable pour les déterminer [Chevret et Chatillon, 2010]. Ces coefficients sont donnés dans l'article de Kouyoumjian et Pathak [1974] pour les différents cas canoniques.

Par exemple, on étudie le cas de l'écran semi-infini en reprenant les notations de la GTD (cf 5.3.2). Le coefficient de diffraction selon la UTD vaut :

$$D = -\frac{e^{i\frac{\pi}{4}}}{(2\pi k)^{\frac{1}{2}} \sin(\beta)} \left[ \frac{F(kLa(\theta - \alpha))}{\cos(\frac{\theta - \alpha}{2})} \pm \frac{F(kLa(\theta + \alpha))}{\cos(\frac{\theta + \alpha}{2})} \right] \quad (5.13)$$

avec  $a(\beta) = 2\cos^2(\frac{\beta}{2})$ ,  $L$  un paramètre de distance qui dépend de la source, et  $F$  intégrale de Fresnel, fonction de transition définie comme :

$$F(X) = 2i\sqrt{X}e^{iX} \int_{\sqrt{X}}^{\infty} e^{i\tau^2} d\tau \quad (5.14)$$

L'intégrale de Fresnel peut être approximée par un développement asymptotique :

Quand  $X$  est petit :

$$F(X) \approx \left( \sqrt{\pi X} - 2Xe^{j\frac{\pi}{4}} - \frac{2}{3}X^2e^{-j\frac{\pi}{4}} \right) e^{j(\frac{\pi}{4}+X)}$$

Quand  $X$  est grand :

$$F(X) \approx 1 + j\frac{1}{2X} - \frac{3}{4X^2} - j\frac{15}{8X^3} + \frac{75}{16X^4}$$

La théorie de Kouyoumjian et Pathak est cependant trop complexe à implémenter pour les cas que nous souhaitons traiter. On cherche à simplifier le modèle.

## 5.5 La méthode Intégrale de la Diffraction

Wai-Tsun Ng [Ng, 2009] précise cependant que la GTD reste complexe et difficile à implémenter. De plus, le coût de calcul des rayons rampants peut s'avérer élevé.

Il décrit une méthode pour remplacer la GTD qui se base sur une intégrale sur un contour. C'est cette méthode qu'il propose pour remplacer la méthode de Raynoise dans ANOPP.

Le contour est défini comme le contour le plus éloigné sur l'objet diffractant qui sépare le côté illuminé de celui à l'ombre (voir Figure 5.13).

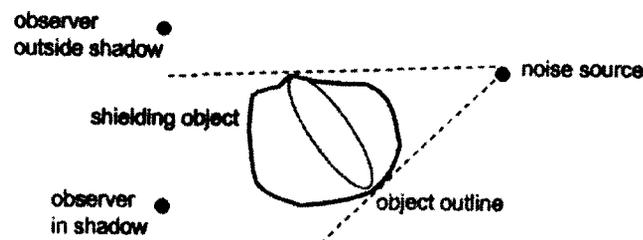


Figure 5.13 Définition du contour utilisé dans la méthode intégrale

L'avantage de sa méthode est :

- Application à des géométries plus complexes qu'une simple barrière,
- Temps de calcul rapide (Une intégration numérique 1D),
- Précision même aux hautes fréquences,
- Non nécessité de la description géométrique en 3D de l'objet si le contour est défini.

La méthode Intégrale de la Diffraction (DIM) se base sur la théorie de Kirchhoff (expliquée dans [Bruneau, 1998] pp 342-343) qui est une approximation de la solution de l'équation de Helmholtz par le théorème de Green.

Les principales étapes de la DIM sont :

- Appliquer l'équation intégrale du théorème de Green à un écran avec ouverture où les conditions aux limites peuvent être approximées.
- Transformer l'intégrale sur la surface par une intégrale sur un contour via le théorème de Stokes

- Obtenir la diffraction autour d'un objet diffractant en calculant la solution complémentaire de la diffraction par une ouverture (Théorème de Babinet).

L'atténuation de bruit grâce à la diffraction est alors calculée par le rapport entre la pression acoustique totale et la pression acoustique incidente sans diffraction.

Cependant, cette méthode reste tout de même moins précise que des méthodes actuellement utilisées pour modéliser l'effet d'installation comme la méthode des éléments finis de frontière, la méthode des sources équivalentes ou la méthode des rayons.

En effet, contrairement à la méthode des rayons qui est exacte en hautes fréquences, la méthode intégrale de la diffraction reste une approximation. Il faut tout de même préciser que cette méthode est d'autant plus valable que l'on se place en hautes fréquences.

D'autres théories ont aussi été développées pour traiter la diffraction par un écran semi-infini rigide comme les théories de Pierce et de Morse et Ingard que nous allons étudier et adapter à nos cas dans les sections suivantes.

## 5.6 La théorie de Pierce

La théorie de Pierce concerne la diffraction par un coin d'angle extérieur  $\beta$ . Pour un écran semi-infini,  $\beta$  vaut  $2\pi$ .

On calcule ici uniquement la pression diffractée selon la théorie décrite dans [Pierce, 1981]. On étudie la diffraction par une arête d'une source ponctuelle (onde sphérique incidente).

