



Faculté de génie  
Département de génie électrique et de génie informatique

NAVIGATION D'UN VÉHICULE AUTONOME  
AUTOUR D'UN ASTÉROÏDE

Mémoire de maîtrise es sciences appliquées  
Spécialité : génie électrique

*Composition du jury*  
M. Jean de Lafontaine (directeur)  
M. Daniel Dalle  
M. Gérard Lachiver

Karine DIONNE

Sherbrooke (Québec), Canada

Janvier 2010

IV-2026



Library and Archives  
Canada

Published Heritage  
Branch

395 Wellington Street  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

Bibliothèque et  
Archives Canada

Direction du  
Patrimoine de l'édition

395, rue Wellington  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

*Your file* *Votre référence*  
ISBN: 978-0-494-65612-9  
*Our file* *Notre référence*  
ISBN: 978-0-494-65612-9

**NOTICE:**

The author has granted a non-exclusive license allowing Library and Archives Canada to reproduce, publish, archive, preserve, conserve, communicate to the public by telecommunication or on the Internet, loan, distribute and sell theses worldwide, for commercial or non-commercial purposes, in microform, paper, electronic and/or any other formats.

The author retains copyright ownership and moral rights in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

**AVIS:**

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque et Archives Canada de reproduire, publier, archiver, sauvegarder, conserver, transmettre au public par télécommunication ou par l'Internet, prêter, distribuer et vendre des thèses partout dans le monde, à des fins commerciales ou autres, sur support microforme, papier, électronique et/ou autres formats.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur et des droits moraux qui protègent cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

---

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms may have been removed from this thesis.

While these forms may be included in the document page count, their removal does not represent any loss of content from the thesis.

Conformément à la loi canadienne sur la protection de la vie privée, quelques formulaires secondaires ont été enlevés de cette thèse.

Bien que ces formulaires aient inclus dans la pagination, il n'y aura aucun contenu manquant.

  
**Canada**

## RÉSUMÉ

Les missions d'exploration planétaire utilisent des véhicules spatiaux pour acquérir les données scientifiques qui font avancer notre connaissance du système solaire. Depuis les années 90, ces missions ciblent non seulement les planètes, mais aussi les corps célestes de plus petite taille comme les astéroïdes. Ces astres représentent un défi particulier du point de vue des systèmes de navigation, car leur environnement dynamique est complexe. Une sonde spatiale doit réagir rapidement face aux perturbations gravitationnelles en présence, sans quoi sa sécurité pourrait être compromise. Les délais de communication avec la Terre pouvant souvent atteindre plusieurs dizaines de minutes, il est nécessaire de développer des logiciels permettant une plus grande autonomie d'opération pour ce type de mission.

Ce mémoire présente un système de navigation autonome qui détermine la position et la vitesse d'un satellite en orbite autour d'un astéroïde. Il s'agit d'un filtre de Kalman étendu adaptatif à trois degrés de liberté. Le système proposé se base sur l'imagerie optique pour détecter des « points de repères » qui ont été préalablement cartographiés. Il peut s'agir de cratères, de rochers ou de n'importe quel trait physique discernable à la caméra. Les travaux de recherche réalisés se concentrent sur les techniques d'estimation d'état propres à la navigation autonome. Ainsi, on suppose l'existence d'un logiciel approprié qui réalise les fonctions de traitement d'image. La principale contribution de recherche consiste en l'inclusion, à chaque cycle d'estimation, d'une mesure de distance afin d'améliorer les performances de navigation. Un estimateur d'état de type adaptatif est nécessaire pour le traitement de ces mesures, car leur précision varie dans le temps en raison de l'erreur de pointage. Les contributions secondaires de recherche sont liées à l'analyse de l'observabilité du système ainsi qu'à une analyse de sensibilité pour six paramètres principaux de conception.

Les résultats de simulation montrent que l'ajout d'une mesure de distance par cycle de mise à jour entraîne une amélioration significative des performances de navigation. Ce procédé réduit l'erreur d'estimation ainsi que les périodes de non-observabilité en plus de contrer la dilution de précision des mesures. Les analyses de sensibilité confirment quant à elles la contribution des mesures de distance à la diminution globale de l'erreur d'estimation et ce pour une large gamme de paramètres de conception. Elles indiquent également que l'erreur de cartographie est un paramètre critique pour les performances du système de navigation développé.

**Mots clés :** *Estimation d'état, filtre de Kalman adaptatif, navigation optique, lidar, astéroïde, simulations numériques*

## REMERCIEMENTS

La réalisation de ce projet de recherche n'aurait pas été possible sans le soutien de plusieurs collaborateurs et organisations que je tiens à mentionner.

Je voudrais tout d'abord remercier mon directeur de recherche, monsieur Jean de Lafontaine pour le transfert de ses connaissances et le partage de ses idées novatrices qui m'ont poussée à toujours me surpasser. Ses conseils et son enthousiasme ont été grandement appréciés tout au long du parcours de ces deux dernières années.

Merci également au Conseil de recherches en sciences naturelles et en génie (CRSNG) ainsi qu'à la Fondation de l'Université de Sherbrooke pour leur appui financier qui m'a permis d'entreprendre ce projet et de le mener à terme. Je remercie aussi la *Canadian Foundation for the International Space University* (CFISU) pour m'avoir donné l'opportunité de prendre part au programme de l'Université internationale de l'espace et ainsi remettre en contexte mes travaux de recherche.

Je transmets un merci tout particulier à mes collègues de laboratoire pour leurs échanges enrichissants ainsi que leur présence qui a ensoleillé mon passage à la maîtrise. Je suis également reconnaissante envers messieurs Jimmy Côté et David Neveu de NGC Aérospatiale Ltée qui m'ont permis d'approfondir ma compréhension de plusieurs sujets techniques.

Enfin, j'adresse mes remerciements les plus sincères à mon conjoint ainsi qu'à ma famille pour avoir cru en moi et pour leurs encouragements tout au long de mes études. Le chemin a parfois été parsemé d'embûches, mais ils ont toujours été là pour me soutenir.

# TABLE DES MATIÈRES

<b>1. INTRODUCTION .....</b>	<b>1</b>
1.1 CONTEXTE DE LA RECHERCHE.....	1
1.1.1 <i>Des missions vers les astéroïdes.....</i>	2
1.1.2 <i>Un besoin d'autonomie accru.....</i>	3
1.1.3 <i>Des percées prometteuses pour la navigation autonome.....</i>	4
1.2 OBJECTIFS DE RECHERCHE .....	5
1.2.1 <i>Mise en œuvre d'un système de navigation autonome.....</i>	5
1.2.2 <i>Analyse de l'observabilité du système .....</i>	8
1.2.3 <i>Analyse de sensibilité du système .....</i>	9
1.3 ORGANISATION DU MEMOIRE .....	10
<b>2. DYNAMIQUE DE TRANSLATION DU SATELLITE .....</b>	<b>11</b>
2.1 NOTIONS PRELIMINAIRES .....	11
2.1.1 <i>Définition des référentiels.....</i>	11
2.1.2 <i>Conventions de notation .....</i>	12
2.2 MODELE DE LA SURFACE DE L' ASTEROÏDE .....	13
2.3 MODELE DU CHAMP GRAVITATIONNEL DE L' ASTEROÏDE.....	14
2.4 MODELE DES PERTURBATIONS SOLAIRES .....	17
2.5 ÉQUATIONS DE LA DYNAMIQUE.....	18
2.6 BILAN DE L'ENVIRONNEMENT DYNAMIQUE.....	18
<b>3. REVUE DES TECHNIQUES DE NAVIGATION AUTONOME.....</b>	<b>19</b>
3.1 THEORIE DES ESTIMATEURS D'ETAT.....	19
3.1.1 <i>Principe de propagation-correction.....</i>	19
3.1.2 <i>Filtre de Kalman étendu .....</i>	21
3.1.3 <i>Méthode de correction successive .....</i>	23
3.1.4 <i>Filtre de Kalman étendu itératif.....</i>	24
3.1.5 <i>Autres types de filtres de Kalman .....</i>	25
3.2 REVUE DES TECHNIQUES DE NAVIGATION AUTONOME .....	26
3.2.1 <i>Navigation optique relative .....</i>	26
3.2.2 <i>Navigation optique absolue .....</i>	28
3.2.3 <i>Navigation à partir de mesures de distance .....</i>	33
3.3 REVUE DES MISSIONS D'EXPLORATION VERS DES ASTEROÏDES.....	35
3.3.1 <i>Navigation de la sonde NEAR-Shoemaker .....</i>	35
3.3.2 <i>Navigation de la sonde Hayabusa .....</i>	36

3.4	BILAN DE LA REVUE DE LITTERATURE.....	37
<b>4.</b>	<b>ANALYSE D'OBSERVABILITÉ .....</b>	<b>39</b>
4.1	NOTIONS PRELIMINAIRES .....	39
4.1.1	<i>Définition de l'observabilité.....</i>	39
4.1.2	<i>Techniques d'analyse d'observabilité .....</i>	40
4.1.3	<i>Observabilité des systèmes de navigation optique.....</i>	41
4.2	ANALYSE D'OBSERVABILITE DU SYSTEME .....	42
4.2.1	<i>Combinaison caméra et lidar .....</i>	42
4.2.2	<i>Caméra employée seule .....</i>	43
4.3	OBSERVABILITE ET DILUTION DE PRECISION .....	46
4.3.1	<i>Mise en contexte .....</i>	46
4.3.2	<i>Navigation GPS et dilution de précision .....</i>	47
4.3.3	<i>Calcul de la dilution de précision.....</i>	48
4.3.4	<i>Utilisation des indicateurs de dilution de précision .....</i>	48
4.4	BILAN DES ANALYSES .....	49
<b>5.</b>	<b>DÉVELOPPEMENT DU SIMULATEUR .....</b>	<b>51</b>
5.1	HYPOTHESES DE TRAVAIL .....	51
5.2	ARCHITECTURE DU SIMULATEUR .....	53
5.3	MODELE DES MESURES ET DES CAPTEURS .....	55
5.3.1	<i>Caméra et algorithme de vision.....</i>	55
5.3.2	<i>Lidar et contrôle .....</i>	56
5.3.3	<i>Détecteur d'étoile .....</i>	60
5.3.4	<i>Bilan des principales incertitudes modélisées .....</i>	61
5.4	VALIDATION DU SIMULATEUR.....	62
5.5	BILAN DU DEVELOPPEMENT DU SIMULATEUR.....	63
<b>6.</b>	<b>DÉVELOPPEMENT DE L'ESTIMATEUR D'ÉTAT .....</b>	<b>64</b>
6.1	ARCHITECTURE DE L'ESTIMATEUR D'ETAT .....	64
6.2	PHASE DE PROPAGATION .....	65
6.3	PHASE DE CORRECTION .....	67
6.3.1	<i>Caméra – correction séquentielle et itérative.....</i>	67
6.3.2	<i>Lidar – correction adaptative.....</i>	70
6.4	BILAN DES CONTRIBUTIONS .....	71
<b>7.</b>	<b>VALIDATION DE LA NAVIGATION PAR SIMULATION .....</b>	<b>73</b>
7.1	PLAN DES TESTS DE SIMULATION .....	73
7.2	VALIDATION DES PERFORMANCES DE L'ESTIMATEUR D'ETAT.....	76

7.2.1	<i>Validation du comportement dynamique</i> .....	78
7.2.2	<i>Validation de la robustesse</i> .....	82
7.2.3	<i>Validation de la stabilité</i> .....	84
7.3	UTILITE DE L'ALGORITHME DE SELECTION D'UN POINT DE REPERE .....	86
7.4	VALEUR AJOUTEE DE LA CORRECTION ADAPTATIVE DU LIDAR.....	87
7.5	CONTRIBUTION DES MESURES DU LIDAR AUX PERFORMANCES DE NAVIGATION.....	89
7.6	BILAN DE L'ANALYSE DES RESULTATS .....	93
<b>8.</b>	<b>ANALYSE DE SENSIBILITÉ DU SYSTÈME DE NAVIGATION .....</b>	<b>94</b>
8.1	PLAN DE TEST DES ANALYSES DE SENSIBILITE.....	94
8.2	ANALYSE DE L'INFLUENCE DU NOMBRE DE POINTS DE REPERE .....	96
8.2.1	<i>Mise en contexte</i> .....	96
8.2.2	<i>Méthodologie</i> .....	97
8.2.3	<i>Résultats et analyse</i> .....	97
8.3	PRECISION DE L'ALGORITHME DE VISION .....	99
8.3.1	<i>Mise en contexte</i> .....	99
8.3.2	<i>Méthodologie</i> .....	100
8.3.3	<i>Résultats et analyse</i> .....	100
8.4	ANALYSE DE L'INFLUENCE DE LA DISTANCE A LA SURFACE.....	102
8.4.1	<i>Mise en contexte</i> .....	102
8.4.2	<i>Méthodologie</i> .....	102
8.4.3	<i>Résultats et analyse</i> .....	103
8.5	ANALYSE DE L'INFLUENCE DE LA FREQUENCE DE RECALAGE DES MESURES .....	105
8.5.1	<i>Mise en contexte</i> .....	105
8.5.2	<i>Méthodologie</i> .....	106
8.5.3	<i>Résultats et analyse</i> .....	106
8.6	ANALYSE DE L'INFLUENCE DE LA QUALITE DU MODELE EMBARQUE DE LA GRAVITE .....	107
8.6.1	<i>Mise en contexte</i> .....	107
8.6.2	<i>Méthodologie</i> .....	108
8.6.3	<i>Résultats et analyse</i> .....	109
8.7	ANALYSE DE L'INFLUENCE DES ERREURS DE CARTOGRAPHIE .....	112
8.7.1	<i>Mise en contexte</i> .....	112
8.7.2	<i>Méthodologie</i> .....	113
8.7.3	<i>Résultats et analyse</i> .....	114
8.8	BILAN DES ANALYSES DE SENSIBILITE.....	117
<b>9.</b>	<b>CONCLUSION .....</b>	<b>119</b>
9.1	SOMMAIRE DES TRAVAUX .....	119

9.2	CONTRIBUTIONS DE RECHERCHE.....	120
9.3	TRAVAUX FUTURS.....	121
<b>ANNEXE A VALIDATION DU SIMULATEUR.....</b>		<b>122</b>
A.1	VALIDATION DE LA ROTATION DE L' ASTEROÏDE.....	122
A.2	VALIDATION DE L'ORIENTATION DU SATELLITE.....	123
A.3	VALIDATION DU GENERATEUR DE POINTS DE REPERES.....	124
A.4	VALIDATION DE LA CAMERA.....	125
A.5	VALIDATION DU LIDAR.....	126
A.6	VALIDATION DU CHAMP GRAVITATIONNEL ET DES EQUATIONS DYNAMIQUES.....	127
<b>ANNEXE B VALIDATION DU SYSTÈME DE NAVIGATION.....</b>		<b>130</b>
B.1	TRAJECTOIRES DE TEST.....	130
B.2	VALIDATION DES PERFORMANCES DE L'ESTIMATEUR D'ETAT.....	132
B.3	IMPORTANCE DE LA CORRECTION ADAPTATIVE DU LIDAR.....	140
B.4	CONTRIBUTION DU LIDAR.....	143
<b>ANNEXE C RÉSULTATS DES ANALYSES DE SENSIBILITÉ.....</b>		<b>149</b>
C.1	NOMBRE DE POINTS DE REPERES.....	149
C.2	PRECISION DE L' ALGORITHME DE VISION.....	150
C.3	DISTANCE A LA SURFACE DE L' ASTEROÏDE.....	150
C.4	FREQUENCE DE RECALAGE DES MESURES.....	152
C.5	QUALITE DU MODELE EMBARQUE DE LA GRAVITE.....	152
C.6	ERREURS DE CARTOGRAPHIE.....	155
<b>BIBLIOGRAPHIE.....</b>		<b>158</b>



## LISTE DES FIGURES

Figure 2.1 Représentation des référentiels utilisés pour le développement des équations.....	11
Figure 2.2 Représentation schématique des perturbations solaires .....	17
Figure 3.1 Structure générale d'un estimateur d'état (Côté, 2007) .....	20
Figure 3.2 Représentation schématique des techniques de correction .....	23
Figure 3.3 Représentation schématique du filtre de Kalman étendu itératif .....	25
Figure 4.1 Schéma vectoriel pour l'analyse d'observabilité du système caméra-lidar .....	42
Figure 4.2 Schéma vectoriel pour l'analyse d'observabilité avec un seul point de repère dans le champ de vision de la caméra.....	44
Figure 4.3 Schéma vectoriel pour l'analyse d'observabilité avec deux points de repère dans le champ de vision de la caméra.....	45
Figure 4.4 Comparaison du système GPS avec la navigation optique .....	47
Figure 5.1 Architecture logicielle haut niveau pour la validation de l'algorithme de navigation .....	53
Figure 5.2 Interaction entre les capteurs utilisés pour la navigation .....	54
Figure 5.3 Modèle de projection en perspective de la caméra .....	55
Figure 5.4 Effet de l'erreur de pointage sur la mesure de distance .....	57
Figure 5.5 Schéma vectoriel de la problématique de la distance mesurée .....	58
Figure 6.1. Architecture de navigation – Filtre de Kalman étendu avec correction successive	64
Figure 6.2. Représentation schématique de la technique de correction successive et itérative	69
Figure 7.1 Erreur d'estimation en position et en vitesse pour l'axe $x$ – Scénario 1 (nominal)	78
Figure 7.2 Comparaison du bruit de mesure sur la distance entre le scénario nominal (#1) et le scénario de bruit amplifié (#4).....	80
Figure 7.3 Corrélation entre les erreurs d'estimation et le bruit de mesure en distance (scénario nominal).....	81
Figure 7.4 Erreur d'estimation en position et en vitesse pour l'axe $x$ – Scénario 4 (bruit amplifié) .....	83
Figure 7.5 Erreur d'estimation en position et en vitesse pour l'axe $x$ – Scénario nominal sans l'algorithme de sélection des points de repère.....	87

Figure 7.6 Erreur d'estimation en position et en vitesse pour l'axe $x$ – scénario nominal sans algorithme de sélection ni correction adaptative .....	88
Figure 7.7 Bornes des erreurs d'estimation pour l'axe $x$ avec et sans le lidar – Scénario nominal .....	90
Figure 7.8 Dilution de précision en fonction du temps – Scénario 3 (Itokawa) sans le lidar... ..	93
Figure 8.1 Relation entre la borne $3\sigma$ des erreurs d'estimation en position et le nombre de points de repère visibles dans le champ de vision de la caméra.....	98
Figure 8.2 Relation entre la borne $3\sigma$ des erreurs d'estimation en position et la précision de l'algorithme de vision utilisé .....	101
Figure 8.3 Relation entre la borne $3\sigma$ des erreurs d'estimation en position et la distance à la surface de l'astéroïde pour 243 et 1590 points de repère cartographiés.....	103
Figure 8.4 Relation entre la borne $3\sigma$ des erreurs d'estimation en position et la période de recalage des mesures .....	106
Figure 8.5 Relation entre l'erreur RMS d'estimation en position et le gain $\lambda$ de la matrice $Q$ .....	109
Figure 8.6 Erreur d'estimation pour l'axe $x$ en période de non observabilité dans un champ gravitationnel (a) mal connu et (b) bien connu à bord. ( $\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$ ) .....	111
Figure 8.7 Erreur d'estimation en $z$ pour une erreur de cartographie $\sigma_{map} = 10$ m et trois points de repère visibles (avec caméra et lidar) .....	115
Figure 8.8 Relation entre l'erreur RMS d'estimation en position et l'amplitude des erreurs de cartographie (avec lidar).....	116
Figure A.1. Axes de $\mathcal{F}^A$ représentés dans le référentiel inertiel $\mathcal{F}^I$ pour une orientation initiale de $C_x(15^\circ)C_z(30^\circ)$ .....	122
Figure A.2. Comparaison de l'orientation commandée, réelle et mesurée du satellite, pour une erreur de pointage de $\sigma = 7^\circ$ et un bruit de mesure de $\sigma = 0.03^\circ$ (distribution normale).....	123
Figure A.3. Position de 1000 points de repère générés aléatoirement dans le référentiel $\mathcal{F}^A$ . .....	124
Figure A.4 Projection de 200 points de repère dans le plan de la caméra avec un bruit de mesure de 3 pixels .....	125
Figure A.5. Différence entre la distance réelle et la distance mesurée de 100 points de repère par rapport au satellite à un instant $t_k$ donné.....	126

Figure A.6. Comparaison des composantes $p^j$ réelles et reconstruites à partir des mesures du lidar pour 200 points de repères .....	127
Figure A.7. Rayon et énergie de l'orbite pour les champs gravitationnels perturbé et idéal .	128
Figure A.8. Trajectoire du satellite dans $\mathcal{F}^j$ pour des champs gravitationnels perturbé et idéal .....	129
Figure B.1. Orbite rétrograde nominale pour les scénarios de tests 1, 4 et 5 .....	130
Figure B.2. Orbite directe du scénario 2.....	131
Figure B.3. Orbite quasi-polaire autour d'Itokawa du scénario 3 .....	131
Figure B.4. Scénario 1 (nominal) – erreurs d'estimation en position .....	132
Figure B.5. Scénario 1 (nominal) – erreurs d'estimation en vitesse .....	133
Figure B.6. Scénario 1 (nominal) – points de repère et bruit de mesure .....	133
Figure B.7. Scénario 2 (orbite directe équatoriale) – erreurs d'estimation en position.....	134
Figure B.8. Scénario 2 (orbite directe équatoriale) – erreurs d'estimation en vitesse.....	134
Figure B.9. Scénario 2 (orbite directe équatoriale) – points de repère et bruit de mesure .....	135
Figure B.10. Scénario 3 (Itokawa) – erreurs d'estimation en position.....	135
Figure B.11. Scénario 3 (Itokawa) – erreurs d'estimation en vitesse.....	136
Figure B.12. Scénario 3 (Itokawa) – points de repère et bruit de mesure .....	136
Figure B.13. Scénario 4 (Bruit amplifié) – erreurs d'estimation en position.....	137
Figure B.14. Scénario 4 (Bruit amplifié) – erreurs d'estimation en vitesse .....	137
Figure B.15. Scénario 4 (Bruit amplifié) – bruit de mesure de distance .....	138
Figure B.16. Scénario 5 (Monte Carlo) – nombre de points de repère visibles et points de test pour l'analyse de la distribution statistique des erreurs d'estimation.....	138
Figure B.17. Scénario 5 (Monte Carlo) – erreurs d'estimation en position .....	139
Figure B.18. Scénario 5 (Monte Carlo) – erreurs d'estimation en vitesse .....	139
Figure B.19. Scénario 5 (Monte Carlo) – distribution des erreurs d'estimation aux temps $t = 30$ min (5 cibles), $t = 17.5$ min (3 cibles) et $t = 9.6$ min (1 cible) .....	140
Figure B.20. Erreur de la mesure de distance pour le scénario 1 (nominal) avec et sans l'algorithme de sélection. ....	140
Figure B.21. Erreurs d'estimation en position – scénario 1 (nominal) sans l'algorithme de sélection .....	141

Figure B.22. Erreurs d'estimation en vitesse – scénario 1 (nominal) sans l'algorithme de sélection *	141
Figure B.23. Erreurs d'estimation en position – scénario 1 (nominal) sans l'algorithme de sélection et sans la correction adaptative	142
Figure B.24. Erreurs d'estimation en vitesse – scénario 1 (nominal) sans l'algorithme de sélection et sans la correction adaptative	142
Figure B.25. Scénario 1 (nominal) sans le lidar– erreurs d'estimation en position	143
Figure B.26. Scénario 1 (nominal) sans le lidar– erreurs d'estimation en vitesse	144
Figure B.27. Scénario 1 (nominal) sans le lidar – Points de repère et dilution de précision.	144
Figure B.28. Scénario 3 (Itokawa) sans le lidar– erreurs d'estimation en position	145
Figure B.29. Scénario 3 (Itokawa) sans le lidar– erreurs d'estimation en vitesse	145
Figure B.30. Scénario 3 (Itokawa) sans le lidar – Points de repère et dilution de précision.	146
Figure B.31. Scénario 2 (Direct) sans le lidar – Points de repère et dilution de précision	146
Figure B.32. Scénario 1 (nominal) – borne des erreurs d'estimation avec et sans le lidar	147
Figure B.33. Scénario 2 (orbite directe équatoriale) – borne des erreurs d'estimation avec et sans le lidar	147
Figure B.34. Scénario 3 (Itokawa) – borne des erreurs d'estimation avec et sans le lidar	148
Figure B.35. Scénario 4 (Bruit amplifié) – borne des erreurs d'estimation avec et sans le lidar	148
Figure C.1. Relation entre la borne $3\sigma$ des erreurs d'estimation et le nombre de points de repère visibles dans le champ de vision de la caméra	149
Figure C.2. Relation entre la borne $3\sigma$ des erreurs d'estimation et la précision de l'algorithme de vision utilisé	150
Figure C.3. Relation entre la borne $3\sigma$ des erreurs d'estimation et la distance à la surface de l'astéroïde pour 243 et 1590 points de repère cartographiés	151
Figure C.4. Relation entre le nombre de points de repère visibles et la distance à la surface de l'astéroïde pour 243 et 1590 points de repère cartographiés	151
Figure C.5. Relation entre la borne $3\sigma$ des erreurs d'estimation et la période de recalage des mesures	152
Figure C.6. Relation entre l'erreur RMS d'estimation et le gain $\lambda$ de la matrice $Q$	153

Figure C.7. Relation entre le temps de stabilisation et le gain $\lambda$ de la matrice $Q$ (pour un champ gravitationnel sphérique idéal) .....	153
Figure C.8. Erreur d'estimation en période de non observabilité dans un champ gravitationnel mal connu à bord ( $\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$ ) .....	154
Figure C.9. Erreur d'estimation en période de non observabilité dans un champ gravitationnel bien connu à bord ( $\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$ ) .....	154
Figure C.10. Erreur d'estimation pour une erreur de cartographie $\sigma_{map} = 10$ m et trois points de repère visibles (avec caméra et lidar) .....	155
Figure C.11. Erreur d'estimation pour une erreur de cartographie $\sigma_{map} = 10$ m et trois points de repère visibles (avec caméra seulement) .....	156
Figure C.12. Relation entre l'erreur RMS d'estimation et l'amplitude des erreurs de cartographie (avec lidar) .....	156
Figure C.13. Relation entre l'erreur RMS d'estimation et l'amplitude des erreurs de cartographie (sans lidar) .....	157
Figure C.14. Comparaison des relations entre l'erreur RMS d'estimation et l'amplitude des erreurs de cartographie avec et sans le lidar .....	157

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1.1 Missions passées ou en cours vers des astéroïdes (Ball et al., 2009)* .....	2
Tableau 1.2 Missions à l'étude pour des astéroïdes (Ball et al., 2009)* .....	3
Tableau 2.1 Sommaire des principales conventions de notation.....	12
Tableau 2.2 Résumé des méthodes de modélisation de la gravité.....	16
Tableau 3.1 Sommaire des algorithmes de type VAIN .....	30
Tableau 3.2 Sommaire des performances observées pour des algorithmes de type VAIN.....	32
Tableau 4.1 Avantages et limites des indicateurs de la qualité d'observabilité.....	49
Tableau 5.1 Sommaire des hypothèses simplificatrices .....	52
Tableau 5.2 Sommaire des principales incertitudes modélisées.....	61
Tableau 5.3 Tests unitaires de validation du simulateur .....	63
Tableau 7.1 Description des scénarios de tests .....	74
Tableau 7.2 Paramètres physiques des astéroïdes .....	75
Tableau 7.3 Paramètres des capteurs et du satellite.....	75
Tableau 7.4 Paramètres de l'estimateur d'état (EKF).....	76
Tableau 7.5 Compilation des bornes $3\sigma$ moyennes et de l'erreur RMS obtenues en simulation .....	79
Tableau 7.6 Temps de stabilisation des erreurs d'estimation.....	84
Tableau 7.7 Distribution statistique des erreurs d'estimation en position à trois instants donnés .....	85
Tableau 7.8 Distribution statistique des erreurs d'estimation en vitesse à trois instants donnés .....	86
Tableau 7.9 Comparaison des erreurs d'estimation avec et sans le lidar.....	91
Tableau 8.1 Sommaire des analyses de sensibilité.....	95
Tableau 8.2 Facteur d'augmentation de l'erreur d'estimation pour une précision passant de 1 à 3 pixels.....	101
Tableau 8.3 Facteur d'augmentation de l'erreur d'estimation pour une augmentation de la période de recalage de 1 à 20 secondes .....	106

## LEXIQUE

### Sigles

APEX :	<i>Apophis Explorer</i>
APIES :	<i>Asteroid Population Investigation and Exploration Swarm</i>
DEM :	<i>Digital Elevation Map</i> , modèle numérique d'altitude
DIMES :	<i>Descent Image Motion Estimation System</i>
DOF :	<i>Degree of freedom</i> , degré de liberté
DSN :	<i>Deep Space Network</i> , réseau de l'espace lointain
DYN :	Dynamique
EKF :	<i>Extended Kalman Filter</i> , filtre de Kalman étendu
ESA :	<i>European Space Agency</i> , Agence spatiale européenne
GDOP :	<i>Geometric dilution of precision</i> , dilution de précision géométrique
GPS :	<i>Global Positioning System</i> , système de localisation GPS
IEKF :	<i>Iterated Extended Kalman Filter</i> , filtre de Kalman étendu itératif
IMU :	<i>Inertial Measurement Unit</i> , unité de mesure inertielle
ISAS :	<i>Institute of Space and Astronautical Science</i> (Japon)
ISHTAR :	<i>Internal Structure High-resolution Tomography by Asteroid Rendezvous</i>
JAXA :	<i>Japan Aerospace Exploration Agency</i> , Agence spatiale japonaise
LEONARD :	<i>Lander Explorer Orbiter Near-earth Asteroids : Rendez-vous Double-object</i>
Lidar :	<i>Light Detection and Ranging</i> , capteur de distance
LRF :	<i>Laser Range Finder</i> , capteur de distance à base de laser, télémètre à laser
NASA :	<i>National Aeronautics and Space Administration</i> , Agence spatiale américaine
NEA :	<i>Near-Earth Asteroid</i> , astéroïde à proximité de la Terre
NEAR :	<i>Near-Earth Asteroid Rendez-vous</i>
OBSW :	<i>On-Board Software</i> , logiciel embarqué
PROBA :	<i>Project for On-Board Autonomy</i>
RMS :	<i>Root Mean Square</i> , moyenne quadratique
RWSW :	<i>Real World Software</i> , simulateur
SEN :	<i>Sensor</i> , capteurs
SIMONE :	<i>Smallsat Intercept Missions to Objects Near Earth</i>
SRP :	<i>Solar Radiation Pressure</i> , pression de radiation solaire
UA :	Unité astronomique
UKF :	<i>Unscented Kalman Filter</i> , filtre de Kalman non parfumé
VAIN :	<i>Vision-Aided Inertial Navigation</i> , navigation inertielle assistée par un algorithme de vision

## Termes

Cette section regroupe les définitions des principaux termes techniques utilisés dans la rédaction de ce mémoire. Cette liste n'est ni exhaustive, ni générale ou universelle. Les définitions sont appliquées au contexte de la recherche afin de faciliter la compréhension du lecteur. Elles sont inspirées de l'ensemble des lectures effectuées sur le sujet, mais aussi des informations contenues dans le Grand dictionnaire terminologique<sup>1</sup> ainsi que dans l'encyclopédie libre Wikipedia<sup>2</sup>.

Altimètre :	Capteur de distance généralement à base de radar qui retourne la plus courte distance à la surface, c'est-à-dire l'altitude
Analyse de Monte Carlo :	Méthode de simulation qui consiste à faire varier aléatoirement un ou des paramètres pour ensuite vérifier les résultats numériques obtenus
Astéroïde :	Corps céleste rocheux de petite taille en orbite quelconque autour du soleil
Atterrissage de précision :	Atterrissage dans un rayon inférieur à 100 m d'une cible déterminée ( <i>pinpoint landing</i> )
Autonomie :	Voir <i>navigation autonome</i>
Borne $3\sigma$ :	Borne des erreurs d'estimation calculée à partir de la matrice de covariance $P$ de l'estimateur d'état
Bruit blanc gaussien :	Signal aléatoire dont les valeurs ne sont pas corrélées dans le temps et qui présente une distribution normale de moyenne nulle et de variance $\sigma^2$
Bruit topographique :	Bruit de mesure de distance causé par le relief fin de la surface qui affecte le point de réflexion des signaux du capteur
Capteur :	Instrument de mesure
Centre de masse :	Point imaginaire où la masse d'un corps pourrait se situer sans modifier le moment statique de ce corps
<i>Cosmic Vision</i> :	Programme scientifique de l'Agence spatiale européenne pour les années 2015 à 2025
Champ gravitationnel :	Potentiel gravitationnel réparti dans l'espace en raison de la présence d'un corps massif exerçant une force d'attraction
Colinéaire :	Des vecteurs sont colinéaires s'ils ont la même direction, c'est-à-dire s'ils peuvent être reliés par un scalaire selon l'expression $\vec{u} = k\vec{v}$

---

<sup>1</sup> [www.granddictionnaire.com](http://www.granddictionnaire.com) (Office québécois de la langue française)

<sup>2</sup> [www.wikipedia.org](http://www.wikipedia.org)



Comportement dynamique :	Indice de performance de navigation qui s'intéresse aux erreurs d'estimation, tant du point de vue de leur amplitude que de leur lissage
Conditionnement d'une matrice:	Mesure de l'amplification des variations d'un vecteur $X$ par la matrice $A$ dans un système de forme $Y = AX$ . Cette mesure se calcule à partir des valeurs singulières de la matrice $A$ .
Correction :	Phase d'estimation durant laquelle on utilise les mesures des capteurs pour mettre à jour les états estimés
Correction successive :	Correction qui s'effectue en plusieurs étapes séquentielles avec des ensembles indépendants de mesures
Détecteur d'étoiles :	Instrument de mesure permettant de calculer l'orientation du satellite par rapport à la position des étoiles considérées inertielles
Dextralité :	Qui suit la règle de la main droite, un référentiel dextral
Dilution de précision géométrique :	Indicateur de précision d'une position calculée à partir de satellites GPS
Ellipsoïde triaxial :	Forme mathématique tridimensionnelle arrondie comportant trois axes et trois plans de symétrie
Éphémérides :	Données sur la position et le mouvement des corps célestes
Eros :	Astéroïde de grande taille visité en 2000 par la sonde <i>NEAR-Shoemaker</i>
Erreur de cartographie :	Précision à laquelle un point de repère à la surface d'un astre peut être localisé dans le référentiel inertiel ( <i>map-tie error</i> )
Erreur d'estimation :	Différence entre les états réels et les états estimés d'un système
Erreur de pointage :	Erreur d'orientation d'une ligne de visée vers une cible désirée
Erreur RMS :	Erreur moyenne quadratique ( <i>root mean square error</i> )
Estimateur d'état :	Algorithme de traitement de données permettant d'évaluer les états d'un système selon un critère d'optimalité
Estimateur de bruit statistique Sage-Husa :	<i>Sage-Husa noise statistic estimator</i> , technique d'estimation adaptative qui permet d'estimer la covariance $Q$ des erreurs du modèle et/ou la covariance $R$ du bruit de mesure
Expansion d'harmoniques sphériques :	Modèle mathématique permettant d'exprimer le potentiel gravitationnel d'un corps quelconque en une série polynomiale où chaque terme représente une harmonique
Facteur d'échelle :	Ratio entre les dimensions d'une projection cartographique et les dimensions réelles de l'objet projeté

Filtre de Kalman :	Estimateur d'état de type propagation-correction
Fréquence de recalage :	Fréquence à laquelle l'estimateur effectue une correction des estimés à partir des mesures disponibles
Grammiens indiciels :	Mesure d'énergie qui indique le degré d'influence d'un capteur sur les sorties d'un estimateur selon sa nature ou sa position
Hayabusa :	Sonde d'exploration spatiale de l'agence japonaise JAXA ayant atterri sur l'astéroïde 25143 Itokawa en 2005 avant de revenir vers la Terre. Son retour est prévu en 2010.
<i>Hovering</i> :	Vol stationnaire. Maintien de la position du satellite à un point fixe dans l'espace ou par rapport à un astre
Itokawa :	Astéroïde de petite taille visité par la sonde Hayabusa en 2005
Lidar :	Capteur de distance à base de faisceau laser qui comprend un système de pointage permettant de modifier la ligne de visée
Linéarisation :	Approximation linéaire d'une fonction en un point d'opération donné.
Localisation :	Détermination de la position en fonction d'un référentiel donné
Marée solaire :	Accélération relative causée par l'attraction gravitationnelle du soleil qui n'est pas la même pour l'astéroïde et le satellite ( <i>solar tide</i> )
Marqueur :	Point de repère artificiel relâché sur une surface pour fournir une référence facilement détectable ( <i>target marker</i> )
Mascon :	Élément de masse concentrée en un point, de <i>mass concentration</i>
Matrice de rotation :	Matrice orthonormale de taille 3x3 qui permet de convertir les composantes d'un vecteur dans un référentiel donné à un autre référentiel donné
Modèle de projection en perspective :	Modèle utilisé pour estimer la position des points de repère dans une image de caméra. Il s'agit de calculer l'intersection de la ligne de visée avec le plan focal de la caméra.
Modèle variables-d'état :	Modèle mathématique utilisé pour représenter un système à partir d'un nombre fini d'états dont la forme linéaire est: <div style="text-align: center;"> <math display="block">\dot{X} = AX + Bu</math> <math display="block">y = CX + Du</math> </div>
NEAR-Shoemaker :	Sonde d'exploration spatiale de la NASA ayant orbité autour de l'astéroïde 433 Eros en l'an 2000. La sonde a maintenu différentes orbites avant d'atterrir de manière contrôlée à la surface le 12 février 2001.
Navigation :	Algorithme de détermination de la trajectoire

Navigation absolue :	Algorithme de navigation qui permet d'obtenir un estimé de position dans un référentiel global, qu'il soit inertiel ou fixé à une surface
Navigation autonome :	Algorithme de navigation qui ne nécessite ni intervention humaine, ni communication avec la Terre pour accomplir la détermination de la trajectoire
Navigation inertielle :	Algorithme de navigation qui s'appuie sur une unité de mesure inertielle.
Navigation optique :	Algorithme de navigation qui fait appel à une caméra et à un algorithme de traitement d'image
Navigation relative :	Algorithme de navigation qui permet d'estimer une position relative à une surface
Nutation :	Mouvement oscillatoire de l'axe de rotation d'un corps céleste qui s'ajoute à la précession
Observabilité :	Qualité d'un système dont les capteurs fournissent suffisamment d'information pour reconstruire la totalité des états en un temps fini
Orbite directe :	Orbite dont l'inclinaison est inférieure à $90^\circ$ . Le satellite se déplace donc dans la même direction que la rotation du corps orbité.
Orbite rétrograde :	Orbite dont l'inclinaison est supérieure à $90^\circ$ . Le satellite se déplace donc dans la direction opposée à la rotation du corps orbité.
Orthogonalité :	En géométrie vectorielle, deux vecteurs sont orthogonaux si leur direction est perpendiculaire. Pour un référentiel cartésien donné, les trois axes doivent être perpendiculaires entre eux, selon le principe de l'orthogonalité.
Périhélie :	Point de l'orbite d'un corps céleste le plus rapproché du soleil
Période de recalage :	Temps écoulé entre deux mises à jour des estimés grâce aux mesures disponibles. La durée s'apparente généralement à la période d'échantillonnage du capteur.
Point de repère :	Balise ou point d'intérêt pouvant être détecté et reconnu par le satellite via une caméra ( <i>landmark</i> )
Pointage nadir :	Orientation d'un satellite qui pointe vers le centre du corps orbité. Pour les corps sphériques, cela correspond à la direction de la gravité locale.
Potentiel gravitationnel :	Niveaux d'énergie potentielle répartis dans l'espace et causés par l'attraction gravitationnelle d'un corps céleste
Précession :	Mouvement circulaire de l'axe de rotation d'un corps céleste autour d'une direction fixe

Pression de radiation solaire :	Pression exercée par le rayonnement solaire qui provoque une accélération du satellite
Propagation :	Dans le contexte des algorithmes d'estimation, phase d'estimation durant laquelle on utilise un modèle théorique de la dynamique pour estimer l'état actuel du système en fonction de l'état estimé précédent
Pseudo-inverse Moore-Penrose :	Technique utilisée pour la résolution des systèmes d'équations surdéterminés afin d'obtenir la solution des moindres carrés
Radar :	Capteur de distance à base de micro-ondes mesurant la distance relative à une surface
Récuratif :	Se dit d'un algorithme de traitement de signal qui prend en entrée une ou plusieurs de ses sorties
Référentiel :	Système de référence défini par trois vecteurs unitaires orthogonaux
<i>Ridge regression</i> :	Technique d'estimation biaisée dont l'objectif est de minimiser l'erreur RMS
Robustesse :	Indice de performance qui concerne la capacité d'un système à maintenir son comportement dynamique malgré la présence d'incertitude sur certains paramètres
Sphère d'influence :	Volume à l'intérieur duquel la force d'attraction gravitationnelle de l'astéroïde est dominante par rapport aux autres forces présentes dans l'environnement.
Stabilité :	Indice de performance qui caractérise la convergence et le temps de stabilisation des estimés pour différentes conditions initiales
Système d'équation surdéterminé :	Système d'équations qui comporte plus d'équations que d'inconnues
Télémetre à laser :	Capteur mesurant la distance à une surface dans la ligne de visée de l'appareil ( <i>laser range finder</i> )
Test unitaire :	Test pour valider le bon fonctionnement de chaque composant individuel d'un logiciel
Test d'intégration :	Tests et assemblage des composants individuels d'un logiciel afin de vérifier leurs interactions et de s'assurer du bon fonctionnement de l'ensemble du système
Transformation non parfumée :	Transformation mathématique qui conserve la distribution de probabilité des variables aléatoires ( <i>unscented transform</i> )
Unité de mesure inertielle :	Regroupement de capteurs qui inclut des accéléromètres et/ou des gyroscopes

## Symboles

$a$	: Demi-axe majeur de l'astéroïde, rayon nominal
$A$	: Modèle dynamique linéaire continu du modèle variables-d'état ou Expression matricielle des dimensions de l'astéroïde, selon le contexte
$\bar{a}_g$	: Accélération gravitationnelle
$b$	: Demi-axe intermédiaire de l'astéroïde
$\bar{b}$	: Vecteur directeur unitaire du satellite vers un point de repère
$B$	: Ratio masse-sur-aire du satellite ou, selon le contexte, Matrice de distribution des entrées du modèle variables-d'état
$c$	: Demi-axe mineur de l'astéroïde
$C$	: Modèle d'observation linéaire continu des mesures
$\underline{C}_{AI}$	: Matrice de rotation du référentiel inertiel au référentiel de l'astéroïde
$\underline{C}_{BI}$	: Matrice de rotation du référentiel inertiel au référentiel du satellite. Elle représente l'orientation du satellite.
$\underline{C}_{BI}^c$	: Orientation commandée du satellite
$\underline{C}_{BI}^m$	: Orientation mesurée du satellite
$C_{lm}$	: Coefficient d'harmonique sphérique d'ordre $l$ et de degré $m$
$C_x, C_y, C_z$	: Matrices de rotation autour des axes $x$ , $y$ et $z$ respectivement
$Cov\{ \}$	: Covariance
$Cond( )$	: Conditionnement
$d$	: Distance entre le satellite et un point de repère qu'on mesure avec un lidar
$diag( )$	: Éléments diagonaux d'une matrice
$d_k$	: Facteur de pondération du filtre de Kalman étendu adaptatif
$D$	: Matrices des termes discrets du modèle variables-d'état
$\bar{D}$	: Vecteur de distance entre deux points de repère
$e$	: Erreur ou excentricité de l'orbite, selon le contexte
$e_i$	: Erreur d'estimation pour une variable d'état $i$ donnée ( $x$ , $y$ , $z$ , $v_x$ , $v_y$ ou $v_z$ )
$e_{pos}$	: Erreur d'estimation en position
$e_{RELR}$	: Erreur relative en position
$e_{RELV}$	: Erreur relative en vitesse
$e_{RMS}$	: Erreur moyenne quadratique ( <i>root-mean-square</i> )
$e_{vel}$	: Erreur d'estimation en vitesse
$E\{ \}$	: Espérance mathématique
$f( )$	: Fonction non-linéaire quelconque

$f$	: Longueur focale de la caméra
$\vec{f}_{tide}$	: Marée solaire (accélération)
$f_r$	: Fréquence de recalage des mesures
$\vec{f}_s$	: Pression de radiation solaire (accélération)
$F$	: Modèle dynamique linéaire continu
$G_I$	: Constante solaire (environ $1 \times 10^8 \text{ kg km}^3/\text{s}^2 \text{ m}^2$ )
$h(\ )$	: Modèle d'observation des mesures – version non linéaire continue
$h_c(\ )$	: Modèle d'observation non linéaire continu des mesures de la caméra
$h_L(\ )$	: Modèle d'observation non linéaire continu des mesures du lidar
$H$	: Modèle d'observation des mesures – version linéaire discrète
$H_c$	: Modèle d'observation linéaire discret des mesures de la caméra
$H_L$	: Modèle d'observation linéaire discret des mesures du lidar
$H_{stack}$	: Modèle d'observation linéaire discret de toutes les mesures de la caméra utilisé dans le calcul de la dilution de précision
$i$	: Inclinaison de l'orbite
$I$	: Matrice identité
$k$	: Indice d'un pas dans le temps
$k_i$	: Facteur d'échelle (scalaire)
$K$	: Matrice des gains de Kalman
$min$	: Minimum
$max$	: Maximum
$n$	: Nombre de points de repère visible dans le champ de vision de la caméra
$N$	: Nombre/quantité ou nombre de points de repère cartographiés
$N(\mu, \sigma^2)$	: Distribution normale de moyenne $\mu$ et de variance $\sigma^2$
$\vec{N}$	: Vecteur directeur unitaire normal à une surface
$OBS$	: Matrice d'observabilité
$\vec{p}$	: Position d'un point de repère par rapport au centre de masse de l'astéroïde
$\hat{\vec{p}}$	: Position cartographiée (estimée) d'un point de repère par rapport au centre de masse de l'astéroïde
$p(\ )$	: Probabilité de distribution
$P$	: Matrice de covariance des erreurs d'estimation
$P_0$	: Matrice de covariance initiale des erreurs d'estimation
$P^-$	: Matrice de covariance des erreurs d'estimation propagée
$P^+$	: Matrice de covariance des erreurs d'estimation corrigée

$P_{lm}$	: Polynôme de Legendre d'ordre $l$ et de degré $m$
$Q$	: Matrice de covariance des erreurs du modèle de la dynamique
$R$	: Distance entre l'astéroïde et le soleil ou matrice de covariance du bruit des mesures, selon le contexte
$R_c$	: Matrice de covariance du bruit des mesures de la caméra
$R_L$	: Matrice de covariance du bruit des mesures du lidar
$R_L^0$	: Matrice de covariance initiale du bruit des mesures du lidar
$\hat{R}^-$	: Matrice de covariance du bruit des mesures estimée <i>a priori</i>
$\hat{R}^+$	: Matrice de covariance du bruit des mesures estimée <i>a posteriori</i>
$\bar{R}$	: Position du satellite par rapport au centre de masse de l'astéroïde
$\underline{\hat{R}}^-$	: Position estimée <i>a priori</i> du satellite par rapport au centre de masse de l'astéroïde
$\underline{\hat{R}}^+$	: Position estimée <i>a posteriori</i> du satellite par rapport au centre de masse de l'astéroïde
$r_0$	: Rayon initial de l'orbite
$r, \varphi, \lambda$	: Coordonnées sphériques – rayon, latitude et longitude
$\bar{r}$	: Rayon moyen de l'orbite
$\bar{r}$	: Position d'un point de repère par rapport au satellite
$\bar{r}_g$	: Vecteur unitaire en direction anti-solaire
$\bar{r}_s$	: Vecteur unitaire centré sur l'astéroïde et pointant vers le satellite
$S$	: angle entre $\bar{r}_s$ et $\bar{r}_g$ ou surface de l'ellipsoïde, selon le contexte
$S_{lm}$	: Coefficient d'harmonique sphérique d'ordre $l$ et de degré $m$
$t$	: Temps
$t_0$	: Temps initial
$t_f$	: Temps final
$t_k$	: Instant donné
$t_x, t_y, t_z$	: Accélération des propulseurs
$T$	: Période de rotation de l'astéroïde
$T_r$	: Période de recalage des mesures ( $1/f_r$ )
$T_s$	: Période d'échantillonnage
$u$	: Vecteur d'entrées ou argument de latitude, selon le contexte
$U$	: Potentiel gravitationnel
$(u_i, v_i)$	: Coordonnées d'un point de repère $i$ dans le plan de la caméra
$(u_i, v_i)^m$	: Coordonnées mesurées d'un point de repère $i$ dans le plan de la caméra
$v$	: Vecteur de bruit de mesures

$\bar{v}$	: Vitesse du satellite
$\bar{v}$	: Vitesse moyenne du satellite
$\hat{v}^-$	: Vitesse du satellite estimée <i>a priori</i>
$\hat{v}^+$	: Vitesse du satellite estimée <i>a posteriori</i>
$w$	: Vecteur des erreurs de modélisation de la dynamique
$x, y, z$	: Coordonnées de position
$X$	: Vecteur d'état réel
$\dot{X}$	: Dérivée du vecteur d'état
$\hat{\dot{X}}$	: Dérivée estimée du vecteur d'état
$\hat{X}$	: Vecteur d'état estimé
$\hat{X}_0$	: Vecteur d'état estimé initial
$\hat{X}^-$	: Vecteur d'état estimé <i>a priori</i> par la phase de propagation
$\hat{X}^+$	: Vecteur d'état estimé <i>a posteriori</i> après la phase de correction
$y$	: Vecteur des mesures, parfois appelé vecteur d'observation
$\hat{y}$	: Vecteur des mesures estimées
$\hat{y}_c$	: Vecteur des mesures estimées de la caméra
$\hat{y}_L$	: Vecteur des mesures estimées du lidar
$y^m$	: Vecteur des mesures réelles
$z^{-1}$	: Délai, retard d'un échantillon
$\hat{\phantom{x}}$	: Indique une quantité estimée
$\hat{\phantom{x}}^-$	: Estimé <i>a priori</i>
$\hat{\phantom{x}}^+$	: Estimé <i>a posteriori</i>
$\delta$	: Angle incident compris entre un vecteur directeur et la normale à la surface
$\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z$	: Autres perturbations (accélérations)
$\Delta$	: Variation; par exemple $\Delta t$ exprime une variation dans le temps et $\Delta 3\sigma$ indique une différence entre deux bornes d'estimation $3\sigma$
$\Delta \vec{R}$	: Déplacement
$\varepsilon$	: Résidu défini par la différence entre la mesure réelle et la mesure estimée
$\mathcal{F}^A$	: Référentiel tournant fixé au centre de masse de l'astéroïde
$\mathcal{F}^B$	: Référentiel structural du satellite
$\mathcal{F}^C$	: Référentiel de la caméra
$\mathcal{F}^I$	: Référentiel inertiel



$\mathcal{S}^L$	: Référentiel du lidar
$\Omega$	: Ascension droite du nœud ascendant (élément d'orbite)
$\lambda$	: Valeur propre, longitude ou paramètre de conception de l'estimateur d'état, selon le contexte
$\lambda_{Eros}$	: Paramètre de conception de l'estimateur d'état pour les orbites autour d'Eros
$\lambda_{Itokawa}$	: Paramètre de conception de l'estimateur d'état pour les orbites autour d'Itokawa
$(\varphi_c, \theta_c)$	: Angles de pointage commandés au lidar
$\Phi$	: Modèle dynamique linéaire discret
$\sigma$	: Écart-type
$\sigma_c$	: Écart-type indiquant la précision de l'algorithme de vision
$\sigma_{map}$	: Écart-type des erreurs de cartographie
$\sigma_r$	: Écart-type du bruit de mesure de la distance du lidar
$\sigma_{sat}$	: Écart-type de l'erreur de pointage du satellite
$\sigma_{stt}$	: Écart-type du bruit de mesure du détecteur d'étoile
$3\sigma$	: Borne des erreurs d'estimation calculée à partir de la matrice de covariance $P$ et correspondant à trois écarts-types
$\overline{3\sigma}$	: Borne moyenne des erreurs d'estimation
$3\sigma_i$	: Borne des erreurs d'estimation d'une variable d'état $i$ donnée
$3\sigma_r$	: Borne de l'erreur d'estimation en position
$3\sigma_v$	: Borne de l'erreur d'estimation en vitesse
$3\sigma_{cam}$	: Borne des erreurs d'estimation pour une simulation où la caméra est employée seule
$3\sigma_{lid}$	: Borne des erreurs d'estimation pour une simulation où la caméra et le lidar sont employés conjointement
$\sigma^2$	: Variance
$\sigma_{LID}^2$	: Variance du pointage du lidar
$\sigma_{SAT}^2$	: Variance du pointage du satellite
$\mu_A$	: Paramètre gravitationnel de l'astéroïde
$\hat{\mu}_A$	: Paramètre gravitationnel de l'astéroïde tel que connu par l'estimateur d'état
$\mu_s$	: Paramètre gravitationnel du soleil
$\omega$	: Vitesse de rotation de l'astéroïde
$\hat{\omega}$	: Vitesse de rotation de l'astéroïde telle que connue par l'estimateur d'état

## Conventions de notation

Voici un sommaire des principales conventions de notation utilisées. Elles sont décrites en détail au Chapitre 2.

Quantité	Notation
Vecteur	$\vec{p}$ ou $\boldsymbol{p}$
Composantes (dans $\mathcal{F}^A$ )	$\underline{p}^A = [p_x^A \quad p_y^A \quad p_z^A]^T$
Scalaire	$p$
Matrice de rotation (de $\mathcal{F}^I$ à $\mathcal{F}^A$ )	$\underline{C}_{AI} = (\underline{C}_{IA})^T$

# 1. INTRODUCTION

Le système de navigation d'un satellite regroupe toutes les fonctions permettant le calcul de la trajectoire et des différents états dynamiques. Il utilise en entrée les mesures des capteurs disponibles pour estimer la position, la vitesse et/ou l'orientation du satellite. Par le passé, la plupart des fonctions de navigation étaient effectuées au sol à partir des mesures transmises de l'espace. Cependant, la navigation migre de plus en plus vers des techniques dites « autonomes ». Celles-ci peuvent être exécutées directement à bord d'un satellite sans l'intervention d'une base terrestre et sans les délais de traitement qui en découlent.

L'autonomie des satellites est un domaine de recherche effervescent qui a donné naissance entre autres à la série de satellites d'observation terrestre PROBA (*Project for On-Board Autonomy*) dont le premier est en opération depuis 2001 (ESA, 2008c). L'autonomie est également une caractéristique recherchée pour les missions d'exploration spatiale, car elle permet d'effectuer des tâches complexes qui seraient impossibles à réaliser à distance. Plus particulièrement, les missions d'exploration qui visitent des astéroïdes présentent des défis accrus en termes de navigation autonome, notamment en raison du champ gravitationnel fortement irrégulier de ces astres. Ce type de mission crée donc un besoin pour de nouvelles techniques de navigation de plus en plus autonomes et de plus en plus efficaces.

C'est dans cette perspective que s'inscrivent les travaux de recherche de la candidate concernant la navigation d'un véhicule autonome autour d'un astéroïde. Ce premier chapitre a pour but d'établir plus en détails le contexte des travaux tout en spécifiant les objectifs de recherche visés. Il présente également l'organisation du mémoire.

## 1.1 Contexte de la recherche

Les missions d'exploration planétaire utilisent des véhicules spatiaux pour acquérir les données scientifiques qui font avancer notre connaissance du système solaire. Depuis les années 90, ces missions ciblent non seulement les planètes, mais aussi les corps célestes de plus petite taille comme les astéroïdes. L'intérêt scientifique de ces astres réside dans leur rôle joué lors de la formation du système solaire et dans leurs propriétés physiques pratiquement

inchangées depuis cette époque (Broschart et Scheeres, 2005). Une meilleure connaissance des astéroïdes permettrait également de mieux comprendre leur lien avec les météorites, mais aussi d'élaborer des stratégies préventives en cas d'un impact avec la Terre (Ball et al., 2009).

### 1.1.1 Des missions vers les astéroïdes

La sonde NEAR-Shoemaker (*Near-Earth Asteroid Rendez-vous*) de la *National Aeronautics and Space Administration* (NASA) a été la première à orbiter un astéroïde lors de son rendez-vous en février 2000 avec l'astéroïde 433 Eros (Bell et Mitton, 2002). Depuis, les astéroïdes ont été la cible de plusieurs missions. En novembre 2005, la sonde Hayabusa de la *Japan Aerospace Exploration Agency* (JAXA) a atterri brièvement sur 25143 Itokawa dans le but de collecter des échantillons pour les rapporter vers la Terre (Kawaguchi, 2006). L'Agence spatiale européenne (ESA) s'intéresse également à ce sujet avec son programme *Near-Earth Asteroid Sample Return* (ESA, 2008b) alors que la NASA a lancé à l'automne 2007 la sonde *Dawn* qui visitera les astéroïdes Cérès et Vesta (Rayman et al., 2006). Le Tableau 1.1 et le Tableau 1.2 présentent un sommaire des principales missions qui comportent des opérations de proximité avec un ou plusieurs astéroïdes. Le nombre important d'études réalisées ou en cours démontre un intérêt incontestable pour ce type de mission. Certaines risquent de ne pas se concrétiser dans le futur, mais plusieurs dont Don Quijote, Marco Polo et Hayabusa 2 sont sur une bonne lancée.

Tableau 1.1 Missions passées ou en cours vers des astéroïdes (Ball et al., 2009)\*

<b>Mission</b>	<b>Cible</b>	<b>Agence</b>	<b>Statut</b>
NEAR-Shoemaker	(433) Eros	NASA	Complété Atterrissage réussi en février 2001
Hayabusa	(25143) Itokawa	JAXA & ISAS**	Rendez-vous réussi en juin 2005 Retour sur Terre prévu en juin 2010
Dawn	Ceres et Vesta	NASA	Lancement en septembre 2007 Rendez-vous prévu pour 2011

\* Ce tableau est traduit librement de (Ball et al., 2009). Seules les missions vers les astéroïdes sont considérées.

\*\* Institute of Space and Astronautical Science (Japon)

Tableau 1.2 Missions à l'étude pour des astéroïdes (Ball et al., 2009)\*

Mission	Cible	Agence	Statut
Hera	3 NEAs**	NASA	Mission de retour d'échantillon (Sears et al., 2004)
Don Quijote	NEA	ESA	Orbiteur et impacteur, Phase A complétée – Design conceptuel (ESA, 2008a) (QuinetiQ, 2007)
SIMONE	5 NEAs	ESA	<i>Smallsat Intercept Missions to Objects Near Earth</i> Phase 0 – Analyse de mission (ESA, 2006b)
ISHTAR	NEAs	ESA	<i>Internal Structure High-resolution Tomography by Asteroid Rendezvous</i> Phase 0 – Analyse de mission (ESA, 2006a)
APIES	Ceinture d'astéroïde	ESA	<i>Asteroid Population Investigation and Exploration Swarm</i> Phase 0 – Analyse de mission (ESA, 2004)
LEONARD	1996 FG <sub>3</sub>	ESA	<i>Lander Explorer Orbiter Near-earth Asteroids : Rendez-vous Double-object</i> Phase 0 – Analyse de mission (Barucci, 2006)
Marco Polo (Hayabusa Mk2)	NEA	ESA & JAXA	Mission de retour d'échantillon Candidat pour le programme <i>Cosmic Vision</i> 2015–2025 (Esa, 2009)
Osiris	NEA	NASA	Mission de retour d'échantillon (Steigerwald et Stiles, 2007)
Foresight, A-Track, APEX	(99942) Apophis	–	Gagnants du concours Apophis du <i>Planetary Society</i> (The Planetary Society, 2008)
Hayabusa 2	1999 JU <sub>3</sub>	JAXA	Lancement suggéré en 2010-2011 (Japan Aerospace Exploration Agency, 2008)

\* Ce tableau est traduit librement de (Ball et al., 2009). Des références ont été ajoutées alors que les missions pour des corps célestes autres que les astéroïdes ont été retranchées.

\*\* Near-Earth asteroid: astéroïde à proximité de la Terre

### 1.1.2 Un besoin d'autonomie accru

Les opérations de proximité avec des corps de forme irrégulière comme les astéroïdes sont très exigeantes au point de vue de l'autonomie des satellites. Leur champ gravitationnel irrégulier donne lieu à des trajectoires orbitales complexes, augmente le risque de collision et complexifie le maintien d'une orbite stable (Scheeres, 2004). Actuellement, les techniques de navigation utilisées font intervenir une base terrestre pour la plupart des tâches, ce qui implique des coûts et des délais importants (Scheeres, 1995) en plus d'être très exigeant pour l'équipe technique (Morita et al., 2006). Elles limitent également le choix des orbites autour de l'astéroïde, car celles-ci doivent être stables sur de très longues périodes en raison des délais de traitement. Une meilleure autonomie à bord permettrait de mieux assurer la sécurité du satellite lors d'opérations risquées (orbite perturbée, atterrissage, etc.) et donnerait ainsi une plus grande flexibilité pour les opérations de proximité.

### 1.1.3 Des percées prometteuses pour la navigation autonome

La mission NEAR-Shoemaker a été la première à utiliser les images d'une caméra pour fins de navigation optique (Gaskell, 2002). Le système n'était toutefois pas autonome, car la totalité de traitement se faisait sur Terre. Le traitement d'image à bord d'un satellite a néanmoins fait ses preuves avec le *Descent Image Motion Estimation System* (DIMES) lors de l'atterrissage réussi des robots *Spirits* et *Opportunity* en 2004 (Cheng et al., 2004). La détection et le suivi des cratères dans trois images consécutives ont permis d'estimer la vitesse horizontale de la sonde lors de la descente. Cette importante première a démontré la viabilité de la navigation optique autonome. Les recherches actives en matière d'algorithmes de vision ainsi que les importantes avancées réalisées dans ce domaine au cours des dernières années permettent d'entrevoir le développement de techniques de traitement de plus en plus évoluées. L'article (Johnson et Montgomery, 2008) décrit d'ailleurs différents algorithmes de vision déjà utilisés en simulation.

Les récentes recherches en lien avec la navigation optique autonome mettent l'accent sur l'identification et le suivi de points de repère dont les coordonnées géographiques sont connues. Dans (Johnson et Montgomery, 2008), les auteurs compilent l'ensemble des stratégies de navigation optique actuellement à l'étude. Pour un système de navigation global, ils mentionnent qu'il est nécessaire de cartographier au préalable des points de repère à la surface du corps orbité. Cela permet de positionner le satellite par rapport à un système de référence global. Des stratégies de navigation relative sont également disponibles, mais l'erreur d'estimation croît avec le temps. Cette situation est acceptable pour des trajectoires de courte durée, comme les atterrissages, mais pose problème dans le cas des orbites qui s'étendent sur de longues périodes.

