

Compression en phase et en quadrature dans le bruit de grenaille d'une jonction tunnel

par

Gabriel Gasse

mémoire présenté au département de physique
en vue de l'obtention du grade de maître ès sciences (M.Sc.)

FACULTÉ DES SCIENCES
UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE

Sherbrooke, Québec, Canada, 21 janvier 2014

Le 21 janvier 2014

le jury a accepté le mémoire de Monsieur Gabriel Gasse dans sa version finale.

Membres du jury

Professeur Bertrand Reulet
Directeur de recherche
Département de physique

Professeur René Côté
Membre interne
Département de physique

Professeur Patrick Fournier
Président rapporteur
Département de physique

À ma douce, mes parents, mes amis et mon chien Dirac

Sommaire

L'étude fine des fluctuations de courant dans les petites composantes électroniques est un excellent moyen de tester notre compréhension du transport électronique quantique. Lorsque la fréquence est suffisamment élevée, ce qui est mesuré en laboratoire n'est plus un courant d'électrons mais un champ électromagnétique causé par l'agitation des électrons. Faire un pont entre l'optique en terme de photons et l'électronique quantique est l'objectif dans le laboratoire de Bertrand Reulet. Ce mémoire de maîtrise traite des fluctuations de courant d'une jonction tunnel polarisée en courant et excitée avec une tension alternative dans les micro-ondes. La nouveauté dans ce projet provient du fait que les fluctuations de courant générées par la jonction tunnel ont été mesurées en phase et en quadrature avec l'excitation micro-onde envoyée sur l'échantillon. Il a été démontré qu'il est possible de faire un parallèle entre les fluctuations du courant électrique et l'optique quantique pour arriver à prédire le comportement de ces fluctuations en phase et en quadrature. De plus, la présence d'état comprimé ou «squeezé» sur l'une des quadratures du courant a été mesurée expérimentalement. Les résultats obtenus sont en parfait accord avec la théorie développée.

Remerciements

Je voudrais d'abord remercier mon superviseur de maîtrise Bertrand Reulet qui m'a donné la chance de travailler dans son laboratoire à la fine pointe de la technologie et de m'avoir fait confiance. Ensuite, je voudrais également souligner le travail de l'assistant de laboratoire Christian Lupien qui était toujours présent (en après-midi) pour répondre à nos questions, essayer de régler les problèmes et comprendre les mesures obtenues. Mon travail à également été grandement simplifié par Lafe Spietz qui nous a fourni les échantillons que j'ai utilisés tout au long de ma maîtrise. Il ne faut pas oublier aussi le travail de notre technicien de laboratoire Gabriel Laliberté (Gab Tech) qui m'a aidé à faire les installations du montage expérimental. Puis, j'aimerais remercier mes collègues aux études supérieures et les professeurs à l'université avec qui j'ai eu des discussions très enrichissantes. Finalement, j'aimerais remercier tous les organismes ayant fourni des fonds pour mener cette recherche : la chaire d'excellence en recherche du Canada (CERC), le conseil de recherches en sciences naturelles et en génie du Canada (CRSNG), le ministère du développement économique, de l'innovation et de l'exportation (MDEIE) et l'institut transdisciplinaire de l'information quantique (INTRIQ), le fonds québécois de la recherche sur la nature et les technologies (FRQNT) et la fondation canadienne pour l'innovation (FCI).

Table des matières

Sommaire	iv
Table des matières	vi
Liste des figures	ix
Introduction	1
La physique mésoscopique	1
Transport électronique et fluctuations	1
1 Théorie : l'état de l'art	4
1.1 Matrice de diffusion	4
1.2 Opérateurs de champ	6
1.3 Opérateur courant	6
1.4 Courant moyen	8
1.5 Densité spectrale	9
1.6 Limites et retour aux résultats classiques	11
1.6.1 Bruit thermique	11
1.6.2 Bruit de grenaille	12
1.6.3 Bruit du vide	12
1.7 Effet d'une excitation CA	13
1.8 Oscillations quantique dans le bruit de grenaille	15
1.9 Susceptibilité du bruit	16
1.10 Résumé	16
2 Problématique	18
2.1 Objectifs	18

2.2	Compression	18
2.3	Utilités de la lumière comprimée	19
2.4	Pourquoi utiliser une jonction tunnel?	20
3	Théorie : quadratures et compression	21
3.1	Incertitude et fluctuations	21
3.2	Fluctuations du vide	23
3.3	Opérateur de quadrature du courant	23
3.4	Optimisation de la compression	25
3.5	Modèle simple de l'émergence de la compression	28
4	Montage expérimental	30
4.1	Détection du bruit	30
4.2	Bande passante	31
4.2.1	Conséquences	31
4.3	Polarisation CC de l'échantillon	32
4.4	Polarisation CA de l'échantillon	32
4.5	Température électronique	33
4.6	Détection en phase et en quadrature	35
4.7	Description du montage	36
4.8	Procédure expérimentale	38
4.8.1	Mesure de la résistance à froid	38
4.8.2	Mesure des fluctuations sans excitation	38
4.8.3	Mesure des fluctuations avec excitation	38
4.8.4	Trouver l'amplitude V_{ac} optimale	39
5	Résultats et analyses	41
5.1	Bruit autour de 7.2 GHz avec excitation à 14.4 GHz : cas où $\omega_0 = 2\omega$	41
5.1.1	Sans excitation	41
5.1.2	Sans synchronisation entre la source de détection et la source d'excitation	43
5.1.3	Avec synchronisation entre la source de détection et la source d'excitation	46
5.2	Bruit autour de 7.2 GHz avec excitation à 7.2 GHz : cas où $\omega_0 = \omega$	48
5.2.1	Sans excitation	48

5.2.2	Sans synchronisation entre la source de détection et la source d'excitation	50
5.2.3	Mesures avec synchronisation entre la source de détection et la source d'excitation	52
5.3	Perspective	53
5.3.1	Peut-on faire mieux?	53
5.3.2	Existence de d'autres états quantiques?	54
Conclusion		55
Annexe A		56
A.1	Calcul de la densité spectrale	56
A.2	Calcul de l'effet d'une excitation CA	61
A.3	Calcul du commutateur entre A et B	62
A.4	Calcul de α	63
A.4.1	Dans le cas $p = 1$	63
A.4.2	Dans le cas $p = 2$	64
Annexe B		66
B.1	Mesure des oscillations quantiques dans le bruit de grenaille	66
B.1.1	Montage	66
B.1.2	Résultats	68
B.2	Augmentation de la température des électrons en fonction de l'amplitude de l'excitation CA	70
Bibliographie		73

Liste des figures

1	Signal bruyant	2
1.1	Région mésoscopique	4
1.2	Exemples de la densité spectrale d'une jonction tunnel à différentes fréquences	11
1.3	Exemples de la densité spectrale à fréquence nulle d'une jonction tunnel excitée	14
1.4	Oscillation de l'excédent de bruit pour différentes formes de pulses	15
2.1	État du vide versus état compressé	19
3.1	Optimisation des paramètres pour $\omega_0 = 2\omega$	27
3.2	Optimisation de l'amplitude V_{dc} pour $\omega_0 = \omega$	28
4.1	Détection du bruit avec une diode	30
4.2	Bande passante et filtres	31
4.3	Polarisation CC via un « bias tee »	32
4.4	Schéma d'un coupleur directionnel	33
4.5	Polarisation CA via un coupleur directionnel	34
4.6	Schéma d'un circulateur	35
4.7	Schéma du mixeur IQ	36
4.8	Schéma du montage expérimental	37
4.9	Bruit en fonction de l'amplitude CA de la source	40
5.1	Voltage en sortie de la diode en phase et en quadrature sans excitation CA en fonction du voltage CC sur la jonction	42
5.2	Température de bruit de la jonction tunnel autour de 7.2 GHz sans excitation en fonction du voltage CC sur l'échantillon	43

5.3	Voltage en sortie de la diode en phase et en quadrature sans excitation CA et avec excitation CA à 14.4 GHz (sans synchronisation) en fonction du voltage CC sur la jonction	44
5.4	Température de bruit de la jonction tunnel autour de 7.2 GHz sans excitation et avec excitation à 14.4 GHz (sans synchronisation) en fonction du voltage sur l'échantillon	45
5.5	Voltage en sortie de la diode en phase et en quadrature en fonction du voltage sur la jonction, sans excitation et avec excitation CA à 14.4 GHz (sans et avec synchronisation)	46
5.6	Température de bruit de la jonction tunnel autour de 7.2 GHz sans excitation et avec excitation à 14.4 GHz (sans et avec synchronisation) en fonction du voltage sur l'échantillon	47
5.7	Voltage en sortie de la diode en phase et en quadrature sans excitation CA en fonction du voltage CC sur la jonction	49
5.8	Température de bruit de la jonction tunnel autour de 7.2 GHz sans excitation en fonction du voltage CC sur l'échantillon (2)	49
5.9	Voltage en sortie de la diode en phase et en quadrature sans excitation CA et avec excitation CA à 7.2 GHz (sans synchronisation) en fonction du voltage CC sur la jonction	50
5.10	Température de bruit de la jonction tunnel autour de 7.2 GHz sans excitation et avec une excitation à 7.2 GHz (sans synchronisation) en fonction du voltage sur l'échantillon	51
5.11	Voltage en sortie de la diode en phase et en quadrature en fonction du voltage sur la jonction, sans excitation et avec excitation CA à 7.2 GHz (sans et avec synchronisation)	52
5.12	Température de bruit de la jonction tunnel autour de 7.2 GHz sans excitation et avec une excitation à 14.4 GHz (sans et avec synchronisation) en fonction du voltage sur l'échantillon	53
B.1	Schéma du montage pour la mesure des oscillations	67
B.2	Mesures de $\tilde{S} - S$ avec l'amplificateur synchrone	67
B.3	Température de bruit en fonction de V_{dc} pour différents V_{ac}	68
B.4	Température de bruit en fonction de V_{ac} avec $V_{dc} = \hbar\omega/2e$	69
B.5	Mesures des oscillations de l'excédent de bruit	70

B.6 Température des électrons en fonction de l'amplitude CA 71

Introduction

La physique mésoscopique

La physique mésoscopique est un sous-domaine de la physique de la matière condensée relativement récent (environ 1980) qui se concentre sur l'étude des objets se trouvant entre le monde quantique et le monde classique : c'est-à-dire, des objets dont la grosseur est tout juste suffisante pour être observée au microscope (typiquement autour de 100 à 1000 nanomètres). Ce domaine est très intéressant puisque jusqu'à maintenant la physique explique très bien les phénomènes classiques et quantiques. Cependant, le passage d'un régime à l'autre est moins bien compris.