On utilise les notations suivantes (cf figure 5.14) :

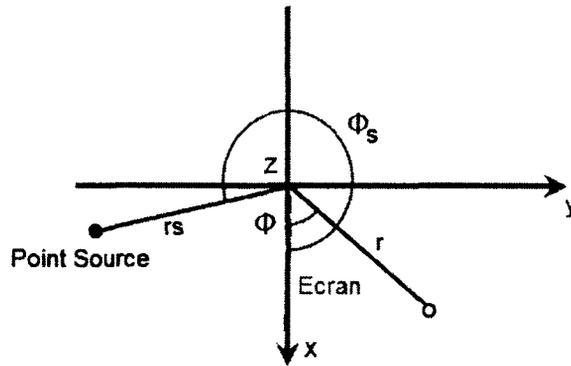


Figure 5.14 Géométrie pour la diffraction par une arête d'une source ponctuelle dans la théorie de Pierce

La pression acoustique en champ libre due à un point source vaut (onde sphérique) :

$$\hat{p}_{freefield} = \frac{\hat{S}e^{jkr_s}}{r_s} \quad (5.15)$$

L'onde diffractée vaut quand  $kr \rightarrow +\infty$  et  $kr_s \rightarrow +\infty$  :

$$\hat{p}_{diffr} = \frac{\hat{S}}{2\beta} \frac{2\pi}{kLrr_s} e^{j(kL + \frac{\pi}{4})} D_\nu(\phi, \phi_s) \quad (5.16)$$

avec :

$$D_\nu(\phi, \phi_s) = \frac{\sin(\nu\pi)}{\cos(\nu\pi) - \cos(\nu(\phi + \phi_s))} + \frac{\sin(\nu\pi)}{\cos(\nu\pi) - \cos(\nu(\phi - \phi_s))} \quad (5.17)$$

$$L^2 = (r + r_s)^2 + z^2 \quad (5.18)$$

avec  $z$  la différence d'altitude entre la source et le récepteur et :

$$\nu = \frac{\pi}{\beta} = \frac{1}{2} \text{ ici} \quad (5.19)$$

## 5.7 La théorie de Morse et Ingard

La théorie décrite par Morse et Ingard [1986] concerne la diffraction d'une onde plane par une arête.

La géométrie du problème est décrite sur la figure 5.15 :

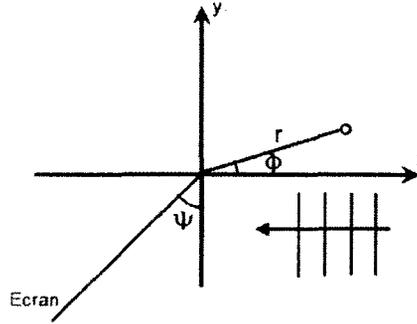


Figure 5.15 Géométrie de la diffraction d'une onde plane par une arête selon la théorie de Morse et Ingard

L'onde incidente a une pression de :

$$p_{inc} = Ae^{-ikr\cos\phi} \quad (5.20)$$

avec  $k$  le nombre d'onde.

En général, on cherche une solution du champ acoustique de la forme :

$$U(r, \phi) = \frac{1}{2} \sum_{m=0}^{\infty} \epsilon_m (-i)^{\frac{1}{2}m} \cos\left(\frac{1}{2}m\right) J_{\frac{1}{2}m}(kr) \quad (5.21)$$

avec  $-\frac{\pi}{2} - \psi \leq \phi \leq \frac{3\pi}{2} - \psi$

Après imposition des conditions aux limites (écran rigide), on obtient :

$$p(r, \phi) = Ae^{-ikr\cos\phi} E\left(\sqrt{2kr}\cos\left(\frac{\phi}{2}\right)\right) + Ae^{ikr\cos(\phi+2\psi)} E\left(\sqrt{2kr}\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \psi - \frac{\phi}{2}\right)\right) \quad (5.22)$$

avec  $E(z) = \frac{1}{\sqrt{i\pi}} \int_{-\infty}^z e^{it^2} dt$

L'équation (5.22) peut être réécrite en termes d'intégrales de Fresnel :

$$C(u) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\sqrt{u}} \cos t^2 dt \quad (5.23)$$

et

$$S(u) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\sqrt{u}} \sin t^2 dt \quad (5.24)$$

en utilisant si  $x \leq 0$  :

$$E(x) = 1 - \frac{1}{2}(1 - C(x) - S(x)) - \frac{1}{2}i(C(x) - S(x)) \quad (5.25)$$

et si  $x \geq 0$  :

$$E(x) = \frac{1}{2}(1 - C(x) - S(x)) + \frac{1}{2}i(C(x) - S(x)) \quad (5.26)$$

On adapte la théorie de Morse et Ingard à la diffraction d'une onde sphérique par une arête.

La géométrie du problème est décrite sur la figure 5.16 :

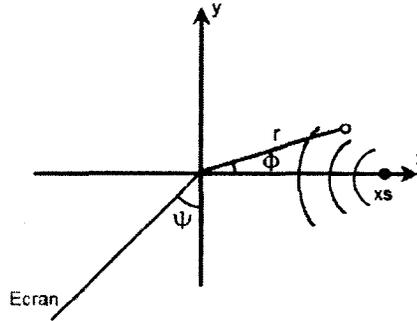


Figure 5.16 Géométrie de la diffraction d'une onde sphérique par une arête selon l'adaptation de la théorie de Morse et Ingard

L'amplitude complexe de l'onde sphérique incidente sur l'arête vaut :

$$\hat{p}_{inc} = \frac{e^{-jkx_s}}{x_s} \quad (5.27)$$

La pression diffractée en tout point  $(r, \phi)$  est :

$$p(r, \phi) = \hat{p}_{inc} e^{-ikrcos\phi} E\left(\sqrt{2kr}cos\left(\frac{\phi}{2}\right)\right) + \hat{p}_{inc} e^{ikrcos(\phi+2\psi)} E\left(\sqrt{2kr}cos\left(\frac{3\pi}{2} - \psi - \frac{\phi}{2}\right)\right) \quad (5.28)$$

## 5.8 Conclusion

La diffraction est un phénomène complexe et de nombreux modèles existent. Cependant, il n'existe pas de modèles généraux de diffraction fine qui ne soient coûteux en termes de calcul. Dans le chapitre suivant, on cherchera donc à comparer les différentes théories afin de déterminer suivant les cas la plus adaptée à notre code.

# CHAPITRE 6

## Validations numériques du calcul de la diffraction par l'acoustique géométrique

On cherche dans ce chapitre à valider et comparer les résultats des différentes théories de la diffraction.

### 6.1 Cas de la diffraction par un plan semi-infini rigide

#### 6.1.1 Onde plane incidente

##### Comparaison de la solution de Sommerfeld et de Raynoise

La GTD étant basée sur la solution de Sommerfeld, il n'est pas utile de comparer ces deux méthodes.

