



UNIVERSITÉ DE
SHERBROOKE
Faculté de génie
Génie électrique et génie informatique

Rendez-vous autonome en orbite martienne selon les
méthodes non-linéaires des commandes par modes
glissants et rétroactions linéarisées.

Mémoire de maîtrise en sciences appliquées
Spécialité : génie électrique

Jean-Roch LAFLEUR

Sherbrooke (Québec) Canada

Décembre 2007

IV-1801



Library and
Archives Canada

Bibliothèque et
Archives Canada

Published Heritage
Branch

Direction du
Patrimoine de l'édition

395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Your file *Votre référence*
ISBN: 978-0-494-37889-2
Our file *Notre référence*
ISBN: 978-0-494-37889-2

NOTICE:

The author has granted a non-exclusive license allowing Library and Archives Canada to reproduce, publish, archive, preserve, conserve, communicate to the public by telecommunication or on the Internet, loan, distribute and sell theses worldwide, for commercial or non-commercial purposes, in microform, paper, electronic and/or any other formats.

The author retains copyright ownership and moral rights in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

AVIS:

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque et Archives Canada de reproduire, publier, archiver, sauvegarder, conserver, transmettre au public par télécommunication ou par l'Internet, prêter, distribuer et vendre des thèses partout dans le monde, à des fins commerciales ou autres, sur support microforme, papier, électronique et/ou autres formats.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur et des droits moraux qui protègent cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms may have been removed from this thesis.

Conformément à la loi canadienne sur la protection de la vie privée, quelques formulaires secondaires ont été enlevés de cette thèse.

While these forms may be included in the document page count, their removal does not represent any loss of content from the thesis.

Bien que ces formulaires aient inclus dans la pagination, il n'y aura aucun contenu manquant.


Canada

La plus belle chose que nous puissions éprouver, c'est le mystère des choses.

Albert Einstein

Le commencement de toutes les sciences, c'est l'étonnement de ce que les choses sont ce qu'elles sont.

Aristote

L'esprit qui invente est toujours mécontent de ses progrès, parce qu'il voit au-delà.

Jean le Rond d'Alembert

RÉSUMÉ

Les technologies actuelles d'exploration interplanétaire ne nous permettent pas encore d'envoyer des humains à bord des véhicules spatiaux. D'ici à ce que cet exploit se réalise, l'exploration planétaire se fera à l'aide de véhicules robotisés qui auront à s'adapter de façon efficace, intelligente et autonome aux incertitudes environnementales. L'autonomie voulue à bord de ces engins peut être difficilement atteinte avec les méthodes de commande linéaire classique, présentement en usage. Ce projet de maîtrise vise à évaluer deux techniques novatrices de commandes non-linéaires, appliquées au rendez-vous autonome d'engins spatiaux en orbite elliptique autour de Mars, dans le but du retour sur Terre d'échantillons martiens. Ces méthodes sont le *Feedback Linearisation* (FBL) et le *Sliding Mode Control* (SMC.)

Afin de rendre compte de ce travail, le mémoire présente une revue du rendez-vous orbital entre deux engins spatiaux. Le rendez-vous consiste en des manoeuvres d'orientation et de translation chacune ayant trois degrés de liberté. Les équations non-linéaires de la dynamique d'orientation d'un satellite ainsi que du mouvement relatif entre deux corps en orbite sont d'abord présentées, pour ensuite aborder les méthodes de commandes utilisées lors du rendez-vous. Chaque système de commande développé tient compte des 6 degrés de liberté requis pour une application de rendez-vous autonome. Les travaux proposent les développements mathématiques d'une loi de guidage spécifique à l'application de rendez-vous en orbite martienne. En ce qui a trait à la commande, le rendez-vous est mis en oeuvre avec le FBL et le SMC. Les développements de commande SMC reproduisent les travaux antérieurs de Jan [Jan et Chiou, 2004] en rapport à des commandes d'orientation de *couple maximal pour une manoeuvre de temps minimum* avec les modes glissants. Cette méthode est ensuite combinée avec une approche de réduction du *chattering* élaborée par Robinett [Robinett et Kalaycioglu, 1997]. Les résultats des simulations obtenus au moyen de *MatlabTM* illustrent l'exécution d'un rendez-vous tant selon l'approche FBL que SMC. Finalement le SMC est utilisée pour un rendez-vous depuis une distance initiale relative de 1 *km*.

REMERCIEMENTS

Premièrement, je voudrais remercier mon superviseur, Jean de Lafontaine, qui m'a proposé ce projet de recherche très à jour sur le développement de techniques de commande en aérospatiale et qui m'a guidé tout au long du cheminement.

Sur le plan technique, il est primordial de mentionner la généreuse contribution conjointe de NGC Aerospace Ltd. et de Alcatel Aerospace, qui ont fourni la plate-forme de simulation de rendez-vous. Ce simulateur, étant complet sur le plan des contraintes environnementales et pratiques liées aux missions d'exploration spatiale, confère un réalisme aux résultats de ce projet.

Je remercie également les membres du groupe SIGMA, avec lesquels j'ai passé deux belles années. Ils ont partagé mes joies tout en me supportant dans les moments difficiles. Je remercie particulièrement mon collègue, M. Aymeric Kron, pour le support technique qu'il m'a fourni pendant la mise en oeuvre de cette recherche.

Un merci tout spécial à ma famille et à mes amis pour leur encouragement continu. Ils ont su alimenter ma motivation et mon enthousiasme dans la réalisation de ce projet de maîtrise.

TABLE DES MATIÈRES

1	CONTEXTE DU PROJET DE RENDEZ-VOUS	1
1.1	Introduction	1
1.2	Les missions spatiales “aller retour” vers Mars	2
1.3	Historique du rendez-vous	4
1.4	Considérations pratiques du rendez-vous orbital	6
1.5	Techniques de commande à envisager	8
1.5.1	La commande linéaire	9
1.5.2	La commande non-linéaire	10
1.5.3	Non-linéarité	11
1.5.4	Incertitude	12
1.5.5	Applications de la commande non-linéaire	12
1.6	Paramètre et spécifications du projet	14
1.7	Conclusion	15
2	MATHÉMATIQUES DU RENDEZ-VOUS ORBITAL	16
2.1	Introduction	16
2.2	Les repères vectoriels du rendez-vous	16
2.2.1	Référentiel inertiel	16
2.2.2	Référentiel orbital	17
2.2.3	Référentiel orbital du rendez-vous	18
2.2.4	Référentiel orbital local	18
2.2.5	Référentiel <i>Body Frame</i>	19
2.2.6	Référentiel des roues à réaction	20
2.3	Équations de la dynamique d’orientation	20

2.3.1	Moment angulaire des roues à réaction	21
2.3.2	Moment angulaire total en orientation	22
2.3.3	La cinématique d'orientation	24
2.4	Équations de la dynamique de translation	25
2.4.1	Dynamique orbitale relative	25
2.4.2	La dynamique orbitale relative : OS vers OM	28
2.5	Conclusion	32
3	LES COMMANDES NON-LINÉAIRES	33
3.1	Introduction	33
3.2	La commande par inversion dynamique (NDI/FBL)	33
3.2.1	Conception d'un contrôleur NDI/FBL	34
3.2.2	Sommaire du NDI/FBL	35
3.3	La commande par modes glissants (SMC)	37
3.3.1	Définition de la surface de glissement	38
3.3.2	Atteindre la surface de glissement	41
3.3.3	Conception d'un contrôleur SMC	43
3.3.4	Sommaire du SMC	44
3.4	Conclusion	45
4	ÉLABORATION DU GUIDAGE ET DES COMMANDES	46
4.1	Introduction	46
4.2	L'objectif de l'orientation	46
4.3	La loi de guidage en translation	50
4.4	Commande en orientation par modes glissants	51
4.5	Commande en orientation par rétroaction linéarisée	56
4.6	Commande en translation par modes glissants	58
4.7	Commande en translation par rétroaction linéarisée	59
4.8	Conclusion	60

5	DESCRIPTION DU SIMULATEUR DE RENDEZ-VOUS	62
5.1	Introduction	62
5.2	La modélisation d'un système complexe	62
5.3	Fonctionnement du simulateur de rendez-vous	63
5.4	RWSW : les actionneurs	65
5.5	RWSW : les capteurs	66
5.6	RWSW : la dynamique	67
5.7	OBSW : la navigation	70
5.8	OBSW : le guidage	71
5.9	OBSW : la commande	72
5.10	Conclusion	72
6	SIMULATIONS ET RÉSULTATS	73
6.1	Introduction	73
6.2	Les résultats	73
6.3	Discussion sur le rendez-vous	83
6.4	Conclusion des simulations	84
A	COMPLÉMENTS DE RÉDACTION	90
A.1	Exemple comparatif avec et sans linéarisation	91
A.1.1	Manoeuvre d'orientation petit angle linéaire	91
A.1.2	Manoeuvre d'orientation grand angle linéaire	91
A.1.3	Manoeuvre d'orientation grand angle non-linéaire	91
A.2	Cas particulier de dynamique nulle	92
A.3	Choisir la dynamique désirée	92
A.3.1	Dynamique désirée proportionnelle-P	92
A.3.2	Dynamique désirée proportionnelle-intégrale - PI	93
A.3.3	Dynamique désirée du 2 ^e ordre	93
A.4	Le positionnement des propulseurs	94

B COMPLÉMENTS MATHÉMATIQUES	95
B.1 Mouvement relatif linéarisé de Clohessy-Wiltshire	96
B.2 Démonstration d'équivalence entre NDI et FBL	98
B.3 Couple maximum pour manoeuvre optimale	99
B.4 Erreur de quaternion	100
BIBLIOGRAPHIE	101

LISTE DES FIGURES

1.1	Sommaire de la mission MSR par l'ESA	3
1.2	Rendez-vous en orbite martienne	4
1.3	Concept de base d'un rendez-vous	5
2.1	Référentiel inertiel	17
2.2	Référentiel orbital	18
2.3	Référentiel orbital du rendez-vous	18
2.4	Référentiel orbital local	19
2.5	Référentiel <i>Body Frame</i>	20
2.6	Référentiel des roues à réaction	21
2.7	Représentation vectorielle du mouvement relatif du OM par rapport au OS .	26
2.8	Représentation vectorielle du mouvement relatif du OM vu par le OS	29
3.1	Les conditions du glissement	40
3.2	Interprétation graphique d'une surface de glissement $n = 2$	41
3.3	Effet de <i>chattering</i>	42
3.4	Principe du <i>Sliding Mode Control</i>	44
4.1	Initialisation de l'orientation	47
4.2	Illustration de la phase 1 en orientation	47
4.3	Illustration de la phase 2 en orientation	47
4.4	Illustration du guidage en vitesse pour la translation	51
5.1	Modélisation d'un système complexe RWSW/OBSW	63
5.2	Rendez-vous sur orbite coplanaire : OM derrière OS	64
5.3	Rendez-vous sur orbite coplanaire : OM devant OS	64

5.4	Éléments orbitaux pour calculer l'effet J_2	70
5.5	Représentation visuelle de l'effet J_2	70
6.1	RdV-FBL-80m : Résultats du rendez-vous	78
6.2	RdV-SMC-Bang-80m : Résultats du rendez-vous	79
6.3	RdV-SMC-Atan-80m : Résultats du rendez-vous	80
6.4	RdV-SMC-Atan-1000m : Résultats du rendez-vous	82

LISTE DES TABLEAUX

1.1	Avantages et inconvénients des méthodes de commande linéaires	10
1.2	Avantages et inconvénients des méthodes de commande non-linéaires	11
2.1	Repères des éléments vectoriels	31
5.1	Paramètres physiques des RW	65
5.2	Paramètres physiques des THR	66
6.1	Conditions des simulations	74
6.2	Sommaire des simulations	74
A.1	Disposition des propulseurs pour le rendez-vous	94

LEXIQUE

AV :	<i>Ascent Vehicule</i>
ATV :	<i>Atmospheric Transfer Vehicule</i>
CdG :	Centre de Gravité
CW :	Clohessy-Wiltshire
DdL :	Degré de Liberté
ESA :	Agence Spatiale Européenne
FBL :	<i>Feedback Linearisation</i>
GPS :	<i>Global Positionning System</i>
NDI :	<i>Nonlinear Dynamic Inversion</i>
LM :	<i>Lander Module</i>
MSR :	<i>Mars Sample Return</i>
OBSW :	<i>On Board Software</i>
OM :	<i>Orbiter Module</i>
OS :	<i>Orbiter Sample</i>
PD :	<i>Proportional Derivative</i>
PI :	<i>Proportional Integral</i>
PID :	<i>Proportional Integral Derivative</i>
PROBA :	<i>PRoject for On-Board Autonomy</i>
RdV :	<i>Rendez-vous</i>
RW :	<i>Reaction Wheel</i>
RWSW :	<i>Real World Software</i>
SMC :	<i>Sliding Mode Control</i>
SSI :	<i>Station Spatiale Internationale</i>
THR :	<i>Thruster</i>

CHAPITRE 1

CONTEXTE DU PROJET DE RENDEZ-VOUS

1.1 Introduction

Les futures missions d'exploration planétaire visent le retour sur Terre d'échantillons de planètes (en l'occurrence Mars), d'astéroïdes ou de comètes dans le but de mieux connaître l'évolution de notre système solaire. À long terme, ces missions d'exploration évolueront vers des missions d'exploitation, voire même de colonisation. Cependant, les technologies actuelles ne permettent pas encore d'envoyer des humains à bord des véhicules d'exploration spatiale interplanétaire. Les cibles sont trop éloignées et les missions de trop longue durée. D'ici à ce que cela se réalise, l'exploration planétaire se fera à l'aide de véhicules spatiaux robotisés qui auront à s'adapter de façon efficace, intelligente et autonome aux incertitudes environnementales caractérisant notre connaissance de ces corps célestes.

L'Agence Spatiale Européenne (ESA) a récemment mis sur pied un projet visant à valider les technologies allouant plus d'autonomie à bord des engins spatiaux autour de la Terre [Creasy, 2001]. Le projet PROBA (*PROject for On-Board Autonomy*) a démontré à la communauté scientifique les possibilités et surtout l'efficacité des techniques de commande autonome [de Lafontaine et coll., 1999; de Lafontaine et coll., 2003]. L'accroissement de l'autonomie requise dans les missions d'exploration est directement relié au degré de robustesse à atteindre ainsi qu'à la rapidité de réaction face à toutes les incertitudes possibles autour des corps planétaires à explorer [Creasy, 2001].

Les missions spatiales opérant actuellement autour de la Terre peuvent compter sur un système de commande terrestre basé sur les satellites GPS pour naviguer sécuritairement en cas d'urgence [Ohkami et Kawano, 2003; Kluever, 1999]. Dans le cas des missions d'exploration planétaire, en l'occurrence Mars, le délai de communication peut aller jusqu'à 43 minutes [Chad et Robert, 2006]. Lorsqu'un problème est décelé ou lorsqu'il faut intervenir

à partir de la Terre, le véhicule d'exploration peut déjà être perdu. Cela signifie qu'aucun système de recouvrement d'urgence, opérant depuis la Terre, ne peut intervenir en temps réel. C'est la raison pour laquelle l'engin spatial doit être pourvu d'un maximum d'autonomie à bord.

Pour développer des systèmes de commande dotés d'une certaine autonomie, certains choix technologiques doivent être considérés tant sur le plan des équipements électroniques embarqués à bord, des protocoles de communication, que sur le plan des logiciels de navigation, de guidage et de commande. Ces technologies sont la clé de voûte du succès et de la réduction des coûts des missions d'exploration spatiale modernes [Wallace et coll., 1995; Adler, 1999; Guinn, 1999; Oberto, 2002]. C'est dans cette optique que ce projet de maîtrise propose une approche innovatrice pour exécuter certaines manoeuvres autonomes en orbite autour de Mars à l'aide de commandes non-linéaires avancées en vue de ramener sur Terre des échantillons extra-terrestres.

1.2 Les missions spatiales “aller retour” vers Mars

Actuellement, des missions d'exploration spatiale de type “aller retour” sur Mars (*Mars Sample Return : MSR*) sont en développement au sein des agences spatiales à travers le monde. L'objectif est de rapporter sur Terre des échantillons de la surface martienne. Les scénarios proposés pour réaliser de telles missions ont convergé vers le voyage impliquant au minimum deux véhicules spatiaux. Les considérations de coûts, de fiabilité et de masse de carburant à transporter font en sorte que cette approche demeure la plus rentable [Adler, 1999; Guinn, 1999; Chad et Robert, 2006]. La figure 1.1 présente un aperçu d'un scénario d'une mission MSR.

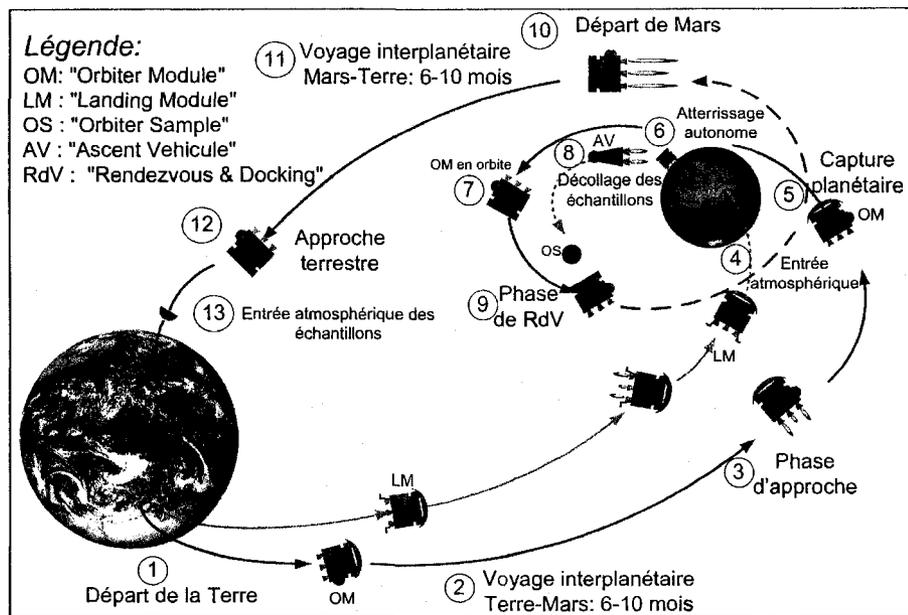


Figure 1.1 – Sommaire de la mission MSR par l'ESA

Deux engins quittent la Terre pour entreprendre un voyage interplanétaire jusqu'à Mars. L'un des engins a la vocation d'atterrir de façon autonome et intelligente sur Mars (LM - *Lander Module*) et l'autre engin doit demeurer en orbite autour de la planète rouge (OM - *Orbiter Module*). Il est à noter que le LM contient aussi le AV (*Ascent Vehicule*). Le AV fait partie du LM et a la fonction de revenir en orbite avec le OS (*Orbiter Sample*) à son bord. Une fois les échantillons rocheux en orbite, le OM doit les récupérer en effectuant des manoeuvres de rendez-vous vers le OS, telles que démontrées aux étapes 7, 8 et 9. Enfin, lorsque les échantillons sont récupérés, le OM entreprend le voyage de retour vers la Terre [Riedel et coll., 2003; Oberto, 2002; Chad et Robert, 2006].

Ce projet de maîtrise propose de développer une application de rendez-vous autonome entre le OM et le OS, telle qu'illustrée à l'étape 9 de la figure 1.1. Le rendez-vous se définit comme une "rencontre organisée dans l'espace entre deux engins spatiaux satellisés séparément ou entre un engin spatial et un objet céleste"¹. À partir de cette définition générale, le OM peut être associé comme étant un engin satellisé propulseur et le OS comme étant un engin satellisé passif (sans propulseurs), destiné à être propulsé par le OM suite à son amarrage

¹Selon le grand dictionnaire terminologique : <http://www.granddictionnaire.com>

avec ce dernier. Le scénario de rendez-vous à l'étude comporte plusieurs étapes (figure 1.2). Après avoir obtenu les échantillons de la planète, le OS est mis en orbite à partir du AV (items 8a et 8b). Lorsque le OS est dans une orbite voisine au OM (item 9a), le OM détecte la cible et procède à une approche (items 9a et 9b). Lorsque la distance entre le OM et le OS est suffisamment petite, le rendez-vous entre en phase d'approche finale et de manoeuvres de raffinement (item 9c). Dès que le rendez-vous est complété et que l'amarrage du OS au OM est effectué, la mission MSR entame la phase du voyage de retour vers la Terre (item 10) [Adler, 1999; Chad et Robert, 2006; Liu et coll., 2000].

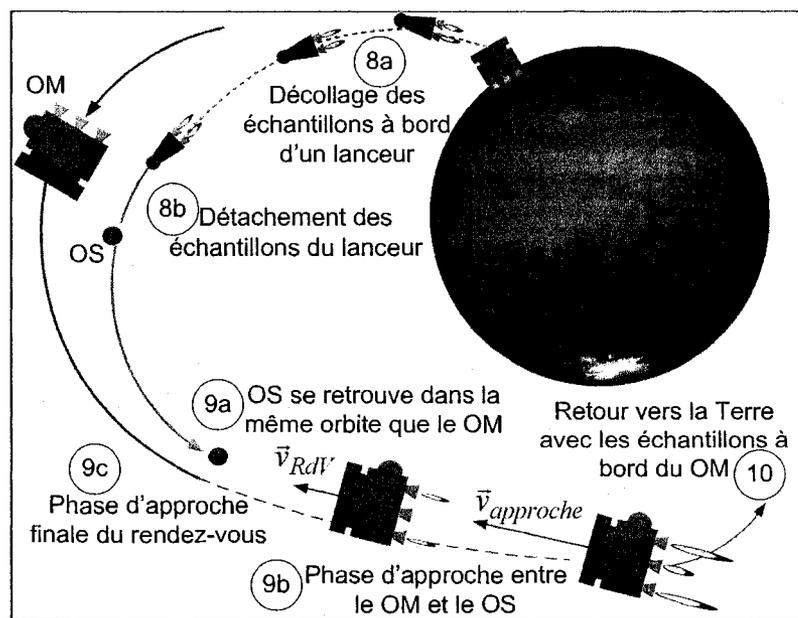


Figure 1.2 – Rendez-vous en orbite martienne

Ce projet de maîtrise cible plus particulièrement les items 9a, 9b et 9c de la figure 1.2. Ces points sont illustrés de façon plus spécifique à la figure 1.3 afin de représenter le problème de rendez-vous à l'étude.

1.3 Historique du rendez-vous

Le problème du rendez-vous, visant à faire une rencontre organisée dans l'espace entre deux engins spatiaux satellisés, consiste, en fait à contrôler le mouvement relatif entre ces deux

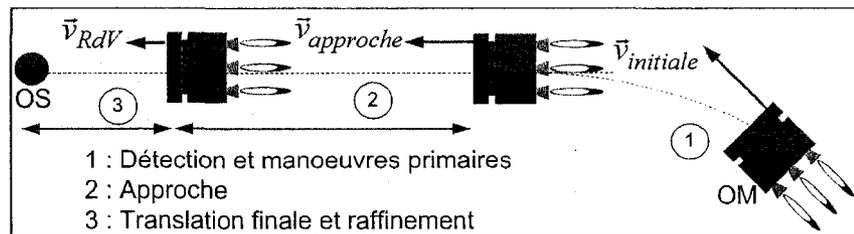


Figure 1.3 – Concept de base d'un rendez-vous

corps. George W. Hill [Hill, 1878] fut le premier à utiliser les principes du mouvement relatif, vers la fin du 19^e siècle. Ce dernier étudiait la mécanique du mouvement de la Lune et visait à établir les tables de son mouvement basées sur des concepts mathématiques plutôt que sur les observations pratiques des astronomes encore en vogue à cette période.

Plus tard, l'industrie spatiale utilise le mouvement relatif dans le problème d'interception. Dans cette application, la trajectoire d'un véhicule chasseur est contrainte par des forces propulsives à rejoindre une cible. Cette cible peut être un engin spatial ou simplement un point spécifique à atteindre. Dans le cas d'un engin à rejoindre, le processus d'interception constitue en lui-même un rendez-vous.

Depuis le début de l'exploration spatiale par les Américains et les Russes dans les années '60, l'application de rendez-vous fut une clé importante derrière une multitude d'accomplissements. Les Américains ont adopté l'approche d'applications de rendez-vous manuel (avec des humains dans la boucle de commande) via le programme Gemini et ensuite au cours du programme Apollo. Les Russes ont, dès le début, tenté des applications de rendez-vous plus automatisées où les humains n'avaient que pour tâche de la surveillance [Philip et Ananthasayanam, 2003].

L'approche manuelle fait appel au cas par cas. Elle requiert un travail intense, coûteux, qui nécessite un entraînement intensif des pilotes afin d'assurer le succès d'une mission. En contrepartie, l'approche autonome permet de standardiser l'application et en facilite l'utilisation dans plusieurs scénarios [Polites, 1999] dans le but de réutiliser le matériel développé.

Les coûts et les contraintes physiques d'un rendez-vous manuel posent des limites aux mis-

sions d'exploration contemporaine qui prennent place dans des environnements peu connus et très lointains de la Terre où il n'est pas encore possible d'envoyer des pilotes à bord des vaisseaux. Depuis la fin des années '90, la nécessité du rendez-vous autonome pour l'avancement de l'exploration spatiale ainsi que les possibilités des technologies modernes ont relancé les développements d'application de ce type de rendez-vous [Oberto, 2002], d'où l'importance d'encourager la recherche dans ce domaine.

Les développements actuels d'applications requérant le rendez-vous autonome sont multiples. Entre autres, la mise en opération de la station spatiale internationale (SSI) en 1999² a relancé un besoin urgent de développer des systèmes de rendez-vous autonome afin de faciliter et de sécuriser davantage cette manoeuvre entre les navettes faisant les liaisons Terre espace et la SSI. L'objectif principal est de pouvoir utiliser des véhicules de transfert atmosphérique tant pour transporter des vivres et des équipements que pour servir de véhicule d'urgence pour les occupants de la SSI. Pour ces véhicules, une capacité de rendez-vous autonome est une nécessité permettant un pilotage intelligent et sécuritaire depuis la Terre jusqu'à l'amarrage complet avec la SSI. Ainsi, des vivres et des équipements peuvent être acheminés à la SSI régulièrement avec une économie considérable de coûts, tout en permettant aux occupants de la station d'avoir à leur portée un véhicule d'urgence de ré-entrée atmosphérique [Polites, 1999; Goodman, 2006].

Afin de répondre à cette nécessité de rendez-vous autonome, ce projet de recherche propose la mise en oeuvre d'un rendez-vous en orbite martienne. Au prime abord, certaines considérations à tenir en compte lors de l'élaboration du système de commande doivent être déterminées.

1.4 Considérations pratiques du rendez-vous orbital

Pour les scénarios de mission MSR, le OM est placé en orbite elliptique lors de son arrivée suite à des manoeuvres de ralentissement atmosphérique [Portock et coll., 2000; Liu et coll., 2000]. Au début des manoeuvres de rendez-vous, l'orbite du OM a une excentricité supérieure

²Détails sur le site de la NASA : www.nasa.gov

à celle du OS. Cela permet au OM de se rapprocher du OS par diverses manoeuvres de ralentissement soit par propulsion ou encore par la traînée aérodynamique lorsque le OM passe à son périégée. Suite au lancement des échantillons depuis le AV, le OS se situe dans une orbite elliptique d'excentricité plus faible que celle du OM et dont l'altitude moyenne avoisine les 350 *km*. Une telle orbite est souhaitable afin d'assurer que le OS puisse demeurer en orbite sur une période d'au moins 10 ans afin de pouvoir récupérer les précieux échantillons lors d'une future mission, le cas échéant d'un échec des manoeuvres de rendez-vous [Chad et Robert, 2006].

Puisque la mise en phase entre les orbites respectives du OM et du OS n'est pas le sujet de ce projet, les orbites du OS et du OM pour le rendez-vous final seront considérées comme étant elliptiques, voisines et coplanaires, suite à une série de manoeuvres orbitales de rapprochement [Chad et Robert, 2006]. En ce qui a trait au rapprochement final entre le OM et le OS, lorsque la distance entre le OM et le OS est inférieure à environ 100 *m*, l'utilisation des équations linéarisées du mouvement relatif entre deux corps en orbite de Clohessy-Whitshire (décrites à l'annexe B.1) est justifiée étant donné l'influence négligeable des effets non-linéaires dus à l'excentricité de l'orbite elliptique. Cependant, afin de conférer plus d'autonomie, il devient intéressant de développer des systèmes de commande permettant la mise en oeuvre d'un rendez-vous terminal depuis une distance relative initiale d'au moins un kilomètre [Liu et coll., 2000; Oberto, 2002]. Ce genre d'application complexe requiert de choisir des méthodes de commande adéquates.

Pendant les manoeuvres de rendez-vous, les perturbations internes et environnementales au OM doivent être prises en considération. La modélisation de ces perturbations doit être intégrée dans les systèmes de commande de rendez-vous, afin de mieux tenir compte du maximum de paramètres possibles dans le but d'atteindre un plus haut niveau de précision des manoeuvres. Pour une orientation requérant une précision importante, il devient essentiel de considérer les perturbations internes telles que le ballonnement du carburant ainsi que les modes flexibles des panneaux solaires. Sur le plan des perturbations environnementales, étant donné que le rendez-vous s'effectuera dans une orbite vue comme étant elliptique d'altitude moyenne assez faible (environ 350 *km*), la perturbation induite par la traînée aérodynamique

ainsi que l'effet J_2 (dû à l'aplatissement de Mars) seront respectivement pris en considération. La pression solaire sera également considérée puisque que son effet est non négligeable lorsque vient le temps d'effectuer des manoeuvres de positionnement de haute précision [Guinn, 1999]. La section 5.6 traite de ces éléments plus en profondeur.

1.5 Techniques de commande à envisager

L'aspect elliptique ainsi que les perturbations environnementales du rendez-vous autonome augmentent la complexité du développement d'un système de commande. Certains travaux proposent de maximiser la réutilisation des systèmes de commande classique tenant compte des modèles linéaires (de la dynamique et des perturbations) tout en maximisant les calculs depuis la Terre [Riedel et coll., 2003]. Dans ce type d'approche, les missions qui s'avèrent dépendantes des interventions humaines sont moins génériques et ont une autonomie considérablement réduite. Comme l'autonomie des systèmes spatiaux est croissante, il peut devenir intéressant de considérer des approches de commande permettant un degré d'autonomie plus élevée [Oberto, 2002; Wallace et coll., 1995].

Pour le rendez-vous orbital, un système de commande autonome peut être développé selon une approche linéaire ou non-linéaire. Selon l'approche linéaire, les approximations sont d'abord effectuées, pour ensuite utiliser des méthodes de commande valides selon les points d'opération définis lors de la linéarisation. Dans le cas d'une application de rendez-vous autonome, les approximations dues aux linéarisations réduisent la plage d'applicabilité de la commande selon les points d'opération définis par les concepteurs. Pour concevoir une application autonome, il est souhaitable de réduire au minimum les approximations afin de conférer plus de réalisme aux modèles utilisés par les systèmes de commande. Concrètement, dans le cas d'une application de rendez-vous orbital, l'approximation du mouvement relatif linéarisé de Clohessy-Whiltshire pour une orbite circulaire peut s'avérer moins pertinente étant donné l'excentricité de l'orbite du rendez-vous. L'intérêt de développer des algorithmes de commande préservant la nature non-linéaire est de pouvoir concevoir des applications plus génériques, plus efficaces, voire même *a posteriori* plus robustes lorsque ces algorithmes sont sollicités dans un contexte légèrement différent de celui pour lequel ils ont été développés.

Les sous-sections suivantes présenteront les concepts de base de la commande linéaire et ceux de la commande non-linéaire. Ensuite, une revue d'exemples d'applications de techniques de commande non-linéaires sera présentée afin d'identifier certaines méthodes de commande à être utilisées dans ce projet de recherche.

1.5.1 La commande linéaire

Pour les méthodes de commande linéaires, le concepteur doit procéder à une linéarisation autour d'un point d'équilibre ou encore autour d'un point d'opération voulu pour le système à commander. La linéarisation fait une approximation des non-linéarités dynamiques, en supposant qu'elles soient linéaires sur un court laps de temps. Cela simplifie la dynamique et permet au concepteur d'utiliser des techniques conventionnelles de commande linéaire. Par contre, il faut considérer que plus un système est non-linéaire, plus la déviation entre le modèle linéarisé au point d'opération et la réalité augmente. Cette déviation peut être néfaste sur un système puisque les commandes sont générées à partir d'un modèle de moins en moins représentatif de la dynamique réelle du système à commander. Pour pallier à ce problème, d'autres linéarisations doivent être effectuées afin de redéfinir la dynamique selon de nouveaux points d'opération. Cela peut engendrer une charge lourde de calculs dans des systèmes complexes. Dans un scénario de mission spatiale autonome, il faut éviter cette charge de calculs puisqu'ils peuvent rendre un système trop lent à réagir et moins adaptable [Wallace et coll., 1995; Riedel et coll., 2003].