Le meilleur exemple pour comprendre l'enjeu de la physique mésoscopique est de regarder la conductance CC (courant continu) $G = R^{-1}$ d'un conducteur

$$G = \frac{\sigma A}{L}, \quad (1)$$

où σ est la conductivité, A l'aire et L sa longueur. Ce résultat complètement classique reste-t-il vrai quand les dimensions diminuent ? La réponse est non. Lorsque $L \rightarrow 0$ de l'ordre de quelques atomes, il faut tenir compte de la mécanique quantique et de la nature ondulatoire des électrons. Bref, il existe de très bons ouvrages traitant de la physique mésoscopique dans son ensemble [1]. Toutefois, dans ce mémoire, on se limite aux questions sur le transport électronique et ses fluctuations.

Transport électronique et fluctuations

La manière la plus simple de caractériser les propriétés de transport d'un objet mésoscopique serait de mesurer le courant en fonction d'un voltage appliqué aux bornes du conducteur afin d'avoir la caractéristique $I(V)$. Une autre expérience serait de re-

garder la dynamique du composant en mesurant $G(\omega_0)$, c'est-à-dire, en appliquant une différence de potentiel $V(t) = V_{dc} + V_{ac} \cos(\omega_0 t)$ et en mesurant le courant à la même fréquence ω_0 . Une autre direction intéressante consiste à regarder le comportement des fluctuations du courant.

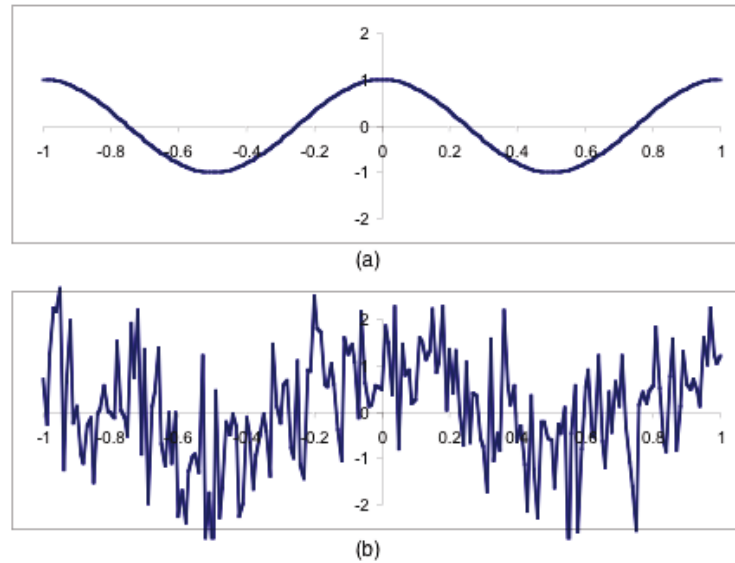


FIGURE 1 – En a), un signal sans bruit. En b) un signal très bruyant difficile à analyser.

Les fluctuations (ou « le bruit ») sont généralement perçues comme une nuisance puisqu'elles peuvent venir camoufler un signal que l'on tente de mesurer (voir figure 1). Cependant, en 1998, un article de Laudauer [2] ayant comme titre « The noise is the signal! » a changé notre façon de voir les choses. En bref, il explique que la mesure des fluctuations elles-mêmes peut nous apporter davantage d'informations que de simplement mesurer une valeur moyenne. La compréhension de la dynamique d'un composant peut se faire via la compréhension de ses fluctuations. Le meilleur exemple est l'utilisation des mesures des fluctuations qui sont causées par le fait que le courant électrique n'est pas continu mais constitué de porteurs de charge (bruit de grenaille). Donc, en regardant les fluctuations en fonction du courant, il a été possible de déterminer la valeur de la charge effective dans l'effet Hall fractionnaire [3]. Les mesures de bruit de grenaille servent également à faire une mesure absolue de la température des électrons dans les échantillons [4]. De plus, mieux comprendre les mécanismes responsables de ces fluctuations permet de trouver des moyens de minimiser leur impact.

C'est avec le formalisme de Landauer-Büttiker, présenté dans le chapitre 1, qu'il est possible de faire des prédictions théoriques sur les mesures de fluctuation de courant. Il

existe déjà dans la littérature plusieurs expériences de transport qui traitent de façons théorique et expérimentale les fluctuations dans différents systèmes mésoscopiques (points quantiques, fils balistiques, jonctions tunnel) [5–8]. L'étude du bruit photo-assisté telle qu'effectuée dans ses travaux (excitation micro-onde) n'est pas nouvelle. Il y a également eu des travaux réalisés avec des excitations autres que sinusoïdales [9–12] et avec des excitations non-périodiques [13, 14]. Cette recherche se distingue des autres puisqu'il s'agit de la première fois que l'on s'intéresse au bruit en phase et en quadrature avec l'excitation CA (courant alternatif). En utilisant une détection sensible à la phase, on peut s'attendre à des comportements différents sur chaque quadrature du bruit. En effet, ces travaux ont montré qu'il est possible d'obtenir un état comprimé : c'est-à-dire que les fluctuations sur une quadrature soient plus faibles que dans le vide [15]. Ces types d'états sont très intéressants et sont expliqués en détail au chapitre 3. Les différents chapitres de ce mémoire sont un rappel de la théorie, une description précise des objectifs de cette recherche, la théorie sur le courant en phase et en quadrature développée afin de faire des prédictions, une description du montage utilisé, l'analyse des résultats obtenus et finalement une conclusion présentant de bonnes directions à prendre pour continuer d'approfondir le sujet.

Chapitre 1

Théorie : l'état de l'art

L'objectif dans ce chapitre est de faire un rappel de la théorie du transport dans un conducteur mésoscopique (formalisme de Landauer-Büttiker) et de présenter les équations qui régissent le bruit dans une jonction tunnel. Tout d'abord l'équation quantique du courant est démontrée pour ensuite passer aux notions de densité spectrale et de bruit photo-assisté. Une bonne partie de ce travail est basé sur une revue de la littérature sur le bruit de grenaille [16].

1.1 Matrice de diffusion

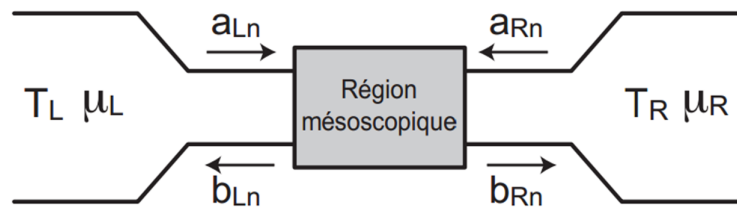


FIGURE 1.1 – Représentation schématique d'une région mésoscopique avec deux contacts sans réflexion de température $T_{L,R}$ et potentiel chimique $\mu_{L,R}$.

L'analyse du transport dans une composante mésoscopique ne doit pas se limiter à la région dite mésoscopique. La présence des contacts est inévitable ainsi que le rôle qu'ils jouent dans le transport. Les contacts agissent sur les électrons exactement comme un corps noir sur les photons. Un photon qui entre en contact avec un corps noir est absorbé

et réémis suivant la statistique de Bose-Einstein avec une température fixée. Pour un électron arrivant dans un contact (ou réservoir), il sera également absorbé et réémis, mais suivant la fonction de Fermi-Dirac avec le potentiel chimique et la température du contact. En se référant à la figure 1.1, on voit que la fonction de distribution dans les contacts sera donnée par la fonction de Fermi-Dirac :

$$f_\alpha = [\exp[(E - \mu_\alpha)/k_B T_\alpha] + 1]^{-1}, \quad \alpha = L, R. \quad (1.1)$$

L'indice α est utilisé pour représenter le contact gauche (L) ou droit (R), μ pour le potentiel chimique et T pour la température. De plus, on voit sur la figure 1.1, l'introduction des opérateurs de création ($a_\alpha^\dagger, b_\alpha^\dagger$) et d'annihilation (a_α, b_α) d'électrons. Les opérateurs a correspondent aux états entrants dans la région mésoscopique et les opérateurs b aux états sortants. Le lien entre les électrons entrants et ceux sortants se fait à partir de la matrice de diffusion s ,

$$\begin{pmatrix} b_{L1} \\ \dots \\ b_{LN_L} \\ b_{R1} \\ \dots \\ b_{RN_R} \end{pmatrix} = s \begin{pmatrix} a_{L1} \\ \dots \\ a_{LN_L} \\ a_{R1} \\ \dots \\ a_{RN_R} \end{pmatrix}, \quad (1.2)$$

où N_L et N_R sont respectivement le nombre de canaux à gauche et à droite. On voit que la matrice de diffusion aura une structure diagonale par blocs de la forme,

$$s = \begin{pmatrix} r & t' \\ t & r' \end{pmatrix}. \quad (1.3)$$

Ici le bloc r est de dimension $N_L \times N_L$, le bloc r' est de dimension $N_R \times N_R$, le bloc t est de dimension $N_R \times N_L$ et le bloc t' est de dimension $N_L \times N_R$. Les éléments de la matrice de diffusion sont les amplitudes de transmission t et les amplitudes de réflexion r .