La géométrie du problème est décrite dans la figure 6.1. On se place loin afin de satisfaire la condition d'ondes planes incidentes nécessaire pour la solution de Sommerfeld. Le mur est le plan d'équation :  $x = 0$  et l'arête est en  $z = 0$ .

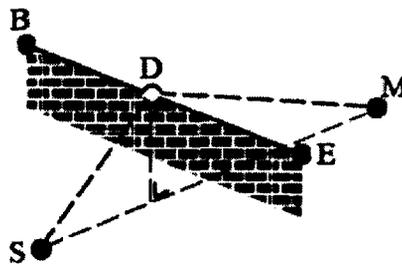


Figure 6.1 Géométrie du problème

D'après la section 5.2 et [Bruneau, 1998], la pression diffractée est déterminée par l'équation (5.7).

On définit l'atténuation pour la solution de Sommerfeld comme :

$$\Delta = 10 \log \left( \left| \frac{p_{III}}{p_i} \right|^2 \right) \quad (6.1)$$

avec  $p_i$  le champ direct et  $p_{III}$  le champ diffracté ajouté au champ direct.

L'atténuation dans le code de Raynoise (Equation (5.3)) est définie par l'opposé du terme de l'équation (6.1).

On traite ici différents cas de comparaison (figures 6.2, 6.3 et 6.4).

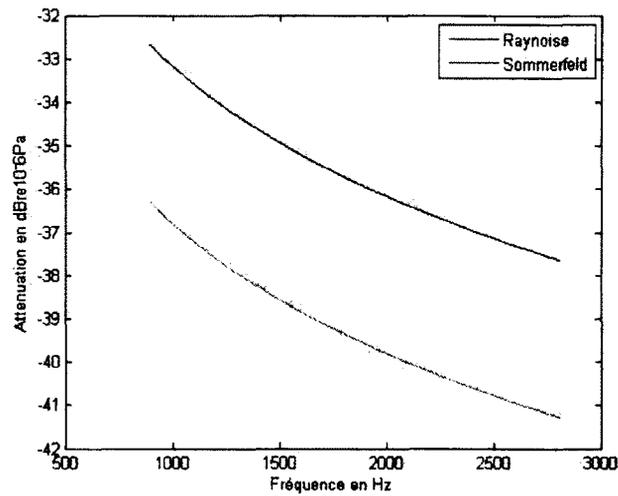


Figure 6.2 Atténuation en dB. On place  $S$  en  $[100\text{ m}; 0\text{ m}; 0\text{ m}]$  et  $M$  en  $[-100\text{ m}; 0\text{ m}; -100\text{ m}]$ .

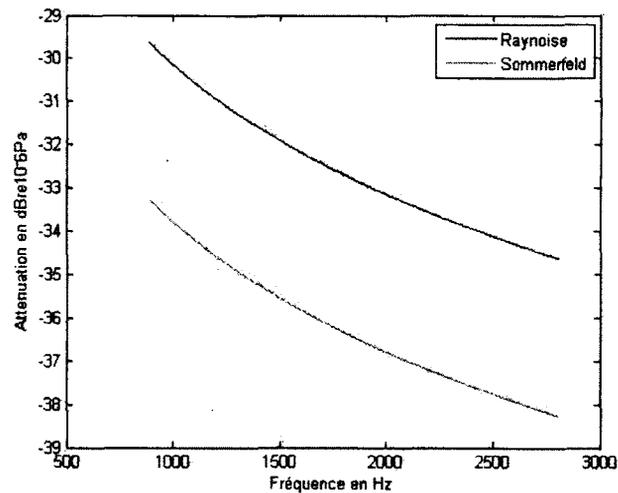


Figure 6.3 Atténuation en dB. On place  $S$  en  $[100\text{ m}; 0\text{ m}; 0\text{ m}]$  et  $M$  en  $[-50\text{ m}; 0\text{ m}; -50\text{ m}]$ .

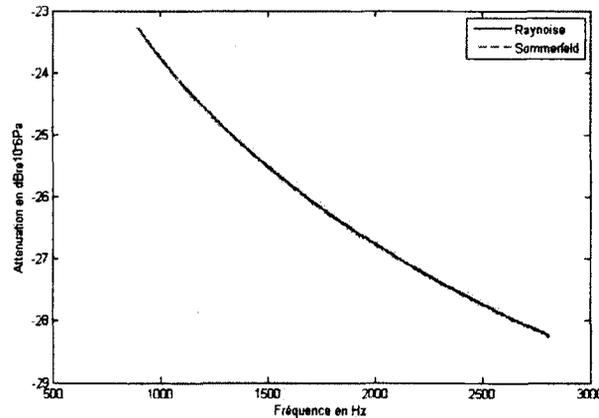


Figure 6.4 Atténuation en dB. On place  $S$  en  $[500 \text{ m}; 0 \text{ m}; 0 \text{ m}]$ ,  $M$  en  $[-5 \text{ m}; 0 \text{ m}; -5 \text{ m}]$

La méthode de Sommerfeld est exacte tandis que celle de Raynoise est approximative (loi empirique) ce qui peut expliquer l'écart observé sur les courbes. Cet écart peut aussi s'expliquer par l'hypothèse de champ incident plan dans la théorie de Sommerfeld tandis que le code de Raynoise prend en considération la distance parcourue avant le mur. On s'aperçoit ainsi que si la source est très éloignée (approximation du champ incident comme étant plan), les courbes convergent (Figure 6.4). Cependant, dans l'article [N. Shu, May 2007] qui compare la méthode exacte de MacDonald (onde sphérique incidente sur le plan) et la méthode de Kurze-Anderson, il y a aussi un écart d'environ 3 dB entre les deux prédictions.

### Comparaison de la solution de Sommerfeld et de Morse et Ingard

Nous sommes toujours dans le cas d'une onde plane incidente, on se place en champ lointain. Nous étudions donc les théories de Sommerfeld et de Morse et Ingard (Section 5.7), toutes deux plus adaptées à ce cas (Figure 5.15).