Les techniques de commande robuste peuvent s'avérer plus efficaces que les techniques linéaires conventionnelles³. Ce type de commande offre une meilleure robustesse face aux différentes incertitudes. Dans la mesure où la variation des incertitudes paramétriques est bornée, il devient possible de générer un contrôleur performant à l'intérieur des bornes paramétriques. Les bornes doivent être bien représentées en fonction des paramètres physiques du système, susceptibles de varier pendant la mission. Le contrôleur sera alors performant et stable par rapport aux conditions d'opérations changeantes. Le principe de la commande

³Pour plus d'informations sur la commande robuste, le lecteur peut se référer à la thèse de doctorat [Kron, 2003] ainsi qu'aux références incluses.

robuste est de concevoir un seul contrôleur pour toutes les conditions d'opération du système. Par contre, si les bornes paramétriques sont trop étendues, le contrôleur robuste peut s'avérer dans ce cas trop conservateur.

Afin de résumer la commande linéaire, dressons le portrait des avantages et des inconvénients au tableau 1.1.

TABLEAU 1.1 – Avantages et inconvénients des méthodes de commande linéaires

Méthodes linéaires	
Avantages	Inconvénients
+ Méthodes bien connues	- Limitent les applications
+ Appliquées aux systèmes simples	- Nécessitent plusieurs linéarisations
+ Complexité mathématique réduite	- Engendrent de nombreux calculs
+ Stabilité démontrée mathématiquement	- Limitées aux bornes paramétriques

1.5.2 La commande non-linéaire

Un système de commande non-linéaire fournit principalement une commande en tenant compte des non-linéarités mathématiques du modèle dynamique. Une commande non-linéaire ne requiert aucune linéarisation autour d'un point d'opération. Plus la précision des modèles mathématiques d'un phénomène ou d'une application est élevée, plus la commande non-linéaire sera précise et efficace sur une plus grande plage d'opération [Slotine et Li, 1991].

Les systèmes de commande non-linéaires ont la capacité d'inclure tous les types de non-linéarités. Ces dernières sont utilisées dans le calcul de la commande afin de compenser leurs effets sur la dynamique du système. Une attention doit être portée sur le temps d'exécution des calculs afin de ne pas surcharger les systèmes informatiques qui doivent s'affairer à d'autres tâches importantes lorsqu'il faut développer des systèmes dits autonomes.

En somme, la commande non-linéaire consiste à ne pas approximer les non-linéarités dans la commande de la dynamique du problème à résoudre, minimisant ainsi les sources d'erreurs.

Plus les modèles utilisés seront fidèles à la dynamique du phénomène ainsi qu'à l'environnement de la mission d'exploration, plus les contrôleurs seront performants. Afin de mieux comprendre la comparaison entre une approche linéaire et non-linéaire, une comparaison qualitative avec un exemple de manoeuvre en orientation est présentée à l'annexe A.1. Le sommaire des avantages et des inconvénients de la commande non-linéaire figure au tableau 1.2.

TABLEAU 1.2 – Avantages et inconvénients des méthodes de commande non-linéaires

Méthodes de commande non-linéaires	
Avantages	Inconvénients
+ Nécessitent aucun point d'opération	- Mathématiques complexes à développer
+ Conservent les non-linéarités	- Application "cas par cas"
+ Offrent une vaste plage de validité	- Méthodes moins répandues
	- Stabilité parfois impossible à démontrer

1.5.3 Non-linéarité

Les non-linéarités sont liées à la nature des équations dynamiques régissant le système. Un système est considéré linéaire si $y_1 = f(x_1)$, $y_2 = f(x_2)$, et que $f(a_1x_1 + a_2x_2) = a_1y_1 + a_2y_2$. Plus un phénomène ou une application est complexe, plus les équations pour le représenter le seront aussi et incluront des éléments non-linéaires. Pour l'application de rendez-vous, l'orientation et la translation, sont deux modèles d'équations complexes incluant des éléments non-linéaires.

Par exemple, l'équation (2.13) régissant l'orientation contient des non-linéarités induite par l'effet de la vitesse angulaire combiné à la somme de moments angulaires de rotation tenant compte d'un modèle d'engin avec des roues à réaction (RW). La représentation générique de cette contribution non-linéaire est de la forme $\underline{\omega}^x (\underline{h}_{engin} + \underline{h}_{roue \text{ à réaction}})$. La contributions en torques fournies par les RW peut induire des non-linéarités dans le cas d'une saturation.

Pour sa part, l'équation (2.25) régissant la translation contient elle aussi plusieurs éléments non-linéaires, notamment l'accélération angulaire ($\dot{\underline{\omega}}^{\times} \underline{r}$), l'accélération de Coriolis ($2\underline{\omega}^{\times} \dot{\underline{r}}$) ainsi que l'accélération centripète ($\underline{\omega}^{\times} \underline{\omega}^{\times} \underline{r}$). Au niveau des actionneurs, autant une *bande morte* ou une saturation peuvent aussi induire des effets non-linéaires au système.

1.5.4 Incertitude

Les que les incertitudes sont liées à la précision des équations dynamiques utilisées, aux effets dynamiques non-négligeables, ou encore aux paramètres incertains des modèles. En ce qui concerne les incertitudes, il en existe deux types : structurées et non-structurées. Les incertitudes dites non-structurées proviennent des éléments non-modélisés du système dynamique. Par exemple, les modes flexibles d'une structure considérée rigide peuvent ne pas être modélisés et se voir négligés dans la conception des contrôleurs. Le ballonnement du carburant liquide à bord d'un satellite (*Fuel Sloshing*) ou encore le couplage interaxial en translation peuvent être des dynamiques non-modélisées négligées lors du design. Les incertitudes dites structurées proviennent des éléments variables dans la dynamique du système. Un paramètre physique changeant tel qu'une masse, une inertie, une longueur, représente ce type d'incertitude. Dans tous ces cas, les paramètres sont variables mais à l'intérieur de bornes normalement bien connues. Sans pour autant modéliser les variations de paramètres, celles-ci peuvent être considérées comme des incertitudes paramétriques.

1.5.5 Applications de la commande non-linéaire

Plusieurs applications de commande d'engins spatiaux utilisent des méthodes de commande non-linéaires. Entre autres, pour le développement d'un système de commande d'orientation de satellite, Reza utilise le *Feedback Linearisation* (FBL) [Reza et Parker, 1997]. Cette technique est également utilisée par Lee pour exécuter des manoeuvres orbitales [Lee et J.E.Cochran, 1997] et par Bharadwaj pour la navigation d'un véhicule d'entrée atmosphérique [Bharadwaj, 1998]. Ozama fait appel au FBL pour commander un système à inertie variable [Ozama et Furuya, 2002] alors que Bang s'en sert pour commander le transfert de la quantité de mouvement d'engins spatiaux en orbite [Bang, 2002]. Le FBL est de plus utilisé

par Singla pour simuler un rendez-vous en présence de bruits de mesures [Singla et coll., 2006]. Le FBL permet d'annuler les non-linéarités en retirant leur effets avant d'appliquer un commande au système.

Le FBL est aussi connu sous le nom de *Nonlinear Dynamic Inversion* (NDI) car le FBL est un cas simplifié du NDI. Les particularités de cette relation seront expliquées ultérieurement au chapitre 3. Costa et Georgie utilisent la technique du NDI pour commander un véhicule d'entrée atmosphérique [da Costa et coll., 2003; GEORGIE et VALASEK, 2001]. Le NDI est conjointement choisi par Jun, Balas, Papageorgiou et Looye pour mettre en oeuvre des applications de commande de pilotage automatique et de navigation [Jun et coll., 1997; Balas et Garnard, 1992; Papageorgiou et Glover, 2002; Looye, 2001]. Papageorgiou et Looye mentionne en outre que le NDI est bien adapter pour commander des engins volants. Entre autre car cette technique permet d'obtenir un contrôleur valide pour une enveloppe de vol définie sans faire appel au *Gain Scheduling*. De plus, le NDI permet d'obtenir rapidement l'entrée de la boucle de commande en manipulant les équations non-linéaires du système à commander.

Pour revenir au système de commande d'orientation et de positionnement de satellite, Lo, Lee, Terui ainsi que Jan utilisent pour leur part la technique du *Sliding Mode Control* (SMC) [Lo et Chen, 1995; Lee, 1996; Terui, 1999; Jan et Chiou, 2004]. Cette technique est aussi choisie par Kluever et Park pour l'application de rendez-vous orbital entre deux engins [Kluever, 1999; Park et coll., 1999]. Le SMC est de même employé par Drakunov, Xiong et Buffington pour développer des observateurs d'états de système non-linéaire [Drakunov et Utkin, 1995; Xiong et Saif, 2002] afin d'en assurer la commande et la prévention de saturation des actionneurs [Buffington et b. Shtessel, 1998]. Dans d'autres domaines que l'aérospatiale, le SMC est également utilisé pour commander des systèmes mécaniques et chimiques complexes comportant des éléments possédant une dynamique non-linéaire [Parra-Vega et Hirzinger, 2001; Tong et Li, 2003; Tokat et et al., 2003; Yu et Zhihong, 2002].

1.6 Paramètre et spécifications du projet

Le problème à résoudre, qui consiste dans la réalisation d'un rendez-vous orbital, s'avère d'une nature complexe. Afin de mieux circonscrire ce problème, quelques hypothèses de base sont posées au préalable. De plus, afin de cerner davantage le travail à accomplir sur le plan du développement de lois de commande, d'autres spécifications concernant les manoeuvres d'orientation et de translation sont présentées.

Hypothèses du projet de rendez-vous :

1. Le OS ne possède aucun système de commande tant en orientation qu'en translation et est considéré comme une cible passive⁴.
2. Le OM s'oriente en fonction du OS avant de procéder à la translation.
3. Toutes les manoeuvres sont effectuées par le OM qui est doté d'actionneurs.
4. Le OS est considéré comme étant déjà placé en orbite autour de Mars.
5. L'orbite est considérée comme étant elliptique.

Spécifications pour l'orientation :

1. Le système de commande doit assurer la stabilité en orientation.
2. La cible doit rester dans le champ de vision des capteurs de mouvement relatif.

Spécifications pour la translation :

1. La translation devra débuter à partir d'une distance initiale relative de 1 *km*.
2. La distance relative finale devra être ≤ 1 *m* afin de considérer le rendez-vous complété.
3. Un guidage en vitesse est appliqué afin que la vitesse finale soit ≤ 5 *cm/s*.

En tenant compte à la fois des éléments contextuels et théoriques, des hypothèses ainsi que des spécifications énumérées précédemment, les travaux de recherche graviteront autour des cinq principaux objectifs suivant :

1. Contribuer au développement de techniques, d'algorithmes et de logiciels capables de générer de façon autonome les commandes en orientation et en translation d'une sonde

⁴Voir les détails sur les cibles passives dans la section 5.3 du simulateur.

d'exploration planétaire, en respectant la nature hautement non-linéaire de la dynamique tout en maximisant l'autonomie des solutions proposées pour des missions planétaires.

2. Reproduire un modèle non-linéaire de la dynamique du mouvement relatif entre le OM et le OS afin d'appliquer les lois de commande évaluées.
3. Développer une loi de guidage en translation, adaptée au contexte du rendez-vous autonome en orbite martienne.
4. Développer pour des fins d'études, un système de commande utilisant une technique de synthèse non-linéaire appliqué au rendez-vous en orbite martien.
5. Simuler un rendez-vous autonome à partir d'une distance initiale relative de 1 *km* selon une approche non-linéaire.

1.7 Conclusion

Les missions d'exploration spatiale, et particulièrement les missions de type MSR actuellement en développement ayant comme objectif de récupérer des échantillons martiens, visent à augmenter notre niveau de connaissance du système solaire. Afin de réduire les coûts de développement de ces missions, certains choix technologiques conférant plus d'autonomie aux engins spatiaux doivent être considérés. Ces choix amènent de nouveaux défis liés à l'autonomie aux engins spatiaux manoeuvrant en milieu hors de portée de communication en temps réel avec la Terre. Un portrait du projet de rendez-vous autonome a été dressé dans ce chapitre en abordant les techniques ainsi que les méthodes de commande à envisager pour une telle application : linéaires versus non-linéaires. Une revue des applications des techniques du NDI/FBL ainsi que du SMC ont été présentée afin de cerner le choix des méthodes de commande à utiliser dans ce projet. Les objectifs furent ensuite posés en tenant compte à la fois des considérations orbitales, des paramètres et des spécifications du projet. Ces techniques exigent une maîtrise de différents concepts mathématiques et des méthodes de commandes non-linéaires. Ces derniers éléments seront abordés aux chapitres 2 et 3

CHAPITRE 2

MATHÉMATIQUES DU RENDEZ-VOUS ORBITAL

2.1 Introduction

Le contexte décrit de la chapitre précédant démontre un besoin de développer des techniques de commande efficaces et fiables dans la mise en oeuvre de rendez-vous autonome. Afin de mieux cerner la question du rendez-vous, les mathématiques requises dans l'élaboration d'un système de commande pour un rendez-vous orbital, dont : les repères vectoriels, la dynamique d'orientation et de translation ainsi que la dynamique du mouvement relatif seront présentées dans ce chapitre.

2.2 Les repères vectoriels du rendez-vous

Les repères, ou référentiels vectoriels servent à exprimer les éléments vectoriels selon un point de référence défini en trois dimensions. Tout le développement mathématique d'un système de commande repose sur une représentation des équations selon les repères préalablement définis. Les référentiels inertiel, orbital, orbital de rendez-vous, orbital local, *Body Frame* ainsi que le référentiel des roues à réactions seront présentés dans cette section.

2.2.1 Référentiel inertiel

Un référentiel inertiel ($\vec{\mathcal{F}}_I$) est un référentiel dans lequel un objet isolé (sur lequel ne s'exerce aucune force ou sur lequel la résultante des forces est nulle) est soit immobile ou soit en mouvement de translation rectiligne uniforme par rapport à ce référentiel. Un référentiel inertiel doit être considéré comme étant fixe par rapport aux étoiles afin que les lois de

Newton y soient valides. Ce référentiel est utilisé afin de donner un point de référence commun aux éléments du rendez-vous. Le référentiel inertiel utilisé pour ce projet est le *Mars Mean Equator to Ecliptic Plane*. Il se compose de 3 axes \vec{I}_x , \vec{I}_y et \vec{I}_z tel que décrit dans la figure 2.1 :

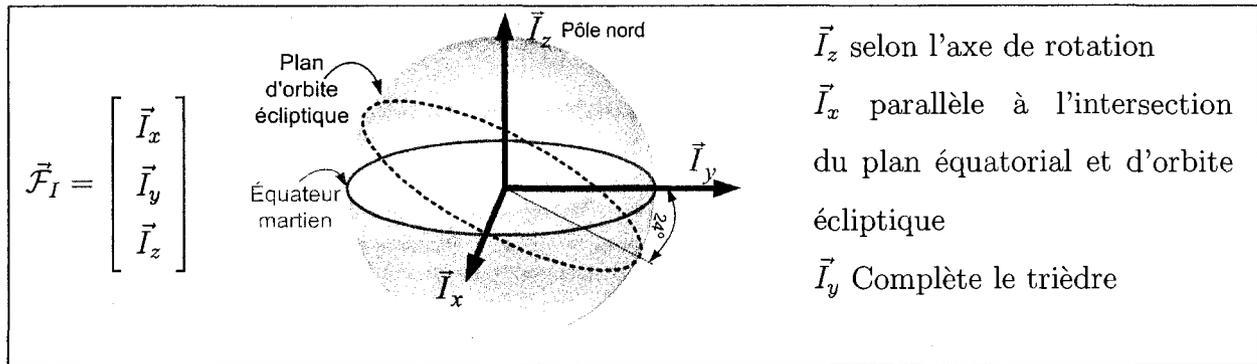


Figure 2.1 – Référentiel inertiel

2.2.2 Référentiel orbital

Un référentiel orbital ($\vec{\mathcal{F}}_O$) est un référentiel servant à exprimer en tout temps l'orbite d'un satellite par rapport à un référentiel inertiel ($\vec{\mathcal{F}}_I$). Le repère orbital $\vec{\mathcal{F}}_O$ (figure 2.2) représenté par \vec{O}_x , \vec{O}_y et \vec{O}_z , est obtenu par une rotation de Euler 3-1-3 (Ω, i, u) des axes du repère inertiel dans lequel le satellite se situe. Ces trois rotations successives permettent d'obtenir la matrice de transformation de coordonnées \underline{C}_{OI} servant à exprimer la position d'un satellite par rapport au $\vec{\mathcal{F}}_I$.

$$\vec{\mathcal{F}}_O = \begin{bmatrix} \vec{O}_x \\ \vec{O}_y \\ \vec{O}_z \end{bmatrix} = \overbrace{\begin{bmatrix} cuc\Omega - sus\Omega ci & cus\Omega + suc\Omega ci & suci \\ -suc\Omega - cus\Omega ci & -sus\Omega + cuc\Omega ci & cusi \\ c\Omega si & -c\Omega si & ci \end{bmatrix}}^{\underline{C}_{OI}} \begin{bmatrix} \vec{I}_x \\ \vec{I}_y \\ \vec{I}_z \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Où les termes c et s sont respectivement l'abréviation de $\cos(\)$ et $\sin(\)$. Les termes u , i et Ω sont respectivement l'argument de latitude, l'inclinaison de l'orbite et l'ascension droite du noeud ascendant.

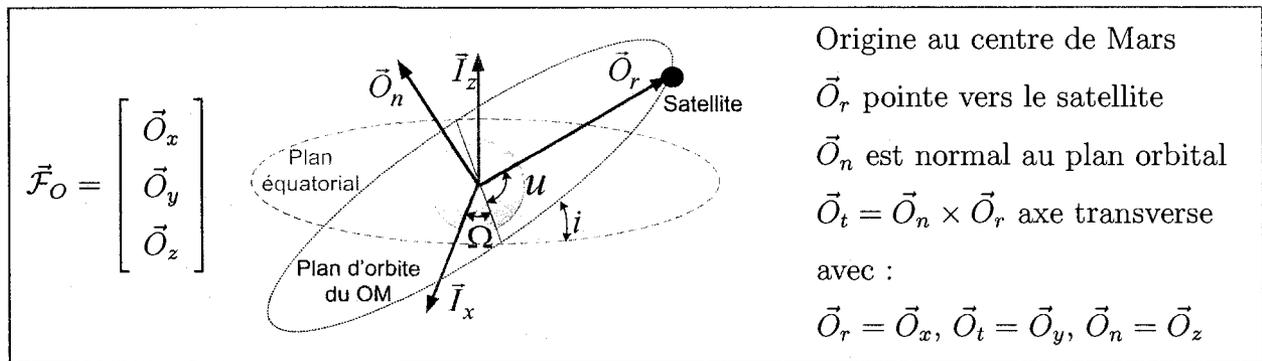


Figure 2.2 – Référentiel orbital

2.2.3 Référentiel orbital du rendez-vous

Le référentiel orbital du rendez-vous ($\vec{\mathcal{F}}_R$) représenté par \vec{R}_x , \vec{R}_y et \vec{R}_z , est un référentiel dont l'origine est le centre de masse du satellite. Il sert à exprimer la dynamique du satellite selon son vecteur de vitesse et son plan d'orbite (figure 2.3). L'axe \vec{R}_x est orienté en direction du vecteur de vitesse du OM, l'axe \vec{R}_y est selon la normale du plan de l'orbite et l'axe \vec{R}_z complète le trièdre. Ce référentiel est utile afin d'exprimer la dynamique du OM dans son orbite.

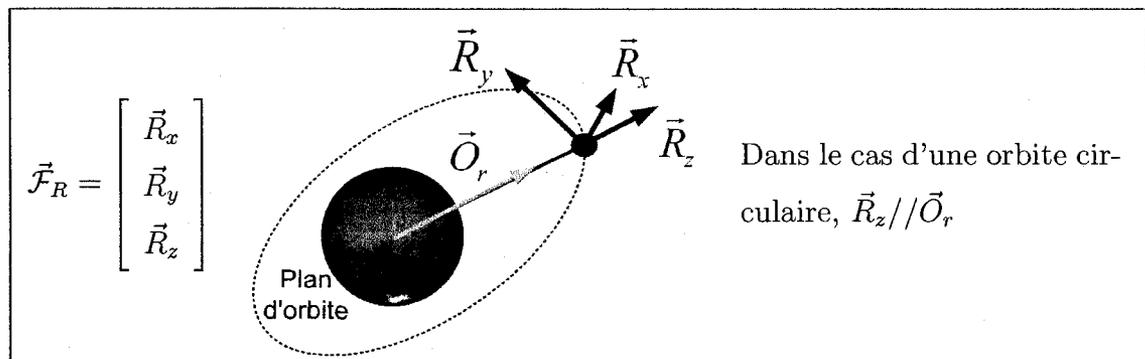


Figure 2.3 – Référentiel orbital du rendez-vous

2.2.4 Référentiel orbital local

Le référentiel orbital local du rendez-vous ($\vec{\mathcal{F}}_L$) représenté par \vec{L}_x , \vec{L}_y et \vec{L}_z , est un référentiel dont l'origine est le centre de masse du satellite. Il sert à exprimer la dynamique du satellite

selon le Nadir de Mars et son plan d'orbite (figure 2.4). L'axe \vec{L}_y est perpendiculaire au plan de l'orbite selon une direction anti-normale, l'axe \vec{L}_z est selon le nadir de Mars et l'axe \vec{L}_x complète le trièdre. Ce référentiel est utile afin d'exprimer la dynamique du OM et du OS dans leur orbite. Si l'orbite est circulaire, alors \vec{L}_x sera établi selon le vecteur vitesse tout comme \vec{R}_x du $\vec{\mathcal{F}}_R$ et les vecteurs \vec{L}_y et \vec{R}_y ainsi que \vec{L}_z et \vec{R}_z seront opposés. Pour ce projet, l'orbite sera considérée elliptique alors, \vec{L}_x n'est pas parallèle au vecteur vitesse et les $\vec{\mathcal{F}}_L$ et $\vec{\mathcal{F}}_R$ seront différents.

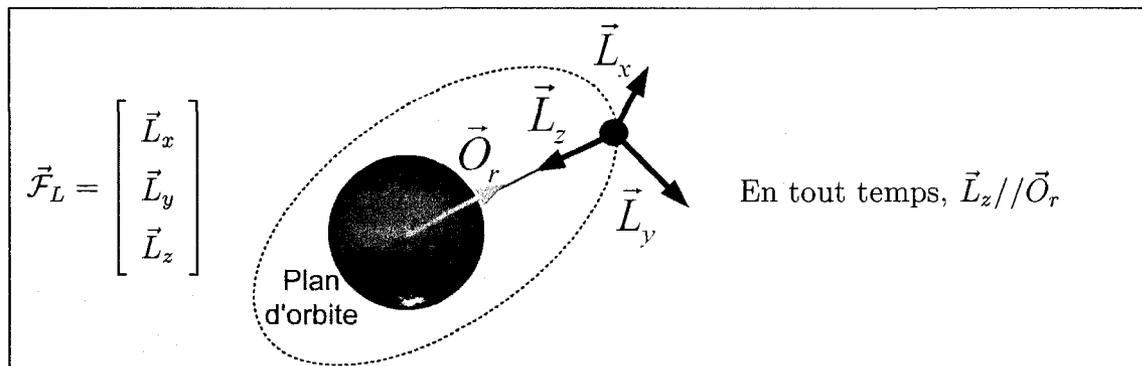


Figure 2.4 – Référentiel orbital local

2.2.5 Référentiel *Body Frame*

Le référentiel *Body Frame* ($\vec{\mathcal{F}}_B$) est un référentiel fixe au satellite. Il est obtenu par une rotation 3-2-1 : lacet, tangage, roulis (ψ, θ, ϕ) par rapport au repère $\vec{\mathcal{F}}_O$. Lorsque ψ, θ et ϕ sont nuls, $\vec{\mathcal{F}}_B$ est parallèle à $\vec{\mathcal{F}}_L$ avec son axe \vec{B}_y en pointage nadir (figure 2.5). Ce référentiel permet d'exprimer l'orientation du satellite par rapport à son orbite.

$$\underline{C}_{BO} = \underline{C}_{BL}\underline{C}_{LO} \quad (2.2)$$

Les matrices de transfert de référentiels \underline{C}_{BL} et \underline{C}_{LO} sont définis comme suit :

$$\underline{C}_{BO} = \begin{array}{c} \overbrace{\left[\begin{array}{ccc} c\psi c\theta & s\phi c\theta & -s\theta c\phi c\psi + s\psi s\phi \\ -s\psi c\theta & c\phi c\theta & s\theta c\phi s\psi + c\psi s\phi \\ s\theta & -s\phi c\theta & c\theta c\phi \end{array} \right]}^{\underline{C}_{BL}} \overbrace{\left[\begin{array}{ccc} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \end{array} \right]}^{\underline{C}_{LO}} \\ \underline{C}_{BO} = \left[\begin{array}{ccc} s\theta c\phi c\psi - s\psi s\phi & c\psi c\theta & -s\phi c\theta \\ -s\theta c\phi s\psi - c\psi s\phi & -s\psi c\theta & -c\phi c\theta \\ -c\theta c\phi & s\theta & s\phi c\theta \end{array} \right] \end{array} \quad (2.3)$$

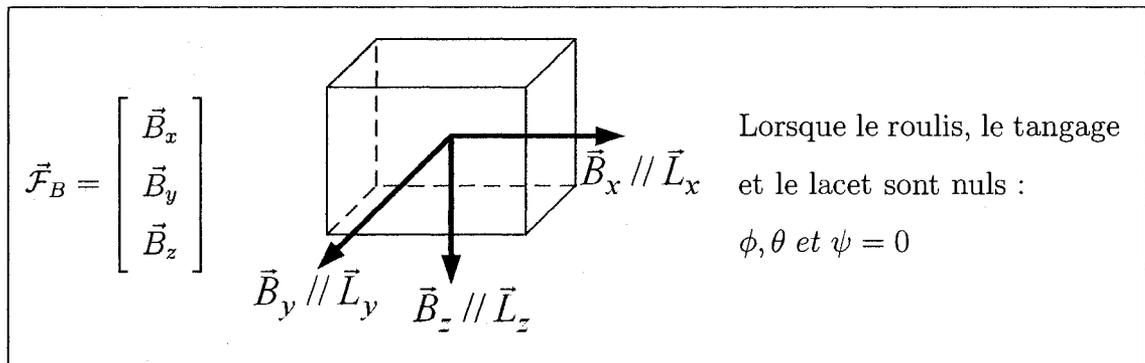


Figure 2.5 – Référentiel *Body Frame*

2.2.6 Référentiel des roues à réaction

Le référentiel des roues à réaction ($\vec{\mathcal{F}}_{RW}$) représenté par \vec{a} , \vec{b} et \vec{c} , est un référentiel propre aux roues à réaction du satellite. Il est utilisé afin d'exprimer leur quantité de mouvement angulaire (figure 2.6). Cette quantité de mouvement est transmise au satellite selon l'axe de rotation \vec{a} .

2.3 Équations de la dynamique d'orientation

La commande en orientation sur 3 degrés de liberté (DdL) consiste à s'assurer que l'orientation du OM est adéquate pour l'alignement et le rapprochement avec le OS. Les ouvrages de [de Lafontaine, 2000; Hughes, 1986; Jan et Chiou, 2004] élaborent précisément les développements mathématiques des équations nécessaires à la dynamique d'orientation présentée dans les sections 2.3.1 à 2.3.3 qui suivent.

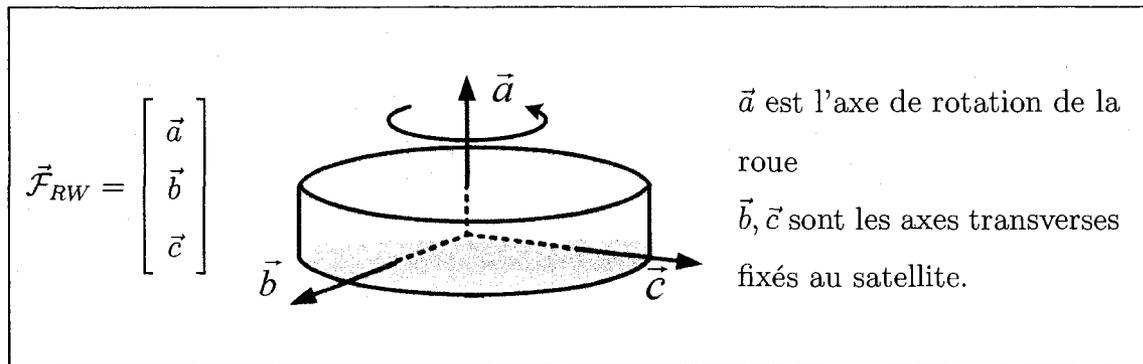


Figure 2.6 – Référentiel des roues à réaction

2.3.1 Moment angulaire des roues à réaction

Pour commander un engin spatial en orientation, celui-ci doit posséder au moins 3 roues à réaction (RW), soit une par axe, afin qu'une quantité de mouvement puisse être transmise selon les 3 axes de l'engin. Considérons un satellite doté de RW. La contribution des RW se fait autant en terme inertiel J_{RW} qu'en quantité de mouvement h_{RW} . Le diadic d'inertie d'une RW exprimé selon $\vec{\mathcal{F}}_{RW}$ est :

$$\vec{J}_{RW} = J_s \vec{a}\vec{a} + J_t \vec{b}\vec{b} + J_t \vec{c}\vec{c}$$

ou, exprimé seulement selon l'axe de rotation \vec{a}

$$(2.4)$$

$$\vec{J}_{RW} = \overbrace{J_s \vec{a}\vec{a}}^{\text{inertie de rotation}} + \overbrace{J_t (\vec{1} - \vec{a}\vec{a})}^{\text{inertie transverse}}$$

Pour le moment angulaire h_{RW} , la contribution dynamique se fait seulement selon l'axe de rotation \vec{a} :

$$\begin{aligned} \dot{h}_{ai} &= T_{cai} \\ h_{ai} &= J_{si}(\omega_{reli} + (\vec{a}_i \bullet \vec{\omega}_B)) \\ i &= 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (2.5)$$

où i représente tour à tour chacune des RW du satellite, $\vec{\omega}_B$ représente le vecteur de vitesse angulaire du satellite dans le repère *Body Frame* $\vec{\mathcal{F}}_B$ et ω_{reli} est la composante de la vitesse angulaire des RW relative au satellite selon chaque axe.

La quantité de mouvement angulaire des RW selon l'axe de rotation inclut une contribution

de la vitesse relative par rapport au repère $\vec{\mathcal{F}}_B$ en plus de la composante de la vitesse absolue de $\vec{\mathcal{F}}_B$ dans la direction de l'axe \vec{a}_i .

Sous forme de composantes, l'expression de la dynamique des RW exprimée dans $\vec{\mathcal{F}}_B$ devient :

$$\begin{aligned} \dot{h}_{ai} &= T_{cai} \\ h_{ai} &= J_{si}[\omega_{reli} + (\underline{a}_i^B)^T \underline{\omega}_B] \\ \underline{h}_{RW}^B &= \sum_i h_{ai} \underline{a}_i^B \end{aligned} \quad (2.6)$$

2.3.2 Moment angulaire total en orientation

Pour le moment angulaire total en orientation, il faut combiner les contributions des RW et du corps rigide.

$$\underline{h}_{Total} = \underline{h}_B + \underline{h}_{RW}^B \quad (2.7)$$

À partir des éléments présentés, les équations de la dynamique de rotation pour un satellite pourvu de RW sont les suivantes :

$$\dot{\underline{h}}_{Total} + \underline{\omega}_B^\times \underline{h}_{Total} = \underline{T}_{externes}^B \quad \text{avec} \quad \underline{\omega}_B^\times = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Les couples externes ($\underline{T}_{externes}^B$) sont les éléments externes au système pouvant contribuer au moment angulaire. Ces éléments seront discutés ultérieurement à la section 5.6. En remplaçant l'équation (2.7) dans l'équation (2.8), on obtient :

$$\dot{\underline{h}}_B + \dot{\underline{h}}_{RW}^B = \underline{T}_{externes}^B - \underline{\omega}_B^\times (\underline{h}_B + \underline{h}_{RW}^B) \quad (2.9)$$

où l'on doit considérer que :

⇒ Les RW sont alignées selon les 3 axes du *Body Frame* pour définir que $\dot{\underline{h}}_{RW}^B = \underline{T}_{RW}$.