1.2 Opérateurs de champ

Afin de faire le calcul quantique du courant, nous avons besoin de définir les opérateurs de champ. Pour ce faire, on suppose que l'on peut écrire la fonction d'onde en une partie longitudinale (z) et une partie transversale (x, y ou r_\perp). Dans la composante longitudinale, l'électron est décrit par une onde plane de vecteur d'onde k_l et donc d'énergie $E_l = \hbar^2 k_l^2 / 2m$. Dans sa composante transverse, la fonction d'onde χ_n est confinée et prendra différentes valeurs discrètes n et l'énergie associée sera $E_{\alpha,n}$ (qui dépend de quel côté on se trouve de la jonction). L'énergie totale d'un électron s'écrit donc $E = E_l + E_{\alpha,n}$. Les différentes valeurs de n correspondent à différents canaux de conduction.

Dans le contact de gauche, on peut écrire l'opérateur de champ de création $\hat{\Psi}_L^\dagger$ et d'annihilation $\hat{\Psi}_L$,

$$\hat{\Psi}_L(\mathbf{r}, t) = \int dE e^{-iEt/\hbar} \sum_{n=1}^{N_L(E)} \frac{\chi_{Ln}(r_\perp)}{(2\pi\hbar\nu_{Ln})^{1/2}} [a_{Ln} e^{ik_{Ln}z} + b_{Ln} e^{-ik_{Ln}z}] \quad (1.4)$$

et

$$\hat{\Psi}_L^\dagger(\mathbf{r}, t) = \int dE e^{iEt/\hbar} \sum_{n=1}^{N_L(E)} \frac{\chi_{Ln}^*(r_\perp)}{(2\pi\hbar\nu_{Ln})^{1/2}} [a_{Ln}^\dagger e^{-ik_{Ln}z} + b_{Ln}^\dagger e^{ik_{Ln}z}], \quad (1.5)$$

où $\nu_n(E) = \hbar k_{Ln} / m$ est la vitesse des porteurs. En bref, l'opérateur de champ a une composante transverse χ_n qui dépend du canal que l'électron emprunte et une composante longitudinale qui correspond à une somme sur les canaux n d'ondes planes de vecteur d'onde $k_{l,n}$.

1.3 Opérateur courant

L'opérateur courant est dérivé à partir de l'expression standard du courant de probabilité en mécanique quantique,

$$\hat{I}_L(t) = \frac{\hbar e}{2im} \int dr_\perp \left[\hat{\Psi}_L^\dagger(\mathbf{r}, t) \frac{\partial}{\partial z} \hat{\Psi}_L(\mathbf{r}, t) - \left(\frac{\partial}{\partial z} \hat{\Psi}_L^\dagger(\mathbf{r}, t) \right) \hat{\Psi}_L(\mathbf{r}, t) \right]. \quad (1.6)$$

En utilisant les expressions de $\hat{\Psi}_L$ et $\hat{\Psi}_L^\dagger$ (équations 1.4,1.5) et avec un peu d'algèbre, on obtient l'expression

$$\begin{aligned}
\hat{I}_L(z, t) = & \frac{e}{4\pi\hbar} \sum_n \int dE dE' e^{i(E-E')t/\hbar} \frac{1}{\sqrt{\nu_{Ln}(E)\nu_{Ln}(E')}} \left(\left[\nu_{Ln}(E) + \nu_{Ln}(E') \right] \right. \\
& \left[e^{i(k_{Ln}(E')-k_{Ln}(E))z} a_{Ln}^\dagger(E) a_{Ln}(E') \right. \\
& \left. \left. - e^{i(k_{Ln}(E)-k_{Ln}(E'))z} b_{Ln}^\dagger(E) b_{Ln}(E') \right] \right. \\
& \left. + \left[\nu_{Ln}(E) - \nu_{Ln}(E') \right] \left[e^{-i(k_{Ln}(E)-k_{Ln}(E'))z} a_{Ln}^\dagger(E) b_{Ln}(E') \right. \right. \\
& \left. \left. - e^{i(k_{Ln}(E)+k_{Ln}(E'))z} b_{Ln}^\dagger(E) a_{Ln}(E') \right] \right). \tag{1.7}
\end{aligned}$$

Cette dernière expression peut être simplifiée si l'on prend en compte que pour tout observable (courant moyen, moments, distribution de courant) les énergies E et E' sont toujours très rapprochées l'une de l'autre ou coïncident. Comme la vitesse des porteurs est une quantité qui varie lentement avec l'énergie (de l'ordre de l'énergie de Fermi), on peut supposer que $\nu_{Ln}(E) \approx \nu_{Ln}(E')$ (ainsi que $k_{Ln}(E) \approx k_{Ln}(E')$). L'équation 1.7 prend donc une forme beaucoup plus simple,

$$\hat{I}_L(t) \cong \frac{e}{2\pi\hbar} \sum_n \int dE dE' e^{i(E-E')t/\hbar} [a_{Ln}^\dagger(E) a_{Ln}(E') - b_{Ln}^\dagger(E) b_{Ln}(E')]. \tag{1.8}$$

Cette équation peut se comprendre intuitivement puisque $(a_{Ln}^\dagger(E) a_{Ln})$ est l'opérateur qui donne le nombre d'électrons du contact gauche qui entrent dans la région mésoscopique alors que l'opérateur $(b_{Ln}^\dagger(E) b_{Ln}(E'))$ donne le nombre d'électrons sortants. Une fois intégrée sur les énergie et sommée sur les différents canaux, cette équation donne bien un courant. La prochaine étape consiste à réécrire cette équation, mais seulement en fonction des opérateurs a et a^\dagger en utilisant la matrice de diffusion (équation 1.2),

$$\hat{I}_L(t) = \frac{e}{2\pi\hbar} \sum_{\alpha\beta=L,R} \sum_{mn} \int dE dE' e^{i(E-E')t/\hbar} a_{\alpha m}^\dagger(E) A_{\alpha\beta}^{mn}(L; E, E') a_{\beta n}(E'). \tag{1.9}$$

Ici, les indices α et β représentent les contacts L et R. Les indices n et m réfèrent aux différents canaux. La matrice A est définie comme

$$A_{\alpha\beta}^{mn}(L; E, E') = \delta_{nm}\delta_{\alpha L}\delta_{\beta L} - \sum_k s_{L\alpha;mk}^\dagger(E) s_{L\beta;kn}(E'). \quad (1.10)$$

L'élément de matrice $s_{L\alpha;mk}$ est celui qui relie b_{Lm} à $a_{\alpha k}$ à partir des équations 1.2 et 1.3. Dans le cas d'une jonction tunnel, il est possible de simplifier davantage l'expression du courant en sommant de manière implicite sur les canaux (supposant une moyenne sur les différents canaux),

$$\begin{aligned} \hat{I}_L(t) = & \frac{e}{2\pi\hbar} \int dE dE' e^{i(E-E')t/\hbar} \\ & ((1 - r^*(E)r(E'))a_L^\dagger(E)a_L(E') - r^*(E)t(E')a_L^\dagger(E)a_R(E') \\ & - t^*(E)r(E')a_L^\dagger(E)a_L(E') - t^*(E)t(E')a_R^\dagger(E)a_R(E')). \end{aligned} \quad (1.11)$$

On doit maintenant prendre la transformée de Fourier de cette équation pour obtenir la composante de Fourier du courant,

$$\begin{aligned} \hat{I}(\omega) = & \frac{e}{\hbar} \int dE [(1 - r^*(E)r(E + \hbar\omega))a_L^\dagger(E)a_L(E + \hbar\omega) \\ & - r^*(E)t(E + \hbar\omega)a_L^\dagger(E)a_R(E + \hbar\omega) \\ & - t^*(E)r(E + \hbar\omega)a_R^\dagger(E)a_L(E + \hbar\omega) \\ & - t^*(E)t(E + \hbar\omega)a_R^\dagger(E)a_R(E + \hbar\omega)]. \end{aligned} \quad (1.12)$$

Ici, $t(E)$ et $r(E)$ sont les amplitudes de transmission et de réflexion de la matrice de diffusion s . Cette dernière équation est à la base de tous les calculs quantiques de corrélation entre les composantes de Fourier du courant.