On calcule le champ acoustique en termes de module (Figure 6.5) et de phase (Figure 6.6) autour d'un écran semi-infini selon Morse et Ingard [1986] pour  $kr = 20$ .  $\phi$  est l'incidence de l'onde plane unitaire (1Pa) par rapport à l'écran  $\phi = 0$ .  $\phi = -\pi/2$  est la surface éclairée de l'écran,  $\phi = 3\pi/2$  est la surface en zone d'ombre.

La théorie de Sommerfeld présente une amplitude infinie au niveau des zones de transition. La solution de Morse et Ingard semble être apte à calculer le champ diffracté dans la zone d'ombre pour une source éloignée de l'écran (onde plane incidente).

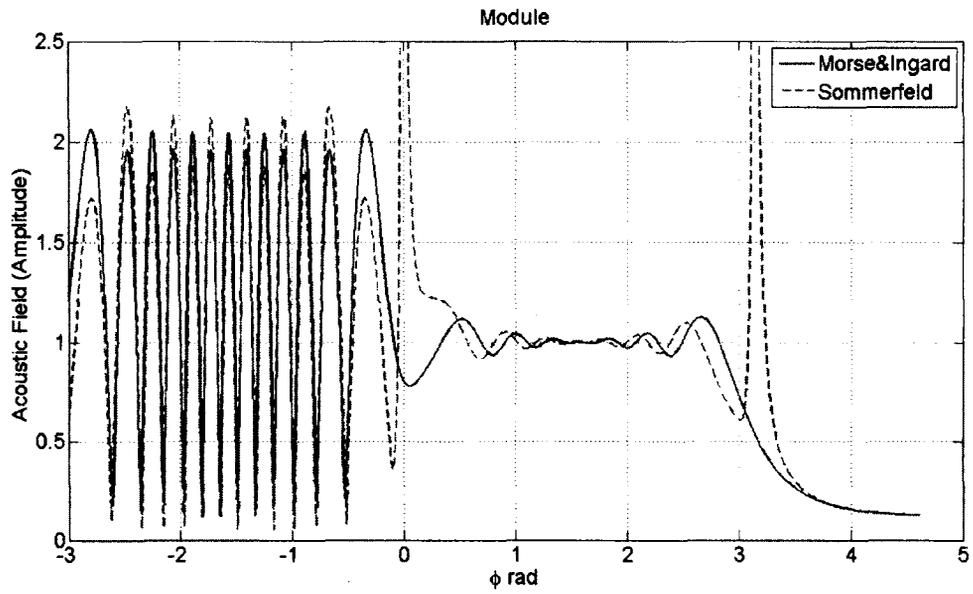


Figure 6.5 Module du champ acoustique autour de l'écran

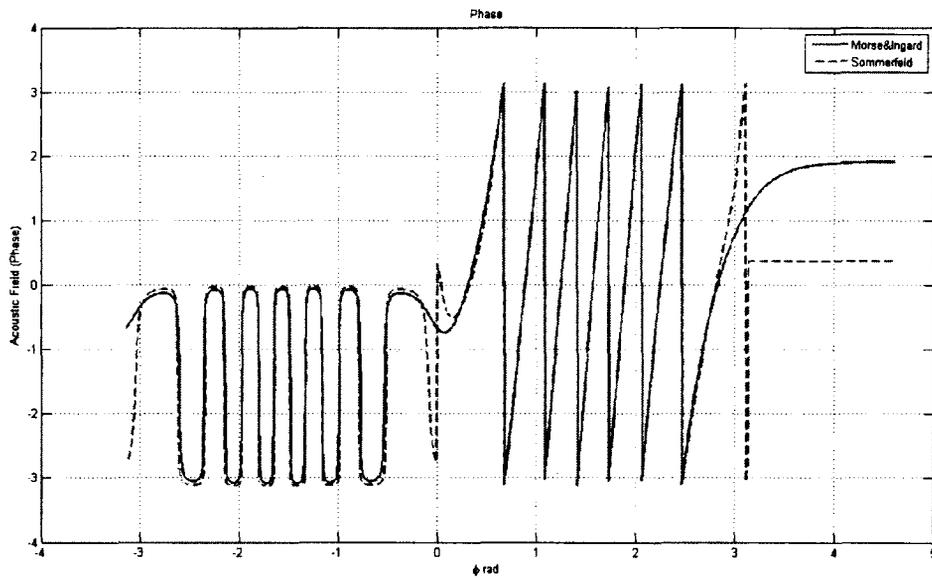


Figure 6.6 Phase du champ acoustique autour de l'écran

### 6.1.2 Onde sphérique incidente

À présent, nous étudions le cas d'une source ponctuelle. L'onde incidente est donc sphérique. On compare donc la méthode de Morse et Ingard adaptée à une onde incidente sphérique et la méthode de Pierce.

On place la source en  $[0 \text{ m}; 0 \text{ m}; -50 \text{ m}]$  et le récepteur en  $[0 \text{ m}; 0 \text{ m}; 50 \text{ m}]$ . L'arête du mur est en  $y = 4 \text{ m}$ .