Dans cette perspective, (Shuang et al., 2005) et (Xiangyu et al., 2004) proposent un premier algorithme de navigation autonome qui incorpore les mesures d'une caméra et d'un lidar pour des points de repère cartographiés. Le principal inconvénient de leur système, c'est qu'il requiert un minimum de trois points de repère visibles pour mettre à jour l'estimé de position. Cette contrainte est levée dans l'article de (Trawny et al., 2007) qui propose un système où les mesures de la caméra sont fusionnées à celles d'une unité de mesure inertielle (IMU). (Bayard

et Brugarolas, 2005) et (Li et al., 2007) présentent une stratégie similaire. Un modèle mathématique des mesures de la caméra permet de mettre à jour la position estimée dès qu'au moins un point de repère est détecté. La conclusion de (Trawny et al., 2007) indique que des analyses supplémentaires seraient nécessaires pour comprendre l'influence de certains paramètres sur les performances de navigation. On y mentionne notamment la précision de la modélisation du champ gravitationnel ainsi que l'ajout de mesures de distance. C'est le point de départ des travaux de recherche de la candidate dont les objectifs sont exposés à la section qui suit.

## **1.2 Objectifs de recherche**

Le projet proposé consiste à inclure des mesures de distance d'un lidar au système de navigation présenté par (Trawny et al., 2007). L'analyse est toutefois limitée à l'estimation de la position et de la vitesse. Il s'agit d'un système novateur, car il combine une caméra et un lidar sans imposer de contraintes sur le nombre de points de repère visibles. L'algorithme de navigation développé est ensuite testé dans le contexte d'une orbite autour d'un astéroïde dont le champ gravitationnel est irrégulier. Cela permet de vérifier la contribution des mesures du lidar aux performances de navigation en plus de valider la robustesse du système face aux perturbations gravitationnelles qui ne peuvent être mesurées par un IMU.

Pour le projet, trois objectifs généraux ont été identifiés, soit la mise en œuvre d'un système de navigation autonome, l'analyse de l'observabilité du système et l'analyse de sensibilité des performances de navigation par rapport à certains paramètres clés. Cette section se consacre à la présentation détaillée de chacun de ces objectifs.

### **1.2.1 Mise en œuvre d'un système de navigation autonome**

Le premier objectif du projet est énoncé dans l'encadré numéro 1. Il s'intéresse à la réalisation d'un système de navigation pour les orbites autour d'un astéroïde. Cet objectif a été établi à partir des recommandations énoncées dans (Trawny et al., 2007) et il constitue le cœur du projet de recherche. Le système conçu doit tenir compte des contraintes d'une réelle mise en œuvre dans un système embarqué, notamment la puissance de calcul limitée du processeur et la précision finie des capteurs.

**1. Concevoir et réaliser un système de navigation autonome à partir des mesures d'une caméra et d'un lidar pour la dynamique de translation d'un satellite en orbite autour d'un astéroïde.**

Pour répondre au critère d'**autonomie**, le système de navigation proposé fait appel aux techniques d'estimation à base de filtre de Kalman qui sont largement reconnues dans le domaine. À partir d'un ensemble limité de mesures, ces techniques permettent de reconstruire les états d'un système dynamique au prix d'une charge de calcul raisonnable. Ce type de logiciel peut donc être embarqué à bord d'un satellite pour réaliser les fonctions de navigation de manière autonome. Dans le cas à l'étude, seules la position et la vitesse du satellite sont estimées, car on s'intéresse uniquement à la dynamique de translation du satellite. Pour estimer ces quantités, on ne mesure que la position de repères connus à partir d'une caméra et d'un lidar. L'orientation du satellite est supposée connue grâce à des détecteurs d'étoiles comme dans l'analyse de (Bayard et Brugarolas, 2005).

L'autonomie dans le contexte d'une **orbite autour d'un astéroïde** implique également que le système de navigation doit être robuste aux perturbations gravitationnelles causées par la forme irrégulière des astéroïdes. Il faut donc adapter le savoir-faire de la navigation autonome des missions planétaires à la faible gravité non sphérique des astéroïdes. Par ailleurs, une base de données contenant les coordonnées géographiques de points de repère à la surface de l'astéroïde est nécessaire. Ces repères cartographiés procurent une référence globale essentielle à la navigation pour en assurer l'autonomie sur de longues périodes. Cela suppose une phase de cartographie préalable, généralement effectuée lors des opérations de pré-caractérisation qu'on retrouve dans la plupart des missions spatiales (Scheeres, 2004). Cette étape préalable n'est toutefois pas analysée dans le projet de recherche.

Pour la **caméra**, on s'intéresse principalement à l'aspect de l'estimation d'état plutôt qu'aux algorithmes de vision. Le traitement d'image est un champ de recherche en soi et dépasse le cadre des techniques de navigation autonome. Les efforts ont donc été concentrés sur l'optimisation du traitement des mesures obtenues à partir des images de la caméra plutôt que sur l'algorithme de vision lui-même. Cela est possible grâce au modèle de la projection en



perspective décrit au chapitre 5 qui suppose que le traitement d'image a été réalisé par un logiciel approprié.

Pour le **lidar**, l'intégration des mesures de distance au système de navigation constitue le principal volet innovateur du projet. L'objectif est de développer un algorithme de navigation qui fusionne le plus efficacement possible les mesures de distance avec celles de la caméra. Cela permet d'évaluer la faisabilité ainsi que la complexité d'un tel système, puisqu'aucune documentation n'est disponible dans la littérature à ce sujet. L'effet de l'erreur de pointage du satellite sur le bruit de mesure est notamment un élément à considérer. Il est également important de quantifier l'apport des mesures du lidar aux performances de navigation afin de permettre aux concepteurs de mission de déterminer si le coût supplémentaire de l'ajout d'un capteur est justifié

Finalement, pour vérifier la validité du système de navigation conçu, il est nécessaire d'effectuer des essais en simulation. Le développement d'un simulateur numérique de l'environnement dynamique d'un astéroïde constitue donc un sous-module du projet. Ce logiciel de simulation doit être représentatif de la réalité afin de permettre une validation adéquate du système de navigation développé.

En considérant tous ces éléments, on dégage six sous-objectifs de recherche qui assureront l'atteinte de l'objectif principal :

- développer un simulateur numérique réaliste de la dynamique de translation d'un satellite en orbite autour d'un astéroïde;
- développer un estimateur d'état à base de filtre de Kalman qui fusionne efficacement les mesures d'une caméra et d'un lidar afin de démontrer la faisabilité d'un tel système;
- exposer les contraintes et les difficultés liées à l'ajout du traitement des mesures du lidar à la navigation optique;
- valider par simulations numériques le système de navigation développé;

- démontrer la robustesse du système de navigation face aux perturbations gravitationnelles des astéroïdes;
- quantifier la contribution des mesures du lidar aux performances de navigation.

### 1.2.2 Analyse de l'observabilité du système

Le deuxième objectif du projet concerne l'observabilité de la dynamique de translation du satellite. Il est énoncé dans l'encadré numéro 2. L'observabilité est une condition essentielle à l'application des techniques d'estimation d'état propres à la navigation. Si un système est observable, il est possible d'en reconstruire tous les états en un temps fini à partir des mesures disponibles. Dans le cas contraire, aucune fonction de navigation aussi évoluée soit-elle ne permettra d'estimer adéquatement les états du système. La notion d'observabilité est discutée plus en détail au chapitre 4.

Il est important de connaître les conditions d'opération pour lesquelles le système étudié est observable. D'une part, on ne peut exiger des performances d'estimation particulières en situation de non-observabilité. Dans de telles circonstances, les efforts pour perfectionner l'algorithme de navigation sont plutôt inutiles. D'autre part, lorsque le système est observable, il faut s'assurer de faire un usage optimal des mesures disponibles. Dans (Shuang et al., 2005), on ne tient pas compte des conditions d'observabilité et l'algorithme résultant sur-spécifie les besoins de la navigation, ce qui entraîne des contraintes d'application inutiles.

<b>2. Étudier les conditions d'observabilité de la dynamique de translation du satellite pour le système de navigation à l'étude.</b>
---

De ce deuxième objectif découle trois sous-objectifs qui visent une compréhension complète de l'observabilité du système :

- déterminer le nombre minimal de points de repère visibles pour assurer l'observabilité du système lorsque la caméra est employée seule;
- déterminer le nombre minimal de points de repère visibles pour assurer l'observabilité du système lorsque le lidar est employé en combinaison avec la caméra;

- étudier la qualité de l'observabilité du système pour différentes configurations de points de repère.

### 1.2.3 Analyse de sensibilité du système

Le troisième et dernier objectif général de recherche porte sur l'analyse des performances de navigation selon différents paramètres d'intérêt. Il est énoncé dans l'encadré numéro 3. Six paramètres critiques ont été identifiés et font l'objet d'étude approfondie :

- le nombre de points de repère visibles;
- la précision de l'algorithme de vision utilisé;
- la distance entre le satellite et la surface de l'astéroïde;
- la fréquence de recalage des mesures;
- la précision du modèle embarqué de la gravité;
- les erreurs de cartographie.

De ceux-ci, les trois premiers sont étudiées dans (Trawny et al., 2007) pour la navigation optique sans lidar. Ces analyses sont particulièrement importantes, car elles permettent d'identifier les limites de fonctionnement du système de navigation. Elles établissent également des liens entre la charge de calcul et les performances d'estimation qui peuvent guider certains choix de conception.

### **3. Conduire des analyses de sensibilité sur les principaux paramètres influençant les performances de la navigation.**

Cet objectif chapeaute à son tour deux sous-objectifs, soit :

- établir les relations entre les erreurs d'estimation obtenues et chacun des six paramètres analysés;
- reprendre les courbes de (Trawny et al., 2007) et vérifier comment elles sont affectées par l'ajout des mesures du lidar.

### **1.3 Organisation du mémoire**

Les chapitres du mémoire suivent la méthodologie utilisée pour réaliser le projet de recherche. Les étapes préliminaires de familiarisation avec la dynamique de translation dans le champ gravitationnel d'un astéroïde et la revue de littérature sur les techniques de navigation autonomes sont présentées respectivement aux chapitres 2 et 3. L'analyse de l'observabilité du système est exposée au chapitre 4 alors que le chapitre 5 porte sur le développement du simulateur. Le chapitre 6 quant à lui discute du développement du système de navigation en soi. Celui-ci a été validé par simulations numériques dont les résultats sont présentés au chapitre 7. Le chapitre 8 s'intéresse à l'analyse des performances de la navigation selon six paramètres critiques. Finalement, une conclusion rappelle les contributions de la candidate en plus de mettre en lumière les principaux résultats obtenus.

## 2. DYNAMIQUE DE TRANSLATION DU SATELLITE

Ce chapitre présente les notions de base nécessaires à la compréhension du sujet de recherche. Il vise à établir les systèmes de référence et les conventions de notation, mais aussi à définir l'environnement dynamique particulier qui prévaut pour les orbites autour des astéroïdes. Après une introduction des notions préliminaires, il sera donc question des modèles utilisés pour représenter l'astéroïde et les accélérations en présence qui commandent le mouvement de translation du satellite en orbite.

### 2.1 Notions préliminaires

#### 2.1.1 Définition des référentiels

La Figure 2.1 illustre les systèmes de référence utilisés pour le développement des équations de la dynamique et de l'algorithme de navigation. Tout d'abord, on définit le référentiel tournant  $\mathcal{F}^A$  fixé au centre de masse de l'astéroïde. Les axes  $x$ ,  $y$  et  $z$  pointent respectivement vers les moments d'inertie minimum, intermédiaire et maximum de l'astéroïde. La rotation s'effectue à vitesse constante autour de l'axe  $z$  pour lequel le mouvement est stable. On néglige la nutation et la précession de l'axe. Ensuite, on suppose un référentiel  $\mathcal{F}^I$  fixe inertiuellement. Par simplicité, son origine coïncide avec celui de  $\mathcal{F}^A$  et elle est maintenue constante en négligeant la révolution de l'astéroïde autour du soleil.

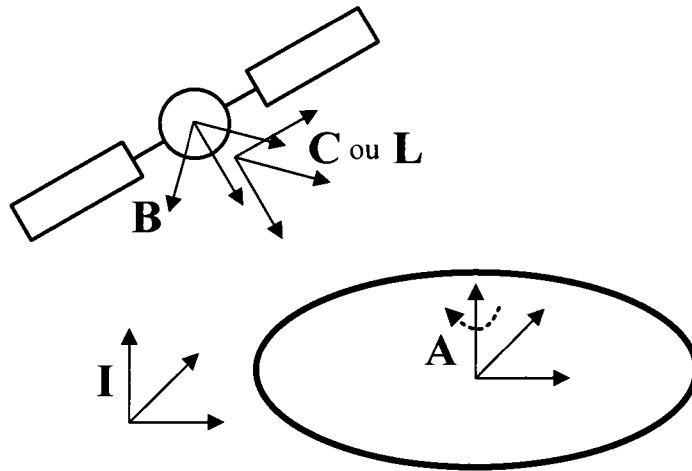


Figure 2.1 Représentation des référentiels utilisés pour le développement des équations.

On retrouve également le référentiel structural  $\mathcal{F}^B$  fixé au satellite avec l'origine au centre de masse de celui-ci. Dans la position nominale de pointage nadir, l'axe  $z$  pointe vers le centre de l'astéroïde, l'axe  $y$  est anti-normal au plan orbital et l'axe  $x$  complète le système dextral orthonormal. Finalement, on définit  $\mathcal{F}^C$  et  $\mathcal{F}^L$ , les référentiels de la caméra et du lidar qui dépendent du montage physique des instruments de mesure sur la structure du satellite. Dans cette analyse de la dynamique de translation, le satellite est toutefois modélisé par une masse ponctuelle et on suppose que les référentiels  $\mathcal{F}^C$  et  $\mathcal{F}^L$  coïncident avec  $\mathcal{F}^B$ .

### 2.1.2 Conventions de notation

Les vecteurs sont des quantités orientées qui peuvent être exprimés sous forme de composantes dans n'importe quel des systèmes de référence présentés. Dans le texte, on indique une quantité vectorielle par l'utilisation du symbole de la flèche au dessus de la variable. Les vecteurs peuvent aussi être représentés en caractère gras sur certaines figures. Lorsqu'un vecteur est exprimé dans un référentiel donné, la variable est soulignée et un exposant indique le référentiel utilisé, sauf dans les cas évidents. Les quantités scalaires quant à elles sont représentées sans aucun attribut particulier. Le Tableau 2.1 montre un exemple pour chacune des notations qui sont basées sur celles de (de Lafontaine, 2002).

Tableau 2.1 Sommaire des principales conventions de notation

Quantité	Notation
Vecteur	$\vec{p}$ ou $\mathbf{p}$
Composantes (dans $\mathcal{F}^A$ )	$\underline{p}^A = [p_x^A \quad p_y^A \quad p_z^A]^T$
Scalaire	$p$
Matrice de rotation (de $\mathcal{F}^I$ à $\mathcal{F}^A$ )	$\underline{C}_{AI} = (\underline{C}_{IA})^T$

Les matrices de rotation permettent de convertir les composantes d'un vecteur d'un référentiel à un autre. Il s'agit de matrices orthonormales de taille 3x3 qu'on symbolise par  $\underline{C}$  avec en indice les référentiels visés par la transformation. Pour l'étude en cours, on retrouvera deux principales matrices de rotation :  $\underline{C}_{AI}$  et  $\underline{C}_{BI}$ . La matrice  $\underline{C}_{AI}$  indique l'orientation de l'astéroïde

par rapport au repère inertiel et on l'obtient à partir des éphémérides de l'astéroïde. La matrice  $\underline{C}_{BI}$  donne l'orientation du satellite par rapport au repère inertiel et doit être mesurée ou estimée. Pour inverser le sens de la transformation ( $\mathcal{F}^I$  à  $\mathcal{F}^A$  versus  $\mathcal{F}^A$  à  $\mathcal{F}^I$ ), il faut simplement transposer la matrice de rotation initiale, ce qui change l'ordre des indices :  $\underline{C}_{AI}$  devient  $\underline{C}_{IA}$ .

## 2.2 Modèle de la surface de l'astéroïde

Les astéroïdes sont des corps célestes aux formes très variées et irrégulières. Leur taille varie de quelques dizaines de mètres à plusieurs kilomètres et leur forme ne peut être approximée par une sphère. Un modèle mathématique plus élaboré est donc nécessaire pour représenter la surface d'un astéroïde type.

Le modèle de l'ellipsoïde triaxial présenté à l'équation (2.1) a été utilisé vu sa simplicité et sa capacité à approximer la forme d'une large proportion d'astéroïdes. Il aurait bien sûr été possible de générer des surfaces beaucoup plus complexes, mais cela aurait alourdi les calculs sans apporter une réelle contribution aux travaux. En plus de sa facilité de mise en œuvre, l'ellipsoïde triaxial simplifie également les équations du champ gravitationnel de l'astéroïde, ce qui en fait un modèle avantageux :

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 + \left(\frac{z}{c}\right)^2 = 1 \quad (2.1)$$

avec  $a$ ,  $b$  et  $c$  les dimensions des demi-axes. Par convention,  $a \geq b \geq c$ . Aucune fonction élémentaire ne permet d'exprimer avec exactitude l'aire de l'ellipsoïde, mais elle peut être approximée par l'équation (2.2) (Dieckmann, 2003).

$$S = 2\pi \left\{ c^2 + abr \left( 1 - \frac{b^2 - c^2}{6b^2} r^2 \left( 1 - \frac{3b^2 + 10c^2}{56b^2} r^2 \right) \right) \right\} \quad (2.2)$$

$$\text{avec } r = \arccos\left(\frac{c/a}{\sqrt{1 - c^2/a^2}}\right) \quad (2.3)$$

À plus petite échelle, la surface des astéroïdes est généralement rugueuse et parsemée de rochers ainsi que de cratères qui constituent des formes distinctives pouvant être détectées avec une caméra. Ce détail du relief n'a pas été modélisé, car le volet du traitement d'image n'est pas abordé dans le cadre du projet. On suppose toutefois que la surface est parsemée de

points de repère reconnaissables dont les coordonnées sont connues dans le référentiel  $\mathcal{S}^A$  grâce à une phase de précaractérisation.

### 2.3 Modèle du champ gravitationnel de l'astéroïde

Le champ gravitationnel irrégulier est l'une des caractéristiques fondamentales de l'environnement dynamique des astéroïdes. Un satellite en orbite autour d'un tel astre devra faire face à des accélérations gravitationnelles qui varient et qui sont souvent difficiles à prévoir. Une attention particulière doit donc être portée à la modélisation de ces perturbations.

Les différentes méthodes disponibles pour modéliser le champ gravitationnel d'un astéroïde sont résumées au Tableau 2.2, de la plus simple à la plus complexe. À la lumière de l'analyse des avantages et des inconvénients de chacune, la méthode d'expansion d'harmoniques sphériques a été retenue en raison de sa simplicité et de son adéquation avec l'ellipsoïde triaxial. L'objectif étant simplement de modéliser un champ gravitationnel irrégulier, il n'est pas nécessaire de modéliser avec exactitude la gravité d'un astéroïde réel. Il est alors possible de s'accommoder de la zone de divergence à l'intérieur de la sphère qui circonscrit l'astéroïde et ainsi éviter l'usage de modèles plus élaborés.

Pour implémenter le modèle de l'expansion d'harmoniques sphériques, il faut d'abord développer l'équation du potentiel gravitationnel  $U$  à l'ordre désiré. L'équation (2.4) montre le résultat obtenu pour l'ordre 4 dans le repère de l'astéroïde (German et Friedlander, 1991):

$$U = \frac{\mu_A}{r} \left[ 1 + \left(\frac{a}{r}\right)^2 \left[ \frac{1}{2} C_{20} (3 \sin^2 \phi - 1) + 3 C_{22} \cos^2 \phi \cos 2\lambda \right] + \left(\frac{a}{r}\right)^4 \left[ \frac{1}{8} C_{40} (35 \sin^4 \phi - 30 \sin^2 \phi + 3) + \frac{15}{2} C_{42} \cos^2 \phi (7 \sin^2 \phi - 1) \cos 2\lambda + 105 C_{44} \cos^4 \phi \cos 4\lambda + O(r^{-5}) \right] \right] \quad (2.4)$$

avec  $\mu_A$  le paramètre gravitationnel de l'astéroïde,  $a$  le rayon nominal et  $(r, \phi, \lambda)$  le rayon, la latitude et la longitude. Par convention, le rayon nominal est l'axe semi-majeur de l'astéroïde.



Les coefficients des harmoniques  $C_{lm}$  et  $S_{lm}$  peuvent être calculés directement à partir des dimensions des demi-axes de l'ellipsoïde en considérant une densité constante (German et Friedlander, 1991). Pour l'astéroïde (433) Eros visité en 2000 par la sonde NEAR-Shoemaker, les coefficients mesurés lors de la mission sont aussi disponibles dans la littérature (Miller et al., 2000).

On calcule ensuite le gradient de (2.4) pour obtenir l'accélération gravitationnelle. (German et Friedlander, 1991) ont effectué ce développement et le résultat obtenu est reproduit ici pour le référentiel de l'astéroïde :

$$a_{gx}^A = -\frac{\mu_A}{r^3} x \left\{ \begin{array}{l} 1 - \left(\frac{a}{r}\right)^2 \left[ \frac{3}{2} C_{20} (1 - 5 \sin^2 \varphi) + 3 C_{22} (2 - 5 \cos 2\lambda \cos^2 \varphi) \right] \\ + \left(\frac{a}{r}\right)^4 \left[ \begin{array}{l} \frac{5}{8} C_{40} (3 - 42 \sin^2 \varphi + 63 \sin^4 \varphi) \\ + \frac{15}{2} C_{42} ((2 - 7 \cos 2\lambda \cos^2 \varphi) - 7 \sin^2 \varphi (2 - 9 \cos 2\lambda \cos^2 \varphi)) \\ + 105 C_{44} (4(1 - 2 \cos 2\lambda) \cos^2 \varphi + 9 \cos 4\lambda \cos^4 \varphi) \end{array} \right] \end{array} \right\} \quad (2.5)$$

$$a_{gy}^A = -\frac{\mu_A}{r^3} y \left\{ \begin{array}{l} 1 - \left(\frac{a}{r}\right)^2 \left[ \frac{3}{2} C_{20} (1 - 5 \sin^2 \varphi) - 3 C_{22} (2 + 5 \cos 2\lambda \cos^2 \varphi) \right] \\ + \left(\frac{a}{r}\right)^4 \left[ \begin{array}{l} \frac{5}{8} C_{40} (3 - 42 \sin^2 \varphi + 63 \sin^4 \varphi) \\ - \frac{15}{2} C_{42} ((2 + 7 \cos 2\lambda \cos^2 \varphi) - 7 \sin^2 \varphi (2 + 9 \cos 2\lambda \cos^2 \varphi)) \\ + 105 C_{44} (4(1 + 2 \cos 2\lambda) \cos^2 \varphi + 9 \cos 4\lambda \cos^4 \varphi) \end{array} \right] \end{array} \right\} \quad (2.6)$$

$$a_{gz}^A = -\frac{\mu_A}{r^3} z \left\{ \begin{array}{l} 1 - \left(\frac{a}{r}\right)^2 \left[ \frac{3}{2} C_{20} (3 - 5 \sin^2 \varphi) - 15 C_{22} \cos 2\lambda \cos^2 \varphi \right] \\ + \left(\frac{a}{r}\right)^4 \left[ \begin{array}{l} \frac{5}{8} C_{40} (15 - 70 \sin^2 \varphi + 63 \sin^4 \varphi) \\ - \frac{315}{2} C_{42} (1 - 3 \sin^2 \varphi) \cos 2\lambda \cos^2 \varphi + 945 C_{44} \cos 4\lambda \cos^4 \varphi \end{array} \right] \end{array} \right\} \quad (2.7)$$

Pour des modèles d'ordre supérieur à 4, la dérivation analytique devient de plus en plus complexe et il est suggéré d'avoir recours au calcul numérique. Puisque le modèle d'ordre 4 présente un champ gravitationnel suffisamment irrégulier pour les besoins de l'analyse, il n'a pas été jugé nécessaire de développer les équations pour un ordre supérieur.

Tableau 2.2 Résumé des méthodes de modélisation de la gravité

	Description	Avantages/Inconvénients
<b>Mascon</b>	On utilise un nombre fini de points de masse pour lesquels le champ gravitationnel est bien connu. Par le principe de superposition, on additionne vectoriellement la contribution de chacun des points pour obtenir le champ gravitationnel total. (Werner et Scheeres, 1997) (Werner, 1997)	<ul style="list-style-type: none"> <li>⊕ Facile à mettre en œuvre</li> <li>⊕ Flexibilité avec le nombre de points utilisés</li> <li>— Modèle inexact pour un nombre de points insuffisant</li> </ul>
<b>Expansion d'harmoniques sphériques</b>	<p>Le potentiel gravitationnel est modélisé par l'équation ci-dessous qui fait appel aux polynômes de Legendre (<math>P_{lm}</math>), aux coordonnées sphériques (<math>r, \varphi, \lambda</math>) du point d'intérêt et aux propriétés de l'astéroïde (<math>\mu_A, a</math>). Les coefficients <math>C_{lm}</math> et <math>S_{lm}</math> sont propres à chaque astéroïde. (Shuang et al., 2005) (Scheeres et al., 2000) (Miller et al., 2002) (German et Friedlander, 1991)</p> $U = \frac{\mu_A}{r} \left[ 1 + \sum_{l=1}^N \sum_{m=0}^l \left( \frac{a}{r} \right)^l P_{lm}(\sin \varphi) f(\lambda) \right]$ <p>et <math>f(\lambda) = C_{lm} \cos m\lambda + S_{lm} \sin m\lambda</math></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>⊕ Modèle largement utilisé et documenté pour le vol de satellites</li> <li>⊕ Facilité de mise en œuvre pour une densité de masse constante et uniforme</li> <li>⊕ Coefficients <math>C_{lm}</math> et <math>S_{lm}</math> faciles à estimer lors d'une mission. Ils peuvent aussi être calculés à partir des dimensions de l'astéroïde.</li> <li>⊕ Un nombre fini de coefficients suffit pour obtenir un modèle valable</li> <li>— Modèle inexact à l'intérieur de la plus petite sphère pouvant circonscrire l'astéroïde</li> </ul>
<b>Expansion d'harmoniques ellipsoïdales</b>	(Dechambre et Scheeres, 2002) ont développé des équations pour passer des harmoniques sphériques aux harmoniques ellipsoïdales en faisant appel aux équations de Lamé. L'objectif était de réduire la zone de divergence des équations. Veuillez consulter l'article de référence pour le détail des équations.	<ul style="list-style-type: none"> <li>⊕ Zone de divergence diminuée par rapport aux harmoniques sphériques</li> <li>— Charge de calcul élevée</li> <li>— Coefficients de l'expansion difficile à estimer/calculer.</li> <li>— Technique encore peu documentée</li> </ul>
<b>Par polyèdres</b>	On discrétise la forme de l'astéroïde en un nombre fini de polyèdres auxquels on assigne une densité de masse. Le potentiel gravitationnel d'un polyèdre est connu sous sa forme analytique et ne souffre pas de divergence. Par le principe de superposition, on additionne vectoriellement la contribution de chacun des polyèdres pour obtenir le potentiel gravitationnel total. (Werner, 1997) (Scheeres et al., 2000)	<ul style="list-style-type: none"> <li>⊕ Résultats valides partout dans l'espace NOTE : l'exactitude dépend de la précision de la forme</li> <li>⊕ Possibilité d'inclure les petits détails de la surface de l'astéroïde</li> <li>— Charge de calcul élevée</li> </ul>
<b>Intégration directe</b>	Le champ gravitationnel est calculé numériquement à partir du modèle de la forme de l'astéroïde qu'on intègre sur le volume. (Werner, 1997)	<ul style="list-style-type: none"> <li>⊕ Résultats exacts partout dans l'espace</li> <li>— Équations complexes et charge de calcul élevée</li> </ul>

## 2.4 Modèle des perturbations solaires

Le soleil affecte l'orbite d'un satellite autour d'un astéroïde par sa radiation d'une part, ainsi que par son attraction gravitationnelle d'autre part. Pour les orbites autour d'une planète, ces perturbations sont généralement négligeables, car l'attraction gravitationnelle du corps principal est largement prédominante. Toutefois, dans le cas des astéroïdes, le champ gravitationnel est beaucoup plus faible et les effets du soleil doivent être considérés.

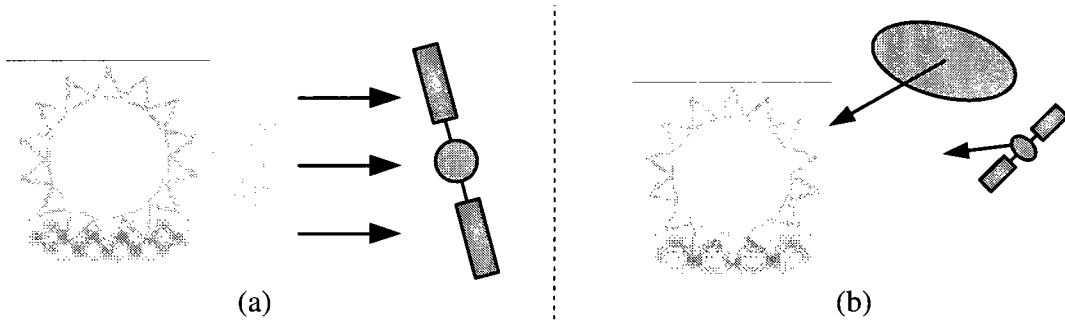


Figure 2.2 Représentation schématique des perturbations solaires  
Pression de radiation solaire (a) et marée solaire (b)

La pression de radiation solaire (SRP) est une pression exercée par le rayonnement solaire qui provoque une accélération  $\vec{f}_s$  du satellite. Elle affecte la stabilité des orbites en décalant son centre en plus de perturber la trajectoire. Une analyse complète est présentée dans (Scheeres, 1994b). La SRP est toujours orientée dans la direction anti-solaire (vecteur unitaire  $\vec{r}_g$ ) et son amplitude dépend du ratio masse-sur-aire ( $B$ ) du satellite ainsi que de la distance entre l'astéroïde et le soleil ( $R$ ) :

$$\vec{f}_s = \frac{G_1}{BR^2} \vec{r}_g \quad (2.8)$$

où  $G_1$  est la constante solaire (environ  $1 \times 10^8 \text{ kg km}^3/\text{s}^2 \text{ m}^2$ ). Cette accélération est dominante dans le cas de petits astéroïdes (moins de 2 km de diamètre), mais demeure importante même dans le cas des gros astéroïdes (plus de 10 km de diamètre).

La marée solaire est la différence de l'accélération gravitationnelle exercée par la masse du soleil sur le satellite et sur l'astéroïde. Pour une orbite quasi-circulaire, cette accélération s'approxime par l'équation (2.9) (Scheeres, 1994b) :

$$\vec{f}_{tide} = -\frac{\mu_s}{R^3} r(1 - 3 \cos^2 S) \vec{r}_s \quad (2.9)$$

avec ...

$r$ :	distance entre le centre de l'astéroïde et le satellite	$\vec{r}_s$ :	vecteur unitaire centré sur l'astéroïde et pointant vers le satellite
$R$ :	distance entre l'astéroïde et le soleil	$\vec{r}_g$ :	vecteur unitaire en direction anti-solaire
$\mu_s$ :	paramètre gravitationnel du soleil ( $1.3272 \times 10^{11} \text{ km}^3/\text{s}^2$ )	$S$ :	angle entre $\vec{r}_s$ et $\vec{r}_g$

Ceci étant dit, la marée solaire est généralement négligeable à moins de considérer des orbites à très grand rayon (Scheeres, 1994b). À ces distances, le satellite est à l'extérieur de la sphère d'influence de l'astéroïde, car son attraction gravitationnelle n'est plus prépondérante. Ce type d'orbite n'est pas considéré dans la présente analyse, mais la marée solaire est tout de même incluse dans le simulateur.

## 2.5 Équations de la dynamique

Les équations de la dynamique de translation du satellite peuvent être exprimées dans le référentiel de son choix. Toutefois,  $\mathcal{F}^B$  n'est pas recommandé car la position de son origine fait partie des états estimés. Les référentiels  $\mathcal{F}^A$  et  $\mathcal{F}^I$  sont des choix valides qu'on retrouve tous les deux dans la littérature. Le référentiel  $\mathcal{F}^I$  a été retenu en raison de la forme simplifiée des équations :

$$\begin{aligned}\ddot{x} &= t_x + a_{gx} + \Delta_x \\ \ddot{y} &= t_y + a_{gy} + \Delta_y \\ \ddot{z} &= t_z + a_{gz} + \Delta_z\end{aligned}\tag{2.10}$$

où  $(x, y, z)$  est la position du satellite,  $(t_x, t_y, t_z)$  l'accélération des propulseurs,  $(a_{gx}, a_{gy}, a_{gz})$  les accélérations gravitationnelles et  $(\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z)$  les autres accélérations incluant les perturbations solaires. Toutes ces variables sont exprimées dans le repère inertiel. Pour l'étude en cours, seules les orbites naturelles sont analysées, ce qui implique l'absence de propulsion ( $t_x = t_y = t_z = 0$ ).

## 2.6 Bilan de l'environnement dynamique

Ce chapitre a fait un survol de l'environnement dynamique d'un astéroïde. On s'y localise par trois référentiels principaux ( $\mathcal{F}^A$ ,  $\mathcal{F}^I$  et  $\mathcal{F}^B$ ) et les principales forces en présence sont l'attraction gravitationnelle et les perturbations solaires. Ces notions seront utiles pour le développement du simulateur numérique mais aussi pour la conception du système de navigation autonome.

### 3. REVUE DES TECHNIQUES DE NAVIGATION AUTONOME

Ce chapitre présente les principales techniques de navigation autonome documentées dans la littérature scientifique. Il s'intéresse plus spécifiquement aux techniques d'estimation d'état pour les systèmes non linéaires qui possèdent un potentiel d'application dans l'environnement dynamique des astéroïdes. Dans un contexte de gravité perturbée, l'aspect autonomie est particulièrement important, car les orbites sont plus difficiles à prévoir et une réponse rapide est nécessaire en cas d'instabilité pouvant compromettre la sécurité du satellite.

Le chapitre comporte quatre parties principales. La première section établit les bases théoriques de l'estimation d'état alors que la seconde revoit les différentes stratégies de navigation autonome. La troisième partie traite quant à elle des techniques de navigation éprouvées en vol lors des opérations de proximité avec les astéroïdes Eros et Itokawa. Enfin, la dernière section présente un bref bilan du chapitre afin de souligner les concepts à retenir.

#### 3.1 Théorie des estimateurs d'état

Il existe plusieurs sortes d'estimateurs d'état, mais l'étude se limite ici à la famille des filtres de Kalman qui est de plus en plus répandue dans les applications de navigation. (Côté, 2007) effectue une revue complète de ces techniques d'estimation pour les systèmes non linéaires. L'objectif n'est pas de reprendre l'ensemble de cette analyse, mais plutôt d'exposer les fondements de l'estimation d'état qui constitue le cœur de la navigation autonome. Une importance accrue est accordée aux techniques ayant été mises en œuvre dans le cadre du projet de recherche.

##### 3.1.1 Principe de propagation-correction

Les filtres de Kalman sont basés sur la structure de propagation-correction présentée à la Figure 3.1. L'objectif de cette architecture est d'obtenir le meilleur estimé possible des états  $X$  d'un système à chaque instant  $t_k$ . Pour ce faire, on combine toutes les informations disponibles, c'est-à-dire celles d'un modèle théorique de la dynamique et celles des mesures de capteurs. On évalue également la matrice de covariance  $P$  qui indique la précision de l'estimé obtenu. Chaque cycle d'estimation est séparé par un retard  $z^{-1}$  d'une durée équivalente à la période d'échantillonnage. D'une part, le modèle théorique disponible est

souvent simplifié et incomplet. D'autre part, les capteurs sont limités en nombre et leurs mesures sont bruitées. En général, ils ne mesurent qu'un sous-ensemble des variables d'état puisqu'il serait trop complexe et trop coûteux de les mesurer toutes. Il est donc avantageux de tirer partie de ces deux sources d'information complémentaires qui permettent l'estimation de tous les états lorsque le système est observable<sup>1</sup> (Maybeck, 1979).

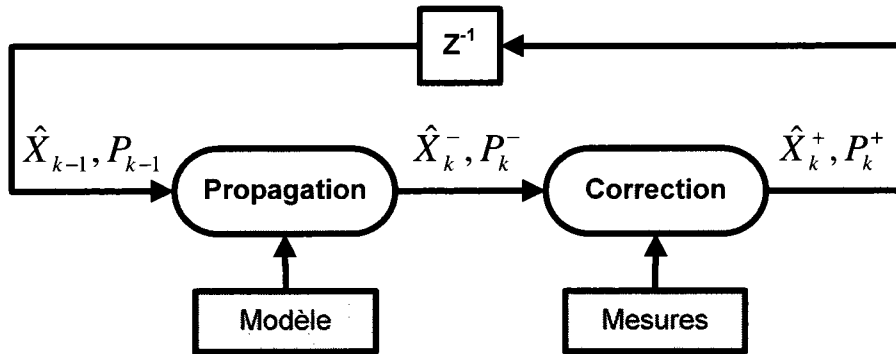


Figure 3.1 Structure générale d'un estimateur d'état (Côté, 2007)

Un accent circonflexe indique qu'une variable est estimée. Ainsi, les états estimés  $\hat{X}_k$  sont une approximation des états réels  $X$  au temps  $k$ . Pour un système linéaire dont le modèle et les mesures sont entachés d'un bruit blanc gaussien, le filtre de Kalman permettra une estimation optimale, car les états estimés représenteront l'espérance mathématique des états réels alors que la covariance donnera l'espérance mathématique de l'erreur quadratique des estimés. Ces relations sont exprimées mathématiquement en (3.1) et (3.2) (de Lafontaine, 2002).

$$\hat{X}_k = E\{X_k\} \quad (3.1)$$

$$P_k = E\{(X_k - \hat{X}_k)(X_k - \hat{X}_k)^T\} \quad (3.2)$$

Les filtres de Kalman sont des algorithmes de type récursif, car ils se basent sur l'état estimé précédent pour estimer l'état suivant. Le principe est simple : au temps  $t = 0$ , on débute avec un estimé initial  $\hat{X}_0, P_0$  qu'on raffine lors de la propagation avec les équations du modèle dynamique. Cela permet d'obtenir les valeurs *a priori*  $\hat{X}_1^-, P_1^-$ . Ce résultat est ensuite utilisé

<sup>1</sup> Le concept d'observabilité sera traité au chapitre 4.

par la phase de correction qui incorpore les mesures disponibles pour obtenir un estimé corrigé  $\hat{X}_1^+, P_1^+$ . Le processus est répété en boucle en utilisant toujours l'estimé le plus récent. L'ensemble de la famille des filtres de Kalman suit cette logique de propagation-correction. Les distinctions proviennent simplement des équations utilisées pour réaliser la propagation et la correction des estimés.

### 3.1.2 Filtre de Kalman étendu

Le filtre de Kalman étendu (EKF) est une technique éprouvée qui a été embarquée à plusieurs reprises à bord de satellites (Côté, 2007). Il s'applique aux systèmes non linéaires et a été développé à partir du filtre de Kalman dit « conventionnel » qui ne s'adresse qu'aux systèmes linéaires. La stratégie consiste à linéariser les équations du système autour de l'état estimé pour ensuite appliquer la théorie du filtre de Kalman conventionnel. Les équations du EKF sont largement documentées dans la littérature et sont reprises ici (Maybeck, 1979; Shuang et al., 2005 ; Côté, 2007).

On suppose qu'on dispose des équations  $f$  de la dynamique du système. Ce modèle inclut des erreurs de modélisation  $w$  considérées comme un bruit blanc gaussien de covariance  $Q$ . On connaît également la fonction d'observation  $h$  qui modélise les mesures en fonction des états  $X$  et des entrées  $u$ . Ces mesures sont entachées d'un bruit  $v$  supposé blanc gaussien et de covariance  $R$ . Les bruits  $w$  et  $v$  sont aussi considérés indépendants. Ces hypothèses sont exprimées mathématiquement aux équations (3.3) à (3.5).

$$\dot{X} = f(X, u) + w \quad y = h(X, u) + v \quad (3.3)$$

$$p(w) \sim N(0, Q) \quad p(v) \sim N(0, R) \quad (3.4)$$

$$Cov\{w_k, v_j\} = E\{w_k v_j^T\} = 0 \quad (3.5)$$

Pour la **propagation**, on estime d'abord la dérivée des états puis on intègre pour obtenir l'estimé *a priori* :

$$\hat{X}_k = f(\hat{X}_{k-1}, u_k) \quad (3.6)$$

$$\hat{X}_k^- = \int_{t_{k-1}}^{t_k} \hat{X}_k dt \quad (3.7)$$

On propage ensuite la matrice de covariance  $P$ . Pour ce faire, on développe une version linéaire et discrète du modèle dynamique grâce aux équations (3.8) et (3.9) où  $T_s$  est la période d'échantillonnage.

$$F_k = \left. \frac{\partial f(X, u)}{\partial X} \right|_{X = \hat{X}_{k-1}} \quad (3.8)$$

$$\Phi_k = e^{F_k T_s} \quad \text{avec} \quad T_s = t_k - t_{k-1} \quad (3.9)$$

$$P_k^- = \Phi_k P_{k-1} \Phi_k + Q \quad (3.10)$$

Pour la **correction**, on estime d'abord les mesures avec le modèle d'observation, puis ce dernier est linéarisé avec l'état  $\hat{X}_k^-$  comme point d'opération :

$$\hat{y} = h(\hat{X}_k^-, u) \quad (3.11)$$

$$H_k = \left. \frac{\partial h(X, u)}{\partial X} \right|_{X = \hat{X}_k^-} \quad (3.12)$$

La matrice  $H_k$  entre ensuite dans le calcul des gains de Kalman  $K$  qui minimisent les erreurs d'estimation. On procède alors à la mise à jour des états et de la covariance à partir des mesures réelles  $y^m$  :

$$K_k = P_k^- H_k^T [H_k P_k^- H_k^T + R]^{-1} \quad (3.13)$$

$$\hat{X}_k^+ = \hat{X}_k^- + K_k [y^m - \hat{y}] \quad (3.14)$$

$$P_k^+ = (I - K_k H_k) P_k^- (I - K_k H_k)^T + K_k R K_k^T \quad (3.15)$$

Si les erreurs  $w$  du modèle sont très grandes par rapport au bruit des mesures, les gains  $K$  seront élevés et les mesures auront beaucoup de poids dans l'estimé final. Inversement, si le bruit  $v$  des mesures est plus important que les erreurs du modèle, les gains seront faibles et l'estimé sera davantage influencé par le résultat de la propagation.



(Côté, 2007) relève trois limitations principales des EKF :

- À chaque itération, l'algorithme exige une linéarisation des équations pour la propagation et pour la correction, ce qui augmente la charge de calcul requise.
- La stabilité et les performances de l'estimateur ne sont pas garanties pour les systèmes non linéaires ou lorsque le bruit ( $v$  et  $w$ ) n'est pas gaussien.
- Le système n'est pas robuste aux variations du bruit et des conditions de non-linéarité. Il est donc limité à une plage d'opération restreinte près du point de linéarisation.

Néanmoins, le filtre de Kalman étendu demeure un outil répandu pour la navigation autonome. Les ordinateurs récents ont une capacité de calcul plus élevée que leurs prédécesseurs et la validation par simulation permet de prévoir les performances des EKF dans les contextes d'intérêt. Certaines variantes du EKF atténuent également une ou plusieurs limitations. Ces alternatives sont discutées dans les sections suivantes.

### 3.1.3 Méthode de correction successive

(Sorenson, 1966) propose une variante pour la phase de correction d'un EKF lorsque les mesures proviennent de sources indépendantes telles une caméra et un capteur de distance. Par définition, le bruit de mesure de sources indépendantes est non-corrélé et dans cette situation, on peut faire appel à la correction successive. Le principe est illustré à la Figure 3.2.

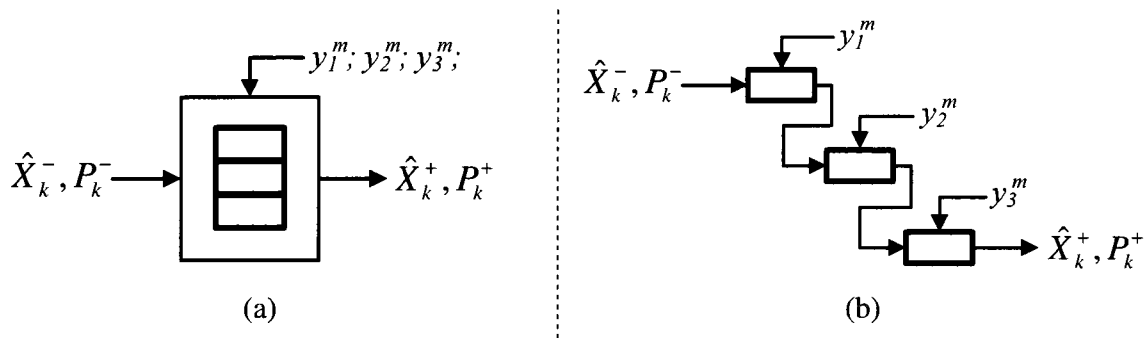


Figure 3.2 Représentation schématique des techniques de correction  
Conventionnelle (a) successive (b)

Dans le cas conventionnel, les modèles d'observation de chaque mesure sont regroupés dans une même matrice  $H$  et la phase de correction est exécutée en un bloc avec une seule mise à jour des estimés. Pour la méthode successive, les observations sont séparées par ensembles

indépendants. On effectue d'abord la correction avec le premier groupe de données. L'estimé obtenu est ensuite corrigé par les observations subséquentes jusqu'à ce que toutes les mesures disponibles aient été traitées. Les équations (3.11) à (3.15) sont donc répétées autant de fois qu'il y a d'ensemble de mesures. (Sorenson, 1966) démontre formellement que ces deux techniques sont équivalentes dans le cas de sources statistiquement indépendantes.

La correction successive a trois avantages principaux. D'abord, elle diminue la charge de calcul en réduisant la taille des matrices traitées, ce qui simplifie l'inversion matricielle lors du calcul des gains  $K$ . Ensuite, elle facilite la gestion des capteurs, puisqu'aucune modification n'est nécessaire à l'architecture de l'estimateur même si un capteur est inactif ou en panne. Cette caractéristique est aussi utile en simulation pour quantifier la contribution d'un capteur aux performances d'estimation, car il est aisé de l'activer ou de le désactiver. Finalement, la correction successive contribue à l'amélioration de la stabilité du EKF, car elle améliore le point d'opération entre chaque correction et atténue ainsi l'effet des non-linéarités.

#### 3.1.4 Filtre de Kalman étendu itératif

C'est la phase de correction du filtre de Kalman étendu itératif (IEKF) qui est modifiée par rapport au EKF de base. Au prix d'une charge de calcul plus élevée, le IEKF améliore la stabilité de l'estimateur en présence de non-linéarités. Cette technique est documentée dans (Maybeck, 1979) et (Gelb, 1974). Elle s'applique sans restriction particulière, mais elle n'est pas nécessaire dans tous les cas.

Le principe du IEKF est illustré à la Figure 3.3. Il s'agit de répéter la correction de l'estimé sur un même ensemble de mesures. Les itérations améliorent le point d'opération utilisé pour la linéarisation. On obtient donc un meilleur estimé en plus de limiter la sensibilité aux non-linéarités. On itère jusqu'à convergence, c'est-à-dire jusqu'à ce que l'estimé précédent diffère peu du nouvel estimé.

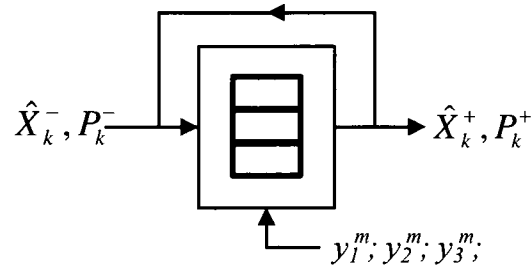


Figure 3.3 Représentation schématique du filtre de Kalman étendu itératif

### 3.1.5 Autres types de filtres de Kalman

Vers la fin des années 90, le filtre de Kalman non-parfumé (UKF) a fait son apparition dans la littérature (Julier et Uhlmann, 1997) et il est analysé en détail dans (Côté, 2007). Pour la propagation, le UKF remplace l'étape de linéarisation des équations par une transformée dite « non-parfumée » (*unscented transform*) qui conserve la distribution de probabilité des variables aléatoires. Ainsi, plutôt que de réduire la fonction non linéaire à une série de Taylor d'ordre 1, l'estimateur applique une transformation non linéaire à des échantillons représentatifs de la distribution statistique considérée. Pour une distribution normale, le résultat atteint une précision équivalente à celle d'une série de Taylor d'ordre 3 (Côté, 2007). La charge de calcul est toutefois plus élevée, notamment en raison du nombre souvent élevé d'échantillons propagés, problème auquel s'attaquent tout de même certaines variantes du UKF.

En raison de l'amélioration du traitement des non-linéarités, le UKF serait plus précis et plus robuste que le EKF. Par contre, pour certaines applications, il semble qu'aucune amélioration n'ait été observée en pratique. C'est le cas dans (Trawny et al., 2007) pour leur système de navigation inertielle assistée par un algorithme de vision. Les auteurs expliquent ce résultat en invoquant la faible non linéarité des équations du système étudié, situation dans laquelle le EKF performe mieux à moindre coût.

Le EKF et le UKF possèdent tous deux une variante dite « racine-carrée » (Côté, 2007). La matrice de covariance  $P$  étant symétrique, il n'est pas nécessaire d'en propager tous les éléments. Les estimateurs de type racine-carrée propagent uniquement le triangle inférieur et la diagonale de la matrice de covariance. Leur implémentation est plus complexe, mais

l'estimateur obtenu est plus stable numériquement et la charge de calcul est réduite. Ils sont surtout utilisés lorsque des problèmes numériques sont observés ou si la puissance de calcul disponible est limitative, ce qui n'est pas le cas dans le projet actuel.

## 3.2 Revue des techniques de navigation autonome

À partir de la théorie des estimateurs d'états, plusieurs techniques de navigation autonome ont été développées. Elles se différencient principalement par les capteurs utilisés et par les données disponibles pour l'estimation. Cette section traite d'abord des deux grandes classes de techniques retrouvées dans la littérature, soit la navigation optique relative et la navigation optique absolue. Il est ensuite question de l'utilisation des mesures de distance pour améliorer les performances d'estimation. Il existe aussi des techniques de navigation qui font intervenir les données radiométriques du *Deep Space Network* (DSN), mais comme elles nécessitent une intervention de la Terre, elles ne sont pas discutées ici.

### 3.2.1 Navigation optique relative

On qualifie « d'optique » les techniques de navigation qui font appel à des images de caméra pour estimer les états d'un système. On y réfère également par le terme *vision-aided* qui signifie « assisté par un algorithme de vision ». Le principe consiste à détecter des éléments visuels distinctifs présents dans les images de la caméra afin d'obtenir des informations sur la position et la vitesse du satellite. Les éléments visuels, appelés points de repère, sont de nature variée : rochers, cratères, relief particulier ou toute autre signature pouvant être reconnue grâce à un algorithme de traitement d'image. Dans (Cheng et Ansar, 2005), les auteurs donnent un exemple d'un tel algorithme et précisent qu'en raison des variations environnementales (illumination, angle de visée, altitude, etc.) les points de repère doivent être judicieusement choisis afin de faciliter leur détection dans toutes sortes de conditions.

Lorsque les coordonnées géographiques des points de repère détectés ne sont pas connues, on parle de navigation **relative**. La navigation se fie alors à la reconnaissance de mêmes points de repère dans au moins deux images successives. Cela permet d'estimer la vitesse du satellite mais fournit seulement un estimé de la position relative (Johnson et Montgomery, 2008). Pour estimer une position absolue dans le repère inertiel ou par rapport au centre de masse de l'astéroïde, il faut une source additionnelle d'information comme des mesures radiométriques

ou des coordonnées de points de repère. Sans ce complément, le système est limité à une estimation de position locale relative à la surface imagée. Ce type de navigation n'est donc pas totalement autonome sur de longues périodes.

Néanmoins, la navigation optique à partir de points de repère non cartographiés peut être utilisée pour fournir une information partielle ou complémentaire. C'est d'ailleurs ce qu'a fait le *Descent Image Motion Estimation System* (DIMES) lors de l'atterrissage des robots *Spirit* et *Opportunity* sur Mars en 2004 (Cheng et al., 2005) (Cheng et al., 2004). L'objectif était d'évaluer la vitesse horizontale pour contrôler l'atterrissage et assurer la sécurité des robots. Durant la descente, trois images de la surface ont été prises à des moments distincts. Les cratères y ont été détectés puis reconnus dans chacune des images. Un algorithme linéaire calculait ensuite la transformation qui minimisait l'erreur sur la position des cratères et on en déduisait la vitesse horizontale relative au sol. DIMES s'en est tenu à une évaluation approximative de la vitesse horizontale et n'a pas fait appel aux filtres de Kalman. Toutefois, ce système a démontré la viabilité du traitement d'image en vol et il ouvre la porte à l'utilisation de techniques de navigation optiques plus évoluées. Déjà, l'article de (Bayard et Brugarolas, 2005) propose un EKF pour estimer la vitesse d'un satellite à partir de points de repère reconnus dans deux images successives.

D'autres algorithmes similaires de navigation relative ont également fait l'objet d'une étude approfondie. Dans (Johnson et Matthies, 1999), on calcule non seulement la vitesse d'un engin spatial, mais aussi son déplacement en trois dimensions. Pour y arriver, chaque image est accompagnée d'une mesure de distance qui permet de reconstituer l'ensemble des six degrés de liberté du mouvement. Un premier estimé est obtenu grâce à l'analyse des points de repère visibles dans deux images consécutives. On procède ensuite à une mise à l'échelle à partir des mesures de distance. Le système de (Roumeliotis et al., 2002) va plus loin en utilisant un filtre de Kalman pour combiner les résultats de la navigation relative avec la navigation inertielle, à base d'accéléromètres et de gyroscopes. La navigation inertielle souffre des erreurs d'intégration qui croissent rapidement sans bornes si aucune donnée de position ne met à jour le système. Pour cette raison, elle est généralement utilisée en combinaison avec des mesures radiométriques, ce qui en fait une technique non-autonome. La navigation

optique relative permet de réduire considérablement les erreurs d'estimation de la navigation inertielle sans avoir recours au DSN. Cependant, comme aucune mesure de position absolue n'est disponible, les erreurs d'estimation continuent de croître dans le temps, mais à un taux réduit (Roumeliotis et al., 2002). Cela est acceptable lors d'un atterrissage de quelques minutes, mais pose problème pour des orbites de longue durée.

Les travaux de (Mourikis et al., 2007) incluent également le suivi de points de repère non cartographiés à un autre algorithme de navigation. Les auteurs s'intéressent aux atterrissages de précision avec des points de repère de coordonnées géographiques connues. Toutefois, dans la dernière portion de la descente, l'altitude est trop faible et les conditions d'observation ont trop changé pour être en mesure de détecter les points de repère connus à l'avance. La navigation se fie alors sur des points de repères non cartographiés pour limiter la dégradation des performances de l'estimateur. On peut penser que cette stratégie serait également utile dans le cas des orbites lorsque peu de points de repère cartographiés sont disponibles.

### 3.2.2 Navigation optique absolue

On parle de navigation optique **absolue** lorsqu'on détecte des points de repère dont les coordonnées sont connues *a priori* dans le repère du corps orbité. Cela suppose une phase de précaractérisation durant laquelle on élabore une carte précise de la surface où sont répertoriés différents points de repère avec leurs coordonnées géographiques. À noter que cette phase est nécessairement non autonome, car il faut utiliser le DSN pour la construction d'un modèle topographique de la surface et la cartographie des points d'intérêt. Pour les astéroïdes, la précaractérisation de la surface se fait généralement à une distance suffisante pour maintenir le satellite à l'extérieur la sphère d'influence de la gravité. L'autonomie n'est donc pas requise à cette étape, car le satellite n'est pas affecté par le champ gravitationnel de l'astéroïde. La navigation autonome à base de points de repère devient nécessaire lorsque le satellite pénètre la sphère d'influence où les perturbations gravitationnelles peuvent causer l'instabilité des orbites. La navigation autonome permet alors à la sonde de réagir rapidement pour assurer sa sécurité si un risque de collision survient.

Les coordonnées géographiques de plusieurs points de repère sont déjà disponibles pour Mars et la Lune en raison des nombreuses missions d'exploration spatiale qui les ont visités par le

passé (Johnson et Montgomery, 2008). Quant aux astéroïdes, peu ont fait l'objet d'observation *in situ*, mais chaque mission comprend une phase préliminaire durant laquelle les informations nécessaires aux opérations de proximité sont recueillies (Scheeres, 2004). La cartographie précise de la surface des corps célestes est une science encore en développement, mais elle est prometteuse pour l'avenir de la navigation autonome. Les cartes de la surface martienne sont actuellement exactes à plus ou moins 500 à 1000 mètres, mais cette erreur pourrait être réduite à moins de 100 mètres d'ici 2018 (Wolf et al., 2005).

Les auteurs de (Shuang et al., 2005) proposent un algorithme de navigation optique avec une caméra et un lidar. Ils se concentrent sur la dynamique de translation et développent un EKF à trois degrés de liberté (3-DOF). Sur une même image, au moins trois points de repère non colinéaires doivent être visibles et la distance vers chaque point est mesurée à l'aide d'un lidar. À partir de ces informations, la position du satellite est calculée par rapport aux points de repère. Grâce à la cartographie, la position de ces points est aussi connue dans le référentiel de l'astéroïde. Il est alors possible d'établir la position du satellite par rapport à l'astéroïde. Ce principe de navigation est également utilisé dans (Xiangyu et al., 2004) et (Li et al., 2006). Le système développé par (Xiangyu et al., 2004) privilégie toutefois un UKF plutôt qu'un EKF pour le traitement des données.

L'algorithme de (Shuang et al., 2005) n'est malheureusement pas optimal en terme d'utilisation des informations disponibles. En effet, si moins de trois points de repère sont visibles, il n'est pas possible de mettre à jour l'estimé de position. À l'opposé, s'il y a plus de trois points de repère, il faut en sélectionner trois et exclure les autres qui ne peuvent être traités par l'estimateur d'état. On perd alors de l'information pertinente, ce qui nuit à la qualité de l'estimation. Le recours à trois mesures de distance constitue également une contrainte importante de cet algorithme. Pointer le lidar vers une cible déterminée n'est pas une mince tâche et cela entraîne des délais. Dans ce contexte, mieux vaut minimiser le nombre de mesures de distance exigées par la navigation. Comme il sera démontré au chapitre 4, pour la navigation optique absolue, une seule distance permet d'obtenir toute l'information nécessaire à la détermination de la position du satellite. Les conditions minimales de fonctionnement de l'algorithme de (Shuang et al., 2005) sont donc inutilement contraignantes.

Ces limitations sont traitées dans (Trawny et al., 2007) où on fusionne les mesures fournies par la caméra avec un système de navigation inertielle. C'est ce qu'on appelle le VAIN pour *vision-aided inertial navigation*. Des approches similaires sont présentées dans (Li et al., 2007), (Bayard et Brugarolas, 2005) et (Mourikis et al., 2007). Celles-ci sont comparées au Tableau 3.1. La stratégie consiste à utiliser les données inertielles des accéléromètres et des gyroscopes dans la phase de propagation, puis à corriger les estimés grâce aux données de la navigation optique.

L'intérêt principal du VAIN réside dans le traitement des données de la caméra qui fait intervenir le modèle de projection en perspective. Les états estimés sont alors mis à jours dès qu'au moins un point de repère est détecté. Lorsque davantage de points sont disponibles, toutes les mesures sont utilisées et l'estimation s'en trouve améliorée. Les résultats expérimentaux démontrent néanmoins qu'il faut un minimum de trois points de repères pour estimer adéquatement les états (Li et al., 2007).

Tableau 3.1 Sommaire des algorithmes de type VAIN

Caractéristique	(Bayard et Brugarolas, 2005)	(Li et al., 2007)	(Trawny et al., 2007)	(Mourikis et al., 2007)
Degrés de liberté	3-DOF	6-DOF	6-DOF	6-DOF
Contexte d'application	orbite forcée	atterrissage	atterrissage	atterrissage
Référentiel des équations embarquées	$\mathcal{F}^I$	$\mathcal{F}^I$	$\mathcal{F}^A$	$\mathcal{F}^A$
Mesures de la caméra	Angles directeurs	Coordonnées	Coordonnées normalisées	Coordonnées
Technique de correction	Décomposition QR <sup>1</sup> avec facteur de sous-relaxation	conventionnelle	IEKF	Décomposition QR <sup>1</sup>

<sup>1</sup> Technique développée dans (Bayard et Brugarolas, 2005) pour améliorer la robustesse et diminuer la charge de calcul.

Lorsqu'il n'y a aucun points de repère en vue, le VAIN se rabat sur la navigation inertielle et limite ainsi la croissance des erreurs d'estimation. La navigation inertielle pallie également les délais liés à la navigation optique. Comme les images nécessitent du traitement avancé, il peut s'écouler plusieurs secondes entre deux mises à jour. Il est alors possible d'utiliser les



données de l'unité de mesure inertielle (IMU) pour propager les états jusqu'à ce qu'une image soit disponible pour la correction. Certains IMU prennent des mesures jusqu'à 400 fois par seconde.

On utilise un IMU lorsque le satellite est propulsé ou s'il fait face à des perturbations de type non gravitationnelles. Dans ces situations, le modèle théorique des accélérations du EKF est souvent erroné et les mesures inertielles permettent une propagation plus fiable des états. L'IMU est toutefois incapable de mesurer les accélérations d'origine gravitationnelle. De plus, le modèle des accélérations est parfois suffisant pour assurer une bonne propagation des états estimés. Pour cette raison, il est important de souligner que le volet de navigation inertielle n'est pas essentiel au VAIN. L'intérêt des articles mentionnés réside plutôt la phase de correction bien que la navigation inertielle soit utile dans plusieurs situations réelles difficiles à modéliser.

Les algorithmes de VAIN publiés dans la littérature ont été validés soit par simulation, soit par expérimentation sur le terrain (*field testing*). Les résultats obtenus prouvent hors de tout doute le potentiel de cette technique. Les performances de navigation observées lors des différents tests sont compilées au Tableau 3.2. Elles ne peuvent être comparées entre elles, car le contexte expérimental et les paramètres utilisés varient largement d'un essai à l'autre. On remarque tout de même que les erreurs d'estimation sont de l'ordre de quelques mètres en position et d'environ 20 cm/s en vitesse. À noter que les données de performance sont approximatives, car elles sont tirées des graphiques publiés dans les différents articles où les échelles ne permettent pas toujours une lecture précise.

L'article de (Trawny et al., 2007) approfondit davantage l'étude des performances en analysant l'effet de certains paramètres sur la précision des estimés de navigation. Par simulation, les auteurs démontrent que la densité de points de repère est un facteur clé pour la performance du système. Plus la densité de points de repère cartographiés est élevée, plus les estimés sont précis. L'erreur à l'atterrissage passe de 1.13 km à 16 km pour des densités de 0.5 à 0.1 repères/km<sup>2</sup>. Ces erreurs sont beaucoup plus élevées que celles du Tableau 3.2 en raison des derniers instants de la descente où aucun point de repère n'entre dans le champ de

vision de la caméra. La fréquence à laquelle les images sont disponibles ainsi que la précision avec laquelle les points de repère sont localisés affectent également les performances de navigation, mais dans une moindre mesure. Une image aux 20 secondes augmente l'erreur de seulement 50% par rapport à une image toutes les 0.5 seconde. L'erreur sera également 40% plus élevée si l'algorithme de vision détermine la position d'un point de repère à 3 pixels près plutôt qu'à 0.1 pixel dans l'image. L'analyse complète des résultats est disponible dans (Trawny et al., 2007).