1.4 Courant moyen

Une première quantité à laquelle on peut s'intéresser est le courant moyen $\langle I(\omega) \rangle$. On sait que $\langle a_{L,R}^\dagger(E)a_{L,R}(E + \hbar\omega) \rangle = f_{L,R}\delta(E - (E + \hbar\omega))$ avec $f_{L,R}$ la fonction de Fermi-Dirac du contact gauche ou droit. En regardant l'équation 1.12 on observe que seuls les premier et dernier termes contribueront au courant moyen. De plus, on remarque que l'on doit avoir la condition $\omega = 0$ ce qui signifie que seulement le courant CC contribue au courant moyen. En utilisant la probabilité qu'un électron soit transmis

$\tau(E) = t^*(E)t(E) = 1 - r^*(E)r(E)$ on retrouve l'équation du courant

$$\langle I(0) \rangle = \frac{\hbar}{e} \int dE \tau(E) [f_L(E) - f_R(E)]. \quad (1.13)$$

Maintenant, il faut supposer que la probabilité de transmission est indépendante de l'énergie. Cette approximation n'est pas justifiable, toutefois elle fonctionne et doit être faite pour chaque calcul quantique du courant. En se plaçant à température nulle, l'intégrale de la différence des fonctions de Fermi-Dirac est égale à l'énergie électrostatique eV . On retrouve donc la loi d'ohm $I = V/R$ avec $R = \tau N_c \hbar / e^2$ (N_c étant le nombre de canaux de conduction).

1.5 Densité spectrale

La manière la plus simple de caractériser les fluctuations est en passant par la densité spectrale $S(\omega)$. Elle représente le carré de l'intensité par hertz d'un signal. On l'exprime généralement à partir des corrélations des composantes de Fourier du courant $\hat{I}(\omega)$.

$$S_+(\omega) = \langle \hat{I}(\omega) \hat{I}(-\omega) \rangle - \langle \hat{I}(\omega) \rangle \langle \hat{I}(-\omega) \rangle. \quad (1.14)$$

Le second terme n'est généralement pas présenté puisqu'il est nul dans tous les cas sauf quand $\omega = 0$ qui correspond au courant moyen.

Toutefois, il faut tenir en compte d'un détail supplémentaire qui est la symétrisation des opérateurs. En mécanique quantique les opérateurs ne commutent pas nécessairement entre eux ($\langle \hat{I}(\omega) \hat{I}(-\omega) \rangle \neq \langle \hat{I}(-\omega) \hat{I}(\omega) \rangle$). En effet, il est possible de démontrer que $[\hat{I}(\omega), \hat{I}(-\omega)] = \hbar\omega/R$. En laboratoire, les appareils de mesure sont classiques et la mesure classique ne peut faire la différence entre ces deux quantités. C'est pourquoi on suppose un opérateur plus général (dit symétrisé) qui correspond simplement à la moyenne des deux opérateurs. De ne pas pouvoir les distinguer revient simplement à dire que l'on ne mesure pas les fluctuations de courant directement, mais avec une constante additionnelle $\hbar\omega/R$ qui correspond aux fluctuations du vide quantique. Les appareils en électronique n'agissent pas comme des détecteurs de photon unique, ils mesurent plutôt le champ électromagnétique et donc ses fluctuations quantiques avec lui.

$$S(\omega) = \frac{1}{2}(S_+(\omega) + S_+(-\omega)) = \frac{1}{2} \left(\langle \hat{I}(\omega) \hat{I}(-\omega) \rangle + \langle \hat{I}(-\omega) \hat{I}(\omega) \rangle \right). \quad (1.15)$$

La résolution de ce calcul peut se faire de différentes manières, l'une d'entre elles est présentée dans l'annexe A.1. On obtient alors :

$$S(\omega) = \frac{e^2}{h} k_B T \left[\tau(1 - \tau) \frac{g(\mathbf{v} - \omega) + g(\mathbf{v} + \omega)}{2} + \tau^2 g(\omega) \right]. \quad (1.16)$$

Dans cette équation $\mathbf{v} = eV/k_B T$, $\omega = \hbar\omega/k_B T$ et $g(x) = x \coth(x/2)$. De plus, T est la température des électrons et $\tau = t^*t$ est la probabilité de transmission d'un électron à travers la région mésoscopique.

Pour arriver à l'équation 1.12, une moyenne sur les canaux a été supposée. Pour en tenir compte, on doit remettre cette somme sur les canaux.

La densité spectrale, de manière plus générale, s'écrit comme

$$S(\omega) = \frac{e^2}{h} k_B T \left[\sum_n \tau_n(1 - \tau_n) \frac{g(\mathbf{v} - \omega) + g(\mathbf{v} + \omega)}{2} + \tau_n^2 g(\omega) \right]. \quad (1.17)$$

Généralement, on utilise le facteur de Fano F pour réécrire cette équation. Ce facteur est défini comme

$$F = \frac{\sum_n \tau_n(1 - \tau_n)}{\sum_n \tau_n}. \quad (1.18)$$

Ainsi,

$$S(\omega) = \frac{k_B T}{R} \left[F \frac{g(\mathbf{v} - \omega) + g(\mathbf{v} + \omega)}{2} + (1 - F)g(\omega) \right] \quad (1.19)$$

où $R = \frac{h}{e^2 \sum_n \tau_n}$ est la définition de la résistance. Si chaque canal a une probabilité de transmission très faible ($T_i \ll 0$) comme dans le cas d'une jonction tunnel alors $F \approx 1$. Dans le cas opposé, lorsque chaque canal a une probabilité unitaire, le facteur de Fano est nul et il s'agit d'un conducteur balistique parfait (sans diffusion). Puisque les travaux présentés ici ont été réalisés à partir d'une jonction avec un facteur de Fano de 1 alors on peut oublier le second terme

$$S(\omega) = \frac{k_B T}{R} \left[\frac{g(\mathbf{v} - \omega) + g(\mathbf{v} + \omega)}{2} \right]. \quad (1.20)$$

La figure 1.2 montre différents graphiques de la densité spectrale en fonction de V_{dc} pour trois fréquences de détection différentes. On constate que d'augmenter la fréquence de détection augmente la hauteur du plateau qui apparaît lorsque quand $|eV_{dc}| < \hbar\omega$. Ce

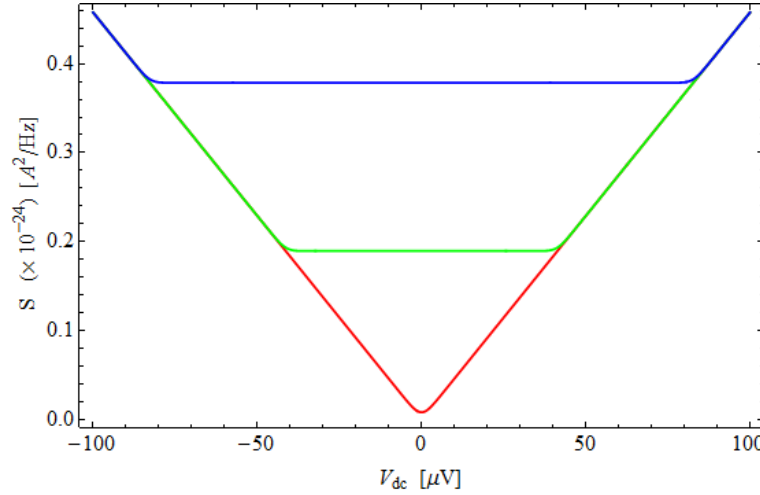


FIGURE 1.2 – Simulations de la densité spectrale d'une jonction tunnel ($R = 70$ Ohms) en fonction de V_{dc} à 10 mK (l'équation 1.20) pour trois fréquences de détection : en rouge $\omega/2\pi = 0$ GHz, en vert $\omega/2\pi = 10$ GHz et en bleu $\omega/2\pi = 20$ GHz

plateau correspond aux fluctuations du vide. La température, quant à elle, a simplement pour effet de venir arrondir la transition entre le plateau et la droite.

1.6 Limites et retour aux résultats classiques

1.6.1 Bruit thermique

À partir de l'équation 1.19 il est possible de retrouver des résultats classiques connus. Par exemple le théorème sur le bruit thermique de Johnson-Nyquist dit que quand $\hbar\omega \ll k_B T$, le bruit à l'équilibre électrostatique devrait être donné par

$$S(\omega) = \frac{2k_B T}{R} \quad (1.21)$$

Lorsque l'on prend l'équation 1.20 et que l'on pose $V = 0$ ($v = 0$) on obtient

$$S(\omega) = \frac{k_B T}{R} \left[F \frac{g(-\omega) + g(\omega)}{2} + g(\omega) - Fg(\omega) \right]. \quad (1.22)$$

Comme la fonction $g(\omega)$ est symétrique, le premier et le troisième terme se simplifient entre eux.

$$S(\omega) = \frac{k_B T}{R} g(\omega) = \frac{\hbar \omega}{R} \coth \left(\frac{\hbar \omega}{2k_B T} \right). \quad (1.23)$$

Ensuite il suffit de prendre la limite classique $k_B T \gg \hbar \omega$ (qui correspond à $\omega \rightarrow 0$) et on trouve que $g(\omega) \approx 2$ ce qui redonne l'équation 1.21.