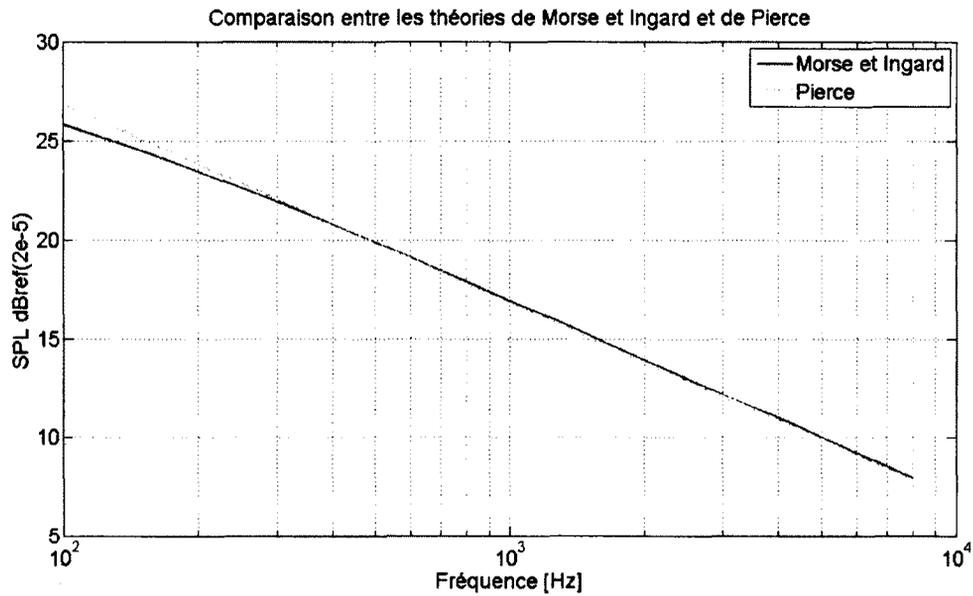


Figure 6.7 Niveau de pression sonore en dBref(2e-5) suivant la fréquence d'après les théories de Pierce et de Morse et Ingard

Les deux courbes convergent.

## 6.2 Cas de la diffraction par une plaque rectangulaire rigide

Nous étudions ici l'erreur commise par l'approximation de l'arête de dimension finie par un mur semi-infini.

Trois méthodes ont été implémentées dans le code de GA : la théorie de Fresnel (empirique), la théorie de Morse et Ingard (adaptée pour une onde sphérique incidente) et la théorie de Pierce (définie pour une onde sphérique incidente).

Au vu des résultats précédents, on compare la méthode des éléments finis de frontière (BEM) et la méthode de Pierce.

Le calcul selon Pierce est fait en sommant les contributions de 4 rayons diffractés par chacune des arêtes. La méthode BEM est exacte tandis que celle de Pierce suppose que les arêtes sont infinies.

Nous utilisons pour la méthode BEM le logiciel VAOne (voir figure 6.8).

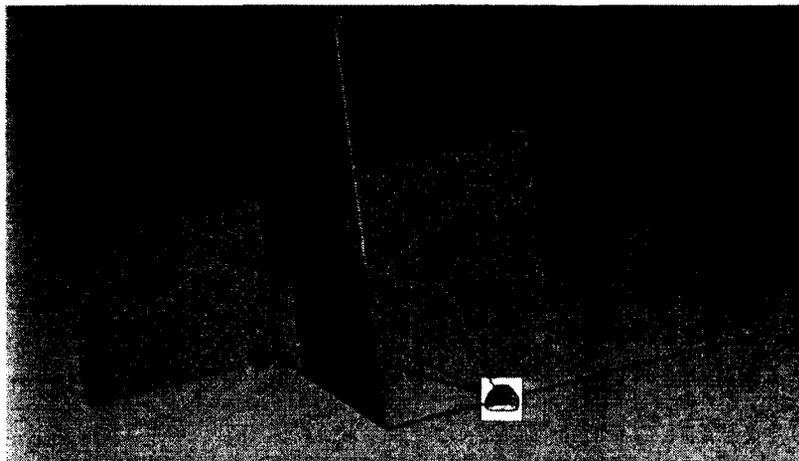


Figure 6.8 Interface du logiciel VAOne

On étudie les cas suivants (en m dans les quatres cas) :

1. Source et microphone centrés et éloignés du mur
2. Source éloignée et centrée et microphone centré et proche du mur
3. Source décalée et proche et microphone centré et éloigné du mur
4. Largeur du mur 10 fois plus importante que sa hauteur

## 6.2. CAS DE LA DIFFRACTION PAR UNE PLAQUE RECTANGULAIRE RIGIDE<sup>87</sup>

### 6.2.1 Cas 1

On place la source en  $[0; 0; -50]$ , le microphone en  $[0; 0; 50]$ . Le mur mesure  $8\text{m} \times 4\text{m}$ .

Les points de diffraction sont :  $xD = [0; 4; 0]$ ;  $xD_1 = [0; -4; 0]$ ;  $xD_2 = [2; 0; 0]$  et  $xD_3 = [-2; 0; 0]$ . La normale au mur est :  $N = [0; 0; 1]$ .

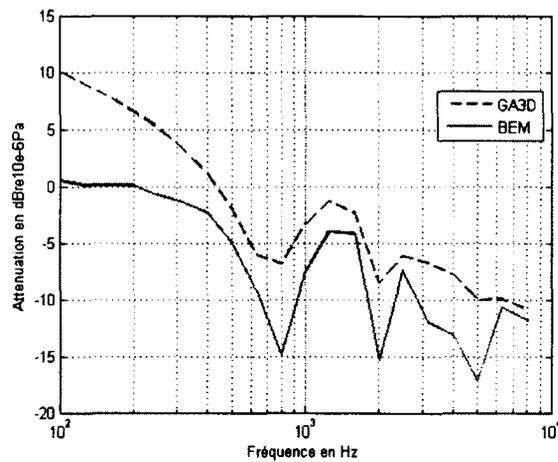


Figure 6.9 Comparaison entre la méthode de Pierce (GA3D) et la méthode BEM

### 6.2.2 Cas 2

Le microphone est ici en  $[0; 0; 2.5]$ .

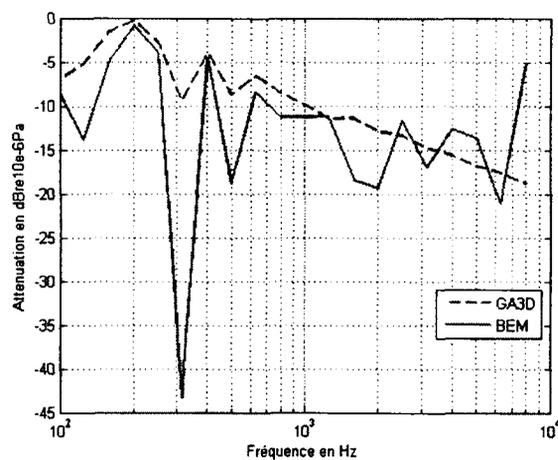


Figure 6.10 Comparaison entre la méthode de Pierce (GA3D) et la méthode BEM

### 6.2.3 Cas 3

On place la source en  $[0; 3; -5]$ , le microphone en  $[0; 0; 50]$ .