⇒ $\underline{h}_B = \underline{J}_B \underline{\omega}_B$.

⇒ \underline{J}_B est l'inertie totale de l'engin (\underline{J}), moins l'inertie des RW selon les axes \vec{a}_i . Cette relation, sous forme de tenseur dyadique s'exprime comme suit [de Lafontaine, 2000] :

$$\vec{J}_B = \vec{J} + \sum_i J_{ti}(\vec{1} - \vec{a}_i \vec{a}_i) \quad (2.10)$$

En tenant compte de ces considérations, l'équation (2.9) devient :

$$\underline{J}_B \underline{\dot{\omega}}_B = \underline{T}_{externes} - \underline{T}_{RW} - \underline{\omega}_B^\times (\underline{h}_B + \underline{h}_{RW}^B) \quad (2.11)$$

$$\begin{aligned} \underline{J}_B \underline{\dot{\omega}}_B &= \underline{M} - \underline{T}_{RW} \\ \text{avec } \underline{M} &= \underline{T}_{externes} - \underline{\omega}_B^\times (\underline{h}_B + \underline{h}_{RW}^B) \end{aligned} \quad (2.12)$$

L'équation finale de la dynamique d'orientation se décrit alors :

$$\underline{\dot{\omega}}_B = \underline{J}_B^{-1} (\underline{M} - \underline{T}_{RW}) \quad (2.13)$$

En somme, les éléments mathématiques impliqués dans la manoeuvre d'orientation se résument comme suit :

- $\underline{\omega}_B, \underline{\dot{\omega}}_B \Rightarrow$ Composantes exprimant la vitesse et l'accélération angulaire d'orientation du OM.
- $\underline{J}_B \Rightarrow$ Composante exprimant la matrice d'inertie du OM. Cette matrice de dimension $[3 \times 3]$ est considérée constante en théorie. En pratique, l'inertie du OM varie selon l'avancement du rendez-vous, étant donné la consommation de carburant faisant diminuer la masse.
- $\underline{J}_s \Rightarrow$ Composante exprimant la contribution d'inertie axiale des roues à réaction (RW). Cet élément permet de tenir compte de l'impact des RW sur la dynamique d'orientation du OM afin d'avoir une représentation mathématique réaliste de l'orientation.
- $\underline{T}_{externes} \Rightarrow$ Composantes exprimant les contributions en couples affectant l'orientation du OM. Cet élément permet de tenir compte des effets de traînée aérodynamique, de pression solaire ainsi que du couplage existant entre les forces propulsives et la dynamique d'orientation.

$\underline{T}_{RW} \Rightarrow$ Composante exprimant les contributions en torques fournies par les RW.
 Cet élément est la variable permettant au système de commander l'orientation du OM selon l'évolution du rendez-vous.

2.3.3 La cinématique d'orientation

Les rotations dans l'espace peuvent être décrites par les quaternions. Un quaternion consiste en un nombre complexe formé de 4 composantes, dont un scalaire et d'un vecteur à 3 composantes imaginaires afin de définir un point dans l'espace. L'expression d'un quaternion se définit comme $q = a + ib + jc + kd$ avec a, b, c et d des nombres réels et i, j, k des coefficients imaginaires dont leurs produits donnent $i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1$. Les valeurs des vitesses angulaires de l'engin dans le repère $\vec{\mathcal{F}}_B$ combinées avec les équations cinématiques nous permettent de déterminer les quaternions de rotation tel que décrit par l'équation suivante :

$$\dot{\underline{q}} = \overbrace{\begin{bmatrix} -\frac{1}{2}\underline{\epsilon}^T \\ \frac{1}{2}(\eta\underline{1} + \underline{\epsilon}^\times) \end{bmatrix}}^Q \underline{\omega}_B \quad (2.14)$$

Le terme $\underline{\epsilon}$ correspond à $\underline{a} \sin\left(\frac{\phi}{2}\right)$, le terme \underline{a} quant à lui équivaut à $[a_x \ a_y \ a_z]^T$, qui sont les composantes de l'axe de rotation et le terme ϕ signifie l'angle de rotation unique autour de l'axe spécifique \vec{a} .

La notation simplifiée permet d'écrire,

$$\dot{\underline{q}} = \underline{Q}\underline{\omega}_B \quad (2.15)$$

L'équation (2.15) peut alors être exprimée comme suit :

$$\dot{\underline{q}} = \frac{1}{2}\underline{\Omega}(\underline{\omega}_B)\underline{q} \quad (2.16)$$

$$\underline{\Omega}(\underline{\omega}_B) = \begin{bmatrix} -\underline{\omega}_B^\times & \underline{\omega}_B \\ -\underline{\omega}_B^T & \underline{0} \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

En détaillant davantage,

$\underline{\omega}_B \Rightarrow$ Composantes qui décrivent la vitesse angulaire d'orientation du OM exprimée dans son repère $\vec{\mathcal{F}}_B$.

$\epsilon \Rightarrow$ Aussi connue sous la forme $[q_1 \ q_2 \ q_3]^T$ représentant les 3 paramètres indépendants de *Euler* qui permettent de faire une manoeuvre d'orientation en une seule rotation autour d'un axe unique.

$\eta \Rightarrow$ Aussi connue sous la forme $[q_0]$, la composante scalaire du quaternion.

2.4 Équations de la dynamique de translation

La commande en translation consiste à assurer le déplacement relatif du OM par rapport au OS sur 3 DdL, ce qui se traduit par un système global (orientation + translation) à 6 DdL. La dynamique de translation est régie par les équations non-linéaires du mouvement relatif. Ces équations furent développées par George W. Hill [Hill, 1878]. Il existe aussi une version linéaire des équations du mouvement relatif qui fut développée en 1960 conjointement par deux chercheurs : W.H. Clohessy et R.S. Whiltshire [Clohessy et Whiltshire, 1960]. Cette version, portant le nom des équations de “Clohessy-Wiltshire”, est reprise ici par David A. Vallado dans [Vallado et McClain, 2001] et présentée en annexe B.1 pour des fins de consultation. À cette étape, les équations pour établir la dynamique de translation relative générale entre le OM et le OS sont présentées. Ensuite, puisque certaines considérations pratiques doivent être respectées, cette dynamique relative est exprimée du OS vers le OM.

2.4.1 Dynamique orbitale relative

Pour cette étude, à partir de la position relative du OM par rapport au OS, l'objectif est de développer un système de commande mettant en application les translations adéquates du OM vers le OS. Un développement à partir de l'équation de base de deux corps célestes (*Two-Body Problem Equation*) est décrit dans cette section. Les détails complets du développement se trouvent dans l'ouvrage de David A. Vallado [Vallado et McClain, 2001].

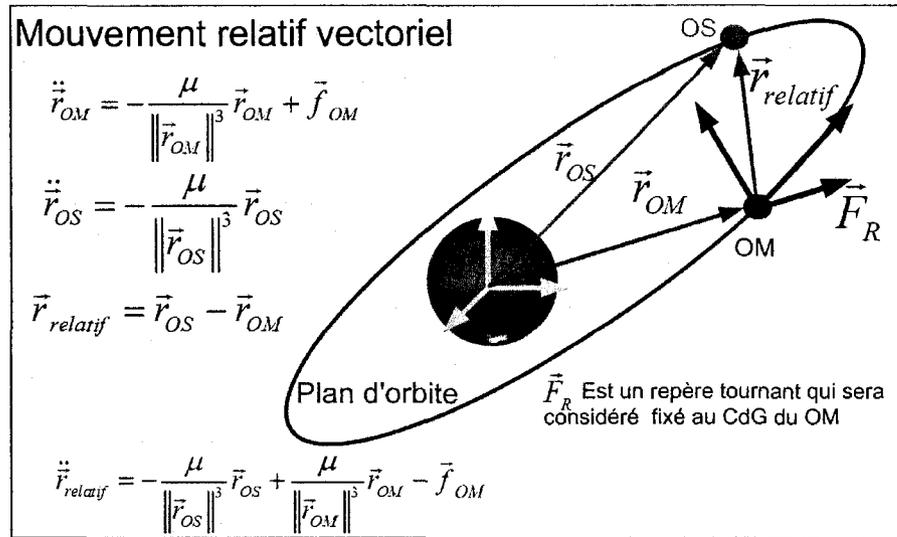


Figure 2.7 – Représentation vectorielle du mouvement relatif du OM par rapport au OS

La dynamique orbitale du OS, telle qu'illustrée dans la figure 2.7 se développe à partir des éléments suivants :

$$\ddot{\vec{r}}_{OS} = -\frac{\mu}{r_{OS}^3} \vec{r}_{OS} \quad \text{et} \quad \ddot{\vec{r}}_{OM} = -\frac{\mu}{r_{OM}^3} \vec{r}_{OM} + \vec{f}_{OM} \quad (2.18)$$

Le terme \vec{f}_{OM} représente l'accélération motrice de OM : $\vec{f}_{OM} = \frac{\vec{F}_{OM}}{m}$. À partir de ces équations, le vecteur relatif $\ddot{\vec{r}}_{rel} = \ddot{\vec{r}}_{OS} - \ddot{\vec{r}}_{OM}$ est défini :

$$\ddot{\vec{r}}_{rel} = -\frac{\mu}{r_{OS}^3} \vec{r}_{OS} + \frac{\mu}{r_{OM}^3} \vec{r}_{OM} - \vec{f}_{OM} \quad (2.19)$$

La vitesse angulaire du repère $\vec{\mathcal{F}}_L$ et $\vec{\mathcal{F}}_R$ dans le repère $\vec{\mathcal{F}}_I$ s'exprime respectivement par $\sqrt{\frac{\mu}{r_{OS}^3}} = \omega_{OS}$ et $\sqrt{\frac{\mu}{r_{OM}^3}} = \omega_{OM}$. Pour alléger les équations qui suivent, puisque le repères $\vec{\mathcal{F}}_L$ et $\vec{\mathcal{F}}_R$ sont respectivement centrés sur le OS et le OM, on utilisera $\omega_{OS} = \omega_L$ et $\omega_{OM} = \omega_R$.

Cette notation sera utilisée pour alléger les équations.

$$\ddot{\vec{r}}_{rel} = -\omega_L^2 \vec{r}_{OS} + \omega_R^2 \vec{r}_{OM} - \vec{f}_{OM} \quad (2.20)$$

En ce qui a trait au mouvement relatif, il faut considérer que le repère $\vec{\mathcal{F}}_R$ tourne par rapport au repère $\vec{\mathcal{F}}_I$. De plus, il est convenu que le repère $\vec{\mathcal{F}}_R$ n'est pas fixé au repère $\vec{\mathcal{F}}_B$ du OM ;

ce qui signifie que le développement suivant ne tient pas compte de l'orientation du OM et le considère comme une masse ponctuelle.

À partir de la 2^e loi de Newton $\vec{F} = m\ddot{\vec{r}}$, le vecteur d'accélération $\ddot{\vec{r}}$ est développé selon l'équation de la dynamique orbitale. Il faut noter que la dynamique orbitale est créée dans un repère tournant ($\vec{\mathcal{F}}_R$) et que $\ddot{\vec{r}}$ est exprimé dans un repère fixe ($\vec{\mathcal{F}}_I$).

$$\vec{F} = m \underbrace{\left[\overset{\infty}{\ddot{\vec{r}}} + \overset{o}{\dot{\vec{\omega}}} \times \vec{r} + 2\vec{\omega} \times \overset{o}{\dot{\vec{r}}} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) \right]}_{\ddot{\vec{r}}} \quad (2.21)$$

$$\ddot{\vec{r}} = \overset{\infty}{\ddot{\vec{r}}} + \overset{o}{\dot{\vec{\omega}}} \times \vec{r} + 2\vec{\omega} \times \overset{o}{\dot{\vec{r}}} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) \quad (2.22)$$

où,

- $\ddot{\vec{r}}$: l'accélération de l'engin vu dans $\vec{\mathcal{F}}_I$;
- $\overset{\infty}{\ddot{\vec{r}}}$: l'accélération de la masse dans $\vec{\mathcal{F}}_R$;
- $\overset{o}{\dot{\vec{\omega}}} \times \vec{r}$: l'accélération angulaire dans $\vec{\mathcal{F}}_R$;
- $2\vec{\omega} \times \overset{o}{\dot{\vec{r}}}$: l'accélération de Coriolis dans $\vec{\mathcal{F}}_R$;
- $\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$: l'accélération centripète dans $\vec{\mathcal{F}}_R$;

À partir de ce développement général de la dynamique orbitale relative, les équations pour l'application de rendez-vous découlent de l'équation (2.21), mais cette fois avec $\ddot{\vec{r}}_{rel}$.

$$\ddot{\vec{r}}_{rel} = \overset{\infty}{\ddot{\vec{r}}}_{rel} + \overset{o}{\dot{\vec{\omega}}}_R \times \vec{r}_{rel} + 2\vec{\omega}_R \times \overset{o}{\dot{\vec{r}}}_{rel} + \vec{\omega}_R \times (\vec{\omega}_R \times \vec{r}_{rel}) \quad (2.23)$$

Le terme $\overset{\infty}{\ddot{\vec{r}}}_{rel}$ est mis en évidence et l'expression de $\ddot{\vec{r}}_{rel}$, étant définie à l'équation (2.19), est insérée dans l'équation (2.23) :

$$\overset{\infty}{\ddot{\vec{r}}}_{rel} = \left(-\omega_L^2 \vec{r}_{OS} + \omega_R^2 \vec{r}_{OM} - \vec{f}_{OM} \right) - \overset{o}{\dot{\vec{\omega}}}_R \times \vec{r}_{rel} - 2\vec{\omega}_R \times \overset{o}{\dot{\vec{r}}}_{rel} - \vec{\omega}_R \times (\vec{\omega}_R \times \vec{r}_{rel}) \quad (2.24)$$

L'expression (2.24) est exprimée en composantes dans le repère $\vec{\mathcal{F}}_R$ en utilisant la matrice de transfert de coordonnées \underline{C}_{RI} .¹

$$\ddot{\vec{r}}_{rel}^R = \underline{C}_{RI} \left(-\omega_L^2 \vec{r}_{OS}^I + \omega_R^2 \vec{r}_{OM}^I - \vec{f}_{OM}^I \right) - \underline{\dot{\omega}}_R^{\times R} \vec{r}_{rel}^R - 2\underline{\omega}_R^{\times R} \dot{\vec{r}}_{rel}^R - \underline{\omega}_R^{\times R} \underline{\omega}_R^{\times R} \vec{r}_{rel}^R \quad (2.25)$$

¹Le terme \underline{C}_{RI} représente la matrice de passage du repère $\vec{\mathcal{F}}_I$ au repère $\vec{\mathcal{F}}_R$ de manière à ce que :
 $\vec{\mathcal{F}}_I^T = \vec{\mathcal{F}}_R^T \underline{C}_{RI}$.

La dynamique du mouvement relatif détaillée dans cette section considère qu'il est possible de connaître les composantes vectorielles de la cible afin de pouvoir exprimer la composante $\omega_{L_{LOS}}^2$. Dans ce projet, le *LIDAR* permet d'obtenir ces informations avec quelques changements de coordonnées.

En somme, les éléments mathématiques impliqués dans la manoeuvre de translation se résument comme suit :

- $\underline{\omega}_R \Rightarrow$ Composantes de la vitesse angulaire du OM par rapport au repère inertiel $\vec{\mathcal{F}}_I$ exprimée dans $\vec{\mathcal{F}}_R$.
- $\underline{r}_{rel} \Rightarrow$ Composantes du vecteur de la position relative du OS par rapport au OM dans le $\vec{\mathcal{F}}_R$. Le principal objectif d'un rendez-vous est de manoeuvrer l'engin afin de réduire à *zéro* la norme de ce vecteur.
- $\omega_L, \omega_R \Rightarrow$ Représentation respective de la vitesse angulaire instantanée des repères $\vec{\mathcal{F}}_L$ et $\vec{\mathcal{F}}_R$ dans le repère $\vec{\mathcal{F}}_I$.
- $\underline{f}_{OM} \Rightarrow$ Composantes de la somme des accélérations dues aux forces de perturbations et de propulsion appliquées sur le OM. Cet élément confère un réalisme au modèle de mouvement relatif puisque les perturbations environnementales sont respectées.
- $\ddot{\underline{r}}_{rel}^R \Rightarrow$ Composantes de l'accélération de la masse vue dans $\vec{\mathcal{F}}_R$.
- $\dot{\underline{\omega}}_R^x \underline{r}_{rel}^R \Rightarrow$ Ce terme non-linéaire représente l'accélération angulaire dans $\vec{\mathcal{F}}_R$.
- $2\underline{\omega}_R^x \dot{\underline{r}}_{rel}^R \Rightarrow$ Ce terme non-linéaire représente l'accélération de Coriolis dans $\vec{\mathcal{F}}_R$.
- $\underline{\omega}_R^x \underline{\omega}_R^x \underline{r}_{rel}^R \Rightarrow$ Ce terme non-linéaire représente l'accélération centripète dans $\vec{\mathcal{F}}_R$.

2.4.2 La dynamique orbitale relative : OS vers OM

Pour appliquer une commande en translation lors d'une manoeuvre de rendez-vous, certaines considérations pratiques doivent être respectées. Puisque c'est le OM qui effectue la translation, les composantes de vitesses angulaires $\underline{\omega}$, et d'accélération angulaire $\underline{\dot{\omega}}$ de l'or-

bite du OM varieront selon les commandes de translation. Pour des fins d'implantation de la commande, il devient convenable d'exprimer la dynamique relative du OS vers le OM, puisque le OS orbite selon une trajectoire fixe, dans un repère $\vec{\mathcal{F}}_L$ fixé au OS. Afin de simplifier la conception du système de commande, il convient alors d'exprimer la commande de translation à partir du OS où les composantes angulaires resteront plus stables pendant les manoeuvres [Vallado et McClain, 2001]. La figure 2.8 illustre la représentation vectorielle du OS vers le OM.

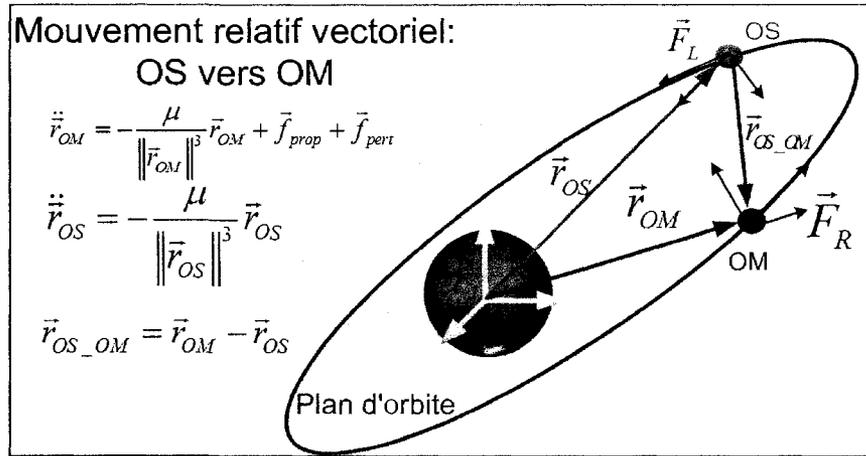


Figure 2.8 – Représentation vectorielle du mouvement relatif du OM vu par le OS

La dynamique orbitale du OS, se décrit alors comme précédemment à la section 2.4.1 :

$$\begin{aligned} \ddot{\vec{r}}_{OS} &= -\frac{\mu \vec{r}_{OS}}{r_{OS}^3} \\ \ddot{\vec{r}}_{OM} &= -\frac{\mu \vec{r}_{OM}}{r_{OM}^3} + \vec{f}_{OM} \end{aligned} \quad (2.26)$$

Le terme \vec{f}_{OM} représente l'accélération totale du OM : motrice et perturbations : $\vec{f}_{OM} = (\vec{f}_{prop} + \vec{f}_{pert}) = \frac{\vec{F}_{OM}}{m}$. Le terme \vec{f}_{pert} implique la prise en considération d'effets perturbateurs lors de la simulation : $\vec{f}_{pert} = \vec{f}_{gravité} + \vec{f}_{pression-solaire} + \vec{f}_{aérodynamique}$. Le vecteur relatif $\ddot{\vec{r}}_{OS-OM} = \ddot{\vec{r}}_{OM} - \ddot{\vec{r}}_{OS}$ de l'équation (2.26) est défini comme suit :

$$\ddot{\vec{r}}_{OS-OM} = -\frac{\mu \vec{r}_{OM}}{r_{OM}^3} + \vec{f}_{prop} + \vec{f}_{pert} + \frac{\mu \vec{r}_{OS}}{r_{OS}^3} \quad (2.27)$$

Comme auparavant, la vitesse angulaire du repère $\vec{\mathcal{F}}_L$ et $\vec{\mathcal{F}}_R$ dans le repère $\vec{\mathcal{F}}_I$ s'exprime respectivement par $\sqrt{\frac{\mu}{r_{OS}^3}} = \omega_L$ et $\sqrt{\frac{\mu}{r_{OM}^3}} = \omega_R$.

$$\ddot{\vec{r}}_{OS-OM} = \omega_L^2 r_{OS}^3 - \omega_R^2 r_{OM}^3 + \vec{f}_{prop} + \vec{f}_{pert} \quad (2.28)$$

En reprenant le principe de l'équation (2.23), considérant que le vecteur relatif \vec{r}_{rel}^{∞} est remplacé par \vec{r}_{OS-OM}^{∞} et que, la dynamique relative est exprimée dans le repère tournant $\vec{\mathcal{F}}_L$, il convient de ré-écrire l'équation (2.23).

$$\vec{r}_{OS-OM}^{\infty} = \ddot{\vec{r}}_{OS-OM} - \overset{\circ}{\omega}_L \times \vec{r}_{OS-OM} - 2\overset{\circ}{\omega}_L \times \overset{\circ}{\vec{r}}_{OS-OM} - \overset{\circ}{\omega}_L \times (\overset{\circ}{\omega}_L \times \vec{r}_{OS-OM}) \quad (2.29)$$

L'expression de $\ddot{\vec{r}}_{OS-OM}$, étant définie à l'équation (2.28), est maintenant insérée dans l'équation (2.29).

$$\begin{aligned} \vec{r}_{OS-OM}^{\infty} = & (-\omega_R^2 \vec{r}_{OM} + \vec{f}_{prop} + \vec{f}_{pert} + \omega_L^2 \vec{r}_{OS}) - \overset{\circ}{\omega}_L \times \vec{r}_{OS-OM} \dots \\ & \dots - 2\overset{\circ}{\omega}_L \times \overset{\circ}{\vec{r}}_{OS-OM} - \overset{\circ}{\omega}_L \times (\overset{\circ}{\omega}_L \times \vec{r}_{OS-OM}) \end{aligned} \quad (2.30)$$

L'équation (2.30) est réorganisée afin de mettre en évidence la composante de propulsion pour la mise en oeuvre des systèmes de commande.

$$\begin{aligned} \vec{f}_{prop} = & \vec{r}_{OS-OM}^{\infty} + \omega_R^2 \vec{r}_{OM} - \omega_L^2 \vec{r}_{OS} - \vec{f}_{pert} + \overset{\circ}{\omega}_L \times \vec{r}_{OS-OM} \dots \\ & \dots + 2\overset{\circ}{\omega}_L \times \overset{\circ}{\vec{r}}_{OS-OM} + \overset{\circ}{\omega}_L \times (\overset{\circ}{\omega}_L \times \vec{r}_{OS-OM}) \end{aligned} \quad (2.31)$$

Afin d'exprimer l'équation (2.31) en composantes, dressons un tableau identifiant les repères de préférence pour chaque élément.

Notons qu'il est nécessaire d'utiliser une notation de matrice de transformation de coordonnées permettant de passer d'une représentation de composantes dans un repère, à un autre repère. L'équation (2.31) est reprise avec les équivalences entre les représentations vectorielles et les représentations en composantes du tableau 2.1.

$$\begin{aligned} \vec{\mathcal{F}}_B^T \vec{f}_{prop}^B = & \vec{\mathcal{F}}_L^T \ddot{\vec{r}}_{OS-OM}^L + \vec{\mathcal{F}}_I^T \omega_R^2 \vec{r}_{OM}^I - \vec{\mathcal{F}}_I^T \omega_L^2 \vec{r}_{OS}^I - \vec{\mathcal{F}}_B^T \vec{f}_{pert}^B + \vec{\mathcal{F}}_I^T (\overset{\circ}{\omega}_L^I) \times \underline{C}_{IL} \vec{r}_{OS-OM}^L \dots \\ & \dots + \vec{\mathcal{F}}_I^T 2(\overset{\circ}{\omega}_L^I) \times \underline{C}_{IL} \overset{\circ}{\vec{r}}_{OS-OM}^L + (\overset{\circ}{\omega}_L^I)^T \vec{\mathcal{F}}_I \times \vec{\mathcal{F}}_I^T (\overset{\circ}{\omega}_L^I) \times \underline{C}_{IL} \vec{r}_{OS-OM}^L \end{aligned} \quad (2.32)$$

À partir de l'équation (2.32), simplifions le terme

TABLEAU 2.1 – Repères des éléments vectoriels

Vecteurs à composantes	
$\overset{\infty}{\vec{r}}_{OS-OM} \rightarrow \vec{\mathcal{F}}_L$	$\vec{\mathcal{F}}_L^T \overset{\infty}{\vec{r}}_{OS-OM} = \overset{\infty}{\vec{r}}_{OS-OM}$
$\overset{o}{\vec{r}}_{OS-OM} \rightarrow \vec{\mathcal{F}}_L$	$\vec{\mathcal{F}}_L^T \overset{o}{\vec{r}}_{OS-OM} = \overset{o}{\vec{r}}_{OS-OM}$
$\vec{r}_{OS-OM} \rightarrow \vec{\mathcal{F}}_L$	$\vec{\mathcal{F}}_L^T \vec{r}_{OS-OM} = \vec{r}_{OS-OM}$
$\vec{r}_{OM} \rightarrow \vec{\mathcal{F}}_I$	$\vec{\mathcal{F}}_I^T \vec{r}_{OM} = \vec{r}_{OM}$
$\vec{r}_{OS} \rightarrow \vec{\mathcal{F}}_I$	$\vec{\mathcal{F}}_I^T \vec{r}_{OS} = \vec{r}_{OS}$
$\vec{f}_{prop} \rightarrow \vec{\mathcal{F}}_B$	$\vec{\mathcal{F}}_B^T \vec{f}_{prop} = \vec{f}_{prop}$
$\vec{f}_{pert} \rightarrow \vec{\mathcal{F}}_B$	$\vec{\mathcal{F}}_B^T \vec{f}_{pert} = \vec{f}_{pert}$
$\vec{\omega}_L \rightarrow \vec{\mathcal{F}}_I$	$\vec{\mathcal{F}}_I^T \vec{\omega}_L = \vec{\omega}_L$
$\overset{o}{\vec{\omega}}_L \rightarrow \vec{\mathcal{F}}_I$	$\vec{\mathcal{F}}_I^T \overset{o}{\vec{\omega}}_L = \overset{o}{\vec{\omega}}_L$

$$(\underline{\omega}_L^I)^T \vec{\mathcal{F}}_I \times \vec{\mathcal{F}}_I^T (\underline{\omega}_L^I) \times \underline{C}_{IL} \overset{L}{r}_{OS-OM} \text{ par } \vec{\mathcal{F}}_I^T (\underline{\omega}_L^I) \times (\underline{\omega}_L^I) \times \underline{C}_{IL} \overset{L}{r}_{OS-OM}$$

pour ensuite obtenir une nouvelle équation exprimée seulement dans le repère $\vec{\mathcal{F}}_B$ à l'aide des matrices de transformation de coordonnées ².

$$\begin{aligned} \vec{\mathcal{F}}_B^T \vec{f}_{prop}^B &= \vec{\mathcal{F}}_B^T \underline{C}_{BL} \overset{L}{r}_{OS-OM} + \vec{\mathcal{F}}_B^T \underline{C}_{BI} \omega_R^2 \overset{I}{r}_{OM} - \vec{\mathcal{F}}_B^T \underline{C}_{BI} \omega_L^2 \overset{I}{r}_{OS} - \vec{\mathcal{F}}_B^T \vec{f}_{pert}^B \dots \\ &\dots + \vec{\mathcal{F}}_B^T \underline{C}_{BI} (\underline{\omega}_L^I) \times \underline{C}_{IL} \overset{L}{r}_{OS-OM} + \vec{\mathcal{F}}_B^T \underline{C}_{BI} 2 (\underline{\omega}_L^I) \times \underline{C}_{IL} \overset{L}{r}_{OS-OM} \dots \\ &\dots + \vec{\mathcal{F}}_B^T \underline{C}_{BI} (\underline{\omega}_L^I) \times (\underline{\omega}_L^I) \times \underline{C}_{IL} \overset{L}{r}_{OS-OM} \end{aligned} \quad (2.33)$$

Sachant que le produit scalaire $\vec{\mathcal{F}}_x \cdot \vec{\mathcal{F}}_x^T = \underline{1}$, le produit scalaire de $\vec{\mathcal{F}}_B$ est effectué par la gauche sur l'équation (2.33).

$$\begin{aligned} \vec{f}_{prop}^B &= \underline{C}_{BL} \overset{L}{r}_{OS-OM} + \underline{C}_{BI} \omega_R^2 \overset{I}{r}_{OM} - \underline{C}_{BI} \omega_L^2 \overset{I}{r}_{OS} - \vec{f}_{pert}^B \dots \\ &\dots + \underline{C}_{BI} (\underline{\omega}_L^I) \times \underline{C}_{IL} \overset{L}{r}_{OS-OM} + \underline{C}_{BI} 2 (\underline{\omega}_L^I) \times \underline{C}_{IL} \overset{L}{r}_{OS-OM} \dots \\ &\dots + \underline{C}_{BI} (\underline{\omega}_L^I) \times (\underline{\omega}_L^I) \times \underline{C}_{IL} \overset{L}{r}_{OS-OM} \end{aligned} \quad (2.34)$$

²L'identité mathématique permettant la substitution est présentée dans l'ouvrage de [de Lafontaine, 2000].

Pour simplifier la notation, la variable \underline{M}_{trans}^B est définie comme étant :

$$\begin{aligned}
 \underline{M}_{trans}^B &= \underline{C}_{BI}\omega_R^2 \underline{r}_{OM}^I - \underline{C}_{BI}\omega_L^2 \underline{r}_{OS}^I - \underline{f}_{pert}^B \dots \\
 &\dots + \underline{C}_{BI}(\dot{\omega}_L^I)^\times \underline{C}_{IL} \underline{r}_{OS-OM}^L + \underline{C}_{BI}2(\omega_L^I)^\times \underline{C}_{IL} \dot{\underline{r}}_{OS-OM}^L \dots \\
 &\dots + \underline{C}_{BI}(\omega_L^I)^\times (\omega_L^I)^\times \underline{C}_{IL} \underline{r}_{OS-OM}^L
 \end{aligned} \tag{2.35}$$

Finalement, le modèle non-linéaire de translation relative du OS vers le OM qui doit être utilisé pour la conception des systèmes de commande se réduit à :

$$\underline{f}_{prop}^B = \underline{C}_{BL} \ddot{\underline{r}}_{OS-OM}^L + \underline{M}_{trans}^B \tag{2.36}$$

2.5 Conclusion

Ce chapitre a présenté les repères mathématiques utiles pour une application de rendez-vous orbital autour de Mars. Les notions de modélisation de la dynamique d'orientation d'un satellite ainsi que du mouvement relatif entre deux corps célestes furent détaillés afin d'établir les équations de départ à être utilisées pour élaborer le système de commande du rendez-vous. Pour la suite, le système de commande du rendez-vous orbital doit être conçu selon une approche non-linéaire présentées au prochain chapitre.

CHAPITRE 3

LES COMMANDES NON-LINÉAIRES

3.1 Introduction

À partir des mathématiques entourant la problématique du rendez-vous expliquées au chapitre précédant, il est maintenant possible d'approfondir les notions au sujet des méthodes non-linéaires. Les méthodes de commande du NDI/FBL et du SMC ont été identifiées comme des techniques non-linéaires à envisager pour la mise en application des deux phases du rendez-vous autonome soit : l'orientation et la translation. Ce chapitre passe en revue les principes fondamentaux, les étapes de conception d'un contrôleur et présente un bref portrait des avantages et inconvénients pour chacune des méthodes du NDI/FBL et du SMC.