1.6.2 Bruit de grenaille

Le second exemple est la formule classique du bruit de grenaille ou formule de Schottky qui dit que

$$S(\omega) = Fe|I| \quad (1.24)$$

Pour arriver à la formulation classique, il faut encore une fois partir de l'équation 1.19 mais cette fois-ci avec $eV \gg k_B T \gg \hbar \omega$. Cette fois, la densité spectrale devient

$$S(\omega) = \frac{k_B T}{R} \left[F \frac{g(\mathbf{v}) + g(\mathbf{v})}{2} \right] = \frac{k_B T}{R} [Fg(\mathbf{v})]. \quad (1.25)$$

En réécrivant la définition de $g(\mathbf{v})$, il est possible de simplifier plusieurs termes

$$S(\omega) = \frac{k_B T}{R} \left[F \frac{eV}{k_B T} \coth \left(\frac{eV}{2k_B T} \right) \right] = \frac{FeV}{R} \coth \left(\frac{eV}{2k_B T} \right). \quad (1.26)$$

Lorsque l'on prend $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \coth(x) = \pm 1$ (puisque $eV \gg k_B T$), on obtient l'équation 1.24

$$S(\omega) = \frac{Fe|V|}{R} = Fe|I|. \quad (1.27)$$

1.6.3 Bruit du vide

La troisième limite intéressante est de regarder quand $k_B T \ll \hbar \omega, eV$. Ce cas ne donne pas un résultat classique, mais quantique qui correspond aux fluctuations du vide. Regardons d'abord l'équation 1.19 en développant les définitions de $g(a)$, \mathbf{v} et ω .

$$S(\omega) = \frac{1}{2R} \left[F \left((eV - \hbar \omega) \coth \frac{eV - \hbar \omega}{2k_B T} + (eV + \hbar \omega) \coth \frac{eV + \hbar \omega}{2k_B T} \right) + (1 - F) \hbar \omega \coth \frac{\hbar \omega}{2k_B T} \right] \quad (1.28)$$

Maintenant lorsque la température tend vers une valeur nulle, on voit que les arguments dans les cotangentes hyperboliques tendent vers l'infini. Sachant que

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \coth(x) = 1, \quad (1.29)$$

on trouve

$$S(\omega) = \frac{1}{2R} [F((eV - \hbar\omega) + (eV + \hbar\omega)) + (1 - F)(\hbar\omega)] = \frac{\hbar\omega}{R}. \quad (1.30)$$

On voit avec ce résultat que les plateaux dans les courbes du graphique 1.2 (qui se trouve exactement à $S(\omega) = \hbar\omega/R$) sont dus aux fluctuations du vide.

1.7 Effet d'une excitation CA

Lorsque qu'une excitation CA entre en jeu, le temps de relaxation des électrons dans les contacts devient important : c'est-à-dire le temps qu'un électron prend avant de dissiper l'énergie qu'il reçoit. Lorsque que l'excitation CA a une fréquence plus petite que l'inverse du temps de relaxation (ce qui est le cas actuel), son effet est simplement de déplacer les niveaux de Fermi en suivant de manière adiabatique l'excitation. Dans le cas contraire, la distribution en énergie des électrons s'écarterait de la fonction de Fermi-Dirac. Pour en tenir compte dans les équations, il faut regarder la définition de l'opérateur de création de quasi-particule a [10] et utiliser $V(t) = V_{dc} + V_{ac} \sin(\omega_0 t)$.

$$a = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau dt \exp \left[-i \int_0^t dt' eV(t') \right] e^{i\omega t}. \quad (1.31)$$

Le calcul est détaillé dans l'annexe A.2. En bref, l'effet est simplement de remplacer a_L par \tilde{a}_L dans l'équation 1.12 :

$$a_L(E) \rightarrow \tilde{a}_L(E) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(z) a_L(E + n\hbar\omega). \quad (1.32)$$

Où les J_n sont les fonctions de Bessel de première espèce et $z = eV_{ac}/\hbar\omega_0$.

La densité spectrale en présence d'une excitation sinusoïdale $\tilde{S}(\omega)$ peut être calculée en reprenant le calcul de l'équation 1.15, mais en utilisant \tilde{a}_L dans l'opérateur courant. Il suffit ensuite de refaire chaque étape du calcul puis on trouve pour la densité spectrale d'une jonction tunnel photo-assistée :

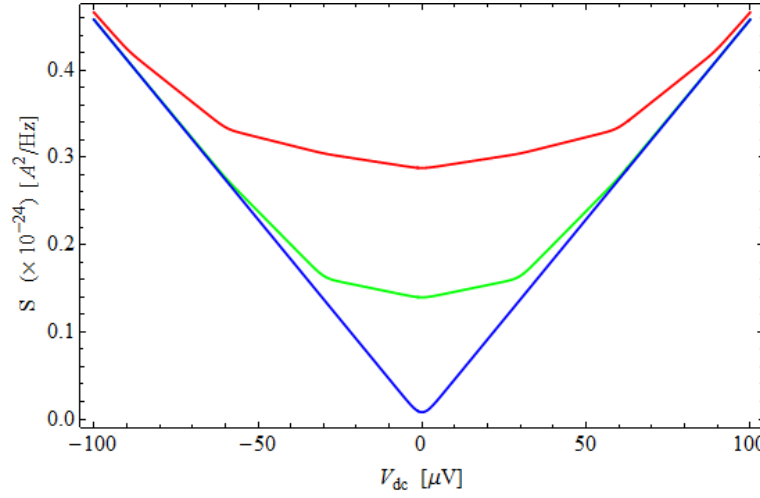


FIGURE 1.3 – Exemples de la densité spectrale d’une jonction tunnel ($R = 70$ Ohms) à fréquence nulle ($\omega/2\pi = 0$) en fonction de V_{dc} à 10 mK pour trois fréquences d’excitation (équation 1.33) : en bleu $\omega_0/2\pi = 0$ GHz, en vert $\omega_0/2\pi = 7.2$ GHz et en rouge $\omega_0/2\pi = 14.4$ GHz

$$\tilde{S}(\omega) = \frac{k_B T}{R} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n^2(z) \left[\frac{g(\nu - \omega + n\omega_0) + g(\nu + \omega + n\omega_0)}{2} \right], \quad (1.33)$$

avec $\omega_0 = \hbar\omega_0/k_B T$.

La figure 1.3 montre l’effet d’une excitation CA sur la densité spectrale à fréquence nulle ($\omega = 0$). Si l’énergie de l’excitation est suffisamment grande devant l’énergie thermique et électrostatique, on voit un changement abrupte dans la pente qui correspond à la possibilité de faire de la conduction photo-assistée dans l’échantillon (similaire à l’émission stimulée du laser). Ce phénomène se produit lorsqu’un photon (excitation micro-onde) arrive sur l’échantillon et que son énergie est aussi grande que l’écart entre les niveaux de Fermi des deux contact $eV = \hbar\omega_0$. Dans ce cas, le photon peut exciter un électron pour faire du transport photo-assisté. Les cassures dans la courbe de la densité spectrale $\tilde{S}(\omega)$ se produisent donc exactement quand $n\hbar\omega_0 = eV$ avec n étant un entier. La courbure des cassures est encore une fois due à la température des électrons dans l’échantillon.

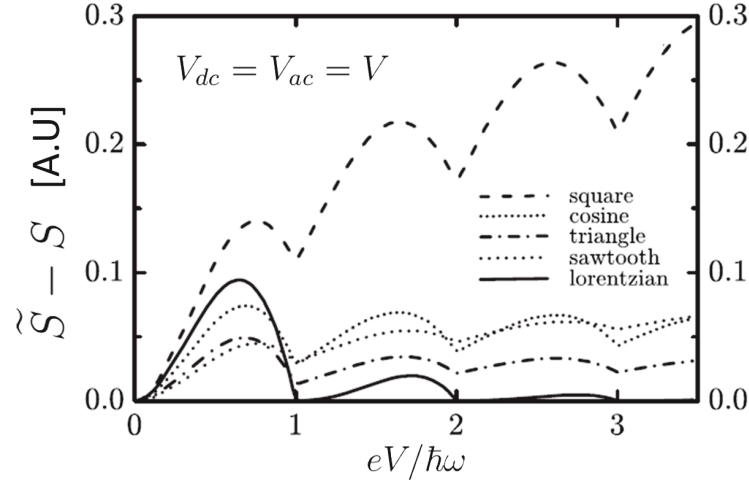


FIGURE 1.4 – Courbe d’excédent de bruit pour différentes formes de pulses². Il est intéressant de constater que les pulses lorentzien sont les seuls qui permettent d’atteindre un bruit ajouté nul quand $eV = \hbar\omega_0$

1.8 Oscillations quantique dans le bruit de grenaille

Il existe un résultat intéressant qui prédit que le bruit à basse fréquence ajouté par une répétition de pulses positifs est oscillant en fonction de l’amplitude des pulses. Ces oscillations prédisent une période de $\hbar\omega_0/e$. La façon la plus simple pour réaliser cette expérience est d’utiliser une excitation de la forme suivante $V(1 + \cos(\omega_0 t))$. L’excédent de bruit correspond alors à la différence entre l’équation 1.33 et l’équation 1.20.

Ces oscillations sont directement liées au fait que la phase de la fonction d’onde des électrons tournent avec l’amplitude des pulses (voir équation 1.31).

L’observation de ces oscillations est difficile puisqu’elles sont de très faible amplitude et correspondent à la différence entre deux grandes quantités. De plus, elle requiert des électrons à très basse température (30 mK), que l’on mesure les fluctuations à basse fréquence ($\hbar\omega \ll k_B T$) et finalement des excitations à très haute fréquence de l’ordre d’une dizaine de gigahertz ($\hbar\omega_0 \gg k_B T$).

La mesure de ces oscillations a également été effectuée durant ma maîtrise [17]. La description du montage ainsi que les résultats obtenus sont présentés dans l’annexe B.1 puisqu’elles n’ont aucun lien direct avec le sujet principal de ce mémoire de maîtrise qui est la compression en phase et en quadrature dans le bruit de grenaille.

1.9 Susceptibilité du bruit

Dans l'article de Bertrand Reulet et Julien Gabelli [8, 18], ils introduisent une nouvelle quantité qu'ils nomment susceptibilité de bruit $X^{(p)}$. Cette quantité représente les modulations du bruit à la fréquence $\omega/2\pi$ causées par une excitation à fréquence $\omega_0/2\pi$.