Tableau 3.2 Sommaire des performances observées pour des algorithmes de type VAIN

Article	Position ( $3\sigma^* - m$ )	Vitesse ( $3\sigma^* - \text{cm/s}$ )	Période de recalage*** (s)	Nombre de points de repères
(Trawny et al., 2007)** <i>Parachute Drop test</i>	< 1.5	15	30 s – caméra 0.01 s – inertiel	$n > 20$
(Trawny et al., 2007)** <i>DIMES field test</i>	2	20	1.7 s – caméra 0.0025 s – inertiel	$n = 11$
(Trawny et al., 2007) <i>Simulation</i>	< 5	20	1 s – caméra N/A – inertiel	$n \leq 16$ <i>Diminution progressive</i>
(Mourikis et al., 2007)** <i>Phase 1</i>	17	18	0.33 s – caméra 0.02 s – inertiel	$n > 20$
(Mourikis et al., 2007)** <i>Phase 2</i>	5	25	1 s – caméra 0.02 s – inertiel	$10 \leq n \leq 80$
(Bayard et Brugarolas, 2005)	7	< 10	N/A – caméra N/A – inertiel	$n = 4$
(Li et al., 2007) <i>Test 1</i>	7.5	< 10	1 s – caméra 1 s – inertiel	$n = 3$
(Li et al., 2007) <i>Test 2</i>	7.5	N/A	1 s – caméra 1 s – inertiel	$n = 4$

\* Borne des erreurs d'estimation calculée à partir de la matrice de covariance  $P$ . Elles s'appliquent à chaque axe du référentiel considéré (en x, en y et en z).

\*\* Expérience sur le terrain avec capteurs réels

\*\*\* Période entre deux mesures successives utilisées pour mettre à jour les estimés

Malgré les études déjà réalisées, plusieurs possibilités du VAIN demeurent encore inexploitées. Aucun article n'a vérifié la robustesse des estimations face aux perturbations gravitationnelles qui ne peuvent être mesurées par l'IMU. L'article de (Trawny et al., 2007) suggère également l'intégration de mesures de distance pour améliorer la précision des estimations, mais aucun exemple d'un tel système n'a été répertorié dans la littérature. Ce sont

pourtant des avenues d'intérêt pour l'utilisation du VAIN notamment dans un contexte d'orbite autour d'un astéroïde.

### 3.2.3 Navigation à partir de mesures de distance

L'altimètre, le télémètre à laser (ou *laser rangefinder* – LRF) et le lidar sont les trois principaux capteurs de distance disponibles pour la navigation des satellites. L'altimètre est utilisé depuis très longtemps dans les missions spatiales (Miller et al., 1995). Il fonctionne généralement grâce à la technologie du radar et retourne la plus courte distance à la surface, soit l'altitude du satellite. Le LRF, quant à lui, mesure la distance dans la ligne de visée de l'appareil. L'utilisation d'un faisceau laser permet d'obtenir des mesures plus précises utiles à la cartographie, mais aussi à la navigation. Finalement, le lidar inclut un système de pointage qui permet de modifier la ligne de visée du capteur. C'est un dispositif plus complexe, mais il permet de mesurer la distance dans différentes directions sans avoir à réorienter le satellite.

La sonde NEAR qui a visité l'astéroïde 433 Eros en l'an 2000 était muni d'un LRF à son bord. Les données de l'appareil ont été utilisées pour raffiner la navigation du satellite. Toutefois, tous les calculs ont été faits à partir du sol. Ce n'était donc pas un système autonome, mais les résultats obtenus méritent qu'on s'y attarde. Les auteurs de (Bordi et al., 2000b) étudient la contribution des mesures de distance à la navigation de NEAR. Lorsque le LRF est utilisé en combinaison avec les mesures radiométriques, les erreurs de position sont systématiquement inférieures à celles de la navigation sans LRF. Par exemple, pour les orbites polaires circulaires étudiées, l'erreur RMS passe de 23.2 m à 14.4 m avec une mesure de distance toutes les deux minutes. L'article (Bordi et al., 2000a) traite également de la combinaison radiométrie-LRF de la mission NEAR. Les auteurs démontrent que les erreurs d'estimation sont réduites davantage lorsque des paramètres additionnels tels que l'erreur de pointage et le biais du LRF sont estimés. Pour le cas simulé, l'erreur de position obtenue est de 40 mètres.

Du côté des techniques autonomes, (Weeks, 2003) a implémenté un estimateur qui combine des mesures de distance avec la navigation inertielle. L'IMU et le LRF sont les deux seuls capteurs utilisés. Le modèle des mesures est reconstruit grâce à un modèle *a priori* de la surface de l'astéroïde et à une routine de calcul itérative. Cette information est ensuite traitée par l'estimateur en combinaison avec les mesures réelles afin de déterminer les paramètres de

l'orbite. Pour une orbite de 50 km de rayon autour d'Eros, les erreurs de navigation sont limitées à moins de 100 mètres. Cette performance ne peut toutefois être maintenue pour plus de quatre jours d'orbite, car les erreurs d'estimations finissent par croître avec le temps. Aussi, la technique n'est valable que pour les corps non sphériques, car c'est la variation du rayon de la surface qui permet aux estimations de converger.

Plus récemment, dans (Huang et Wang, 2008), on présente un système de navigation autonome pour un atterrissage de précision sur la Lune. C'est un algorithme de navigation relative, car aucune information de position absolue n'est disponible. Un LRF et un capteur de vitesse relative sont utilisés pour diminuer l'erreur de la navigation inertielle. Ces deux capteurs sont complémentaires, car le premier fournit des informations de position alors que le second mesure des vitesses. Toutefois, les mesures de distance, converties en altitude de direction radiale, ne permettent pas à l'estimateur de minimiser les erreurs de position dans la direction latérale. Pour une cible située près du plan orbital, l'erreur d'estimation est tout de même inférieure à 100 m en position et sous les 30 cm/s en vitesse.

On retrouve également certaines techniques qui reposent sur des modèles numériques d'altitude ou *digital elevation map* (DEM) générés grâce à un lidar qui balaie la surface. Ce modèle en trois dimensions s'ajoute aux images d'une caméra et peut parfois même les remplacer. L'article de (Johnson et San Martin, 2000) explique comment générer de telles cartes et souligne leur potentiel pour l'estimation du mouvement relatif à la surface. Le principal avantage des DEMs est que, contrairement à l'imagerie optique, elles ne dépendent pas de l'illumination de la surface. Elles peuvent donc être mesurées en tout temps. Pour l'instant, les DEMs semblent étudiées surtout pour l'atterrissage sécuritaire et l'évitement d'obstacles (de Lafontaine et al., 2004) (Johnson et al., 2002) bien qu'elles se développent aussi comme un outil de navigation à part entière (Johnson et Montgomery, 2008).

Dans l'ensemble des recherches effectuées, la seule méthode répertoriée de navigation autonome **absolue** faisant usage des mesures de distance est celle exposée dans (Shuang et al., 2005) dont il a été question à la section 3.2.2. Elle n'est toutefois pas optimale, car elle impose des contraintes strictes sur le nombre de mesures requises. Puisque les données de distance se

sont montrées efficaces dans plusieurs exemples de navigation, il apparaît pertinent de vérifier comment maximiser leur contribution dans un contexte de navigation optique absolue. Ce sujet sera abordé au chapitre 6.

### **3.3 Revue des missions d'exploration vers des astéroïdes**

Par le passé, seules deux missions ont été entièrement consacrées à des opérations de proximité avec des astéroïdes. Il s'agit de NEAR-Shoemaker de la NASA et de Hayabusa de la JAXA, l'agence spatiale japonaise. Cette section fait un survol des techniques de navigation utilisées dans le contexte spécifique de ces deux missions à titre d'exemple de méthodes testées en vol.

#### **3.3.1 Navigation de la sonde NEAR-Shoemaker**

La sonde NEAR-Shoemaker de la NASA a été la première à orbiter un astéroïde lors de son rendez-vous en février 2000 avec l'astéroïde 433 Eros (Bell et Mitton, 2002). Le traitement des données de navigation était entièrement effectué au sol. Il fallait environ une semaine de travail pour déterminer l'orbite d'un satellite après une manœuvre (Johnson et Matthies, 1999) alors qu'un algorithme de navigation autonome pourrait y arriver en quelques minutes ou en quelques heures tout au plus. Malgré tout, la mission NEAR demeure un précurseur au plan de la navigation dans un contexte de gravité perturbée et les exploits accomplis sont multiples.

NEAR a fait usage de quatre principaux types de mesures pour la navigation : données radiométriques, imagerie optique, altimétrie laser et mesures inertielles (Miller et al., 1995). Des capteurs supplémentaires étaient également disponibles pour déterminer l'orientation du satellite. Il faut souligner que c'était la première fois que les images de caméra étaient utilisées à des fins de navigation. Plus de 34 000 images ont été analysées à la main pour identifier et aligner les cratères visibles (Gaskell, 2002). Cela a permis d'améliorer la détermination de l'orbite en plus d'éliminer les singularités associées aux mesures radiométriques (Miller et al., 1995). Aussi, le LRF a d'abord été utilisé pour établir un modèle topographique à haute résolution de la surface d'Eros. Il a ensuite été mis à contribution pour la navigation tel que discuté à la section 3.2.3.

En raison des importants délais liés à la communication et au traitement des données de navigation, les orbites de NEAR ont été choisies avec grand soin afin d'assurer leur stabilité sur de longues périodes malgré la présence de perturbations gravitationnelles. L'un des objectifs du développement de techniques de plus en plus autonomes est de lever ce type de restriction sur le choix des orbites sans pour autant compromettre la sécurité du satellite.

### 3.3.2 Navigation de la sonde Hayabusa

En 2005, la sonde japonaise Hayabusa a brièvement atterri à la surface de l'astéroïde 25143 Itokawa avant de repartir vers la Terre pour ramener un possible échantillon à son bord. Itokawa est un très petit astéroïde long de seulement 535 mètres (Dermura et al., 2006). Par conséquent, sa gravité est très faible et les concepteurs de la mission ont choisi une stratégie de *hovering* plutôt que d'orbite. Le *hovering*, ou vol stationnaire, permet à la sonde de conserver une position fixe par rapport à la surface de l'astéroïde ou par rapport à un repère inertiel (Scheeres, 2004). Les propulseurs de la sonde compensent les accélérations causées par la gravité et maintiennent ainsi la position voulue. L'environnement particulier ainsi que le type de contrôle mis en œuvre ont directement influencé les techniques de navigation utilisées qui sont décrites en détail dans (Hashimoto et al., 2006; Kawaguchi et al., 2006; Kubota et al., 2003).

Jusqu'à quelques centaines de mètres d'altitude, l'astéroïde est entièrement visible dans le champ de vision de la caméra. Le logiciel à bord calcule alors le point central du plus gros objet lumineux sur les images captées et un LRF mesure la distance de la cible. Lorsqu'une partie de l'astéroïde disparaît du champ de vision, l'information sur les déplacements horizontaux n'est plus disponible. Un estimateur d'état propage alors les états selon la dynamique à bord à partir des derniers estimés de position et de vitesse disponibles. La précision des résultats dépend de la qualité du modèle dynamique ainsi que des valeurs initiales. À environ 40 mètres d'altitude, un marqueur (*target marker*) est relâché. Il s'agit d'un point de repère artificiel facilement détectable sur les photos de la caméra. La sonde navigue alors à partir de ce marqueur qui permet à nouveau d'estimer les vitesses horizontales relatives jusqu'à la fin de l'atterrissage.

La navigation d'Hayabusa revêt un intérêt certain, d'abord par son succès lors de l'atterrissage du 25 novembre 2005, mais aussi par son haut niveau d'autonomie. Elle est toutefois difficilement transposable à un contexte d'orbite, à moins que le rayon ne soit suffisamment grand pour que l'ensemble de l'astéroïde soit visible en tout temps par la caméra. Par ailleurs, l'utilisation d'un marqueur artificiel requiert une charge supplémentaire à bord du satellite en plus de représenter un certain risque. Dans le cas d'Hayabusa, il a fallu utiliser deux marqueurs, car le premier a raté la cible. Pour une orbite, il faudrait relâcher plusieurs de ces marqueurs dans des endroits stratégiques, ce qui apparaît une opération risquée et coûteuse considérant que des points de repères naturels sont déjà disponibles sur place.

### **3.4 Bilan de la revue de littérature**

En première partie, il a été possible de se familiariser avec les estimateurs d'état qui fusionnent les informations d'un modèle théorique de la dynamique avec les mesures réelles des capteurs par le biais d'une architecture de propagation-correction. Il existe différentes implémentations pour ces estimateurs, dont les principales (EKF, IEKF, UKF) ont été décrites. L'une n'est pas nécessairement supérieure à l'autre. C'est généralement le contexte d'application qui oriente la sélection d'un estimateur. Les choix de conception pour le projet de recherche seront présentés au chapitre 6.

En seconde partie, il a été question des techniques de navigation autonome qui s'appuient pour la plupart sur la détection de points de repère à la surface du corps orbité. Pour un scénario d'orbite, une autonomie de longue durée est souhaitable, ce qui favorise les techniques de navigation absolue. Elles nécessitent toutefois une cartographie préalable de la surface afin de déterminer les coordonnées géographiques de points de repère. La navigation relative n'a pas cette contrainte, mais elle ne peut limiter les erreurs en position que sur un temps fini. Elle est donc plus appropriée pour un scénario d'atterrissage ou en complément à la navigation absolue. Les capteurs de distance font également partie des sources d'information disponibles à la navigation. Leur contribution a été démontrée dans différents contextes (NEAR, simulation d'atterrissage lunaire, etc.), mais curieusement, les mesures de distances n'ont jamais été intégrées efficacement aux techniques de navigation absolue.

En dernière partie, la navigation des sondes NEAR et Hayabusa a été revue. Les techniques utilisées ne peuvent malheureusement être appliquées au projet en cours, car l'une n'est pas autonome et l'autre se limite à des astéroïdes de très petite taille. Elles représentent néanmoins des exemples de succès qui constituent une source d'inspiration.



## **4. ANALYSE D'OBSERVABILITÉ**

On dit d'un système qu'il est observable si l'ensemble de ses états peuvent être déterminés en un temps fini à partir des mesures effectuées sur ce même système (de Lafontaine, 2002). L'observabilité, partielle ou complète, est donc une caractéristique essentielle à l'application des techniques d'estimation d'état discutées précédemment. C'est pourquoi il est pertinent de conduire une analyse afin de déterminer les conditions d'opération pour lesquelles le système à l'étude est observable.

On s'intéresse ici à l'observabilité de la dynamique de translation d'un satellite muni à son bord d'une caméra et d'un lidar. On suppose aussi que des points de repère de coordonnées géographiques connues sont disponibles à la surface de l'astéroïde. Le chapitre se divise comme suit. Tout d'abord, les notions préliminaires liées à l'analyse d'observabilité sont présentées, puis les conditions minimales d'opération sont déterminées pour la caméra et le lidar. Le concept de dilution de précision est ensuite introduit pour quantifier la qualité de l'observabilité et le chapitre se termine par un bref rappel des conclusions à retenir.

### **4.1 Notions préliminaires**

#### **4.1.1 Définition de l'observabilité**

La notion d'observabilité est intimement liée aux estimateurs d'états et à la navigation. Pour estimer des états, il faut obligatoirement des sources d'information qui permettent de surveiller l'évolution du système. Cette information est recueillie par différents capteurs qui fournissent des observations sur les états. Malheureusement, il est plutôt rare que l'ensemble des états soient directement mesurés, car cela serait trop coûteux. Dans certains cas, il n'existe tout simplement pas de technique pour mesurer certaines quantités physiques. Il faut donc reconstruire des états à partir des mesures partielles disponibles. On s'intéresse alors à l'observabilité du système pour s'assurer que cette reconstruction est possible. En termes plus formels, on peut définir l'observabilité de la manière suivante :

« Un système multivariable est observable si n'importe quel état  $\underline{x}(t_0)$  à  $t_0$  peut être déterminé par l'observation (la mesure) de la sortie  $\underline{y}(t)$  pendant un intervalle de temps fini  $t_0 \leq t \leq t_f$ . En d'autres mots, dans un système complètement observable, tous les états du système ont leur trace ou "signature" propre dans les sorties  $\underline{y}(t)$  et on peut donc reconstruire tous les états à partir de l'historique temporel de  $\underline{y}(t)$ . » (de Lafontaine, 2002)

Dans ce contexte, l'objectif d'une analyse d'observabilité est de vérifier que les mesures des capteurs disponibles sont suffisantes pour estimer l'ensemble des états du système à l'étude.

#### 4.1.2 Techniques d'analyse d'observabilité

Pour l'évaluation de l'observabilité, plusieurs techniques se basent sur l'analyse du modèle linéaire du système. Soit un modèle variables-d'état standard de forme ABCD :

$$\begin{aligned} \dot{X} &= AX + BU \\ Y &= CX + DU \end{aligned} \quad (4.1)$$

L'observabilité dépend uniquement des matrices  $A$  et  $C$  à partir desquelles on peut calculer la matrice d'observabilité suivante :

$$OBS = \begin{bmatrix} C^T & A^T C^T & A^T A^T C^T & \dots & (A^T)^{n-1} C^T \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Pour que le système soit observable, le rang de cette matrice doit être équivalent à l'ordre du système. Le rang d'une matrice correspond au nombre de colonnes indépendantes qu'elle contient. D'autres variantes d'analyse du modèle linéaire sont présentées dans (de Lafontaine, 2002). (Kron, 2004) propose également une solution beaucoup plus élaborée qui fait intervenir les grammien indiciels pour quantifier l'observabilité de chacun des modes du système. Ces techniques sont très efficaces pour l'analyse des systèmes linéaires. Elles sont toutefois plus difficiles à appliquer pour les systèmes non linéaires qu'on linéarise autour d'un point d'opération variable dans le temps. Cela engendre une infinité de modèles numériques et le modèle analytique est souvent complexe en raison de la linéarisation. L'utilisation des outils d'analyse conventionnels des modèles linéaires est alors limitée.

(Sun et Crassidis, 2002) et (Crassidis et al., 2000) ont recours à une technique d'analyse un peu différente. Ils développent analytiquement la matrice de covariance  $P$  des erreurs pour des mesures de vecteurs directeurs. C'est le type de mesure qu'on obtient à l'aide d'une caméra.

La matrice  $P$  doit être de rang plein pour conclure à l'observabilité complète du système. En cas d'observabilité partielle, l'analyse des valeurs propres de  $P$  permet l'identification des états observables et non-observables.

Pour des systèmes simples, il est parfois possible d'en prouver l'observabilité directement à partir de son modèle non linéaire sans faire intervenir la matrice de covariance. Il suffit de démontrer mathématiquement que les états du système peuvent être reconstruits à partir des mesures disponibles. Cette stratégie convient tout à fait à la dynamique de translation du satellite et c'est celle qui a été sélectionnée en raison de sa simplicité.

#### 4.1.3 Observabilité des systèmes de navigation optique

Une revue de littérature a été effectuée sur les analyses d'observabilité traitant des systèmes de navigation optique à base de points de repère cartographiés. La navigation relative n'est pas considérée ici, car même avec une infinité de points de repère, elle ne permet pas l'estimation de la position absolue (Johnson et Montgomery, 2008).

Pour la navigation optique absolue, aucune étude répertoriée ne considère des mesures de distances, mais plusieurs s'intéressent aux lignes de visées de la caméra. L'article de (Sun et Crassidis, 2002) constitue l'analyse la plus poussée dans le domaine. Les auteurs s'intéressent à l'observabilité de la position et de l'orientation (6-DOF) d'un système selon le nombre de vecteurs directeurs mesurés. On y rappelle toutefois les conclusions pour les systèmes à 3-DOF. Pour estimer l'orientation d'un satellite, au moins deux vecteurs sont nécessaires. (Shuster et Oh, 1981) en arrivent au même constat. Par ailleurs, si l'orientation du satellite est connue, mais qu'on estime la position, il faut aussi un minimum de deux mesures pour y arriver. Au moins deux points de repères devront donc être visibles dans une même image de caméra pour assurer l'observabilité du système lorsque le lidar n'est pas en fonction.

Pour la navigation à 6-DOF, l'analyse de (Sun et Crassidis, 2002) démontre qu'il faut quatre vecteurs directeurs mesurés pour qu'un système soit observable sans ambiguïté. On parle alors d'observabilité complète. À trois mesures, le système est observable sauf pour des cas particuliers alors que deux mesures permettent d'observer un axe de position ainsi que certains termes couplés. Avec une seule mesure, aucune information utile ne peut être retirée. Le

système est complètement non observable, car il est impossible de découpler les informations de position de celles de l'orientation. Dans (Crassidis et al., 2000), on spécifie également que, à un instant  $t$  donné, le point de repère le plus distant de la caméra fournit le plus d'information en termes de position alors que le plus proche procure davantage d'information sur l'orientation. Cette observation s'applique également aux systèmes à 3-DOF.

## 4.2 Analyse d'observabilité du système

Pour l'analyse d'observabilité de la dynamique de translation du satellite, deux cas ont été considérés : la caméra employée seule et la caméra utilisée en combinaison avec le lidar. L'analyse faisant intervenir les mesures du lidar est la plus simple, elle est donc exposée en premier. Pour la caméra utilisée seule, il a déjà été démontré qu'un minimum de deux vecteurs directeurs est requis (Sun et Crassidis, 2002), mais la preuve est reprise par l'analyse du modèle non linéaire des mesures.

### 4.2.1 Combinaison caméra et lidar

Le schéma de la Figure 4.1 montre les vecteurs impliqués lorsque les mesures de la caméra et du lidar sont combinées. La caméra permet de calculer le vecteur directeur vers une cible alors que le lidar en mesure la distance. On obtient donc la position relative  $r^B$  des points de repère dont on connaît également la position  $p^A$  grâce à la cartographie préalable. Un seul point de repère est alors nécessaire pour reconstruire la position  $R^I$  du satellite.

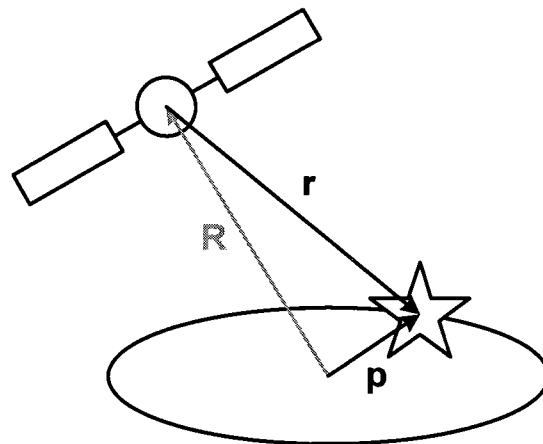


Figure 4.1 Schéma vectoriel pour l'analyse d'observabilité du système caméra-lidar

À partir de la géométrie illustrée à la Figure 4.1, on développe la relation vectorielle suivante :

$$\begin{aligned}\bar{R} &= \bar{p} - \bar{r} \\ \underline{R}^I &= \underline{p}^I - \underline{r}^I \\ \underline{R}^I &= (\underline{C}_{AI})^T \underline{p}^A - (\underline{C}_{BI})^T \underline{r}^B\end{aligned}\quad (4.3)$$

Puisqu'il est possible d'exprimer la position  $\underline{R}^I$  en fonction d'un ensemble de quantités connues, on conclut que la position du satellite est observable avec une caméra et un lidar dès qu'au moins un point de repère cartographié est visible.

Pour la vitesse, aucune mesure directe n'est disponible. On peut toutefois l'évaluer à partir de deux mesures successives de position séparées par un intervalle de temps connu :

$$\bar{v} = \frac{\bar{R}_{t+\Delta t} - \bar{R}_t}{\Delta t}\quad (4.4)$$

L'équation (4.4) correspond au calcul de la dérivée de la position si  $\Delta t$  tend vers zéro. À noter que cette façon de faire n'est pas recommandée pour estimer la vitesse d'un satellite, car elle est fortement sujette au bruit de mesure. L'utilisation d'un filtre de Kalman permet d'éviter cette dérivation en se basant sur le modèle de la dynamique pour faire le lien entre la position et la vitesse. L'historique des estimés de position est alors utilisé pour évaluer la vitesse du satellite, ce qui réduit la sensibilité de l'algorithme au bruit de mesure. L'équation (4.4) n'est donnée ici qu'à titre indicatif pour démontrer que l'information sur la vitesse est bien présente dans les mesures considérées et qu'un seul point de repère cartographié suffit pour reconstruire les six états du système et ainsi en garantir l'observabilité.

#### 4.2.2 Caméra employée seule

La caméra et son algorithme de traitement d'image permettent de mesurer les composantes du vecteur directeur  $\underline{b}^B$  vers une cible donnée. Lorsqu'un seul point de repère est visible, le système n'est pas observable : même si les coordonnées géographiques  $\underline{p}^A$  du point de repère sont connues, il n'est pas possible de reconstruire la position  $\underline{R}^I$  du satellite. En effet, le satellite pourrait se trouver n'importe où sur la ligne de visée tel qu'illustré à la Figure 4.2(a). Ce résultat est lié à une limitation intrinsèque de la caméra qui est incapable d'établir un facteur d'échelle. Elle ne peut distinguer un petit objet rapproché d'un grand objet éloigné.

Un seul point de repère n'est pas non plus suffisant pour estimer la vitesse du satellite. En mesurant une ligne de visée à deux instants  $t$  consécutifs, il n'est pas possible de déterminer le déplacement  $\Delta\vec{R}$  du satellite. Il y a une infinité de possibilités et par conséquent, la vitesse n'est pas observable. La Figure 4.2(b) montre deux déplacements possibles pour les mêmes mesures  $\vec{b}_1$  et  $\vec{b}_2$ .

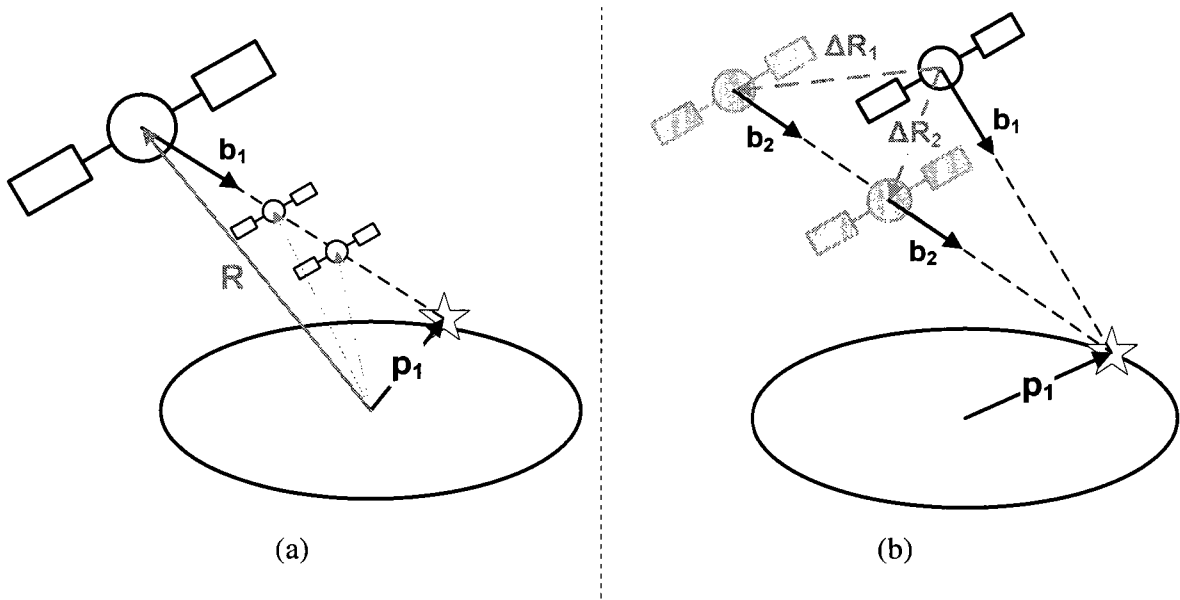


Figure 4.2 Schéma vectoriel pour l'analyse d'observabilité avec un seul point de repère dans le champ de vision de la caméra

Position (a), vitesse (b)

La présence d'un deuxième point de repère permet d'établir un facteur d'échelle pour la caméra et rend ainsi le système complètement observable. La Figure 4.3 illustre cette situation. Tous les vecteurs sont des quantités connues à l'exception des positions relatives  $\vec{r}_i$  et de la position  $\vec{R}$  du satellite qu'il faut reconstruire.

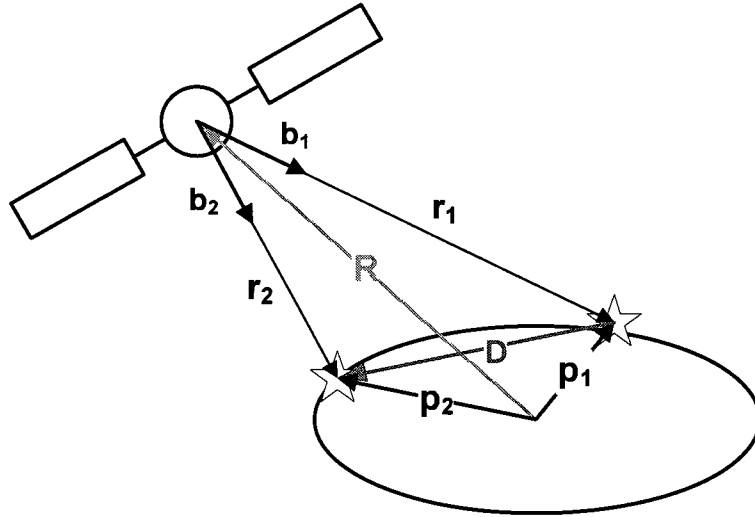


Figure 4.3 Schéma vectoriel pour l'analyse d'observabilité avec deux points de repère dans le champ de vision de la caméra

On sait que les vecteurs  $\vec{b}_i$  et  $\vec{r}_i$  sont colinéaires, car ils ont la même droite directrice. Ils sont donc reliés par l'expression suivante :

$$\vec{r}_i = k_i \vec{b}_i \quad (4.5)$$

où  $k_i$  est un scalaire dont la valeur est inconnue au départ. On utilise le vecteur  $\vec{D}$  de la distance du point 1 au point 2 afin de résoudre ces inconnues :

$$\vec{D} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = k_2 \vec{b}_2 - k_1 \vec{b}_1 \quad (4.6)$$

$$\text{et } \vec{D} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 \quad (4.7)$$

En exprimant toutes les quantités dans le référentiel inertiel, on obtient :

$$\underline{D}^I = (\underline{C}_{BI})^T (k_2 \underline{b}_2^B - k_1 \underline{b}_1^B) \quad (4.8)$$

$$\text{et } \underline{D}^I = (\underline{C}_{AI})^T (\underline{p}_2^A - \underline{p}_1^A) \quad (4.9)$$

Les composantes du vecteur  $\vec{D}$  sont calculées grâce à l'équation (4.9) où toutes les quantités sont connues. Ce résultat sert ensuite à trouver les valeurs de  $k_1$  et  $k_2$  de l'équation (4.8). Il suffit de décomposer les vecteurs selon les axes pour obtenir un système surdéterminé à trois équations et deux inconnues qu'on exprime sous forme matricielle de type  $AX = B$  :

$$\begin{bmatrix} -b'_{1x} & b'_{2x} \\ -b'_{1y} & b'_{2y} \\ -b'_{1z} & b'_{2z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D'_x \\ D'_y \\ D'_z \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

On résout alors  $k_1$  et  $k_2$  par la solution des moindres carrés grâce à la pseudo-inverse Moore-Penrose. Cette solution s'exprime par :

$$X = (A^T A)^{-1} A^T B \quad (4.11)$$

Avec  $k_1$  et  $k_2$ , on peut retrouver les composantes  $\underline{r}_1^B$  et  $\underline{r}_2^B$ . Cela démontre que le système est observable, car la position relative des points de repère est complètement déterminée, comme dans le cas où les mesures du lidar sont disponibles. Il faut toutefois que le terme  $A^T A$  puisse être inversé. Des problèmes surviennent lorsque les vecteurs directeurs sont colinéaires, c'est-à-dire lorsque  $\vec{b}_1$  est parallèle à  $\vec{b}_2$ . Physiquement, cela signifie que les deux points de repère sont superposés. Par conséquent, cette situation est équivalente à n'avoir qu'une seule mesure et le système n'est alors pas observable. Pour des points de repère très rapprochés, les vecteurs directeurs sont quasi-colinéaires et l'observabilité demeure réduite, d'où l'importance du concept de dilution de précision.

### 4.3 Observabilité et dilution de précision

#### 4.3.1 Mise en contexte

Pour tout système observable, il est possible de concevoir un filtre de Kalman qui permettra d'estimer tous les états. Toutefois, l'observabilité ne garantit pas les performances d'estimation. Le temps de stabilisation et la précision des estimés en régime permanent varient selon les paramètres de l'estimateur mais aussi selon la qualité de l'observabilité. Pour un système faiblement observable, le meilleur des estimateurs ne pourra réduire les erreurs d'estimation sous un certain seuil. Cela soulève le problème de la quantification de l'observabilité, principalement lorsque la caméra est employée seule.

Intuitivement, la qualité de l'observabilité dépendra du nombre de mesures disponibles. Plus il y a de points de repère dans le champ de vision de la caméra, plus il y aura d'information disponible à l'estimateur d'état. Toutefois, la dispersion des points de repère affecte aussi



l'observabilité. Si l'ensemble des vecteurs directeurs mesurés sont quasi-colinéaires, l'estimateur n'atteindra pas les performances souhaitées et ce malgré un grand nombre de mesures. Devant un problème similaire, l'industrie de la navigation terrestre liée au *Global Positioning System* (GPS) a développé un indice appelé dilution de précision géométrique (GDOP) qui dépend à la fois du nombre de mesures disponibles et de la configuration géométrique des satellites (Yarlagadda et al., 2000).

#### 4.3.2 Navigation GPS et dilution de précision

La navigation par GPS possède certaines similitudes avec la navigation optique, particulièrement au point de vue de la géométrie des mesures (voir Figure 4.4). L'objectif du GPS est de localiser une personne ou un objet à la surface de la Terre. Pour ce faire, on utilise un minimum de quatre mesures de distance de satellites dont la position et l'orientation sont connues avec précision. La navigation optique absolue, quant à elle, vise à déterminer la position d'un satellite à partir de lignes de visée vers des cibles de coordonnées connues. Même si le type de mesures diffère, les deux problèmes représentent une certaine symétrie. Le principe de localisation à partir de repères connus est le même, d'où l'idée de transférer le concept de la dilution de précision du GPS vers la navigation optique, ce qui constitue l'une des contributions originales de la candidate.

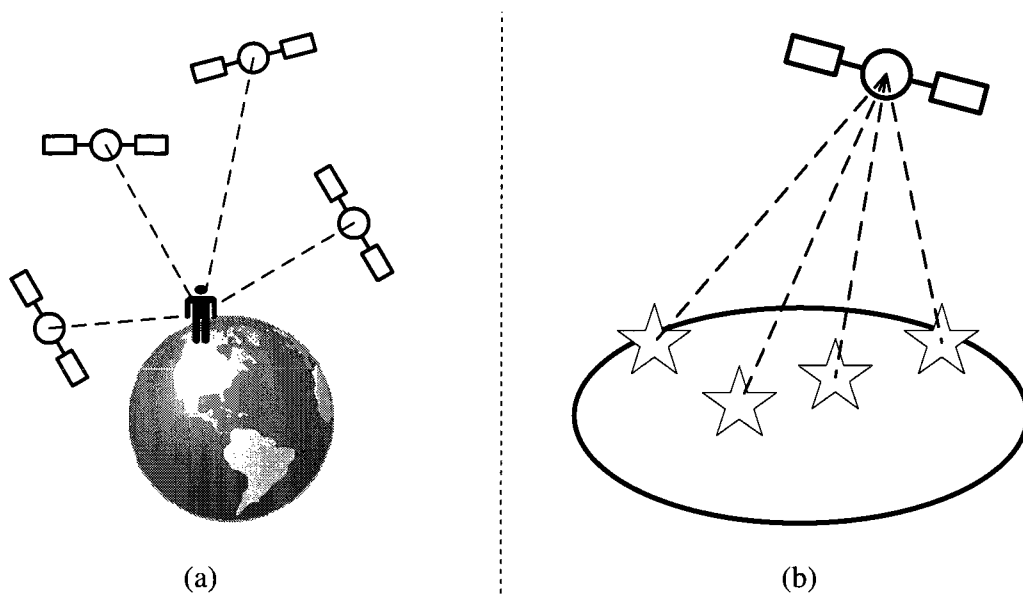


Figure 4.4 Comparaison du système GPS avec la navigation optique  
*Géométrie du GPS (a), géométrie de la navigation optique (b)*

La dilution de précision géométrique (GDOP) est un indicateur de la précision de la position calculée à partir des satellites GPS. C'est le rapport entre la précision des mesures et la précision de la position finale obtenue à partir de ces mesures. C'est donc un indicateur de la qualité de l'observabilité. Plus la dilution est faible, plus la configuration des satellites est favorable et plus la position est précise. Une valeur de GDOP inférieure à 8 est généralement considérée comme acceptable. À l'inverse, une grande dilution de précision donnera lieu à un estimé incertain en raison d'une mauvaise dispersion des satellites dans le ciel. Pour un système non-observable, le GDOP tend vers l'infini.

#### 4.3.3 Calcul de la dilution de précision

L'article de (Yarlagadda et al., 2000) expose en détails le calcul du GDOP à partir du modèle de mesures du GPS. D'autres articles présentent également des méthodes optimisées pour accélérer le processus (Zhu, 1992) (Doong, 2008). Ces techniques ne peuvent toutefois pas être transférées à la navigation optique, car elles sont spécifiques aux mesures du GPS qui diffèrent en nature avec celles d'une caméra. Par contre, les auteurs de (McKay et Pachter, 1997) proposent une méthode alternative de calcul, plus générale et indépendante des mesures utilisées. Il s'agit de calculer le conditionnement du modèle d'observation  $H$  de la manière suivante :

$$cond(H) = \sqrt{\frac{\max \lambda(H^T H)}{\min \lambda(H^T H)}} \quad (4.12)$$

où  $\lambda$  sont les valeurs propres d'une matrice. Le conditionnement de  $H$  représente l'amplification maximale du bruit de mesures pour un système linéaire de type  $Y = HX$ . Les auteurs démontrent qu'il s'agit d'un indicateur de la dilution de précision qui borne le GDOP et qui s'applique à un plus large éventail de situations.

#### 4.3.4 Utilisation des indicateurs de dilution de précision

Le Tableau 4.1 résume les principaux avantages et inconvénients du calcul de la dilution de précision pour quantifier l'observabilité d'un système. Les indicateurs, GDOP ou conditionnement de  $H$ , sont d'abord et avant tout un outil d'analyse qui permet d'expliquer certains résultats de navigation. Lorsque les erreurs d'estimation semblent amplifiées sans raison apparente, l'explication réside souvent dans la dégradation de la géométrie des

mesures. Les indicateurs peuvent également être utilisés pour déterminer les besoins en cartographie. En effet, la dilution de précision représente un critère intéressant dans le choix du nombre et de la localisation des points de repère à cartographier selon les performances de navigation à rencontrer.

Malheureusement, l'ajustement des paramètres de l'estimateur ne permet pas de compenser la dégradation des performances d'estimation causées par la mauvaise qualité de l'observabilité, car la dilution de précision ne constitue pas un bruit de mesure en soi. Les seules avenues présentement connues pour compenser une piètre qualité d'observabilité sont l'ajout de satellites/points de repère ou l'accès à des mesures moins bruitées et mieux modélisées (Aragon Angel, 2008). (Kelly, 1990b) présentait des résultats préliminaires prometteurs d'une technique d'estimation biaisée appelée *ridge regression*, mais une étude plus poussée a démontré qu'elle ne permettait pas de compenser la dilution de précision (Kelly, 1990a). La quantification de l'observabilité se limite donc à une indication sans possibilité de compensation. Son calcul à bord du satellite n'est donc pas recommandé, d'autant plus qu'il représente une charge supplémentaire pour le processeur.

Tableau 4.1 Avantages et limites des indicateurs de la qualité d'observabilité

Avantages	Limites
⊕ Aide à l'analyse des données de navigation	– Indicateur seulement, pas de compensation possible
⊕ Outil d'analyse pour déterminer les besoins en cartographie	– Charge de calcul supplémentaire – Calcul valide pour la caméra seulement

Finalement, il faut mentionner que la dilution de précision ne s'applique pas lorsque les mesures du lidar sont combinées à celles de la caméra. Le facteur d'échelle étant rétabli, l'observabilité est toujours très bonne et le système est immunisé contre la dilution de précision.

#### 4.4 Bilan des analyses

L'analyse d'observabilité a démontré qu'il faut au moins deux points de repère visibles pour faire fonctionner la navigation optique absolue. Ce nombre est réduit à un lorsqu'on ajoute des mesures du lidar. Cela correspond aux critères minimaux d'observabilité. Même si un système

est observable avec un ou deux points de repère, la disponibilité d'un plus grand nombre de mesures permet de réduire davantage le bruit dans l'estimé final. Malgré cela, si la caméra est utilisée seule, la configuration des points de repère visibles peut mener à une faible qualité de l'observabilité et affecter les performances de l'estimateur d'état. On utilise alors un la dilution de précision (GDOP) pour quantifier l'observabilité d'un ensemble de points de repère. Puisqu'il n'est pas possible de compenser la faible observabilité d'un système, le GDOP n'est qu'un simple indicateur et il ne s'applique que lorsque la caméra est utilisée seule. Il n'en demeure pas moins un outil d'analyse précieux pour les systèmes de navigation optique. L'ensemble de ces constats s'avèrent fort utiles dans l'analyse des erreurs d'estimation, comme il le sera démontré avec les simulations du Chapitre 7.

## 5. DÉVELOPPEMENT DU SIMULATEUR

Pour valider une technique de navigation, il faut d'abord développer un simulateur qui représente le plus fidèlement possible l'environnement dynamique du système à l'étude. Ce chapitre s'intéresse au développement du logiciel de simulation conçu en vue des tests de navigation pour un satellite en orbite autour d'un astéroïde. Il traite des hypothèses de travail utilisées en plus de décrire l'architecture logicielle du simulateur ainsi que les modèles détaillés des capteurs. Une section est également consacrée aux tests effectués pour valider le bon fonctionnement du logiciel.

### 5.1 Hypothèses de travail

Plusieurs centaines d'imperfections et de paramètres peuvent être inclus dans un simulateur. Cependant, il n'est pas toujours nécessaire de les considérer tous. Il faut d'abord revenir sur les objectifs de recherche afin de se concentrer sur les aspects qui sont en lien avec les performances à démontrer. Il est alors possible d'utiliser certaines approximations sans compromettre la validité des résultats obtenus lors des essais.

Tel que discuté à la section 1.2, le projet de recherche se concentre sur les techniques d'estimation d'état pour la dynamique de translation d'un satellite en orbite non propulsé autour d'un astéroïde. Dans ce contexte, le volet du traitement d'image et celui de la cartographie de l'astéroïde ont été exclus des simulations. Ces deux sujets constituent chacun un champ de recherche en eux-mêmes et débordent des objectifs de ce projet de recherche. L'intégration du traitement d'image dans le simulateur de même que l'étude de trajectoires propulsées pourraient néanmoins être considérées pour une deuxième phase du projet.

À partir de ce cadre de recherche, un ensemble d'hypothèses simplificatrices ont été établies pour le développement du simulateur. Elles sont résumées au Tableau 5.1. Elles se divisent en trois classes principales selon la structure à laquelle elles se rapportent, c'est-à-dire le satellite, l'astéroïde ou les capteurs.

Tableau 5.1 Sommaire des hypothèses simplificatrices

<b>Structure physique du satellite</b>	
1.	Le satellite est modélisé comme une masse ponctuelle. Cette hypothèse est valable considérant que la dynamique de rotation n'est pas à l'étude.
2.	Le montage physique des capteurs sur la structure du satellite n'est pas considéré. Les référentiels $\mathcal{F}^B$ , $\mathcal{F}^C$ et $\mathcal{F}^L$ sont donc superposés.
3.	Le satellite est orienté en pointage nadir, ce qui garantit une bonne visibilité de la surface de l'astéroïde. Le pointage est précis à environ $\pm 50$ secondes d'arc par axe (valeur typique pour ce type de mission).
4.	La masse du satellite est négligeable par rapport à celle de l'astéroïde.
<b>Caractérisation de l'astéroïde</b>	
5.	On suppose que les éphémérides du corps orbité sont bien connues et que l'algorithme de navigation a accès à la matrice de rotation $\underline{C}_{AI}$ qui décrit l'orientation de l'astéroïde dans le référentiel inertiel.
6.	On suppose que l'astéroïde tourne à vitesse constante autour de son axe $z$ qui correspond au plus grand moment d'inertie. On néglige la précession et la nutation de l'axe de rotation.
7.	On néglige la révolution de l'astéroïde autour du soleil.
8.	On considère qu'une cartographie préalable a permis d'obtenir les coordonnées $p^A$ des points de repère à la surface de l'astéroïde. Pour la plupart des simulations, la cartographie est supposée parfaite, mais une analyse de sensibilité étudie l'effet des erreurs de cartographie (Chapitre 8).
9.	La forme de l'astéroïde est approximée par un ellipsoïde triaxial dont la gravité est modélisée par une expansion d'harmoniques sphériques d'ordre 4.
10.	On suppose que le soleil éclaire la totalité de la surface de l'astéroïde, permettant ainsi à la navigation optique de fonctionner en tout temps. Une deuxième phase du projet pourrait inclure la sélection d'une orbite qui tient compte des contraintes d'illumination.
11.	Le paramètre gravitationnel $\mu_A$ de l'astéroïde est connu à $\pm 2\%$ de précision.
12.	Aucune traînée aérodynamique n'est calculée, car les astéroïdes n'ont généralement pas d'atmosphère en raison de leur faible masse.
<b>Modélisation des capteurs*</b>	
13.	Le traitement des images de la caméra est une « boîte noire » qui fournit des coordonnées de points de repère $(u_i, v_i)^m$ dans le plan de la caméra à une précision finie, généralement à $\pm 1$ pixel. Les possibles effets de distorsion de la lentille ne sont pas modélisés.
14.	L'alignement de la caméra et du lidar est supposé parfaitement calibré.
15.	Les délais engendrés par le traitement d'image et le contrôle du lidar sont supposés négligeables.
16.	Pour tenir compte de délais d'exécution réalistes, on limite le lidar à une seule mesure par cycle d'estimation d'une seconde.
17.	Le bruit de mesure est modélisé par un signal aléatoire blanc et de distribution normale.

\* Le détail des modèles des capteurs est présenté à la section 5.3.

## 5.2 Architecture du simulateur

Tout le développement logiciel du projet a été réalisé avec le logiciel Matlab/Simulink. L'architecture logicielle haut-niveau est présentée à la Figure 5.1. En gris, on retrouve le module de navigation à valider. Les modules du simulateur sont quant à eux représentés en blanc. Cet ensemble est parfois appelé *Real World Software* (RWSW), car il simule l'environnement réel du système. Cet environnement comprend un ensemble de modèles qui prennent la forme d'équations non-linéaires et qui sont simulées numériquement pas à pas. Leur complexité varie de très simple à très élaborée. Plus les modèles du RWSW sont détaillés, plus les mesures  $y^m$  envoyées au système de navigation seront proches de celles obtenues grâce à des capteurs réels dans un environnement réel.

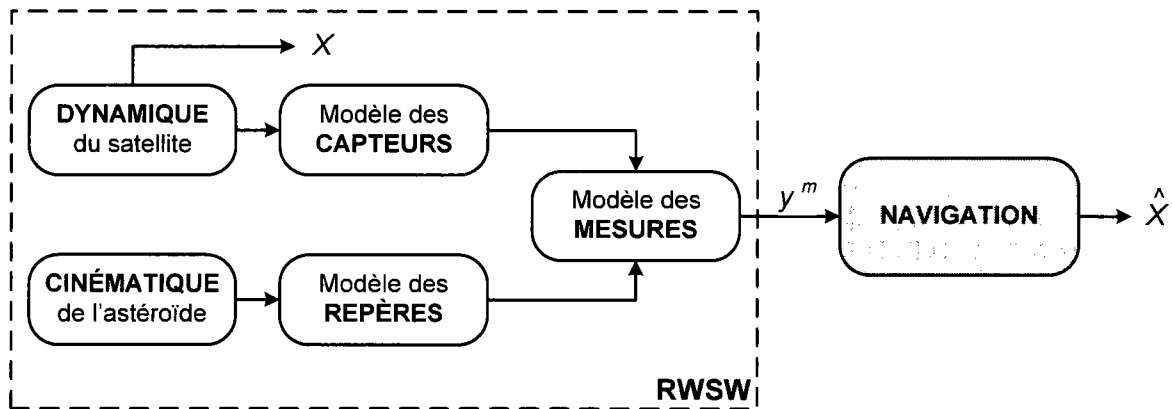


Figure 5.1 Architecture logicielle haut niveau pour la validation de l'algorithme de navigation

La dynamique du satellite a été présentée au Chapitre 2. Elle inclut les forces en présence (accélération gravitationnelles et perturbations solaires) ainsi que les équations du mouvement. On considère également une orientation de type pointage nadir pour le satellite. Le module de la dynamique calcule les états réels  $X$  du système et fournit toute l'information nécessaire aux capteurs du satellite.

Le module de la cinématique décrit le mouvement de l'astéroïde. Celui-ci tourne à vitesse constante autour de son moment d'inertie maximum. Sa surface est définie par un ellipsoïde triaxial sur lequel on modélise des points de repère de coordonnées connues (voir section 2.2

*Modèle de la surface de l'astéroïde*). En raison de la rotation de l'astéroïde, la position des points de repère dans le repère inertiel varie avec le temps. Le modèle des repères tient à jour la position courante des points de repère.

Le module des capteurs modélise les instruments de mesures disponibles à bord du satellite. Il utilise les données de la dynamique ainsi que des modèles mathématiques pour recréer les imperfections des capteurs utilisés. Le modèle des capteurs interagit avec celui des repères pour calculer les mesures qui sont ensuite envoyées au système de navigation. Cette interaction est nécessaire pour, par exemple, déterminer les points de repère qui sont à l'intérieur du champ de vision de la caméra. Pour le lidar, il faut également calculer le croisement entre la ligne de visée du capteur et la surface de l'astéroïde.

Dans le système à l'étude, il y a trois capteurs principaux : le détecteur d'étoile, la caméra et le lidar. Leurs interactions sont schématisées à la Figure 5.2 alors que leur modèle détaillé est présenté à la section 5.3.

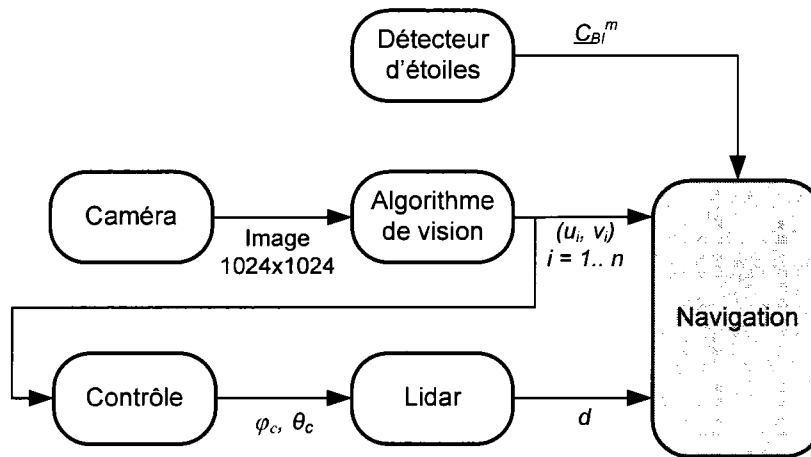


Figure 5.2 Interaction entre les capteurs utilisés pour la navigation

Le détecteur d'étoile fonctionne de manière indépendante et mesure l'orientation du satellite qui est transmise à l'algorithme de navigation. La caméra prend une image qui est analysée par un algorithme de vision approprié. Celui-ci extrait les coordonnées  $(u_i, v_i)^m$  de tous les points de repères cartographiés visibles dans l'image et les envoie au module de navigation.



Cette information est également utilisée pour calculer les angles de pointage ( $\varphi_c, \theta_c$ ) commandés au lidar pour lui permettre d'effectuer une mesure de distance  $d$  vers un point de repère donné. Puisque seules les orbites non propulsées sont considérées, il n'y a pas d'accéléromètre à bord.

### 5.3 Modèle des mesures et des capteurs

#### 5.3.1 Caméra et algorithme de vision

Le modèle retenu pour la caméra et son algorithme de vision est celui de la projection en perspective présenté dans (Trawny et al., 2007) et (Li et al., 2007). Le concept est illustré à la Figure 5.3. La position relative du point de repère  $\underline{r}^c$  est projetée en ligne droite sur le plan de la caméra en passant par le foyer de la lentille où se trouve l'origine de  $\mathcal{F}^c$ . On obtient alors les coordonnées réelles  $(u, v)$  du point de repère dans l'image. On y additionne un bruit blanc gaussien d'écart type de  $\pm 1$  pixel ( $10 \mu\text{m}$ ) afin de simuler la précision finie d'un algorithme de traitement d'image. Ce modèle ne tient compte d'aucun effet de distorsion de la lentille et suppose que l'alignement de la caméra est parfaitement calibré. Cela est tout de même suffisamment réaliste pour mettre les algorithmes de navigation à l'épreuve. Par le passé, ce modèle a démontré son efficacité dans au moins deux études sérieuses concernant la navigation optique (Trawny et al., 2007 ; Li et al., 2007).

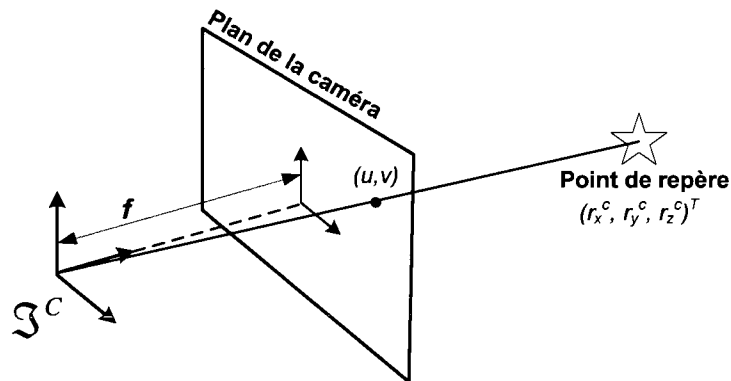


Figure 5.3 Modèle de projection en perspective de la caméra

Mathématiquement, le modèle de projection en perspective pour  $\mathcal{F}^B = \mathcal{F}^c$  s'exprime par les équations (5.1) et (5.2) où  $f$  est la longueur focale de la caméra. L'équation (5.1) se démontre à partir de l'équation (4.3) et de la géométrie du problème illustré à la Figure 4.1.

$$\underline{r}^c = [r_x^c \quad r_y^c \quad r_z^c]^T = \underline{C}_{Bl} \left( (\underline{C}_{Al})^T \underline{p}^A - \underline{R}^I \right) \quad (5.1)$$

$$u = f \frac{r_x^c}{r_z^c} \quad \text{et} \quad v = f \frac{r_y^c}{r_z^c} \quad (5.2)$$

Pour déterminer si un point de repère est visible ou non, on détermine si ses coordonnées  $(u, v)$  correspondantes se trouvent à l'intérieur des dimensions physiques du plan focal de la caméra. Cet algorithme s'exprime par l'équation (5.3).

$$\text{Si } \|u\| \leq u_{\max} \quad \text{et} \quad \|v\| \leq v_{\max} \quad \text{alors } (u, v) \text{ est visible} \quad (5.3)$$

On vérifie également que la valeur absolue de l'angle d'incidence  $\delta$  est inférieur à  $90^\circ$  pour éliminer les points de repère situées sur la face cachée de l'astéroïde. Le calcul de l'angle d'incidence est expliqué en détail à la section 5.3.2 *Lidar et contrôle* et son équation est donnée en (5.15).

### 5.3.2 Lidar et contrôle

Le modèle du lidar intègre deux principales imperfections, soit le bruit de mesure et l'erreur de pointage. Le bruit de mesure comprend le bruit interne du lidar, de l'ordre de quelques centimètres, mais aussi les variations liées à la topographie de la surface. Le "bruit topographique" est causé par le relief fin de l'astéroïde qui affecte le point de réflexion du laser. La surface des astéroïdes n'est pas lisse. Leur processus de formation ainsi que les milliards d'années d'exposition aux rigueurs de l'espace ont façonné des cratères, des dépressions et des renflements, sans compter les fragments de roche de tailles variées qu'on retrouve un peu partout à la surface. Ces irrégularités affectent les mesures de distances de l'ordre de plusieurs mètres. Alors qu'une réflexion peut avoir lieu au sommet d'un rocher, la suivante peut être prise à sa base. Le bruit de mesure est donc amplifié pour considérer ces variations. Il est modélisé par un bruit blanc gaussien de variance  $\sigma^2 = 4 \text{ m}^2$ .

L'erreur de pointage survient, quant à elle, lorsque la mesure de distance est prise dans la mauvaise direction. Plutôt que de pointer vers la cible désirée, le lidar prend une mesure à côté du point de repère visé. Il y a trois causes principales de ce type d'erreur. Premièrement, les angles commandés  $(\varphi_c, \theta_c)$  sont imprécis, car ils sont calculés à partir des images de la caméra

avec un algorithme de vision imparfait. Deuxièmement, le pointage du lidar est de précision finie, généralement de l'ordre de quelques dizaines de secondes d'arc. Les angles obtenus en pratique diffèrent donc légèrement des angles commandés. Troisièmement, le lidar est attaché à la structure du satellite qui possède lui-aussi une erreur de pointage, ce qui affecte le pointage résultant.

La Figure 5.4 illustre l'effet de l'erreur de pointage sur les mesures de distance prises par le lidar. La distance sera plus longue ou plus courte selon la déviation du laser par rapport à la cible. L'amplitude de cette variation n'est toutefois pas constante, car elle dépend de la position du satellite et de celle des points de repère. Sur le schéma, pour une même amplitude d'erreur de pointage, on remarque que les variations enregistrées sur la mesure  $d_2$  sont beaucoup plus importantes que celles sur  $d_1$ . L'importance de ces variations peut varier de quelques mètres à plusieurs centaines de mètres. Cette incertitude a un impact direct sur la navigation, c'est pourquoi elle doit être modélisée avec soin.

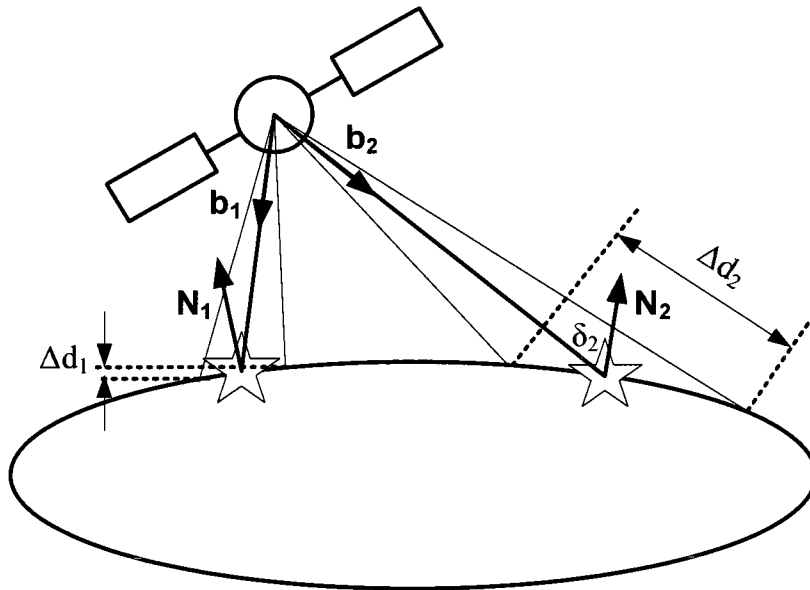


Figure 5.4 Effet de l'erreur de pointage sur la mesure de distance

En simulation, on calcule d'abord le vecteur unitaire commandé  $\vec{b}_c$  à partir des mesures  $(u, v)^m$  de la caméra afin d'en extraire les angles de commande  $(\varphi_c, \theta_c)$ . À noter que les mesures  $(u, v)^m$  contiennent les erreurs causées par les imperfections de la caméra, ce qui

affecte la valeur des angles calculés. Un bruit blanc gaussien est ensuite ajouté à ces angles pour simuler l'erreur de pointage du lidar et du satellite, puis on reconstruit le vecteur unitaire  $\vec{b}$  qui donne la direction de pointage réelle du lidar. Ce processus est représenté mathématiquement aux équations (5.4) à (5.7) qui ont été obtenues par l'analyse de la géométrie du problème.

$$\underline{b}_c^B = \frac{1}{\sqrt{u^2 + v^2 + f^2}} [u \quad v \quad f]^T \quad (5.4)$$

$$\varphi_c = \sin^{-1}(b_{zc}^B) \text{ et } \theta_c = \tan^{-1}\left(\frac{b_{yc}^B}{b_{xc}^B}\right) \quad (5.5)$$

$$\underline{b}^B = \begin{bmatrix} \cos(\theta_c + \Delta\theta)\cos(\varphi_c + \Delta\varphi) \\ \sin(\theta_c + \Delta\theta)\cos(\varphi_c + \Delta\varphi) \\ \sin(\varphi_c + \Delta\varphi) \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

$$p(\Delta\theta) \sim N(0, \sigma^2) \text{ et } p(\Delta\varphi) \sim N(0, \sigma^2) \quad (5.7)$$

avec  $\sigma^2 = \sigma_{SAT}^2 + \sigma_{LID}^2$

L'étape suivante consiste à calculer la distance  $d$  suivant la direction  $\vec{b}$  entre le satellite et la surface de l'astéroïde comme le montre la Figure 5.5. Le point d'intersection avec la surface n'est toutefois pas connu, ce qui constitue une difficulté. Le modèle de l'ellipsoïde triaxial est alors particulièrement utile, car il permet de résoudre le problème à l'aide de l'algèbre matricielle.