3.2 La commande par inversion dynamique (NDI/FBL)

La loi de commande NDI/FBL utilise la connaissance du modèle dynamique non-linéaire d'un système pour annuler les non-linéarités [Kluever, 1999]. Ceci permet, par la suite, l'utilisation des techniques de commande linéaires largement connues afin d'atteindre le comportement désiré du système à commander. La méthode consiste en la transformation exacte de la dynamique non-linéaire d'un système en une dynamique linéaire. La différence principale entre l'approche par NDI/FBL et les méthodes linéaires, réside en la rétroaction exacte de la variation des états. Dans le cas d'une synthèse linéaire, les approximations de la variation des états sont effectuées autour du ou des points d'opération ou d'équilibre [da Costa et coll., 2003; Reza et Parker, 1997].

Il est important de noter que la technique de NDI/FBL exige des modèles dynamiques très précis du système à commander et de la dynamique désirée, afin d'obtenir une annulation adéquate des éléments non-linéaires. En fait, l'imprécision des modèles utilisés dans la

synthèse du contrôleur engendrera des coûts de calculs supplémentaires et des imprécisions de la commande.

Un avantage de ces techniques consiste dans le fait que les non-linéarités ne sont pas approximées dans la conception de la dynamique du système. Elles sont retirées du système et la dynamique résiduelle devient linéaire et peut être commandée par technique de commande linéaire. D'ailleurs, selon l'application, quelques auteurs proposent des solutions optimales avec diverses méthodes de synthèse linéaires conventionnelles simples et davantage connues telles que la commande *Proportionnelle Intégrale* - PI, *Proportionnelle Dérivée* - PD ou encore la *Proportionnelle Intégrale Dérivée* - PID [Aaron et Bacon, 1999; Balas et Garnard, 1992; Schumaker, 1999; Jun et coll., 1997]. Les applications de cette méthode démontrent cependant qu'une connaissance précise de la relation "Entrée-Sortie" du système à commander s'avère nécessaire afin de créer un contrôleur adéquat. Moins cette relation est précise, plus imprécise et coûteuse en sera la commande. Les données mathématiques du développement d'une relation directe "Entrée-Sortie" figurent dans l'ouvrage de Slotine [Slotine et Li, 1991].

3.2.1 Conception d'un contrôleur NDI/FBL

La conception d'un contrôleur NDI/FBL repose sur quatre étapes dont la définition du système, l'établissement de la relation entrée-sortie, la définition de la loi de commande et la spécification de la dynamique désirée.

Le système non-linéaire à commander se définit par :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= F(x, u) \\ y &= h(x) \end{aligned} \tag{3.1}$$

où le terme x représente les états du système, $h(x)$ est le lien entre la sortie et les mesures des états et u est l'expression de la commande du système.

À partir du système à commander de l'équation (3.1), une relation entre la sortie et l'entrée doit être établie. Cette relation est ensuite utilisée pour définir la dynamique désirée du système qui est représentée par \dot{y}_{des} . Prenons par exemple le système de l'équation (3.1). Considérons F comme étant composé de $f(x)$ et $g(x)$, où $f(x)$ contient les composantes

d'accélération dues aux forces perturbatrices du système. Le système de l'équation (3.1) s'écrit alors :

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ y &= h(x)\end{aligned}\tag{3.2}$$

Il est à noter que la technique du NDI est une généralisation de la technique du FBL dans le cas où $g(x)$ peut ne pas être constant et où l'équation de sortie $y = h(x)$ n'est pas nécessairement linéaire¹.

Pour établir la dynamique désirée, l'équation (3.2) est dérivée afin d'obtenir la sortie désirée comme suit :

$$\begin{aligned}\dot{y}_{des} = \dot{y} &= \frac{dh(x)}{dx}\dot{x} = h_x f(x) + h_x g(x)u \\ \text{avec } h_x &= \frac{dh(x)}{dx}\end{aligned}\tag{3.3}$$

L'objectif de la commande est d'obtenir une dynamique résultante du système correspondante au comportement désiré à partir de la relation entrée-sortie. La loi de commande du NDI peut être définie en isolant la commande u . La commande NDI peut être déterminée selon l'équation :

$$\begin{aligned}u_{ctrl} &= \frac{1}{h_x g(x)} (\dot{y}_{des} - \overbrace{h_x f(x)}^{\dot{y}_{rétroaction}}) \\ u_{ctrl} &= \frac{1}{h_x g(x)} (\dot{y}_{des} - \dot{y}_{rétroaction})\end{aligned}\tag{3.4}$$

Le terme $\dot{y}_{rétroaction}$ est reconstruit à partir de la connaissance des états afin d'être utilisé pour générer la commande u_{ctrl} . En remplaçant la commande obtenue u_{ctrl} dans le modèle de l'équation (3.3), une relation linéaire directe en résulte :

$$\dot{y} = \dot{y}_{des}\tag{3.5}$$

3.2.2 Sommaire du NDI/FBL

L'avantage principal de cette technique consiste dans le fait qu'aucune approximation des non-linéarités n'est considérée. À chaque temps d'échantillonnage, les non-linéarités sont

¹D'autres précisions ainsi qu'une démonstration de cette équivalence entre les deux approches sont présentés à l'annexe B.2. De plus, une discussion sur certains cas particuliers de *zero dynamics* avec le NDI se retrouve à l'annexe A.2

mathématiquement retirées du système, ce qui permet de tenir compte de leur impact respectif dans la commande. D'autre part, une connaissance précise de la relation "Entrée-Sortie" est nécessaire pour développer un contrôleur adéquat. Les avantages et inconvénients du NDI/FBL se résume par :

Avantages du NDI/fBL :

- Utilise la dynamique non-linéaire par retour d'états exacts pour générer les commandes linéaires.
- Offre d'excellentes performances nominales puisque la dynamique désirée peut être imposée.
- Garantit mathématiquement la solution $y = y_{désirée}$.

Inconvénients du NDI/FBL :

- Plus la complexité du système à commander est élevée, plus il y aura de dérivations mathématiques à effectuer et des lois de commandes à développer. Cela a pour effet d'augmenter la possibilité d'intrusion d'erreurs dans la mise en oeuvre du système de commande.
- Peu robuste face aux erreurs de modélisation. Il ne présente pas les performances escomptées si la dynamique du système est incomplète ou encore inadéquate.
- Doit avoir une relation analytique directe entre l'entrée et la sortie pour développer le contrôleur.
- Peut rendre certains états non-observables dans les cas de *zero dynamics* (les variables à contrôler sont moins nombreuses que le nombre d'états disponibles). Ceci peut produire les problèmes de commandabilité et de stabilité. D'un autre point de vue, cet aspect peut s'avérer utile en soi pour retirer du système certaines dynamiques non-désirées.
- Plus le système à inverser est complexe, plus la technique du NDI/FBL est coûteuse en calculs.
- Doit avoir accès à tous les états qui entrent dans le calcul des non-linéarités.
- Engendre beaucoup d'actions de commandes pour annuler les non-linéarités.

3.3 La commande par modes glissants (SMC)

La commande par NDI/FBI démontre la capacité de commander un système non-linéaire, tel un rendez-vous orbital, en utilisant le principe d'annulation des effets non-linéaires. Cette annulation assume une connaissance intrinsèque des états du système en tout temps lors de la commande, or il peut s'avérer que cela soit difficile, voire impossible. En ce sens, il faut envisager de faire la commande sur d'autres assises que la dynamique du système. Ainsi la technique du *Sliding Mode Control* - SMC constitue un atout fort intéressant pour le rendez-vous orbital entre deux engins. Cette technique permet au concepteur de commander un système complexe en le réduisant à l'expression de la dynamique désirée des états du système, sous la forme d'une surface de glissement. Le SMC est basé sur le principe qu'il est plus facile de commander n système d'ordre 1 qu'un système d'ordre n . Pour ce type de commande, un modèle d'ordre n se représente par n systèmes d'ordre 1. Ainsi, les performances désirées peuvent être atteintes et ce, même en présence d'incertitudes sur les paramètres du système. Le SMC propose une approche de design systématique assurant la stabilité du système ainsi que les performances désirées [Slotine et Li, 1991]. Le principe de cette technique est de forcer les états du système vers la surface de glissement. Cette dernière est définie de sorte que lorsqu'elle est atteinte, les états du système répondant à l'objectif de la loi de commande.

Par exemple, considérons un système suivant :

$$y^{(n)} = f(\underline{x}) + b(\underline{x}) + u \quad (3.6)$$

Où y est la sortie d'intérêt (les états du système) sous forme scalaire, $()^{(n)}$ dénote la $n^{\text{ème}}$ dérivée, u est l'entrée de contrôle scalaire, le vecteur d'états \underline{x} correspond à $[y \ \dot{y} \ \dots \ y^{(n-1)}]^T$, $f(\underline{x})$ une fonction considérée non-linéaire ainsi qu'incertaine et finalement $b(\underline{x})$ une fonction qui sert à borner les autres incertitudes.

Le problème de commande à résoudre est de faire en sorte que les états \underline{x} du système suivent une *trajectoire* d'états variant dans le temps de la forme : $\underline{x}_{des} = [y_{des} \ \dot{y}_{des} \ \dots \ y_{des}^{(n-1)}]^T$. Pour ce faire, la conception d'un contrôle de type SMC s'opère selon deux étapes.

Étape 1 : Développer une surface de glissement qui assure l'atteinte de l'objectif de la loi de commande. Une fois que les états atteignent la surface de glissement, le contrôleur doit faire glisser les états le long de la surface vers l'origine afin d'assurer la stabilité du système. Au point d'origine de la surface, le système se trouve dans l'état final désiré par le concepteur pour l'application désignée.

Étape 2 : Concevoir une loi de commande qui a pour but l'approche de la surface de glissement ainsi que le glissement sur cette même surface. Le contrôleur force les états du système à demeurer sur cette surface.

3.3.1 Définition de la surface de glissement

Pour des fins de notation, définissons $e = y - y_{des}$ comme étant l'erreur entre les variables de sortie du système et le vecteur d'erreurs sur les états désirés par :

$$\underline{e} = \underline{x} - \underline{x}_{des} = [e \ \dot{e} \ \dots \ e^{(n-1)}]^T \quad (3.7)$$

La surface ($S(t)$) variant dans le temps est définie sous forme scalaire comme $s(\underline{x}; t) = 0$ pour le mode de glissement avec la fonction

$$s(\underline{x}; t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda\right)^{(n-1)} \underline{e} \quad (3.8)$$

où λ est une matrice symétrique positive définie servant à pondérer des paramètres entre eux. Donc s peut être perçue comme étant une somme pondérée des erreurs qu'il faut tenter de mettre à zéro au cours de la commande. Tel est le cas pour un système où $n = 2$, $s = \dot{e} + \lambda e$ et pour un système où $n = 3$, $s = \ddot{e} + 2\lambda\dot{e} + \lambda^2 e$.

Pour établir le glissement sur la surface, on assume que les états du système sont sur la surface de glissement. Les conditions du système sont telles que $\underline{x}_{des}(0) = \underline{x}(0)$, alors le problème de commande revient en fait à demeurer sur la surface $S(t)$, puisque $s \equiv 0$ représente une

équation différentielle linéaire dont la solution unique est $\underline{e} \equiv 0$. Conséquemment, le problème de commande \underline{x}_{des} du n^e ordre est réduit à conserver une quantité scalaire (s) à zéro. Ainsi, le problème de commande pour atteindre un comportement désiré, représenté par un vecteur \underline{x}_{des} du n^e ordre, peut être remplacé par un problème de stabilisation du 1^{er} ordre dans s . En effet, à partir de l'équation (3.8) l'élément $\underline{e}^{(n-1)}$ nécessite une seule dérivée afin d'obtenir une relation directe avec l'entrée u .

Une fois que les états du système ont atteint sur la surface, $\underline{e}(0) = 0$, des limites d'attraction peuvent être définies afin d'établir une région d'attraction (Φ) assurant que si $\underline{e}(0) \neq 0$, les limites d'attraction posées peuvent être atteintes asymptotiquement.

$$\forall t \geq 0, |s(t)| \leq \Phi \Rightarrow \forall t \geq 0, |e^{(i)}(t)| \leq (2\lambda)^{(n)}\varepsilon \quad (3.9)$$

Où n représente l'ordre du système à commander, i dénote le nombre de dérivées pour obtenir une relation directe entre la sortie et l'entrée (généralement $i = n - 1$), et $\varepsilon = \frac{\Phi}{\lambda^{n-1}}$ est un facteur d'attraction en fonction d'une matrice λ d'ordre $n - 1$.

Il est démontré qu'avec l'équation de la surface, équation (3.8), la valeur e est obtenue par une séquence de filtre du premier ordre du type $\frac{1}{p+\lambda}$ où $p = \frac{d}{dt}$ [Slotine et Li, 1991]. Sans en faire la démonstration complète, ce développement permet d'obtenir :

$$|e| \leq \frac{\Phi}{\lambda^{n-1}} = \varepsilon \quad (3.10)$$

Suivant le même raisonnement, il est démontré que $e^{(i)}$ conduit à

$$|e^{(i)}| \leq (2\lambda)^{(i)}\varepsilon \quad (3.11)$$

Les développements précédents ont démontré que le problème d'ordre n fut convenablement remplacé par un problème de stabilisation du 1^{er} ordre en tenant compte des limites d'attraction de la surface de l'équation (3.9). La loi de commande simplifiée du 1^{er} ordre, u_{ctrl} correspondant à l'objectif de conserver le scalaire s à zéro, peut être définie de sorte qu'à l'extérieur de la surface $S(t)$

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} s^2 \leq -\eta |s| \quad (3.12)$$

où η est une constante positive définie.

L'équation (3.12) stipule en fait que la distance au carré entre les états et la surface, pondérée par s^2 , décroît selon la trajectoire des états du système. En conséquence, les trajectoires des états du système sont contraintes de se diriger en direction de la surface $S(t)$, telles qu'illustrées à la figure 3.1.

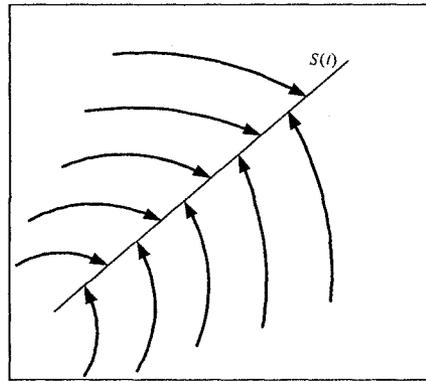


Figure 3.1 – Les conditions du glissement

Lorsque les trajectoires des états du système atteignent la surface, ils y restent. En d'autres termes, en satisfaisant l'équation (3.12), les conditions de glissement font en sorte que la surface est vue comme un ensemble invariant. L'équation (3.12) implique aussi que le SMC peut tolérer un certain niveau de perturbations ou d'incertitudes en conservant la même surface. Ce principe est illustré à la figure 3.1 où l'on remarque que les trajectoires peuvent bouger un peu, tout en pointant toujours vers la surface. La surface $S(t)$ est considérée comme étant la *surface de glissement*. Lorsque le comportement du système est sur la surface, il s'agit du *régime de glissement* ou encore du *mode de glissement*. Un autre aspect intéressant de la surface $S(t)$ invariante consiste dans le fait suivant. Une fois atteinte, les trajectoires du système sont définies par l'équation de l'ensemble même de la surface, ce qui signifie en fait que la surface $S(t)$ est à la fois un emplacement du système et une dynamique désirée à atteindre pour le système, selon la forme :

$$\left(\frac{d}{dt} + \lambda\right)^{n-1} e = 0 \quad (3.13)$$

La condition de commande (3.12) garantit aussi que même si les conditions initiales du système sont telles que $\underline{x}(t = 0)$, étant en fait différentes de $\underline{x}_{des}(t = 0)$, la surface $S(t)$

sera atteignable en un temps t_{approche} de la forme $t_{\text{approche}} < \frac{|s(t=0)|}{\eta}$. En effet, assumons que $s(t=0) > 0$ et que le t_{approche} est le temps requis pour atteindre la surface $s = 0$, alors le temps d'approche se trouve en intégrant la condition (3.12) entre $t = 0$ et t_{approche}

$$0 - s(t=0) = s(t=t_{\text{approche}}) - s(t=0) \leq -\eta(t_{\text{approche}} - 0) \quad (3.14)$$

qui implique que $t_{\text{approche}} \leq \frac{s(t=0)}{\eta}$

Une fois sur la surface $S(t)$ de l'équation scalaire (3.8), l'erreur tendra vers zéro de manière exponentielle selon une constante de temps de la forme $\frac{n-1}{\lambda}$.

3.3.2 Atteindre la surface de glissement

Un système qui satisfait la condition (3.12) réagit tel qu'illustré à la figure 3.2 pour un système d'ordre $n = 2$. La surface de glissement est en fait une droite dans le plan de phase (*phase plane*) de pente $-\lambda$ et elle contient les points variants dans le temps $\underline{x}_{des} = [y_{des} \dot{y}_{des}]^T$. Quelles que soient les conditions initiales, la trajectoire des états atteint la surface en un temps fini plus court que $\frac{|s(t=0)|}{\eta}$ et ensuite glisse exponentiellement le long de la surface en fonction de \underline{x}_{des} avec une constante de temps de $\frac{1}{\lambda}$.

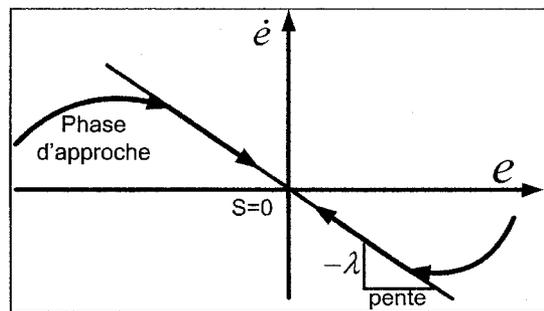


Figure 3.2 – Interprétation graphique d'une surface de glissement $n = 2$

Pour une commande de type SMC, le principe des équations (3.8) et (3.12) est de trouver une fonction s agissant adéquatement sur le système à contrôler et de déterminer une loi de commande par rétroaction qui assure que s^2 demeure une fonction de type Lyapunov du système en boucle fermée, malgré la présence d'incertitudes ou de perturbations, assurant

ainsi l'atteinte de la surface de glissement. Une loi de commande non-continue de type signe ($sgn(s)$), aussi connue sous le nom de *Bang-Bang*, permet d'agir de part et d'autre sur une surface de glissement des états du système $S(t)$.

$$sgn(\underline{s}) = \begin{cases} 1 & , s_i > 0 \\ -1 & , s_i < 0 \end{cases} \quad i = 0, 1, 2, \dots \quad (3.15)$$

L'implantation d'une permutation non-continue de type *Bang-Bang* dans les contrôleurs peut cependant induire un effet de *chattering* si les paramètres d'ajustement sont mal choisis. Cet effet consiste en une permutation rapide de la dynamique des états du système de part et d'autre de la surface de glissement dans le plan de phase (figure 3.3).

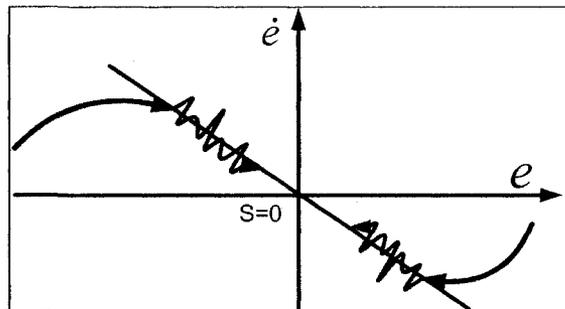


Figure 3.3 – Effet de *chattering*

Cet effet est totalement non-désirable puisqu'il augmente considérablement la quantité de commandes aux actionneurs et peut exciter des dynamiques non-désirées de hautes fréquences, négligées lors du design [Parra-Vega et Hirzinger, 2001]. Afin d'éviter ce phénomène, certaines solutions mathématiques simples peuvent être insérées dans la boucle de commande. La fonction $sgn(s)$ peut être changée par une quelconque fonction $g(x)$ tant qu'elle satisfait la condition $sgn(s) = sgn(g(x))$. La commande non-continue *Bang-Bang* peut ainsi être amortie afin d'obtenir un compromis idéal entre la bande passante du système de commande et la précision de l'atteinte du comportement désiré.

3.3.3 Conception d'un contrôleur SMC

En considérant les limites des incertitudes sur $f(x)$ et $b(x)$ de l'équation (3.6), une loi de commande peut se définir comme suit :

$$\ddot{y} = f(x) + u \quad (3.16)$$

où u est l'entrée de contrôle, y est la sortie du système et f est la dynamique connue partiellement qui est estimée par \hat{f} . La dynamique f peut être non-linéaire ou encore variante dans le temps. L'erreur d'estimation sur f est limitée par la fonction $F = F(x, \dot{x})$:

$$|\hat{f} - f| \leq F \quad (3.17)$$

Dans le but d'obtenir un système qui suit le comportement désiré, défini comme étant $\underline{x}(t) \equiv \underline{x}_{des}(t)$ et $\underline{y}(t) \equiv \underline{y}_{des}(t)$, une surface $s = 0$ se détermine selon la condition (3.8) :

$$s = \left(\frac{d}{dt} + \lambda\right)e = \dot{e} + \lambda e \quad (3.18)$$

Par la suite,

$$\dot{s} = \ddot{y} - \ddot{y}_{des} + \lambda \dot{e} = f(x) + u - \ddot{y}_{des} + \lambda \dot{e} \quad (3.19)$$

La meilleure approximation \hat{u} d'un contrôleur continu qui permet d'atteindre le comportement $\dot{s} = 0$ est la suivante :

$$\hat{u} = -\hat{f} + \ddot{y}_{des} - \lambda \dot{e} \quad (3.20)$$

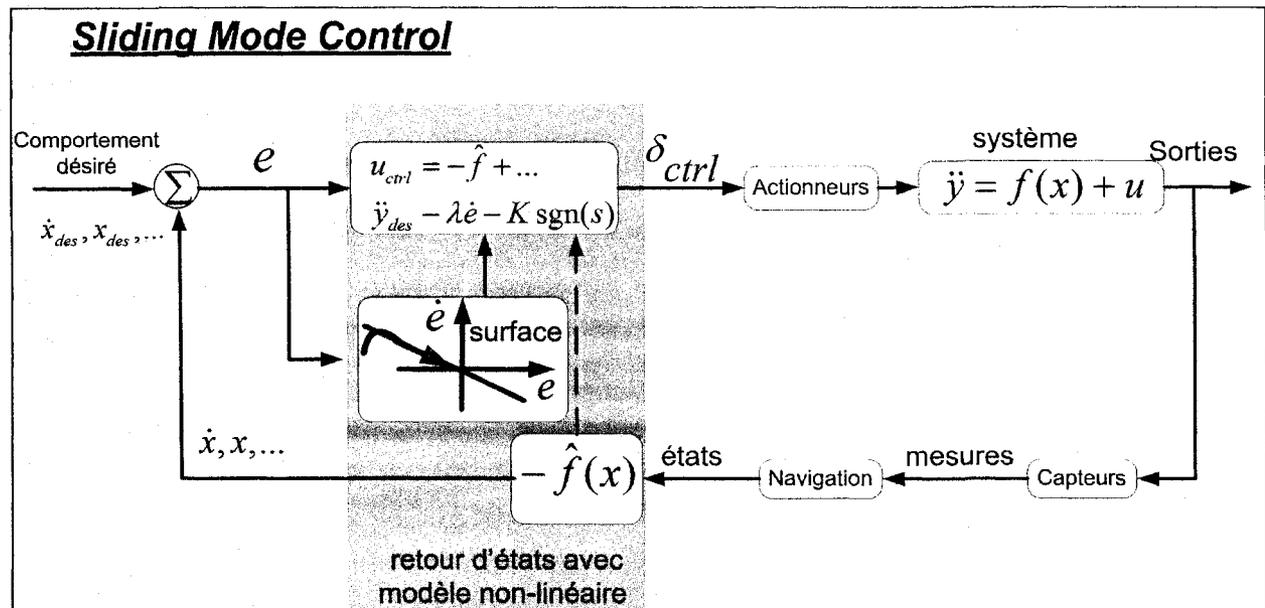
Afin de satisfaire la condition (3.12), il faut ajouter à la commande \hat{u} un terme non-continu pour assurer le contrôle de part et d'autre de la surface $s = 0$:

$$u = \hat{u} - k \operatorname{sgn}(s) \quad (3.21)$$

où sgn est la fonction de signe :

$$\begin{aligned} \operatorname{sgn}(s) &= +1 \text{ si } s > 0 \\ \operatorname{sgn}(s) &= -1 \text{ si } s < 0 \end{aligned} \quad (3.22)$$

La figure 3.4 illustre schématiquement la mise en oeuvre d'un tel système de commande.

Figure 3.4 – Principe du *Sliding Mode Control*

La stratégie de commande SMC implique intuitivement que si l'erreur est négative, il faut pousser dans la direction positive et vice versa. Cela est possible pour les systèmes d'ordre 1, mais non pour les systèmes d'ordre plus élevé. Cet exemple de base illustre l'avantage de réduire le problème de contrôle du n^e ordre à un problème simplifié de stabilisation d'ordre 1.

3.3.4 Sommaire du SMC

L'essentiel de cette technique consiste à forcer les états du système vers une surface de glissement dans un plan de phase constitué de la dynamique désirée des états. Lorsque que les états ont atteint la surface de glissement, l'objectif de la loi de commande est satisfait. Les avantages et inconvénients du SMC sont résumés ici.

Avantages du SMC :

- Utilise la dynamique de la surface de glissement pour commander le système, donc le SMC est peu sensible aux incertitudes structurées et non-structurées.
- Assure une convergence en fonction de la surface choisie, face à un certain niveau de perturbations.

- Permet de réduire la complexité mathématique d'un système à une surface de glissement des états dans un plan de phase.
- Cette méthode de commande peut être implantée rapidement avec une puissance raisonnable de calculs.

Inconvénients du SMC :

- Effet de *chattering* aux abords de la zone de croisement entre les états du système et le plan de phase. Un élément d'amortissement du *chattering* doit être ajouté.
- Selon l'application, cette méthode peut ne pas être assez rapide pour stabiliser le système. Il y a une limitation due à la dynamique de la convergence des états vers la surface pour recouvrer la stabilité du système suite à une perturbation ou encore à une manoeuvre.

3.4 Conclusion

Le chapitre a présenté à tour de rôle une revue théorique des principes fondamentaux des techniques de commande non-linéaires NDI/FBL et SMC, suivie des étapes de conception d'un contrôleur pour chaque type de commande ainsi que les avantages et inconvénients propre à chaque approche. Il fut établi que le NDI/FBL n'approxime pas les non-linéarités, elles sont mathématiquement retirées du système. Cependant, la performance d'un tel contrôleur dépend beaucoup de la précision du modèle dynamique utilisé pour développer la loi de commande. Le SMC, pour sa part, consiste à amener les états d'un système vers une surface de glissement constituée de la dynamique simplifiée désirée des états du système à commander. De cette manière, un système hautement complexe peut être simplifié par plusieurs petits systèmes mathématiquement plus simples. Au prochain chapitre, les lois de guidage ainsi que les lois de commande pour les manoeuvres d'orientation et de translation seront abordées.

CHAPITRE 4

ÉLABORATION DU GUIDAGE ET DES COMMANDES

4.1 Introduction

Afin de donner un cadre de référence précis, une loi de guidage est requise pour chaque système de commande. Ensuite, les lois de commande doivent être établies afin d'évaluer la mise en oeuvre d'un rendez-vous autonome. Deux systèmes de commande sont conçus : un pour l'orientation du OM et l'autre pour la translation du OM vers le OS. Ce chapitre présente d'abord l'objectif de la commande en orientation pour ensuite traiter du guidage utilisé pour la translation. Ensuite, le développement mathématique du système de commande non-linéaire en orientation est exposé, suivi du développement du système de commande en translation. Dans les deux cas, les lois de commande de type NDI/FBL et SMC sont développées en parallèle.

4.2 L'objectif de l'orientation

Au départ, le OM et le OS se trouvent chacun dans une orbite coplanaire. Le OM est orienté sans le OS dans son champ de vision, tel qu'illustré à la figure 4.1, afin de démontrer le fonctionnement du système de commande en orientation lors des simulations. Une première phase d'orientation sert à amener le OS dans le champ de vision du *LIDAR* tel qu'illustré à la figure 4.2 pour ensuite passer à une deuxième phase d'orientation alignant le OM avec le vecteur du *LIDAR* pointant vers le OS tel qu'illustré à la figure 4.3. Les figures sont présentées à la page suivante et leurs explications respectives suivront ensuite.

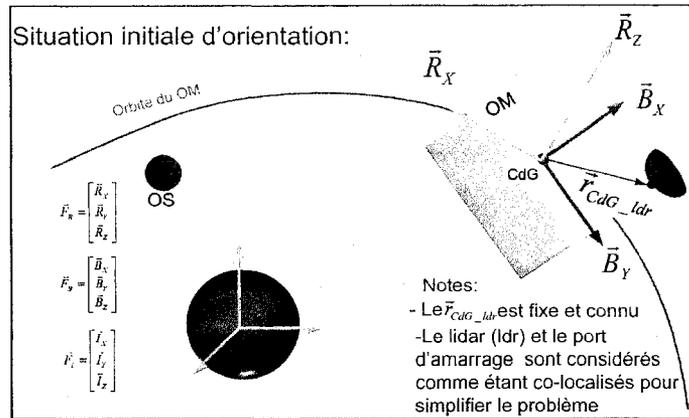


Figure 4.1 – Initialisation de l'orientation

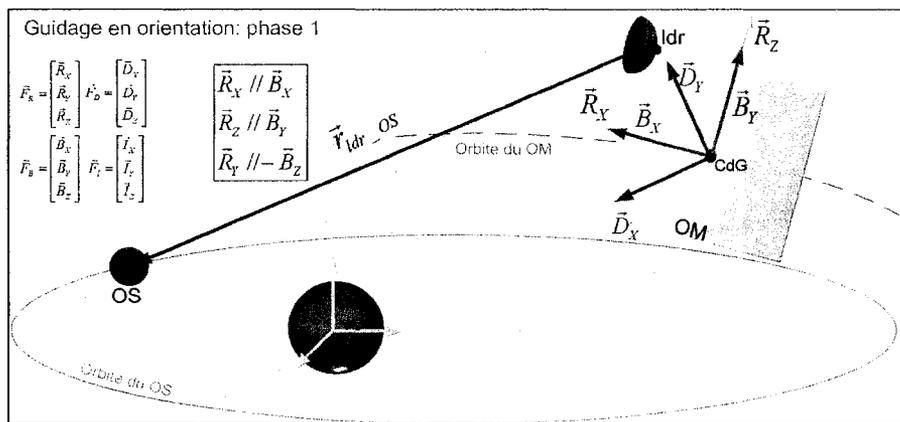


Figure 4.2 – Illustration de la phase 1 en orientation

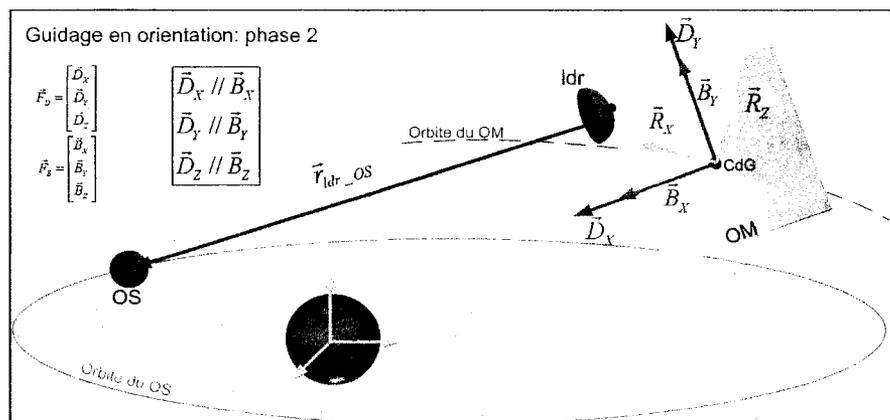


Figure 4.3 – Illustration de la phase 2 en orientation

En premier lieu, le OM entame la **phase 1** d'orientation qui consiste en une manoeuvre grand angle¹ afin d'avoir le OS dans le champ de vision du *LIDAR*². Cette phase doit rendre le référentiel $\vec{\mathcal{F}}_B$ parallèle au référentiel $\vec{\mathcal{F}}_R$ en respectant la convention de l'équation (4.1).

$$\vec{\mathcal{F}}_R \rightarrow \begin{bmatrix} \vec{R}_X \\ \vec{R}_Y \\ \vec{R}_Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{B}_X \\ -\vec{B}_Z \\ \vec{B}_Y \end{bmatrix} \rightarrow \vec{\mathcal{F}}_B \quad (4.1)$$

Lorsque la phase 1 de la figure 4.2 est complétée, un nouveau référentiel d'orientation désirée en fonction du *LIDAR* peut être déterminé à partir des données fournies par celui-ci. Ce nouveau référentiel devient la cible d'orientation à atteindre pour la phase 2. Cette phase consiste à aligner le OM avec le vecteur du *LIDAR* pointant vers le OS tel que présenté à la figure 4.3. Pour y arriver, le référentiel instantané désiré ($\vec{\mathcal{F}}_D$) doit être établi en fonction des mesures du *LIDAR*. Ce référentiel $\vec{\mathcal{F}}_D$ change constamment dans le temps en fonction de la mesure du vecteur \vec{r}_{ldr-OS} . Pour le créer, deux rotations doivent être effectuées à partir du repère $\vec{\mathcal{F}}_B$ (considéré parallèle à $\vec{\mathcal{F}}_R$) pour atteindre le repère $\vec{\mathcal{F}}_D$. Un lacet (ψ) est effectué autour de l'axe \vec{B}_Z , suivi d'un tangage (θ) autour de l'axe \vec{B}'_y . L'axe \vec{B}'_y est en fait l'axe \vec{B}_y suite à la rotation (*lacet*) autour de \vec{B}_z . L'expression de ces deux rotations donne une matrice de transformation de coordonnées $M_{DB}(\theta, \psi)$ permettant de passer du repère $\vec{\mathcal{F}}_B$ au repère $\vec{\mathcal{F}}_D$.

$$\begin{bmatrix} \vec{D}_X \\ \vec{D}_Y \\ \vec{D}_Z \end{bmatrix} = \overbrace{\begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & -\sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix}}^{\text{rotation autour de } \vec{B}_y} \overbrace{\begin{bmatrix} \cos(\psi) & \sin(\psi) & 0 \\ -\sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}^{\text{rotation autour de } \vec{B}_z} \begin{bmatrix} \vec{B}_X \\ \vec{B}_Y \\ \vec{B}_Z \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

$$\begin{bmatrix} \vec{D}_X \\ \vec{D}_Y \\ \vec{D}_Z \end{bmatrix} = \overbrace{\begin{bmatrix} \cos(\theta)\cos(\psi) & \cos(\theta)\sin(\psi) & -\sin(\theta) \\ -\sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ \sin(\theta)\cos(\psi) & \sin(\theta)\sin(\psi) & \cos(\theta) \end{bmatrix}}^{M_{DB}(\theta, \psi)} \begin{bmatrix} \vec{B}_X \\ \vec{B}_Y \\ \vec{B}_Z \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

¹L'annexe A.1 contient un exemple démontrant un type de manoeuvre d'orientation grand angle.