De manière générale, une excitation CA vient induire des corrélations entre les composantes de Fourier du courant séparées par un multiple entier p de la fréquence d'excitation ω_0 . On peut donc écrire cet effet comme

$$X_+^{(p)}(\omega) = \langle I(\omega)I(p\omega_0 - \omega) \rangle - \langle I(-\omega) \rangle \langle I(p\omega_0 + \omega) \rangle \quad (1.34)$$

$$X^{(p)}(\omega) = \left(X_+^{(p)}(\omega) + X_+^{(-p)}(\omega) + X_+^{(-p)}(-\omega) + X_+^{(p)}(-\omega) \right) / 4. \quad (1.35)$$

On remarque dans cette équation que le cas $p = 0$ est le cas particulier du bruit photo-assisté $X^{(0)} = \tilde{S}$. Dans le cas où $p \neq 0$, $X^{(p)}$ mesure comment le bruit à fréquence ω oscille à $p\omega_0$. C'est pour cette raison que cette quantité est nommée la susceptibilité de bruit. Dans le cas où la fréquence d'excitation est petite, on peut supposer que le bruit arrive à suivre de manière adiabatique ($X^{(p)} = X^{(\pm 1)}$). Cependant, lorsque la fréquence augmente, le bruit ne suit pas instantanément et il faut tenir compte des ordres supérieurs en p . De la même manière que vu précédemment pour la densité spectrale, on peut développer l'expression 1.35 et obtenir la solution générale

$$X^{(p)} = \frac{k_B T}{2R} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(z) J_{n+p}(z) [g(v + \omega + n\omega_0 + (-1)^p g(v - \omega - n\omega_0)]. \quad (1.36)$$

1.10 Résumé

En somme, l'opérateur courant a été dérivé en détail puisqu'il permet par la suite de faire les prédictions pour n'importe quelle corrélation. Ensuite, il a été démontré que la densité spectrale d'une jonction tunnel photo-assistée suivra l'équation 1.33. La figure 1.3 montre l'allure de cette fonction lorsque $\omega = 0$. Si cette valeur devient grande (ce qui est le cas ici), il y a, en plus, l'apparition d'un plateau correspondant aux fluctuations du vide (comme sur la figure 1.2). L'équation de la susceptibilité du bruit tant qu'à elle prendra son importance lorsqu'on s'intéressera aux composantes en phase et en quadrature (plus

de détails au chapitre 3).

Chapitre 2

Problématique

2.1 Objectifs

Les objectifs de ces travaux sont de sonder plus en détails les propriétés du bruit d'une jonction tunnel excitée par une source de courant alternatif (bruit photo-assisté). Comme décrite dans le chapitre 1, la dépendance du bruit photo-assisté est déjà très bien connue et vérifiée expérimentalement. Toutefois, la notion de phase dans le bruit n'est jamais présente. Dans le cas du bruit sans excitation il n'y a aucune raison de parler de phase, mais lorsque l'on excite la jonction tunnel avec une tension alternative, il est raisonnable de se demander si les fluctuations en phase et en quadrature avec ce signal d'excitation sont les mêmes. C'est dans cette direction que la recherche a été orientée.

En comparant les équations présentées dans le chapitre 1 avec les équations d'optique quantique, il a été possible de faire des prédictions sur ce que devrait être l'opérateur du courant en phase et en quadrature. Les détails de cette théorie sont présentés dans le chapitre 3. Le point particulier dans ce calcul, est qu'il prédit la présence de compression à des conditions très particulières pour l'amplitude du courant CC et CA.

2.2 Compression

Un état compressé est un état quantique qui permet de réduire l'incertitude sous le niveau des fluctuations du vide. Lorsque l'on regarde deux grandeurs physiques (ou observables) dites complémentaire A et B , le principe d'incertitude d'Heisenberg dit que le produit des incertitudes ne peut pas être plus petit qu'une certaine valeur. L'exemple le

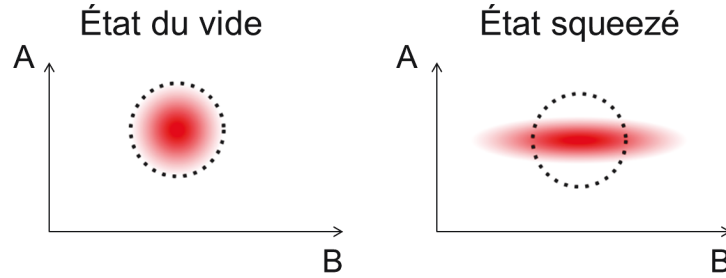


FIGURE 2.1 – Représentation graphique d'un état du vide et d'un état comprimé.

plus connu est la position d'une particule ($A = X$) et sa quantité de mouvement ($B = P$) qui doivent suivre ce principe.

$$\Delta X \Delta P \geq \frac{\hbar}{2} \quad (2.1)$$

Dans le vide, l'incertitude sur chaque quadrature est égale et minimale. On dit qu'un état est comprimé quand l'incertitude de A ou de B diminue (alors que l'autre augmente) et atteint une valeur sous celle du vide (voir figure 2.1).

Il existe plusieurs paires d'observables complémentaires. En fait dans la mécanique quantique, quand deux opérateurs hermitiques (observables) ne commutent pas entre eux, ces variables doivent respecter le principe d'incertitude. L'équation la plus générale est

$$\Delta A \Delta B \geq \frac{1}{2} |\langle [A, B] \rangle| \quad (2.2)$$

Dans ce cas-ci, les opérateurs A et B sont les quadratures du courant. Les incertitudes ΔA et ΔB sont associées aux fluctuations de ces quadratures. Malheureusement il n'existe pas d'expression dans la littérature pour les opérateurs de quadrature du courant. Au chapitre 3, la forme de ces opérateurs a été supposée et les prédictions y étant associées y sont exposées en détail.

2.3 Utilités de la lumière comprimée

Les états comprimés sont principalement utilisés en optique quantique [19] puisque lorsque l'on décompose le champ électrique sur une base orthogonale $\cos \omega t$ et $\sin \omega t$, ces deux quadratures sont des observables qui ne commutent pas entre elles. Il est donc

possible de comprimer la lumière et de travailler seulement avec une composante (celle où le bruit est minimale, sous les fluctuations du vide). Elle est utilisée principalement pour faire des mesures plus précises. Par exemple, on tente actuellement d'utiliser de la lumière comprimée dans des interféromètres dans l'espoir de pouvoir ainsi arriver à détecter les ondes gravitationnelles. La lumière micro-onde comprimée, générée à partir d'amplificateurs paramétriques, est également très étudiée [20,21]. La production d'états comprimés suscite beaucoup d'intérêt dans la communauté scientifique. En circuit, les états comprimés sont principalement utilisés pour l'amplification. Toutefois, on peut s'attendre à ce que les états comprimés aient plusieurs utilités entre autres dans la manipulation de l'information quantique [22, 23]. Le point commun à toutes ces sources de lumière quantique est qu'elle est produite à partir d'effets non-linéaires.

2.4 Pourquoi utiliser une jonction tunnel ?

Il existe plusieurs types d'échantillons mésoscopiques qui auraient pu être choisis pour faire ces mesures. La décision d'utiliser une jonction tunnel est principalement due au fait que les équations théoriques se simplifient grandement puisque le facteur Fano est approximé à 1 (chapitre 1). De plus, la jonction tunnel est une composante très bien connue et facilement reproductible. Cependant, une analyse numérique plus approfondie a également démontré qu'il s'agit du système où la compression est maximale. Physiquement, cela s'explique par le fait que la jonction tunnel est la composante offrant la plus grande non-linéarité (bruit de grenaille le plus pur possible). Il pourrait être intéressant d'envisager des conducteurs un peu plus exotiques, par exemple avec des charges effectives différentes de 1, et de voir l'effet sur les fluctuations.

Chapitre 3

Théorie : quadratures et compression

3.1 Incertitude et fluctuations

Depuis le début, il n'a été question que de mesurer des fluctuations par la densité spectrale $S(\omega)$. Dans le cas de la compression, on parle plutôt d'incertitude qui est donnée par la variance $\Delta i(t)^2$. Il s'agit de la même chose. Supposons que le courant instantané $i(t)$ est donné par la somme d'un courant moyen I plus une fluctuation $\delta i(t)$. Le courant s'écrit donc comme $i(t) = I + \delta i(t)$. La variance s'écrit alors comme

$$\Delta i(t)^2 = \langle \delta i(t) \delta i(t) \rangle. \quad (3.1)$$

La moyenne ici est faite sur un ensemble statistique. En utilisant la définition de la transformée de Fourier, on retombe sur la densité spectrale.

$$\delta i(t) = \int d\omega h_0(\omega) \delta i(\omega) e^{i\omega t}. \quad (3.2)$$

Mathématiquement, la transformée de Fourier va de $-\infty$ à ∞ , mais ceci n'est pas raisonnable physiquement. C'est pourquoi on ajoute une fonction porte $h_0(\omega)$ dans la transformée de Fourier dont l'effet est simplement de définir une bande de fréquence en devenant nulle lorsque la fréquence tend vers l'infini.