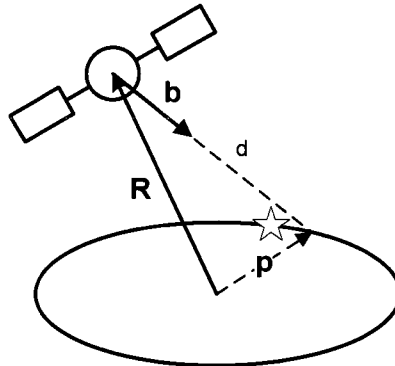


Figure 5.5 Schéma vectoriel de la problématique de la distance mesurée

L'équation 2.1 de l'ellipsoïde triaxial s'exprime aussi sous la forme matricielle de (5.8), où  $\underline{p}^A$  représente les coordonnées d'un point quelconque de la surface de l'ellipsoïde. Pour simplifier la démonstration, toutes les composantes de vecteurs sont exprimées dans le référentiel  $\mathcal{F}^A$  de l'astéroïde. Par conséquent, l'exposant  $A$  n'est pas indiqué dans les équations (5.8) à (5.12) afin d'alléger la notation et améliorer la lisibilité.

$$\underline{p}^T \underline{A} \underline{p} = 1 \quad (5.8)$$

$$\text{avec } \underline{A} = \begin{bmatrix} 1/a^2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/b^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/c^2 \end{bmatrix} \text{ et } \underline{p} = [x \ y \ z]^T \quad (5.9)$$

À partir de la géométrie de la Figure 5.5, on déduit l'expression vectorielle de  $\bar{p}$  qu'on substitue dans l'équation (5.8). On distribue ensuite les termes multiplicatifs, ce qui permet de retrouver une expression quadratique de forme standard dont la seule inconnue est la distance  $d$  recherchée. Le résultat est donné en (5.12). Il suffit alors d'utiliser une méthode de résolution applicable aux équations algébriques d'ordre 2. Dans la plupart des cas, on obtiendra deux racines distinctes. La plus petite valeur positive réelle est la réponse recherchée. S'il n'y a qu'une solution, la direction est tangente à la surface tandis que des solutions imaginaires indiquent que le laser ne frappe pas la surface de l'astéroïde. Si la distance obtenue est valide, on y additionne un bruit blanc gaussien pour simuler le bruit de mesure interne et topographique.

$$\bar{p} = \bar{R} + d\bar{b} \text{ d'où } \underline{p} = \underline{R} + d\underline{b} \quad (5.10)$$

$$(\underline{R} + d\underline{b})^T \underline{A} (\underline{R} + d\underline{b}) = 1 \quad (5.11)$$

$$(\underline{b}^T \underline{A} \underline{b})d^2 + (2\underline{b}^T \underline{A} \underline{R})d + (\underline{R}^T \underline{A} \underline{R} - 1) = 0 \quad (5.12)$$

Pour le simulateur, il est parfois plus commode d'effectuer les calculs dans un autre référentiel que  $\mathcal{F}^A$ , surtout lorsque les vecteurs sont déjà exprimés dans un référentiel donné. Cela ne requiert qu'une simple modification à la procédure, comme l'indiquent les équations (5.13) et (5.14) pour le référentiel inertiel  $\mathcal{F}^I$ .

$$\underline{p}^{I^T} (\underline{C}_{AI})^T \underline{A}^A (\underline{C}_{AI}) \underline{p}^I = 1 \quad (5.13)$$

$$\text{on pose } \underline{A}^I = (\underline{C}_{AI})^T \underline{A}^A (\underline{C}_{AI}) \quad (5.14)$$

Pour la navigation, une seule mesure de distance est effectuée à chaque cycle. L'estimateur d'état traite alors son unique mesure de distance, mais aussi toutes les mesures  $(u, v)^m$  de la caméra. Parmi les points de repère visibles à la caméra, on en sélectionne un vers lequel on pointe le lidar. Un choix judicieux consiste à choisir le point de repère qui minimise les effets de l'erreur de pointage. En se référant à la Figure 5.4, on remarque que les variations  $\Delta d$  dépendent de l'angle d'incidence  $\delta$  compris entre le vecteur directeur  $-\vec{b}$  et la normale à la surface  $\vec{N}$ . Cet angle doit être le plus petit possible et il peut être calculé à bord du satellite :

$$\begin{aligned} \cos(\delta) &= -\vec{b} \cdot \vec{N} \\ \delta &= \cos^{-1} \left( -\underline{b}^B \cdot \underline{C}_{BI} (\underline{C}_{AI})^T \underline{N}^A \right) \end{aligned} \quad (5.15)$$

$$\underline{N}^A = \frac{1}{\sqrt{\frac{x}{a^2} + \frac{y}{b^2} + \frac{z}{c^2}}} \begin{bmatrix} \frac{x}{a^2} \\ \frac{y}{b^2} \\ \frac{z}{c^2} \end{bmatrix} \quad (5.16)$$

L'équation (5.16) ne s'applique toutefois que pour l'ellipsoïde triaxial, car elle dépend de la forme de l'astéroïde. Si la puissance de calcul disponible est limitée ou si la normale à la surface n'est pas connue, la sélection du point de repère peut s'effectuer sans critère particulier. Cependant, cela affectera les performances de navigation, car plus les mesures sont bruitées, plus l'incertitude d'estimation est grande.

### 5.3.3 Détecteur d'étoile

Même si seules la position et la vitesse du satellite sont estimées, les mesures d'orientation sont nécessaires au bon fonctionnement de l'estimateur. Dans le simulateur, le satellite est orienté en pointage nadir à  $\sigma = \pm 50$  secondes d'arc par axe. C'est l'orientation réelle  $\underline{C}_{BI}$  du satellite. À partir de cette orientation, la mesure  $\underline{C}_{BI}^m$  est fournie par un modèle simple de détecteur d'étoile dont le bruit de mesure est de l'ordre de quelques secondes d'arc par axe. À partir de l'orientation réelle  $\underline{C}_{BI}$ , on effectue une rotation  $\theta_I$  autour de l'axe  $x$ . On applique une

seconde rotation  $\theta_2$  autour de l'axe  $y'$  résultant de la première rotation. On effectue une dernière rotation  $\theta_3$  autour de  $z''$  pour obtenir  $\underline{C}_{BI}^m$ . Les équations (5.17) à (5.20) décrivent ce modèle qui est aussi valide pour l'erreur de pointage du satellite, de l'orientation commandée  $\underline{C}_{BI}^c$  à l'orientation réelle  $\underline{C}_{BI}$ .

$$\underline{C}_{BI}^m = \underline{C}_x(\theta_1)\underline{C}_y(\theta_2)\underline{C}_z(\theta_3)\underline{C}_{BI} \quad (5.17)$$

$$\text{avec } p(\theta_i) \sim N(0, \sigma_i^2) \quad (5.18)$$

$$\text{et } C_x(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}, C_y(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix}, \quad (5.19)$$

$$C_z(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.20)$$

#### 5.3.4 Bilan des principales incertitudes modélisées

Le Tableau 5.2 liste les principales incertitudes modélisées dans le simulateur avec leur ordre de grandeur respectif. Ces imperfections sont essentiellement liées aux capteurs, à l'exception de l'erreur de pointage du satellite qui provient du système de contrôle. Tous les bruits de mesure sont modélisés par des signaux blancs de distribution normale.

Tableau 5.2 Sommaire des principales incertitudes modélisées

Capteur / Système	Imperfection <i>Bruit blanc gaussien</i>
Algorithme de vision / caméra	Précision de $\sigma_c = 1$ pixel sur la détection des points de repère
Lidar	Erreur de pointage de $\sigma = 50$ arcsec par axe Bruit de mesure de $\sigma_r = 2$ m sur la distance
Détecteur d'étoile	Précision de $\sigma_{stt} = 5$ arcsec par axe
Pointage du satellite	Précision de $\sigma_{sat} = 50$ arcsec par axe

#### 5.4 Validation du simulateur

Avant de procéder à l'évaluation la navigation, le simulateur numérique doit préalablement être validé afin de s'assurer de son bon fonctionnement ainsi que de la conformité des modèles implémentés. Pour ce faire, différents tests ont été effectués à toutes les étapes du développement logiciel, de l'implémentation de chaque modèle individuel jusqu'à l'intégration de l'ensemble des modules du simulateur.

La liste des principaux tests unitaires effectués est présentée au Tableau 5.3. Pour chaque modèle, les résultats numériques de simulation ont été comparés à des calculs à la main pour valider le codage des différentes équations. Plusieurs vérifications graphiques ont également été effectuées afin de confirmer le respect de la géométrie du problème. Pour les capteurs, les mesures obtenues avec et sans bruit ont été comparées afin de valider le modèle des imperfections. L'ensemble de tous les résultats des tests unitaires ont permis de conclure à l'implémentation adéquate des différents modèles. Les résultats les plus importants sont présentés à l'annexe A.

Une fois les tests unitaires complétés, les modèles ont été intégrés un à un dans le simulateur, de la dynamique de translation du satellite jusqu'aux perturbations solaires, en passant par chaque modèle de capteur. À chaque étape d'intégration, il fallait s'assurer que le comportement observé durant les tests unitaires était maintenu dans le simulateur global. Une attention particulière était portée à l'interconnexion des modèles ainsi qu'à la vérification des possibles conflits entre les variables.

Finalement, le simulateur a été soumis à des tests globaux de validation avec des orbites connues. L'objectif était de vérifier qu'aucun comportement incohérent n'était observé. Une revue de conception a également été effectuée par une tierce personne expérimentée dans le domaine pour valider la version finale du simulateur. L'ensemble de ces vérifications permettent d'affirmer que le simulateur est fiable et qu'il modélise adéquatement la réalité d'un satellite en orbite autour d'un astéroïde.



Tableau 5.3 Tests unitaires de validation du simulateur

Modèle	Module*	Tests de validation
Accélérations gravitationnelles	DYN	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Comparaison des résultats numériques avec les calculs à la main pour différents points de test</li> <li>• Vérification de la loi de la conservation de l'énergie (potentielle et cinétique) de l'orbite en l'absence des perturbations solaires pour <math>\omega = 0</math></li> <li>• Vérification graphique de la trajectoire du satellite mis sur une orbite circulaire avec une gravité perturbée et non perturbée</li> </ul>
Caméra	SEN	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconstruction de la position <math>\underline{p}^A</math> à partir des coordonnées <math>(u, v)</math> calculées sans bruit de mesure</li> <li>• Comparaison des coordonnées <math>(u, v)</math> obtenues avec et sans bruit de mesure</li> <li>• Validation graphique du calcul du champ de vision de la caméra</li> <li>• Comparaison des résultats numériques avec des calculs à la main pour des cibles tests</li> </ul>
Générateur de points de repère	DYN	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Validation de la forme ellipsoïdale par l'affichage de la position d'un très grand nombre de points de repère</li> <li>• Vérification du respect de l'équation 2.1 de l'ellipsoïde pour tous les vecteurs <math>\underline{p}^A</math> générés</li> </ul>
Détecteur d'étoile	SEN	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Comparaison des matrices <math>\underline{C}_{BI}^c</math>, <math>\underline{C}_{BI}</math> et <math>\underline{C}_{BI}^m</math> à différents instants <math>t_k</math></li> </ul>
Dynamique de translation	DYN	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Vérification de la trajectoire du satellite dans un champ gravitationnel non perturbé pour des conditions initiales connues</li> </ul>
Lidar	SEN	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconstruction de la position <math>\underline{p}^A</math> à partir des coordonnées <math>(u, v)</math> et de la distance <math>d</math> mesurée avec et sans bruit</li> <li>• Comparaison de la distance obtenue avec et sans bruit de mesure</li> <li>• Validation graphique du calcul du champ de vision du lidar</li> <li>• Comparaison des résultats numériques avec des calculs à la main pour des cibles tests.</li> </ul>
Orientation du satellite	DYN	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Vérification graphique du pointage nadir de la matrice <math>\underline{C}_{BI}^c</math></li> </ul>
Perturbations solaires	DYN	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Comparaison des résultats numériques de simulation avec les calculs à la main</li> </ul>
Rotation de l'astéroïde	DYN	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Vérification de l'orientation des axes définis par <math>\underline{C}_{AI}</math> à différents instants <math>t_k</math> : <math>x</math> et <math>y</math> tournent autour de l'axe de rotation <math>z</math> qui demeure fixe.</li> </ul>

\* DYN = module de la dynamique, \* SEN = module des capteurs

## 5.5 Bilan du développement du simulateur

Ce chapitre a permis de mettre en lumière les détails de la conception du simulateur numérique de la dynamique de translation d'un satellite en orbite autour d'un astéroïde. Les tests de validation réalisés ont confirmé le bon fonctionnement de cet outil de test, ce qui permet de passer à l'étape suivante, soit le développement de l'estimateur d'état qui effectue les fonctions de navigation.

## 6. DÉVELOPPEMENT DE L'ESTIMATEUR D'ÉTAT

Le chapitre 6 présente la conception et la réalisation d'un système de navigation pour la dynamique de translation d'un satellite en orbite autour d'un astéroïde. C'est le cœur même du projet de recherche. À la lumière de la revue de littérature du Chapitre 3, chaque composant système de navigation a été développé pour optimiser les performances de l'estimateur tout en tenant compte de la charge de calcul. Le chapitre traite d'abord de l'architecture haut-niveau du logiciel de navigation avant d'approfondir les phases de propagation et de correction. Il se termine par un bilan des contributions de la candidate en lien avec les techniques d'estimation implémentées.

### 6.1 Architecture de l'estimateur d'état

Le système de navigation développé est basé sur la théorie des filtres de Kalman étendus (EKF) présentée en détails à la section 3.1.2. L'architecture a toutefois été adaptée au problème à l'étude et elle est présentée à la Figure 6.1.

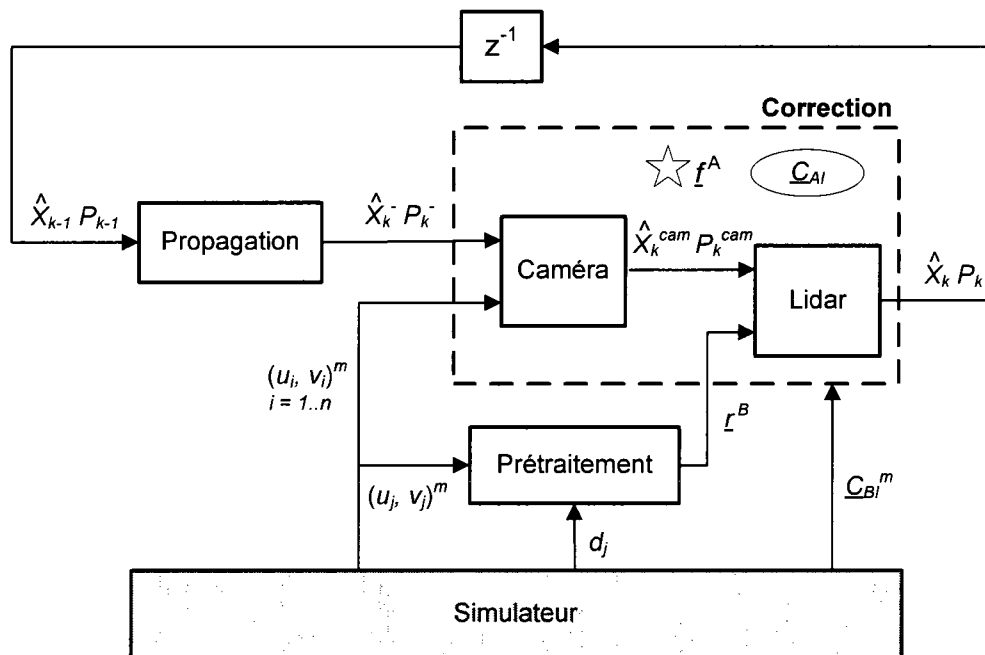


Figure 6.1. Architecture de navigation – Filtre de Kalman étendu avec correction successive

Le système de navigation reçoit les mesures de la caméra, du lidar et du détecteur d'étoile via le simulateur. Il a aussi accès aux coordonnées des points de repère dans le référentiel  $\mathcal{F}^A$  ainsi qu'à l'orientation  $\underline{C}_{AI}$  de l'astéroïde. On remarque que la technique de correction successive est appliquée pour séparer le traitement des données de la caméra de celles du lidar. On obtient alors un estimé intermédiaire  $\hat{X}_k^{cam}, P_k^{cam}$  qu'on utilise comme estimé a priori pour les mesures du lidar. Cela simplifie la gestion des capteurs en plus de diminuer légèrement la charge de calcul. On suppose toutefois que la corrélation entre les deux instruments est négligeable. Dans les faits, cette hypothèse n'est pas rigoureusement exacte, car les mesures de la caméra sont utilisées dans une phase de prétraitement de la distance mesurée. L'effet de cette interrelation n'est pas considéré dans l'analyse.

Le vecteur d'état  $X$  choisi correspond à la position et à la vitesse du satellite dans le référentiel inertiel  $\mathcal{F}^I$ . Il est exprimé à l'équation (6.1). Ces états, de même que la matrice de covariance  $P$  des erreurs d'estimation, sont estimés grâce aux phases de propagation et de correction de l'estimateur.

$$X = [x \quad y \quad z \quad v_x \quad v_y \quad v_z]^T \quad (6.1)$$

## 6.2 Phase de propagation

Les équations (3.6) à (3.10) permettent de propager les états et la matrice de covariance  $P$ . Pour le système à l'étude, le modèle non-linéaire  $f(\cdot)$  de l'équation (3.6) fait intervenir la vitesse  $\vec{v}$  du satellite ainsi que les accélérations gravitationnelles  $\vec{a}_g$ . Il est décrit aux équations (6.2) et (6.3) où toutes les quantités sont exprimées dans le référentiel inertiel. Pour l'intégrer, on a recours à un intégrateur numérique Runge-Kutta d'ordre 4. Cette fonction est disponible dans les bibliothèques standards de Matlab.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= v_x; & \dot{v}_x &= a_{gx}; \\ \dot{y} &= v_y; & \dot{v}_y &= a_{gy}; \\ \dot{z} &= v_z; & \dot{v}_z &= a_{gz}; \end{aligned} \quad (6.2)$$

$$\text{d'où } f(X) = \dot{X} = [v_x \quad v_y \quad v_z \quad a_{gx} \quad a_{gy} \quad a_{gz}]^T \quad (6.3)$$

Pour minimiser la charge de calcul à bord, on utilise un modèle simplifié du potentiel gravitationnel  $U$  pour lequel tous les coefficients  $C_{lm}$  sont nuls. Cela correspond à un champ gravitationnel sphérique idéal dont les accélérations résultantes sont faciles à dériver. Les expressions sont données en (6.4) et (6.5). Les accélérations non-modélisées doivent être considérées dans la matrice de covariance  $Q$  des erreurs du modèle de la dynamique. Il faut ici bien distinguer le modèle de la réalité implémenté dans le simulateur (*Real World Software – RWSW*) du modèle embarqué à bord du satellite (*On-Board Software – OBSW*). Dans le RWSW, les perturbations gravitationnelles sont modélisées pour représenter la réalité dynamique d'une orbite autour d'un astéroïde. Dans le OBSW, deux raisons justifient la simplification du champ gravitationnel modélisé. Premièrement, lors d'une vraie mission d'exploration spatiale, il est avantageux de simplifier les calculs à effectuer, car la puissance de calcul disponible à bord est limitée. Deuxièmement, dans un contexte de recherche, un modèle embarqué simplifié de gravité permet de vérifier la robustesse de l'estimateur d'état face aux perturbations gravitationnelles qui ne sont pas modélisées.

$$U = -\frac{\mu_A}{r} \text{ où } r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (6.4)$$

$$\bar{\nabla}U = [a_{gx} \quad a_{gy} \quad a_{gz}]^T = -\frac{\mu_A}{r^3} [x \quad y \quad z]^T \quad (6.5)$$

En plus d'alléger la charge de calcul, les équations (6.4) et (6.5) éliminent la dépendance du champ gravitationnel selon la longitude et la latitude du satellite lorsque celui-ci est exprimé dans le référentiel  $\mathcal{F}^A$ . La rotation  $\underline{C}_{AI}$  de l'astéroïde n'intervient donc pas dans le calcul du gradient en (6.5). De plus, puisque les origines de  $\mathcal{F}^I$  et  $\mathcal{F}^A$  coïncident, les équations (6.4) et (6.5) sont valides dans les deux référentiels.

La propagation de la matrice de covariance nécessite aussi un modèle linéaire de la dynamique. Pour ce faire, on dérive la matrice jacobienne du modèle non-linéaire  $f(\cdot)$ . Pour le référentiel inertiel, on obtient le résultat des équations (6.6) et (6.7).

$$F = \left. \frac{\partial \underline{f}(\underline{X})}{\partial \underline{X}^T} \right|_{\underline{X}=\hat{\underline{X}}} = \begin{bmatrix} \underline{0}_{3 \times 3} & \underline{I}_{3 \times 3} \\ \delta \underline{a}_g / \delta \underline{R} & \underline{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (6.6)$$

$$\text{avec } \frac{\delta \underline{a}_g}{\delta \underline{R}^T} = \frac{\mu_A}{\hat{r}^5} \begin{bmatrix} 3\hat{x}^2 - \hat{r}^2 & 3\hat{x}\hat{y} & 3\hat{x}\hat{z} \\ 3\hat{x}\hat{y} & 3\hat{y}^2 - \hat{r}^2 & 3\hat{y}\hat{z} \\ 3\hat{x}\hat{z} & 3\hat{y}\hat{z} & 3\hat{z}^2 - \hat{r}^2 \end{bmatrix} \quad (6.7)$$

Le concepteur doit finalement choisir une matrice  $Q$  représentative de la covariance des erreurs de modélisation du système. Dans (Bayard et Brugarolas, 2005), on présente un développement mathématique de la matrice  $Q$  pour une orbite propulsée autour d'un astéroïde. Le résultat s'adapte aisément aux orbites naturelles. En supposant des erreurs de modélisation d'amplitude égale et sans corrélation entre les axes, on obtient l'équation (6.8) qui ne dépend que de la période d'échantillonnage  $T_s$  et du paramètre  $\lambda$  devant être sélectionné par le concepteur en fonction de l'amplitude des accélérations non-modélisées auxquelles doit faire face l'estimateur d'état.

$$Q = \lambda \begin{bmatrix} \frac{1}{3}T_s^3 \underline{I}_{3 \times 3} & \frac{1}{2}T_s^2 \underline{I}_{3 \times 3} \\ \frac{1}{2}T_s^2 \underline{I}_{3 \times 3} & T_s \underline{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (6.8)$$

### 6.3 Phase de correction

La phase de correction de l'estimateur d'état comporte plusieurs éléments particuliers. D'abord, elle fait appel à la technique de correction successive au niveau macrométrique des capteurs, mais aussi au niveau micrométrique des points de repère visibles par la caméra. Un volet itératif est également ajouté au traitement des mesures de la caméra. Par ailleurs, la phase de correction inclut une technique adaptative novatrice pour le lidar afin de gérer le bruit de mesure variant dans le temps. Tous ces éléments visent à favoriser la stabilité et la robustesse de l'estimateur tout en limitant la charge de calcul.

#### 6.3.1 Caméra – correction séquentielle et itérative

L'article (Li et al., 2007) présente le développement complet du modèle des mesures de la caméra pour un estimateur d'état à 6-DOF. Les principaux résultats sont repris ici, adaptés pour la dynamique de translation à 3-DOF. Les équations (6.9) et (6.10) présentent le modèle dynamique  $h_c(\cdot)$  non-linéaire d'une mesure  $i$  de la caméra. Elles proviennent du modèle de projection en perspective décrit au Chapitre 5. La version linéaire  $H_c$  est développée en (6.11).

$$\hat{y}_c = h_c(\hat{X}) = \begin{bmatrix} f \frac{\hat{r}_x^c}{\hat{r}_z^c} & f \frac{\hat{r}_y^c}{\hat{r}_z^c} \end{bmatrix}^T \quad (6.9)$$

$$\text{avec } \underline{\hat{r}}^c = \begin{bmatrix} \hat{r}_x^c & \hat{r}_y^c & \hat{r}_z^c \end{bmatrix}^T = \underline{C}_{BI} \left( (\underline{C}_{AI})^T \underline{p}^A - \underline{\hat{R}}^I \right) \quad (6.10)$$

pour  $\mathfrak{g}^B = \mathfrak{g}^C$

$$H_c = \left. \frac{\partial h_c(X)}{\partial X} \right|_{X=\hat{X}} = -\frac{f}{(\hat{r}_z^c)^2} \begin{bmatrix} \hat{r}_z^c & 0 & -\hat{r}_x^c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \hat{r}_z^c & -\hat{r}_y^c & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \underline{C}_{BI} \quad (6.11)$$

Les modèles  $h_c(\cdot)$  et  $H_c$  sont utilisés avec les équations (3.13) à (3.15) pour la correction des estimés. On choisit une matrice de covariance  $R_c$  invariante dans le temps à partir des propriétés de la caméra et de la précision de l'algorithme de vision. La matrice  $H_c$  intervient également le calcul de la dilution de précision des mesures. Elle est évaluée à l'état  $\hat{X}_k^-$  pour chacun des  $n$  points de repère visibles. Tous les modèles sont ensuite concaténés en une même matrice  $H_{stack}$  avant d'appliquer l'équation (4.12). À noter que l'équation de  $H_{stack}$  en (6.12) est utilisée uniquement pour le calcul de la dilution de précision des mesures et qu'elle n'intervient en aucun cas dans la phase de correction de l'estimateur.

$$H_{stack} = \begin{bmatrix} H_{c1} \\ H_{c2} \\ \dots \\ H_{cn} \end{bmatrix} \quad (6.12)$$

Pour améliorer la stabilité de l'estimateur tout en limitant la charge de calcul, une méthode hybride entre la correction successive et le EKF itératif a été privilégiée pour la caméra. C'est une structure nouvelle proposée par la candidate pour le système à l'étude. Elle est schématisée à la Figure 6.2 pour le cas où trois points de repère sont visibles. D'une part, l'estimé est corrigé séquentiellement avec chaque point de repère visible. On obtient alors un estimé intermédiaire  $\hat{X}_k^i, P_k^i$  pour chaque mesure  $y_i^m$ . Cela suppose toutefois que les mesures  $(u_i, v_i)^m$  sont indépendantes entre elles. La corrélation du bruit de mesure pouvant provenir d'un mauvais alignement de la caméra ou d'un biais interne est donc négligée. La correction successive permet de réduire la taille de la matrice  $H_c$ , particulièrement lorsqu'un grand nombre de points de repère sont visibles. La charge de calcul est donc réduite

significativement. D'autre part, la phase de correction comprend des itérations supplémentaires qui sont effectuées lorsque de grandes variations des états estimés sont observées. Par exemple, pour la mesure  $y_2^m$ , si les estimés  $\hat{X}_k^2$  sont très différents de  $\hat{X}_k^1$ , la phase de correction sera répétée avec  $y_2^m$  en utilisant cette fois-ci le nouvel estimé  $\hat{X}_k^2, P_k^2$  en entrée. Cela accélère la convergence de l'estimateur durant la phase transitoire. La stabilité s'en trouve également améliorée, surtout lorsque l'erreur d'estimation initiale est importante et que peu de points de repère sont visibles. Une fois le régime permanent atteint, les itérations supplémentaires cessent, car les erreurs de linéarisation deviennent négligeables. La mise à jour des estimés s'apparente alors davantage à la correction successive « normale » et la charge de calcul supplémentaire devient négligeable.

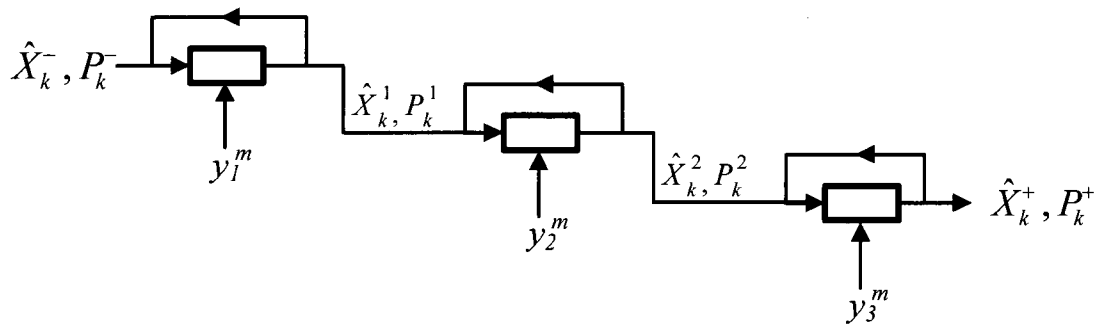


Figure 6.2. Représentation schématique de la technique de correction successive et itérative

Deux critères provoquent l'arrêt des itérations. Premièrement, un nombre maximal d'itérations est fixé pour un même point de repère. Lorsqu'il est atteint, l'estimateur passe automatiquement à la mesure suivante. Deuxièmement, les itérations sont arrêtées s'il y a eu convergence, c'est-à-dire si l'estimé précédent diffère peu du nouvel estimé. Différentes pondérations peuvent être utilisées pour déterminer la convergence. Le choix dépend du système étudié. Dans le cas présent, la vitesse  $\underline{v}$  du satellite est toujours beaucoup plus petite que sa position  $\underline{R}$ , ce qui explique la présence d'un facteur 10 dans le critère d'arrêt de l'équation (6.13).

$$\Delta \hat{\underline{R}}^T \Delta \hat{\underline{R}} + 10 \Delta \hat{\underline{v}}^T \Delta \hat{\underline{v}} \leq \text{tolérance} \quad (6.13)$$

$$\text{avec } \Delta \hat{\underline{R}} = \left| \hat{\underline{R}}^+ - \hat{\underline{R}}^- \right| \text{ et } \Delta \hat{\underline{v}} = \left| \hat{\underline{v}}^+ - \hat{\underline{v}}^- \right| \quad (6.14)$$

### 6.3.2 Lidar – correction adaptative

Pour simplifier la phase de correction du lidar et minimiser les non-linéarités dans la fonction d'observation  $h_L(\cdot)$ , le système de navigation comprend un module de prétraitement qui combine la distance  $d_j$  mesurée avec ses coordonnées  $(u_j, v_j)^m$  afin de reconstituer la position relative  $\underline{r}^B$  du point de repère. On obtient ainsi les modèles d'observation simplifiés suivants :

$$\hat{y}_L = \hat{\underline{r}}^B = h_L(\hat{\underline{X}}) = \underline{C}_{BI} \left( (\underline{C}_{AI})^T \underline{p}^A - \hat{\underline{R}}^I \right) \quad (6.15)$$

$$H_L = \begin{bmatrix} -\underline{C}_{BI} & \underline{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (6.16)$$

Pour le lidar, la complexité provient de la caractérisation du bruit de mesure, car il varie dans le temps en raison de l'erreur de pointage (voir section 5.3.2 *Lidar et contrôle*). Les variations dépendent de plusieurs facteurs dont la position relative du point de repère et l'altitude du satellite. Les résultats de simulation ont montré que pour une orbite donnée, le bruit sur la mesure de distance pouvait facilement varier de 10 mètres pour un point de repère à plus de 200 mètres pour un autre point de repère. Dans ce contexte, même si le bruit de mesure peut être modélisé par un bruit blanc de distribution normale, sa covariance  $R_L$  doit varier avec le temps.

La principale difficulté est d'ajuster la matrice  $R_L$  pour refléter adéquatement le bruit de mesure à un instant  $t_k$  donné. Les auteurs de (Zhang et al., 2006) présentent un filtre de Kalman adaptatif qui résout ce problème sans avoir recours au développement de modèles complexifiés. Il s'agit d'un estimateur de bruit statistique Sage-Husa (*Sage-Husa noise statistic estimator*) qui estime la covariance  $R_L$  en temps réel à partir des résidus  $\varepsilon$  des mesures. Les équations (6.17) à (6.21) présentent les étapes de correction associées à cet estimateur adaptatif. Elles sont inchangées par rapport à une correction « normale », à l'exception de l'ajout de la matrice de covariance estimée  $\hat{R}$  du lidar. Dans (Lippiello et al., 2007), on propose aussi une solution adaptative similaire, mais son implémentation est plus



complexe puisqu'elle nécessite la mémorisation de plusieurs états passés. L'algorithme de (Zhang et al., 2006) a donc été privilégié. L'application de cet algorithme adaptatif au problème du bruit de lidar variable constitue l'une des contributions majeures de ce projet de recherche.

$$K_k = P_k^- H_k^T [H_k P_k^- H_k^T + \hat{R}_k^-]^{-1} \quad (6.17)$$

$$\hat{X}_k^+ = \hat{X}_k^- + K_k [y^m - \hat{y}] \quad (6.18)$$

$$P_k^+ = (I - K_k H_k) P_k^- (I - K_k H_k)^T + K_k \hat{R}_k^- K_k^T \quad (6.19)$$

$$\hat{R}_k^+ = (1 - d_k) \hat{R}_k^- + d_k [(I - H_k K_k) \varepsilon_k \varepsilon_k^T (I - H_k K_k)^T + H_k P_k^+ H_k^T] \quad (6.20)$$

$$\text{avec } \varepsilon_k = y^m - \hat{y} \text{ et } 0 \leq d_k \leq 1$$

Dans l'équation (6.20), le facteur de pondération  $d_k$  doit être choisi par le concepteur. Lorsqu'il s'approche de zéro, l'estimateur s'adapte très lentement et la matrice de covariance précédente prédomine dans le résultat. Lorsqu'il est près de un, l'estimateur est très réactif et s'appuie davantage sur les nouvelles mesures disponibles.

Avec cette technique, le bruit de mesure du lidar n'a pas besoin d'être caractérisé précisément et la covariance s'adapte d'elle-même lorsqu'il y a un changement dans l'amplitude du bruit. Même si la covariance initiale n'est pas exacte, l'estimateur converge à la valeur appropriée. Sans correction adaptative, la caractérisation serait fastidieuse et l'estimateur serait vulnérable aux fluctuations de bruit, particulièrement si aucun algorithme de sélection approprié n'est implémenté pour le contrôle du lidar.

#### 6.4 Bilan des contributions

La théorie générale des filtres de Kalman étendus a été appliquée au cas particulier de l'estimation de la position et de la vitesse d'un satellite à partir d'une caméra et d'un lidar. La candidate a développé et mis en œuvre l'ensemble des modèles spécifiques au problème et a fait intervenir une architecture de navigation améliorée selon trois principaux aspects.

Premièrement, la correction successive a été appliquée à chacun des points de repère visibles par la caméra. Cette correction incorpore également un volet itératif qui améliore le régime transitoire de l'estimateur. Deuxièmement, la navigation intègre des mesures de distance à celle de la navigation optique. Bien que cette implémentation ait été suggérée dans (Trawny et al., 2007), aucun article scientifique n'a été répertorié sur la réalisation d'un tel système. Cette intégration a notamment permis de documenter l'effet de l'erreur de pointage du lidar sur le bruit de mesure résultant. Troisièmement, la phase de correction du lidar fait appel à la technique adaptative du *Sage-Husa noise statistic estimator* qui assure la robustesse de l'estimateur face aux variations de la covariance du bruit de mesure en plus de minimiser les erreurs d'estimation. Par le passé, cette technique avait été utilisée pour estimer la position d'un avion qui vole à altitude constante (Zhang et al., 2006), mais n'avait pas été appliquée à la dynamique de translation d'un satellite. Les résultats de simulation du Chapitre 7 démontreront que le système implémenté est bel et bien fonctionnel dans l'environnement perturbé des orbites autour d'un astéroïde.

## 7. VALIDATION DE LA NAVIGATION PAR SIMULATION

Ce chapitre présente les résultats obtenus lors des simulations numériques effectuées avec Matlab/Simulink pour valider le système de navigation. Les tests de validation visaient trois objectifs principaux, soit :

- valider les performances de l'estimateur d'état dans les conditions normales d'opération d'un satellite en orbite autour d'un astéroïde;
- démontrer l'utilité de l'algorithme optimal de sélection d'un point de repère pour la mesure de distance;
- confirmer la valeur ajoutée de la correction adaptative implémentée pour le lidar;
- évaluer la contribution de l'ajout du lidar aux performances de navigation.

Chacun de ces objectifs est traité aux sections 7.2 à 7.5 du chapitre. Ils sont précédés d'une présentation du plan de test en 7.1 et la section 7.6 dresse un bilan de l'analyse des résultats.

### 7.1 Plan des tests de simulation

Pour valider les performances de la navigation, le système est soumis à des orbites non propulsées autour d'un astéroïde. Les cinq scénarios considérés sont présentés au Tableau 7.1. On y retrouve trois orbites distinctes, soit deux orbites rétrogrades (inclinaison  $> 90^\circ$ ) et une orbite directe (inclinaison  $\leq 90^\circ$ ). Ces trajectoires sont illustrées aux Figures B.1 à B.3 de l'Annexe B. La position initiale du satellite est définie à partir les éléments d'orbite conventionnels (Jean, 2004), soit  $\Omega$  l'ascension droite du nœud ascendant,  $i$  l'inclinaison,  $u$  l'argument de latitude et  $r$  le rayon. On considère une excentricité  $e$  nulle. La vitesse initiale du satellite est donc calculée en fonction d'une orbite circulaire, mais les perturbations gravitationnelles modifient substantiellement la trajectoire surtout dans le cas d'Eros, un astéroïde de grande taille.

De manière générale, en présence d'un champ gravitationnel non sphérique, les orbites rétrogrades sont plus stables que les orbites directes (Scheeres, 1995). Néanmoins, la stabilité des orbites autour des astéroïdes est un sujet complexe qui fait l'objet de plusieurs études, notamment pour des cas particuliers comme les orbites équatoriales (Chauvineau et al., 1993;

Scheeres, 1994a) ou les perturbations gravitationnelles d'ordre 2 (Hu et Scheeres, 2002; Hu et Scheeres, 2004; Scheeres, 1994b). Dans (Scheeres et al., 2002), on présente également une analyse détaillée de la stabilité des orbites autour d'Eros. Les auteurs concluent que le rayon minimal théorique pour une orbite circulaire équatoriale directe ( $i = 0^\circ$ ) est de 33.4 km. Ce rayon chute à 20.8 km pour une orbite équatoriale rétrograde ( $i = 180^\circ$ ) et les limites varient selon l'inclinaison du plan orbital. Ces indications ont orienté la sélection des orbites de test 1 et 2. L'orbite nominale autour d'Eros est la plus exigeante pour l'estimateur d'état en raison des perturbations gravitationnelles importantes auxquelles est soumis le satellite. Par conséquent, elle est réutilisée pour les tests de robustesse et de stabilité des scénarios 4 et 5. Itokawa, pour sa part, est un astéroïde de taille plus modeste dont les dimensions ne dépassent pas 550 mètres. Sa gravité est donc beaucoup plus faible et l'amplitude des perturbations gravitationnelles considérées est modérée. Il est alors possible de tester une orbite beaucoup plus rapprochée de la surface en plus d'opter pour une orientation quasi-polaire (scénario 3).

Tableau 7.1 Description des scénarios de tests

Scénario	Astéroïde	Orbite	Paramètres	Critères
1 (nominal)	Eros	Orbite rétrograde inclinée (12 heures) $\Omega = 53^\circ, i = 150^\circ, u = 30^\circ, r_0 = 25 \text{ km}$	Nominaux 0.04 repères/km <sup>2</sup>	D
2	Eros	Orbite directe équatoriale (20 heures) $\Omega = 0^\circ, i = 0^\circ, u = 90^\circ, r_0 = 35 \text{ km}$	Nominaux 0.04 repères/km <sup>2</sup>	D
3	Itokawa	Orbite rétrograde quasi-polaire (16 heures) $\Omega = 35^\circ, i = 95^\circ, u = 47^\circ, r_0 = 500 \text{ m}$	Nominaux 70 repères/km <sup>2</sup>	D, S
4	Eros	Orbite nominale (12 heures)	Bruit de mesure amplifié* 0.04 repères/km <sup>2</sup>	D, R
5	Eros	Orbite nominale (30 minutes)	Erreur d'estimation initiale dégradée 0.04 repères/km <sup>2</sup>	D, S

\* Voir Tableau 7.3 pour les paramètres liés au bruit de mesure

(Côté, 2007) définit trois indices de performance pour les estimateurs d'état : le comportement dynamique (D), la robustesse contre les incertitudes (R) et la stabilité (S). Le comportement dynamique s'intéresse principalement aux erreurs d'estimation avec leur amplitude et leur lissage. La robustesse est la capacité du système de navigation à maintenir son comportement dynamique malgré la présence d'incertitude sur certains paramètres. Enfin, la stabilité tient compte de la convergence et du temps de stabilisation des estimés pour différentes conditions

initiales. Ces indices permettent de comparer des systèmes de navigation entre eux, mais ils constituent également des critères généraux de validation pour évaluer les performances de navigation. Pour chaque scénario, on vérifie le comportement dynamique du système pour s'assurer que les erreurs d'estimation soient bien bornées et que leur amplitude soit faible. La stabilité quant à elle est étudiée plus particulièrement lors des tests 3 et 5 où le système de navigation est soumis à un environnement dynamique différent et à des conditions initiales modifiées. Finalement, le scénario 4 permet de vérifier la robustesse de l'estimateur face à un bruit de mesure de distance initialement sous-estimé. Pour plus de détails, les Tableaux 7.1 à 7.4 présentent l'ensemble des paramètres utilisés lors des simulations.

Tableau 7.2 Paramètres physiques des astéroïdes

	Eros*	Itokawa**
Période de rotation $T$	5.27 h	12.13 h
Dimension des demi-axes $a, b, c$	16.0, 8.6, 6.3 km	267.5, 147.0, 104.5 m
Paramètre gravitationnel $\mu_A$	446 310 m <sup>3</sup> /s <sup>2</sup>	2.1 m <sup>3</sup> /s <sup>2</sup>
Coefficients $C_{20}; C_{22}$	-0.052478 ; 0.082538;	-0.0997 ; 0.0349
Coefficients $C_{40}; C_{42}; C_{44}$	0.012900; -0.017495; 0.017587	0.0530; -0.0025; 0.0002
Distance $R$ du soleil ***	1.13 UA	0.953 UA

\* Données de (Miller et al., 2002) et (Miller et al., 2000). Le demi-axe  $a$  est fixé au rayon nominal utilisé pour l'expansion des harmoniques sphériques.

\*\* Données de (Dermura et al., 2006) et (Jet Propulsion Laboratory, 2003), sauf les coefficients  $C_{lm}$  calculés à partir des équations de (German et Friedlander, 1991).

\*\*\* Distance du périhélie en unités astronomiques: pire cas (Jet Propulsion Laboratory, 2003).

Tableau 7.3 Paramètres des capteurs et du satellite

	Nominal	Bruit amplifié*
Champ de vision de la caméra	30°	–
Résolution de la caméra	1024 x 1024 pixels	–
Longueur focale $f$ de la caméra	1.91 cm	–
Résolution de l'algorithme de vision $\sigma_c$	1 pixel – 10 $\mu$ m	–
Erreur de pointage du lidar	50 arcsec/axe	200 arcsec/axe
Bruit de mesure du lidar $\sigma_r$ (interne et topographique)	2 m	10 m
Bruit de mesure du détecteur d'étoile $\sigma_{st}$	5 arcsec/axis	10 arcsec/axis
Erreur de pointage du satellite $\sigma_{sat}$	50 arcsec/axis	–
Ratio masse-sur-aire $B^{**}$	32 kg/m <sup>2</sup>	–

\* La résolution de l'algorithme de vision est maintenue à 1 pixel, car c'est une valeur déjà conservatrice. Une analyse de sensibilité sur l'effet de la résolution sur les performances de navigation est néanmoins conduite au Chapitre 8.

\*\* Valeur tirée de (Scheeres, 1994b), applicable pour un petit satellite de type *Discovery*.

Tableau 7.4 Paramètres de l'estimateur d'état (EKF)

Période d'échantillonnage $T_s$	1 s
Connaissance des paramètres de l'astéroïde	$\hat{\mu}_A = 1.02\mu_A$ ; $\hat{p}^A = \underline{p}^A$ ; $\hat{\omega} = \omega$
Covariance $Q$ des erreurs du modèle de la dynamique*	$\lambda \begin{bmatrix} \frac{1}{3}T_s^3 \underline{I}_{3 \times 3} & \frac{1}{2}T_s^2 \underline{I}_{3 \times 3} \\ \frac{1}{2}T_s^2 \underline{I}_{3 \times 3} & T_s \underline{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix}$ $\lambda_{Eros} = 5 \cdot 10^{-5}$ $\lambda_{Itokawa} = 1 \cdot 10^{-9}$
Covariance $R_c$ du bruit des mesures de la caméra**	$10^{-10} \underline{I}_{2 \times 2} \text{ m}^2$
Covariance initiale $R_L^0$ du bruit des mesures du lidar	$\begin{bmatrix} 50 & 30 & 10 \\ 30 & 50 & 30 \\ 10 & 30 & 50 \end{bmatrix} \text{ m}^2$
Paramètre adaptatif du lidar $d_k$	0.1
Erreur initiale de l'estimateur d'état	$\sim 500 \text{ m}, 0.5 \text{ m/s (nominal)}$ $\sim 5000 \text{ m}, 2.0 \text{ m/s (dégradé)}$
Matrice de covariance initiale $P_0$ des erreurs d'estimation	$\begin{bmatrix} 10^6 \underline{I}_{3 \times 3} & \text{m}^2 & \underline{0}_{3 \times 3} & \text{m}^2/\text{s} \\ \underline{0}_{3 \times 3} & \text{m}^2/\text{s} & 10^3 \underline{I}_{3 \times 3} & \text{m}^2/\text{s}^2 \end{bmatrix}$

\* Modèle basé sur (Bayard et Brugarolas, 2005).

\*\* Pour la longueur focale considérée ( $f = 1.91 \text{ cm}$ ), une covariance de  $10^{-10} \text{ m}^2$  sur la position des points de repère dans le plan focal de la caméra correspond à une covariance d'environ  $116 \text{ arcsec}^2$  sur la ligne de visée.

## 7.2 Validation des performances de l'estimateur d'état

Les résultats de simulation pour la validation des performances de l'estimateur d'état sont présentés aux Figures B.4 à B.19 de l'Annexe B. Pour chaque scénario, on vérifie les erreurs d'estimation  $X - \hat{X}$  en position et en vitesse, mais aussi la borne  $3\sigma$  de ces erreurs telle que calculée par l'estimateur d'état. Celle-ci est obtenue à partir de la matrice de covariance des erreurs d'estimation  $P_k$  à chaque pas  $k$  de simulation grâce à la relation (7.1) où la racine carrée est prise sur chacun des éléments de la diagonale de  $P_k$ .

$$\left[ 3\sigma_x \quad 3\sigma_y \quad 3\sigma_z \quad 3\sigma_{vx} \quad 3\sigma_{vy} \quad 3\sigma_{vz} \right]^T = 3\sqrt{\text{diag}(P_k)} \quad (7.1)$$

Il est parfois utile de calculer le module de la borne  $3\sigma$  en position et en vitesse afin de faciliter la comparaison de résultats entre différentes simulations. Pour ce faire, on utilise les équations (7.2) et (7.3). Cela permet de réduire le nombre d'indicateurs à considérer en plus de donner l'incertitude globale sur la position et la vitesse du satellite.

$$3\sigma_r = \sqrt{(3\sigma_x)^2 + (3\sigma_y)^2 + (3\sigma_z)^2} \quad (7.2)$$

$$3\sigma_v = \sqrt{(3\sigma_{vx})^2 + (3\sigma_{vy})^2 + (3\sigma_{vz})^2} \quad (7.3)$$

L'erreur RMS constitue également un indicateur privilégié des erreurs d'estimation, car il permet de les quantifier sur une période de temps étendue. Son calcul est donné à l'équation (7.4) qui s'applique pour chacune des variables d'état. La variable  $N$  indique le nombre total de données considérées. On exclut généralement les estimés obtenus durant le régime transitoire ou durant les périodes de non observabilité afin d'évaluer l'amplitude des erreurs d'estimation en mode normal d'opération.

$$e_{RMSi} = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^N (X_k^i - \hat{X}_k^i)^2}{N}} \quad \text{avec } i \in x, y, z, v_x, v_y, v_z \quad (7.4)$$

Tout comme pour la borne  $3\sigma$ , il est possible de calculer le module de l'erreur RMS en position et en vitesse. Cela est exprimé aux équations (7.5) et (7.6).

$$e_{RMSr} = \sqrt{(e_{RMSx})^2 + (e_{RMSy})^2 + (e_{RMSz})^2} \quad (7.5)$$

$$e_{RMSv} = \sqrt{(e_{RMSvx})^2 + (e_{RMSvy})^2 + (e_{RMSvz})^2} \quad (7.6)$$

Lors des simulations, on vérifie le nombre de points de repère visibles dans le champ de vision de la caméra ainsi que le bruit de mesure global sur les mesures de distance. Ces paramètres influencent directement les erreurs d'estimation obtenues. Il faut donc en tenir compte dans l'analyse.

### 7.2.1 Validation du comportement dynamique

Lorsque l'estimateur d'état est bien conçu, la valeur  $3\sigma$  borne les erreurs d'estimation sans les surévaluer. L'estimateur fournit alors son meilleur estimé à partir des informations qui lui sont disponibles. C'est le comportement dynamique recherché qu'on vérifie sur l'ensemble des graphiques d'erreur d'estimation présentés à la section B.2 de l'Annexe B. À titre d'exemple, les résultats obtenus pour l'axe  $x$  lors du scénario nominal sont reproduits à la Figure 7.1

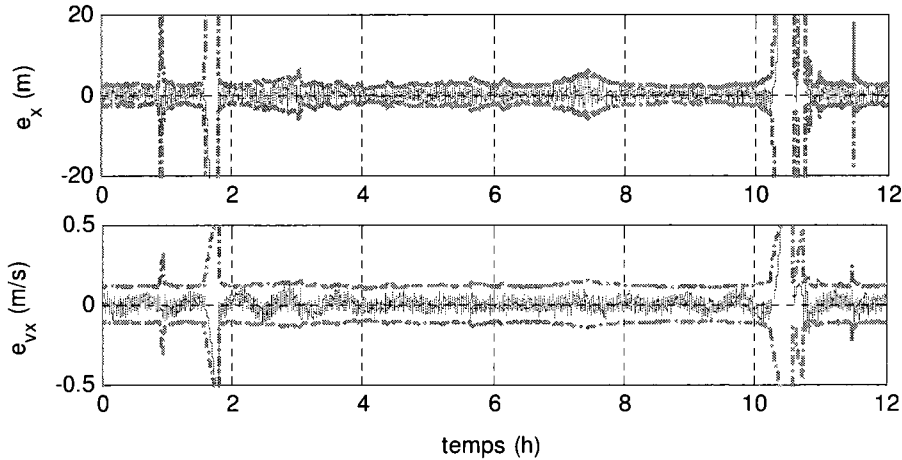


Figure 7.1 Erreur d'estimation en position et en vitesse pour l'axe  $x$  – Scénario 1 (nominal)

On y remarque que les valeurs de la borne  $3\sigma$  sont généralement représentatives de l'erreur d'estimation réelle pour l'ensemble des cinq scénarios testés. On peut donc utiliser la borne  $3\sigma$  pour évaluer l'amplitude des erreurs d'estimation. Toutefois, comme elle varie dans le temps, on en calcule la moyenne à partir de l'équation (7.7). À titre indicatif, on calcule également l'erreur RMS. Seules les périodes d'observabilité du régime permanent sont considérées. Les résultats sont compilés au Tableau 7.5. Le scénario 5 n'est toutefois pas inclus dans la liste, car il s'agit d'une analyse de Monte-Carlo qui est traitée séparément à la section 7.2.2. À titre indicatif, les valeurs moyennes du rayon de l'orbite ( $\bar{r}$ ) et de la vitesse du satellite ( $\bar{v}$ ) observées durant les simulations sont données. Elles permettent d'établir le poids relatif des erreurs d'estimation par rapport aux états estimés.

$$\overline{3\sigma_r} = \frac{\sum_{k=1}^N 3\sigma_r^k}{N} \quad \text{et} \quad \overline{3\sigma_v} = \frac{\sum_{k=1}^N 3\sigma_v^k}{N} \quad (7.7)$$



Tableau 7.5 Compilation des bornes  $3\sigma$  moyennes et de l'erreur RMS obtenues en simulation

#	POSITION (m)		VITESSE (cm/s)		ÉTATS
	$\overline{3\sigma_r}$	$e_{RMSr}$	$\overline{3\sigma_v}$	$e_{RMSv}$	
1*	4.71	1.54	20.30	4.30	$\bar{v} = 3.9$ m/s $\bar{r} = 26.8$ km
2**	5.26	1.78	21.22	4.18	$\bar{v} = 3.5$ m/s $\bar{r} = 35.7$ km
3***	0.26	0.10	0.19	0.04	$\bar{v} = 6.5$ cm/s $\bar{r} = 0.48$ km
4*	7.15	2.35	22.78	5.33	$\bar{v} = 3.9$ m/s $\bar{r} = 26.8$ km

\* Pour la période de 2h à 10h où le système est observable en tout temps

\*\* Pour  $t \geq 500$  secondes

\*\*\* Pour  $t \geq 1500$  secondes

Pour les scénarios 1 et 2 autour d'Eros, l'erreur en position est généralement inférieure à 5 m en position et à 20 cm/s en vitesse. L'ordre de grandeur de ces erreurs est comparable à celui des autres systèmes de navigation optique répertoriés dans la littérature (voir Tableau 3-2). La comparaison s'arrête toutefois ici, car le contexte expérimental est trop différent pour être en mesure de tirer des conclusions plus élaborées. Parmi ces différences, on compte notamment l'ajout des perturbations gravitationnelles.

Pour Itokawa (scénario 3), les erreurs d'estimation sont inférieures de plusieurs ordres de grandeur à celles des autres simulations. Cette situation s'explique par deux facteurs principaux. D'une part, les vitesses ainsi que les distances impliquées dans l'orbite autour d'Itokawa sont beaucoup plus faibles que celles avec Eros. Si on évalue l'erreur relative des scénarios 1 et 3, on trouve respectivement 0.02% et 0.05% en position ainsi que 4% et 3% en vitesse. En termes relatifs, la différence n'est donc pas significative. Les pourcentages sont obtenus par l'équation (7.8) qui approxime l'erreur relative en comparant les bornes  $3\sigma$  moyennes avec le rayon moyen de l'orbite  $\bar{r}$  ainsi que la vitesse moyenne  $\bar{v}$  du satellite.

$$e_{RELr} = \frac{\overline{3\sigma_r}}{\bar{r}} \quad \text{et} \quad e_{RELv} = \frac{\overline{3\sigma_v}}{\bar{v}} \quad (7.8)$$

D'autre part, les perturbations gravitationnelles pour Itokawa sont beaucoup plus faibles que celles observées avec Eros. Le modèle embarqué de la gravité est donc plus fidèle dans le cas d'Itokawa, ce qui permet de réduire la matrice de covariance  $Q$  des erreurs de modélisation du système dynamique. Les coefficients sont de l'ordre de  $10^{-9}$  pour Itokawa et de  $10^{-5}$  pour Eros. Avec un modèle dynamique moins imprécis, l'estimateur d'état peut limiter davantage l'amplitude des erreurs d'estimation, d'où l'amélioration des performances pour le scénario 3.

Le scénario 4 constitue une répétition du scénario 1 pour lequel le bruit de mesure du lidar et du détecteur d'étoile a été amplifié. L'erreur de pointage du lidar est passée de 50 à 200 secondes d'arc par axe alors que le bruit  $\sigma_r$  sur la distance a été fixé à 10 mètres par rapport à 2 mètres pour le scénario nominal. Le bruit de mesure du détecteur d'étoile  $\sigma_{stt}$ , a également été doublé pour atteindre 10 secondes d'arc par axe. L'erreur résultante sur la mesure de distance est alors presque doublée par rapport au scénario nominal (voir Figure 7.2). On remarque que cette amplification du bruit affecte davantage l'estimé de position que celui de la vitesse. L'erreur en position atteint plus de 7 mètres, ce qui représente une dégradation de plus de 50% par rapport au scénario 1. En vitesse, l'erreur ne croît que de 12% pour se situer autour des 23 cm/s.

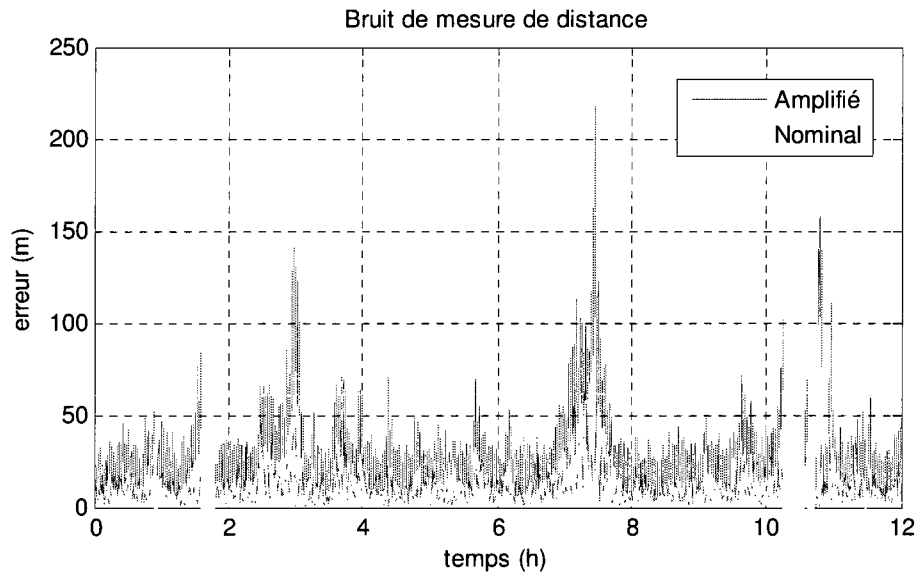


Figure 7.2 Comparaison du bruit de mesure sur la distance entre le scénario nominal (#1) et le scénario de bruit amplifié (#4)

Cette corrélation entre les erreurs d'estimation et l'amplitude du bruit de mesure est présente dans tous les scénarios de tests. Prenons l'exemple de l'axe  $x$  du scénario nominal. Les erreurs d'estimation ainsi que l'erreur sur la mesure de distance sont présentées à la Figure 7.3. On y observe trois zones de forts bruits sur la mesure de distance (causés par l'erreur de pointage), soit vers 3h, 11h et entre 7h et 8h. Ces périodes correspondent systématiquement aux renflements de la borne  $3\sigma$  (en rouge) des erreurs en position (en bleu) et, dans une moindre mesure, en vitesse. La corrélation en position est particulièrement forte, puisqu'il est possible de détecter les fluctuations modestes du bruit de distance dans les erreurs d'estimation pour la période entre 3 et 7 heures. Cet exemple illustre l'importance de bien quantifier le bruit de mesure du lidar malgré ses variations afin de minimiser les erreurs d'estimation et d'assurer la robustesse de l'estimateur.

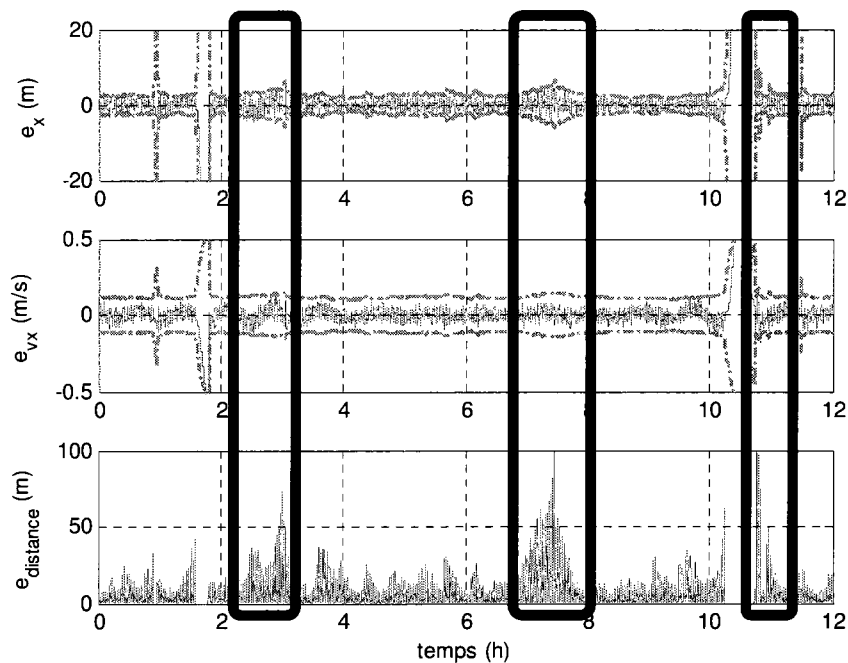


Figure 7.3 Corrélation entre les erreurs d'estimation et le bruit de mesure en distance (scénario nominal).

Un autre résultat intéressant en lien avec les erreurs d'estimation concerne le comportement du système de navigation en situation de non-observabilité, c'est-à-dire lorsqu'aucun point de repère n'est visible dans le champ de vision de la caméra. On compte cinq de ces épisodes pour le scénario nominal avec Eros (et aucun pour Itokawa). Ces périodes sont facilement

identifiables sur les graphiques, car les erreurs d'estimation augmentent de manière accélérée tant et aussi longtemps que l'observabilité n'est pas rétablie. Cette dégradation rapide de la performance est causée par la mauvaise qualité du modèle embarqué de la gravité qui ne tient pas compte des perturbations gravitationnelles en présence. En l'absence de points de repère, l'estimateur propage son modèle à bord sans aucune phase de correction, ce qui provoque une croissance rapide des erreurs. La précision des estimés revient toutefois à la normale dès qu'au moins un point de repère est à nouveau visible.

Le seul moyen d'améliorer les performances de navigation en situation de non-observabilité est de raffiner le modèle dynamique utilisé par l'estimateur, car c'est la seule source d'information dont il dispose lorsqu'aucune mesure ne lui parvient. En particulier, pour les orbites autour des astéroïdes, le modèle embarqué de la gravité constitue l'une des principales sources d'incertitude des équations dynamiques. D'une part, il y a les perturbations gravitationnelles non modélisées (harmoniques non considérées ou mal connues), car le champ gravitationnel est complexe. D'autre part, le paramètre  $\hat{\mu}_A$  utilisé à bord du satellite dans les calculs de gravité peut différer du paramètre réel  $\mu_A$  de l'astéroïde. Ce sont deux éléments à considérer, car la qualité du modèle embarqué de la gravité a une incidence directe sur les performances de navigation lorsque le système n'est pas observable (voir Chapitre 8 – Analyse de l'influence de la qualité du modèle embarqué de la gravité). Un modèle précis de la gravité n'est toutefois pas toujours disponible, surtout à l'amorce des opérations de proximité avec un astéroïde. Dans ce cas, il faut s'assurer d'avoir préalablement cartographié un nombre suffisant de points de repère pour minimiser les périodes de non-observabilité.

### 7.2.2 Validation de la robustesse

L'ensemble des résultats de simulation montrent que le système de navigation est robuste aux perturbations gravitationnelles de l'astéroïde. En effet, même si ces perturbations ne sont pas modélisées à bord de l'estimateur, le système parvient à estimer les états du satellite à une précision de quelques mètres en position et de quelques centimètres par seconde en vitesse. De plus, le paramètre gravitationnel  $\hat{\mu}_A$  de l'astéroïde utilisé dans les calculs à bord diffère de 2% de la valeur réelle  $\mu_A$ , ce qui n'empêche pas la navigation de fonctionner adéquatement. Par ailleurs, le système est aussi robuste aux perturbations solaires, mais leur amplitude est

beaucoup plus faible que celles des perturbations gravitationnelles pour les orbites considérées. L'ordre de grandeur est de  $10^{-13}$  m/s<sup>2</sup> pour la pression de radiation solaire et de  $10^{-10}$  m/s<sup>2</sup> pour la marée solaire comparativement à  $10^{-3}$  m/s<sup>2</sup> pour les perturbations gravitationnelles.