²Le *LIDAR* et le port d'amarrage sont considérés co-localisés.

Avec la matrice de transformation de coordonnées $\underline{M}_{DB}(\theta, \psi)$ et avec les mesures de la distance relative fournie par le *LIDAR*, les termes θ et ψ peuvent être déterminés à même les composantes du vecteur \vec{r}_{ldr-OS} .

$$\vec{r}_{ldr-OS} \Rightarrow r_{ldr-OS} = r_{OM} - r_{OS} \quad (4.4)$$

La mesure du *LIDAR* doit être transposée dans le repère $\vec{\mathcal{F}}_B$ et être normalisée

$$r_{ldr-OS}^B = \frac{\underline{M}_{Bldr} r_{ldr-OS}}{\|r_{ldr-OS}\|} \quad (4.5)$$

avec \underline{M}_{Bldr} , la matrice de transfert entre le *LIDAR* et le repère $\vec{\mathcal{F}}_B$

$$\underline{M}_{Bldr} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

Utilisant la première rangée de la matrice $\underline{M}_{DB}(\theta, \psi)$, les valeurs de θ et ψ peuvent être définies comme suit :

$$\begin{bmatrix} \cos(\theta)\cos(\psi) \\ \cos(\theta)\sin(\psi) \\ -\sin(\theta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{ldr-OSx} \\ r_{ldr-OSy} \\ r_{ldr-OSz} \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

Finalement, les formules suivantes sont extraites :

$$\begin{aligned} \theta &= -\arcsin(r_{ldr-OSz}) \\ \psi &= \arctan\left(\frac{r_{ldr-OSy}}{r_{ldr-OSx}}\right) \end{aligned} \quad (4.8)$$

La phase 2 de l'orientation peut être complétée ayant comme objectif de maintenir les angles θ et ψ à zéro. Ce principe d'orientation en deux phases précises et distinctes consiste en soi un apport du concepteur à ce projet de recherche. Cet ajout confère plus de réalisme face à l'exécution de l'orientation du OM vers le OS pendant le rendez-vous autonome. La figure 4.3 illustre la réalisation de la phase 2 du guidage en orientation

Les développements décrits dans cette section sont mis en oeuvre dans une *S-Function* à l'intérieur du bloc de guidage en orientation du simulateur de rendez-vous à même l'utilitaire *SimulinkTM* de *MatlabTM*. Le simulateur en tant que tel sera détaillé ultérieurement au chapitre 4.

4.3 La loi de guidage en translation

À partir de la mesure de la distance relative entre le OS et le OM, une loi de guidage en vitesse est développée afin de permettre au OM de s'approcher du OS en réduisant sa vitesse de sorte que la capture finale se fasse à basse vitesse. Selon chaque phase du rendez-vous, plusieurs vitesses peuvent être commandées :

- Vitesse en phase de rapprochement ou *closing* $\Rightarrow v_{closing} = 0.6 \text{ m/s}$.
- Vitesse d'approche $\Rightarrow v_{approche} = 0.2 \text{ m/s}$.
- Vitesse de rendez-vous $\Rightarrow v_{rdv} \leq 0.05 \text{ m/s}$.

Cette loi de guidage en vitesse est aussi utilisée par le système de commande pour obtenir la position relative désirée pour chaque phase du rendez-vous. En effet, avec la position du OM, le système de commande détermine sa position relative par rapport au OS pour ensuite définir la vitesse désirée à atteindre. Via une intégration, la position désirée est extraite permettant ainsi de commander la position relative entre le OM et le OS jusqu'à un rendez-vous. Le diagramme de flux de la figure 4.4 illustre le fonctionnement de cette loi de guidage en vitesse.

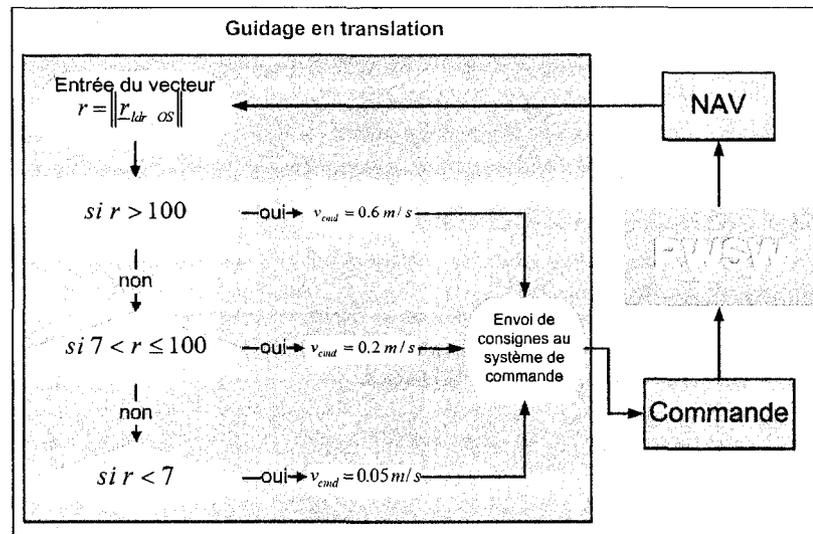


Figure 4.4 – Illustration du guidage en vitesse pour la translation

Tout comme pour le guidage en orientation, le guidage en translation est mis en oeuvre dans une *S-Function* à l'intérieur du bloc de guidage en translation du même simulateur de rendez-vous.

4.4 Commande en orientation par modes glissants

Cette section contient les développements mathématiques du système de commande en orientation selon le principe de commande SMC. En se référant aux notions de la section 3.3, plus précisément au développement d'un contrôleur SMC à la section 3.3.3, le lecteur sera en mesure de suivre le cheminement proposé pour la conception d'une telle loi de commande en orientation. La loi développée s'inspire des travaux sur le SMC de Jan [Jan et Chiou, 2004] permettant de fournir un couple de commande maximal afin d'obtenir une manoeuvre d'orientation effectuée en un temps minimal. Afin de d'atténuer les effets de *chattering* intrinsèques au SMC, l'approche de Jan est combinée avec une technique de réduction du *chattering* développée dans les travaux de Robinett [Robinett et Kalaycioglu, 1997]. Cette contribution technique constitue également un apport important à ce projet de recherche.

D'abord une surface de glissement est définie en fonction de l'erreur de quaternion d'orientation afin que l'objectif de la commande soit atteint. Dans le cas du rendez-vous, l'objectif

en orientation est de conserver l'erreur de pointage du *LIDAR* vers le OS à zéro. L'erreur de quaternion est calculée à partir de l'objectif de pointage du OM vers le OS défini à l'équation (4.8). Les précisions au sujet du développement de l'erreur de quaternion (\underline{q}_e) ainsi que la dynamique de cette erreur ($\underline{\dot{q}}_e$) figurent en annexe B.4.

$$\underline{s} = K\underline{q}_e + \underline{\dot{q}}_e = \underline{0} \quad (4.9)$$

Le terme \underline{s} représente $[s_1 \ s_2 \ s_3]^T$ et K représente une constante positive définie et finalement, $\underline{q}_e = \text{conj}(\underline{q}_{des}) \times \underline{q}_{mesuré}$. La dynamique de cette surface est déterminée à partir des dérivées par rapport au temps.

$$\underline{\dot{s}} = K_{SMC} \underline{\dot{q}}_e + \underline{\ddot{q}}_e = \underline{0} \quad (4.10)$$

Le terme q_{des} détermine la trajectoire de quaternion d'orientation à atteindre par le système de commande. Il est à noter que pour une trajectoire confinée à la surface de l'équation (4.9), la relation d'erreur devient :

$$\underline{\dot{q}}_e = -K_{SMC} \underline{q}_e \quad (4.11)$$

Ce qui signifie sous forme temporelle :

$$\underline{q}_e(t) = e^{-K_{SMC} t} \underline{q}_e(0) \quad (4.12)$$

L'équation (4.12) démontre que la surface choisie est stable exponentiellement seulement si K_{SMC} est positif défini.

Une loi de commande SMC doit être élaborée afin de satisfaire les conditions d'approche et de glissement. En s'inspirant de travaux de [Jan et Chiou, 2004] et à partir du développement non-linéaire de l'orientation, de la cinématique de rotation aux sections 2.3 et 2.3.3, la loi de commande est conçue en débutant avec les équations (2.13) et (2.15), reprises ici : $\underline{\dot{q}} = \underline{Q}\underline{\omega}$ et $\underline{\dot{\omega}} = \underline{J}^{-1}(\underline{M} - \underline{T}_{RW})$

La dynamique de l'orientation du OM de l'équation (2.15) peut être exprimée en fonction des quaternions en l'insérant dans la dérivée temporelle de l'équation (2.13)

$$\underline{\ddot{q}} = \underline{\dot{Q}}\underline{\omega} + \underline{Q} \left[\underline{J}^{-1}(\underline{M} - \underline{T}_{RW}) \right] \quad (4.13)$$

La commande pour le glissement s'opère en forçant $\dot{\underline{s}} = \underline{0}$. En insérant l'équation (4.13) dans l'équation (4.10), le terme \underline{T}_{RW} peut être isolé. À ce stade, le terme de contrôle de l'effet de *chattering* ($sgn(\underline{s})$) peut être introduit. À ce terme, on ajoute le facteur D_{SMC} afin de contrôler l'impact du terme $sgn(\underline{s})$ sur la commande finale.

$$\underline{T}_{RW} = \underline{M} + \underline{J}\underline{Q}^* (\underline{\dot{Q}}\omega - \underline{\ddot{q}}_{des} + K_{SMC} (\underline{\dot{q}}_e) - D_{SMC} sgn(\underline{s})) \quad (4.14)$$

avec :

- $\underline{M} = \underline{T}_{externes} - \omega^\times (\underline{J} + \underline{J}_s)\omega - \omega^\times \underline{J}_s \beta$
- \underline{Q}^* : l'équivalent d'une pseudo-inverse, mais définie ici par une approximation :

$$\underline{Q}^* = 2 \begin{bmatrix} -q_1 & q_0 & q_3 & -q_2 \\ -q_2 & -q_3 & q_0 & q_1 \\ -q_3 & q_2 & -q_1 & q_0 \end{bmatrix}$$
- D_{SMC} : une constante positive définie amplifiant ou diminuant l'effet de $sgn(\underline{s})$.
- $sgn(\underline{s})$: terme commande causant du *chattering* mais qui assure le déplacement de la trajectoire d'erreur vers la surface de glissement lorsqu'une déviation inattendue se manifeste dans le plan de phase.

Le terme $sgn(\underline{s})$ a pour fonction de ramener la trajectoire des états du système vers la surface de glissement lorsque que celle-ci s'en écarte. La nature du terme $sgn(\underline{s})$ est discontinue et de la forme :

$$sgn(\underline{s}) = \begin{cases} 1, & s_i > 0 \\ -1, & s_i < 0 \end{cases} \quad i = 0, 1, 2, \dots \quad (4.15)$$

Ce terme peut accentuer l'effet de *chattering* si les gains (D_{SMC}) ne sont pas choisis adéquatement. Jan propose d'utiliser une approche *Bang-Bang* modifiée [Jan et Chiou, 2004] afin d'amortir les effets discontinus. Son approche permet d'ajuster une bande de coupures, permettant d'atténuer, pour les petites variations de part et d'autre de la surface, l'intensité des discon-

tinuités engendrées par un *Bang-Bang* pur.

$$\text{sgn}(\underline{s}) \rightarrow \text{sat}(s_i, \epsilon) = \begin{cases} 1, & s_i > \epsilon \\ s_i, & |s_i| \leq \epsilon \\ -1, & s_i < -\epsilon \end{cases} \quad i = 0, 1, 2, \dots \quad (4.16)$$

Cette approche atténue aussi les changements de commandes abruptes aux abords de la surface mais demeure tout de même sensible aux variations autour de cette surface. Elle requiert une attention particulière lors de la conception pour éviter d'accentuer le *chattering*.

Pour sa part, Robinett utilise une approche mathématique continue de type *Atan* [Robinett et Kalaycioglu, 1997] qui possède la même caractéristique de signe que la fonction non-continue $\text{sgn}(s)$, mais de manière continue. Ceci permet d'amortir l'effet des discontinuités aux abords de la surface de glissement.

$$\text{sgn}(\underline{s}) \rightarrow \frac{2}{\pi} \text{atan}(\underline{s}) \quad (4.17)$$

Cette approche atténue les changements de commandes abruptes aux abords de la surface et permet une stabilisation plus amortie du système, ce qui est souhaitable dans le cas d'une application de rendez-vous autonome. Spécialement lorsque les manoeuvres finales d'approche sont exécutées, le système de commande doit permettre une excellente stabilité lorsque les variations des états du système sont très faibles. C'est la méthode du *Atan* qui sera retenue pour remplacer la fonction discontinue du $\text{sgn}(s)$ afin d'assurer une meilleure stabilité lors de l'étape finale du rendez-vous.

La commande en orientation de Jan propose un algorithme de minimisation du temps d'exécution de la manoeuvre d'orientation autour de l'axe de rotation propre, entre la position initiale et la position désirée. Cette approche permet de maximiser la rapidité de l'orientation vers une cible précise. L'axe de rotation propre est représenté par les rotations angulaires les plus directes entre l'orientation initiale et l'orientation finale désirée. Une manoeuvre d'orientation est obtenue en un temps minimal lorsque le système de commande applique les couples maxima. En partant de l'équation (4.14) et en suivant les démarches présentées à l'annexe B.3 qui permettent de développer une commande générant un couple maximal pour une manoeuvre effectuée en un temps minimal, l'équation de commande SMC

s'exprime comme suit :

$$\underline{T}_{RW} = \underline{M} + \underline{N}_{pivot} - \underline{JQ}^* D_{SMC} \frac{2}{\pi} atan(\underline{s}) \quad (4.18)$$

L'algorithme qui définit le couple de pivot (\underline{N}_{pivot}) assume que les couples engendrés par les termes $K_{SMC}(\dot{\underline{q}}_e)$ et $\underline{Q}\underline{w}$, présents dans l'équation (4.14), sont négligeables par rapport à la contribution du couple de pivotement maximal. Ces termes sont ignorés pour la suite du développement. À partir du couple de pivotement déterminé par l'équation (B.10), il s'agit d'implanter une commande SMC tenant compte de la contribution de \underline{N}_{pivot} , lorsque que $0 < t < 2t_{demi}$. Après le temps de la manoeuvre, l'équation (B.10) est reprise mais en considérant la contribution nulle pour le terme \underline{N}_{pivot} .

$$\underline{T}_{RW} = \begin{cases} \underline{N}_{pivot} - \underline{JQ}^* D_{SMC} \frac{2}{\pi} atan(\underline{s}), & t \in (0, 2t_{demi}) \\ \underline{M} - \underline{JQ}^* D_{SMC} \frac{2}{\pi} atan(\underline{s}), & t > 2t_{demi} \end{cases} \quad i = x, y, z \quad (4.19)$$

Pour l'implantation de cette technique, le choix de la méthode de réduction de *chattering* déterminera la fonction qui remplacera $sgn(\underline{s})$ dans l'équation(4.19). La loi de commande en orientation à l'équation (4.19) est développée sous forme d'une *S-Function* dans MatlabTM. Le choix des paramètres de la commande est posé en fonction d'une manoeuvre d'orientation de type *couple maximum pour une manoeuvre de temps minimum*.

Le terme D_{SMC} est une matrice de constantes positives. Le choix des valeurs de D_{SMC} est effectué selon le critère suivant : rendre les conditions d'opération du contrôleur les plus performantes possibles en fonction de l'évolution de l'erreur des quaternions, de la quantité de moment angulaire commandée aux RW ainsi que du torque appliqué par les RW. Dans le cas présent, des itérations ont été exécutées afin de déterminer une combinaison de paramètres donnant un rendement jugé acceptable selon les observations faites par le concepteur lors des séries de simulations successives. Ces valeurs sont présentées dans l'équation (4.20).

$$D_{SMC_{Atan}} = \begin{bmatrix} 0.2 & 0 & 0 \\ 0 & 0.2 & 0 \\ 0 & 0 & 0.2 \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

4.5 Commande en orientation par rétroaction linéarisée

Cette section contient les développements mathématiques du système de commande en orientation selon le principe de commande FBL présenté à la section 3.2. En se référant à cette section, le lecteur sera en mesure de suivre le cheminement proposé pour la conception d'une loi de commande en orientation selon ce type de système.

À partir de l'équation (2.13), soit $\dot{\underline{\omega}} = \underline{J}^{-1}(\underline{M} - \underline{T}_{RW})$, la forme générale de départ du NDI telle que présentée dans l'équation (3.2), est démontrée :

$$\begin{aligned} \dot{\underline{\omega}} &= f(\omega) + g(\omega)\underline{T}_{RW} \\ \text{avec } f(\omega) &= \underline{J}^{-1}\underline{M} \text{ et } g(\omega) = -\underline{J}^{-1} \end{aligned} \quad (4.21)$$

Le terme $g(\omega)$ peut être considéré constant puisque la matrice d'inertie J ne dépend pas de ω , donc une approximation d'une matrice d'inertie constante est établie. Dans ce cas, un développement de type FBL suffit. Le cas contraire, où la matrice d'inertie serait variable, nécessiterait un développement NDI.

Pour atteindre l'orientation voulue, l'erreur de quaternion (\underline{q}_e), ainsi que l'erreur de vitesse angulaire (\underline{e}_ω) sont prises en considération pour déterminer la dynamique désirée.

$$\underline{q}_e = \begin{bmatrix} \underline{q}_{des0} & \underline{q}_{des1} & \underline{q}_{des2} & \underline{q}_{des3} \\ -\underline{q}_{des1} & \underline{q}_{des0} & \underline{q}_{des3} & -\underline{q}_{des2} \\ -\underline{q}_{des2} & -\underline{q}_{des3} & \underline{q}_{des0} & \underline{q}_{des1} \\ -\underline{q}_{des3} & \underline{q}_{des2} & -\underline{q}_{des1} & \underline{q}_{des0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{q}_0 \\ \underline{q}_1 \\ \underline{q}_2 \\ \underline{q}_3 \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

$$\underline{e}_\omega = \underline{\omega}_{des} - \underline{\omega} \quad (4.23)$$

Les termes q_0 à q_3 sont les quaternions mesurés tandis que $\underline{\omega}$ constitue la vitesse angulaire mesurée. Avec l'équation (4.22), la dynamique désirée est obtenue en dérivant les deux relations de l'erreur ci-haut pour obtenir deux systèmes du même ordre que le système à commander.

$$\begin{aligned}\underline{0} &= D_{FBL} \underline{e}_\omega + \dot{\underline{e}}_\omega \\ \underline{0} &= K_{FBL} \underline{q}_e + \dot{\underline{q}}_e\end{aligned}\quad (4.24)$$

Les termes D_{FBL} et K_{FBL} sont des constantes positives qui ont un impact direct sur la rapidité de la convergence de la commande sur le système non-linéaire. De plus, il convient de considérer $\underline{\omega}_{des} = 0$ et par le fait même $\dot{\underline{\omega}}_{des} = 0$, puisque l'objectif de la commande est d'atteindre une orientation finale fixe, ce qui se traduit par une accélération angulaire nulle.

$$\dot{\underline{e}}_\omega = \dot{\underline{\omega}} - \overbrace{\dot{\underline{\omega}}_{des}}^0 \quad (4.25)$$

Les termes $\underline{\dot{q}}$ et $\underline{\dot{q}}_{des}$ sont définis respectivement par $\underline{\dot{q}} = Q\underline{\omega}$ et $\underline{\dot{q}}_{des} = Q_{des}\underline{\omega}_{des}$. Puisque $\underline{\omega}_{des} = 0$, alors la dynamique de l'erreur de quaternion devient :

$$\begin{aligned}\underline{\dot{q}}_e &= \overbrace{conj(\underline{\dot{q}}_{des})}^0 \times \underline{q} + conj(\underline{q}_{des}) \times \underline{\dot{q}} \\ \underline{\dot{q}}_e &= conj(\underline{q}_{des}) \times Q\underline{\omega}\end{aligned}\quad (4.26)$$

L'équation de la dynamique désirée devient fonction du terme $\underline{\omega}$.

$$\begin{aligned}D_{FBL} \underline{e}_\omega + \dot{\underline{\omega}} &= \underline{0} \\ K_{FBL} \underline{q}_e + conj(\underline{q}_{des}) \times Q\underline{\omega} &= \underline{0} \\ \text{avec : } \dot{\underline{\omega}} &= \underline{J}^{-1} \underline{M} - \underline{J}^{-1} \underline{T}_{RW}\end{aligned}\quad (4.27)$$

Le terme \underline{T}_{RW} est isolé de l'équation (4.27) pour obtenir la loi de commande en orientation FBL.

$$\underline{T}_{RW} = J D_{FBL} \underline{e}_\omega + J K_{FBL} \underline{q}_e + J \underline{\dot{q}}_e + \underline{M} \quad (4.28)$$

Le choix des paramètres de la commande est effectué en fonction d'une manoeuvre d'orientation optimale ; c'est-à-dire une rotation autour de l'axe propre ou plus précisément *eigenaxis*. Il est démontré dans [Wie et coll., 1989] qu'une telle rotation autour de l'axe propre

se fait lorsque les gains à ajuster (K_{FBL} et D_{FBL}) de l'équation (4.28) correspondent à $K_{FBL} = k * \text{diag}(\underline{J})$ et $D_{FBL} = d * \text{diag}(\underline{J})$, où k et d sont des constantes positives, ce qui est le cas des termes K_{FBL} et D_{FBL} . Le choix des valeurs k et d est posé selon les mêmes critères que pour le SMC à la section 4.4. Ces valeurs sont précisées dans l'équation (4.29).

$$K_{FBL} = 0.0046 \begin{bmatrix} 1500 & 0 & 0 \\ 0 & 1170 & 0 \\ 0 & 0 & 800 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad D_{FBL} = 0.23 \begin{bmatrix} 1500 & 0 & 0 \\ 0 & 1170 & 0 \\ 0 & 0 & 800 \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

4.6 Commande en translation par modes glissants

En se référant à la section 3.3, le lecteur sera en mesure de suivre le cheminement proposé pour la conception d'une loi de commande en translation de type SMC classique sans considérer les aspects de couple maximal et temps minimal appliqués seulement à l'orientation.

Pour un système de 2^e ordre, considérons que :

$$\underline{s} = \underline{\dot{e}} + K_{SMC} \underline{e} \quad (4.30)$$

L'expression de l'erreur et sa dynamique sont respectivement $\underline{e} = \underline{r}_{OS-OM}^L - \underline{r}_{OS-OM_{des}}^L$ et $\underline{\dot{e}} = \underline{\dot{r}}_{OS-OM}^L - \underline{\dot{r}}_{OS-OM_{des}}^L$. Pour assurer une convergence vers le comportement désiré, la surface de glissement est forcée à $\underline{0}$. Alors, si $\underline{s} = \underline{0} \Rightarrow \underline{\dot{s}} = \underline{0}$.

$$\underline{\dot{s}} = \underline{\ddot{e}} + K_{SMC} \underline{\dot{e}} = \underline{0} \quad (4.31)$$

$$\text{avec } \underline{\ddot{e}} = \underline{\ddot{r}}_{OS-OM}^L - \underline{\ddot{r}}_{OS-OM_{des}}^L$$

La commande en translation s'opère en fonction des plateaux de vitesses commandées. Ceci signifie que la dérivée de $\underline{\dot{r}}_{OS-OM_{des}}^L$ est nulle, donc : $\underline{\ddot{r}}_{OS-OM_{des}}^L = \underline{0}$, permettant d'obtenir $\underline{\ddot{e}} = \underline{\ddot{r}}_{OS-OM}^L$. La dynamique de la surface de glissement revient alors :

$$\underline{\dot{s}} = \underline{\ddot{r}}_{OS-OM}^L + K_{SMC} \underline{\dot{e}} + D_{SMC} \text{sgn}(\underline{s}) = \underline{0} \quad (4.32)$$

Avec l'expression de la dynamique de glissement, une loi de commande doit être élaborée afin de satisfaire les conditions d'approche et de glissement. À partir de l'équation (2.36), le terme $\ddot{\underline{r}}_{OS-OM}^L$ est exprimé comme suit :

$$\ddot{\underline{r}}_{OS-OM}^L = \underline{C}_{LB}(\underline{f}_{prop}^B - \underline{M}_{trans}) \quad (4.33)$$

L'expression de l'équation (4.33) est ensuite remplacée dans l'équation (4.32). Par la suite, le terme \underline{f}_{prop}^B est isolé

$$\underline{f}_{prop}^B = \underline{C}_{BL}(-K_{SMC} \dot{\underline{s}} - D_{SMC} \operatorname{sgn}(\underline{s})) + \underline{M}_{trans}^B \quad (4.34)$$

Le terme $\operatorname{sgn}(\underline{s})$ a pour fonction de ramener la trajectoire des états du système vers la surface de glissement lorsque que celle-ci s'en écarte. Le choix des paramètres de la commande est posé en fonction d'une manoeuvre de translation suivant les positions et les vitesses commandées. Dans le cas présent, la translation s'opère à partir de l'équation (4.34). Le système de commande SMC, rehaussé avec la réduction de *chattering* par une approche *Atan*, s'explique comme suit. Le choix des valeurs K_{SMC} et D_{SMC} est effectué selon le critère suivant : rendre les conditions d'opération du contrôleur les plus performantes possibles en fonction de la position du OS vue par le *LIDAR* dans le repère $\vec{\mathcal{F}}_L$, ainsi que des forces et des torques appliqués par les propulseurs. Dans le cas échéant, plusieurs itérations ont été exécutées afin de déterminer une combinaison de paramètres donnant un rendement jugé acceptable selon les observations faites par le concepteur lors des séries de simulations successives. Les valeurs de K_{SMC} et D_{SMC} sont dévoilées dans l'équation (4.35).

$$K_{SMC_{Atan}} = \begin{bmatrix} 20 & 0 & 0 \\ 0 & 0.08 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad D_{SMC_{Atan}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.30 & 0 \\ 0 & 0 & 65 \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

4.7 Commande en translation par rétroaction linéarisée

Cette section contient les développements mathématiques des systèmes de commande en translation selon les principes de la technique de commande FBL expliqués à la section 3.2.

La dynamique désirée pour les états du système s'exprime telle que :

$$\underline{\underline{Q}} = D_{FBL} \underline{e} + K_{FBL} \dot{\underline{e}} + \ddot{\underline{e}} \quad (4.36)$$

$$\begin{aligned} \underline{e} &= \underline{r}_{OS-OM_{des}}^L - \underline{r}_{OS-OM}^L \\ \text{avec } \dot{\underline{e}} &= \dot{\underline{r}}_{OS-OM_{des}}^L - \dot{\underline{r}}_{OS-OM}^L \\ \ddot{\underline{e}} &= \ddot{\underline{r}}_{OS-OM_{des}}^L - \ddot{\underline{r}}_{OS-OM}^L \end{aligned}$$

Pour l'application en cours, la commande en translation s'opère en fonction de plateaux de vitesses commandées constantes, ce qui signifie que la dérivée de $\dot{\underline{r}}_{OS-OM_{des}}^L$ est nulle, alors $\ddot{\underline{r}}_{OS-OM_{des}}^L = \underline{0}$. Cela permet de définir $\ddot{\underline{e}} = \ddot{\underline{r}}_{OS-OM}^L$. L'expression de la dynamique de l'erreur devient :

$$\underline{\underline{Q}} = D_{FBL} \underline{e} + K_{FBL} \dot{\underline{e}} + \ddot{\underline{r}}_{OS-OM}^L \quad (4.37)$$

À partir de l'équation (4.37), le terme $\ddot{\underline{r}}_{OS-OM}^L$ est isolé et ensuite remplacé dans l'équation (2.36) pour obtenir la loi de commande FBL suivante :

$$\underline{f}_{prop}^B = \underline{C}_{BL} (-D_{FBL} \underline{e} - K_{FBL} \dot{\underline{e}}) + \underline{M}_{trans}^B \quad (4.38)$$

Le choix des valeurs K_{FBL} et D_{FBL} est effectué selon les mêmes critères que pour le SMC à la section 4.6. Ces valeurs sont également dévoilées dans l'équation (4.39).

$$K_{FBL} = \begin{bmatrix} 65 & 0 & 0 \\ 0 & 20 & 0 \\ 0 & 0 & 40 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad D_{FBL} = \begin{bmatrix} 0.10 & 0 & 0 \\ 0 & 4.00 & 0 \\ 0 & 0 & 3.92 \end{bmatrix} \quad (4.39)$$

4.8 Conclusion

Ce chapitre a élaboré les lois de guidage pour l'orientation du OM et les lois de guidage pour la translation du OM vers la OS. Ces deux lois servent de référence pour le système de commande du rendez-vous. Les mathématiques du système de commande en orientation furent présentées selon l'approche FBL et SMC. Dans le cas de la loi de commande SMC,

permettant une manoeuvre d'orientation en un temps minimal, les travaux sur le SMC de Jan [Jan et Chiou, 2004] ont été utilisés en les combinant à une méthode améliorant la réduction du *chattering* issue des travaux de Robinett [Robinett et Kalaycioglu, 1997]. L'astuce du concepteur consiste à remplacer la fonction $sgn(\underline{s})$ de Jan par la fonction $\frac{2}{\pi}atan(\underline{s})$ de Robinett. Par la suite, les mathématiques du système de commande en translation furent expliquées selon les deux approches du FBL et SMC. Les ajustements des valeurs des gains variables ont été établis pour chaque système de commande. Au prochain chapitre, une description détaillée du simulateur de rendez-vous viendra éclairer le lecteur quant au fonctionnement proprement dit de celui-ci. Les résultats obtenus suite à ces simulations seront illustrés ultérieurement au chapitre 5.