La variance s'écrit donc comme :

$$\Delta i(t)^2 = \int \int d\omega d\omega' h_0(\omega) h_0(\omega') \langle \delta i(\omega) \delta i(\omega') e^{i(\omega+\omega')t} \rangle. \quad (3.3)$$

Toutefois, la variance mesurée en laboratoire est également moyennée dans le temps. Il faut donc écrire en toute rigueur :

$$\Delta i(t)^2 = \int \int \int d\omega d\omega' dt h_0(\omega) h_0(\omega') \langle \delta i(\omega) \delta i(\omega') e^{i(\omega+\omega')t} \rangle. \quad (3.4)$$

Sachant que $\int dt e^{i(\omega+\omega')t} = \delta(\omega + \omega')$, on trouve

$$\Delta i(t)^2 = \int \int d\omega d\omega' h_0(\omega) h_0(\omega') \langle \delta i(\omega) \delta i(\omega') \rangle \delta(\omega + \omega'). \quad (3.5)$$

On obtient donc

$$\Delta i(t)^2 = \int d\omega h_0(\omega) h_0(-\omega) \langle \delta i(\omega) \delta i(-\omega) \rangle. \quad (3.6)$$

On utilise ensuite la définition précédente du courant transformée en fréquence $i(\omega) = I(\omega) + \delta i(\omega)$ (la valeur instantanée correspond à une valeur moyenne plus une fluctuation) pour trouver l'équation

$$\Delta i(t)^2 = \int d\omega |h_0(\omega)|^2 \langle i(\omega) i(-\omega) \rangle + \langle I(\omega) I(-\omega) \rangle - \langle I(\omega) i(-\omega) \rangle - \langle i(\omega) I(-\omega) \rangle. \quad (3.7)$$

Cependant, par définition, on a que $\langle i(\omega) \rangle = I(\omega)$. Alors

$$\Delta i(t)^2 = \int d\omega |h_0(\omega)|^2 [\langle i(\omega) i(-\omega) \rangle - \langle i(\omega) \rangle \langle i(-\omega) \rangle]. \quad (3.8)$$

Le terme $\langle i(\omega) i(-\omega) \rangle - \langle i(\omega) \rangle \langle i(-\omega) \rangle$ correspond bien à la densité spectrale $S(\omega)$ telle que définie à l'équation 1.14.

Finalement, en définissant la bande passante $\int d\omega |h_0(\omega)|^2 = \Delta\omega$ et en supposant que cette largeur de bande est suffisamment étroite pour considérer la densité spectrale constante sur cet intervalle ($\Delta\omega \ll \omega$), on obtient

$$\Delta i(t)^2 = \Delta\omega S(\omega). \quad (3.9)$$

3.2 Fluctuations du vide

Pour qu'un état soit comprimé, il faut que les fluctuations d'une quadrature soient plus petites que celles du vide. Afin que les fluctuations du vide soient observables, il faut que l'énergie associée à ses fluctuations soit dominante par rapport aux autres. Dans ce cas-ci, l'énergie des fluctuations est donnée par $\hbar\omega$ la fréquence à laquelle on observe les fluctuations. Les autres échelles d'énergies en jeu sont l'énergie thermique $k_B T$ et l'énergie électrostatique eV_{dc} . Les deux conditions sont donc :

$$\hbar\omega > k_B T \quad (3.10)$$

$$\hbar\omega > eV_{dc}. \quad (3.11)$$

Pour avoir une idée des échelles de grandeur, une température de 1 Kelvin correspond à une fréquence de 20 GHz et un voltage de 86 μV . Lorsque ces deux limites sont respectées, on dit que l'on se trouve dans le régime quantique. Si l'on prend l'équation 1.20 et que l'on regarde à $V_{dc} = 0$ et à $\hbar\omega \gg k_B T$ on obtient

$$S(\omega) = \frac{\hbar\omega}{R}. \quad (3.12)$$

Cette valeur est celle correspondant aux plateaux des courbes de la figure 1.2 du chapitre 1.

3.3 Opérateur de quadrature du courant

Afin de prédire les valeurs de bruit sur les quadratures du courant, il faut connaître les opérateurs correspondants qui seront appelés A et B dans ce cas-ci. Afin que notre théorie ne soit pas contradictoire avec les résultats précédents nous devons respecter la condition

$$S(\omega) = \frac{\Delta A(\omega)^2 + \Delta B(\omega)^2}{2}. \quad (3.13)$$

La première chose à remarquer en regardant l'équation 1.12 de l'opérateur courant est qu'il n'est pas hermitique

$$I(\omega)^\dagger = I(-\omega). \quad (3.14)$$

Pour justifier la forme de A et B , il faut voir du côté de l'optique quantique et de la forme que prennent les équations des quadratures du champ électrique. Lorsque l'on regarde de la lumière monochromatique, on peut représenter le champ électrique comme $E(t) = E_A \cos(\omega t) + E_B \sin(\omega t)$. Les amplitudes E_A et E_B correspondent aux deux quadratures du champ électrique. Sachant que le champ électrique s'écrit également en mécanique quantique comme $E(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} [ae^{i\omega t} + a^\dagger e^{-i\omega t}]$, il est possible avec un peu d'algèbre de retrouver l'expression pour E_A et E_B en terme des a et a^\dagger

$$E_A \propto \frac{1}{\sqrt{2}}(a + a^\dagger) \quad (3.15)$$

$$E_B \propto \frac{1}{i\sqrt{2}}(a - a^\dagger). \quad (3.16)$$

Des formes exactement identiques ont été supposées pour les équations des quadratures du courant

$$A = \frac{1}{\sqrt{2}}(I(\omega) + I(\omega)^\dagger) \quad (3.17)$$

$$B = \frac{1}{i\sqrt{2}}(I(\omega) - I(\omega)^\dagger). \quad (3.18)$$

Pour vérifier la validité de cette supposition, il est possible de vérifier l'équation du principe d'incertitude d'Heisenberg (introduit dans le chapitre 2). Afin de vérifier l'équation 2.2, il faut calculer la valeur du commutateur entre A et B (voir le calcul détaillé en annexe A.3).

$$\langle [A, B] \rangle = \langle AB - BA \rangle = i2 \frac{\hbar\omega}{R}. \quad (3.19)$$

L'expression du principe d'incertitude d'Heisenberg prend donc la forme

$$\Delta A^2 \times \Delta B^2 \geq \frac{\hbar\omega}{R}. \quad (3.20)$$

Cette expression est cohérente avec les résultats précédents obtenus, car le terme de droite qui correspond aux fluctuations du vide est identique à ce qu'il était précédemment

à partir d'arguments physiques (équation 3.12).

Il est possible d'expliciter davantage la partie gauche de l'équation 3.20

$$\Delta A^2 = \langle A^2 \rangle - \langle A \rangle^2. \quad (3.21)$$

Le second terme sera toujours pris nul puisque $\langle I(\omega) \rangle = 0$ sauf quand $\omega \neq 0$ ou quand on excite la jonction tunnel à la fréquence $\omega_0 = \omega$. Le premier cas ne sera jamais un problème puisque nous voulons être dans le régime quantique (voir équation 3.10). Pour le second cas, cette possibilité sera exclue de nos mesures c'est-à-dire qu'on ne mesurera jamais le bruit directement à la fréquence d'excitation (voir chapitre 4). En développant la dernière équation davantage, on obtient

$$\Delta A^2 = \frac{1}{2} (\langle I(\omega)I(-\omega) \rangle + \langle I(-\omega)I(\omega) \rangle + \langle I(\omega)^2 \rangle + \langle I(-\omega)^2 \rangle). \quad (3.22)$$

On remarque que les deux premiers termes correspondent exactement à $S(\omega)$ (équation 1.15) alors que les deux seconds correspondent à $X^{(p)}(\omega)$ (équation 1.35) lorsque $p\omega - \omega = \omega$. L'équation se réécrit donc

$$\Delta A^2 = S(\omega) + X^{(p)}(\omega). \quad (3.23)$$

De la même manière, l'équation de la seconde quadrature s'écrit

$$\Delta B^2 = S(\omega) - X^{(p)}(\omega). \quad (3.24)$$

Il est important de voir que la condition de l'équation 3.13 est respectée. Le deuxième point important est de voir que le terme $X^{(p)}(\omega)$ est généralement nul sauf dans le cas où on excite l'échantillon à la fréquence ω_0 et que $p\omega_0 = 2\omega$ avec p étant un entier positif (voir la section 1.9 pour plus de détails). Dans le cas simple sans excitation CA, les fluctuations sur les quadratures sont égales et suivent ce qui est prédit par la théorie du chapitre 1. Dans le cas avec une excitation particulière, on voit qu'il est possible de diminuer les fluctuations sur une quadrature (en maximisant $X^{(p)}$). Toutefois, l'introduction d'une excitation vient également augmenter $S(\omega)$ qui deviendra en fait $\tilde{S}(\omega)$.

3.4 Optimisation de la compression

Afin d'obtenir de la compression sur la quadrature B , il faut

$$\tilde{S}(\omega) - X^{(p)}(\omega) < \frac{\hbar\omega}{R}. \quad (3.25)$$

Comme $\tilde{S}(\omega)$ est toujours positif, on voit qu'il faut maximiser $X^{(p)}(\omega)$. Afin de quantifier la grandeur de la compression, on définit la quantité α qui correspond à la quantité de fluctuation par rapport au vide sur la quadrature.

$$\alpha = \left(\tilde{S}(\omega) - X^{(p)}(\omega) \right) / \frac{\hbar\omega}{R}. \quad (3.26)$$

Cela signifie que lorsque $\alpha < 1$, la quadrature aura des fluctuations sous la valeur du vide. Commençons par expliciter la valeur de α dans le premier cas où $\omega_0 = 2\omega$ ($p = 1$). En utilisant les définitions de \tilde{S} et $X^{(p)}$ (les équations 1.33 et 1.36) on peut montrer que lorsque $\omega_0 = 2\omega$ (détail du calcul en annexe A.4.1) :

$$\alpha = \frac{k_B T}{2\hbar\omega} \sum_n (J_n(z) - J_{n+1}(z))^2 g(\mathbf{v} + (2n+1)\omega), \quad (3.27)$$

où J_n sont les fonction de Bessel de première espèce et que z est défini comme $z = eV_{ac}/\hbar\omega_0$. En supposant une température nulle (ou $\hbar\omega \gg k_B T$) sur l'échantillon, il est possible de simplifier davantage puisque

$$\lim_{T \rightarrow 0} k_B T g(\mathbf{v} - \omega + \omega_0) = |eV - \hbar\omega + \hbar\omega_0|. \quad (3.28)$$

L'expression pour α se simplifie donc

$$\alpha = \frac{1}{2} \sum (J_n(z) - J_{n+1}(z))^2 |\mu + 2n + 1|. \quad (3.29)$$

Cette dernière équation est intéressante puisqu'elle démontre que les deux paramètres importants sont $z = eV_{ac}/\hbar\omega_0$ et $\mu = eV_{dc}/\hbar\omega$.