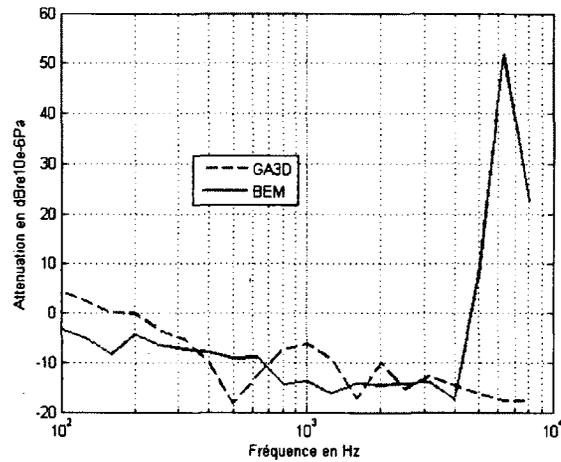


Figure 6.11 Comparaison entre la méthode de Pierce (GA3D) et la méthode BEM

### 6.2.4 Cas 4

On place la source en  $[0; 0; -50]$ , le microphone en  $[0; 0; 50]$ . Le mur mesure 40mx4m.

Les points de diffraction sont :  $x_D = [0; 20; 0]$ ;  $x_{D_1} = [0; -20; 0]$ ;  $x_{D_2} = [2; 0; 0]$  et  $x_{D_3} = [-2; 0; 0]$ .

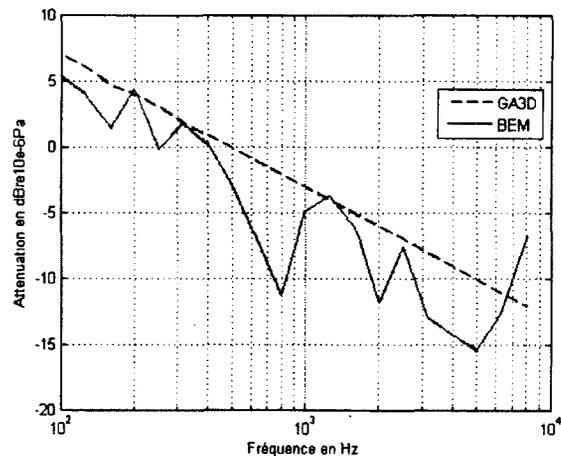


Figure 6.12 Comparaison entre la méthode de Pierce (GA3D) et la méthode BEM

## 6.2. CAS DE LA DIFFRACTION PAR UNE PLAQUE RECTANGULAIRE RIGIDE<sup>89</sup>

Les résultats obtenus sont assez encourageants sur la validité de la théorie de la diffraction de Pierce par rapport à ceux de la méthode des éléments finis de frontière obtenus avec le logiciel VAOne. Les erreurs peuvent être expliquées par un maillage trop grossier sous VAOne (un maillage plus fin étant très long en temps de calcul) mais aussi par l'hypothèse d'arête infinie de la théorie de Pierce.



# Conclusion

Ce projet de maîtrise a permis l'élaboration d'un outil de simulation qui prend en compte les réflexions et les diffractions dans le calcul de propagation du bruit des turboréacteurs à l'extérieur en trois dimensions.

Ce module développé sous Matlab a été implémenté au code de Pratt&Whitney Canada et donne en sortie les matrices d'atténuation selon chaque position de l'avion et à chaque fréquence. Ces matrices permettent de rendre compte de l'effet de masquage ou d'amplification dus à ces effets d'installation. Grâce à un fichier résultat, il est possible d'avoir l'historique des rayons et donc de savoir sur quel élément il y a eu réflexion ou diffraction.

Une interface graphique a aussi été mise au point permettant la visualisation de tous les rayons, des rayons convergents ou juste de la géométrie du problème.

Il est ainsi possible de simuler différentes installations du moteur et différentes géométries de l'avion pour minimiser le bruit au sol.

Une étude paramétrique a été menée pour les cas de Pratt&Whitney Canada pour leurs géométries qui ont pu déterminer la taille de la sphère de réception pour la méthode paraxiale et pour la résolution des angles de tirs. Cependant, si l'on change les distances géométriques, il faut veiller à être cohérent sur ces paramètres qui dépendent de la géométrie de chaque cas.

## Les perspectives

Une prochaine étape du développement du code serait la prise en compte de la courbure des géométries par une extrapolation en fonction des éléments voisins. Comme nous l'avons vu dans le cas du cylindre ou de la sphère, cette courbure peut avoir un effet important sur le résultat du champ de pression sonore (changement de la normale à l'élément). Cependant, il ne reste qu'à déterminer la matrice de courbure, tous les autres calculs étant déjà pris en compte dans le code.

Pour un projet à plus long terme, il faudra songer à développer le modèle de diffraction (diffraction par les surfaces courbes, multiples interactions...).



# ANNEXE A

## Valeurs pour l'atténuation atmosphérique

$\delta$	$\eta(\delta)$	$\delta$	$\eta(\delta)$
0.00	0.000	2.50	0.450
0.25	0.315	2.80	0.400
0.50	0.700	3.00	0.370
0.60	0.840	3.30	0.330
0.70	0.930	3.60	0.300
0.80	0.975	4.15	0.260
0.90	0.996	4.45	0.245
1.00	1.000	4.80	0.230
1.10	0.970	5.25	0.220
1.20	0.900	5.70	0.210
1.30	0.840	6.05	0.205
1.50	0.750	6.50	0.200
1.70	0.670	7.00	0.200
2.00	0.570	10.00	0.200
2.30	0.495		

Tableau A.1 Valeurs de  $\eta(\delta)$

Fréquence centrale de la bande de tiers d'octave $f_0$ (Hz)	$f_0$ (Hz)	Fréquence centrale de la bande de tiers d'octave $f_0$ (Hz)	$f_0$ (Hz)
50	50	800	800
63	63	1000	1000
80	80	1250	1250
100	100	1600	1600
125	125	2000	2000
160	160	2500	2500
200	200	3150	3150
250	250	4000	4000
315	315	5000	4500
400	400	6300	5600
500	500	8000	7100
630	630	10000	9000