Le système de navigation est également robuste face à un bruit de mesure amplifié. Cette affirmation est vérifiée par les résultats du scénario #4 où l'erreur de pointage du lidar était amplifiée d'un facteur quatre et son bruit de mesure d'un facteur cinq. La précision du détecteur d'étoile était également réduite par deux. Tous ces éléments combinés ont doublé l'erreur totale sur la mesure de distance. Malgré cette dégradation des mesures, l'estimateur a tout de même atteint une précision de 7.15 m et de 22.8 cm/s. Fait à souligner, aucune recalibration de la matrice de covariance  $R_L$  du bruit des mesures de distance n'a été nécessaire. La covariance s'est adaptée elle-même au bruit amplifié grâce à la correction adaptative. Sur les Figures B.13 et B.14 partiellement reproduites à la Figure 7.4, on remarque que l'indicateur  $3\sigma$  continue de borner adéquatement les erreurs d'estimation, ce qui signifie que l'estimateur est bien ajusté. Il est donc robuste à l'amplification du bruit de mesure tel que simulé.

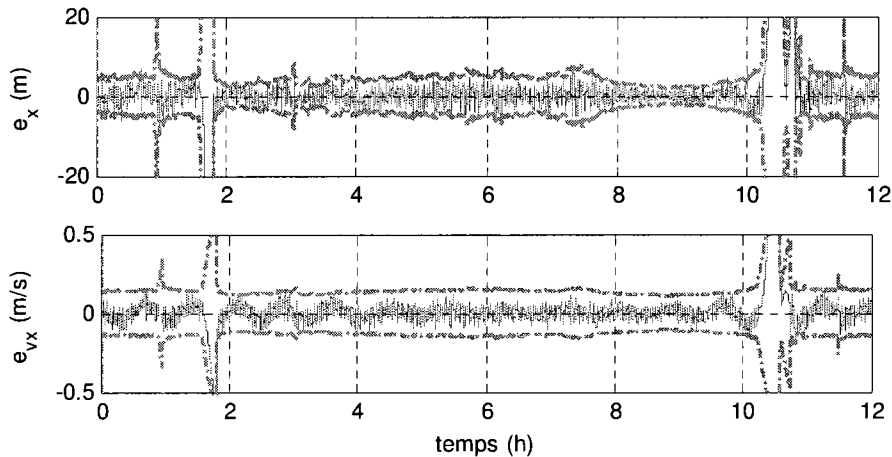


Figure 7.4 Erreur d'estimation en position et en vitesse pour l'axe  $x$  – Scénario 4 (bruit amplifié)

### 7.2.3 Validation de la stabilité

Le Tableau 7.6 compile les temps de stabilisation obtenus pour chaque scénario de test. Pour l'analyse de Monte-Carlo du scénario 5, le pire cas a été considéré.

Avec Eros, les temps sont similaires bien qu'on note une augmentation pour les scénarios 4 et 5 en raison du bruit amplifié et des conditions initiales dégradées. Il s'agit tout de même d'un régime transitoire de moins de cinq minutes. Pour Itokawa, ce temps grimpe à vingt minutes. Cela est principalement lié à la diminution des coefficients de la matrice de covariance  $Q$  des erreurs du modèle dynamique. Lorsque  $Q$  est petit par rapport au bruit de mesure, l'estimateur se fie davantage sur son modèle dynamique et incorpore plus lentement les informations en provenance des capteurs. Le régime transitoire s'en trouve alors prolongé. Un temps de stabilisation de quelques minutes est tout de même valable pour la plupart des orbites, surtout si un estimé initial précis est disponible avec le DSN par exemple. Si nécessaire, il est aussi possible de réduire le temps de stabilisation en augmentant l'amplitude des coefficients de  $Q$ . Toutefois, cela se fait au coût d'un accroissement de l'erreur d'estimation en régime permanent.

Tableau 7.6 Temps de stabilisation des erreurs d'estimation

Scénario	Temps de stabilisation (s)
1	70
2	70
3	1200
4	90
5	300

La stabilité du système de navigation a également été validée grâce à l'analyse Monte-Carlo du scénario no 5. Celle-ci a permis de vérifier la convergence de l'estimateur d'état pour 1000 erreurs initiales d'estimation dont l'amplitude pouvait atteindre jusqu'à 5000 m en position et 2 m/s en vitesse. Cela constitue des erreurs importantes considérant que le DSN peut fournir un estimé initial précis à 25 m en position et 0.03 mm/s en vitesse (Thornton et Border, 2000).

Il est tout de même utile de s'assurer de la convergence de l'estimateur pour de grandes erreurs initiales, notamment en raison de la dérive des estimés durant les périodes de non-observabilité. Lorsque le système redevient observable, l'estimateur doit être en mesure de converger à nouveau malgré les erreurs accumulées.

Pour les essais, le système était observable durant toute la simulation d'une durée de 30 minutes. Mille simulations ont été effectuées pour des conditions initiales  $\hat{X}_0$  générées aléatoirement. La séquence de bruit des capteurs variait également d'une simulation à l'autre. Les Figures B.17 et B.18 présentent les erreurs d'estimation obtenues lors des tests. La totalité des essais ont convergé en cinq minutes ou moins, ce qui confirme la stabilité de l'estimateur. En régime permanent, les erreurs d'estimation sont confinées à moins de 5 m en position et à 15 cm/s en vitesse pour chacun des axes.

Pour y voir de plus près, on s'intéresse aux erreurs d'estimation obtenues à trois instants  $t$  donnés, soit  $t_1 = 575$  s,  $t_2 = 1050$  s et  $t_3 = 1800$  s. Ces instants ont été sélectionnés parce qu'ils se trouvent à la fin d'une période où le nombre de points de repère visibles est stable pendant plusieurs minutes (voir Figure B.16). On recueille ainsi des statistiques sur le régime permanent de l'estimateur pour un, trois et cinq points de repère. La Figure B.19 illustre la distribution statistique des erreurs d'estimation pour ces trois instants  $t$  à l'étude. Le Tableau 7.7 et le Tableau 7.8 présentent également un sommaire de cette même distribution en position et en vitesse. Le module des erreurs d'estimation a été calculé avec l'équation (7.9) à partir des erreurs d'estimation sur chaque état.

$$|e_{pos}| = \sqrt{e_x^2 + e_y^2 + e_z^2} \quad \text{et} \quad |e_{vel}| = \sqrt{e_{vx}^2 + e_{vy}^2 + e_{vz}^2} \quad (7.9)$$

Tableau 7.7 Distribution statistique des erreurs d'estimation en position à trois instants donnés

	<b>1 repère (<math>t_1 = 575</math> s)</b>	<b>3 repères (<math>t_2 = 1050</math> s)</b>	<b>5 repères (<math>t_3 = 1800</math> s)</b>
< 2m	68.0 %	74.5 %	85.9 %
2 à 3 m	24.8 %	22.3 %	12.5 %
≥ 3 m	7.2 %	3.2 %	1.6 %
<i>total</i>	100 %	100 %	100 %

Tableau 7.8 Distribution statistique des erreurs d'estimation en vitesse à trois instants donnés

	<b>1 repère (t = 575 s)</b>	<b>3 repères (t = 1050 s)</b>	<b>5 repères (t = 1800 s)</b>
< 10 cm/s	96.1 %	94.0 %	99.9 %
≥ 10 cm/s	3.9 %	6.0 %	0.1 %
<i>total</i>	<i>100 %</i>	<i>100 %</i>	<i>100 %</i>

En position, la dépendance des erreurs d'estimation sur le nombre de points de repère visibles est marquée. Plus le nombre de repères diminue, plus la distribution statistique est décalée vers de plus grandes erreurs. Ainsi, alors que plus de 98% des erreurs sont inférieures à 3 mètres avec cinq cibles visibles, ce nombre est réduit progressivement à 97% puis à 93% pour trois cibles et une cible. Cette dépendance est toutefois moins évidente en vitesse où la distribution des erreurs obtenue pour trois points de repère est moins avantageuse que celle à un point de repère. La présence de cinq repères améliore toutefois les estimés de vitesse, puisque la presque totalité des essais enregistrent alors une erreur d'estimation inférieure à 10 cm/s. L'ensemble de ces résultats montrent que le système de navigation est stable et qu'il maintient sa convergence si au moins un point de repère est visible. Toutefois, l'erreur d'estimation varie selon le nombre de points de repère disponibles pour la phase de correction de l'estimateur. Le Chapitre 8 présente d'ailleurs une analyse de sensibilité plus complète à ce sujet.

### 7.3 Utilité de l'algorithme de sélection d'un point de repère

L'un des modules du système de navigation qui contribue à minimiser les erreurs d'estimation est l'algorithme optimal de sélection<sup>1</sup> du point de repère pour lequel on effectue une mesure de distance. Pour évaluer l'efficacité de cet algorithme, le scénario nominal a été simulé sans y avoir recours. Plutôt que d'effectuer une sélection en fonction de l'angle d'incidence  $\delta$ , la distance était simplement mesurée vers le point de repère dont le numéro d'identification dans la base de données était le plus petit. Le bruit de mesure résultant est illustré à la Figure B.20. Alors que l'erreur de distance ne dépassait pas les 100 mètres dans le scénario nominal, elle atteint brusquement les 400 mètres à plusieurs reprises lors de cette simulation. Cela démontre l'importance de l'algorithme de sélection qui minimise le bruit causé par l'erreur de pointage.

<sup>1</sup> Pour plus de détails sur cet algorithme, le lecteur doit se référer à la section *Lidar et contrôle* du Chapitre 5.



Néanmoins, même avec un algorithme de sélection adéquat, il est possible d'observer des variations importantes du bruit, surtout si peu de points de repère sont cartographiés. Le système de navigation doit alors se débrouiller avec les rares cibles visibles parfois peu avantageuses au plan du bruit de mesure, d'où l'importance de la correction adaptative.

#### 7.4 Valeur ajoutée de la correction adaptative du lidar

Le principal avantage de la correction adaptative du lidar est la robustesse du système de navigation face aux changements des caractéristiques du bruit de mesure. En effet, malgré les fluctuations importantes des erreurs sur la distance, l'estimateur calcule correctement la matrice de covariance  $P$  des erreurs d'estimation et fournit ainsi un estimé optimal des états. Pour apprécier l'ampleur de cette robustesse, le système de navigation a été soumis aux variations brusques des erreurs des mesures de distance telles qu'obtenues lorsque l'algorithme optimal de sélection du point de repère n'est pas activé (voir section 7.3). Les erreurs d'estimation résultantes sont présentées aux Figures B.21 et B.22. Les résultats pour l'axe  $x$  sont reproduits à la Figure 7.5.

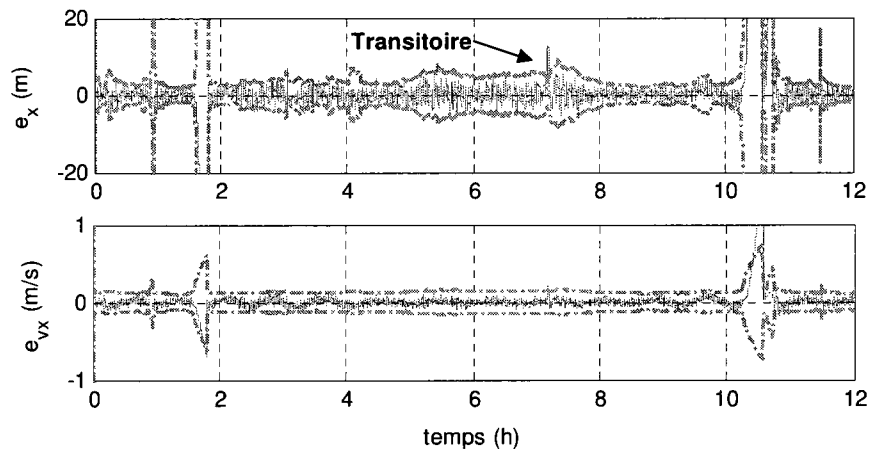


Figure 7.5 Erreur d'estimation en position et en vitesse pour l'axe  $x$  – Scénario nominal sans l'algorithme de sélection des points de repère

En période d'observabilité, les erreurs d'estimation sont limitées à moins de 10 mètres en position et 20 cm/s en vitesse. L'estimateur fonctionne donc adéquatement malgré les conditions peu favorables. Lorsque le bruit de mesure varie brusquement, on observe cependant un léger dépassement de la borne  $3\sigma$  durant quelques secondes. C'est l'effet du régime transitoire de l'adaptation de la matrice de covariance  $R_L$  du bruit de mesure. La durée

de cette transition dépend de la valeur du coefficient adaptatif  $d_k$ . Plus  $d_k$  est petit, plus le régime transitoire est long. Plus  $d_k$  est grand, plus le régime transitoire est court, mais plus l'estimateur est réactif et par conséquent plus il est exposé au bruit de mesure. Le concepteur doit donc trouver un compromis entre ces deux situations.

L'orbite nominale sans algorithme de sélection a été simulée à nouveau, cette fois-ci sans la correction adaptative du lidar ( $d_k = 0$ ). La matrice de covariance  $R_L$  est demeurée constante pour toute la durée de la simulation. Elle a été calibrée pour convenir au niveau de bruit moyen observé lors des essais précédents. Les erreurs d'estimation résultantes sont présentées aux Figures B.23 et B.24 et sont reproduites à la Figure 7.6 pour l'axe  $x$ .

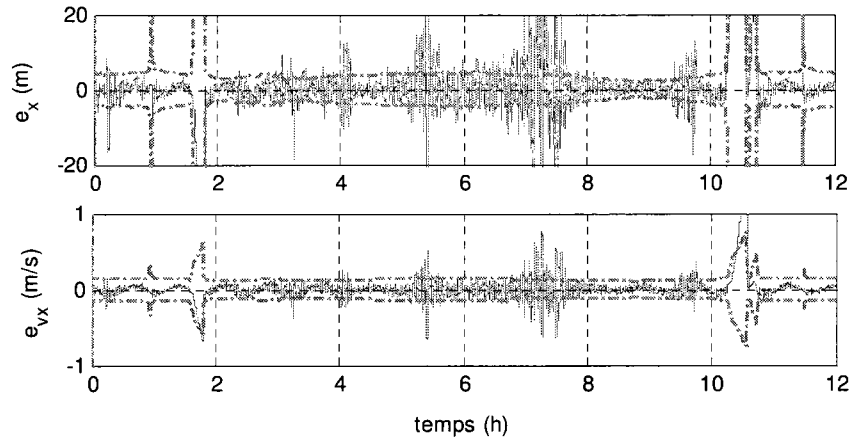


Figure 7.6 Erreur d'estimation en position et en vitesse pour l'axe  $x$  – scénario nominal sans algorithme de sélection ni correction adaptative

Lorsque l'amplitude des erreurs en distance est inférieure ou égale à celle utilisée pour calibrer la matrice  $R_L$ , l'estimateur performe bien et les erreurs d'estimation sont bornées par la valeur  $3\sigma$ . Par contre, lorsque le bruit de mesure devient plus important, l'estimateur n'est pas informé de ces fluctuations et il sous-estime ses erreurs d'estimation. Celles-ci dépassent rapidement les 20 mètres en position et les 50 cm/s en vitesse. À ce compte, mieux vaut ne pas utiliser le lidar et s'en remettre aux données de la caméra pour éviter de dégrader les performances. Cette situation ne peut malheureusement pas être corrigée par une meilleure calibration de  $R_L$ . D'un côté, si la calibration est valide pour le pire cas, les performances ne seront pas optimales pour le bruit nominal. De l'autre, si la calibration s'appuie sur le cas

nominal, les performances seront sévèrement dégradées lorsque le bruit de mesure augmentera. Dans ce contexte, la correction adaptative devient une avenue incontournable et représente l'une des contributions les plus importantes de ce projet de recherche vu son impact sur la navigation autonome utilisant un lidar.

Évidemment, pour une orbite où le bruit de mesure sur la distance est relativement stable, il est possible d'utiliser une matrice  $R_L$  constante. C'est généralement le cas lorsque l'altitude du satellite varie peu et que plusieurs points de repère cartographiés sont visibles à chaque instant près du nadir. On peut penser au scénario 3 avec Itokawa et même au scénario 2 où les fluctuations du bruit sont plutôt limitées. Toutefois, il faut calibrer la matrice  $R_L$  pour chacune de ces orbites. Si le satellite change de trajectoire, la calibration est à reprendre pour maintenir les performances de navigation. Aussi, si la distance est malencontreusement mesurée vers une cible plus bruitée, l'estimateur d'état ne bénéficie d'aucun mécanisme pour atténuer la croissance des erreurs d'estimation. Seule la correction adaptative assure la robustesse du système de navigation dans ce genre de situations. Elle augmente également l'autonomie du satellite, car il n'est jamais nécessaire de recalibrer la matrice  $R_L$  de covariance du bruit à partir de la Terre.

### **7.5 Contribution des mesures du lidar aux performances de navigation**

Pour quantifier la contribution des mesures du lidar, les scénarios de test 1 à 4 ont été simulés à nouveau mais, cette fois, sans tenir compte des mesures de distance. Seules les données de la caméra ont été utilisées dans la phase de correction des estimés. La matrice  $Q$  de l'estimateur a été calibrée pour cette situation particulière afin de s'assurer d'obtenir les performances d'estimation maximales. Les valeurs retenues sont  $\lambda_{\text{Eros}} = 1 \cdot 10^{-4}$  et  $\lambda_{\text{Itokawa}} = 1 \cdot 10^{-9}$ . Les Figures B.25 et B.26 présentent les erreurs d'estimation obtenues pour le scénario 1 et démontrent que l'estimateur est bien calibré. Il en est de même pour le scénario 3 qui figure en B.28 et en B.29.

Pour faciliter la comparaison des résultats, les Figures B.32 à B.35 montrent la superposition des bornes d'erreur  $3\sigma$  pour les simulations avec et sans lidar. Les résultats pour l'axe  $x$  du scénario nominal sont reproduits à la Figure 7.7.

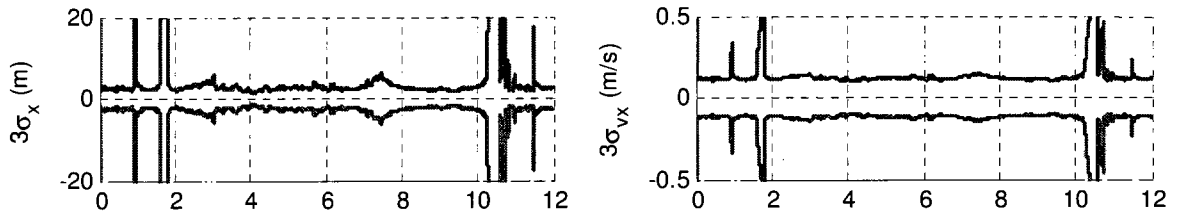


Figure 7.7 Bornes des erreurs d'estimation pour l'axe  $x$  avec et sans le lidar – Scénario nominal

De manière générale, on remarque que l'erreur d'estimation diminue significativement lorsque le système de navigation fait usage des mesures du lidar. Cette diminution est quantifiée au Tableau 7.9 qui compare le module des bornes  $3\sigma$  ainsi que des erreurs RMS obtenues lors des simulations. L'équation utilisée pour la comparaison des bornes  $3\sigma$  est donnée en (7.10). Il est à noter que les périodes d'observabilité considérées diffèrent de celles utilisées à la section 7.2.1, car le système de navigation sans le lidar requiert un plus grand nombre de points de repère visibles.

$$\overline{\Delta 3\sigma} = \frac{\sum_{k=1}^N 3\sigma_{cam}^k - 3\sigma_{lid}^k}{N} \quad (7.10)$$

La contribution du lidar se fait davantage sentir en position qu'en vitesse bien que l'erreur d'estimation diminue dans les deux cas. Sans facteur d'échelle, il est effectivement plus difficile d'estimer une position qu'une vitesse, ce qui explique le gain plus marqué en position. Pour les scénarios 1 et 2, l'erreur RMS est réduite d'environ 55% en position et de près de 30% en vitesse. Cette réduction se manifeste également dans les bornes  $3\sigma$  obtenues. En moyenne, pour les scénarios 1 et 2, l'amplitude de la borne  $3\sigma$  du système caméra-lidar est inférieure de 7 mètres en position et de 12 cm/s en vitesse par rapport aux bornes  $3\sigma$  calculées lorsque la caméra est utilisée seule.

Tableau 7.9 Comparaison des erreurs d'estimation avec et sans le lidar

#	POSITION (m)			VITESSE (cm/s)		
	$e_{RMSr}$ (lidar)	$e_{RMSr}$ (caméra)	$\overline{\Delta 3\sigma_r}$	$e_{RMSv}$ (lidar)	$e_{RMSv}$ (caméra)	$\overline{\Delta 3\sigma_v}$
1*	1.27	3.01	7.36	3.64	5.30	12.44
2**	1.77	3.83	7.68	4.18	5.76	12.53
3***	0.056	0.058	0.070	0.026	0.023	0.012
4*	1.90	3.02	5.04	4.40	5.34	10.00

\* Pour la période de 3h15 à 10h00 où le système est observable en tout temps

\*\* Pour  $t \geq 500$  secondes

\*\*\* Pour la période observable entre 1h et 8h.

Lorsque le bruit de mesure est amplifié au scénario 4, les performances d'estimation sont dégradées, mais le lidar parvient tout de même à diminuer les erreurs RMS de 37% en position et de plus de 17% en vitesse. Ce résultat est non négligeable compte tenu que le bruit amplifié affectait davantage les mesures de distance que celles de la caméra. Cela implique que même les distances très bruitées peuvent fournir de l'information utile à l'estimateur d'état.

Pour le scénario 3 avec Itokawa, la contribution du lidar est plus subtile. Les conditions sont favorables pour la navigation optique, ce qui permet de tirer de bons estimés des données de la caméra malgré l'absence du facteur d'échelle. En effet, le satellite se déplace très lentement et en raison de la proximité de la surface de l'astéroïde, le bruit net résultant sur les images de la caméra est faible. Pour les spécifications décrites au Tableau 7.3, une erreur d'un pixel sur une image prise à 25 kilomètres représente une distance réelle d'environ 13 mètres. À 500 mètres, cette distance n'est que de 0.3 mètre. Cette précision supplémentaire limite les erreurs d'estimation à un niveau difficile à réduire davantage, même en ajoutant un lidar. Pour la période d'observabilité considérée, les mesures de distance diminuent les erreurs RMS de seulement 3%. L'estimation de vitesse est toutefois légèrement dégradée, mais de quelques centièmes de millimètre par seconde seulement.

La simulation avec Itokawa fait néanmoins ressortir deux avantages importants des mesures du lidar. D'une part, les mesures de distances réduisent les périodes de non observabilité

durant lesquelles l'erreur d'estimation croît sans borne. La caméra requiert deux points de repère pour obtenir l'observabilité, mais le lidar n'en nécessite qu'un seul. Pour la caméra, on identifie deux principales périodes non-observables qui totalisent une durée de 3h30. Ces périodes sont d'ailleurs clairement visibles sur le graphique des erreurs d'estimation en position (Figure B.28). Avec le lidar, aucun épisode de non-observabilité ne s'est produit. D'autre part, même si le système est observable, il arrive que les mesures de la caméra souffrent de dilution de précision qui gonfle les erreurs d'estimation. Cet effet est particulièrement évident entre 2h et 3h30 où deux points de repère sont visibles, mais où la dilution de précision dépasse une amplitude de 15. Même si le système est observable, les erreurs d'estimation sont accrues, particulièrement en  $z$ . Cette dégradation des performances n'est pas observée lorsque le lidar est actif, car la mesure de distance protège l'estimateur contre la dilution de précision.

Il est intéressant de mentionner que le calcul de la dilution de précision présenté au Chapitre 6 s'est avéré fort utile dans l'analyse des erreurs d'estimation lorsque la caméra est employée seule. Il permet d'expliquer les dégradations subites des performances de navigation qui semblaient initialement injustifiées. Bien qu'un nombre plus élevé de points de repère visibles diminue la dilution de précision, ce n'est pas le seul facteur déterminant. En effet, pour Itokawa, au temps  $t = 23,55$  heures (81180 secondes), la dilution de précision est de 9.7 alors que cinq points de repère sont présents dans le champ de vision de la caméra. La dilution n'est pourtant que de 4.85 au temps  $t = 15,28$  heures (55008 secondes) avec seulement deux points de repère. C'est la combinaison du nombre de points et de leur configuration qui dicte la capacité de l'estimateur à minimiser les erreurs de navigation. Le calcul de la dilution de précision tient compte de ces deux éléments, ce qui en fait un outil d'analyse de choix lorsque la caméra est utilisée seule. Les valeurs de dilution obtenues pour les scénarios 1 à 3 sont présentées aux Figures B.27, B.30 et B.31. Le graphique de la dilution de précision en fonction du temps pour l'orbite autour d'Itokawa est reproduit à la Figure 7.8 à titre d'exemple. Les tiges rouges d'amplitude 5 indiquent un GDOP invalide lorsque moins de deux points de repère sont visibles.

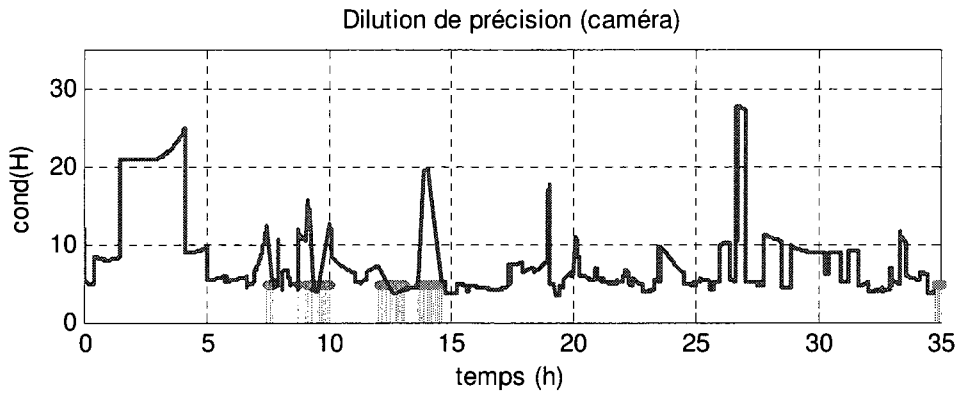


Figure 7.8 Dilution de précision en fonction du temps – Scénario 3 (Itokawa) sans le lidar

## 7.6 Bilan de l'analyse des résultats

Les tests de validation complètent la réalisation du premier objectif de recherche concernant le développement d'un système de navigation autonome. Les résultats obtenus lors des simulations numériques valident le bon fonctionnement du système du point de vue du comportement dynamique, de la stabilité et de la robustesse. En particulier, ils confirment la robustesse de la navigation face aux perturbations gravitationnelles des astéroïdes Eros et Itokawa, ce qui représentait un défi supplémentaire par rapport aux orbites autour d'un corps céleste de forme régulière. De plus, le système de navigation réussit à minimiser ses erreurs d'estimation grâce à un algorithme optimal de sélection d'un point de repère pour la mesure de distance.

La correction adaptative de l'estimateur s'est également avérée efficace pour contrer la principale difficulté liée aux mesures du lidar, soit la fluctuation importante du bruit de mesure. Cette fusion réussie entre la caméra et le lidar possède trois avantages principaux. Premièrement, elle diminue les erreurs d'estimation d'un facteur qui dépend de l'orbite et de l'environnement dynamique. Deuxièmement, elle allonge les périodes d'observabilité en diminuant la contrainte sur le nombre de points de repère nécessaires. Troisièmement, elle insensibilise l'estimateur d'état à la dilution de précision dont souffrent les mesures de la caméra. De manière générale, le lidar améliore donc les performances de navigation et garantit le bon fonctionnement du système pour une gamme plus étendue de situations. Des analyses supplémentaires sur les performances de navigation selon différents paramètres de simulation sont disponibles au Chapitre 8.

## **8. ANALYSE DE SENSIBILITÉ DU SYSTÈME DE NAVIGATION**

L'objectif d'une analyse de sensibilité est d'évaluer l'impact d'un ou de plusieurs paramètres sur les performances d'un système pour ainsi mettre l'accent sur les éléments critiques du système lors de sa conception et de sa réalisation. Pour le système de navigation développé, six paramètres ont fait l'objet d'une analyse de sensibilité en raison de leur influence marquée sur les erreurs d'estimation. Trois paramètres d'importance avaient déjà été identifiés dans (Trawny et al., 2007), soit le nombre de points de repère cartographiés, la précision de l'algorithme de vision et la fréquence de recalage des mesures. À ceux-ci, la candidate a ajouté la distance du satellite à la surface de l'astéroïde, la précision du modèle embarqué de la gravité et les erreurs de cartographie.

Le présent chapitre est dédié à la présentation des résultats obtenus lors des analyses de sensibilité réalisées par simulations numériques. Une section préliminaire expose le plan de test et la méthodologie générale utilisée lors des essais. Une section est ensuite dédiée à chacun des paramètres étudiés. Le chapitre se termine finalement par un bilan des principales conclusions obtenues lors des analyses.

### **8.1 Plan de test des analyses de sensibilité**

Le scénario de test utilisé pour les analyses de sensibilité est celui de l'orbite nominale présentée au chapitre 7. Il s'agit d'une orbite rétrograde d'une inclinaison de  $150^\circ$  et d'un rayon de 25 km autour d'Eros. Les paramètres de simulation ont été modifiés selon les besoins des analyses (voir Tableau 8.1). La durée des tests a également été limitée à quelques minutes afin de minimiser les changements dans les conditions de simulation, notamment au niveau de l'observabilité. Pour certaines analyses, le nombre de points de repère visibles devait également être maintenu constant pour toute la durée des essais. Avec de courtes simulations, les mêmes points de repère pouvaient être visibles durant toute la période considérée puisque le déplacement du champ de vision de la caméra à la surface de l'astéroïde était limité.

Le Tableau 8.1 présente un sommaire des paramètres de simulation utilisés pour chacune des analyses de sensibilité. Seuls les paramètres modifiés par rapport aux valeurs nominales de la



section 7.1 sont mentionnés. Les autres demeurent inchangés. En général, un seul paramètre varie lors des simulations effectuées pour une même analyse. Cela permet d'en isoler la contribution aux performances de navigation. Toutefois, certains paramètres ont une influence croisée et il arrive qu'une analyse soit répétée pour différents contextes. Par exemple, l'influence de la précision de l'algorithme de vision sur l'erreur d'estimation a été analysée pour une orbite de 25 km et pour une autre de 35 km de rayon.

Tableau 8.1 Sommaire des analyses de sensibilité

	Analyse	Durée de la simulation	Points de repère	Paramètres étudiés	Indicateur
A	Nombre de points de repère*	6 min	variable	Nombre de points de repère $1 \leq N \leq 100$	$ 3\sigma $
B	Précision de l'algorithme de vision*	6 min	$N = 5$	Résolution de l'algorithme de vision: $0.1 \text{ pixel} \leq \sigma_c \leq 3 \text{ pixels}$ pour $r_0 = 25 \text{ km}$ et $r_0 = 35 \text{ km}$	$ 3\sigma $
C	Distance à la surface	4 min	$N_1 = 234$ $N_2 = 1590$	Rayon initial de l'orbite $18 \text{ km} \leq r_0 \leq 60 \text{ km}$	$ 3\sigma $
D	Fréquence de recalage des mesures	30 min	$N = 49$	Période d'échantillonnage $0.5 \text{ s} \leq T_s \leq 20 \text{ s}$	$ 3\sigma $
E	Qualité du modèle embarqué de la gravité	30 min	$N = 49$	Gain de la matrice de covariance $Q$ : $10^{-12} \leq \lambda \leq 10^{-2}$ Pour $C_{lm}$ nominal et $C_{ln} = 0$	$ e_{RMS} $
F	Erreurs de cartographie*	6 min	$N_1 = 3$ $N_2 = 10$ $N_3 = 30$	Erreur de cartographie $0 \text{ m} \leq \sigma_{map} \leq 20 \text{ m}$ (Analyse Monte-Carlo)	$ e_{RMS} $

\* Nombre de points de repère visibles maintenu constant durant chaque essai

Pour comparer les performances obtenues lors des différentes simulations, on s'intéresse aux erreurs d'estimation ainsi qu'à leur borne d'incertitude  $3\sigma$ . Pour les analyses A à D, on utilise la valeur  $3\sigma$  comme indicateur de performance, car elle borne adéquatement les erreurs d'estimation. L'erreur sur les estimés est évaluée au temps  $t = t_f$  en combinant les bornes  $3\sigma$  obtenues pour chacun des axes selon les équations (7.2) et (7.3).

Pour les analyses E et F, les bornes  $3\sigma$  ne sont pas représentatives des erreurs d'estimation. Pour l'analyse E, on varie la valeur des coefficients de la matrice de covariance  $Q$  des erreurs

du modèle de la dynamique, un paramètre directement lié à la qualité du modèle embarqué de la gravité. Cela peut modifier l'équilibre du filtre qui risque alors de surestimer ou encore de sous estimer les erreurs d'estimation réelles. Dans l'analyse F, les erreurs de cartographie introduites dans les simulations entraînent un biais dans les états estimés car elles sont de nature constante. Les filtres de Kalman ne sont pas à même de compenser ce type d'erreur et par conséquent, la borne  $3\sigma$  sous-estime nécessairement les erreurs d'estimation du filtre. Dans ce contexte, il est plus sage d'utiliser l'erreur RMS des estimés comme indicateur de performance (voir équation 7.4). Les statistiques sont compilées à partir du temps  $t = 500$  secondes pour l'analyse E et  $t = 180$  secondes pour l'analyse F. Pour obtenir un seul indicateur en position et un en vitesse, on calcule le module de l'erreur RMS en combinant les mesures pour chacun des axes tel qu'indiqué aux équations (7.5) et (7.6).

## **8.2 Analyse de l'influence du nombre de points de repère**

### **8.2.1 Mise en contexte**

L'influence du nombre de points de repère visibles dans le champ de vision de la caméra s'est déjà manifestée lors de l'analyse Monte-Carlo présentée au chapitre 7. On avait alors constaté une diminution progressive de l'erreur d'estimation pour un, trois et cinq points de repère visibles (voir section 7.2.3). Évidemment, la disponibilité d'un plus grand nombre de mesures procure davantage d'information à l'estimateur d'état, ce qui lui permet de converger vers des estimés moins incertains. On peut toutefois se questionner à savoir s'il est utile d'augmenter toujours plus le nombre de points de repère disponibles à la navigation. Une grande quantité de repères cartographiés représente une charge de calcul supplémentaire pour l'algorithme de vision. Cela augmente également la durée et la complexité de la cartographie préalable nécessaire à la mission d'exploration.

Une amorce de réponse se trouve dans l'article de (Li et al., 2007) qui présente une relation entre la borne d'erreur  $3\sigma$  en position et le nombre de points de repère visibles lors d'un atterrissage sur la Lune. Le système de navigation testé comprend une caméra et une unité de mesure inertielle. Peu de détails sont spécifiés concernant la méthodologie utilisée, mais les auteurs concluent que pour plus de trois points de repère, la diminution de l'erreur d'estimation n'est pas significative. L'article de (Trawny et al., 2007) s'est également

intéressé à l'influence du nombre de points de repère. Par contre, puisque le nombre de repères visibles dans le champ de vision de la caméra diminue progressivement au cours de l'atterrissage, les auteurs préfèrent parler en terme densité de points de repère cartographiés. Pour différentes densités considérées, ils présentent la borne  $3\sigma$  des erreurs d'estimation en position au temps  $t = t_f$  de l'atterrissage. L'erreur finale passe de plus de 16 km pour une densité de 0.1 repère/km<sup>2</sup> à 1.13 km pour 0.5 repère/km<sup>2</sup>. Pour des densités supérieures à 0.5 repère/km<sup>2</sup>, l'erreur d'estimation continue de décroître, mais à un rythme plus modéré.

Dans cette perspective, il a semblé pertinent de reprendre l'analyse de la relation entre le nombre de points de repère visibles et les erreurs d'estimation en l'appliquant cette fois-ci à un scénario d'orbite. Avec le système de navigation conçu, il était également possible d'évaluer l'influence de l'ajout du traitement des données du lidar sur cette relation.

### 8.2.2 Méthodologie

Pour cette analyse, tous les paramètres nominaux de simulation ont été utilisés à l'exception du nombre de points de repère  $N$  qui variait d'une simulation à l'autre. Les repères cartographiés étaient confinés au champ de vision de la caméra afin qu'ils soient visibles pour toute la durée des tests. D'une simulation à l'autre, un ou plusieurs points de repère étaient ajoutés aux repères déjà présents afin d'assurer une continuité dans la qualité de l'observabilité du système. Au cours des essais, la dilution de précision maximale tolérée était de 8 afin de ne pas avantager la navigation optique avec lidar par rapport à la navigation optique sans lidar.

### 8.2.3 Résultats et analyse

La relation obtenue entre la borne  $3\sigma$  des erreurs d'estimation et le nombre de points de repère visibles est présentée à la Figure C.1 de l'Annexe C. Les données sont disponibles en position et en vitesse, avec et sans le lidar. À titre indicatif, les résultats en position sont reproduits à la Figure 8.1. Pour la caméra seule, un minimum de deux points de repère était requis pour assurer l'observabilité du système, c'est pourquoi l'erreur d'estimation n'est pas disponible pour  $N = 1$ .

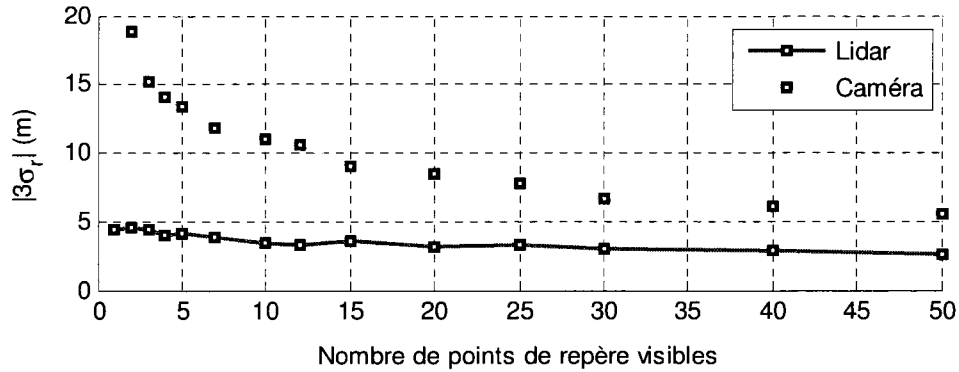


Figure 8.1 Relation entre la borne  $3\sigma$  des erreurs d'estimation en position et le nombre de points de repère visibles dans le champ de vision de la caméra.

Un certain nombre de caractéristiques des courbes obtenues sont dignes de mention. Tout d'abord, on constate que l'utilisation du lidar entraîne une diminution générale de l'erreur d'estimation. Même si 50 points de repère sont visibles à la caméra et que leur dilution de précision est faible, une seule mesure de lidar parvient à diminuer l'erreur de navigation de près de 50% en position et de 45 % en vitesse. Cela constitue une preuve additionnelle de la contribution significative du lidar dans la réduction des erreurs d'estimation. Les résultats démontrent également que l'ajout de points de repère est plus profitable à la caméra employée seule qu'à la combinaison caméra-lidar. En effet, lorsqu'on passe de deux à vingt points de repère visibles, l'erreur d'estimation diminue de 55% pour la caméra et de seulement 30% pour le lidar avec la caméra. On explique cette situation par la qualité de l'information fournie par le lidar. Dès qu'une mesure de distance est disponible, l'erreur d'estimation diminue de manière significative, ce qui réduit la nécessité de recourir à des mesures supplémentaires. La navigation optique seule ne bénéficie pas de cette information supplémentaire. Elle repose alors davantage sur la quantité de mesures disponibles.

Dans le contexte de la planification d'une mission d'exploration spatiale, ces constats peuvent aider à définir les besoins en cartographie selon la précision de navigation requise. Par exemple, pour améliorer la précision d'un système de navigation optique sans lidar, il est particulièrement utile d'augmenter le nombre de points de repère cartographiés contenus dans la base de données. Il faut toutefois considérer la charge de calcul supplémentaire liée à

cette expansion de la base de données, car elle se répercute sur le traitement requis par l'algorithme de traitement d'image ainsi que par l'estimateur d'état.

### **8.3 Précision de l'algorithme de vision**

#### **8.3.1 Mise en contexte**

La précision de l'algorithme de vision est la résolution avec laquelle les points de repère peuvent être localisés dans les images de la caméra. Elle représente l'écart type de la distribution statistique des erreurs des mesures sur  $(u, v)^m$  et on l'exprime généralement en pixels. Un algorithme de vision standard peut facilement atteindre une précision d'un pixel. Évidemment, plus l'algorithme de vision est précis, plus le système de navigation sera à même de minimiser les erreurs d'estimation. Toutefois, le traitement d'image représente une charge de calcul très importante pour les ordinateurs de bord et il est parfois nécessaire d'utiliser des techniques moins précises afin de respecter les limites de puissance des processeurs disponibles. Par exemple, les images du système DIMES avaient une taille de 256x1024 pixels, mais elles étaient réduites à 256x256 pixels par un processus de sous-échantillonnage avant d'être traitées par l'algorithme de vision (Cheng et al., 2005). Il y a donc un compromis à faire entre la charge de calcul et les performances de navigation.

Dans la littérature, les auteurs de (Trawny et al., 2007) se sont déjà intéressés à l'impact de la précision de l'algorithme de vision sur les erreurs d'estimation. Ils y simulent l'atterrissage d'une sonde munie d'un système de navigation optique combiné à une unité de mesure inertielle. Ils mesurent la borne  $3\sigma$  des erreurs d'estimation au contact du sol. Celle-ci augmente d'une quarantaine de mètres lorsque la précision de l'algorithme de vision passe de 1 à 3 pixels. Cette amplitude est jugée suffisamment restreinte pour conclure que des algorithmes de vision moins précis constituent une alternative valable pour réduire la charge de calcul tout en maintenant des performances de navigation suffisantes pour assurer la sécurité de la sonde (Trawny et al., 2007). Cette analyse suppose toutefois un champ gravitationnel modélisé avec précision à bord du satellite, une hypothèse qui ne peut être appliquée au contexte d'une orbite autour d'un astéroïde.

### 8.3.2 Méthodologie

Pour les essais, exactement cinq points de repère étaient visibles à la caméra durant toute la simulation. La dilution de précision des cinq repères cartographiés était d'environ 6.3 pour l'orbite à 25 km et de 6.5 à 35 km. La qualité de l'observabilité était donc comparable dans les deux cas. Pour une orbite donnée, la précision  $\sigma_c$  de l'algorithme de vision variait entre chaque simulation de même que la matrice de covariance  $R_c$  en raison de l'explication donnée au paragraphe qui suit.

De par sa définition, la précision de l'algorithme de vision affecte directement le bruit résultant sur les coordonnées  $(u, v)^m$  extraites des images de la caméra. La matrice de covariance  $R_c$  du bruit des mesures doit donc être ajustée en conséquence. Son expression générale est donnée en (8.1) où  $\sigma_c$  est la résolution de l'algorithme de vision exprimée en mètres. Pour les simulations, un pixel équivaut à une largeur de 10  $\mu\text{m}$ . En considérant la longueur focale utilisée pour la caméra ( $f = 1.91 \text{ cm}$ ), cela correspond à une erreur approximative de 11 secondes d'arc sur la ligne de visée.

$$R_c = \sigma_c^2 I_{2 \times 2} \text{ m}^2 \quad (8.1)$$

De manière indirecte, la précision de l'algorithme de vision affecte également les mesures du lidar, car le pointage de l'instrument est commandé à partir des données de la caméra. Ainsi, un algorithme moins précis entraînera de plus grandes erreurs de pointage, ce qui augmentera la covariance du bruit des mesures de distance. Toutefois, la matrice de covariance  $R_L$  du bruit de mesure du lidar n'a pas à être modifiée puisque la correction adaptative s'occupe elle-même des ajustements.

### 8.3.3 Résultats et analyse

Pour cette analyse, on s'intéresse au graphique de la borne  $3\sigma$  des erreurs d'estimation en fonction de la précision de l'algorithme de vision. Le résultat obtenu est présenté à la Figure C.2 de l'Annexe C et les courbes en position sont reproduites à la Figure 8.2. La comparaison des données pour  $\sigma_c = 1$  pixel et pour  $\sigma_c = 3$  pixels est aussi disponible au Tableau 8.2.

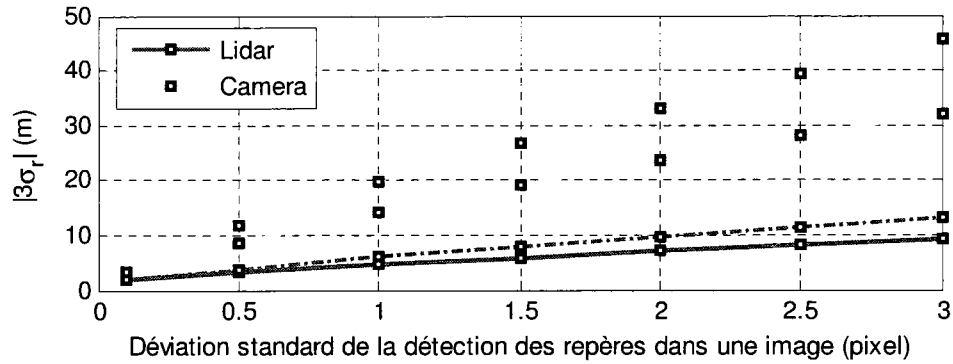


Figure 8.2 Relation entre la borne  $3\sigma$  des erreurs d'estimation en position et la précision de l'algorithme de vision utilisé

Tableau 8.2 Facteur d'augmentation de l'erreur d'estimation pour une précision passant de 1 à 3 pixels

	$r_0$	Caméra seule	Caméra et lidar
POSITION	25 km	2.3x	2.0x
	35 km	2.3x	2.2x
VITESSE	25 km	1.3x	1.2x
	35 km	1.3x	1.3x

Selon le Tableau 8.2, malgré une détérioration d'un facteur trois de la précision de l'algorithme de vision, l'amplification des erreurs d'estimation se limite à un facteur 2.3 en position et de 1.3 en vitesse. De plus, bien que l'amplitude des erreurs d'estimation soit plus élevée pour le rayon de 35 km, le facteur d'amplification demeure très similaire pour les deux orbites. Par ailleurs, la dégradation des performances semble plutôt linéaire pour cette portion de la courbe. Toutefois, lorsqu'un algorithme précis au dixième de pixel est disponible, on remarque une diminution substantielle des erreurs d'estimation. En position, l'avantage procuré par la mesure du lidar devient même négligeable en raison de la très grande précision des mesures fournies par l'algorithme de vision.

Les résultats obtenus dans cette analyse ne peuvent être comparés directement à ceux de (Trawny et al., 2007) en raison des différences marquées entre les scénarios de test. On constate néanmoins que l'ordre de grandeur de la dégradation de la borne  $3\sigma$  est similaire dans les deux cas, soit environ 40 mètres (navigation optique seulement). Selon les besoins de la mission, il revient au concepteur le soin d'évaluer si cette précision est suffisante ou si un algorithme de vision plus performant doit être implémenté. L'ajout du traitement d'une mesure de distance peut aussi représenter une avenue intéressante puisque cela diminue de près de moitié l'erreur d'estimation par rapport à la navigation optique conventionnelle.

## **8.4 Analyse de l'influence de la distance à la surface**

### **8.4.1 Mise en contexte**

Pour un nombre donné de points de repère cartographiés, il y a une influence croisée entre le nombre de repères visibles et la précision de l'algorithme de vision. En effet, plus le satellite est loin de la surface de l'astéroïde, plus le champ de vision de la caméra couvre une superficie importante et plus nombreux sont les points de repère visibles. Toutefois, une erreur d'un pixel sur les coordonnées  $(u, v)^m$  représente une plus grande distance physique. Pour le modèle de caméra simulé, une imprécision d'un pixel provoque une erreur de 27 mètres à 50 km de distance par rapport à 5 mètres pour 10 km. À l'opposé, un satellite à basse altitude pourra localiser très précisément les points de repère, mais ceux-ci seront disponibles en moins grande quantité sur chaque image. Il est aussi probable que l'effet de l'erreur de pointage sur les mesures du lidar s'atténue lorsque de plus petites distances sont mesurées. Tous ces facteurs affectent les performances de navigation et pour mieux comprendre leurs interactions, on procède à l'étude des erreurs d'estimation en fonction de la distance entre le satellite et la surface de l'astéroïde.

### **8.4.2 Méthodologie**

Pour cette analyse, deux densités de points de repère cartographiés sont considérées, soit 0.2 repère/km<sup>2</sup> ( $N = 243$ ) et 1.3 repère/km<sup>2</sup> ( $N = 1590$ ). Ces points de repère sont dispersés uniformément sur l'ensemble de la surface de l'astéroïde d'une superficie d'un peu plus de 1200 km<sup>2</sup> selon les dimensions d'Eros (voir équations 2.2 et 2.3). La cartographie de 1590 points de repère peut paraître ambitieuse, mais c'est le nombre de repères ayant été



cartographiés à la surface d'Eros lors de la mission *NEAR-Shoemaker* (Williams et al., 2002). Pour chacune de ces densités, on s'intéresse à la borne  $3\sigma$  des erreurs d'estimation en fonction de la distance du satellite. Celle-ci est mesurée dans la direction de pointage avec un algorithme similaire à celui des équations (5.9) à (5.11). Comme les simulations sont de courte durée, la distance varie peu malgré le mouvement du satellite et la rotation de l'astéroïde. On calcule tout de même la distance moyenne entre le satellite et la surface pour chaque simulation. C'est cette distance qui sert de référence.

Des simulations ont été effectuées pour différents rayons d'orbite avec des vitesses initiales correspondant à une orbite circulaire. Cela suppose que les mêmes points de repère peuvent être reconnus par l'algorithme de vision à toutes les altitudes considérées. En pratique, cela est peu probable puisque l'apparence des traits caractéristiques d'une surface varie considérablement selon la distance à laquelle on l'observe. Néanmoins, pour les besoins de l'analyse, il était important de conserver les mêmes points de repère pour tous les essais afin de ne pas affecter artificiellement la qualité de l'observabilité entre les simulations.

#### 8.4.3 Résultats et analyse

La Figure C.3 présente les graphiques de la borne  $3\sigma$  des erreurs d'estimation en fonction de la distance entre le satellite et la surface de l'astéroïde. À titre indicatif, les courbes en position sont reproduites à la Figure 8.3. On s'intéresse également au nombre de points de repère visibles au temps  $t = t_f$  tel qu'illustré à la Figure C.4.

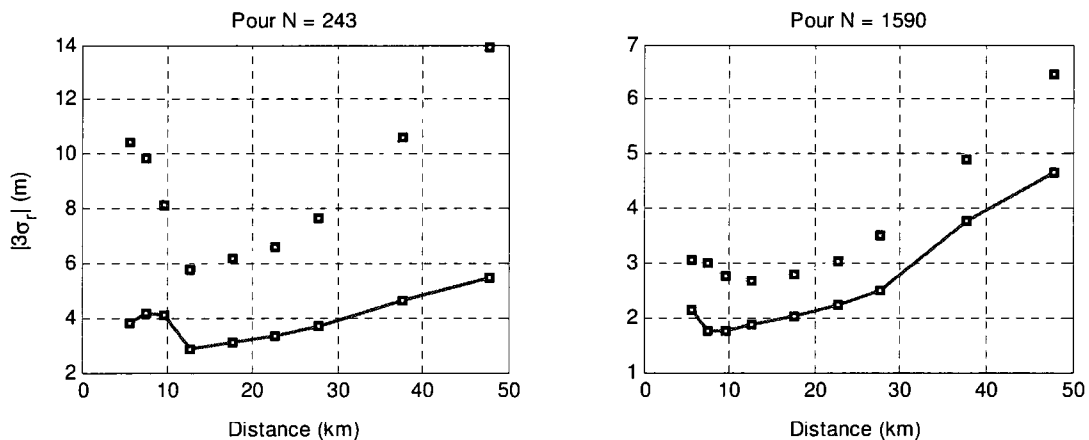


Figure 8.3 Relation entre la borne  $3\sigma$  des erreurs d'estimation en position et la distance à la surface de l'astéroïde pour 243 et 1590 points de repère cartographiés

Les courbes d'erreur obtenues forment des "U" plus ou moins prononcés. À basse altitude, la précision accrue des mesures ne permet pas de compenser la rareté des points de repère visibles, surtout si seulement 0.2 repère/km<sup>2</sup> sont cartographiés. Pour cette raison, l'erreur d'estimation augmente lorsque la distance décroît. On remarque toutefois une anomalie entre  $d = 7.6$  km et  $d = 5.5$  km pour  $N = 243$ , puisque l'erreur diminue. L'explication se trouve sur le graphique du nombre de points de repère visibles en fonction de la distance : il est demeuré inchangé. En réduisant la distance sans diminuer le nombre de points de repère visibles, on améliore la précision des mesures sans perdre d'information. C'est pourquoi il est normal de constater une diminution de l'erreur d'estimation. Par contre, pour la caméra employée seule, l'erreur d'estimation en position continue d'augmenter car la dilution de précision des mesures est passée de 6.1 à 7.9 entre les deux simulations.

Avec l'augmentation de la distance entre le satellite et l'astéroïde, la surface visible croît selon carré de la distance, ce qui entraîne la croissance rapide du nombre de points de repère visibles. Même si le bruit de mesure de 1 pixel augmente en termes de dimensions réelles à la surface, l'erreur d'estimation diminue grâce à la disponibilité des nouveaux repères visibles. Après avoir atteint une erreur minimale à 12 km de distance, l'erreur d'estimation croît à nouveau. Ce minimum est de 8 km avec le lidar et de 12 km sans le lidar pour  $N = 1590$ . À partir de ces distances, l'augmentation du nombre de points de repère visibles ne parvient plus à compenser la détérioration de la précision des mesures. En conséquence, les erreurs de navigation augmentent. À partir de 28 km, cette augmentation s'accélère, car le champ de vision de la caméra commence à déborder de la surface de l'astéroïde et finit par englober tout Eros. La distance supplémentaire ne donne alors plus accès à de nouveaux points de repère visibles. C'est pourquoi la pente de la courbe des erreurs d'estimation devient plus abrupte.

Ces résultats indiquent que, dans la pratique, la précision de la navigation dépendra de l'orbite choisie, notamment de son altitude. Plus le satellite est loin, plus le bruit de mesure affectera les estimés. Pour les orbites à basse altitude, la précision des mesures sera améliorée, mais un nombre insuffisant de points de repère cartographiés limitera les performances de navigation. Basé sur ces considérations, il est possible d'identifier une altitude quasi-optimale pour la navigation autonome, ce qui constitue un élément nouveau par rapport aux analyses présentées

dans la littérature. Pour les scénarios considérés, les performances du système de navigation avec lidar sont optimisées à 12 km de distance pour la densité de 0.2 repère/km<sup>2</sup> et à 8 km pour 1.3 repère/km<sup>2</sup>. On remarque également que, dans toutes les simulations effectuées, la cartographie d'un plus grand nombre de points de repère permet d'améliorer la précision des estimés. Les erreurs obtenues pour  $N = 1590$  sont beaucoup plus faibles que celles pour  $N = 243$ ; une réduction de plus de 50% dans certains cas. Cela se fait toutefois au prix d'une charge de calcul plus importante.

## 8.5 Analyse de l'influence de la fréquence de recalage des mesures

### 8.5.1 Mise en contexte

La fréquence de recalage  $f_r$  est la fréquence à laquelle les mesures parviennent à l'estimateur d'état qui procède alors à la correction des estimés. Comme les mesures sont généralement espacées dans le temps, il est souvent plus intuitif de parler en terme période de recalage qui correspond à l'inverse de la fréquence de recalage ( $T_r = 1/f_r$ ). C'est un synonyme du "*camera inter-frame time*" introduit par (Trawny et al., 2007).

Plus la période de recalage est longue, plus la charge de calcul de l'estimateur diminue. Cela est particulièrement vrai dans le cas de la navigation optique où le traitement d'image demande beaucoup de ressources au processeur. Réduire la fréquence des images permet donc de diminuer significativement la puissance de calcul requise. Avec une correction moins fréquente des estimés, on peut toutefois s'attendre à une augmentation des erreurs d'estimation. C'est d'ailleurs ce qui a été observé dans l'analyse de sensibilité de (Trawny et al., 2007) pour un système de navigation optique combiné à une unité de mesure inertielle. Pour un temps  $T_r$  qui passe de 1 à 20 secondes, la borne  $3\sigma$  des erreurs d'estimation à l'atterrissage est passée de 200 à 300 mètres, ce qui est tout de même raisonnable considérant l'augmentation d'un facteur 20 de la période de recalage. Pour vérifier si ces conclusions s'appliquent également à un scénario d'orbite, on reprend l'analyse pour le système de navigation développé dans le cadre du projet.

### 8.5.2 Méthodologie

L'analyse de l'influence de la fréquence de recalage des mesures est entièrement calquée sur le scénario nominal de test décrit au chapitre 7. Seule la période de recalage  $T_r$  a été modifiée entre les simulations pour couvrir la plage entre 0.5 et 20 secondes. On s'est intéressé à la borne  $3\sigma$  des erreurs d'estimation en fonction des différentes périodes de recalage considérées.

### 8.5.3 Résultats et analyse

Le résultat de l'analyse est présenté à la Figure C.5 de l'Annexe C. Les courbes en position sont également présentées à la Figure 8.4. De plus, une compilation du facteur d'augmentation des erreurs entre  $T_r = 1s$  et  $T_r = 20s$  est disponible au Tableau 8.3.

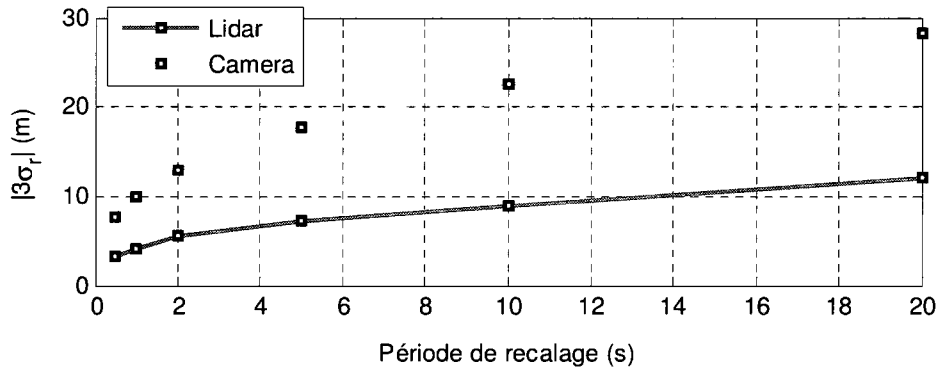


Figure 8.4 Relation entre la borne  $3\sigma$  des erreurs d'estimation en position et la période de recalage des mesures

Tableau 8.3 Facteur d'augmentation de l'erreur d'estimation pour une augmentation de la période de recalage de 1 à 20 secondes

	Caméra seule	Caméra et lidar
POSITION	2.8x	2.9x
VITESSE	1.4x	1.4x

Ces résultats démontrent que l'effet de la période de recalage des mesures sur les erreurs d'estimation est très similaire peu importe si le lidar est activé ou non. En effet, les facteurs d'augmentation du Tableau 8.3 sont très semblables dans les deux cas. Pour le scénario à

l'étude, l'erreur d'estimation a presque triplé en position et elle a augmenté de 40% en vitesse. Tout comme (Trawny et al., 2007), on en conclut que l'augmentation de la période de recalage entraîne une dégradation modérée des performances de navigation. C'est donc une alternative viable pour réduire la charge de calcul et rendre possible son implémentation sur un processeur qualifié pour l'espace. Le traitement d'une mesure de distance par cycle d'estimation peut également s'avérer une avenue intéressante. Pour le scénario testé, il a permis de réduire l'erreur de navigation de plus de 50% en position et de 35% en vitesse. De ce fait, les mesures de distance pourraient compenser au moins partiellement l'augmentation de l'erreur liée à une plus faible fréquence de recalage.

## **8.6 Analyse de l'influence de la qualité du modèle embarqué de la gravité**

### **8.6.1 Mise en contexte**

Pour un satellite en orbite autour d'un astéroïde, l'amplitude et l'orientation des perturbations gravitationnelles figurent parmi les quantités physiques les plus mal connues de l'environnement dynamique. Les formes irrégulières et élongées que présentent la plupart des astéroïdes créent un champ gravitationnel complexe difficile à évaluer *a priori*. Lors d'une mission, à l'approche de l'astéroïde, une phase de caractérisation préliminaire permet d'estimer les coefficients  $C_m$  de l'expansion des harmoniques sphériques de son potentiel gravitationnel. Les coefficients demeurent tout de même incertains et la troncation des termes d'ordres supérieurs limite la précision du modèle obtenu (Scheeres, 2004).

Pour fonctionner, le système de navigation a besoin d'un modèle théorique des accélérations gravitationnelles auxquelles est soumis le satellite. Ce modèle peut être plus ou moins élaboré selon la puissance de calcul disponible et la qualité des données recueillies lors de la phase de caractérisation. Dans les tests effectués jusqu'à présent, le modèle embarqué utilisé est minimal. Il s'agit d'un champ gravitationnel sphérique idéal sans aucune perturbation (voir section 6.2). Que se passe-t-il lorsqu'on améliore la précision de ce modèle? La présente analyse vise à identifier les enjeux liés à la qualité du modèle embarqué de la gravité. C'est une question d'importance, car contrairement aux accélérations d'autres natures, les accélérations gravitationnelles ne peuvent être mesurées: elles ne sont pas détectées par les

accéléromètres. Un modèle théorique déficient ne peut donc pas être compensé par un instrument de mesure.

### 8.6.2 Méthodologie

Sur le plan pratique, la précision du modèle embarqué de gravité affecte l'ajustement de la matrice  $Q$  qui correspond à la covariance des erreurs du modèle. Moins le modèle est précis, plus les coefficients de  $Q$  doivent être grands et plus l'estimateur se fie aux mesures pour estimer les états. Inversement, un modèle très précis guidera le concepteur vers de plus petits coefficients. Les estimés générés dépendront alors davantage de la phase de propagation que de la phase de correction. La sélection des coefficients de la matrice  $Q$  représente l'un des principaux défis de la conception des estimateurs d'état. Le choix affecte directement les performances d'estimation, en particulier l'amplitude des erreurs en régime permanent ainsi que le temps de stabilisation du régime transitoire.

Pour l'analyse, les matrices  $Q$  considérées sont de la forme décrite par l'équation (8.2) où  $T_s$  est la période d'échantillonnage. Cette forme analytique provient de (Bayard et Brugarolas, 2005) où elle a été développée en supposant que les erreurs de modélisation pouvaient être assimilées à un bruit blanc gaussien. Son principal avantage est de réduire l'ajustement des paramètres à un seul paramètre de conception appelé  $\lambda$ . Des essais en simulations ont également démontré que cette forme permettait de minimiser les erreurs d'estimation par rapport aux autres matrices testées.

$$\lambda \begin{bmatrix} \frac{1}{3} T_s^3 \underline{I}_{3 \times 3} & \frac{1}{2} T_s^2 \underline{I}_{3 \times 3} \\ \frac{1}{2} T_s^2 \underline{I}_{3 \times 3} & T_s \underline{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (8.2)$$

Pour les simulations, le modèle de gravité à bord du satellite est demeuré inchangé. C'est le champ gravitationnel du simulateur qui a été modifié afin de simuler la précision variable du modèle embarqué. Cette stratégie a permis de faire usage des outils logiciels déjà développés sans avoir à en élaborer de nouveaux. Pour simuler un modèle de gravité très précis, tous les coefficients  $C_{lm}$  de l'astéroïde ont été mis à zéro. Cela correspond à un champ gravitationnel sphérique idéal identique à celui du modèle embarqué. Pour simuler un modèle moins précis, les coefficients  $C_{lm}$  usuels d'ordre 4 ont été utilisés (voir Tableau 7.2), ce qui donne lieu à des

différences importantes entre les accélérations estimées et les accélérations réelles (voir Figure B.1b).