CHAPITRE 5

DESCRIPTION DU SIMULATEUR DE RENDEZ-VOUS

5.1 Introduction

La plate-forme de simulation utilisée pour le projet de rendez-vous fut généreusement fournie par NGC Aerospace Ltd et Alcatel Aerospace. Afin de mieux comprendre les éléments de modélisation d'un système complexe, les concepts de *Real World Software* (RWSW) et de *On Board Software* (OBSW) sont présentés, afin de bien saisir la structure du simulateur de rendez-vous. Les principes de fonctionnement du simulateur sont ensuite abordés pour ensuite exposer précisément chacune des composantes du simulateur.

5.2 La modélisation d'un système complexe

La connaissance de la dynamique d'un corps est essentielle pour en effectuer le contrôle. Dans le cas du OM et du OS, leur dynamique est essentiellement la même sauf pour certains détails. Le OM est considéré comme un corps physique avec des modes flexibles et est muni d'actionneurs pour en assurer le contrôle complet. Le OS lui, est considéré comme étant un corps rigide passif dépourvu d'actionneurs, sur lequel aucun contrôle n'est possible. Afin de représenter le OS et le OM comme éléments réels à contrôler, le *Real World Software* (RWSW) doit être conçu. Le RWSW est un simulateur du monde réel dans lequel opère le système à commander. Il contient les modèles mathématiques des composantes réelles du système à commander soit les actionneurs, les capteurs ainsi que la dynamique. Ensuite, pour activer la commande sur le système, le *On Board Software* (OBSW) doit être élaboré. Le OBSW représente les algorithmes générés afin de commander l'ensemble du système représenté par le RWSW. Le OBSW contient les algorithmes de navigation, de guidage et

de commande pour tout le système. La figure 5.1 illustre sommairement le simulateur de la dynamique réelle (RWSW) et de la commande (OBSW). Les capteurs fournissent des mesures de la dynamique du système. Ces mesures sont ensuite utilisées par la navigation afin de déterminer ou d'estimer tous les états du système. Selon les états du système et le comportement désiré, le guidage établit une consigne à être transmise au logiciel de commande. La commande utilise la consigne afin de générer des actions de commandes à être transférées aux actionneurs. Les actionneurs ont pour tâche de fournir des couples et/ou torques au système. Ces couples et ces torques ont des effets sur la dynamique qui sont ensuite mesurés par les capteurs. Le cycle recommence jusqu'à l'obtention du comportement final désiré.

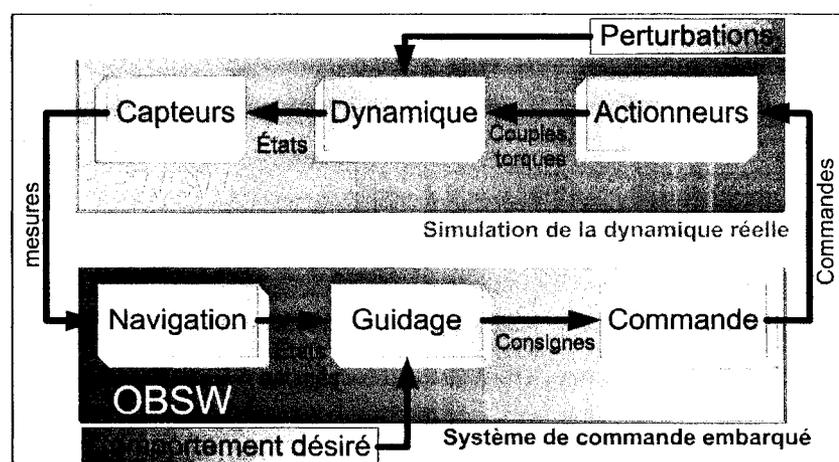


Figure 5.1 – Modélisation d'un système complexe RWSW/OBSW

5.3 Fonctionnement du simulateur de rendez-vous

Tout d'abord, le simulateur fonctionne sous le principe que le OS est une cible passive. L'usage de cible coopérative avec des points de repère est une approche favorisée afin de faciliter la mise en oeuvre de la première phase du rendez-vous : la détection. Pour détecter la cible, un système de vision artificielle *LIDAR* est utilisé.¹

Le simulateur est conçu pour un rendez-vous en orbite coplanaire. Pour ce type de rendez-vous, l'intercepteur peut devancer la cible ou suivre celle-ci dans la même orbite, ou encore

¹D'autres systèmes de vision comme des caméras sont aussi utilisés mais il faut considérer que le traitement d'images est lourd en temps de calculs [Mukundan et Ramakrishnan, 1995].

être dans une orbite différente mais coplanaire. Le cas de l'intercepteur et de la cible dans la même orbite, mais séparés par un angle (ϑ), est traité dans ce projet tel que présenté dans les figures 5.2 et 5.3.

Dans la mise en phase pour le rendez-vous, l'angle (ϑ) permet de savoir si le OM est devant ou derrière la cible. Un $\vartheta > 0$ signifie que le OM est devant, tandis que $\vartheta < 0$ implique que le OM est derrière. Le but premier de la mise en phase pour le rendez-vous est de déterminer une manoeuvre $\Delta(v)$ permettant le rapprochement avec la cible.

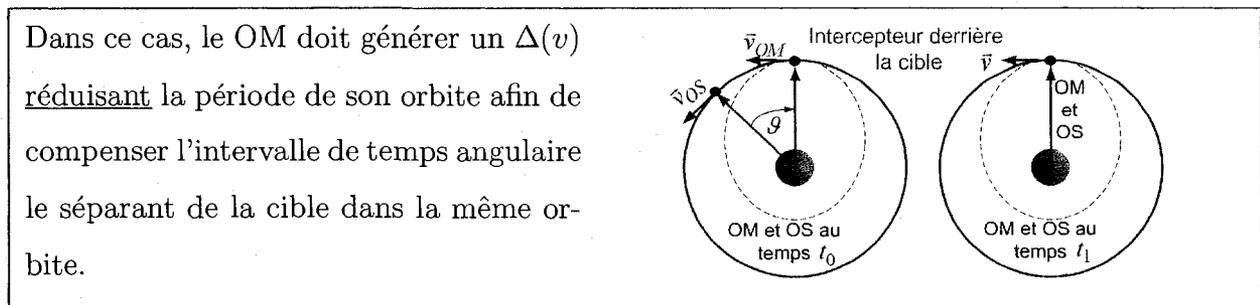


Figure 5.2 – Rendez-vous sur orbite coplanaire : OM derrière OS

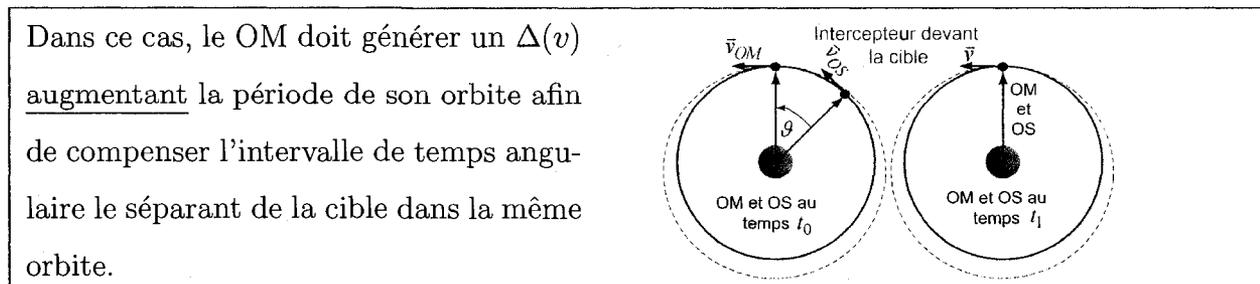


Figure 5.3 – Rendez-vous sur orbite coplanaire : OM devant OS

Une fois la cible dans le champ de vision du *LIDAR*, les deux phases d'orientation initiales sont terminées et la translation vers le OS peut être entamée. Au départ, le OS est à une distance relative de 1 km (ou toute autre valeur imposée dans le simulateur). L'objectif des systèmes de guidage et de commande est de réduire cette distance relative au minimum tout en assurant que le OS demeure dans le champ de vision (contrôle de l'orientation

pendant la manoeuvre de rendez-vous) et que les commandes de propulsion ne saturent, ni ne déstabilisent le OM pour effectuer les manoeuvres de translation.

5.4 RWSW : les actionneurs

Le bloc *Actionneurs* a comme fonction de représenter les moyens utilisés pour actionner les commandes provenant du logiciel de contrôle. Pour notre application, les actionneurs considérés sont : les roues à réaction et les propulseurs.

Les RW permettent de fournir un couple directionnel par action-réaction. Puisque les RW peuvent tourner dans les deux directions et que, de façon générale, elles sont placées selon les trois axes de rotation, elles peuvent fournir un couple à l'engin selon l'axe de rotation permettant ainsi de contrôler l'orientation de l'engin. Le modèle des RW prend en entrée les torques d'orientation commandés et fournit en sortie la quantité de moment angulaire engendrée par les RW, le torque appliqué à l'engin ainsi qu'une mesure de la vitesse de rotation des RW. Le modèle tient compte de la saturation en vitesse de rotation, de la friction de Coulomb ainsi que de la friction visqueuse, de l'inertie des RW, de la direction de l'axe de *spin* et finalement, du torque maximum. Les paramètres physiques des RW sont résumés dans le tableau 5.1.

TABLEAU 5.1 – Paramètres physiques des RW

Torque de commande maximum	: 0.15 Nm
Vitesse de rotation maximum	: 2300 RPM (240.85 rad/s)
Inertie du rotor	: 0.07473 Kg.m ²
Friction statique et visqueuse	: 0.005 Nm et 0.000027 Nm/rad.s ⁻¹

Les propulseurs (THR) permettent l'application de forces et de couples sur l'engin dans le but d'effectuer des mouvements de translation ou encore des manoeuvres de réorientation rapide. Un propulseur permet de fournir une force opposée au sens d'éjection. Le modèle des THR prend en entrée la position du centre de gravité (CdG) ainsi que le ratio de temps d'ouverture des propulseurs selon la configuration géométrique sur l'engin et les caractéristiques

physiques des propulseurs. En sortie, le modèle fournit les forces et les torques appliqués sur l'engin ainsi que la consommation de carburant. Le modèle tient compte de l'impulsion minimale et spécifique, du niveau maximal de propulsion, de la direction de la propulsion, du positionnement des propulseurs sur l'engin et finalement, du bruit induit par les propulseurs. Les paramètres physiques des THR sont résumés dans le tableau 5.2.

TABLEAU 5.2 – Paramètres physiques des THR

Niveau de propulsion maximale	: 22 N
Bruit induit par la propulsion	: 1%
Impulsion spécifique	: 290 sec
Impulsion minimale	: 150 mNs

Les propulseurs permettant d'effectuer un ΔV selon l'axe \vec{B}_X sont situés directement sous le OM.² Les propulseurs permettant le contrôle selon les autres axes de translation sont localisés symétriquement sur les côtés afin de permettre des manoeuvres en force et torque pures. Le positionnement des propulseurs ainsi que leur direction de poussée selon le repère $\vec{\mathcal{F}}_B$ figurent en annexe A.4.

5.5 RWSW : les capteurs

Le bloc *Capteurs* représente les moyens utilisés pour mesurer les paramètres physiques de l'engin tels que la vitesse angulaire, la position de celui-ci, les quaternions. Pour notre application, les capteurs considérés sont :

- capteur d'étoiles permettant de mesurer les quaternions (q)
- gyromètre mesurant la vitesse angulaire (ω)
- accéléromètre mesurant l'accélération linéaire de translation
- *LIDAR* mesurant la distance relative entre de le OM et le OS (r_{OMOS})

²Le dessus du OM est considéré comme étant la surface opposée à celle où l'axe \vec{B}_x sort du OM (voir la figure 2.5).

Le capteur d'étoiles identifie des constellations dont la position est bien connue à partir de cellules photo-sensibles. Avec ce positionnement, le capteur fournit une mesure du quaternion exprimant l'orientation du OM. Le modèle du capteur d'étoiles tient compte d'un bruit de mesure et d'une erreur d'alignement afin de reproduire les perturbations réelles rencontrées dans un environnement spatial. Pour sa part, le gyromètre fournit une mesure de la vitesse angulaire du OM en tenant compte du positionnement des capteurs dans ce dernier, du biais de mesure et du bruit gaussien. L'accéléromètre fournit une mesure de l'accélération en considérant le positionnement des capteurs dans le OM, le biais de mesure, le bruit gaussien ainsi que le couplage interaxial. Finalement, le *LIDAR* mesure la distance relative en soustrayant la position du OS (r_{OS}) à celle du OM (r_{OM}). Concrètement, pour les fins de simulations, ces positions sont obtenues par des modèles discrétisés de la dynamique orbitale. La modélisation du *LIDAR* considère les erreurs de pointage et de mesure ainsi que les transformations de repères nécessaires pour exprimer le vecteur relatif dans un repère connu. Lorsque le OS est dans le champ de vision du *LIDAR*, ce dernier avise le système de commande.

5.6 RWSW : la dynamique

Le bloc *Dynamique* représente la modélisation mathématique du comportement d'un système physique dans son environnement de fonctionnement sous forme de modèle d'états. En quelque sorte, c'est ce qui permet de pouvoir adéquatement reproduire mathématiquement et sur ordinateur un phénomène naturel pour l'analyser et le comprendre. C'est ce qui permet ensuite de développer les outils nécessaires afin de l'utiliser adéquatement seul ou en combinaison avec d'autres systèmes. Dans cette portion du simulateur, l'orientation, la translation ainsi que les perturbations sont modélisées.

La dynamique du simulateur comprend la modélisation de la dynamique d'orientation d'un corps rigide telle que spécifiée à la section 2.3 ainsi que la dynamique de translation orbitale entre le OM et le OS soulignée aux sections 2.4.1 et 2.4.2. Le simulateur permet de tenir compte de l'effet des perturbations induites sur le système dans les deux phases d'orientation et de translation. Le simulateur respecte également les perturbations présentes lors du rendez-

vous. Ces perturbations sont les modes flexibles, le ballonnement du carburant, la pression solaire, la traînée aérodynamique ainsi que l'effet J_2 .

Les panneaux solaires jouent un rôle essentiel dans l'approvisionnement en énergie électrique. Cependant, les panneaux engendrent de grandes perturbations étant donné leur nature flexible due à leur vaste surface ainsi qu'à leur constitution. Ces perturbations se modélisent en fonction de la masse, de l'inertie et d'une plage de fréquence afin de considérer leur impact lors du développement des lois de commande.

L'impact du ballonnement du carburant est établi en fonction d'un ratio de masse de carburant versus la masse totale de l'engin pour les diverses phases d'une mission spatiale. Plus le ratio est élevé, plus l'impact du ballonnement du carburant est important. Pour une manoeuvre de rendez-vous, les variations de vitesse sont effectuées dans toute direction par rapport au repère de l'engin. Le mouvement du carburant induit une déviation de quelques centimètres du CdG de l'engin. Cette perturbation peut être critique pour la réussite d'une mission de rendez-vous étant donné la précision et le raffinement requis en phase finale d'approche de la cible.

La pression solaire se traduit par des forces et des torques selon la surface d'exposition aux radiations solaires. Cela peut affecter l'orientation de l'engin tout en introduisant une erreur non négligeable lors de la navigation sur de longues distances. En effet, il est normal de remarquer une déviation des engins spatiaux causée par les particules solaires frappant les surfaces exposées au soleil. Les forces et couples exercés par la pression solaire varient selon le plan de la surface exposée aux radiations.

La traînée aérodynamique est considérée importante lors des manoeuvres en orbite d'un corps céleste à une altitude suffisamment basse pour être encore influencée par la densité de l'atmosphère. Cette perturbation influence l'attitude ainsi que la navigation d'un engin et s'exprime selon le plan de la surface exposée à l'atmosphère.

Les planètes ne sont pas parfaitement sphériques, ce qui cause des perturbations au niveau de leur champ gravitationnel : l'effet J_2 . Ces perturbations peuvent affecter la dynamique d'un satellite. L'influence exercée par la non-sphéricité d'un champ gravitationnel est représentée

par les *harmoniques zonales*. La figure 5.4 illustre les éléments d'orbite pouvant varier sous l'influence des *harmoniques zonales*. L'influence de celles-ci sur une orbite peut être divisée selon les variations sur une orbite complète et les variations à court terme. Dans le cas de la figure 5.4, les variations à court terme font osciller les éléments θ et ϕ autour de leur valeur moyenne pendant que l'orbite est décrite.

Cette harmonique représente la forme aplatie du champ gravitationnel martien. La masse de Mars, comme celle de la Terre, est plus concentrée à l'équateur qu'aux pôles. La région équatoriale de Mars exerce une force d'attraction plus importante sur les engins en orbite que celle des pôles. Ceci se traduit par une rotation du plan de l'orbite. La figure 5.5 illustre l'impact de la force d'attraction supplémentaire causée par une plus grande densité de masse à l'équateur. Le plus important élément de perturbation est la 2^e harmonique : J_2 . Par comparaison, le terme J_1 est nul, J_2 est environ d'ordre $10e^{-3}$ et J_3 est d'ordre $10e^{-5}$. Cette perturbation est aussi connue sous les appellations "perturbation J_2 " ou encore "effet J_2 ". Dans le cas présent, le potentiel gravitationnel causé par l'effet J_2 est modélisé par une équation réduite de degré $l = 2$ et d'ordre $m = 0$ d'une série infinie de polynômes de Legendre³ : $V(r, \phi) = \left(\frac{\mu_M}{r}\right) \left[1 - \left(\frac{R}{r}\right)^2 J_2 P_{2,0}(\sin\phi)\right]$.

r : distance radiale entre le module orbital et le centre de Mars (km)

ϕ : latitude géocentrique

μ_M : paramètre gravitationnel de Mars ($\mu_M = 4.2828370371e^{13} \frac{m^3}{s^2}$)

R : rayon moyen de Mars ($R = 3394.2 km$)

J_2 : 2^e coefficient d'harmoniques zonales de Mars ($J_2 = 1.960454465e^{-3}$)

$P_{2,0}(\sin\phi)$: polynôme de Legendre de degré $l = 2$ et d'ordre $m = 0$

Puisque le terme $P_{2,0}(\sin\phi)$ peut être remplacé par une fonction de Legendre ($P_{2,0}(\sin\phi) = \frac{1}{2}(3\cos^2(\phi) - 1)$), le potentiel gravitationnel induit par l'effet J_2 devient :

$$V(r, \phi) = \left(\frac{\mu_M}{r}\right) \left[1 - \left(\frac{R}{r}\right)^2 J_2 \frac{1}{2} (3\cos^2(\phi) - 1)\right] \quad (5.1)$$

L'équation (5.1) peut être incorporée au modèle gravitationnel de la planète afin de considérer

³Développements des modèles de champ gravitationnel dans [Vallado et McClain, 2001]

la perturbation due à J_2 .

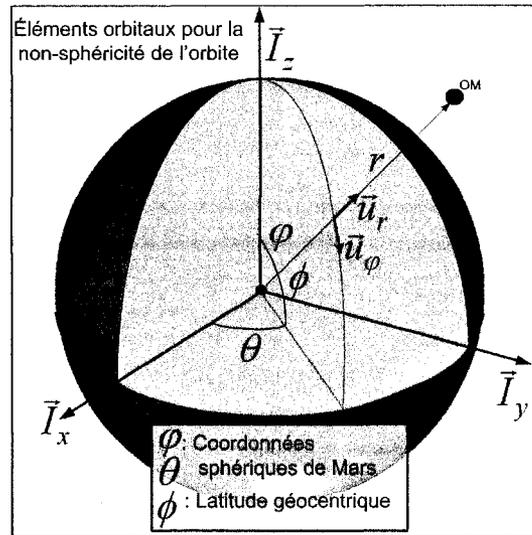


Figure 5.4 – Éléments orbitaux pour calculer l'effet J_2

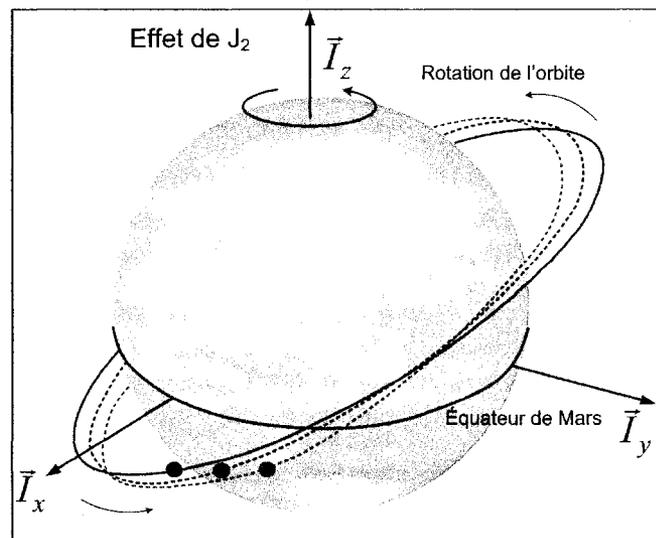


Figure 5.5 – Représentation visuelle de l'effet J_2

5.7 OBSW : la navigation

Le bloc *Navigation* représente la transition entre les mesures physiques et les états du système. Parfois, certaines mesures nécessaires pour construire les états du système sont manquantes. Dans cette situation, il faut reconstruire les états manquants à l'aide de techniques

d'estimation d'états [de Lafontaine, 2000]. La navigation modélisée dans le simulateur effective, pour chaque capteur du système, un échantillonnage des mesures afin de discrétiser les données mesurées. Cette pratique s'opère dans le but d'avoir une discrétisation des données analogiques afin d'en avoir une représentation numérique et afin de conférer plus de réalisme à la modélisation.

La navigation requiert aussi l'usage d'estimateurs d'états. Un estimateur peut servir à vérifier la validité de certaines mesures prises par des capteurs, comme par exemple la vitesse angulaire dans $\vec{\mathcal{F}}_B$ et les quaternions. Aussi, un estimateur peut estimer des mesures manquantes telles que l'accélération et la vitesse angulaire du OM dans le repère inertiel ($\vec{\mathcal{F}}_I$).

5.8 OBSW : le guidage

Le bloc *Guidage* est principalement le bloc qui définit la référence à atteindre. Cette référence est établie en fonction des états présents du système et du comportement final désiré. Le guidage pour ce projet comporte deux volets : l'orientation et la translation. Le guidage en orientation s'opère en deux phases précises expliquées ci-bas. Les particularités au sujet du guidage en orientation furent exposées antérieurement à la section 4.2.

Phase 1 : En premier lieu, le OM commence sa manoeuvre selon une orientation initiale requérant une manoeuvre grand angle pour s'orienter adéquatement avec le OS dans le champ de vision du *LIDAR*. Ce guidage fait en sorte que le repère $\vec{\mathcal{F}}_B$ du OM s'aligne avec le repère de rendez-vous ($\vec{\mathcal{F}}_R$).

Phase 2 : Lorsque la phase 1 est complétée, une loi de guidage en petits angles est définie pour aligner le OM avec le vecteur du *LIDAR* pointant vers le OS.

Le guidage en translation débute à partir de la mesure de la distance relative entre le OS et le OM. La translation est guidée en vitesse. Le but consiste à permettre au OM de s'approcher du OS en réduisant graduellement sa vitesse de sorte que la capture finale se fasse à une vitesse faible. Les détails du guidage en translation furent également expliqués à la section 4.3.

5.9 OBSW : la commande

Le bloc *Commande* représente les algorithmes déterminant les commandes à être envoyées aux actionneurs en fonction du guidage. C'est dans cette portion du simulateur que les lois de commande en orientation et en translation, conçues pour le rendez-vous autonome, seront insérées. Les systèmes de commande en orientation répertoriés aux sections 4.4 et 4.5 tiennent compte du quaternion d'orientation désiré et de la vitesse angulaire désirée provenant du bloc de guidage afin d'atteindre le positionnement adéquat du OM par rapport au OS. Pour la translation, le système de commande tient compte de la mesure de la position relative du OS par rapport au OM fournie par le *LIDAR*. Il suit également la vitesse d'approche qui est déterminée par le bloc de guidage. La mise en oeuvre des contrôleurs en translation respecte les détails fournis précédemment aux sections 4.6 et 4.7.

5.10 Conclusion

Dans ce chapitre, les principes de modélisation et de fonctionnement du simulateur de rendez-vous ont été exposés. Les éléments de la modélisation du RWSW furent détaillés. Les dynamiques requises pour simuler le rendez-vous sont l'orientation et la translation ainsi que les perturbations présentes lors du rendez-vous. Les capteurs du système devant être incorporés au simulateur sont le gyromètre, l'accéléromètre, le capteur d'étoiles ainsi que le *LIDAR*. Les actionneurs simulés sont les roues à réaction en orientation et les propulseurs pour la translation. Ensuite, les éléments du OBSW furent abordés. La navigation incorpore les estimateurs d'états permettant de reconstruire certains états essentiels. Le guidage permet de fournir les références à être atteintes tant en orientation qu'en translation. Finalement, les lois de commande SMC et FBL tant en orientation qu'en translation ont été incorporées au simulateur pour la mise en oeuvre du rendez-vous de ce projet.

Suite à ces précisions, il s'agit maintenant de procéder aux simulations selon les lois de commande spécifiquement élaborées au préalable au chapitre 4. Ces simulations illustreront concrètement l'application du rendez-vous orbital autonome entre le OM et le OS.

CHAPITRE 6

SIMULATIONS ET RÉSULTATS

6.1 Introduction

Cette section passe en revue les résultats des simulations de rendez-vous en orbite martienne, issus des lois de guidage et de commande abordées précédemment. Les trois contrôleurs conçus au chapitre 4, notamment le *FBL*, le *SMC_{Bang}* et le *SMC_{Atan}*, sont simulés pour un rendez-vous entre le OM et le OS à partir d'une distance initiale de 80 *m*. Ces simulations initiales permettent de confirmer la validité du fonctionnement des systèmes de commande non-linéaires développés dans cette étude. Elles permettent également de comparer les performances des contrôleurs de manière à identifier le système de commande démontrant des résultats les plus probants. La commande *SMC_{Atan}*, est choisie pour obtenir un rendez-vous à partir d'une distance relative initiale de 1000 *m*. Une discussion sur les résultats obtenus est finalement entamée afin de confirmer l'atteinte des objectifs de ce projet de recherche.

6.2 Les résultats

Pour la mise en oeuvre réelle d'un système de commande, le OBSW du simulateur doit fournir toutes les mesures des états du système provenant soit des capteurs directement soit des estimateurs d'états. Dans le cadre de ce projet, tous les états utilisés par les systèmes de commande proviennent des mesures ou des estimations de celles-ci, sauf en ce qui a trait aux à la vitesse angulaire, requise dans le modèle de translation de l'équation (2.25). Aucun capteur à bord du OM ne permet de mesurer cette vitesse, alors celle-ci doit être calculée à partir de la vitesse du OM et de son rayon : $\omega = \frac{\|\vec{v}_M\|}{\|r_{OM}\|}$. Puisque la navigation n'est pas l'objet de ce projet de recherche, il convient de prendre des variables simulées comme étant estimées à bord. Dans cette optique, cette variable ω fut utilisée à même la vitesse angulaire orbitale simulée dans le RWSW.

Certaines des conditions des simulations sont présentées au tableau 6.1.

TABLEAU 6.1 – Conditions des simulations

Rayon de Mars à l'équateur	:	$3397 e^3 m$
Rayon de Mars au pôle	:	$3376 e^3 m$
Coefficient d'aplatissement	:	$6.47630 e^{-3}$
Constante gravitationnelle de Mars (μ)	:	$428282352 e^5 \frac{m^3}{s^2}$
Constante de gravité universelle (G)	:	$6.672 e^{-11}$
Perturbation J_2	:	$1.960454465 e^{-3}$
Inclinaison orbitale	:	45°
Altitude d'orbite initiale	:	$500 e^3 m$

Le simulateur permet de choisir une combinaison variée de simulations possibles tant pour la commande en orientation qu'en translation. Le tableau 6.2 indique les possibilités de simulations par l'entremise du simulateur de rendez-vous.

TABLEAU 6.2 – Sommaire des simulations

commandes en orientation	commandes en translation
FBL	FBL
SMC - <i>Bang-Bang</i>	SMC - <i>Bang-Bang</i>
SMC - <i>Atan</i>	SMC - <i>Atan</i>

Pour comparer les méthodes de commande non-linéaires, l'orientation et la translation ont été simulées à partir de ces mêmes méthodes. À titre d'exemple, l'orientation et la translation furent testées avec la technique du FBL pour être comparées à l'orientation et la translation avec la technique du SMC_{Bang} ou encore SMC_{Atan} . Les figures 6.1, 6.2 et 6.3 démontrent l'ensemble des résultats, à l'aide des cinq graphiques, pour un rendez-vous orbital entre le OM et le OS selon les trois méthodes du FBL , SMC_{Bang} et du SMC_{Atan} , à une distance relative initiale de $80 m$. Ces graphiques illustrent respectivement :

Graphique-A L'évolution de l'erreur de quaternion.

Graphique-B La mesure du *LIDAR* dans $\vec{\mathcal{F}}_B$.

Graphique-C La position relative dans le $\vec{\mathcal{F}}_L$.

Graphique-D La commande aux roues à réaction.

Graphique-E La commande aux propulseurs.

Le graphique **A** permet d'évaluer l'évolution de l'erreur de l'orientation pendant la manoeuvre de rendez-vous. Tant que le OS n'est pas en vue, l'orientation est en phase 1. Lorsque le OS est en vue, les mesures du *LIDAR* sont alors utilisées pour amorcer la translation alors que l'orientation entre en phase 2. Lors de la translation, l'erreur de quaternion q_2 et q_3 doit se maintenir autant que possible sous les bornes pointillées afin que le OS demeure dans le champ de vision du *LIDAR*. L'analyse des trois graphiques A des figures 6.1 à 6.3 permet de constater que les deux contrôleurs SMC sont plus rapides à converger vers l'orientation finale désirée. Ceci s'explique en partie par le fait que les contrôleurs obtenus avec la méthode SMC intègrent une approche finale permettant d'effectuer une manoeuvre d'orientation en un temps minimal en tenant compte des contraintes physiques des actionneurs du système. Observons ici un temps d'exécution de manoeuvre d'orientation d'environ 500 secondes pour le système *FBL*, suivi d'un temps de 200 secondes pour le *SMC_{Bang}* et de 185 secondes pour le *SMC_{Atan}*.

Le graphique **B** permet de visualiser la mesure du *LIDAR* vue dans le repère du OM ($\vec{\mathcal{F}}_B$). Ce graphique permet de donner une perception générale du rendez-vous vu à partir du *LIDAR*. Cet instrument, qui mesure la distance relative entre 2 corps, permet de confirmer s'il y a bel et bien un rendez-vous lorsque les mesures dans les 3 axes, x , y et z tendent vers une valeur $> 1 m$. Les graphiques B des figures 6.1 à 6.3 démontrent que selon les trois systèmes de commande, le rendez-vous est atteint dans chaque cas.

Le graphique **C** illustre les mesures du *LIDAR*, mais cette fois, elles sont exprimées dans le repère du rendez-vous ($\vec{\mathcal{F}}_L$) qui est le repère à partir duquel sont issues les commandes en translation. Une vue rapprochée (ZOOM) sur la translation lorsque le OM est à proximité du OS permet de voir plus clairement le rapprochement final du rendez-vous. C'est à cette échelle que les mesures des distances relatives selon l'axe y et z oscillent légèrement plus pour le système de commande de rendez-vous par *FBL* que pour les deux autres méthodes

utilisant le *SMC*. Dans le cas du *SMC*, les mesures des distances relatives selon les mêmes axes oscillent moins avec la méthode *SMC_{Bang}* à la figure 6.2 et avec la méthode *SMC_{Atan}* à la figure 6.3. La méthode *Atan* résulte en de meilleures performances étant donné que les variations oscillatoires des distances relatives sont quasi nulles pendant la manoeuvre de rendez-vous à comparer aux deux autres approches du *FBL* et du *SMC_{Bang}*. Ce résultat favorise davantage l'approche *Atan* à l'approche *Bang-Bang* étant donné que pour un même contrôleur *SMC*, la commande s'avère plus amortie pour atteindre la position finale désirée. Cela signifie que le système atteint la position finale désirée en ayant à compenser le moins possible pour des manoeuvres induites par le système de commande.