Tableau A.2 Valeurs de  $f_0$



# LISTE DES RÉFÉRENCES

- Agarwal, A. et Dowling, A. P. (2005). The calculation of acoustic shielding of engine noise by the silent aircraft airframe. Dans *11th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, University of Cambridge, Trumpington Street, Cambridge CB2 1PZ, United Kingdom. volume 4. American Institute of Aeronautics and Astronautics Inc, Monterey, CA, United states, p. 2480–2496.
- Agarwal, A., Dowling, A. P., Shin, H.-C., Graham, W. et Sefi, S. (2006). A ray tracing approach to calculate acoustic shielding by the silent aircraft airframe. Dans *12th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, May 08,2006 - May 10*, University of Cambridge, Trumpington Street, Cambridge CB2 1PZ, United Kingdom. volume 5. American Institute of Aeronautics and Astronautics Inc, Cambridge, MA, United states, p. 2799–2818.
- Agarwal, A., Dowling, A. P., Shin, H.-C., Graham, W. et Sefi, S. (2007). Ray-tracing approach to calculate acoustic shielding by a flying wing airframe. *AIAA Journal*, volume 45, numéro 5, p. 1080–90.
- Atalla, N. (1991). *A numerical study of fuselage scattering effects on rotor noise*. Thèse de doctorat, Florida Atlantic University.
- Atalla, N. et Glegg, S. (1992). A geometrical acoustics approach for calculating the effects of flow on acoustics scattering. *Journal of Sound and Vibration*, volume 171, numéro 5, p. 681–694.
- Atalla, N. et Glegg, S. A. L. (1993). Ray-acoustics approach to fuselage scattering of rotor noise. *Journal of the American Helicopter Society*, volume 38, numéro 3, p. 56–63.
- Bailly, C. et Juve, D. (2000). Numerical solution of acoustic propagation problems using linearized euler equations. *AIAA Journal*, volume 38, numéro 1, p. 22–9.
- Bergman, D. (2005). Generalized space-time paraxial acoustic ray tracing. *Waves in Random and Complex Media*, volume vol. 15, numéro 4, p. 417–435.
- Brebbia, C. et Ciskowski, R. (1991). *Boundary Element Methods in Acoustics*. Computational Mechanics.
- Broadbent, E. G. (1977). Noise shielding for aircraft. *Prog. Aerospace Sci*, volume 17, p. 231–26.
- Bruneau, M. (1983). *Introduction aux théories de l'acoustique*. Université du Maine.
- Bruneau, M. (1998). *Manuel d'acoustique fondamentale*.
- Candel, S. (1976). Application of geometrical techniques to aeroacoustic problems. Dans *3rd AIAA Aeroacoustics Conference*.
- Candel, S. (1977a). *Etudes théoriques et expérimentales de la propagation acoustique en milieu inhomogène et en mouvement*. Thèse de doctorat, Université de Paris IV, ONERA.

- Candel, S. (1977b). Numerical solution of conservation equations arising in linear wave theory : Application to aeroacoustics. *Journal of Fluid Mechanical*, volume 83, numéro 3, p. 465–493.
- Candel, S. (1986). A review of numerical methods in acoustic wave propagation. *Recent Advances in Aeroacoustics*, p. 339–410.
- Chevret, P. et Chatillon, J. (2010). Prise en compte de la diffraction dans un code de rayon acoustique. Dans *10ème Congrès Français d'Acoustique*.
- Cohen, B. S., Bronzaft, A. L., Heikkinen, M., Goodman, J. et Nadas, A. (2008). Airport-related air pollution and noise. *Journal of occupational and Environmental Hygiene*, volume 5, numéro 2, p. 119–129.
- Conil, E., Gaudaire, F. et Bolomey, J. (2005). Icare : A tool for far field's prediction extended to include effects of near field's objects. Dans *MAPE2005 : IEEE 2005 International Symposium on Microwave, Antenna, Propagation and EMC Technologies for Wireless Communications, August 8, 2005 - August 12*, Centre Scientifique et Technique du Batiment. volume 1. Inst. of Elec. and Elec. Eng. Computer Society, Beijing, China, p. 780–783.
- Coulouvrat, F. (2002). Sonic boom in the shadow zone : A geometrical theory of diffraction. *Journal of the Acoustical Society of America*, volume 111, numéro 1, p. 499–508.
- Dabin, N. (1999). *Simulation de la propagation acoustique en milieux non homogènes en mouvement par la méthode des rayons*. Mémoire de maîtrise, Université de Sherbrooke.
- Delnevo, A., Saint, S. L., Sylvand, G. et Terrasse, I. (2005). Numerical methods : Fast multipole method for shielding effects. Dans *Collection of Technical Papers - 11th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, March 23,2005 - March 25*, Acoustics and Environment Department, AIRBUS France, 31060 Toulouse, France. volume 3. American Institute of Aeronautics and Astronautics Inc, Monterey, CA, United states, p. 2153–2161.
- Dougherty, R. (1996). Nacelle acoustic design by ray tracing in three dimensions. Dans *2nd AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. p. 1773.
- ESDU (1980). Estimation of noise shielding by barriers. *Engineering Sciences Data Unit, Data Items*.
- Felsen, L. et Marcuvitz, N. (1973). *Radiation and scattering of waves*. Prentice hall.
- Fitzpatrick, J. (2005). Aeroacoustics research in europe : The ceas-asc report on 2004 highlights. *Journal of Sound and Vibration*, volume 140, p. 219–238.
- Franzoni, L. (2004). Assessment of the contribution of panel vibration to airframe noise. *AIAA Journal*, volume 42, p. 1522–1528.
- Grimm, D. (1979). A geometric acoustic approach to the study of sound propagation in ducts containing sheared flows. *Journal of the Acoustical Society of America*, volume 66, numéro 6, p. 1867–1875.