Remarque: Le choix des coefficients de la matrice  $Q$  affecte directement l'équilibre de l'estimateur d'état. La borne  $3\sigma$  calculée à partir de la matrice  $P$  n'est donc pas nécessairement représentative des erreurs d'estimation. Pour cette raison, on utilise l'erreur RMS pour évaluer l'amplitude des erreurs d'estimation pour cette analyse.

### 8.6.3 Résultats et analyse

La relation entre les erreurs de navigation et le paramètre  $\lambda$  de la matrice  $Q$  est illustrée à la Figure C.6. Les courbes en position sont reproduites à la Figure 8.5 à titre d'exemple. Les résultats obtenus pour un modèle de gravité simplifié par rapport à la réalité sont marqués d'un trait plein et ceux pour un modèle quasi-identique à la réalité, d'un trait pointillé.

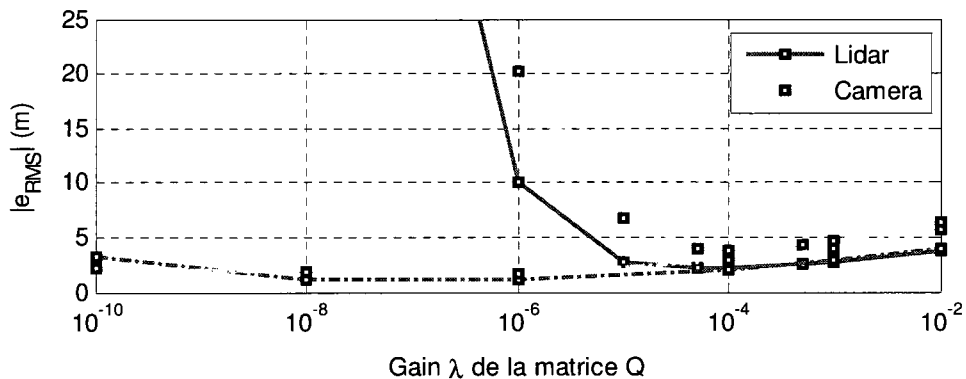


Figure 8.5 Relation entre l'erreur RMS d'estimation en position et le gain  $\lambda$  de la matrice  $Q$

Quand le modèle embarqué est simplifié par rapport au modèle réel, on obtient une courbe en 'U' dont le minimum se situe à  $1 \cdot 10^{-4}$  lorsque le lidar est désactivé et à  $5 \cdot 10^{-5}$  lorsque qu'il est en marche. Ces valeurs correspondent aux ajustements utilisés pour le système de navigation. Pour les grandes valeurs de  $\lambda$ , l'estimateur se fie presque exclusivement aux mesures des capteurs et le bruit de mesure domine les erreurs d'estimation. Pour les petites valeurs de  $\lambda$ , le modèle embarqué de la gravité devient la source prédominante d'information. Comme le modèle est imparfait, les erreurs d'estimation augmentent en fonction des erreurs de

modélisation. Une valeur intermédiaire de  $\lambda$  permet d'obtenir un compromis entre ces deux extrêmes minimisant ainsi l'erreur d'estimation.

Quand le modèle embarqué est presque identique au modèle réel, le comportement pour les  $\lambda$  élevés demeure inchangé: les erreurs RMS observées sont comparables à celles obtenues pour le modèle simplifié. Cela confirme l'hypothèse voulant que le bruit de mesure soit prépondérant lorsque  $\lambda$  est grand. À l'opposé, pour de petites valeurs de  $\lambda$ , les erreurs du modèle dominant toujours, mais celles-ci sont de faible amplitude. En conséquence, les erreurs d'estimation diminuent de plus en plus. On remarque tout de même une petite remontée pour  $\lambda = 10^{-10}$ . Il faut mentionner que le modèle embarqué n'est pas sans failles. Il comporte de faibles écarts liés à la linéarisation ainsi qu'à l'erreur de 2% sur le paramètre gravitationnel  $\mu$  de l'astéroïde. Cela explique la hausse des erreurs d'estimation lorsque  $\lambda$  est trop petit.

À la Figure C.7, on constate que la réduction des erreurs d'estimation ne se fait pas sans coût. Plus  $\lambda$  est petit, plus le temps de stabilisation des estimés est grand. Cette situation était prévisible, car pour une covariance  $Q$  petite, l'estimateur suppose que le modèle théorique est très fiable. Il n'accorde donc que peu d'importance aux mesures. Comme la présence d'une erreur d'estimation initiale ne se révèle que dans les données des capteurs, l'estimateur met plus de temps à la corriger. Un temps de stabilisation trop élevé risque d'affecter la robustesse du système de navigation. En effet, si le champ gravitationnel est mal caractérisé ou si une perturbation non modélisée survient, l'estimateur ne sera pas en mesure de reconverger rapidement vers les états réels.

Il n'est toutefois pas nécessaire de réduire  $\lambda$  à l'extrême pour bénéficier des avantages d'un modèle de gravité plus précis. En plus de permettre la réduction de l'erreur d'estimation en régime permanent, un modèle de gravité fidèle à la réalité améliore aussi les performances de navigation en période de non-observabilité et ce même si la matrice  $Q$ , et par conséquent le temps de stabilisation, demeurent inchangés. Cela est démontré aux Figures C.8. et C.9 de l'Annexe C qui s'intéressent aux erreurs d'estimation lorsqu'aucun point de repère n'est visible à la caméra. Ces résultats sont reproduits partiellement à la Figure 8.6.



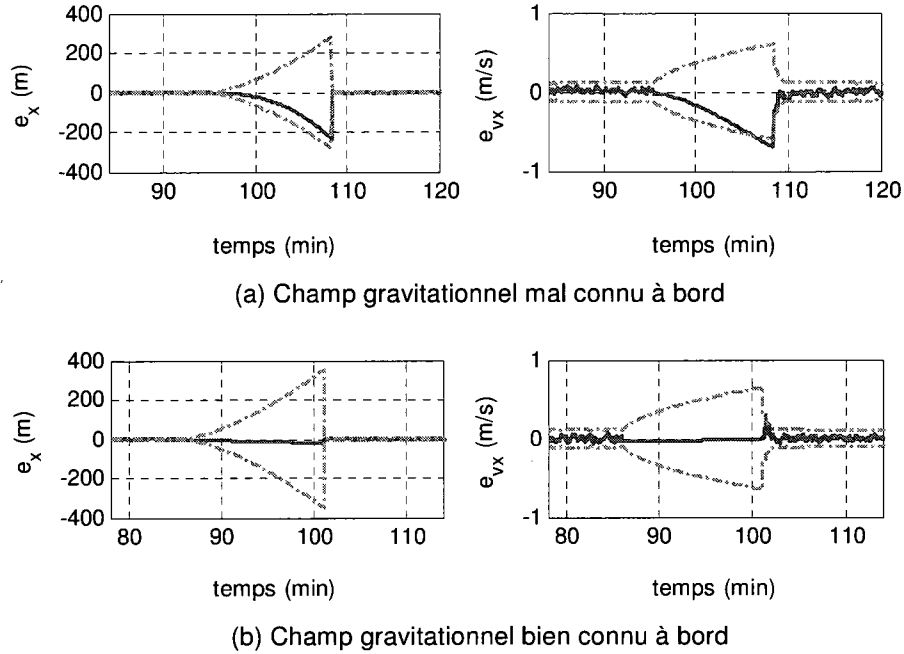


Figure 8.6 Erreur d'estimation pour l'axe  $x$  en période de non observabilité dans un champ gravitationnel (a) mal connu et (b) bien connu à bord. ( $\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$ )

En période de non observabilité, la borne  $3\sigma$  des erreurs d'estimation croît en fonction des coefficients de la matrice  $Q$  sur lesquels se base l'estimateur pour évaluer l'incertitude du modèle dynamique. Pour un même  $Q$ , la borne  $3\sigma$  augmente donc au même rythme peu importe la précision réelle du modèle de gravité. Toutefois, on remarque une différence marquée au niveau de l'erreur réelle d'estimation. Pour le modèle de gravité simplifié par rapport au modèle réel, l'erreur croît rapidement tout comme la borne  $3\sigma$ . Pour le modèle de gravité presque identique à la réalité, on obtient plutôt une lente croissance des erreurs d'estimation. Des résultats similaires sont présentés dans (Mourikis et al., 2007) pour un test de fusée où la gravité était bien connue et où un accéléromètre mesurait les autres accélérations en présence. Lorsque l'environnement dynamique est modélisé avec précision, la phase de propagation introduit peu d'erreur à chaque cycle d'estimation. En période de non-observabilité, il est donc normal que les erreurs d'estimation progressent plus lentement lorsque le modèle de gravité disponible est précis.

En résumé, l'amélioration de la qualité du modèle de la gravité embarqué à bord du satellite comporte deux avantages principaux, soit la diminution de l'erreur d'estimation en régime permanent et la limitation de la croissance des erreurs en période de non-observabilité. Cela suppose toutefois qu'un modèle plus précis du champ gravitationnel est disponible pour la navigation, ce qui n'est pas toujours le cas. En contrepartie, l'amélioration du modèle à bord ajoute généralement à la complexité des équations de propagation, ce qui augmente la puissance de calcul requise. Le temps de stabilisation des estimés peut également être plus élevé selon les ajustements de l'estimateur.

## **8.7 Analyse de l'influence des erreurs de cartographie**

### **8.7.1 Mise en contexte**

Dans (Wolf et al., 2005), les auteurs définissent l'erreur de cartographie, ou *map-tie error*, comme étant la précision à laquelle un point de repère à la surface d'un astre peut être localisé dans le référentiel inertiel. Les auteurs spécifient que cette précision dépend de plusieurs facteurs, notamment de la qualité de pointage des instruments de mesure et de la détermination de l'orbite. Pour Mars, l'erreur de cartographie actuelle se situe entre 500 et 1000 mètres, mais celle-ci devrait être réduite à près de 100 mètres d'ici 2018 (Wolf et al., 2005). Cette erreur demeure élevée et affecte nécessairement tout système de navigation basé sur la détection de points de repère cartographiés.

(Geller, 2007) définit un second concept lié à l'erreur de cartographie, soit l'erreur relative ou *map error*. Celle-ci est liée à la résolution des images et elle caractérise la précision avec laquelle on connaît la position d'un point de repère par rapport à un site d'atterrissage ou à un autre point de repère. Ce concept est également abordé dans (Wolf et al., 2005) où on précise que l'erreur relative est généralement plus petite que l'erreur de cartographie, car elle ne dépend que du référentiel local de la carte. Pour cette raison, la plupart des scénarios d'atterrissage autonome prévoient une phase terminale qui utilise la navigation optique relative afin d'immuniser le système contre le *map-tie error* (Wolf et al., 2005) (Geller, 2007) (Epp et al., 2008) (Paschall et al., 2008). Pour un scénario d'orbite, la région survolée par le satellite n'est pas limitée à un territoire défini. Le recours à la navigation relative pour atténuer les effets des erreurs de cartographie est donc moins approprié puisque l'erreur de navigation

ne ferait que croître avec le temps. Dans (Mourikis et al., 2007), on présente toutefois un système de navigation qui fusionne l'information de points de repère non cartographiés à celle des points de repère cartographiés. Cette stratégie s'est montrée efficace pour un scénario d'atterrissage et présente un potentiel certain pour les orbites. Bien que cette technique soit sérieusement considérée pour une deuxième phase de développement, elle n'a pu être implémentée dans le projet actuel. Par conséquent, le système de navigation conçu est pleinement exposé à l'erreur de cartographie des points de repère sur lesquels il se fie. Pour cette raison, il est pertinent de conduire une analyse de sensibilité qui étudie la relation entre les erreurs de cartographie et la précision de la navigation.

Une analyse similaire a été publiée dans (Cheng et Ansar, 2005) pour un scénario d'atterrissage. Les auteurs font varier l'erreur de cartographie de 0 à 5 mètres tout en vérifiant l'erreur d'estimation finale en position. Deux altitudes initiales sont considérées : 1 km et 3 km. Dans le premier cas, l'erreur d'estimation passe de 7 à 16 mètres et dans l'autre, de 32 à 41 mètres. Ces résultats supposent toutefois une connaissance parfaite de la gravité. L'analyse est donc reprise ici, pour un scénario d'orbite avec un champ gravitationnel irrégulier et mal connu du satellite.

### 8.7.2 Méthodologie

Des tests préliminaires ont démontré que les erreurs de cartographie pouvaient introduire des biais dans l'estimation des variables d'état. Dans cette situation, il est préférable d'utiliser l'erreur RMS comme indicateur de performance, car la borne  $3\sigma$  n'est pas représentative des erreurs d'estimation. Les tests ont également indiqué que l'erreur de navigation résultante dépendait de plusieurs facteurs incluant le nombre et la disposition des points de repère ainsi que la distribution statistique des erreurs de cartographie.

Pour l'analyse, des simulations Monte-Carlo ont permis de tenir compte des principaux facteurs d'influence identifiés. Afin de faciliter l'interprétation des résultats, le nombre de points de repère visibles à la caméra a été maintenu constant durant la durée de chaque simulation. Trois nombres de points de repère ( $N = 3, 10$  et  $30$ ) et sept amplitudes d'erreur de cartographie ( $\sigma_{map} = 0, 1, 3, 5, 10, 15, 20$  mètres) ont été considérés. Pour chacune des combinaisons, un groupe de 100 simulations a été réalisé. Pour établir la relation entre l'erreur

de navigation et l'erreur de cartographie, la moyenne des erreurs RMS obtenues a été calculée pour chacun des groupes de 100 simulations considérées.

Pour chaque simulation individuelle, la position des points de repère était générée aléatoirement de même que l'erreur de cartographie qui lui était associée. Cette dernière est définie à l'équation (8.4). Elle varie pour chacun des points de repère, mais demeure constante pour la durée d'une simulation.

$$\hat{\underline{p}}^A = \underline{p}^A + \Delta \underline{p}^A \quad (8.3)$$

$$\Delta \underline{p}^A = \left[ N(0, \sigma_{map}^2) \quad N(0, \sigma_{map}^2) \quad N(0, \sigma_{map}^2) \right]^T \quad (8.4)$$

### 8.7.3 Résultats et analyse

La Figure C.10 de l'Annexe C montre l'erreur d'estimation du système de navigation pour l'une des 2100 simulations réalisées avec des mesures de lidar et de caméra. On remarque un biais prononcé en position, notamment pour les axes  $y$  et  $z$ . À titre indicatif, les résultats pour l'axe  $z$  sont reproduits à la Figure 8.7. Ce résultat était prévisible, puisque l'erreur de cartographie ne varie pas dans le temps. Pour une configuration donnée de points de repère, le décalage de position perçu par le satellite est constant. Or, les filtres de Kalman ne compensent que les erreurs aléatoires apparentées au bruit blanc gaussien, ce qui explique l'apparition d'un biais dans l'estimation de la position. En contrepartie, on remarque l'absence de biais dans les estimés de vitesse. Même si la localisation des points de repère est erronée, le système de navigation parvient tout de même à estimer adéquatement la vitesse. En effet, il n'est pas nécessaire de connaître les coordonnées géographiques des points de repère pour évaluer une vitesse. La reconnaissance et le suivi de repères suffisent, comme en situation de navigation relative. Ces mêmes conclusions peuvent être tirées de la Figure C.11 qui montre les erreurs d'estimation obtenues lors d'une simulation où le lidar n'était pas activé. On constate cependant une augmentation du temps de stabilisation qui passe de 30 secondes à plus de deux minutes.

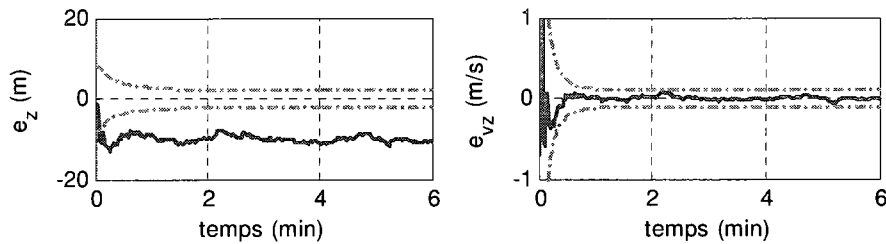


Figure 8.7 Erreur d'estimation en  $z$  pour une erreur de cartographie  $\sigma_{map} = 10$  m et trois points de repère visibles (avec caméra et lidar)

Pour que l'erreur de cartographie s'apparente davantage à un bruit aléatoire, il faudrait qu'il y ait une variation dans les points de repère visibles. En effet, l'erreur est constante pour un point de repère donné, mais elle est différente d'un point de repère à l'autre et chaque ensemble de repères engendre un biais qui lui est propre. Si l'ensemble visible variait suffisamment rapidement, le biais deviendrait dépendant du temps et pourrait alors être filtré par l'estimateur d'état. Cette hypothèse n'est toutefois pas applicable en pratique, car la dynamique d'un satellite autour d'un astéroïde est généralement lente et les mêmes points de repère demeurent visibles durant plusieurs secondes. Cela n'est pas suffisamment rapide pour simuler un bruit aléatoire.

Une hypothèse plus prometteuse consiste à combattre l'erreur de cartographie par la présence d'un plus grand nombre de points de repère cartographiés. L'erreur sur les coordonnées géographiques des points de repère peut s'apparenter à une distribution statistique de moyenne nulle. Ainsi, plusieurs erreurs sur plusieurs points de repère ont statistiquement plus de chances de se compenser entre elles que quelques erreurs sur quelques repères. Cette hypothèse semble se concrétiser dans les résultats obtenus lors des analyses de Monte-Carlo. Ils sont présentés aux Figures C.12 et C.13 et reproduits partiellement à la Figure 8.8. On y remarque que l'erreur d'estimation croît rapidement en fonction de l'erreur de cartographie, particulièrement pour les estimés de position. Toutefois, cette progression est significativement ralentie lorsqu'on passe de 3 à 30 points de repère visibles. Pour une erreur de cartographie de  $\sigma_{map} = 20$  mètres par axe, l'erreur RMS moyenne est réduite de 63 mètres à seulement 25 mètres. Dans les mêmes conditions, si le lidar n'est pas activé, l'erreur passe de 85 mètres à 26 mètres.

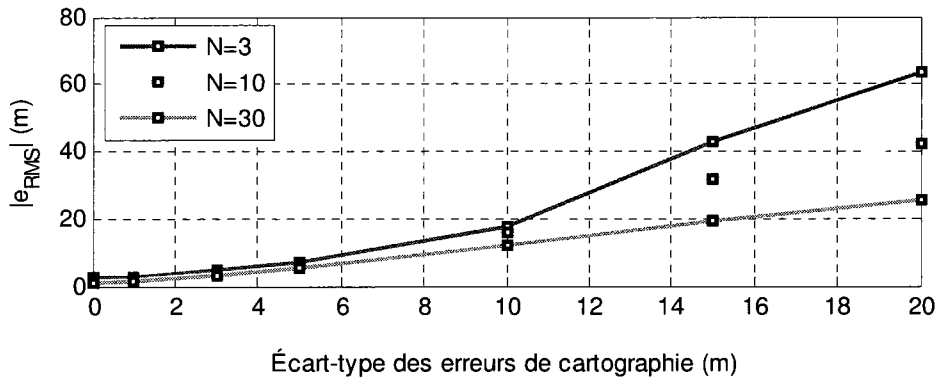


Figure 8.8 Relation entre l'erreur RMS d'estimation en position et l'amplitude des erreurs de cartographie (avec lidar)

On pourrait être tenté de croire que cette réduction de l'erreur est simplement liée à la disponibilité d'un plus grand nombre de points de repère qui fournit davantage d'information à l'estimateur d'état. Cependant, si on se rapporte à l'analyse de sensibilité de la section 8.2 qui s'intéresse au nombre de points de repère visibles, on constate qu'un nombre accru de points de repère n'apporte qu'une diminution limitée de l'erreur d'estimation. Entre 3 et 30 points de repère, l'erreur diminue de 30% avec le lidar et de 56% sans le lidar. Ces résultats à eux seuls n'expliquent pas les réductions de 60% et 69% observées lors des analyses de Monte-Carlo pour  $\sigma_{map} = 20$  mètres. Cela démontre que les avantages de la présence d'un plus grand nombre de points de repère vont au-delà du simple traitement d'une plus grande quantité de données. On peut supposer que les erreurs de cartographie ont une plus grande probabilité de se compenser sur un plus grand nombre de points de repère. Il faudrait toutefois vérifier si, dans la pratique, la distribution statistique des erreurs de cartographie sur un ensemble de repères s'apparente réellement à une distribution normale de moyenne nulle ou si elle n'est pas plutôt entachée d'un biais.

En plus de mettre en évidence l'importance du nombre de points de repère visibles, les Figures C.12 et C.13 démontrent également l'ampleur de l'influence des erreurs de cartographie sur la précision de la navigation. En effet, on remarque une progression rapide des erreurs d'estimation en fonction de l'erreur de cartographie. La présence du lidar semble freiner cette croissance pour les petites valeurs de  $\sigma_{map}$ , mais le rythme se rétablit pour des erreurs supérieures à 10 mètres. La Figure C.14 reprend les données des Figures C.12 et C.13,

mais elle les présente de manière à faciliter la comparaison entre la navigation avec et sans le lidar. On constate que l'apport des mesures de distance est beaucoup plus marqué pour les simulations à 3 points de repère visibles. Cet avantage devient quasiment nul pour  $N = 30$ . Aussi, pour les erreurs de cartographie supérieures à 10 mètres, le traitement des mesures du lidar dégrade les estimés de vitesse de quelques centimètres par seconde par rapport au système de navigation optique traditionnel. La cause de cette dégradation n'est pas connue avec exactitude. La différence de l'ajustement de la matrice  $Q$  des deux estimateurs pourrait toutefois expliquer cette situation. En comparaison avec le système de navigation optique, le système avec lidar tend à favoriser légèrement l'estimé de la position par rapport à celui la vitesse. Cela constitue une cause possible de l'augmentation de l'erreur d'estimation en vitesse lorsque les erreurs de cartographie sont plus élevées.

### **8.8 Bilan des analyses de sensibilité**

Les analyses de sensibilité ont permis d'évaluer l'influence de six paramètres de conception sur les performances du système de navigation. Les erreurs d'estimation et leur borne  $3\sigma$  ont servi d'indicateur principal pour comparer les résultats entre les différentes simulations.

La première analyse a démontré que le nombre de points de repère cartographiés est un paramètre crucial pour la navigation optique. La cartographie doit être suffisamment exhaustive pour assurer l'observabilité du système, mais aussi pour obtenir des erreurs d'estimation sous le seuil désiré. Le recours aux mesures du lidar permet toutefois une diminution appréciable de l'erreur de navigation, particulièrement lorsque peu de points de repère sont visibles.

Les analyses portant sur la précision de l'algorithme de vision et la fréquence de recalage des mesures ont permis d'établir la possibilité d'un compromis entre la précision de l'estimation et la puissance de calcul requise. Au prix d'une augmentation modérée de l'erreur de navigation, il est possible de réduire significativement la charge de calcul du système en diminuant la précision de l'algorithme de vision et/ou la fréquence de recalage des mesures. Ce compromis peut s'avérer nécessaire compte tenu de la capacité limitée des processeurs qualifiés pour l'espace.

La trajectoire du satellite autour de l'astéroïde doit également être considérée pour prédire les performances du système de navigation, car la précision des estimés dépend de la distance satellite-astéroïde. C'est ce qui a été démontré lors de la troisième analyse de sensibilité. Cette dépendance des performances de navigation sur la distance entre le satellite et l'astéroïde est causée par l'effet croisé entre le nombre de points de repère visibles et la précision de l'algorithme de vision. Les résultats de simulation indiquent qu'il existe un compromis entre ces deux paramètres et qu'il est possible de déterminer une altitude orbitale quasi-optimale pour la navigation.

Les deux dernières analyses de sensibilité ont porté sur les modèles théoriques utilisés par l'estimateur d'état. Cet enjeu est particulièrement important car l'environnement physique et dynamique des astéroïdes est souvent peu connu avant le début des opérations de proximité. Les simulations ont démontré que le système de navigation pouvait s'accommoder d'un modèle sommaire du champ gravitationnel de l'astéroïde. Un modèle plus précis permet cependant de diminuer l'erreur d'estimation et d'améliorer le comportement dynamique en période de non observabilité. La précision de la cartographie des points de repère représente toutefois un paramètre plus critique. En effet, le système de navigation compense difficilement les erreurs de cartographie de type *map-tie error*, ce qui affecte directement les performances de navigation. La cartographie d'un plus grand nombre de points de repère peut pallier partiellement cette situation. L'utilisation de techniques de navigation relative pourrait aussi limiter l'amplitude des erreurs d'estimation. La précision de la cartographie demeure néanmoins l'un des plus grands défis liés à la navigation optique autonome autour des astéroïdes.



## 9. CONCLUSION

Les travaux de recherche réalisés ont mené à la conception, à la mise en œuvre logicielle et à l'analyse d'un système de navigation autonome pour un satellite en orbite autour d'un astéroïde. Le principal défi consistait à intégrer le traitement d'une mesure de distance à un système de navigation optique afin d'en améliorer les performances. Pour y parvenir, la candidate a eu recours à un filtre de Kalman étendu avec correction adaptative. Cette stratégie a permis d'optimiser les performances de navigation grâce à un traitement efficace des mesures de distance.

### 9.1 Sommaire des travaux

Initialement, trois objectifs de recherche avaient été identifiés, soit le développement du système de navigation, l'analyse de ses conditions d'observabilité et l'analyse de sa sensibilité aux principaux paramètres de conception. Les travaux effectués ont permis d'atteindre chacun de ces objectifs.

L'analyse d'observabilité présentée au Chapitre 4 établit les conditions minimales requises pour le bon fonctionnement du système de navigation conçu. Lorsque la caméra est employée seule, au moins deux points de repère doivent être visibles alors qu'il n'en faut qu'un seul lorsque le lidar est activé. Cependant, la navigation optique est sujette à la dilution de précision des mesures qui dégrade les performances d'estimation malgré un nombre suffisant de points de repère visibles. L'utilisation de mesures de distance procure l'immunité contre cette dégradation de la qualité de l'observabilité.

Les détails de la conception du système de navigation ont été exposés au Chapitre 6. Celui-ci estime la position et la vitesse d'un satellite en orbite autour d'un astéroïde. Sa mise en œuvre sur Matlab/Simulink a permis de démontrer la faisabilité d'un estimateur d'état qui fusionne efficacement les mesures d'une caméra et d'un lidar. Les résultats de simulation présentés au Chapitre 7 font ressortir les principaux avantages de l'inclusion des mesures de distance soit la diminution de l'erreur d'estimation, la réduction des périodes de non observabilité et l'amélioration de la qualité de l'observabilité. Ils démontrent également la robustesse du

système de navigation face aux perturbations gravitationnelles. Ces résultats ont été obtenus grâce au simulateur numérique développé au Chapitre 5.

Au Chapitre 8, six analyses de sensibilité ont été présentées. Un intérêt particulier a été porté aux relations entre les erreurs de navigation et les paramètres suivants : le nombre de points de repère cartographiés, la précision de l'algorithme de vision, la fréquence de recalage des mesures, la distance du satellite à la surface de l'astéroïde, la précision du modèle embarqué de la gravité et les erreurs de cartographie. Les paramètres les plus critiques sont ceux reliés à la cartographie préalable des points de repère, c'est-à-dire leur nombre ainsi que l'erreur sur leur localisation. Certains paramètres avaient déjà été étudiés dans (Trawny et al., 2007). Les courbes obtenues sont semblables à celles publiées dans l'article, mais on constate que l'ajout des mesures du lidar diminue globalement l'erreur de navigation.

## 9.2 Contributions de recherche

La principale contribution de recherche de la candidate est l'ajout du traitement des mesures du lidar à un système de navigation optique conventionnel. Certains auteurs avaient déjà exploré cette voie, mais leur système nécessitait un nombre exagéré de mesures<sup>1</sup>. L'estimateur d'état développé ici tire profit d'une seule mesure de distance par cycle d'estimation. Les résultats obtenus ont démontré la contribution significative de cette mesure aux performances de navigation en plus de mettre en lumière l'effet de l'erreur de pointage sur le bruit de mesure. Pour intégrer le lidar au système de navigation, la candidate a eu recours à des techniques d'estimation novatrices, notamment au *Sage-Husa noise statistique estimator*. Cette technique avait déjà fait ses preuves pour l'estimation des états d'un avion (Zhang et al., 2006), mais n'avait pas été appliquée à la navigation autonome d'un satellite. Cette approche permet d'adapter l'estimateur d'état aux conditions variables de mesure de la distance qui affectent l'amplitude du bruit résultant. Cela constitue une innovation dans le domaine de la navigation spatiale. Par ailleurs, le *Sage-Husa noise statistique estimator* a été intégré au sein d'une architecture de navigation évoluée qui fait appel à deux niveaux de correction successive, ce qui minimise la charge de calcul de l'estimateur tout en améliorant sa stabilité.

---

<sup>1</sup> Pour plus de détails, consultez la revue de littérature du chapitre 3.

Les contributions secondaires de recherche se situent au niveau des analyses approfondies auxquelles le système de navigation développé a été soumis. Lors de l'analyse d'observabilité, la candidate a fait ressortir l'utilité du concept de la dilution de précision pour quantifier la qualité de l'observabilité des systèmes de navigation optique. Ce concept est largement répandu dans les systèmes de localisation GPS mais il est ignoré à tort pour la navigation de satellites. Les analyses de sensibilité, quant à elles, ont permis d'établir des relations entre les performances de navigation et les principaux paramètres de conception. Elles peuvent servir de ligne directrice dans les différents choix de conception qui s'imposent lors du développement d'un système de navigation. Par exemple, l'utilisation d'un lidar est particulièrement bénéfique lorsque peu de points de repère sont cartographiés ou si on désire maintenir une erreur d'estimation réduite tout en augmentant la période de recalage des mesures.

### **9.3 Travaux futurs**

Les travaux réalisés ne constituent que le noyau d'un système plus élaboré qui exécuterait l'ensemble des fonctions de navigation d'un satellite. Ils visaient d'abord à démontrer la faisabilité et la pertinence d'intégrer des mesures de distance à la navigation optique. Démonstration faite, il est maintenant possible d'accéder à un niveau de complexité supérieur en passant de trois à six degrés de liberté par exemple. On peut aussi penser à remplacer le modèle de projection en perspective de la caméra par un algorithme complet de traitement d'image. Cela permettrait d'augmenter le réalisme des simulations, notamment au niveau des délais de traitement et de la charge de calcul requise.

D'autres avenues peuvent également être envisagées pour améliorer les performances du système développé. L'article de (Mourikis et al., 2007) propose d'ailleurs l'utilisation de points de repère non cartographiés dits « opportunistes » pour diminuer l'erreur d'estimation, particulièrement en période de non observabilité. C'est une stratégie qui présente un potentiel certain. Il faut toutefois garder en tête la complexité des systèmes proposés : plus ils sont complexes, plus ils sont coûteux et plus ils requièrent une puissance de calcul élevée. Pour cette raison, il pourrait être pertinent de vérifier si le remplacement du lidar par un simple altimètre permettrait d'atteindre des performances de navigation similaires.

## ANNEXE A

### VALIDATION DU SIMULATEUR

En lien avec la procédure de validation du simulateur discutée au Chapitre 5, cette annexe présente les principaux résultats obtenus lors des tests. Un grand nombre de simulations ont été effectuées pour valider le simulateur numérique. Par conséquent, il n'est pas possible de rapporter ici l'ensemble des figures analysées et des calculs réalisés. Un échantillon représentatif des résultats obtenus a été sélectionné afin de présenter la méthodologie utilisée et de démontrer la validité du logiciel de simulation.

#### A.1 Validation de la rotation de l'astéroïde

Le modèle de la rotation de l'astéroïde calcule la matrice  $\underline{C}_{AI}$  à partir de la vitesse de rotation  $\omega$  et d'une orientation initiale. Cette matrice donne l'orientation de l'astéroïde par rapport au référentiel inertiel. On suppose que l'astéroïde tourne autour de son axe  $z$  qui correspond au plus grand moment d'inertie.

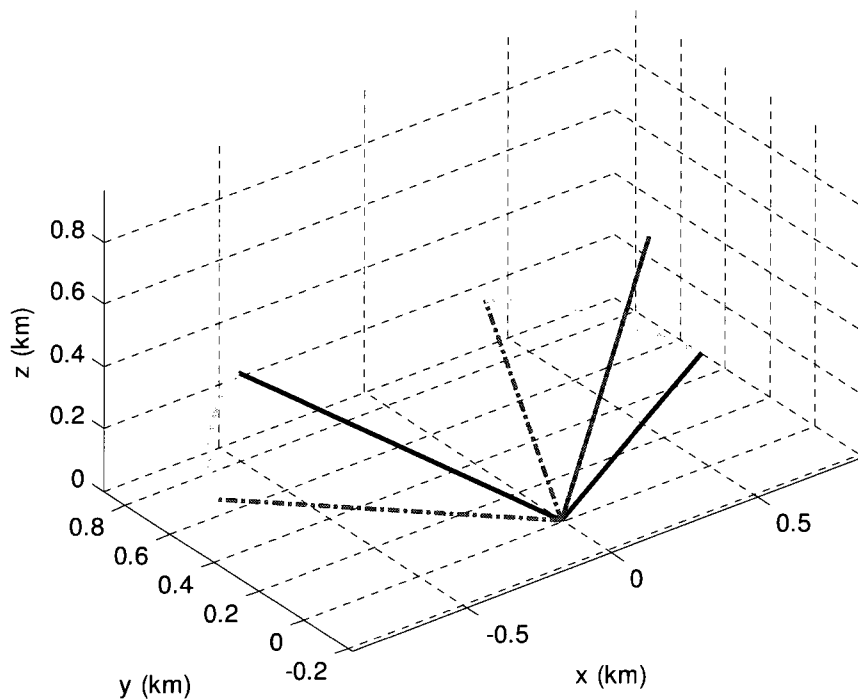


Figure A.1. Axes de  $\mathcal{F}^A$  représentés dans le référentiel inertiel  $\mathcal{F}^I$  pour une orientation initiale de  $C_x(15^\circ)C_z(30^\circ)$

À partir de la matrice  $\underline{C}_{AI}$ , il est possible de calculer la position des axes de  $\mathcal{F}^A$  dans le référentiel inertiel. On vérifie d'abord que les axes  $x$ ,  $y$  et  $z$  sont respectivement alignées selon les moments d'inertie mineur, intermédiaire et majeur de l'astéroïde. On incline ensuite l'axe de rotation pour vérifier le changement d'orientation. Un exemple de résultat est présenté à la Figure A.1. Les axes pleins représentent  $\mathcal{F}^A$  au temps  $t_0$  alors que ceux en pointillés correspondent au temps final  $t_f$ . L'axe  $z$  demeure bien fixe alors que le plan  $x$ - $y$  tourne selon la courbe indiquée. Cela correspond au comportement recherché, ce qui permet de valider le modèle de la rotation de l'astéroïde.

## A.2 Validation de l'orientation du satellite

Pour toutes les simulations, le satellite pointe vers le centre de l'astéroïde. C'est ce qu'on appelle le pointage nadir. L'orientation du satellite est donnée par la matrice de rotation  $\underline{C}_{BI}$  qui décrit la position des axes de  $\mathcal{F}^B$  dans le référentiel inertiel. On distingue trois matrices d'intérêt : l'orientation commandée  $\underline{C}_{BI}^c$  qui pointe parfaitement vers le nadir, l'orientation réelle du satellite  $\underline{C}_{BI}$  dont le pointage est imparfait et l'orientation mesurée  $\underline{C}_{BI}^m$  qui est bruitée par rapport à l'orientation réelle.

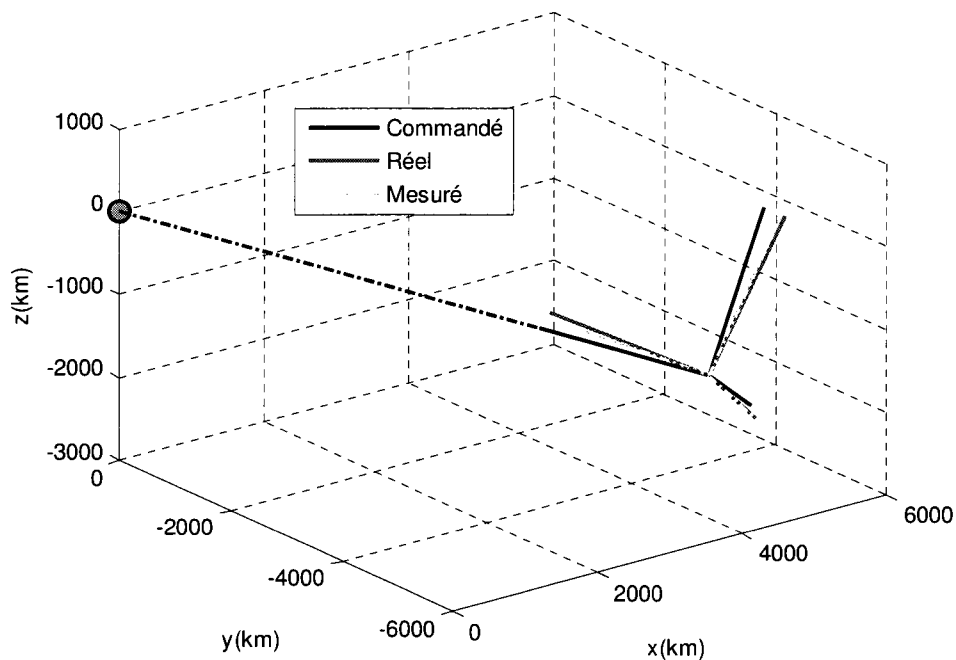


Figure A.2. Comparaison de l'orientation commandée, réelle et mesurée du satellite, pour une erreur de pointage de  $\sigma = 7^\circ$  et un bruit de mesure de  $\sigma = 0.03^\circ$  (distribution normale)

L'orthogonalité et la dextralité des axes de chacune de ces matrices ont été validées par le produit scalaire et la règle de la main droite. Leur orientation relative a également été vérifiée graphiquement tel qu'illustré à la Figure A.2. L'erreur de pointage et le bruit de mesure ont été amplifiés de manière exagérée afin que les variations soient visibles sur le graphique. Ainsi, pour le lidar, l'erreur de pointage utilisée est de  $6.94^\circ$  (25 000 secondes d'arc). Pour le détecteur d'étoile, le bruit de mesure  $\sigma_{stt}$  est de  $1.8^\circ$  (environ 6520 secondes d'arc). Le modèle se comporte selon les prévisions. On remarque que l'orientation commandée pointe bien vers le centre de l'astéroïde alors que les orientations réelles et mesurées sont décalées en raison des imperfections simulées.

### A.3 Validation du générateur de points de repères

À partir de l'équation 2.1 de la surface d'un ellipsoïde triaxial, un générateur de points de repère a été développé pour obtenir des coordonnées valides  $p^A$ . La première vérification a été de remettre les positions  $(x, y, z)$  générées dans l'équation initiale et de s'assurer que celle-ci était bien respectée. Ensuite, la distribution des points de repère a été tracée sur un graphique afin d'en vérifier la conformité. Sur la Figure A.3, on constate que la forme de l'astéroïde est bien respectée : on retrouve un ellipsoïde triaxial dont le gabarit est tracé en traits gras.

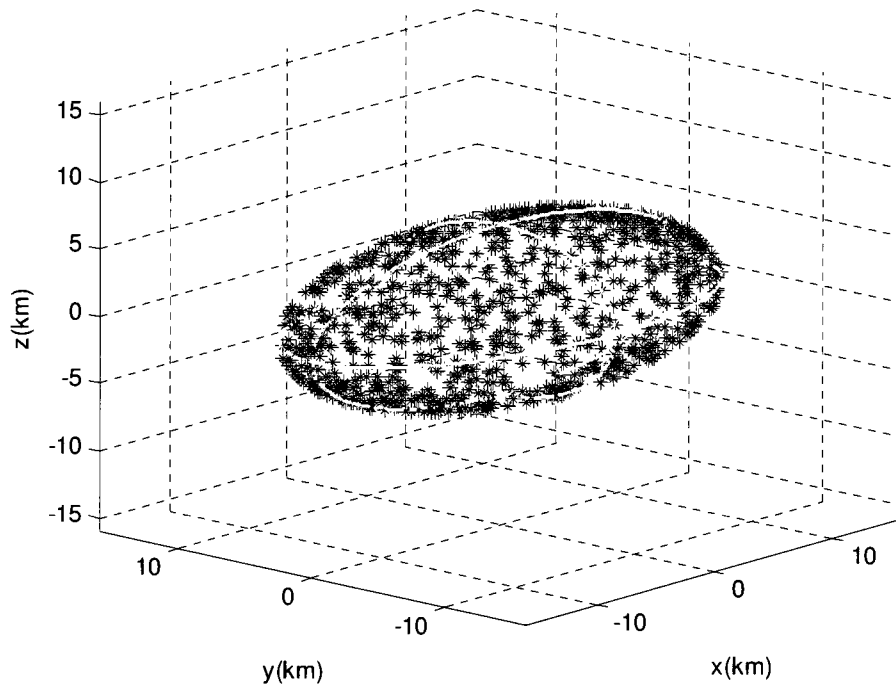


Figure A.3. Position de 1000 points de repère générés aléatoirement dans le référentiel  $\mathcal{F}^A$ .

#### A.4 Validation de la caméra

Le rôle du modèle de la caméra est de calculer les coordonnées  $(u_i, v_i)^m$  des points de repère tels qu'ils apparaissent dans le plan de la caméra. Le modèle a été validé grâce à plusieurs comparaisons entre les calculs numériques et les calculs effectués à la main, mais aussi par l'analyse de graphiques comme celui de la Figure A.4. Le satellite est placé à une position donnée, et on trace les résultats  $(u_i, v_i)$  réels et mesurés. Sur la figure, le satellite pointe selon l'axe  $z$  de  $\mathcal{F}^A$  et il est suffisamment éloigné pour que toute la largeur l'astéroïde soit visible par la caméra. Les points à l'extérieur du champ de vision sont correctement identifiés comme invalides. De plus, lorsque le bruit de mesure est nul, les coordonnées réelles et mesurées sont superposées. Plus le bruit de mesure croît, plus le décalage entre les deux positions est important. Une autre analyse graphique consiste à reconstruire les coordonnées  $\underline{p}^A$  à partir des mesures  $(u_i, v_i)^m$  et de la position du satellite. Cette stratégie de validation est discutée plus en détails avec le lidar à la section A.5.

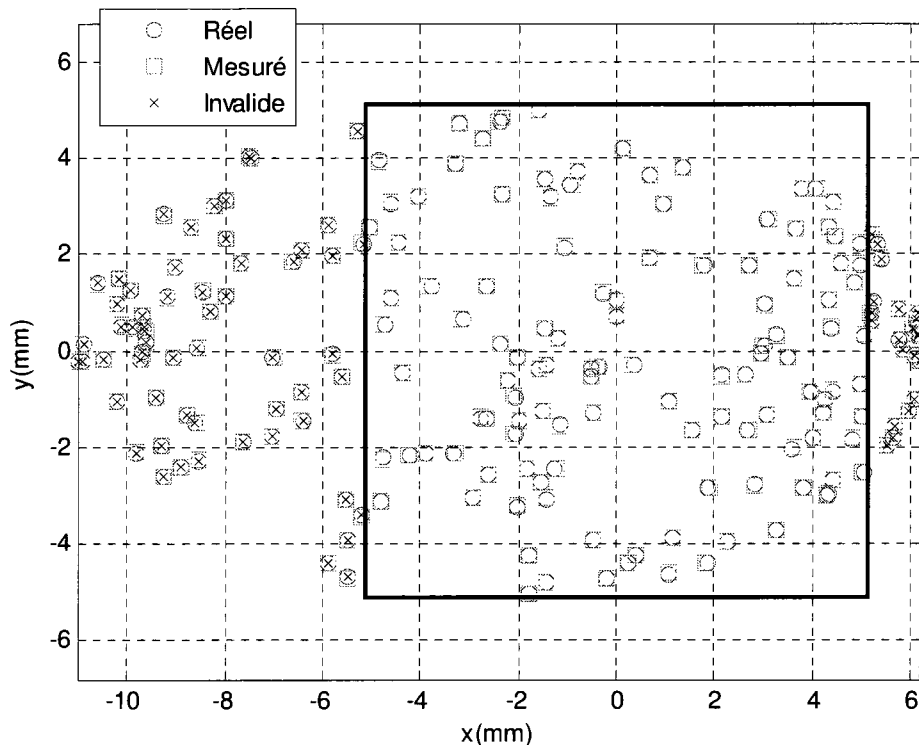


Figure A.4 Projection de 200 points de repère dans le plan de la caméra avec un bruit de mesure de 3 pixels

## A.5 Validation du lidar

Le lidar mesure la distance  $d$  vers un point de repère donné. Pour les tests unitaires, la dépendance du contrôle du lidar sur les données de la caméra n'a pas été simulée, mais elle a été validée lors des tests d'intégration. Seuls l'erreur du pointage du lidar et son bruit de mesure sont donc testés ici. La Figure A.5 montre l'erreur de mesure résultante pour 100 points de repère avec un bruit de mesure de  $\sigma = 2\text{m}$  et une erreur de pointage amplifiée à  $\sigma = 1\text{ mrad}$ . Deux tiges surmontées d'un cercle indiquent des mesures invalides, ce qui se produit lorsque le laser ne frappe pas la surface de l'astéroïde en raison du mauvais pointage. On remarque également que l'amplitude de l'erreur varie beaucoup d'un point à l'autre. Comme l'explique la section 5.3.2 *Lidar et contrôle*, ces variations dépendent de la position relative entre le satellite et les points de repère qui amplifie ou atténue l'effet de l'erreur de pointage

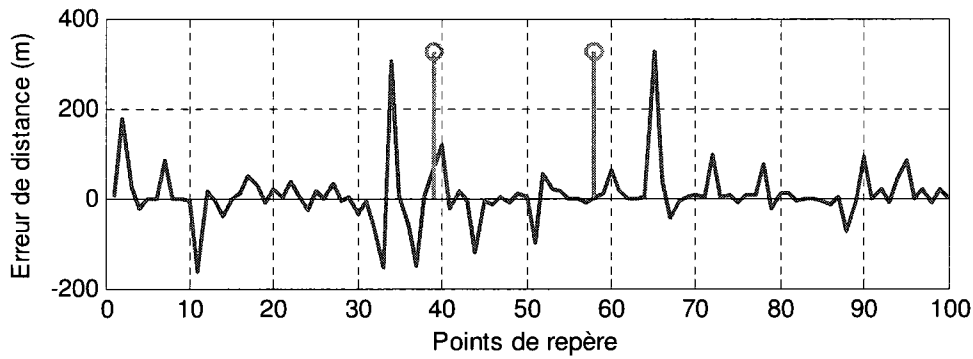


Figure A.5. Différence entre la distance réelle et la distance mesurée de 100 points de repère par rapport au satellite à un instant  $t_k$  donné.

Pour valider le modèle du lidar, on reconstruit la position  $\vec{p}$  des points de repères à partir de la mesure de distance  $d$ , de son vecteur directeur  $\vec{b}$  et de la position  $\vec{R}$  du satellite. Le lien entre ces quantités est exprimé par l'équation (A.1) tirée de la Figure 5.5 :

$$\vec{p} = \vec{R} + d\vec{b} \quad (\text{A.1})$$

Lorsque le bruit de mesure et l'erreur de pointage sont nuls, les positions réelle et reconstruite des points de repère doivent être exactement superposées. On ajoute ensuite les imperfections une à une pour vérifier les erreurs induites. La Figure A.6 présente les résultats obtenus pour une erreur de pointage de  $\sigma = 1\text{ mrad}$  et un bruit de mesure de  $\sigma = 2\text{m}$ . La position  $\underline{p}^j$  est



reconstruite avec succès, sauf dans les cas où la mesure du lidar est invalide en raison de l'erreur de pointage. À noter qu'une analyse similaire a été conduite pour le modèle de la caméra.

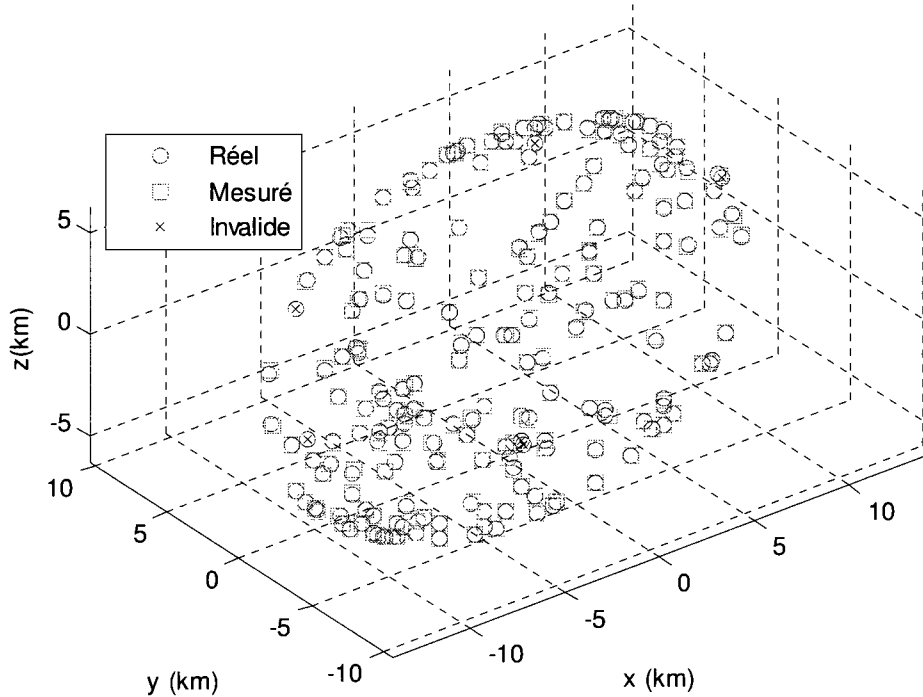


Figure A.6. Comparaison des composantes  $p'$  réelles et reconstruites à partir des mesures du lidar pour 200 points de repères

### A.6 Validation du champ gravitationnel et des équations dynamiques

Les équations de la dynamique ont d'abord été validées à l'aide d'une orbite test de 35 km de rayon et de  $150^\circ$  d'inclinaison. La vitesse initiale du satellite était calculée pour obtenir une orbite circulaire en présence d'un champ gravitationnel sphérique idéal. En conservant ces mêmes conditions initiales, le satellite a ensuite été soumis à un champ gravitationnel perturbé modélisé par une expansion d'harmoniques sphériques d'ordre 4. On vérifiait alors la trajectoire obtenue ainsi que la loi de la conservation de l'énergie. Pour ce test en particulier, la vitesse de rotation  $\omega$  de l'astéroïde est considérée nulle.

La partie supérieure de la Figure A.7 montre l'évolution du rayon de l'orbite dans le temps pour ces deux essais. Dans le cas idéal, le rayon est constant à 35 km tandis qu'il fluctue de manière importante lorsque la gravité est perturbée. Ces variations sont aussi visibles sur la

trajectoire du satellite présentée à la Figure A.8. La partie inférieure de la Figure A.7 démontre que l'énergie de l'orbite est conservée pour les deux scénarios simulés. L'énergie totale est la somme de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle telle que calculée par l'équation (A.2). Cette équation n'est toutefois valide que pour  $\omega = 0$  où le champ gravitationnel est invariant dans le temps (Chauvineau et al., 1993). L'équation du potentiel gravitationnel  $U$  est donnée en (2.4) pour la gravité perturbée et en (6.3) pour la gravité sphérique.

$$E/m = \frac{1}{2}v^2 + U(r, \phi, \lambda) \quad (\text{A.2})$$

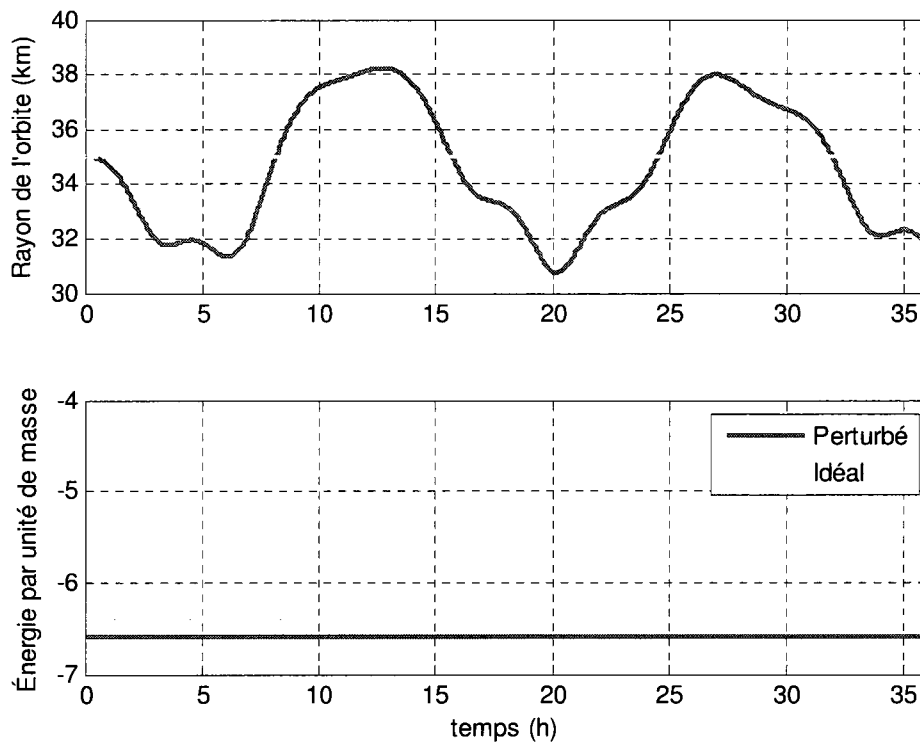


Figure A.7. Rayon et énergie de l'orbite pour les champs gravitationnels perturbé et idéal

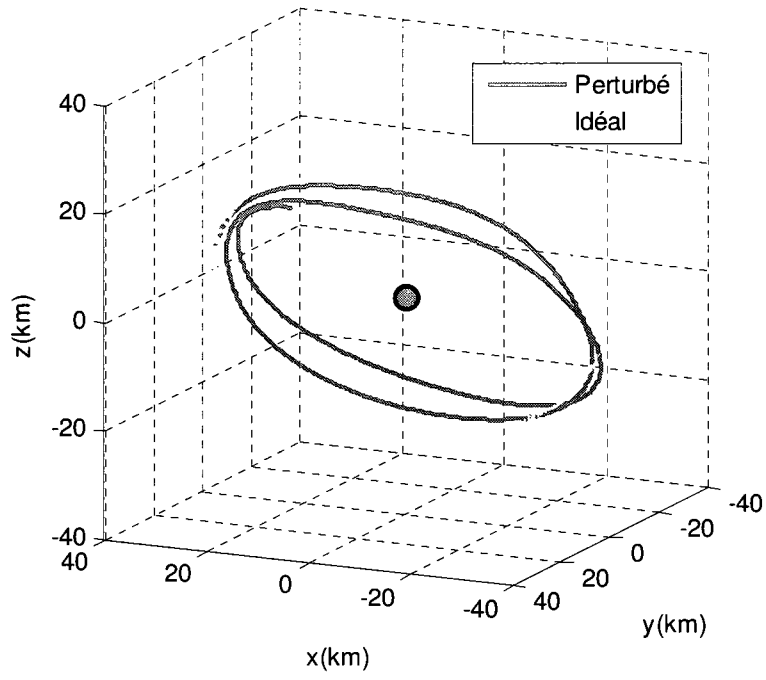


Figure A.8. Trajectoire du satellite dans  $\mathcal{F}'$  pour des champs gravitationnels perturbé et idéal

## ANNEXE B

### VALIDATION DU SYSTÈME DE NAVIGATION

Cette annexe présente les résultats de simulation obtenus lors des tests de validation du système de navigation avec Matlab/Simulink. Elle est divisée en quatre principales sections, soit la présentation des trajectoires de test, la validation de l'estimateur d'état, la démonstration de l'importance de la correction adaptative du lidar et la contribution des mesures de distance aux performances de navigation. Tous les graphiques présentés sont analysés en détail au Chapitre 7.

#### B.1 Trajectoires de test

Les trajectoires de tests utilisées lors des simulations sont illustrées de la Figure B.1 à la Figure B.3 et sont décrites au Tableau 7.1. Toutes les coordonnées sont données dans le référentiel inertiel  $\mathcal{F}^I$ . La partie gauche de l'image montre la trajectoire du satellite autour de l'astéroïde. Les trois plans ellipsoïdaux ainsi que l'axe de rotation de l'astéroïde sont également illustrés au temps  $t_0$ .

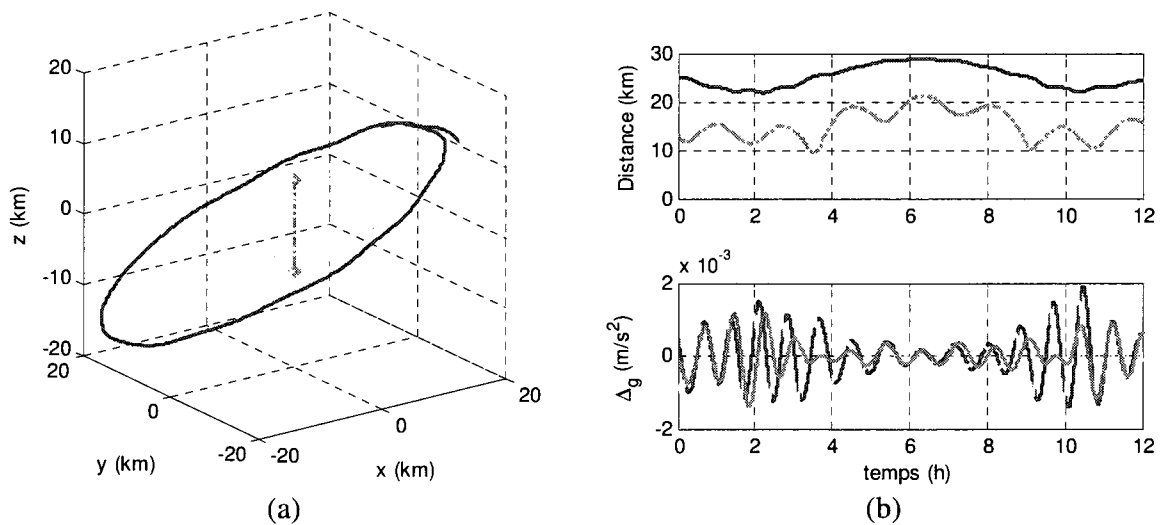


Figure B.1. Orbite rétrograde nominale pour les scénarios de tests 1, 4 et 5  
*Trajectoire (a), Rayon, distance et accélérations gravitationnelles (b)*

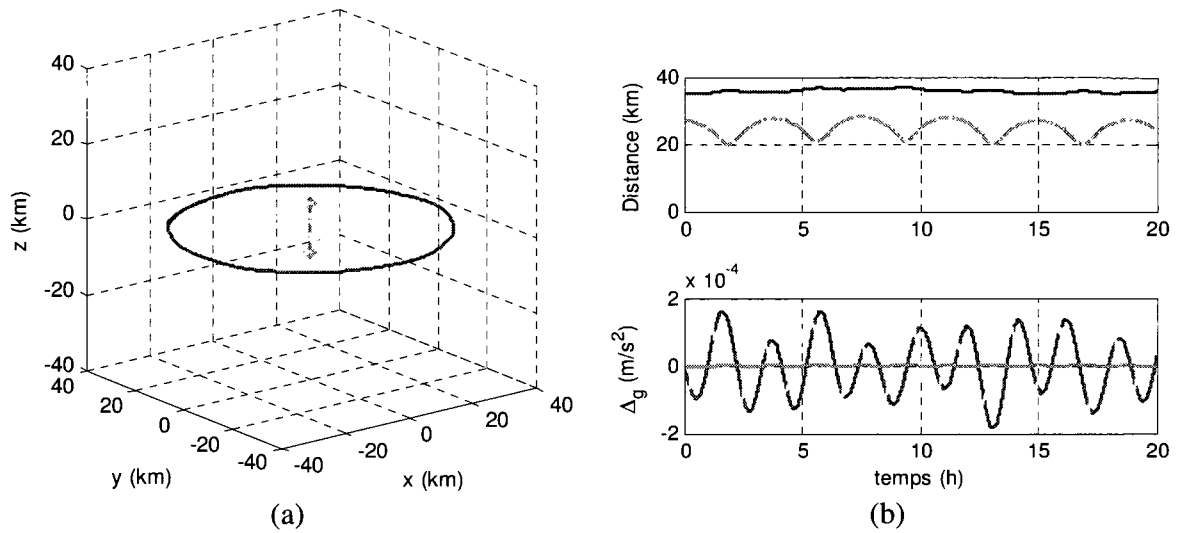


Figure B.2. *Orbite directe du scénario 2  
Trajectoire (a), Rayon, distance et accélérations gravitationnelles (b)*

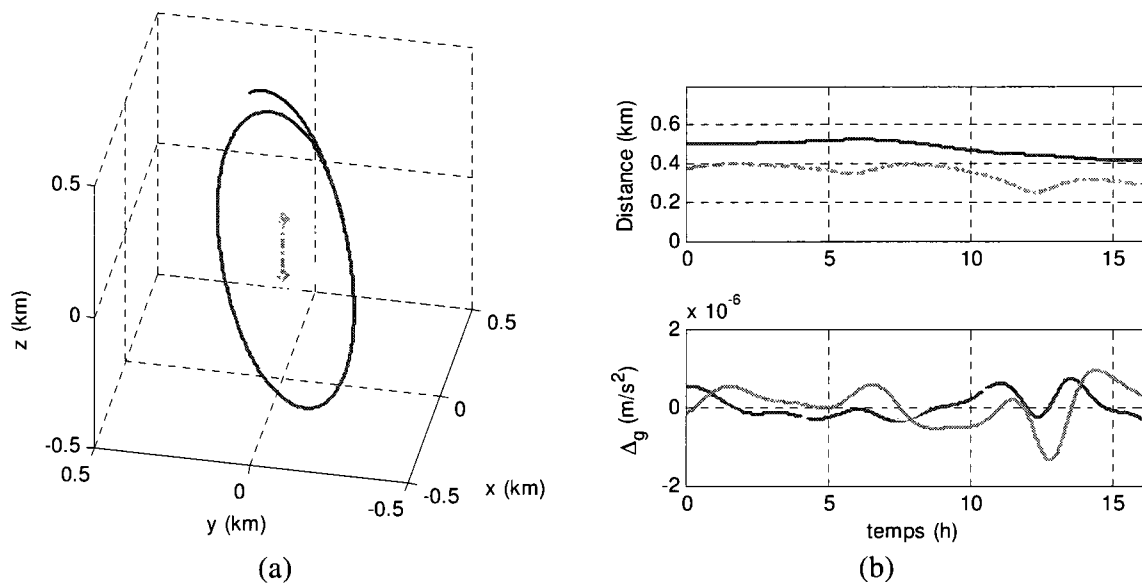


Figure B.3. *Orbite quasi-polaire autour d'Itokawa du scénario 3  
Trajectoire (a), Rayon, distance et accélérations gravitationnelles (b)*

La partie supérieure droite des images montre l'évolution du rayon de l'orbite dans le temps (trait plein) et la distance à la surface de l'astéroïde dans la direction de pointage du satellite (trait pointillé). La partie inférieure droite des figures montre les perturbations

gravitationnelles qui agissent sur le satellite pour chacun des trois axes en  $\mathcal{F}^I$ . Ce résultat est obtenu en soustrayant vectoriellement l'accélération principale d'amplitude  $-\mu_A/r^2$  à l'accélération gravitationnelle totale.