Le graphique **D** décrit les quantités de moments angulaires ainsi que les couples appliqués par les roues à réaction selon les 3 axes du repère du OM ($\vec{\mathcal{F}}_B$). Les limites des actionneurs sont bornées par les pointillés rouges et permettent de vérifier que le système de commande ne sature pas l'actionneur. Ce graphique permet aussi d'observer l'influence du couplage entre la rotation et la translation. Pour le *FBL* à la figure 6.1, le moment angulaire ainsi que les couples appliqués aux RW sont répartis dans le temps de la manoeuvre totale. Les couples appliqués sont importants tout au long de la manoeuvre, afin de conserver l'orientation voulue pendant l'approche du OM vers le OS. Cependant pour les approches par *SMC* aux figures 6.2 et 6.3, remarquons à ce sujet une différence notable. Les moments angulaires ainsi que les couples appliqués sont plus importants au départ afin d'assurer l'exécution des manoeuvres en orientation préliminaires en un temps minimum. Ce qui différencie les approches *SMC* s'observe davantage lors de la translation. La méthode *SMC_{Atan}* affiche beaucoup moins de couples appliqués aux RW que la méthode *SMC_{Bang}* et même *FBL* (voire les graphiques **D** des figures 6.1 et 6.2). Une fois de plus, cela s'explique par la technique de réduction de *chattering* qu'apporte l'approche *Atan* avec son facteur d'atténuation de la commande $\frac{2}{\pi}atan(\underline{g})$.

Le graphique **E** démontre les couples ainsi que les forces appliqués par les propulseurs selon les 3 axes du OM dans le repère $\vec{\mathcal{F}}_B$. Le 3^e sous-graphique affiche la consommation de carburant totale pour l'exécution du rendez-vous. Pour le *FBL*, les couples sont répartis tout au long de la manoeuvre. Les forces sont réparties selon les manoeuvres de variation

de vitesse de déplacement (ΔV) selon les 3 axes x , y et z . Le graphique E du SMC_{Bang} (figure 6.2) dévoile en revanche une réduction des couples et une augmentation des forces appliquées aux propulseurs pendant la translation. Cette augmentation est attribuable à l'approche *Bang – Bang* qui peut induire ce genre de commande superflue si les gains ne sont pas ajustés de manière optimale [Jan et Chiou, 2004]. Le graphique E du SMC_{Atan} (figure 6.3) illustre, quant à lui, un juste milieu où les couples appliqués aux propulseurs ne sont pas aussi intenses que pour le *FBL* et les forces requises pour atteindre le rendez-vous final sont réparties et amorties tout au long de la manoeuvre.

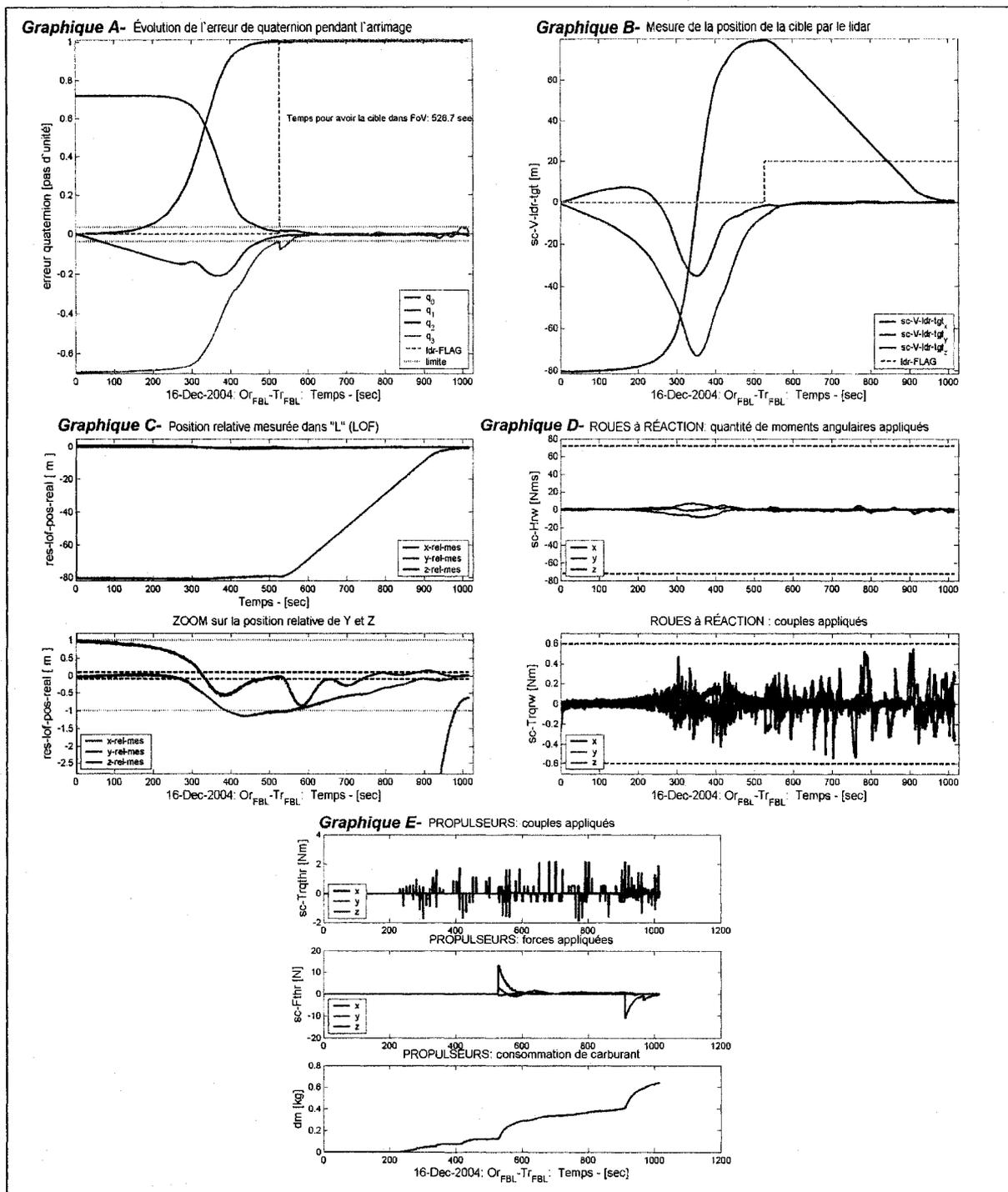


Figure 6.1 – RdV-FBL-80m : Résultats du rendez-vous

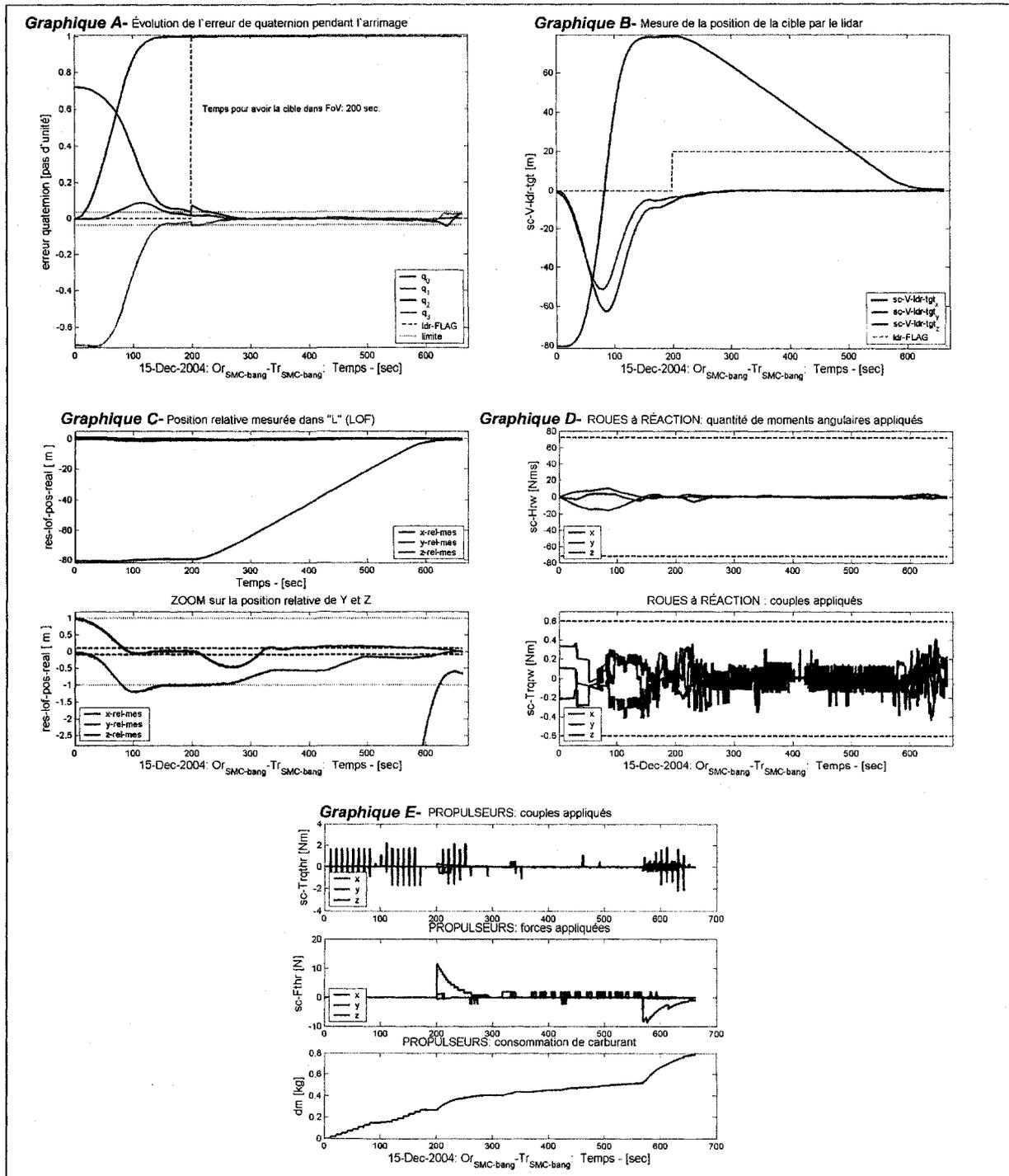


Figure 6.2 – RdV-SMC-Bang-80m : Résultats du rendez-vous

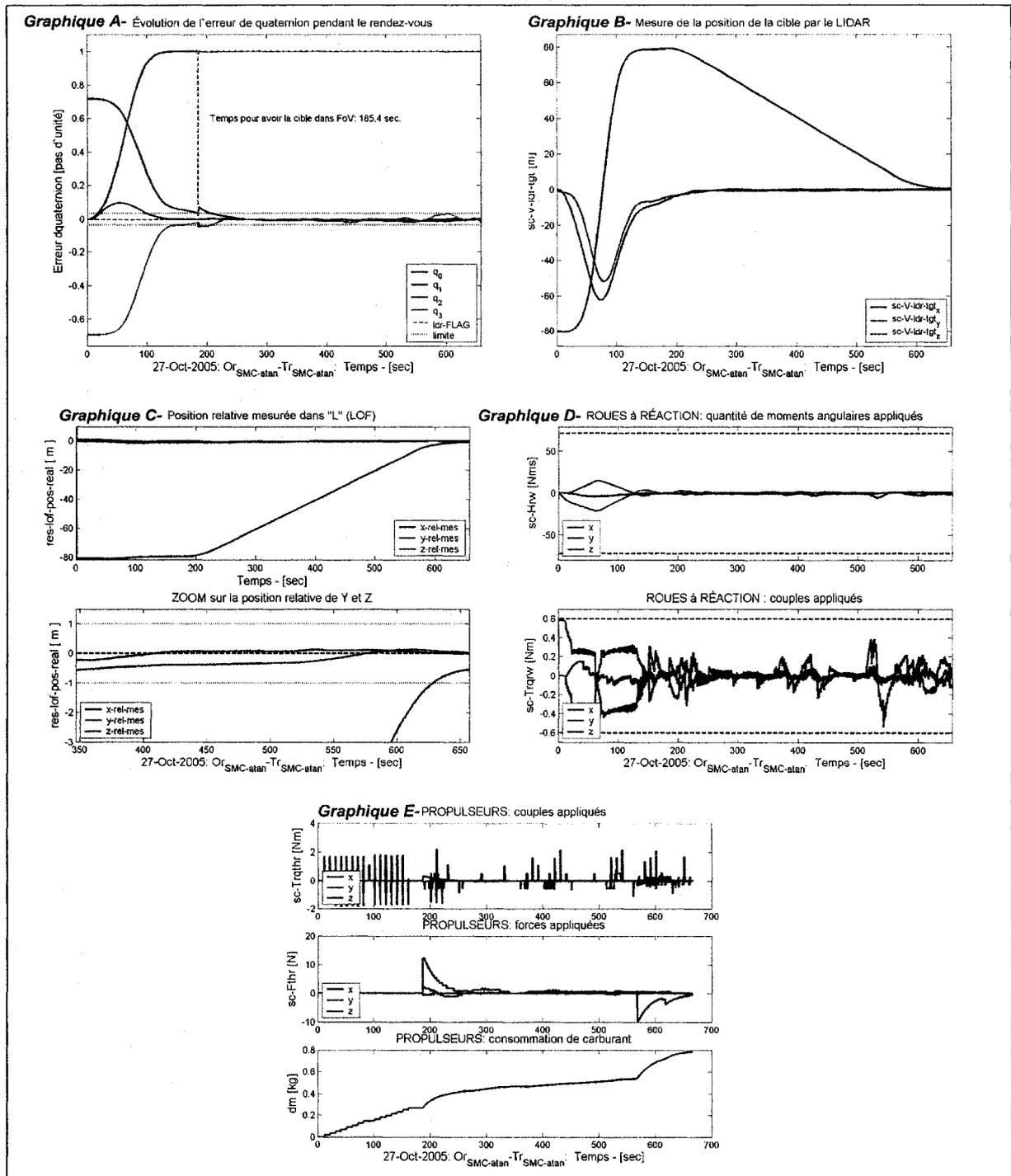


Figure 6.3 – RdV-SMC-Atan-80m : Résultats du rendez-vous

Suite à ces résultats et à cette discussion, la méthode SMC_{Atan} retient particulièrement l'attention puisque, par une analyse qualitative, cette approche nécessite moins d'actions de commande que celles du SMC_{Bang} et du FBL . Cette méthode illustre également un comportement plus amorti pour les commandes en translation. Dans une application de rendez-vous autonome, ceci est souhaitable afin d'éviter des manoeuvres trop brusques lors du rapprochement final entre le OM et le OS [Kluever, 1999; Park et coll., 1999]. Suite à ces observations, une simulation plus approfondie est poursuivie avec la commande SMC_{Atan} afin d'effectuer un rendez-vous à partir d'une distance initiale relative de 1000 m permettant de vérifier l'efficacité de l'approche SMC_{Atan} dans un environnement offrant davantage de perturbations et d'effets non-linéaires. La figure 6.4 dévoile les résultats de simulations d'un rendez-vous à partir de 1000 m de distance initiale relative avec la méthode de commande SMC_{Atan} tant pour l'orientation que la translation.

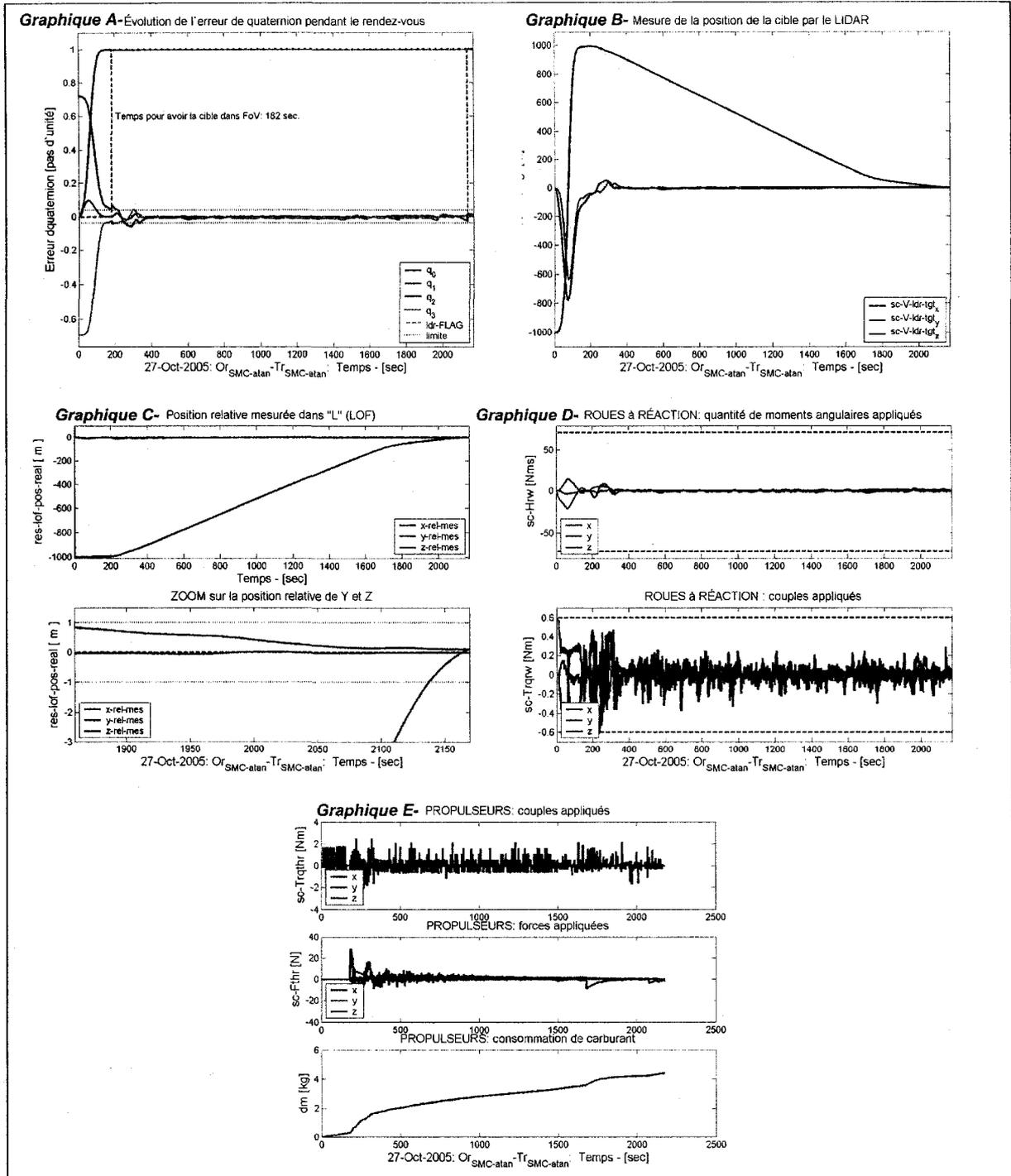


Figure 6.4 – RdV-SMC-Atan-1000m : Résultats du rendez-vous

Sans reprendre toute l'analyse des graphiques A à E, il convient d'observer que les résultats du rendez-vous avec la méthode de commande SMC_{Atan} à 1000 m démontrent la validité de cette approche pour mettre en oeuvre une application de rendez-vous autonome en orbite martienne. L'orientation initiale du OM vers le OS s'effectue en un temps minimal. La translation du OM vers le OS est opérée de manière à ce qu'il n'y ait pas de compensation inutile induite par le système de commande. Les commandes aux roues à réactions et aux propulseurs respectent les profils observés lors des simulations à 80 m et permettent d'emblée l'application d'un rendez-vous sans compromettre la stabilité du système.

6.3 Discussion sur le rendez-vous

Les résultats obtenus ci-haut permettent de confirmer l'atteinte des objectifs établis au prime abord à la section 1.6.

L'objectif 5 est automatiquement atteint en démontrant l'obtention d'un rendez-vous entre le OM et le OS depuis une distance de 1000 m à la figure 6.4. L'objectif 4 fut rencontré en concevant plusieurs techniques de commande non-linéaires afin de les comparer entre elles lors des simulations de rendez-vous à 80 m permettant d'identifier laquelle était la plus adéquate pour un rendez-vous à 1000 m . Dans le cheminement vers les objectifs 4 et 5, du guidage en translation fut développés avec une technique d'élaboration dynamique d'une cible d'orientation aux sections 4.2 et 4.3 satisfaisant ainsi les énoncés de l'objectif 3. Dans l'application du rendez-vous, le modèle non-linéaire de la dynamique du mouvement relatif entre deux corps a été développé à la section 2.4.2 permettant d'établir la relation mathématique interreliant ces deux corps en mouvement constant. *Ipso facto*, l'objectif 2 se voit rencontré.

En ce qui a trait à l'orientation, la configuration de commande optimale d'orientation proposée dans les travaux de [Jan et Chiou, 2004] a été reproduite. Ces travaux proposaient une approche de commande SMC en un temps minimum et avec réduction de *chattering* par une approche Bang-Bang modifiée dy type $sgn(\underline{s})$. L'apport d'une fonction $\frac{2}{\pi}atan(\underline{s})$ de Robinnett afin de réduire d'avantage l'effet de *chattering* pour une manoeuvre de temps minimal a

aussi été simulée. Le SMC_{Bang} résultant était fonctionnel, mais selon les résultats observés, le SMC_{Atan} était encore plus rapide à atteindre l'orientation commandée comparativement au FBL et au SMC_{Bang} . Non seulement l'approche de commande proposée par Jan pour un couple commandé maximal résultant en une commande effectuée en un temps minimal est validée, mais en plus, elle est améliorée en la combinant avec l'approche de réduction de *chattering* $Atan$ élaborée par Robinett dans [Robinett et Kalaycioglu, 1997]. L'objectif 1 se voit donc rencontré de par la nature des travaux effectués dans ce projet de recherche sur les systèmes de commande non-linéaires et par la combinaison des travaux de deux auteurs, Jan et Robinett afin de résoudre un problème non-linéaire de nature complexe.

Pour la translation, le rendez-vous fut effectué à partir d'une distance initiale relative de 1000 m (voir figure 6.4). Afin de considérer le rendez-vous comme complet, la distance finale relative devait être de moins de 1 m . Le graphique C, intitulé *ZOOM* de la figure 6.4, permet de vérifier que cette contrainte de 1 m est respectée tout en respectant aussi la vitesse finale ≤ 5 cm/s . En effet, observons à une échelle très fine les derniers mètres de la translation. La vitesse finale peut être estimée à environ 4 cm/s à partir des échelles de temps et de distance de ce graphique. Ce résultat démontre un l'obtention d'un rendez-vous selon les spécifications énoncées à la section 1.6.

6.4 Conclusion des simulations

Dans ce chapitre, les résultats de la mise en oeuvre des lois de guidage et de commande de l'approche FBL , SMC_{Bang} ainsi que SMC_{Atan} ont été illustrés à l'aide de cinq graphiques par méthode illustrant l'orientation, la translation, les couples, les torques et les forces commandés pendant les manoeuvres de rendez-vous. Des simulations initiales d'un rendez-vous à partir de 80 m permettent d'identifier la méthode de commande non-linéaire la plus propice à obtenir des résultats intéressants pour un rendez-vous à 1000 m . Quoique toutes les méthodes simulées aient convergé vers un rendez-vous complet entre le OM et le OS, la méthode de commande non-linéaire du SMC_{Atan} a retenu l'attention du concepteur de par ses résultats préliminaires les plus probants pour un rendez-vous autonome. Les résultats de la combinaison des travaux de Jan et Robinett ont démontré une amélioration de la réponse

du système de commande en ce qui a trait aux effets de *chattering*. Les résultats obtenus pour le rendez-vous permettent de conclure que les objectifs de ce projet de recherche ont été rencontrés et que le rendez-vous autonome en orbite martienne pourrait être envisagé selon la technique du SMC_{Atan} .

CONCLUSION DU PROJET

Au chapitre 1, l'état de l'exploration spatiale actuelle a démontré clairement la nécessité de développer des technologies de commande conférant plus d'autonomie aux systèmes spatiaux. Le concept sous-jacent aux missions de type *Mars Sample Return* (MSR) est exposé pour mettre en contexte les besoins des nouvelles technologies de rendez-vous autonome entre deux corps orbitant autour d'une planète lointaine telle que Mars. Une historique des technologies relatives au rendez-vous fut présentée, depuis les études de George w. Hill, en passant par la course à la conquête de l'espace des années '60, jusqu'aux applications à la station spatiale internationale de nos jours. Par la suite, les considérations techniques pour créer un tel système furent abordées avant d'exposer les choix de méthodes de commande à envisager pour ce projet de recherche sur le rendez-vous en orbite martienne. Le choix des techniques de commande non-linéaires via le *Nonlinear Dynamic Inversion* (NDI) ou encore le *Feedback Linearisation* (FBL) ainsi le *Sliding Mode Control* (SMC) a été retenu pour le projet tout en spécifiant des objectifs pour le rendez-vous entre un module orbital (OM) et des échantillons déjà en orbite (OS) dans une mission MSR.

Au chapitre 2, les concepts mathématiques nécessaires à la mise en oeuvre d'une simulation de rendez-vous autonome ont été précisés. Au prime abord, tous les repères vectoriels utiles pour un rendez-vous en orbite martienne furent exposés soit : le repère inertiel ($\vec{\mathcal{F}}_I$), le repère orbital ($\vec{\mathcal{F}}_O$), le repère orbital de rendez-vous ($\vec{\mathcal{F}}_R$), le repère orbital local de rendez-vous ($\vec{\mathcal{F}}_L$), le repère *Body Frame* du OM ($\vec{\mathcal{F}}_B$) et le repère des roues à réaction ($\vec{\mathcal{F}}_{RW}$). Une fois les repères définis, les équations de la dynamique d'orientation d'un satellite furent développées en fonction du moment angulaire et de l'expression du diadic d'inertie. Pour le rendez-vous, la dynamique de translation entre deux corps en orbite a été spécifiée à partir des équations de base de deux corps célestes (*The Two-Body Problem Equation*). Cette dynamique permet d'établir un modèle non-linéaire précis de la dynamique relative entre le OS et le OM utilisé pour la mise en oeuvre des systèmes de commande d'un rendez-vous entre le OM et le OS en orbite martienne.

Le chapitre 3 a abordé les détails relatifs aux deux principales techniques de commande non-linéaires retenues pour ce projet, soit le NDI/FBL et le SMC. Pour chaque approche de commande, les principes fondamentaux ont été exposés, suivis des étapes de la conception d'un contrôleur. Les avantages et inconvénients de chaque méthode furent également décrits afin de valider leur usage dans le domaine d'application choisi pour ce projet.

C'est au chapitre 4 que les lois de guidage et de commande furent développées. Pour l'orientation ainsi que pour la translation, une loi de commande selon l'approche SMC et FBL ont été détaillées selon les étapes de conception présentées au chapitre 3 tout en tenant compte des paramètres de simulations. Une contribution au niveau de la réduction de *chattering* dans l'approche SMC fut apportée en combinant la méthode $\frac{2}{\pi}atan(\underline{s})$ de Robinett aux travaux de Jan sur les manoeuvres d'orientation optimale de couples maximum en un temps minimal. Les résultats obtenus pendant la manoeuvre d'orientation initiale¹ ont fidèlement reproduit ceux de Jan. D'autre part, le chapitre 4 contient aussi les développements du guidage en translation permettant de donner aux lois de commande un objectif à atteindre lors de chaque manoeuvre. L'orientation en deux phases précises utilisant un repère tournant fixé au OM ($\vec{\mathcal{F}}_R$), ainsi qu'un raffinement construit à même la mesure de la distance relative fournie par le *LIDAR*, constitue en soi une contribution importante de la part du concepteur. Le but de cet cible dynamique d'orientation est de conserver le OS dans le champ de vision du OM alors que le guidage en translation offre une référence à suivre en vitesse afin d'assurer un rendez-vous en douceur entre le OM et le OS.

Le chapitre 5 s'est penché particulièrement sur les simulations nécessaires au projet. Les principes de modélisation d'un système complexe furent abordés en illustrant les concepts du *On-Board Software* (OBSW) et du *Real-World Software* (RWSW). Ces concepts permettent d'émuler mathématiquement le monde réel (RWSW) et de simuler les systèmes de commande (OBSW). Ce chapitre a illustré le fonctionnement de chaque bloc du simulateur de rendez-vous afin de donner au lecteur les informations nécessaires pour comprendre les éléments tenus en considération : les actionneurs, les capteurs, la dynamique, la navigation, le guidage et finalement, la commande.

¹La phase 1 de l'orientation

Enfin, le chapitre 6 a présenté objectivement les résultats des trois principales simulations pour les méthodes de commande FBL , SMC_{Bang} et SMC_{Atan} selon un rendez-vous à partir d'une distance initiale relative de 80 m. La méthode du SMC fut simulée selon deux approches différentes de réduction du *chattering* : *Bang – Bang* et *Atan*. Les simulations préliminaires ont permis d'identifier la méthode du SMC_{Atan} comme étant la plus performante et la plus propice à une mise en oeuvre d'un rendez-vous à partir d'une distance relative initiale de 1000 m. Une simulation d'un rendez-vous à 1000 m utilisant la méthode du SMC_{Atan} a permis de conclure que les objectifs du projet au sujet de l'implantation d'un système de commande non-linéaire pour un rendez-vous autonome ont été atteints.

Pour ce projet de recherche, l'utilisation du logiciel *MatlabTM*, ainsi que l'élaboration des techniques et des algorithmes non-linéaires ont permis de concevoir des commandes d'orientation et de translation pour un véhicule orbital (OM) afin d'effectuer un rendez-vous efficace avec un autre engin orbital (OS). Les modèles non-linéaires d'orientation et de translation furent utilisés dans la conception de divers systèmes de commande innovateurs offrant un degré de performance appréciable pour cette application spatiale très concrète. Suite aux observations des simulations, la méthode SMC_{Atan} semble être la plus efficace tant sur le plan du comportement désiré, du temps d'exécution et des actions de commandes générées, dans la mesure où les paramètres de simulation actuels sont considérés. Les résultats des autres méthodes de commande telles que le SMC_{Bang} et le FBL ont aussi démontré des résultats fort intéressants, mais suite à la comparaison avec la méthode *Atan*, elles n'ont pas été retenues.

Afin de conclure selon des arguments quantitatifs, une étude approfondie s'avère nécessaire afin de déterminer les paramètres optimaux de chaque approche non-linéaire proposée. De tels résultats permettraient de mieux cerner les performances qu'ont à offrir les approches de commande non-linéaires. Néanmoins, les résultats obtenus dans ce projet de maîtrise constituent tout de même un pas vers la réalisation technique d'une mission d'exploration spatiale de type MSR.

À partir des résultats obtenus, certains travaux futurs pourraient contribuer à améliorer davantage les connaissances de ces méthodes de commande. Ces suggestions de travaux

pourraient s'avérer utiles pour la réalisation pratique éventuelle d'un rendez-vous autonome.

1. Continuer d'augmenter les performances des systèmes de commande non-linéaires en ajustant les facteurs de gains de commande de manière plus optimale.
2. Implanter, pour le système de commande de type FBL, une approche *couple maximum pour une manoeuvre de temps minimum* inspirée de celle développée pour le SMC, dans la section 4.4.

ANNEXE A

COMPLÉMENTS DE RÉDACTION

A.1 Exemple comparatif avec et sans linéarisation

Un exemple d'utilisation de commandes linéaires et non-linéaires appliquées à la manoeuvre d'orientation d'un satellite permet d'établir les limites de l'approche linéaire favorisant l'utilisation des techniques non-linéaires.

A.1.1 Manoeuvre d'orientation petit angle linéaire

Pour exécuter une manoeuvre d'orientation de satellite petit angle (*Small Angle Maneuvers*), les techniques de commande linéaires sont utilisées. Lorsqu'il y a des petits ajustements d'orientation à effectuer, la pratique usuelle utilise des techniques linéaires, car la déviation entre le point de référence de linéarisation et l'état final désiré est petite. En d'autres termes, l'écart entre l'état initial et l'état final désiré est relativement petit, ce qui signifie que la commande générée par un contrôleur linéaire sera valide autour du point d'opération choisi et du coup, ne risquera pas de saturer les actionneurs ni de déstabiliser le satellite en question.

A.1.2 Manoeuvre d'orientation grand angle linéaire

Lorsque vient le temps de faire une manoeuvre d'orientation grand angle sur le même satellite (*Large Angle Maneuvers*), les techniques linéaires ne sont pas les plus adéquates. Une telle manoeuvre engendre un écart considérable entre l'état initial et l'état final désiré. Si le concepteur ne prend pas cela en considération, ce grand écart peut se traduire par une commande linéaire totalement inadéquate, puisque la commande est proportionnelle à l'erreur. Une commande inadéquate peut saturer les actionneurs et du coup peut affecter la stabilité générale du satellite. Afin de concrètement réaliser une manoeuvre grand angle, il est préférable de partitionner la commande d'orientation en une suite de manoeuvres plus petites. Cela permet d'atteindre l'orientation finale désirée, tout en restant dans les plages de validité des commandes linéaires. Cette intervention au niveau du logiciel de commande diminue la rapidité du système à atteindre l'état final voulu. Elle augmente également les risques d'erreurs dans les transitions entre les partitions de la manoeuvre totale.