- Hodgson, M., York, N., Yang, W. et Bliss, M. (2008). Comparison of predicted, measured and auralized sound fields with respect to speech intelligibility in classrooms using catt-acoustic and odeon. *Acta Acustica United with Acustica*, volume 94, numéro 6, p. 883–90.
- Hubbard, H. (1991). Aeroacoustics of flight vehicles : Theory and practice. *NASA RP-1258*, volume 1 : Noise Sources, p. 391–447.
- James, J. H. (1981). *Far-field sound radiation of point source near locally reacting cylinder*. AMTE Teddington, Teddington, 17 p.
- J.J. Bowman, T. S. e. P. U. (1988). *Electromagnetic and Acoustic Scattering by Simple Shapes*.
- Junger, M. et Feit, D. (1972). *Sound Structure and Their Interaction*. 300-302 p.
- Keller, J. B. (1962). Geometrical theory of diffraction. *Journal of the Optical Society of America*, volume 52, numéro 2, p. 116–130.
- Kempton, A. (1980). Ray-theory to predict the propagation of broadband fan noise. Dans *AIAA 6th Aeroacoustics Conference*. p. 711–718.
- Kempton, A. (1983). Ray theory and mode-theory prediction of intake-liner performance : a comparaison with engine measurement. Dans *AIAA 8th Aeroacoustics Conference*. p. 968–976.
- Kempton, A. et Smith, M. (1981). Ray-theory prediction of sound radiated from realistic engine intakes. Dans *AIAA 7th Conference*. p. 1982.
- Kouyoumjian, R. et Pathak, P. (1974). A uniform geometrical theory of diffraction for an edge in a perfectly conducting surface. Dans *Proc. of the IEEE 62*. Numéro 11, p. 1448–1461.
- Lan, J. et Breard, C. (2006). Development and validation of a 3d linearized euler solver. Dans *12th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, American Institute of Aeronautics and Astronautics Inc. p. 2336–2360.
- Lemaire, S. (2005). Towards greener dassault falcon jets. *AIAA/AAAF Aircraft Noise and Emissions Reduction Symposium*.
- Lieber, L. (2000). *Small Engine Technology (SET) - Task 13 ANOPP Noise Prediction for Small Engines Jet Noise Prediction Module, Wing Shielding Module, and System Studies Results* (Rapport technique). NASA.
- LMS (2007). *Raynoise Revision 3.1 User Manual*. LMS International.
- Manoha, E., Juvigny, X. et Roux, F.-X. (2005). Numerical simulation of aircraft engine installation acoustic effects. Dans *Collection of Technical Papers - 11th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, ONERA, BP 72, 92322 Chatillon Cedex, France. volume 3. American Institute of Aeronautics and Astronautics Inc, Monterey, CA, United states, p. 1512–1522.

- Martin, J., Van Maercke, D. et Vian, J. (1993). Binaural simulation of concert halls : A new approach for the binaural reverberation process. *Journal of the Acoustical Society of America*, volume 94, p. 3255–3263.
- Mithra (1998). *Mithra Environmental Prediction Software version 5.0 : User Manual*.
- Morse, P. M. et Ingard, K. U. (1986). *Theoretical acoustics*. Princeton, New Jersey : Princeton university press.
- N. Shu, L.F. Cohn, R. H. e. T. K. (May 2007). Improving traffic-noise model insertion loss accuracy based on diffraction and reflection theories. *Journal Of Transportation Engineering*, p. 281–287.
- Ng, L. W.-T. (2009). *Design and Acoustic Shielding Prediction of Hybrid Wing-Body Aircraft*. Thèse de doctorat.
- Noé, N. et Vernet, M. (2010). Application de l'acoustique géométrique à la simulation de la réflexion et de la diffraction par des surfaces courbes. Dans *10ème Congrès Français d'Acoustique*.
- OACI (2002). *Annexe 16-Protection de l'environnement p77. SAE ARP 866A*. (Rapport technique Volume I. Appendix 2.). International Civil Aviation Organization.
- Pierce, A. (1981). *Acoustics : An Introduction to its Physical Principles and Applications*. 413-419 p.
- Redonnet, S., C., P., Manoha, E. et Lizarazu, D. (2007). Numerical study of 3d acoustic installation effects through a hybrid euler/bem method. Dans *13th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. p. 1400–1429.
- Remy, H. (2001). *Research Studies of Aircraft Aerodynamic Noise and Installation Effect* (Rapport technique). Aerospatiale Matra Airbus, L.C. Chow - Bae Systems Airbus UK Ltd.
- Rozenberg, Y. et Bulté, J. (2008). Fast aircraft noise prediction including installation effects for the evaluation of air transport systems. Dans *Internoise 2008, 37th International Congress and Exposition on Noise Control Engineering*. p. 342–353.
- Seznec, R. (1980). Diffraction of sound around barriers : Use of the boundary elements tech. *Journal Of Sound and Vibration*, volume 73, p. 195–209.
- Sommerfeld, A. (1954). *Optics*. New York.
- Tappert, F. (1998). Inhomogeneous absorption and geometric acoustics. *Journal of the Acoustical Society of America*, volume 103, numéro 3, p. 1282–1287.
- Thompson, R. (1974). Ray-acoustic intensity in a moving medium. *Journal of the Acoustical Society of America*, volume 55, numéro 4, p. 729–737.
- Vaudon, P. (1991). *Contribution à l'étude de la théorie géométrique de la diffraction. Application à la conception et à l'optimisation d'une base de mesures d'antennes*. Thèse de doctorat, Université de Limoges, Limoges, FRANCE.

- Vian, J. et Martin, J. (1992). Binaural room acoustics simulation. practical uses and applications. *Applied Acoustics*, volume 36, numéro 3-4, p. 293–305.
- Waitz, I. A. (2005). Are there practical solutions to reduce noise and emissions? *AIAA/AAAF Aircraft Noise and Emissions Reduction Symposium*.
- Zorumski, W. E. (1982). Aircraft noise prediction program theoretical manual. *NASA Technical Memorandum*, p. var paging–var paging.