## B.2 Validation des performances de l'estimateur d'état

Sur chaque graphique des erreurs d'estimation, le trait bleu continu indique l'erreur réelle alors que la ligne pointillée rouge montre la borne  $3\sigma$  calculée à partir de la matrice de covariance  $P$  de l'estimateur. Toutes les quantités sont données dans le référentiel  $\mathcal{F}^I$ . Pour chaque scénario de test, on vérifie également le nombre de points de repère visibles dans le champ de vision de la caméra ainsi que le bruit global sur la mesure de distance. Celui-ci se mesure en comparant la distance mesurée par le lidar avec la distance réelle entre le satellite et le point de repère. À noter qu'une seule mesure de lidar est autorisée par cycle d'estimation. Tous les paramètres de simulation sont donnés aux Tableau 7-1 à 7-4 du Chapitre 7.

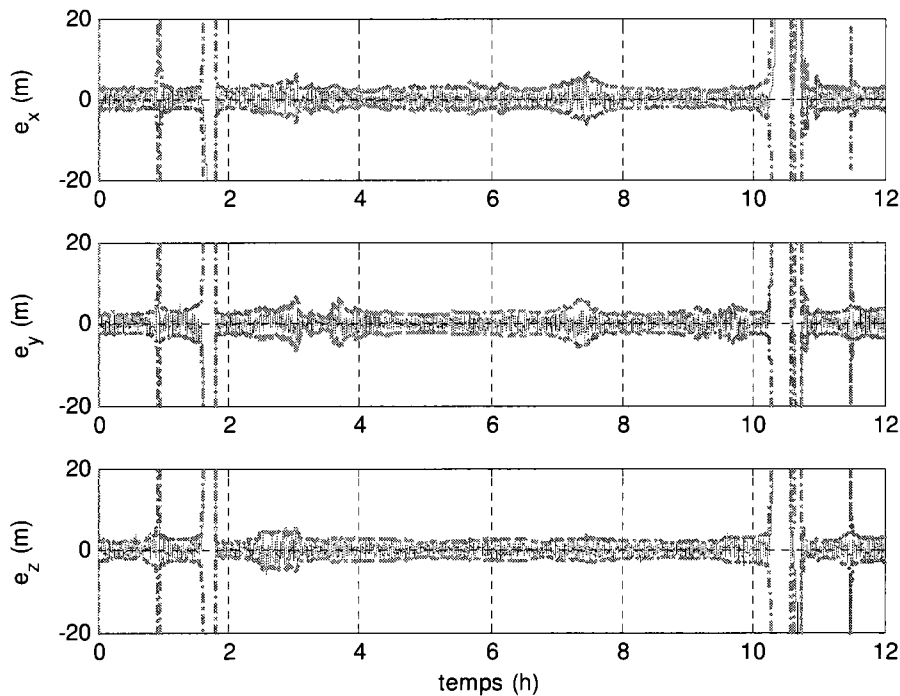


Figure B.4. Scénario 1 (nominal) – erreurs d'estimation en position

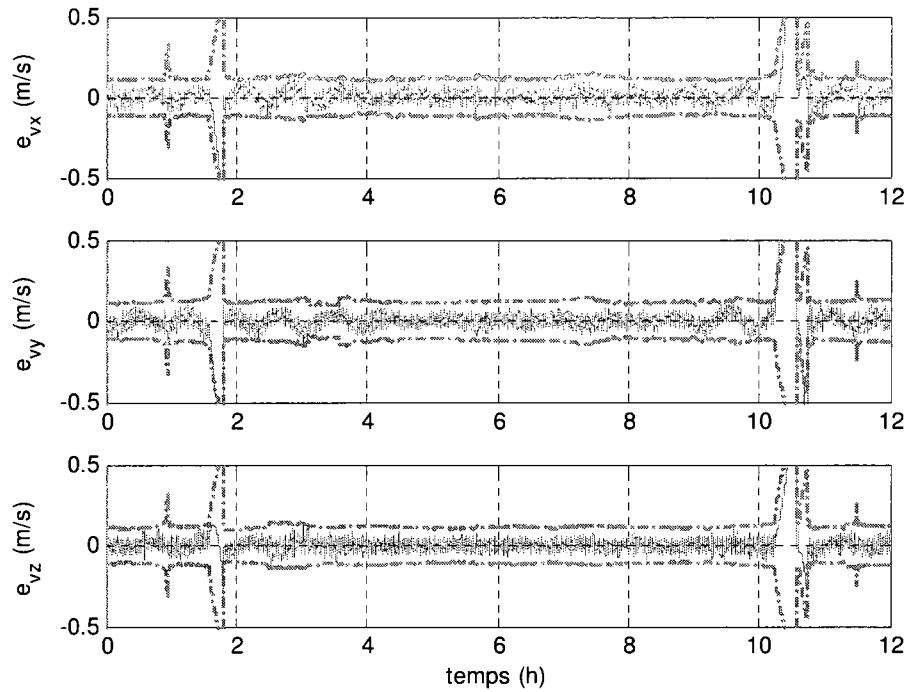


Figure B.5. Scénario 1 (nominal) – erreurs d'estimation en vitesse

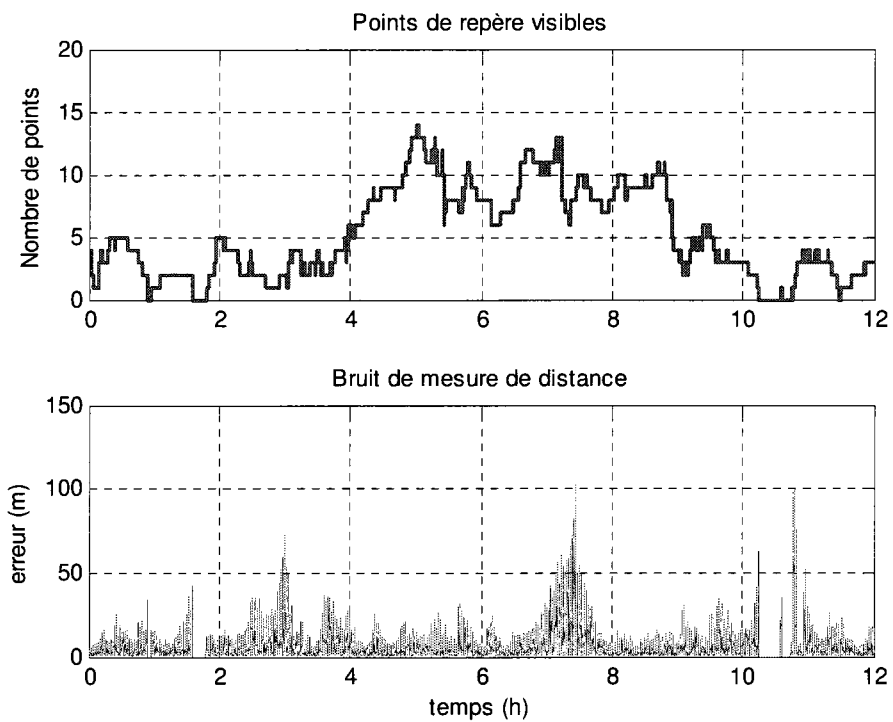


Figure B.6. Scénario 1 (nominal) – points de repère et bruit de mesure

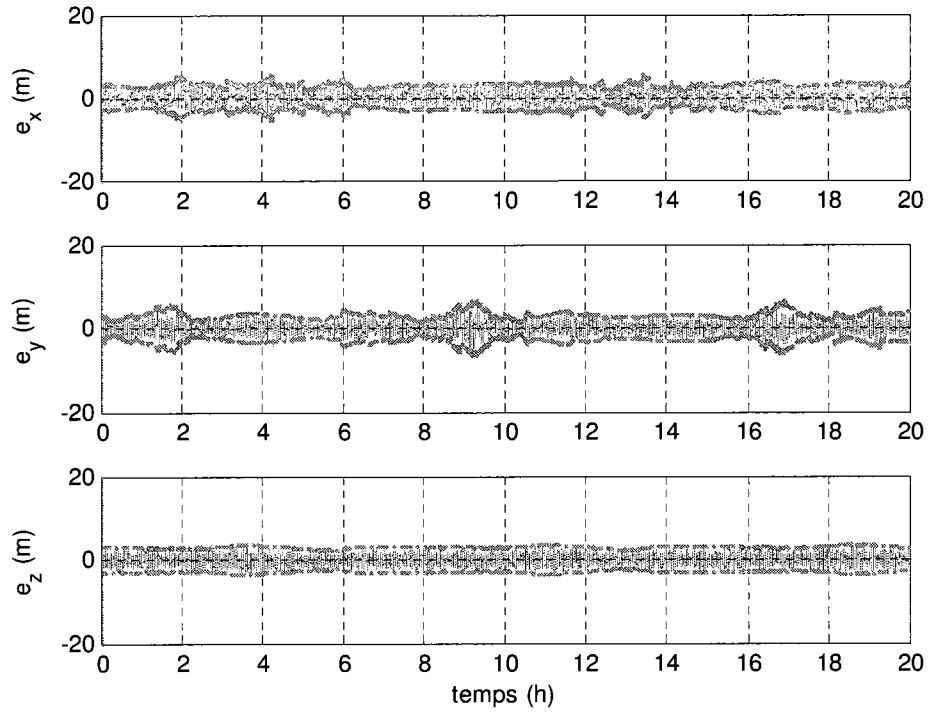


Figure B.7. Scénario 2 (orbite directe équatoriale) – erreurs d’estimation en position

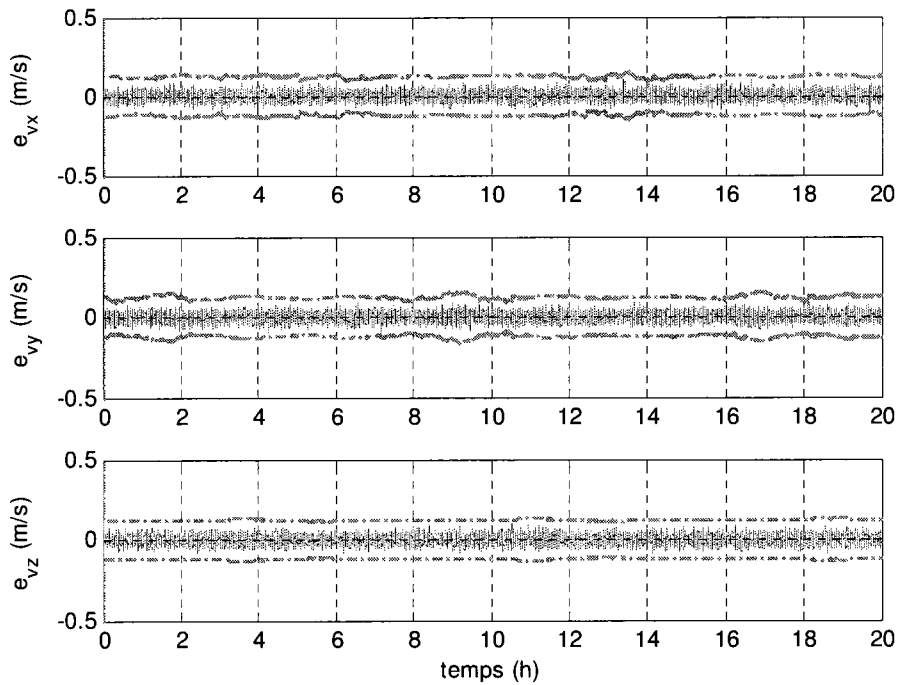


Figure B.8. Scénario 2 (orbite directe équatoriale) – erreurs d’estimation en vitesse



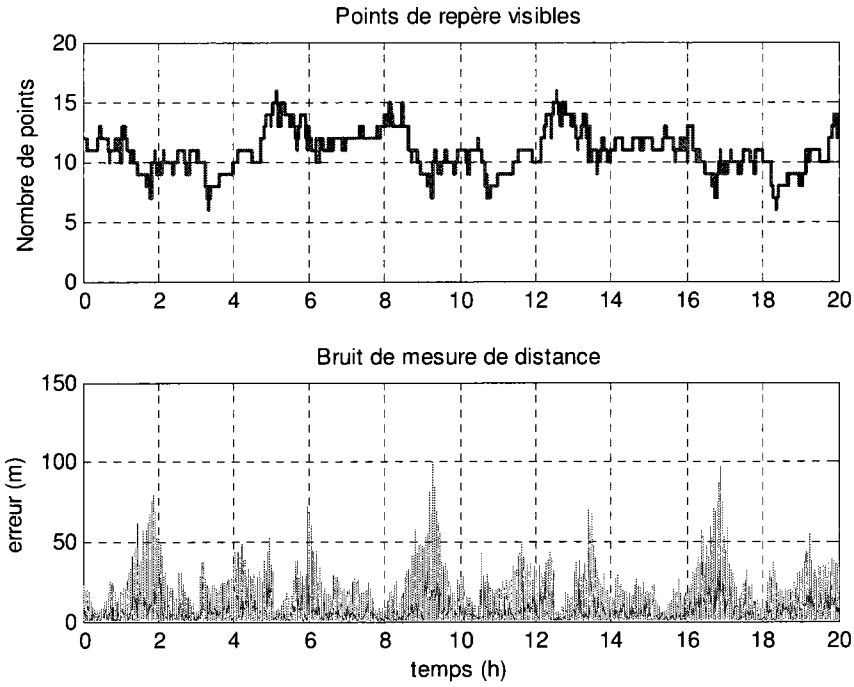


Figure B.9. Scénario 2 (orbite directe équatoriale) – points de repère et bruit de mesure

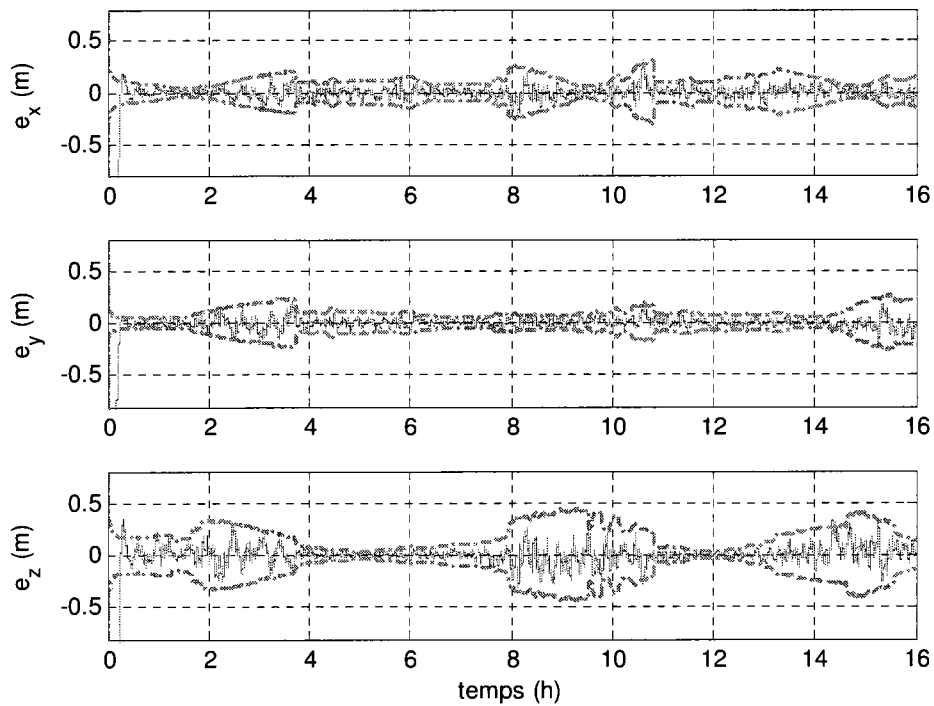


Figure B.10. Scénario 3 (Itokawa) – erreurs d'estimation en position

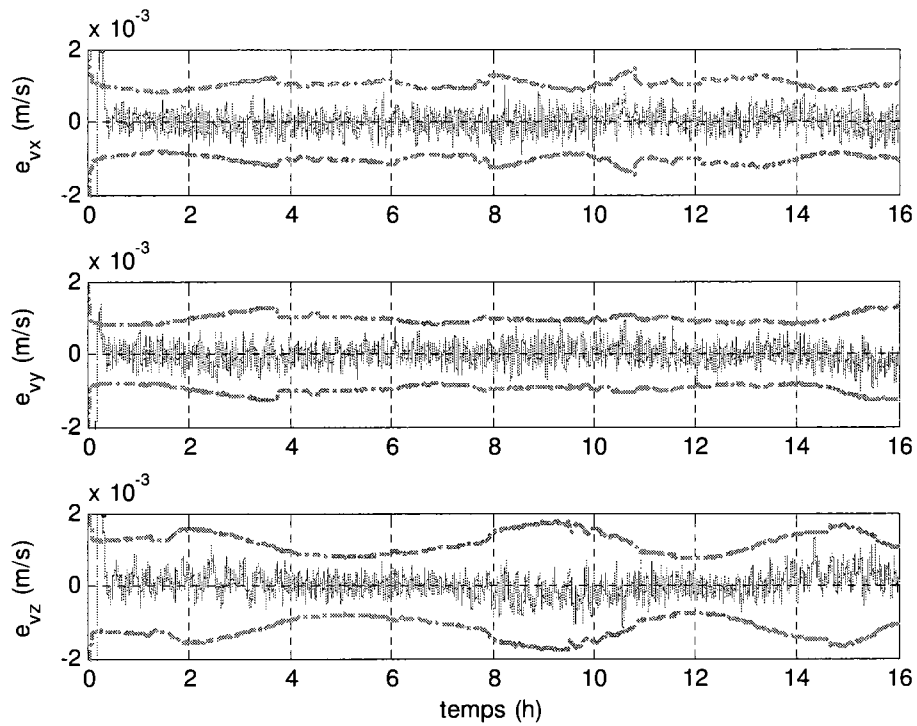


Figure B.11. Scénario 3 (Itokawa) – erreurs d'estimation en vitesse

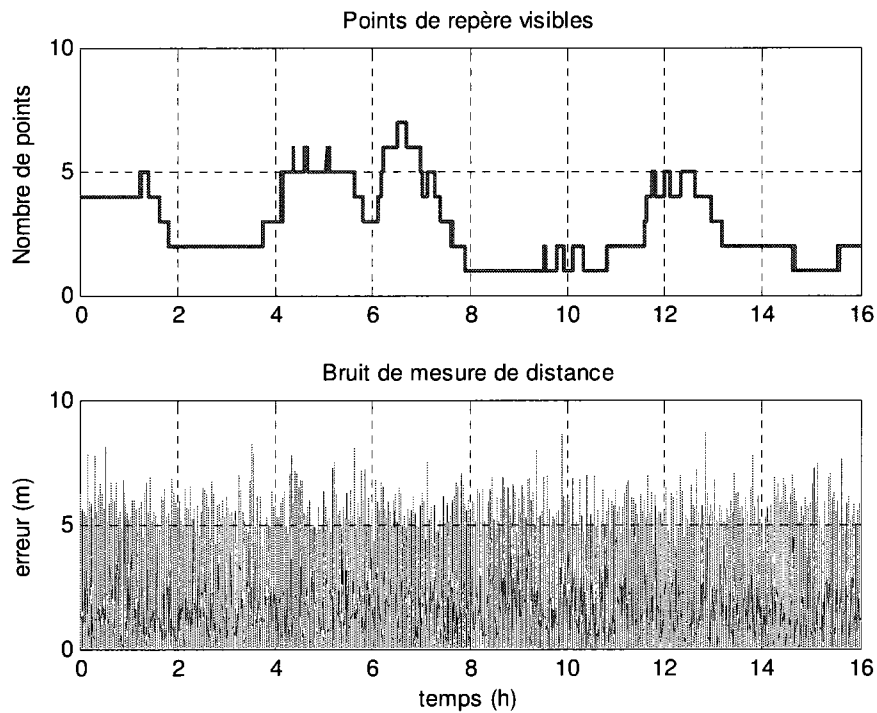


Figure B.12. Scénario 3 (Itokawa) – points de repère et bruit de mesure

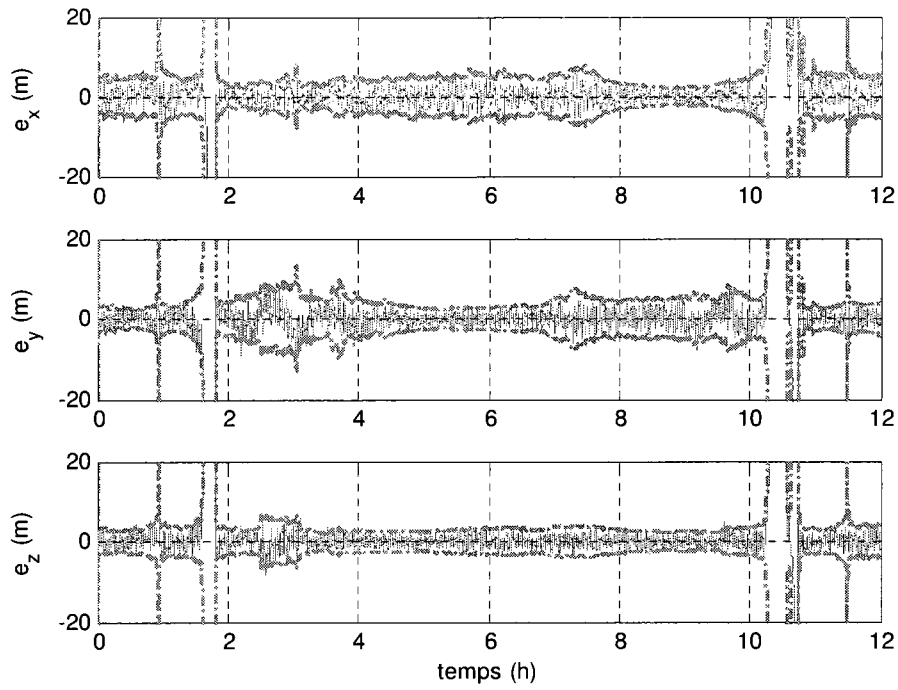


Figure B.13. Scénario 4 (Bruit amplifié) – erreurs d'estimation en position

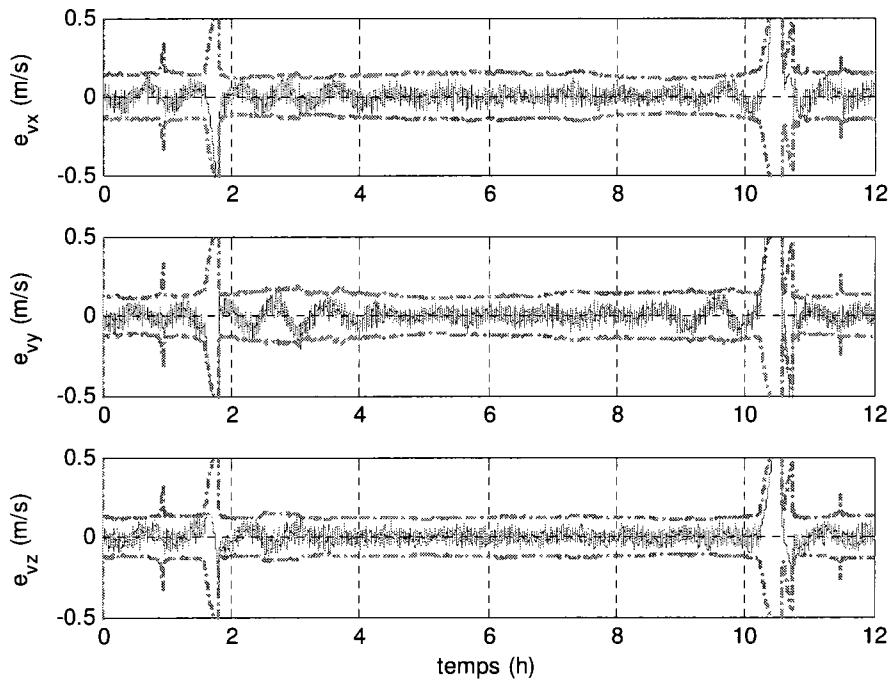


Figure B.14. Scénario 4 (Bruit amplifié) – erreurs d'estimation en vitesse

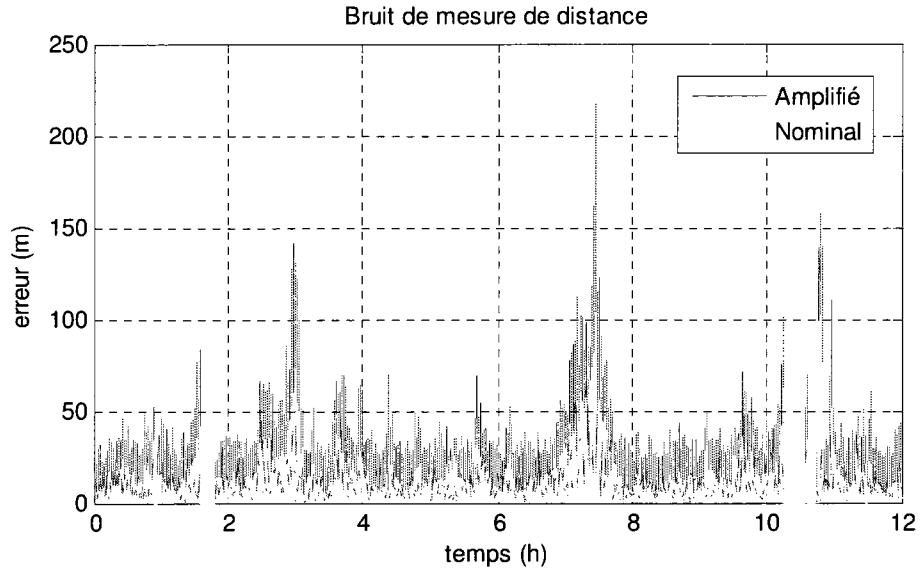


Figure B.15. Scénario 4 (Bruit amplifié) – bruit de mesure de distance

*Remarque* : pour le scénario 4, le graphique du nombre de points de repère visibles en fonction du temps est identique à celui du scénario 1 (voir Figure B.6)

La Figure B.17 et la Figure B.18 montrent les erreurs d'estimation obtenues lors des 1000 simulations de l'analyse de Monte-Carlo pour le scénario de test no 5. Toutes les courbes d'erreur sont superposées sur un même graphique. Attention à l'échelle du temps qui est donnée en minutes. Le nombre de points de repère dans le champ de vision de la caméra est donné à la Figure B.16. On y retrouve également les trois instants  $t$  pour lesquels la distribution statistique des erreurs d'estimation est illustrée à la Figure B.19.

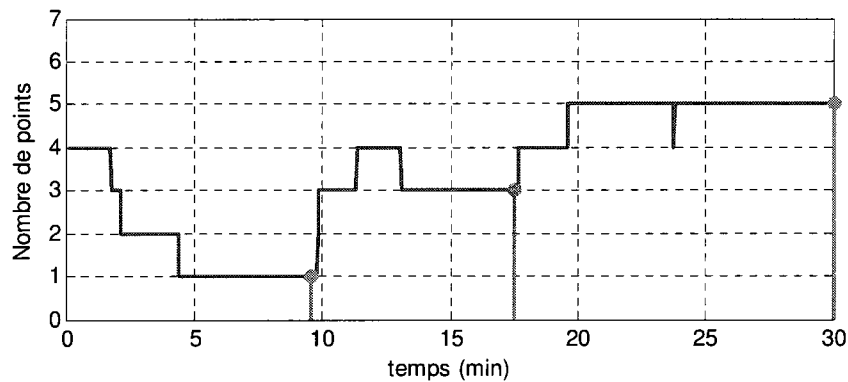


Figure B.16. Scénario 5 (Monte Carlo) – nombre de points de repère visibles et points de test pour l'analyse de la distribution statistique des erreurs d'estimation

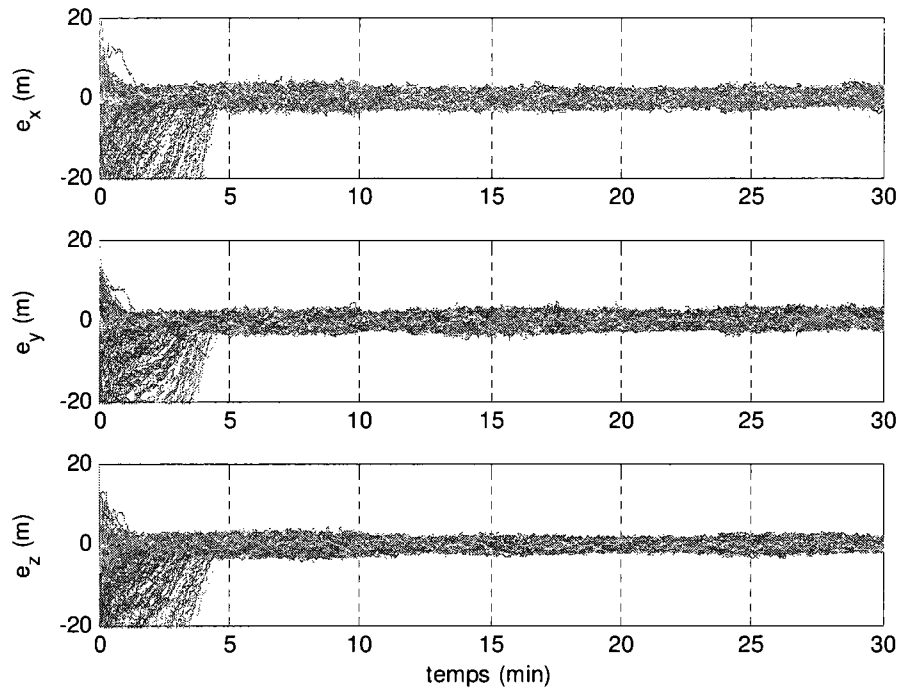


Figure B.17. Scénario 5 (Monte Carlo) – erreurs d’estimation en position

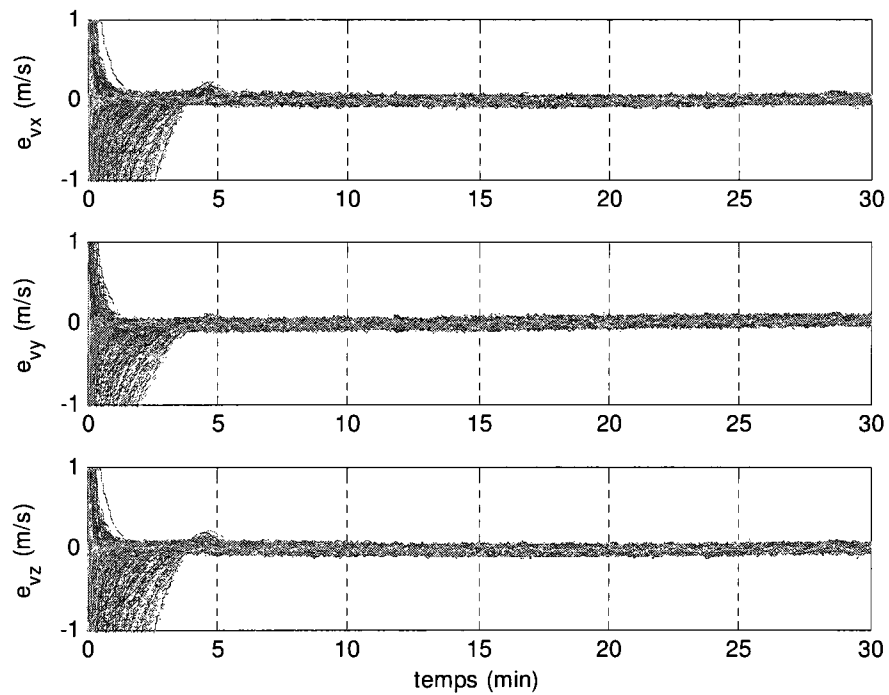


Figure B.18. Scénario 5 (Monte Carlo) – erreurs d’estimation en vitesse

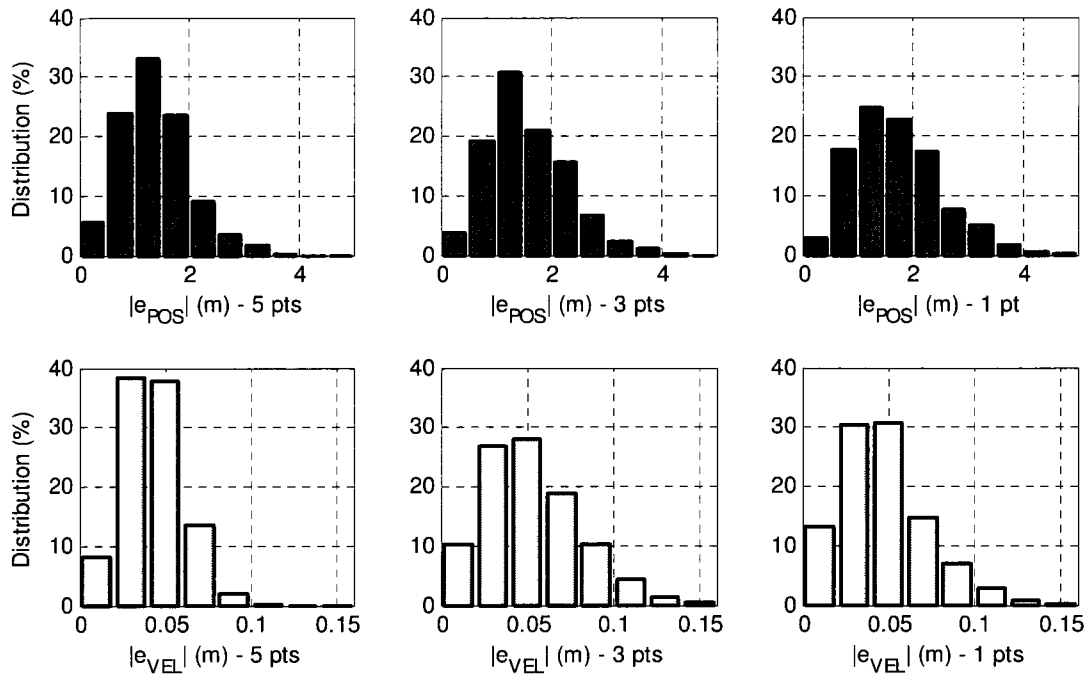


Figure B.19. Scénario 5 (Monte Carlo) – distribution des erreurs d’estimation aux temps  $t = 30$  min (5 cibles),  $t = 17.5$  min (3 cibles) et  $t = 9.6$  min (1 cible)

### B.3 Importance de la correction adaptative du lidar

Les résultats obtenus pour le scénario nominal en l’absence de l’algorithme de sélection optimale du point de repère pour le lidar sont montrés de la Figure B.20 à la Figure B.22. Le bruit de mesure de distance est alors plus important (Figure B.20). Dans ce même contexte, la correction adaptative du lidar a ensuite été désactivée ( $d_k = 0$ ) et les erreurs d’estimation obtenues lors de la simulation sont présentées à la Figure B.23 et à la Figure B.24.

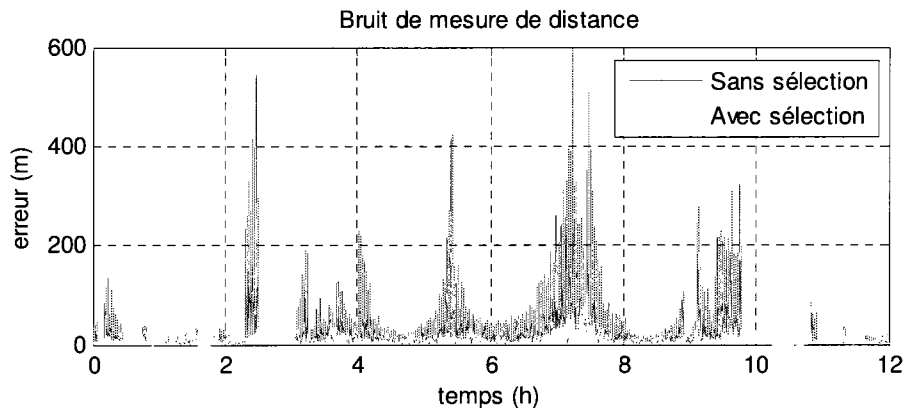


Figure B.20. Erreur de la mesure de distance pour le scénario 1 (nominal) avec et sans l’algorithme de sélection.

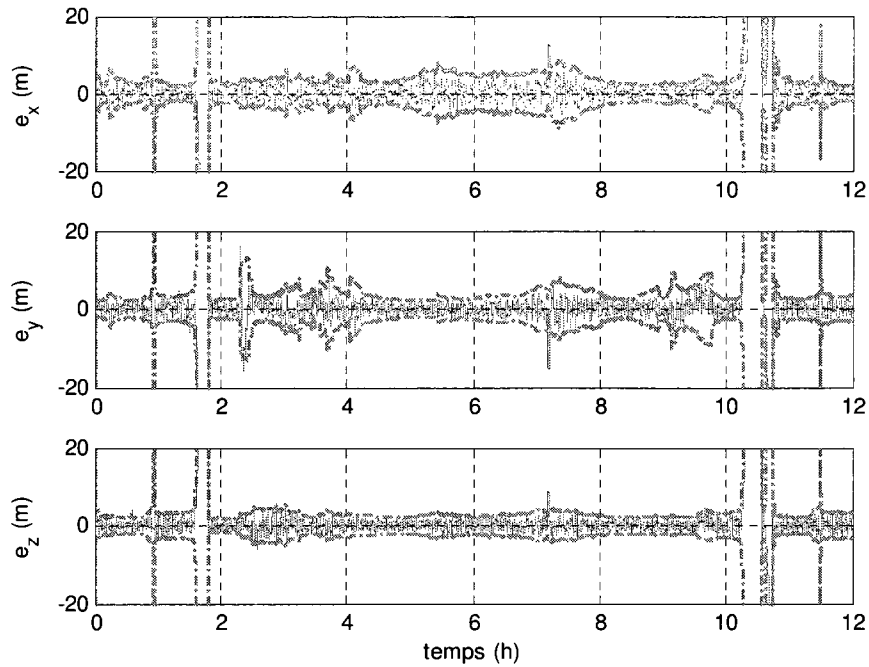


Figure B.21. Erreurs d'estimation en position – scénario 1 (nominal) sans l'algorithme de sélection

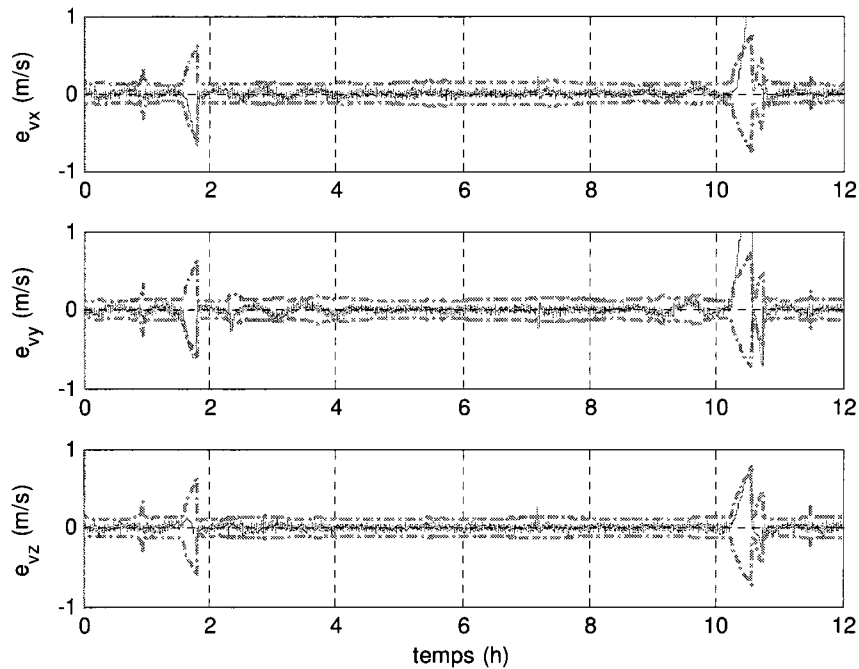


Figure B.22. Erreurs d'estimation en vitesse – scénario 1 (nominal) sans l'algorithme de sélection \*

\*Attention à l'échelle en vitesse qui est passée de  $\pm 0.5$  m/s à  $\pm 1.0$  m/s.

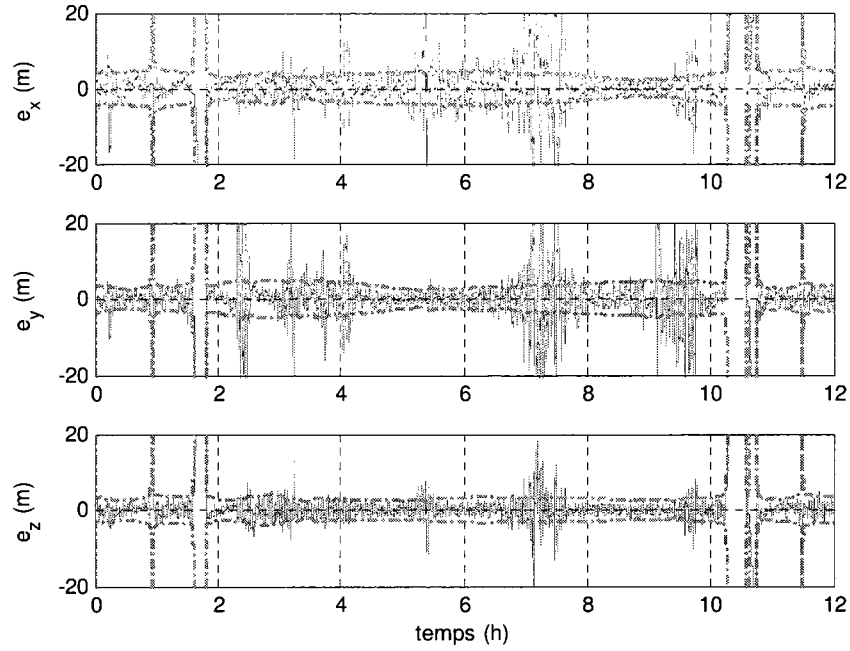


Figure B.23. Erreurs d'estimation en position – scénario 1 (nominal) sans l'algorithme de sélection et sans la correction adaptative

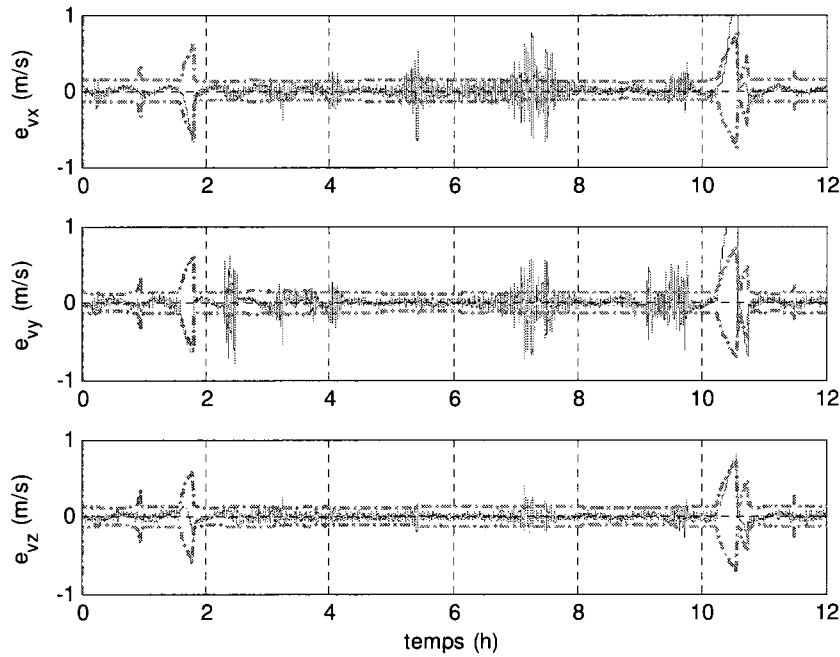


Figure B.24. Erreurs d'estimation en vitesse – scénario 1 (nominal) sans l'algorithme de sélection et sans la correction adaptative



#### B.4 Contribution du lidar

Les graphiques de la Figure B.25 à la Figure B.31 montrent les résultats de simulation des scénarios 1 et 3 lorsque les mesures du lidar ne sont pas utilisées dans la phase de correction de l'estimateur. Attentions aux échelles en position et en vitesse qui peuvent avoir varié par rapport aux simulations originales. Les Figures B.27, B.30 et B.31 présentent la dilution de précision des mesures de la caméra en fonction du temps pour les scénarios 1, 2 et 3. La dilution n'est pas valide lorsque moins de deux points de repère sont visibles, ce qui est indiqué par une tige rouge d'amplitude 5.

Pour fins de comparaison, on superpose les bornes  $3\sigma$  obtenues pour chacun des six états lors des simulations avec et sans le lidar pour les scénarios de tests no 1 à 4. Les résultats sont présentés de la Figure B.32 à la Figure B.35. Le trait bleu foncé indique que le lidar est activé alors que le trait vert pâle signifie que la caméra fonctionne seule.

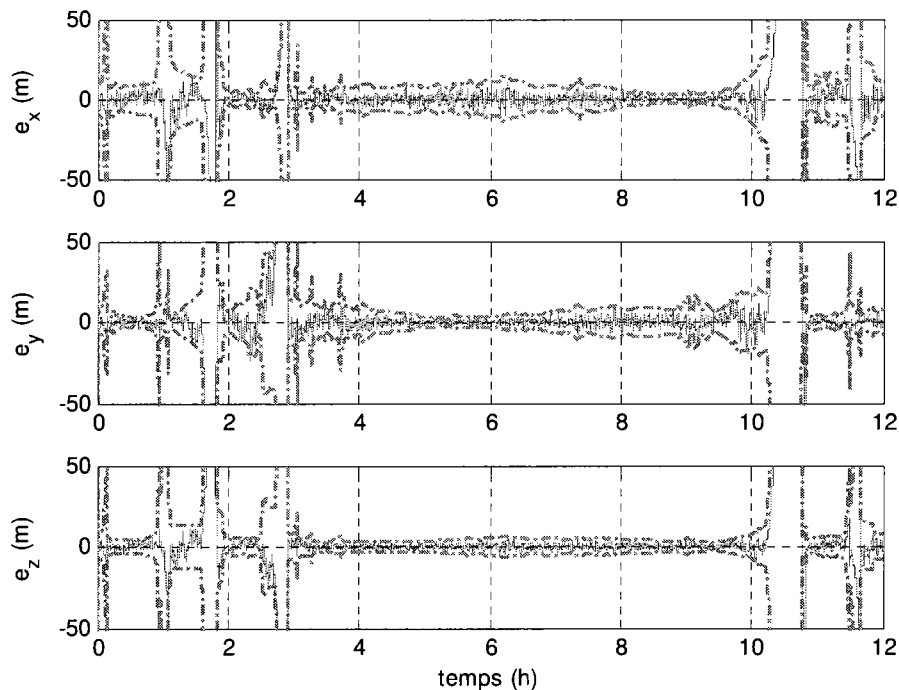


Figure B.25. Scénario 1 (nominal) sans le lidar– erreurs d'estimation en position

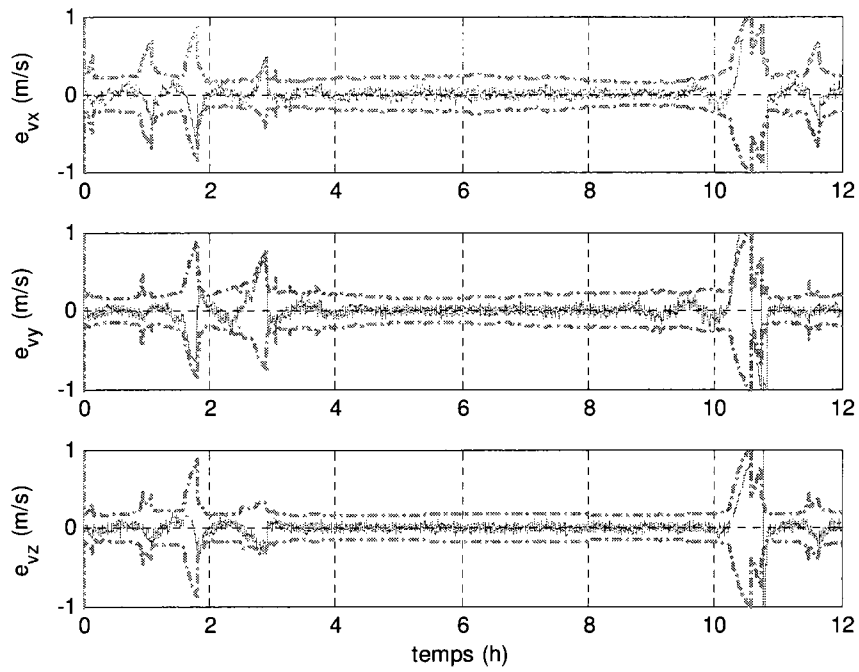


Figure B.26. Scénario 1 (nominal) sans le lidar– erreurs d’estimation en vitesse

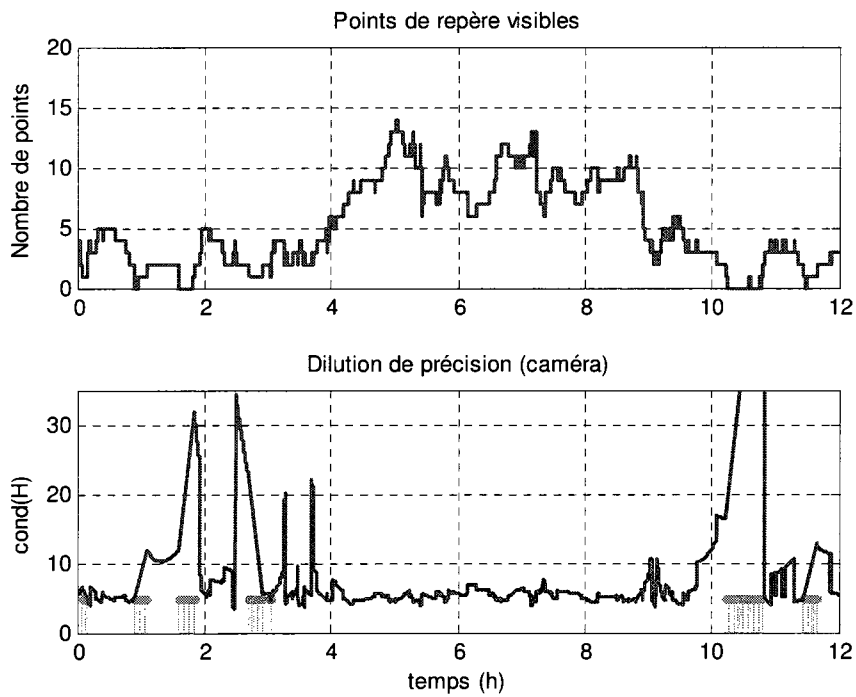


Figure B.27. Scénario 1 (nominal) sans le lidar – Points de repère et dilution de précision

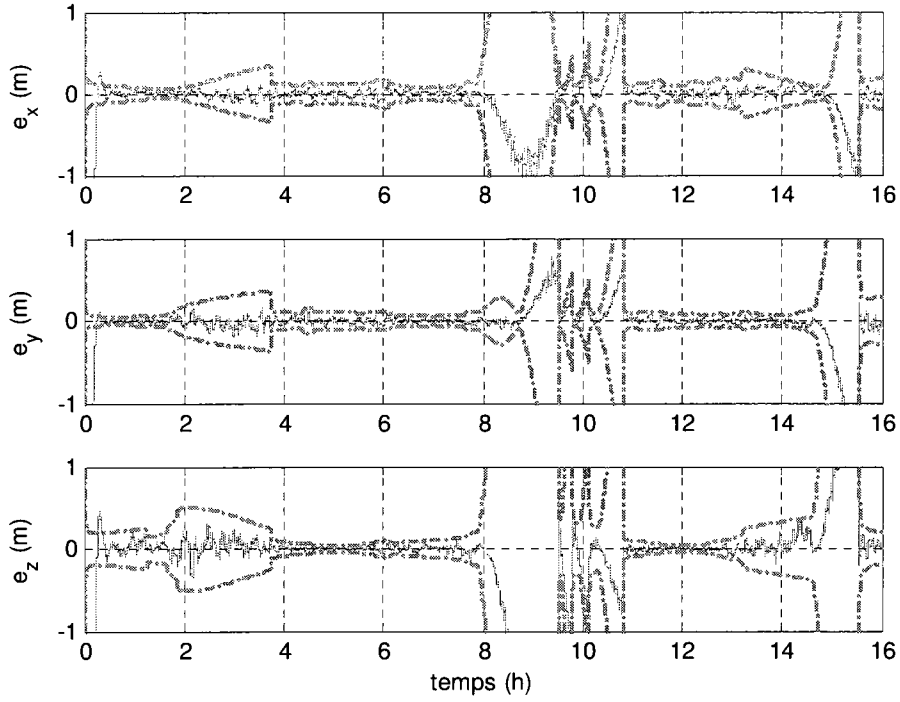


Figure B.28. Scénario 3 (Itokawa) sans le lidar– erreurs d’estimation en position

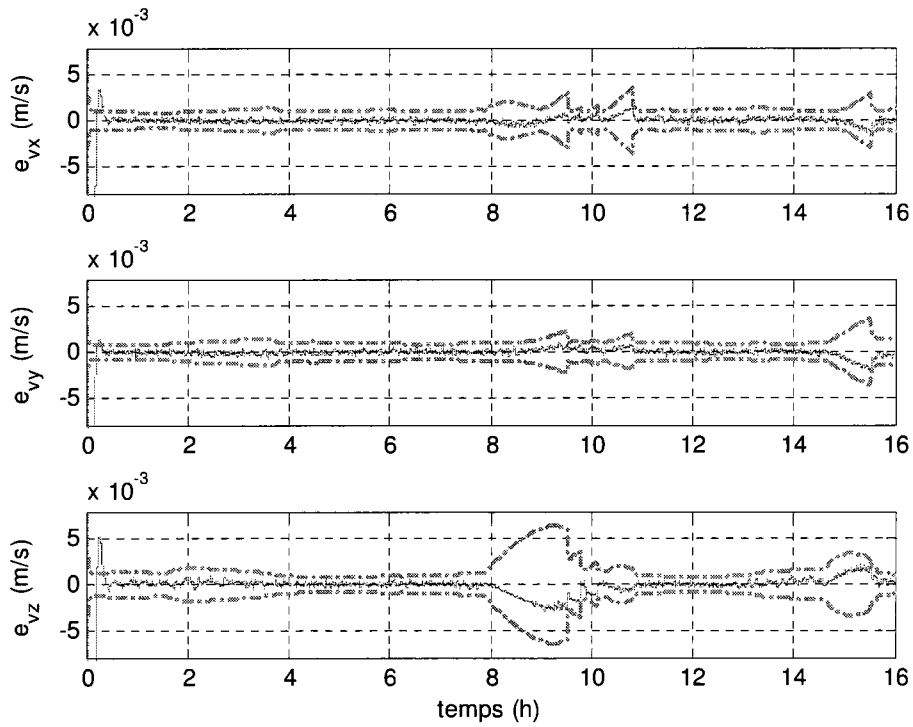


Figure B.29. Scénario 3 (Itokawa) sans le lidar– erreurs d’estimation en vitesse

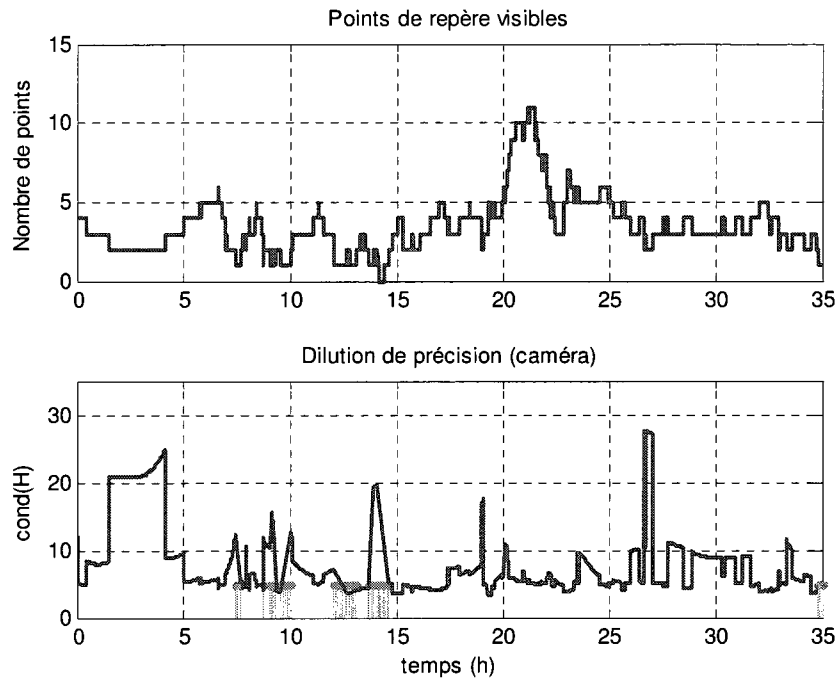


Figure B.30. Scénario 3 (Itokawa) sans le lidar – Points de repère et dilution de précision

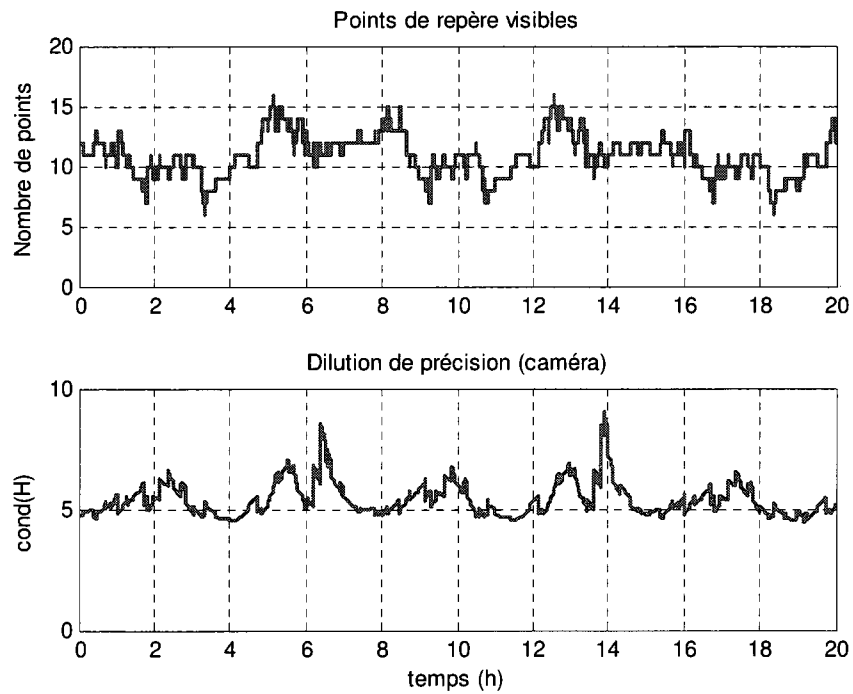


Figure B.31. Scénario 2 (Direct) sans le lidar – Points de repère et dilution de précision

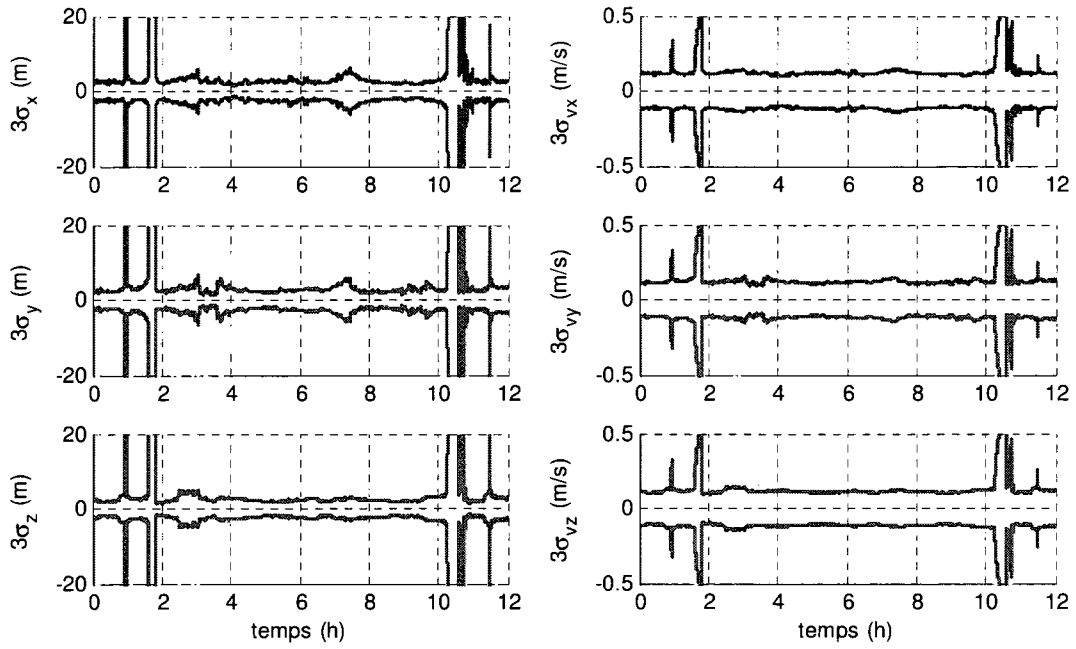


Figure B.32. Scénario 1 (nominal) – borne des erreurs d’estimation avec et sans le lidar

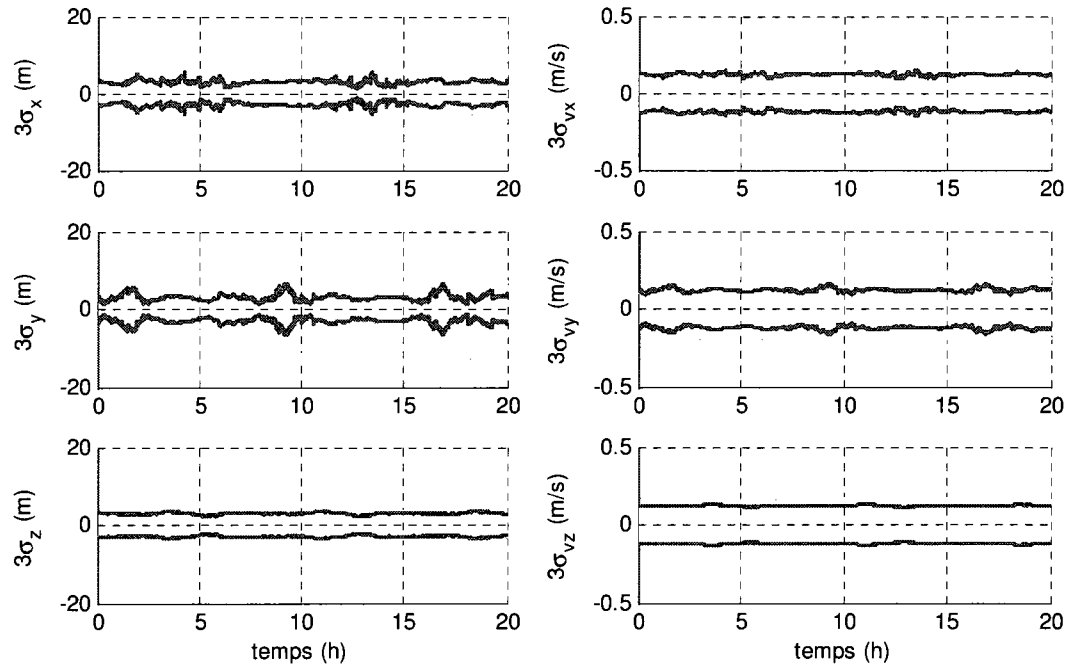


Figure B.33. Scénario 2 (orbite directe équatoriale) – borne des erreurs d’estimation avec et sans le lidar

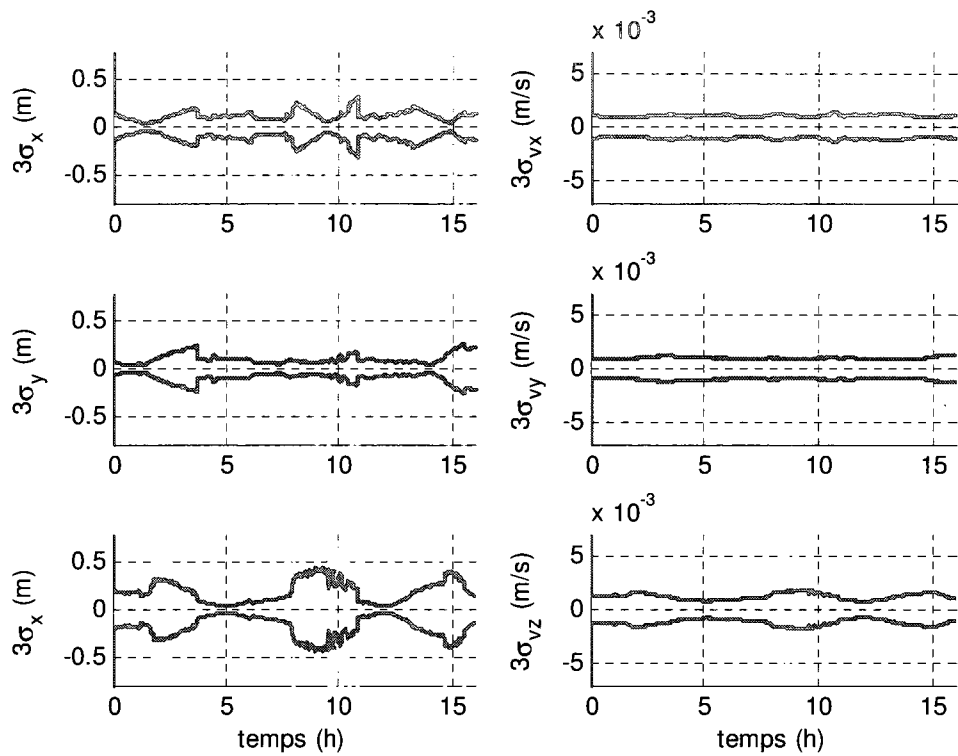


Figure B.34. Scénario 3 (Itokawa) – borne des erreurs d’estimation avec et sans le lidar

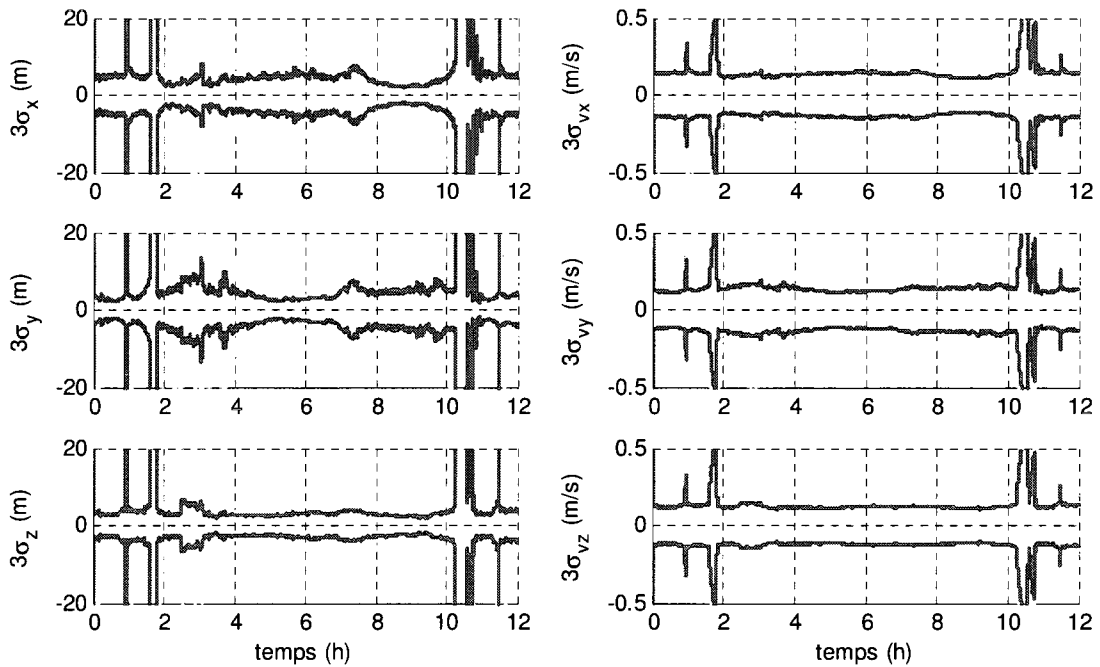


Figure B.35. Scénario 4 (Bruit amplifié) – borne des erreurs d’estimation avec et sans le lidar

## ANNEXE C

### RÉSULTATS DES ANALYSES DE SENSIBILITÉ

En complément du chapitre 8, cette annexe présente les résultats de simulation obtenus lors des analyses de sensibilité réalisées pour les six paramètres sélectionnés, soit le nombre de points de repère, la précision de l'algorithme de vision, la distance du satellite, la fréquence de recalage des mesures, la qualité du modèle embarqué de la gravité ainsi que les erreurs de cartographie. Les figures sont regroupées selon chacun des paramètres à l'étude. De manière générale, les courbes bleu foncé incluent des mesures de lidar alors que les courbes vert pâle ont été obtenues pour la caméra employée seule.