A.1.3 Manoeuvre d'orientation grand angle non-linéaire

L'utilisation de commande non-linéaire pour une même application d'orientation à grand angle pourrait s'avérer beaucoup plus efficace. Dans l'approche non-linéaire, la génération de la commande tient compte de toute la dynamique modélisée par le concepteur, indépendamment de l'écart entre l'état présent du système et l'état final désiré. Cela permet donc au système d'exécuter la manoeuvre grand angle directement sans partitionnement, ni transition. Ce type de commande ne risque pas de perturber le fonctionnement général du système puisque la non-linéarité de la manoeuvre est prise en compte dans le contrôleur générant la commande.

A.2 Cas particulier de dynamique nulle

La technique du NDI peut générer des états non-observables dans le cas particulier de dynamique nulle, communément appelée “zero dynamics”. Cette dynamique nulle se produit lorsque les variables à commander sont moins nombreuses que le nombre d’états disponibles. Le “zero dynamics” peut induire des problèmes de commandabilité et de stabilité, puisque l’inversion ($\frac{1}{g(x)}$) assume un système carré. La technique de la pseudo-inverse peut aider à résoudre cette situation en ajoutant une étape de calcul dans le processus [Papageorgiou et Glover, 2002]. D’autre part, ce principe de dynamique nulle peut être employé à l’avantage de la stabilité du système s’il est utilisé adéquatement par le concepteur. Par exemple, si la situation advient où un ou plusieurs états du système représentant une dynamique (comportement) non-désirée, le concepteur pourrait choisir de négliger certains états avant de procéder à la pseudo-inverse retirant ainsi ces comportements non-désirés du système à commander. Pour bénéficier de cet avantage et afin d’assurer la stabilité du système, le concepteur nécessite une connaissance complète des modèles dynamiques du système et de l’impact de chaque état sur le système avant de choisir d’ignorer un état.

Si conçue judicieusement, cette approche de manipulation de dynamique nulle peut être considérée comme une technique d’ajout de robustesse au NDI. Par exemple, si dans un cas particulier, un état n’a aucun impact sur la dynamique d’un modèle à l’étude, le concepteur peut simplement choisir d’ignorer cet état dans le calcul de la commande désirée. Le NDI devient alors plus robuste à certains facteurs externes, mais aux dépens de l’exactitude du modèle du système [Papageorgiou et Glover, 2002].

A.3 Choisir la dynamique désirée

La dynamique désirée est d’une importance majeure pour la performance et le comportement global du système. À ce stade, il est possible en principe de définir tout type de dynamique désirée à être imposée au système. Plusieurs approches peuvent être considérées selon le type d’application, la quantité de dynamique d’états désirés et la complexité du système global.

Tel que proposé dans le travail de Georgie [GEORGIE et VALASEK, 2001], plusieurs approches peuvent être mises en oeuvre, une à la fois ou encore en parallèle, pour développer le vecteur d’états de la dynamique désirée \dot{y}_{des} . Parmi différentes approches, une dynamique proportionnelle (P) peut être utilisée en combinaison avec une action proportionnelle-intégrale (PI) et/ou toute autre dynamique de 2^e ordre ou plus, tant et aussi longtemps qu’un critère puisse définir tous les paramètres nécessaires en fonction de chaque dynamique désirée. Quelques exemples sont illustrés dans ce qui suit.

A.3.1 Dynamique désirée proportionnelle-P

$$\dot{x}_{des}(s) = K_P(x_{ctrl} - x) \quad (\text{A.1})$$

avec s représentant le domaine de Laplace

Ce choix est la fonction dynamique désirée la plus simple exigeant un minimum de calcul puisqu'elle est seulement en fonction d'un gain K_P . Avec cette forme de dynamique désirée, un seul pôle peut être placé.

$$\frac{x}{x_{ctrl}}(s) = \frac{K_P}{s+K_P}$$

pôle $S = -K_P$ (A.2)

A.3.2 Dynamique désirée proportionnelle-intégrale - PI

$$\dot{x}_{des}(s) = K_{PI} \left(\frac{1}{2} x_{ctrl} - x \right) + \frac{K_{PI}^2}{4s} (x_{ctrl} - x)$$
 (A.3)

Avec cette forme de dynamique désirée, un seul pôle peut être placé.

$$\frac{x}{x_{ctrl}}(s) = \frac{\frac{1}{2}K_{PI}}{s+\frac{1}{2}K_{PI}}$$

pôle $S = -\frac{1}{2}K_{PI}$ (A.4)

A.3.3 Dynamique désirée du 2^e ordre

$$\dot{x}_{des}(s) = \frac{K(s+a)}{s^2+bs+c} (x_{ctrl} - x)$$
 (A.5)

Avec cette forme de dynamique désirée, plusieurs pôles et zéros peuvent être placés.

$$\frac{x}{x_{ctrl}}(s) = \frac{K(s+a)}{s^3+bs^2+(c+K)s+Ka}$$
 (A.6)

Dans tous les cas ci-dessus, les fonctions de dynamiques désirées utilisées dans l'inversion de dynamique, permettent le placement de pôles qui peuvent assurer la stabilité globale du système ainsi que les spécifications des performances.

A.4 Le positionnement des propulseurs

Le tableau A.1 fait un sommaire du positionnement des propulseurs ainsi que leur direction de poussée selon le repère $\vec{\mathcal{F}}_B$.

TABLEAU A.1 – Disposition des propulseurs pour le rendez-vous

	Position des propulseurs			Direction de la poussée		
	$\underline{B}_x (m)$	$\underline{B}_y (m)$	$\underline{B}_z (m)$	$\underline{B}_x (m)$	$\underline{B}_y (m)$	$\underline{B}_z (m)$
prop-1	1	1	-1	1	0	0
prop-2	1	1	1	1	0	0
prop-3	1	-1	1	1	0	0
prop-4	1	-1	-1	1	0	0
prop-5	2.52	1	-1	0.5	-0.6124	-0.6124
prop-6	2.52	1	1	0.5	-0.6124	0.6124
prop-7	2.52	-1	1	0.5	0.6124	0.6124
prop-8	2.52	-1	-1	0.5	0.6124	-0.6124
prop-9	1	1	-1	-0.5	-0.6124	-0.6124
prop-10	1	1	1	-0.5	-0.6124	0.6124
prop-11	1	-1	1	-0.5	0.6124	0.6124
prop-12	1	-1	-1	-0.5	0.6124	-0.6124
prop-13	1	0	0	1	0	0

ANNEXE B

COMPLÉMENTS MATHÉMATIQUES

B.1 Mouvement relatif linéarisé de Clohessy-Wiltshire

À partir de l'équation (2.19), il est possible de linéariser la dynamique du mouvement relatif, tout en l'exprimant seulement en fonction du vecteur OM ou du vecteur OS. Cela est fort utile lorsqu'il est impossible de déterminer les composantes vectorielles de chaque engin à arrimer. Le sommaire du développement des équations de la dynamique du mouvement relatif linéarisé de Hill/Clohessy-Wiltshire (CW) est présenté dans cette section. Pour plus d'informations, se référer à l'ouvrage [Vallado et McClain, 2001].

Note : Ce développement rejoint la notation de Kaplan qui utilise un repère identique au repère $\vec{\mathcal{F}}_R$ utilisé dans ce projet. Ce repère diffère légèrement de celui utilisé par Clohessy-Wiltshire qui inverse le \vec{R}_z et le \vec{R}_x et pose le \vec{R}_x selon le sens opposé à la direction du mouvement du satellite. Cette différence entre le repère tournant de Kaplan et celui de Clohessy-Wiltshire se résume par l'utilisation d'un repère tournant $\vec{\mathcal{F}}_{CW}$ qui consiste en une rotation de -90° autour de l'axe \vec{R}_y du repère $\vec{\mathcal{F}}_R$.

À partir de l'équation (2.19),

$$\ddot{\vec{r}}_{rel} = -\frac{\mu}{r_{OS}^3} \vec{r}_{OS} + \frac{\mu}{r_{OM}^3} \vec{r}_{OM} - \vec{f}_{OM}$$

une linéarisation provenant d'une série d'expansion binomiale permet d'exprimer le terme

$$\frac{\vec{r}_{OS}}{r_{OS}^3} = \frac{\vec{r}_{OM} + \vec{r}_{rel}}{r_{OS}^3} \left(1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\vec{r}_{OM} \cdot \vec{r}_{rel}}{r_{OS}^2} \right) + \dots \right)$$

Avec quelques manipulations, et en considérant le repère $\vec{\mathcal{F}}_R$, l'expression de l'équation (2.19) devient :

$$\ddot{\vec{r}}_{rel} = \frac{\mu}{r_{OS}^3} (3x\vec{R}_z - \vec{r}_{rel}) - \vec{f}_{OM} \quad (\text{B.1})$$

L'équation (B.1) représente en fait l'accélération inertielle du OS dans le repère $\vec{\mathcal{F}}_R$ avec la considération que x, y, z sont les composantes du vecteur \vec{r}_{rel} exprimées dans le repère $\vec{\mathcal{F}}_R$ pour des fins de standardisation avec les développements répandus des équations de CW.

En utilisant le principe de Coriolis présenté à l'équation (2.21), le terme $\overset{\infty}{\ddot{\vec{r}}}_{rel}$ vu dans $\vec{\mathcal{F}}_R$ est exprimé en remplaçant le terme $\ddot{\vec{r}}_{rel}$ par le résultat de l'équation (B.1).

$$\overset{\infty}{\ddot{\vec{r}}}_{rel} = \left(\frac{\mu}{r_{OS}^3} (3x\vec{R}_z - \vec{r}_{rel}) - \vec{f}_{OM} \right) - \overset{o}{\vec{\omega}}_R \times \vec{r}_{rel} - 2\overset{o}{\vec{\omega}}_R \times \overset{o}{\dot{\vec{r}}}_{rel} - \overset{o}{\vec{\omega}}_R \times (\overset{o}{\vec{\omega}}_R \times \vec{r}_{rel}) \quad (\text{B.2})$$

Il est possible de décomposer les termes d'accélération angulaire ($\overset{o}{\vec{\omega}}_R \times \vec{r}_{rel}$), de l'effet Coriolis ($\vec{\omega}_R \times \overset{o}{\vec{r}}_{rel}$) et de la force centripète ($\vec{\omega}_R \times (\vec{\omega}_R \times \vec{r}_{rel})$) en effectuant les produits vectoriels pour obtenir :

$$\begin{aligned} \overset{o}{\vec{\omega}}_R \times \vec{r}_{rel} &= \begin{bmatrix} \vec{R}_z & \vec{R}_x & \vec{R}_y \\ 0 & 0 & \dot{\omega} \\ x & y & z \end{bmatrix} = -y\dot{\omega}\vec{R}_z + x\dot{\omega}\vec{R}_x \\ \vec{\omega}_R \times \overset{o}{\vec{r}}_{rel} &= \begin{bmatrix} \vec{R}_z & \vec{R}_x & \vec{R}_y \\ 0 & 0 & \omega \\ \dot{x} & \dot{y} & \dot{z} \end{bmatrix} = -\dot{y}\omega\vec{R}_z + \dot{x}\omega\vec{R}_x \\ \vec{\omega}_R \times (\vec{\omega}_R \times \vec{r}_{rel}) &= \vec{\omega}_R \times \begin{bmatrix} \vec{R}_z & \vec{R}_x & \vec{R}_y \\ 0 & 0 & \omega \\ x & y & z \end{bmatrix} = \vec{\omega}_R \times (-y\omega\vec{R}_z + x\omega\vec{R}_x) \\ \vec{\omega}_R \times [-y\omega\vec{R}_z + x\omega\vec{R}_x] &= \begin{bmatrix} \vec{R}_z & \vec{R}_x & \vec{R}_y \\ 0 & 0 & \omega \\ -y\omega & x\omega & 0 \end{bmatrix} = -x\omega^2\vec{R}_z - y\omega^2\vec{R}_x \end{aligned} \quad (B.3)$$

Ensuite, les développements de l'équation (B.3) sont remplacés dans l'équation (B.2), tout en les regroupant selon les vecteurs directionnels du repère $\vec{\mathcal{F}}_R$. Il est aussi considéré que l'orbite est circulaire afin de simplifier le terme multiplicatif $\frac{\mu}{r_{OS}^3} = \omega^2$.

$$\overset{oo}{\vec{r}}_{rel} = (3\omega^2x + 2\omega\dot{y} + y\dot{\omega})\vec{R}_z + (-2\omega\dot{x} - x\dot{\omega})\vec{R}_x + (-\omega^2z)\vec{R}_y - \vec{f}_{OM} \quad (B.4)$$

La supposition d'une orbite circulaire permet d'annuler la composante $\dot{\omega} = 0$, puisqu'il n'y a pas d'accélération angulaire.

L'équation (B.4) exprimée en composantes devient alors :

$$\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3\omega^2x + 2\omega\dot{y} \\ -2\omega\dot{x} \\ -\omega^2z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} f_{OMIx} \\ f_{OMIy} \\ f_{OMIz} \end{bmatrix} \quad (B.5)$$

L'équation (B.5) représente l'expression du mouvement relatif de deux corps dans un repère tournant selon le développement de Clohessy-Wilthshire, aussi connu sous le nom de Hill, en considérant une orbite circulaire.

B.2 Démonstration d'équivalence entre NDI et FBL

Afin de clarifier les similitudes entre l'approche FBL et NDI, un exemple de modèle de translation d'un corps en orbite est démontré en utilisant les principes du NDI/FBL.

1-Le système non-linéaire en translation :

$$\begin{aligned} \ddot{\underline{r}} + \overbrace{\dot{\underline{\omega}}^{\times} \underline{r}}^{\text{acc. angulaire}} + \overbrace{2\underline{\omega}^{\times} \dot{\underline{r}}}^{\text{coriolis}} + \overbrace{\underline{\omega}^{\times} \underline{\omega}^{\times} \underline{r}}^{\text{centripète}} = \underline{u}(t) \\ \underline{y} = h(\underline{r}) \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

2-Le système simplifié pour le développement NDI :

$$\begin{aligned} \ddot{\underline{r}} = g(\underline{r})\underline{u}(t) - \overbrace{\dot{\underline{\omega}}^{\times} \underline{r} - 2\underline{\omega}^{\times} \dot{\underline{r}} - \underline{\omega}^{\times} \underline{\omega}^{\times} \underline{r}}^{f(\underline{r})} \\ \text{ici } g(\underline{r}) = 1 \\ \text{donc : } \ddot{\underline{r}} = f(\underline{r}) + g(\underline{r})\underline{u}(t) \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

3-Expression de la dynamique désirée :

À partir de $\underline{y} = h(\underline{r})$, définissons que $\ddot{\underline{y}} = h(\ddot{\underline{r}})$ en supposant que h fait le lien entre les états mesurés et la dynamique de sortie. De plus, si la même dynamique désirée est appliquée comme dans l'exemple de translation avec le FBL, le résultat de NDI sera identique à celui du FBL.

$$\begin{aligned} h(\ddot{\underline{r}}) = \ddot{\underline{r}}_{des} - K_2 \dot{\underline{e}} - K_1 \underline{e} \\ \text{considérant ici que } \ddot{\underline{r}}_{des} \text{ correspond à } \ddot{\underline{y}}_{des} \\ \text{donc : } h(\ddot{\underline{r}}) = \ddot{\underline{y}}_{des} - K_2 \dot{\underline{e}} - K_1 \underline{e} \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

4-Détermination de la commande :

À partir de la relation de la dynamique désirée, exprimée dans $h(\ddot{\underline{r}})$ ci-haut, isolons le terme $\underline{u}(t)$ pour déterminer $\underline{u}(t)_{ctrl}$

$$\begin{aligned} \underline{u}(t)_{ctrl} = \frac{h(\ddot{\underline{r}}) - f(\underline{r})}{g(\underline{r})} \\ \text{ce qui donne, une fois } h(\ddot{\underline{r}}), g(\underline{r}) \text{ et } f(\underline{r}) \text{ remplacés :} \\ \underline{u}(t)_{ctrl} = \ddot{\underline{y}}_{des} - K_2 \dot{\underline{e}} - K_1 \underline{e} + \dot{\underline{\omega}}^{\times} \underline{r} + 2\underline{\omega}^{\times} \dot{\underline{r}} + \underline{\omega}^{\times} \underline{\omega}^{\times} \underline{r} \end{aligned} \quad (\text{B.9})$$

B.3 Couple maximum pour manoeuvre optimale

Jan et Chiou [Jan et Chiou, 2004] proposent un algorithme de manoeuvre *Minimum-Time Maneuver with Maximum Torque Applied* permettant de définir un couple maximum à appliquer sur le système. Ce couple (N_{pivot}) permet de minimiser le temps d'exécution d'une manoeuvre d'orientation. Bien que pour le rendez-vous en orbite, la rapidité d'une manoeuvre en orientation ne soit pas un critère essentiel au rendez-vous comme tel, mais peut s'avérer intéressante dans les phases de détection du OS ou encore autre manoeuvre spatiale requérant une commande d'orientation. Un sommaire de cet algorithme, présenté ci-bas, est implanté ensuite dans le logiciel de commande. L'algorithme est présenté dans l'équation (B.10) :

$$\underline{N}_{pivot} = \begin{cases} +v \min_i \left| \frac{N_{sat-i}}{J_i q_{vec-i}} \right| \text{diag}(\underline{J}) q_{vec}, & t \in (0, t_{demi}) \\ -v \min_i \left| \frac{N_{sat-i}}{J_i q_{vec-i}} \right| \text{diag}(\underline{J}) q_{vec}, & t \in (t_{demi}, 2t_{demi}) \end{cases} \quad i = x, y, z \quad (\text{B.10})$$

avec :

- t_{demi} le temps requis pour effectuer la moitié de la manoeuvre
- $q_{vec} = [q_e(1) \ q_e(2) \ q_e(3)]^T$ où $q_e()$ est l'erreur de quaternion
- N_{sat-i} correspond au couple maximum de chaque RW
- $v \in (0, 1)$ afin d'octroyer une marge de couple

Le temps t_{demi} est déterminé à partir de l'erreur de quaternion maximale à chaque instant et du quaternion représentant la demi-manoeuvre d'orientation à partir de l'orientation initiale.

$$\max_i |q_{e-i}(t)| - q_{demi} = \begin{cases} > 0 \ \forall t < t_{demi} \\ < 0 \ \forall t > t_{demi} \end{cases} \quad i = x, y, z \quad (\text{B.11})$$

avec l'erreur de quaternion \underline{q}_e calculée selon l'équation (B.13) et avec le quaternion de demi-manoeuvre

$$q_{demi} = \frac{\max_i |q_{e-i}(0)|}{|\sin(\phi/2)|} \left| \sin\left(\frac{\phi}{4}\right) \right| \quad (\text{B.12})$$

À partir du couple de pivotement déterminé par l'équation (B.10), il s'agit d'implanter une commande SMC tenant compte de la contribution de N_{pivot} , lorsque que $0 < t < 2t_{demi}$.

B.4 Erreur de quaternion

Ce complément mathématique présente les notions du calcul de l'erreur de quaternion. L'ouvrage de [Kuipers, 2002] présente tous les détails relatifs au calcul de l'erreur de quaternion.

Sous la forme générale, l'erreur de quaternion s'exprime comme suit :

$$\underline{q}_e = \begin{bmatrix} \underline{q}_{e0} \\ \underline{q}_{e1} \\ \underline{q}_{e2} \\ \underline{q}_{e3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{q}_e = \text{conj}(\underline{q}_{des}) \times \underline{q} \\ \underline{q}_{des0} & \underline{q}_{des1} & \underline{q}_{des2} & \underline{q}_{des3} \\ -\underline{q}_{des1} & \underline{q}_{des0} & \underline{q}_{des3} & -\underline{q}_{des2} \\ -\underline{q}_{des2} & -\underline{q}_{des3} & \underline{q}_{des0} & \underline{q}_{des1} \\ -\underline{q}_{des3} & \underline{q}_{des2} & -\underline{q}_{des1} & \underline{q}_{des0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{q}_0 \\ \underline{q}_1 \\ \underline{q}_2 \\ \underline{q}_3 \end{bmatrix} \quad (\text{B.13})$$

La dynamique de l'erreur de quaternion est la suivante :

$$\dot{\underline{q}}_e = \begin{bmatrix} \dot{\underline{q}}_{e0} \\ \dot{\underline{q}}_{e1} \\ \dot{\underline{q}}_{e2} \\ \dot{\underline{q}}_{e3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\underline{q}}_{des0} & \dot{\underline{q}}_{des1} & \dot{\underline{q}}_{des2} & \dot{\underline{q}}_{des3} \\ -\dot{\underline{q}}_{des1} & \dot{\underline{q}}_{des0} & \dot{\underline{q}}_{des3} & -\dot{\underline{q}}_{des2} \\ -\dot{\underline{q}}_{des2} & -\dot{\underline{q}}_{des3} & \dot{\underline{q}}_{des0} & \dot{\underline{q}}_{des1} \\ -\dot{\underline{q}}_{des3} & \dot{\underline{q}}_{des2} & -\dot{\underline{q}}_{des1} & \dot{\underline{q}}_{des0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{q}_0 \\ \underline{q}_1 \\ \underline{q}_2 \\ \underline{q}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{q}_{des0} & \underline{q}_{des1} & \underline{q}_{des2} & \underline{q}_{des3} \\ -\underline{q}_{des1} & \underline{q}_{des0} & \underline{q}_{des3} & -\underline{q}_{des2} \\ -\underline{q}_{des2} & -\underline{q}_{des3} & \underline{q}_{des0} & \underline{q}_{des1} \\ -\underline{q}_{des3} & \underline{q}_{des2} & -\underline{q}_{des1} & \underline{q}_{des0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\underline{q}}_0 \\ \dot{\underline{q}}_1 \\ \dot{\underline{q}}_2 \\ \dot{\underline{q}}_3 \end{bmatrix} \quad (\text{B.14})$$

Cependant, lorsque les angles sont considérés petits, l'équation de l'erreur de quaternion peut aussi prendre la forme suivante :

$$\underline{q}_e = \underline{q}_{des} - \underline{q} \quad (\text{B.15})$$

Cette approximation pour de petits angles permet aussi de définir la dynamique de quaternion comme suit, en remplacement de l'équation (2.15).

$$\begin{aligned} \dot{\underline{q}} &= \underline{Q}\omega_B \\ &\text{devient} \\ \dot{\underline{q}} &= 2\underline{\omega} \end{aligned} \quad (\text{B.16})$$

Références

- AARON, J., BACON, B. J. (1999). *Force and moment approach for achievable dynamics using nonlinear dynamic inversion*. Proceedings of the AIAA Astrodynamics Conference : AIAA-99-4001, NASA Langley Research Center, Hampton.
- ADLER, M. (1999). *Mars sample return mission scenario*. CNES's - Mars Exploration Program and Sample Return Missions, Paris, France.
- BALAS, J., GARNARD, L. (1992). *Robust dynamic inversion control laws for aircraft control*. Proceedings of the AIAA Astrodynamics Conference : AIAA-92-4329-CP.
- BANG, H. (2002). *Nonlinear momentum transfer control of spacecraft with feedback linearization*. Journal of Spacecraft and Rockets, volume 39, numéro 6, pages 866–873.
- BHARADWAJ, S. (1998). *Entry trajectory tracking law via feedback linearization*. Journal of Guidance, Control and Dynamics, volume 21, numéro 5, pages 726–732.
- BUFFINGTON, J. M., B. SHTESSEL, Y. (1998). *Saturation protection for feedback linearizable systems*. Proceedings of the American Control Conference, pages 1028–1032.
- CHAD, W. S., ROBERT, W. M. (2006). *Intermediate rendezvous : A mars sample return strategy*. 2006 AAS/AIAA SpaceFlight Mechanics Meeting.
- CLOHESSY, W., WHILTSHIRE, R. (1960). *Terminal guidance system for satellite rendezvous*. Journal of Aerospace Sciences, volume 27, numéro 9, pages 653–658.
- CREASY, R. (October 2001). *Project for on-board autonomy : Proba an esa technological microsat mission to demonstrate autonomous spacecraft operations*. Workshop on On-Board Autonomy, Noordwijk, The Netherlands.
- DA COSTA, R., CHU, Q., MULDER, J. (2003). *Re-entry flight controller design using nonlinear dynamic inversion*. Journal of Spacecraft and Rockets, volume 40, numéro 1, pages 64–71.
- DE LAFONTAINE, J. (2000). *Modélisation et commandes multivariables*. Notes de cours de maîtrise, Université de Sherbrooke.
- DE LAFONTAINE, J., LAFLEUR, J.-R., JEAN, I. (February 2003). *In-flight performance and calibration of the autonomous minisatellite proba*. AAS-AIAA - 13th Space Flight Conference, Ponce, Puerto Rico.
- DE LAFONTAINE, J., VUILLEUMIER, P., DEN BRAEMBUSSCHE, P. V. (August 1999). *Autonomous control of the proba spacecraft*. AAS-AIAA - Astrodynamics Specialist Conference, Girdwood, Alaska.
- DRAKUNOV, S., UTKIN, V. (1995). *Sliding mode observers tutorial*. Proceedings of the 34th Conference on Decision and Control, pages 3376–3378.
- GEORGIE, J., VALASEK, J. (2001). *Selection of desired dynamics for dynamic inversion controlled re-entry vehicle*. Proceedings of the AIAA GN and Control Conference : AIAA-2001-4380.
- GOODMAN, J. L. (2006). *History of space shuttle rendezvous and proximity operations*. Journal of Spacecraft and Rockets, volume 43, numéro 5, pages 944–959.
- GUINN, J. (1999). *Mars sample return navigation : Rendezvous in mars orbit*. International Symposium for Deep Space Communication, Pasadena, California, USA.

- HILL, G. W. (1878). *Research in the lunar theory*. American Journal of Mathematics, volume 1, pages 5–26.
- HUGHES, P. (1986). *Spacecraft attitude dynamics*. John Wiley and Sons Inc.
- JAN, Y., CHIOU, J. (2004). *Minimum-time spacecraft maneuver using sliding mode control*. Acta Astronautica, volume 54, numéro 7, pages 69–75.
- JUN, X., MINGLIAN, Z., YOULIAN, L. (1997). *Nonlinear dynamic inversion control with adaptive compensation for flight control system*. Chinese Journal of Aeronautics, volume 10, numéro 3.
- KLUEVER, C. A. (1999). *Feedback control for spacecraft rendezvous and docking*. Journal of Guidance, Control, and Dynamic, volume 2, pages 609–611.
- KRON, A. (December 2003). *Conception de lois de commandes fly-by-wire robuste pour avions de transport civil dont la structure est considérée flexible*. Thèse de doctorat, Université de Sherbrooke, Sherbrooke, Canada.
- KUIPERS, J. B. (2002). *Quaternions and rotation sequences*. Princetown University Press, 371 pages.
- LEE, S. (1996). *Fixed-time, finite-torque attitude maneuvers of satellites using sliding mode control*. Journal of Space Technology, volume 16, numéro 5/6, pages 323–329.
- LEE, S., J.E.COCHRAN (1997). *Orbital maneuvers via feedback linearization and bang-bang control*. Journal of Guidance, Control and Dynamics, volume 20, numéro 1, pages 104–110.
- LIU, D., CHEN, G., SKULSKY, E., WEINSTEIN, S. (2000). *Rendezvous and capture of a martian soil sample in orbit around mars*. Concepts and Approaches for Mars Exploration, Houston, Texas, USA.
- LO, S.-C., CHEN, Y.-P. (1995). *Smooth sliding mode control for spacecraft attitude tracking maneuvers*. Journal of Guidance, Control and Dynamics, volume 18, numéro 6.
- LOOYE, G. (2001). *Design of robust autopilot control laws with nonlinear dynamic inversion*. Automatisierungstechnik, volume 49, numéro 12, pages 523–531.
- MUKUNDAN, R., RAMAKRISHNAN, K. (1995). *A quaternion solution to the pose determination problem for rendezvous and docking simulations*. Journal of Mathematics and Computer in Simulation, volume 39, pages 143–153.
- OBERTO, R. (2002). *Mars sample return, a concept point design by team-x (jpl's advanced project design team)*. IEEE Aerospace Conference 2002.
- OHKAMI, Y., KAWANO, I. (2003). *Autonomous rendezvous and docking by engineering test satellite vii : a challenge of japan in guidance, navigation and control*. Acta Astronautica, volume 53, pages 1–8.
- OZAMA, S., FURUYA, H. (2002). *Feedback linearization technique in variable inertia systems*. Transcripts of Japan Society of Aerospace and Space Science, volume 45, numéro 147, pages 1–9.
- PAPAGEORGIOU, C., GLOVER, K. (2002). *Vibration suppression in flight control with dynamic inversion*. Proceedings of the 15th Triennial World Congress, Barcelona.
- PARK, J.-U., CHOI, K.-H., LEE, S. (1999). *Orbital rendezvous using two-step sliding mode control*. Journal of Aerospace and Technology, volume -, numéro 4, pages 239–245.

- PARRA-VEGA, V., HIRZINGER, G. (2001). *Chattering-free sliding mode control for a class of nonlinear mechanical systems*. International Journal of Robust and Nonlinear Control, volume 11, pages 1161–1178.
- PHILIP, N., ANANTHASAYANAM, M. (2003). *Relative position and attitude estimation and control scheme for final phase of an autonomous docking mission of spacecraft*. Acta Astronautica, volume 52, pages 511–522.
- POLITES, M. E. (1999). *Technology of automated rendezvous and capture in space*. Journal of Spacecraft and Rockets, volume 36, numéro 2, pages 280–291.
- PORTOCK, B., MASE, R., TAYLOR, A. (2000). *Approach navigation challenges for mars sample return*. Astrodynamics Specialist Conference, Denver, CO, USA.
- REZA, R., PARKER, G. (Aug. 4-7 1997). *Control moment gyro based spacecraft attitude control using feedback linearization control technique*. Proceedings of the AAS/AIAA Astrodynamics Conference, Sun Valley, ID.
- RIEDEL, J., GUINN, J., DELPECH, M., DUBOIS, J., GELLER, D., KATCHMAR, P. (2003). *A combined open-loop and autonomous search and rendezvous navigation system for the cnes/nasa mars premier orbiter mission*. AAS Guidance and Control Conference.
- ROBINETT, R., KALAYCIOGLU, S. (1997). *Least square sliding mode control tracking of spacecraft large angle maneuvers*. The Journal of the Astronautical Sciences, volume 45, numéro 4, pages 433–450.
- SCHUMAKER, C. (1999). *adaptive control using dynamic inversion and neural networks*. Proceedings of the AIAA Astrodynamics Conference : AIAA-99-4086, Air Force Research Laboratory, Wright-Patterson Ohio.
- SINGLA, P., SUBBARAO, K., JUNKINS, J. L. (2006). *Adaptive output feedback control for spacecraft rendezvous and docking under measurement uncertainty*. Journal of Guidance, Control and Dynamics, volume 29, numéro 4, pages 892–902.
- SLOTINE, J.-J. E., LI, W. (1991). *Applied nonlinear control*. Prentice Hall.
- TERUI, F. (1999). *Position and attitude control of spacecraft by sliding mode control*. Proceedings of American Control Conference, Philadelphia, Pennsylvania, pages 217–221.
- TOKAT, S., ET AL. (2003). *Design of sliding mode controller with nonlinear time-varying sliding surface*. Transaction of the Institute of Measurement and Control, volume 25, numéro 2, pages 145–162.
- TONG, S., LI, H.-X. (2003). *Fuzzy adaptive sliding-mode control for mimo nonlinear systems*. Journal of IEEE, Fuzzy Systems, volume 11, numéro 3, pages 354–369.
- VALLADO, D. A., MCCLAIN, W. D. (2001). *Fundamentals of astrodynamics and applications 2nd edition*. Microcosm Press, 958 pages.
- WALLACE, R., GAMBER, R., CLARK, B. (1995). *Advanced technology-based low cost mars sample return missions*. IAA International Conference on Low-Cost Planetary Missions.
- WIE, B., WEISS, H., AROPOSTATHIS, A. (1989). *Quaternion feedback regulator for spacecraft eigenaxis rotations*. Journal of Guidance, Control and Dynamics, volume 12, numéro 3, pages 375–380.

- XIONG, Y., SAIF, M. (2002). *Sliding mode observer for nonlinear uncertain systems*. Journal of IEEE, Automatic Control, volume 46, numéro 12, pages 2012–2017.
- YU, X., ZHIHONG, M. (2002). *Fast terminal sliding mode control for nonlinear dynamical systems*. Journal of IEEE, Circuits and Systems, volume 49, numéro 2, pages 261–264.