#### C.1 Nombre de points de repères

La Figure C.1 illustre le résultat obtenu pour l'analyse de l'influence du nombre de points de repère sur l'erreur d'estimation.

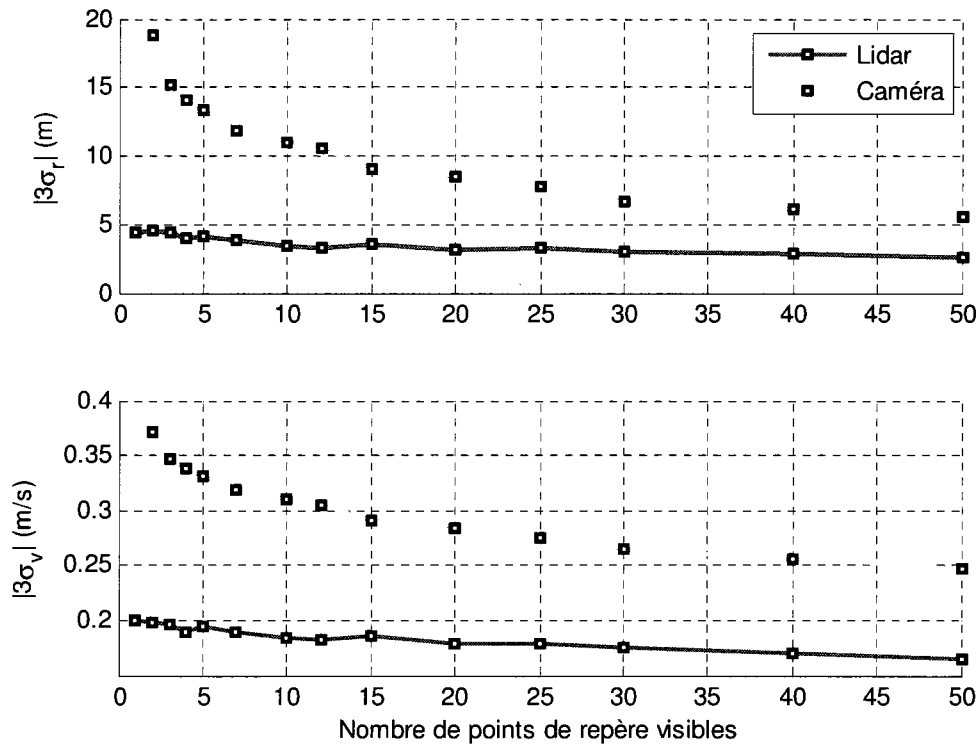


Figure C.1. Relation entre la borne  $3\sigma$  des erreurs d'estimation et le nombre de points de repère visibles dans le champ de vision de la caméra

## C.2 Précision de l'algorithme de vision

Les résultats de simulation pour l'analyse de l'influence de la précision de l'algorithme de vision sur les erreurs d'estimation sont présentés à la Figure C.2. Le trait plein indique les résultats obtenus avec l'orbite nominale à 25 km de rayon et le trait pointillé s'applique pour l'orbite de test à 35 km.

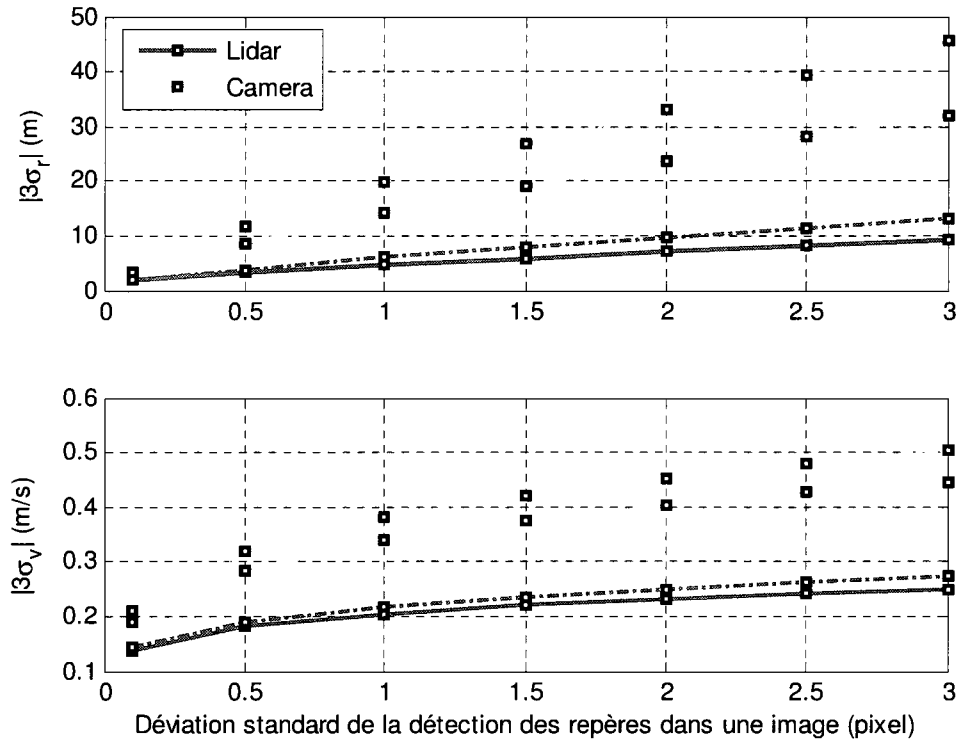


Figure C.2. Relation entre la borne  $3\sigma$  des erreurs d'estimation et la précision de l'algorithme de vision utilisé

## C.3 Distance à la surface de l'astéroïde

La relation entre les erreurs d'estimation et la distance à la surface de l'astéroïde est illustrée à la Figure C.3 pour des densités de  $0.2 \text{ repère}/\text{km}^2$  et  $1.3 \text{ repère}/\text{km}^2$ . On s'intéresse également au nombre de points de repère visibles dans le champ de vision de la caméra, ce qui est présenté à la Figure C.4.



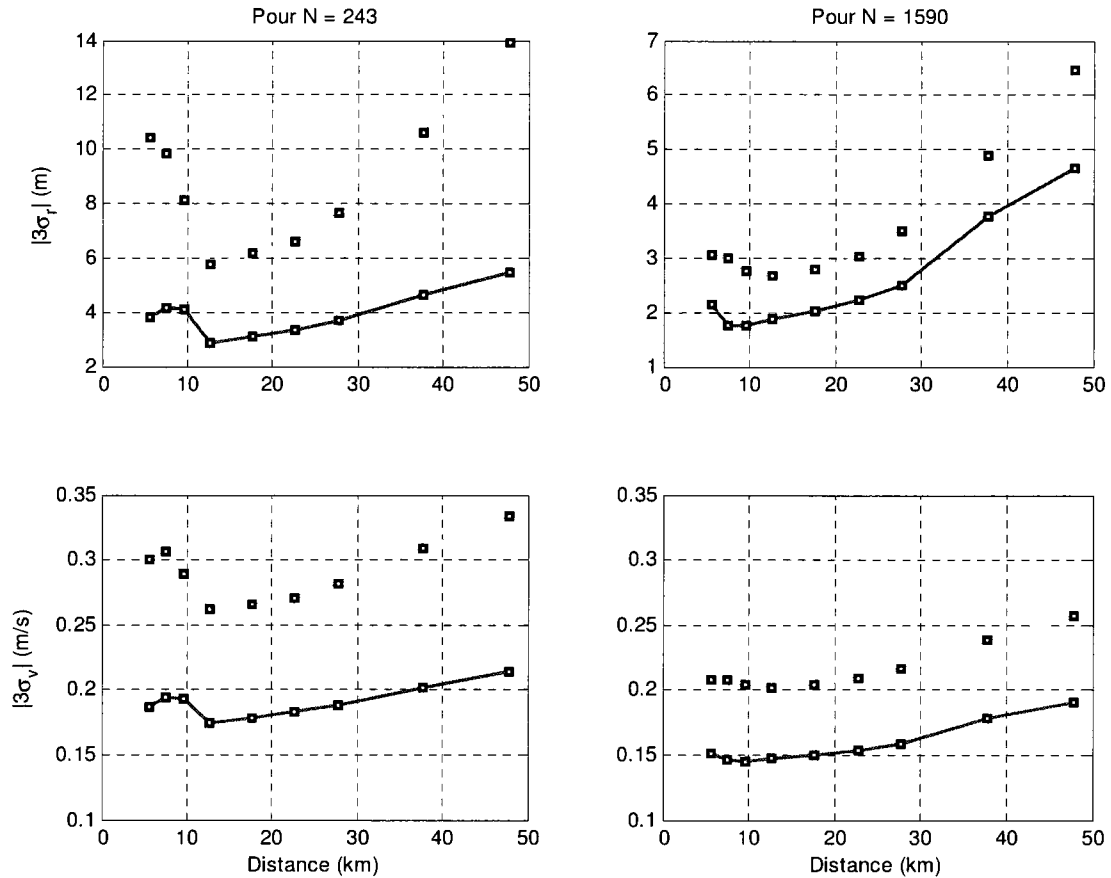


Figure C.3. Relation entre la borne  $3\sigma$  des erreurs d'estimation et la distance à la surface de l'astéroïde pour 243 et 1590 points de repère cartographiés

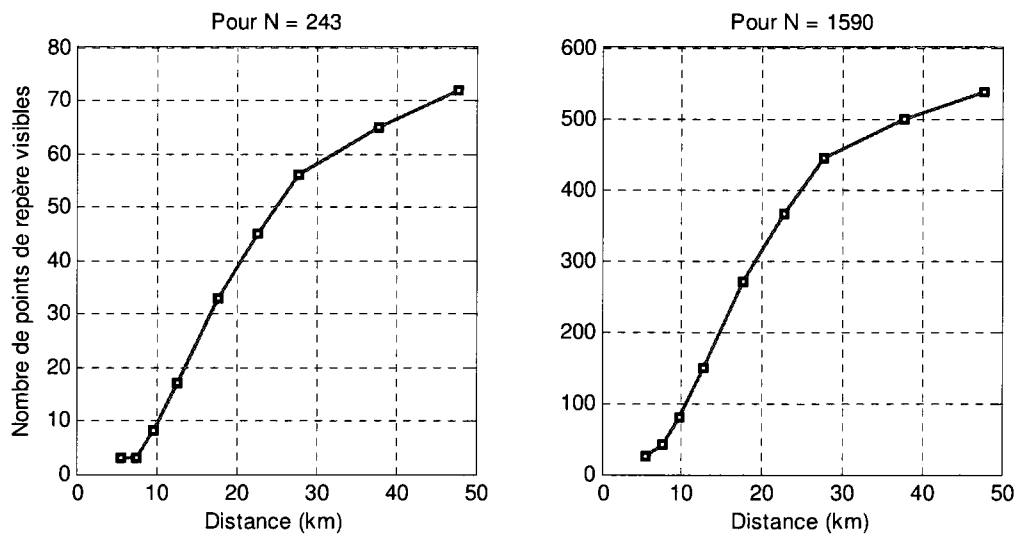


Figure C.4. Relation entre le nombre de points de repère visibles et la distance à la surface de l'astéroïde pour 243 et 1590 points de repère cartographiés

#### C.4 Fréquence de recalage des mesures

La Figure C.5 montre la relation entre les erreurs d'estimation et la période de recalage des mesures (*camera inter-frame time*).

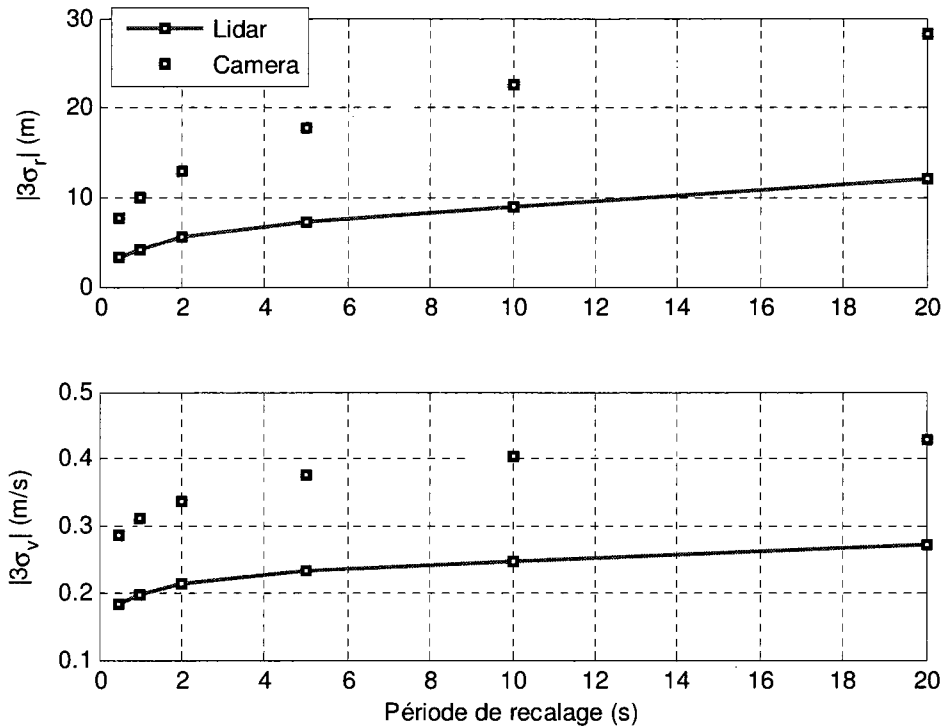


Figure C.5. Relation entre la borne  $3\sigma$  des erreurs d'estimation et la période de recalage des mesures

#### C.5 Qualité du modèle embarqué de la gravité

La Figure C.6 présente la relation entre les erreurs d'estimation et le paramètre  $\lambda$  de la matrice de covariance  $Q$  des erreurs du modèle dynamique. Les courbes en trait plein ont été obtenues pour un satellite soumis au champ gravitationnel perturbé de l'astéroïde Eros. Les traits pointillés s'appliquent pour un champ gravitationnel idéal, c'est-à-dire lorsque tous les coefficients  $C_{lm}$  sont nuls. Pour ce cas particulier, on s'intéresse également au temps de stabilisation de l'estimation, ce qui est donné à la Figure C.7.

La Figure C.8 et la Figure C.9 montrent le comportement des erreurs d'estimation en période de non-observabilité. Dans le premier cas, le satellite est soumis à des perturbations gravitationnelles d'ordre 4 alors que le modèle dynamique à bord suppose un champ

gravitationnel sphérique idéal. Dans le deuxième cas, le champ gravitationnel est idéal et dans la réalité, et à bord du satellite. Pour ces deux simulations, le lidar est activé.

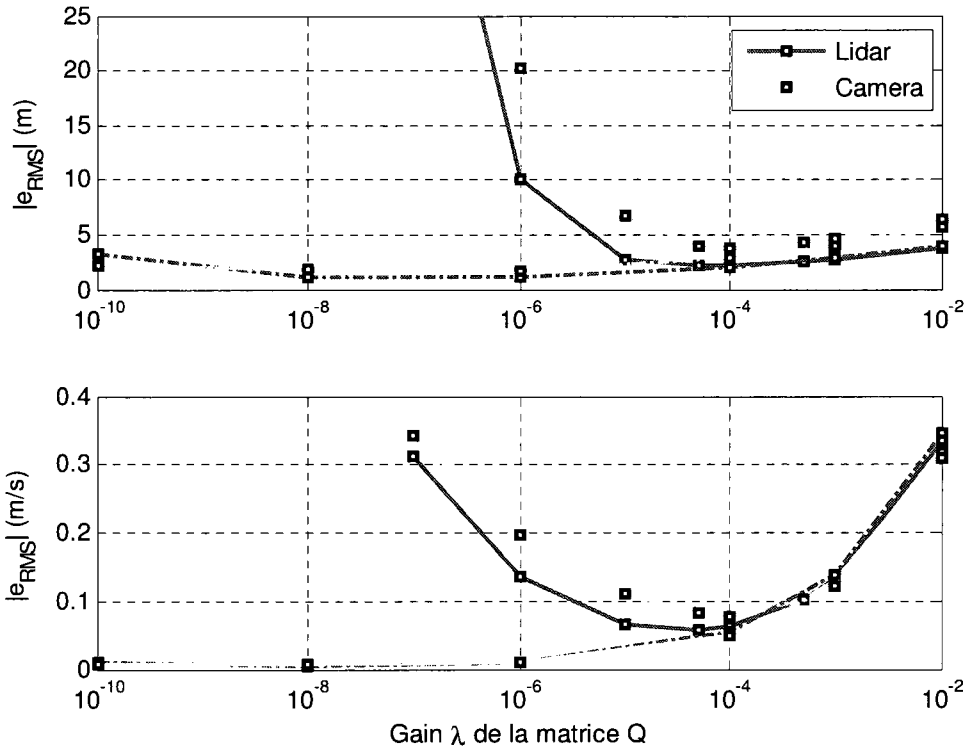


Figure C.6. Relation entre l'erreur RMS d'estimation et le gain  $\lambda$  de la matrice  $Q$

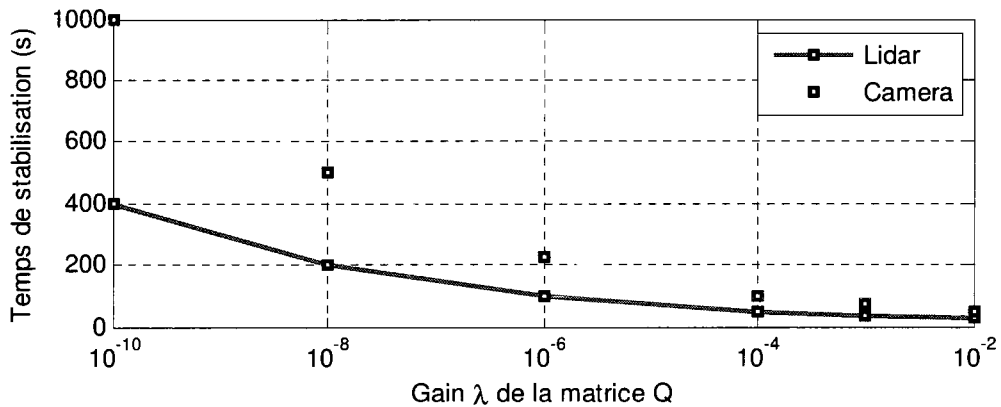


Figure C.7. Relation entre le temps de stabilisation et le gain  $\lambda$  de la matrice  $Q$  (pour un champ gravitationnel sphérique idéal)

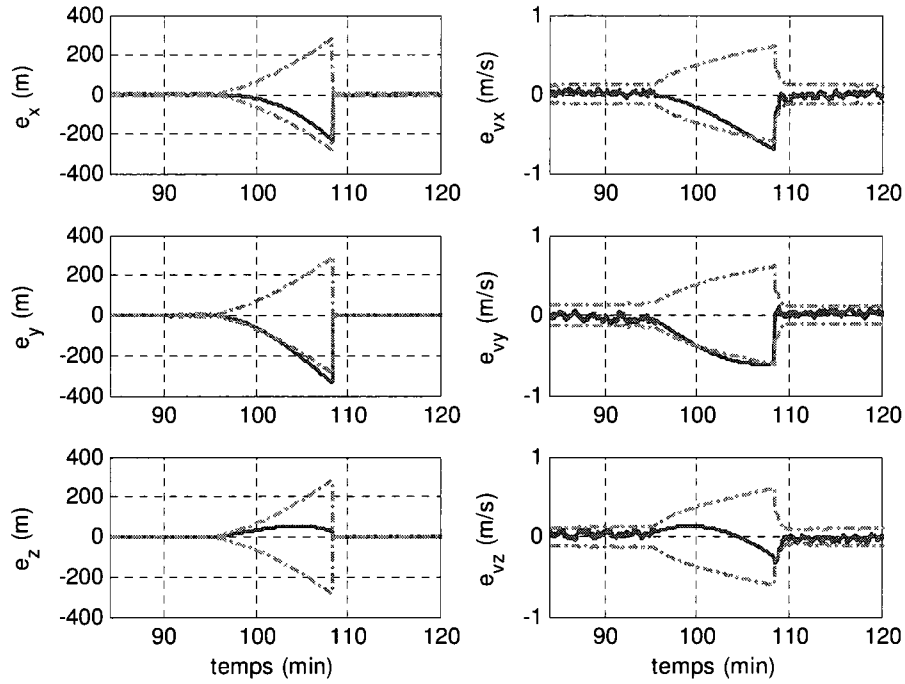


Figure C.8. Erreur d'estimation en période de non observabilité dans un champ gravitationnel mal connu à bord ( $\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$ )

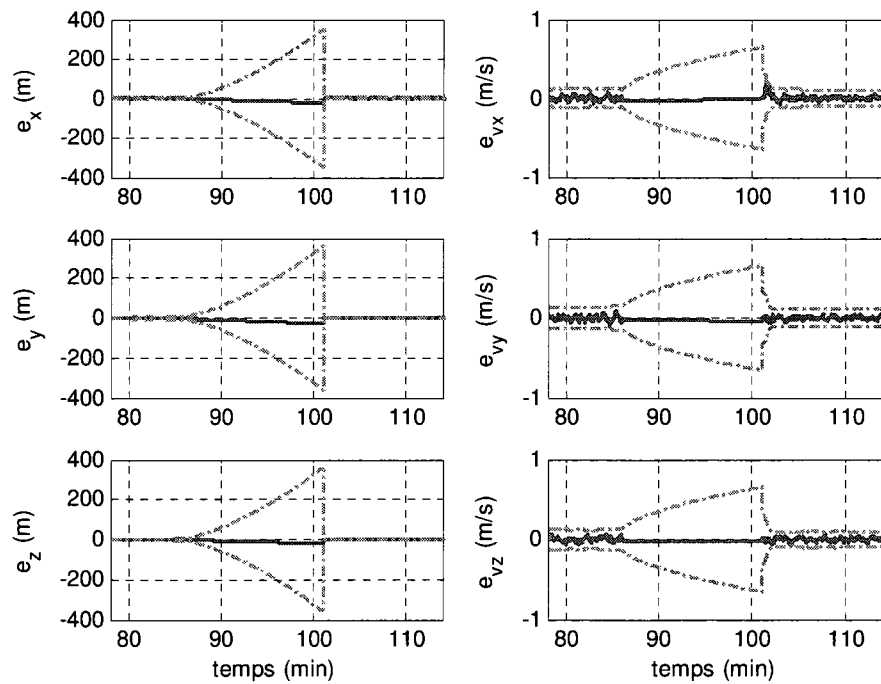


Figure C.9. Erreur d'estimation en période de non observabilité dans un champ gravitationnel bien connu à bord ( $\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$ )

## C.6 Erreurs de cartographie

La Figure C.10 et la Figure C.11 montrent un exemple des erreurs d'estimation en présence d'une erreur de cartographie de 10 mètres avec et sans l'utilisation du lidar. La Figure C.12 et la Figure C.13 présentent la compilation des résultats obtenus lors des simulations Monte-Carlo qui établit la relation entre les erreurs d'estimation et l'erreur de cartographie. Pour faciliter l'interprétation des résultats, les courbes sont présentées à nouveau à la Figure C.14 où les données avec lidar sont représentées en bleu foncé et celles sans le lidar, en vert pâle.

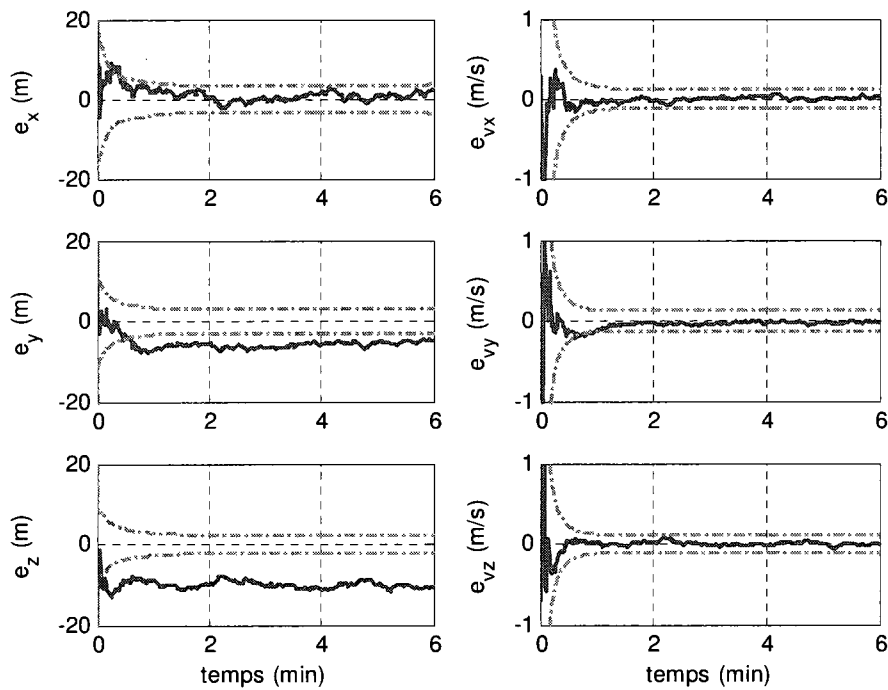


Figure C.10. Erreur d'estimation pour une erreur de cartographie  $\sigma_{map} = 10$  m et trois points de repère visibles (avec caméra et lidar)

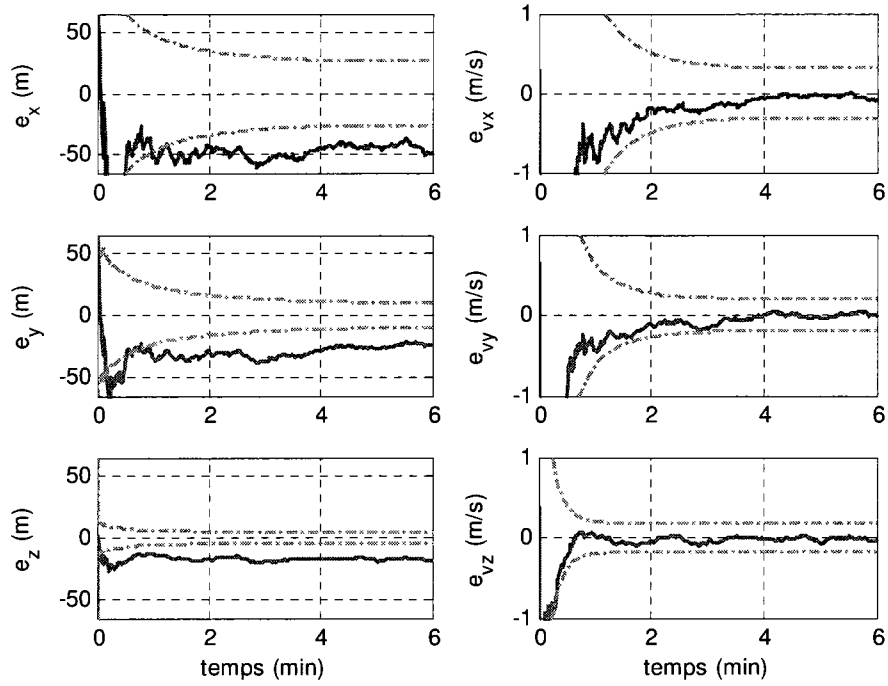


Figure C.11. Erreur d'estimation pour une erreur de cartographie  $\sigma_{map} = 10$  m et trois points de repère visibles (avec caméra seulement)

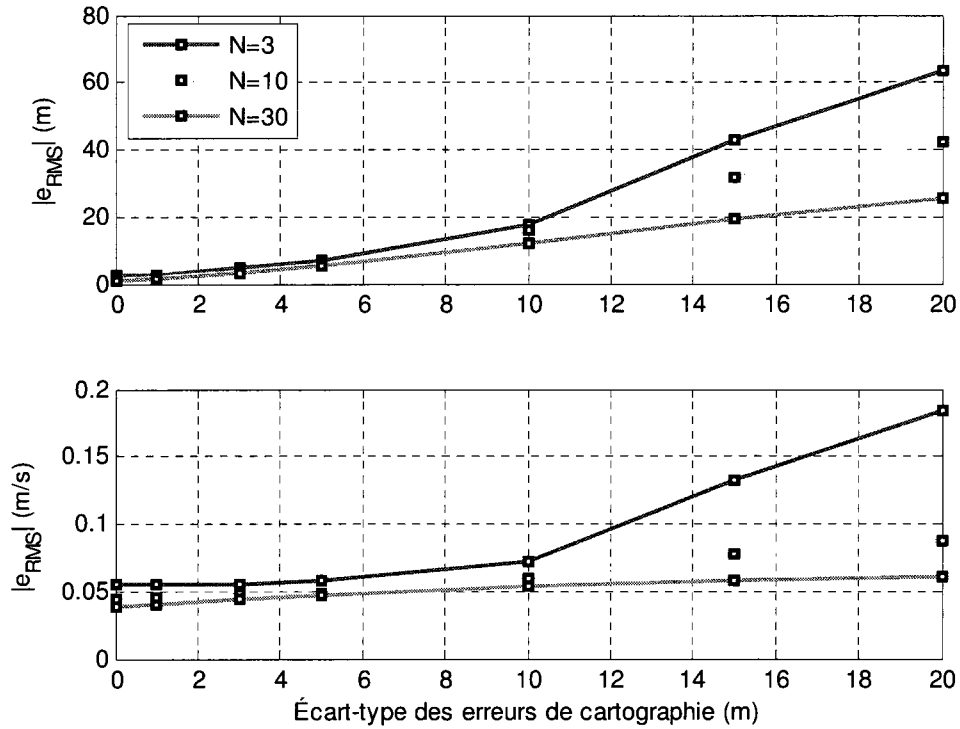


Figure C.12. Relation entre l'erreur RMS d'estimation et l'amplitude des erreurs de cartographie (avec lidar)

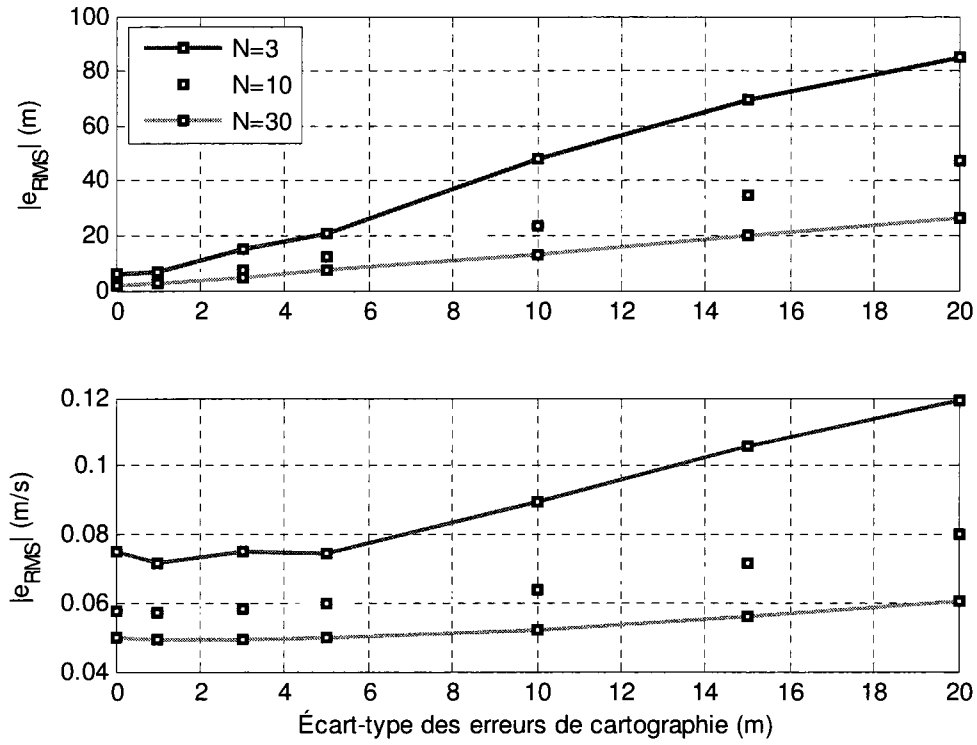


Figure C.13. Relation entre l'erreur RMS d'estimation et l'amplitude des erreurs de cartographie (sans lidar)

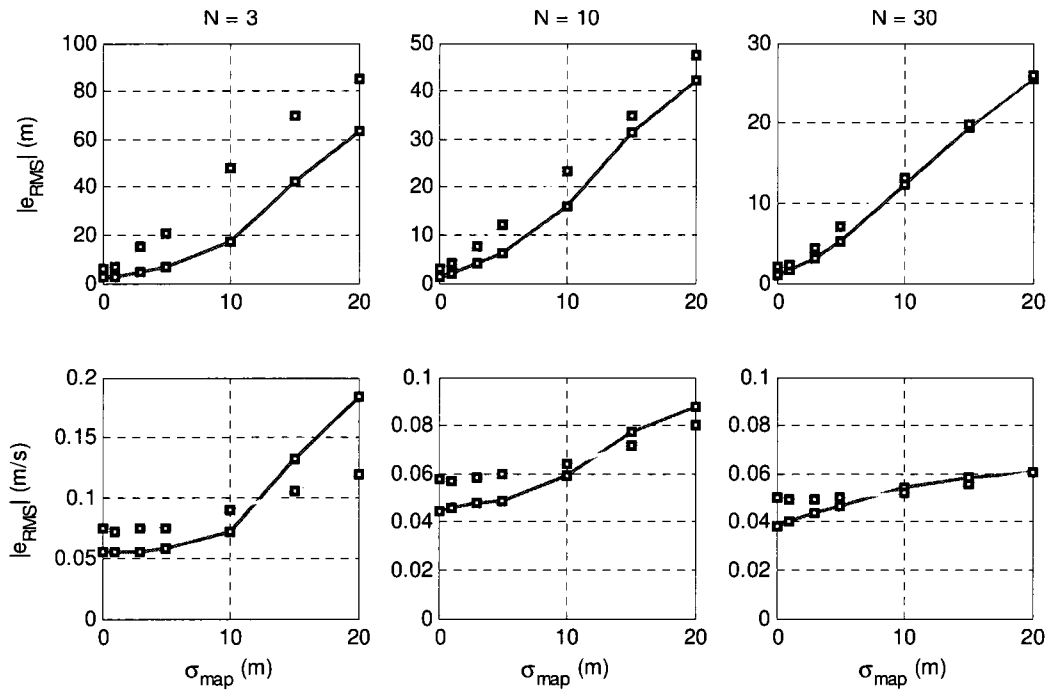


Figure C.14. Comparaison des relations entre l'erreur RMS d'estimation et l'amplitude des erreurs de cartographie avec et sans le lidar

## BIBLIOGRAPHIE

- Aragón Ángel, A. (2008). Entretien personnel. novembre 2008.
- Ball, A.J., Ulamec, S., Dachwald, B., Price, M.E., Nadalini, R., Luethi, B., Wolters, S.D., Sheridan, S., Green, S.F., Zarnecki, J.C., D'Arrigo, P., Seiferlin, K., Kargl, G. et Goerke, N. (2009). A small mission for in situ exploration of a primitive binary near-Earth asteroid. *Advances in Space Research*, vol. 43, n° 2, p. 317-324.
- Barucci, M.A. (2006). NEO Sample Return Mission. In Imperial College London. [En ligne]. [http://www.sp.ph.ic.ac.uk/~nach/NEO:Reports\\_from\\_OU/Appendix\\_C2\\_Barucci.pdf](http://www.sp.ph.ic.ac.uk/~nach/NEO:Reports_from_OU/Appendix_C2_Barucci.pdf), page consultée le 2 avril 2009.
- Bayard, D.S. et Brugarolas, P.B. (2005). An estimation algorithm for vision-based exploration of small bodies in space. *Proceedings of the 2005 American Control Conference*, IEEE, 8-10 juin 2005, Portland, Oregon, États-Unis, p. 4589-4595.
- Bell, J. et Mitton, J. (2002). *Asteroid rendezvous : NEAR Shoemaker's adventures at Eros / edited by Jim Bell and Jacqueline Mitton*. Cambridge, Grande-Bretagne, Cambridge University Press, 115 p.
- Bordi, J.J., Miller, J.K., Williams, B.G., Nerem, R.S. et Pelletier, F.J. (2000a). The impact of altimeter range observations on NEAR navigation. *AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference*, 14-17 août 2000, Denver, Colorado, États-Unis.
- Bordi, J.J., Antreasian, P.G., Miller, J.K. et Williams, B.G. (2000b). Altimeter range processing analysis for spacecraft navigation about small bodies. *Advances in the Astronautical Sciences*, vol. 105 II, p. 1001-1015.
- Broschart, S.B. et Scheeres, D.J. (2005). Control of hovering spacecraft near small bodies: Application to asteroid 25143 Itokawa. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 28, n° 2, p. 343-354.
- Chauvineau, B., Farinella, P. et Mignard, F. (1993). Planar orbits about a triaxial body: application to asteroidal satellites. *Icarus*, vol. 105, n° 2, p. 370-84.
- Cheng, Y., Goguen, J., Johnson, A., Leger, C., Matthies, L., Martin, M.S. et Willson, R. (2004). The Mars exploration rovers descent image motion estimation system. *IEEE Intelligent Systems*, vol. 19, n° 3, p. 13-21.
- Cheng, Y. et Ansar, A. (2005). Landmark based position estimation for pinpoint landing on Mars. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, IEEE, 18-22 avril 2005, Barcelone, Espagne, p. 4470-4475.



- Cheng, Y., Johnson, A. et Matthies, L. (2005). MER-DIMES: a planetary landing application of computer vision. *IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, IEEE Computer Society, 20-25 juin 2005, San Diego, Californie, États-Unis, p. 806-813.
- Côté, J. (2007). *Application des estimateurs de type unscented pour l'estimation des états, des perturbations et des paramètres d'un satellite*, Mémoire de maîtrise, Université de Sherbrooke, Département de génie électrique, Sherbrooke, Canada, 143 p.
- Crassidis, J.L., Alonso, R. et Junkins, J.L. (2000). Optimal attitude and position determination from line-of-sight measurements. *Advances in the Astronautical Sciences*, vol. 106, p. 407-423.
- de Lafontaine, J., Ulitsky, A., Tripp, J.W., Richards, R., Daly, M. et Sallaberger, C. (2004). LAPS: the development of a scanning LIDAR system with GNC for autonomous hazard avoidance and precision landing. *Spaceborne Sensors*. SPIE-International Society of Optical Engineering, 13 Avril 2004, États-Unis, p. 81-93.
- de Lafontaine, J. (2002). *Notes de cours, GEI-720 commande multivariable appliquée à l'aérospatiale*. Unpublished manuscript. Université de Sherbrooke, Canada.
- Dechambre, D. et Scheeres, D.J. (2002). Transformation of spherical harmonic coefficients to ellipsoidal harmonic coefficients. *Astronomy and Astrophysics*, vol. 387, n° 3, p. 1114-1122.
- Dermura, H., Kobayashi, S., Nemoto, E., Matsumoto, N., Furuya, M., Yukishita, A., Muranaka, N., Morita, H., Shirakawa, K., Maruya, M., Ohshima, H., Uo, M., Kubota, T., Hashimoto, T., Kawaguchi, J., Fujiwara, A., Saito, J., Sasaki, S., Miyamoto, H.M. et Hirata, N. (2006). Pole and global shape of 25143 Itokawa. *Science*, vol. 312, n° 5778, p. 1347-1349.
- Dieckmann, A. (2003). The Surface Area Of An Ellipsoid. In Universität Bonn. [En ligne]. <http://pi.physik.uni-bonn.de/~dieckman/SurfaceEllipsoid/SurfEll.html>, page consultée le 30 mars 2009.
- Doong, S. (2008). A closed-form formula for GPS GDOP computation. *GPS Solutions*, p. 1-8.
- En collaboration (2009). *Wikipedia – The Free Encyclopedia*. [www.wikipedia.org](http://www.wikipedia.org), page consultée en janvier 2009.
- Epp, C.D., Robertson, E.A. et Brady, T. (2008). Autonomous landing and hazard avoidance technology (ALHAT). *IEEE Aerospace Conference*, IEEE Computer Society, 1-8 Mars 2008. Piscataway, New Jersey, États-Unis.

- ESA (2004). ESA Considers Spacecraft Swarm to Asteroids. *In* ESA. *General Studies Programme*, [En ligne]. [http://www.esa.int/SPECIALS/GSP/SEMGI677ESD\\_0.html](http://www.esa.int/SPECIALS/GSP/SEMGI677ESD_0.html), page consultée le 1er avril 2009.
- ESA (2006a). Past Studies: ISHTAR. *In* ESA. *NEO Space Mission Preparation*, [En ligne]. [http://www.esa.int/SPECIALS/NEO/SEMIRT59CLE\\_0.html](http://www.esa.int/SPECIALS/NEO/SEMIRT59CLE_0.html), page consultée le 1er avril 2009.
- ESA (2006b). Past Studies: SIMONE. *In* ESA. *NEO Space Mission Preparation*, [En ligne]. [http://www.esa.int/SPECIALS/NEO/SEMTGT59CLE\\_0.html](http://www.esa.int/SPECIALS/NEO/SEMTGT59CLE_0.html), page consultée le 1er avril 2009.
- ESA (2008a). ESA's Don Quijote - Mission Design. *In* ESA. *NEO Space Mission Preparation*, [En ligne]. [http://www.esa.int/SPECIALS/NEO/SEMZRZNVGJE\\_0.html](http://www.esa.int/SPECIALS/NEO/SEMZRZNVGJE_0.html), page consultée le 1er avril 2009.
- ESA (2008b). Near Earth Asteroid Sample Return. *In* ESA. *Science and Technology*, [En ligne]. <http://sci.esa.int/science-e/www/object/index.cfm?fobjectid=40608>, page consultée le 15 octobre 2007.
- ESA (2008c). Proba-2: Extending ESA's commitment to technological innovation. *In* ESA. *Technical and Quality Management*, [En ligne]. [http://www.esa.int/esaTQM/1134728792936\\_index\\_0.html](http://www.esa.int/esaTQM/1134728792936_index_0.html), page consultée le 3 avril 2009.
- Esa (2009). Marco Polo - Mission summary. *In* ESA. *Cosmic Vision 2015-2025*, [En ligne]. <http://sci.esa.int/science-e/www/area/index.cfm?fareaid=108>, page consultée le 1er avril 2009.
- Gaskell, R.W. (2002). Automated landmark identification for spacecraft navigation. *Proceedings of the AAS/AIAA Astrodynamics Conference*, Univelt Inc., 30 Juillet 2002 – 2 août 2002, p. 1749-1756.
- Gelb, A. (1974). *Applied optimal estimation*, M.I.T. Press, Cambridge, p. 374.
- Geller, D. (2007). Linear covariance analysis for lunar powered descent and landing navigation. *30th Annual AAS Rocky Mountain Guidance and Control Conference*, Univelt Inc., 3-7 février 2007, San Diego, Californie, États-Unis, p. 383-406.
- German, D. et Friedlander, A.L. (1991). Simulation of orbits around asteroids using potential field modelling. *Advances in the Astronautical Sciences*, vol. 75, p. 1183-1201.
- Hashimoto, T., Kubota, T., Sawai, S., Kawaguchi, J. et Uo, M. (2006). Final autonomous descent based on target marker tracking. *AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference*, 2006, American Institute of Aeronautics and Astronautics Inc, 21-24 août 2006, Keystone, Colorado, États-Unis, p. 1395-1402.

- Hu, W. et Scheeres, D.J. (2002). Spacecraft motion about slowly rotating asteroids. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 25, n° 4, p. 765-775.
- Hu, W. et Scheeres, D.J. (2004). Numerical determination of stability regions for orbital motion in uniformly rotating second degree and order gravity fields. *Planetary and Space Science*, vol. 52, n° 8, p. 685-692.
- Huang, X. et Wang, D. (2008). Autonomous navigation and guidance for pinpoint lunar soft landing. *2007 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics, ROBIO*, IEEE Computer Society, 15-18 décembre 2007, Piscataway, New Jersey, États-Unis. p. 1148-1153
- Japan Aerospace Exploration Agency (2008). Asteroid Explorer "Hayabusa-2". In JAXA. *Space Exploration Center*, [En ligne]. <http://www.jspec.jaxa.jp/e/activity/hayabusa2.html>, page consultée le 2 avril 2009.
- Jean, I. (2004). *Contrôle autonome d'orbite pour un satellite de télédétection utilisant la propulsion faible*, Mémoire de maîtrise, Université de Sherbrooke, Département de génie électrique, Sherbrooke, Canada, 82 p.
- Jet Propulsion Laboratory (2003). JPL Small-Body Database Browser. In NASA Jet Propulsion Laboratory. *Solar System Dynamics*, [En ligne]. <http://ssd.jpl.nasa.gov/sbdb.cgi>, page consultée le 15 janvier 2009.
- Johnson, A.E., Klumpp, A.R., Collier, J.B. et Wolf, A.A. (2002). Lidar-based hazard avoidance for safe landing on Mars. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 25, n° 6, p. 1091-1099.
- Johnson, A.E. et Matthies, L.H. (1999). Precise image-based motion estimation for autonomous small body exploration. *Fifth International Symposium on Artificial Intelligence, Robotics and Automation in Space*, ESA, 1-3 juin 1999, Noordwijk, Pays-Bas, p. 627-634.
- Johnson, A.E. et Montgomery, J.F. (2008). Overview of Terrain Relative Navigation approaches for precise lunar landing. *2008 IEEE Aerospace Conference*, IEEE Computer Society, 1-8 mars 2008, Piscataway, New Jersey, États-Unis, p. 4526302.
- Johnson, A.E. et San Martin, A.M. (2000). Motion estimation from laser ranging for autonomous comet landing. *ICRA 2000: IEEE International Conference on Robotics and Automation*, IEEE Computer Society, 24-28 avril 2000. San Francisco, Californie, États-Unis, p. 132-138.
- Julier, S.J. et Uhlmann, J.K. (1997). New extension of the Kalman filter to nonlinear systems. In Anonyme, *Signal Processing, Sensor Fusion, and Target Recognition VI*, SPIE-International Society of Optical Engineering, 21-24 avril 1997, Orlando, Floride, États-Unis, p. 182-193.

- Kawaguchi, J. (2006). Hayabusa, summary of guidance, navigation and control achievement in its proximity phase. *AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference*, American Institute of Aeronautics and Astronautics Inc., 21-24 août 2006. Keystone, Colorado, États-Unis, p. 1334-1341.
- Kawaguchi, J., Aida, S. et Morita, H. (2006). Hayabusa, detailed guidance and navigation operations during descents and touchdowns. *AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference*, American Institute of Aeronautics and Astronautics Inc., 21-24 août 2006. Keystone, Colorado, États-Unis, p. 1367-1383.
- Kelly, R.J. (1990a). Additional results on 'reducing geometric dilution of precision using ridge regression'. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 26, n° 4, p. 677-681.
- Kelly, R.J. (1990b). Reducing geometric dilution of precision using ridge regression. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 26, n° 1, p. 154-168.
- Kron, A. (2004). *Conception de lois de commande Fly-by-wire robustes pour avions de transport civil dont la structure est considérée flexible*, Thèse de doctorat, Université de Sherbrooke, Département de génie électrique, Sherbrooke, Canada, 284 p.
- Kubota, T., Hashimoto, T., Sawai, S., Kawaguchi, J., Ninomiya, K., Uo, M. et Baba, K. (2003). An autonomous navigation and guidance system for MUSES-C asteroid landing. *Acta Astronautica*, vol. 52, n° 2, p. 125-131.
- Li, S., Cui, P. et Cui, H. (2006). Autonomous navigation and guidance for landing on asteroids. *Aerospace Science and Technology*, vol. 10, n° 3, p. 239-247.
- Li, S., Cui, P. et Cui, H. (2007). Vision-aided inertial navigation for pinpoint planetary landing. *Aerospace Science and Technology*, vol. 11, n° 6, p. 499-506.
- Lippiello, V., Siciliano, B. et Villani, L. (2007). Adaptive extended Kalman filtering for visual motion estimation of 3D objects. *Control Engineering Practice*, vol. 15, n° 1, p. 123-134.
- Maybeck, P.S. (1979). *Stochastic Models, Estimation and Control*, vol. 1 et 2, Academic Press, New-York, États-Unis.
- McKay, J.B. et Pachter, M. (1997). Geometry optimization for GPS navigation. *Proceedings of the 1997 36th IEEE Conference on Decision and Control*, IEEE, 10-12 décembre 1997, San Diego, Californie, États-Unis, p. 4695-4699.
- Miller, J.K., Antreasian, P.J., Gaskell, R.W., Giorgini, J., Helfrich, C.E., Owen, W.M., Williams, B.G. et Yeomans, D.K. (2000). Determination of Eros physical parameters for near earth asteroid rendezvous orbit phase navigation. *Advances in the Astronautical Sciences*, vol. 103, p. 2551-2568.

- Miller, J.K., Konopliv, A.S., Antreasian, P.G., Bordi, J.J., Chesley, S., Helfrich, C.E., Owen, W.M., Wang, T.C., Williams, B.G. et Yeomans, D.K. (2002). Determination of shape, gravity, and rotational state of asteroid 433 Eros. *Icarus*, vol. 155, n° 1, p. 3-17.
- Miller, J.K., Williams, B.G., Bollman, W.E., Davis, R.P., Helfrich, C.E., Scheeres, D.J., Synnott, S.P., Wang, T.C. et Yeomans, D.K. (1995). Navigation analysis for Eros rendezvous and orbital phases. *Journal of the Astronautical Sciences*, vol. 43, n° 4, p. 453-476.
- Morita, H., Shirakawa, K., Kubota, T., Hashimoto, T. et Kawaguchi, J. (2006). Hayabusa's real-time landmark tracking navigation for descents and touching-downs. *AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference*, American Institute of Aeronautics and Astronautics Inc., 21-24 août 2006, Keystone, Colorado, États-Unis, p. 1384-1394.
- Mourikis, A.I., Trawny, N., Roumeliotis, S.I., Johnson, A. et Matthies, L. (2007). Vision-Aided Inertial Navigation for Precise Planetary Landing: Analysis and Experiments. *Proceedings of Robotics Systems and Science Conference*, juin 2007, Atlanta, Georgie, États-Unis.
- Office québécois de la langue française (2002), *Grand dictionnaire terminologique*. [www.granddictionnaire.com](http://www.granddictionnaire.com), page consultée en janvier 2009.
- Paschall, S.C.,II, Brady, T., Cohanin, B.E. et Sostaric, R. (2008). A self contained method for safe & precise lunar landing. *2008 IEEE Aerospace Conference*, IEEE Computer Society, 1-8 mars 2008, Piscataway, New Jersey, États-Unis, p. 12.
- QuinetiQ (2007). Don Quijote Phase-A Study Executive Summary. In ESA. [En ligne]. <http://esa-mm.esa.int/docs/NEO/QuinetiQDOExecSum.pdf>, page consultée le 1er avril 2009.
- Rayman, M.D., Fraschetti, T.C., Raymond, C.A. et Russell, C.T. (2006). Dawn: A mission in development for exploration of main belt asteroids Vesta and Ceres. *Acta Astronautica*, vol. 58, n° 11, p. 605-616.
- Roumeliotis, S.I., Johnson, A.E. et Montgomery, J.F. (2002). Augmenting inertial navigation with image-based motion estimation. *2002 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, IEEE, 11-15 mai 2002. Washington, DC, États-Unis, p. 4326-4333.
- Scheeres, D.J. (1994a). Dynamics about uniformly rotating triaxial ellipsoids: applications to asteroids. *Icarus*, vol. 110, n° 2, p. 225-238.
- Scheeres, D.J. (1994b). Satellite dynamics about asteroids. *Proceedings of the AAS/AIAA Spaceflight Mechanics Meeting*, 14-16 février 1994, Cocoa Beach, Floride, États-Unis, San Diego, Californie, États-Unis. p. 275-292.

- Scheeres, D.J. (1995). Analysis of orbital motion around 433 Eros. *Journal of the Astronautical Sciences*, vol. 43, n° 4, p. 427-452.
- Scheeres, D.J. (2004). Close proximity operations for implementing mitigation strategies. *Collection of Technical Papers - 2004 Planetary Defense Conference: Protecting Earth from Asteroids*, American Institute of Aeronautics and Astronautics Inc., 23-26 février 2004, Orange County, Californie, États-Unis, p. 371-381.
- Scheeres, D.J., Khushalani, B. et Werner, R.A. (2000). Estimating asteroid density distributions from shape and gravity information. *Asteroids, Comets, Meteors (ACM) Conference*, Ithaca, New York, États-Unis, p. 965-971.
- Scheeres, D.J., Miller, J.K. et Yeomans, D.K. (2002). The orbital dynamics environment of 433 Eros. *Proceedings of the AAS/AIAA Astrodynamics Conference*, 30 juillet – 2 août 2001, Québec, Canada, p. 1017-1038.
- Sears, D., Allen, C., Britt, D., Brownlee, D., Franzen, M., Gefert, L., Gorovan, S., Pieters, C., Preble, J., Scheeres, D. et Scott, E. (2004). The Hera mission: Multiple near-earth asteroid sample return. *Advances in Space Research*, vol. 34, n° 11, p. 2270-2275.
- Shuang, L., Hutao, C. et Pingyuan, C. (2005). Autonomous optical navigation for landing on asteroids. *Aircraft Engineering and Aerospace Technology*, vol. 77, n° 4, p. 317-323.
- Shuster, M.D.1. et Oh, S.D.1. (1981). Three-axis attitude determination from vector observations. *Journal of Guidance and Control*, vol. 4, n° 1, p. 70-77.
- Sorenson, H.W. (1966). *Kalman Filtering Techniques*, Advance in Control Systems, Theory and Applications, Academic Press, New York, vol. 3, p. 219-292.
- Steigerwald, B. et Stiles, L. (2007). Proposed Mission Will Return Sample from Near-Earth Object. In NASA. *Goddard Space Flight Center*, [En ligne]. <http://www.nasa.gov/centers/goddard/news/topstory/2007/osiris.html>, page consultée le 1er avril 2009.
- Sun, D. et Crassidis, J.L. (2002). Observability analysis of six-degree-of-freedom configuration determination using vector observations. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 25, n° 6, p. 1149-1157.
- The Planetary Society (2008). Projects: Apophis Mission Design Competition - The Winning Mission Proposals. In The Planetary Society. [En ligne]. [http://www.planetary.org/programs/projects/apophis\\_competition/winners.html](http://www.planetary.org/programs/projects/apophis_competition/winners.html), page consultée le 1er avril 2009.
- Thornton, C.L. et J.S. Border (2000). Radiometric Tracking Techniques for Deep-Space Navigation, Californie, p. 80. [http://descanso.jpl.nasa.gov/Monograph/series1/Descanso1\\_all.pdf](http://descanso.jpl.nasa.gov/Monograph/series1/Descanso1_all.pdf).

- Trawny, N., Mourikis, A.I., Roumeliotis, S.I., Johnson, A.E. et Montgomery, J.F. (2007). Vision-aided inertial navigation for pin-point landing using observations of mapped landmarks. *Journal of Field Robotics*, vol. 24, n° 5, p. 357-378.
- Weeks, C.J. (2003). A test of autonomous navigation using near laser rangefinder data. *Journal of the Astronautical Sciences*, vol. 50, n° 3, p. 325-337.
- Werner, R.A. (1997). Spherical harmonic coefficients for the potential of a constant-density polyhedron. *Computers & Geosciences*, vol. 23, n° 10, p. 1071-1077.
- Werner, R.A. et Scheeres, D.J. (1997). Exterior gravitation of a polyhedron derived and compared with harmonic and mascon gravitation representations of asteroid 4769 Castalia. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, vol. 65, n° 3, p. 313-344.
- Williams, B.G., Antreasian, P.G., Bordi, J.J., Carranza, E., Chesley, S.R., Helfrich, C.E., Miller, J.K., Owen, W.M. et Wang, T.C. (2002). Navigation for near Shoemaker: The first spacecraft to orbit an asteroid. *Proceedings of the AAS/AIAA Astrodynamics Conference*, 30 juillet – 2 août 2001, Québec, Canada, p. 973-988.
- Wolf, A.A., Graves, C., Powell, R. et Johnson, W. (2005). Systems for pinpoint landing at Mars. *Advances in the Astronautical Sciences*, vol. 119, p. 2677-2696.
- Xiangyu, H., Hutao, C. et Pingyuan, C. (2004). An autonomous optical navigation and guidance for soft landing on asteroids. *Acta Astronautica*, vol. 54, n° 10, p. 763-771.
- Yarlagadda, R., Ali, I., Al-Dhahir, N. et Hershey, J. (2000). GPS GDOP metric. *IEEE Proceedings: Radar, Sonar and Navigation*, vol. 147, n° 5, p. 259-264.
- Zhang, Y., Zhou, D. et Duan, G. (2006). An adaptive iterated Kalman filter. *IMACS Multiconference on "Computational Engineering in Systems Applications"*, CESA, IEEE Computer Society, 4-6 octobre 2006. Piscataway, New Jersey, États-Unis, p. 1727-1730
- Zhu, J. (1992). Calculation of geometric dilution of precision. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 28, n° 3, p. 893-895.