Les figures 3.1-a et 3.1-b montrent l'allure de $S(\omega)$, $\tilde{S}(\omega)$ et $X^{(1)}$ à température nulle pour une valeur de $z = 0.75$. On peut voir que $S(\omega)$ et $\tilde{S}(\omega)$ sont constant jusqu'au point $\mu = 1$ et ensuite augmente très rapidement. $X^{(1)}$ quant t'a lui est toujours croissant vers les μ positif toutefois, il croit beaucoup moins rapidement de $\tilde{S}(\omega)$. Ce comportement reste vrai peut importe la valeur de z (n'est pas montré ici). Le minimum de $\alpha = \tilde{S}(\omega) - X^{(1)}$ se trouve en donc toujours dans ce cas en $\mu = 1$ (comme vu sur la figure 3.1-c).

La figure 3.1-d montre la valeur de α en fonction de z au point $\mu = 1$. On constate que le minimum se trouve en $z = 0.706$ avec une valeur $\alpha = 0.618$. Le bruit dans ces

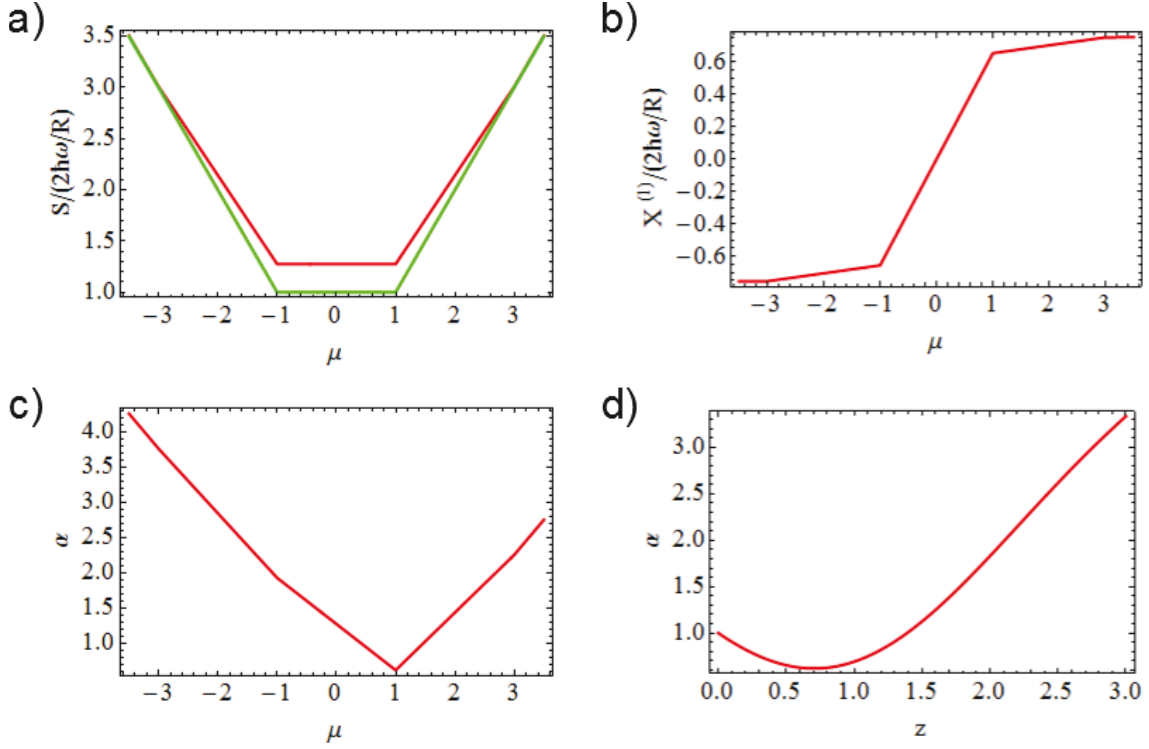


FIGURE 3.1 – En a), il y a deux courbes de la densité spectrale de bruit pour $\omega_0 = 2\omega$. La courbe verte est sans excitation $S(\omega)$ et la courbe rouge avec une excitation $\tilde{S}(\omega)$ ($z = 0.75$). En b), on retrouve la quantité $X^{(1)}$ sous la même condition ($z = 0.75$). En c), on retrouve α qui correspond exactement à la différence entre le graphique a) et b). Finalement en d), on voit α en fonction de $z = eV_{ac}/\hbar\omega_0$ en $\mu = 1$ (minimum).

conditions est donc clairement sous le niveau du vide (i.e. $\alpha < 1$).

Il est possible de faire la même analyse pour le second cas où $\omega_0 = \omega$ ($p = 2$). Le calcul détaillé pour trouver l'expression de α est fait en annexe A.4.2.

$$\alpha = \frac{1}{2} \sum (J_n(z) + J_{n+2}(z))^2 |\mu + n + 1|. \quad (3.30)$$

Les figures 3.2-a et 3.2-b montrent l'allure de $S(\omega)$, $\tilde{S}(\omega)$ et $X^{(2)}$ à température nulle pour une valeur de $z = 1.5$. Cette fois, $X^{(2)}$ est maximale en $\mu = 0$ et se pour tout z . Il en résulte que le minimum de α se trouvera toujours en $\mu = 0$ dans le cas $p = 2$ (comme vu sur la figure 3.1-c).

La figure 3.2 montre la valeur de α en fonction de z au point $\mu = 0$. Cette fois, le minimum est en $z = 1.58$ avec une valeur $\alpha = 0.730$. Le cas $p = 1$ est donc celui qui offre une compression maximale (il a été vérifié que les ordres supérieurs de p ont des valeurs

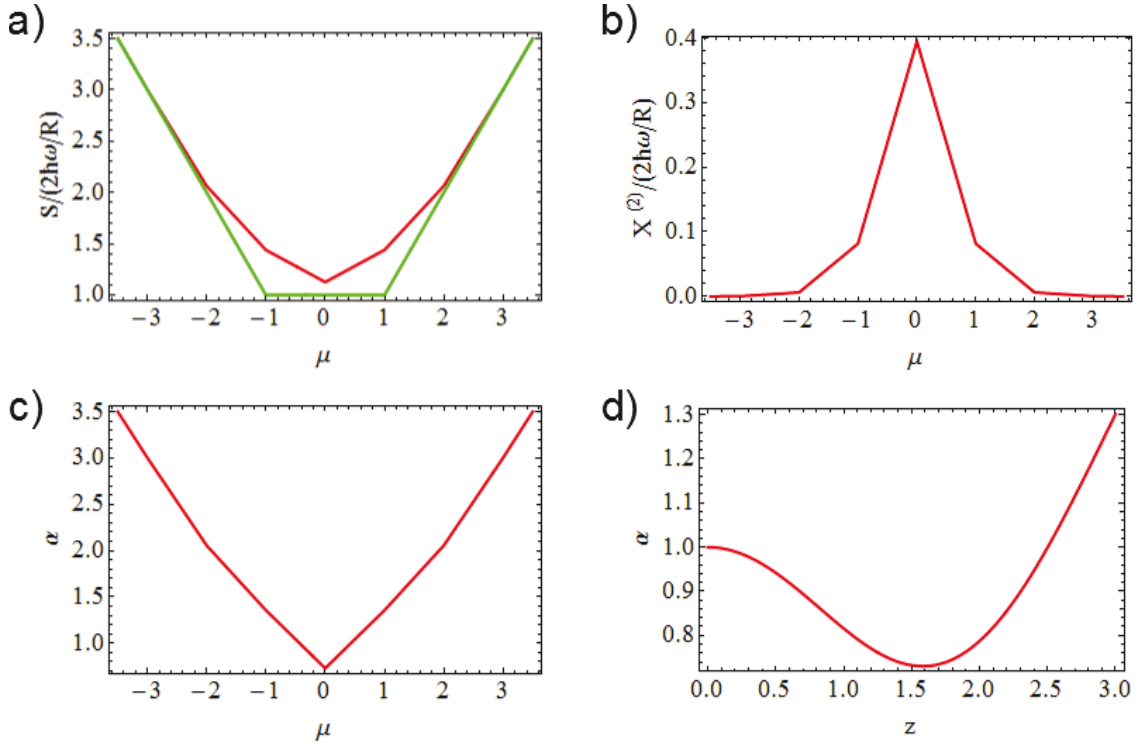


FIGURE 3.2 – En a), il y a deux courbes de la densité spectrale de bruit pour $\omega_0 = \omega$. La courbe verte sans excitation $S(\omega)$ et la courbe rouge avec une excitation $\tilde{S}(\omega)$ ($z = 1.5$). En b), on retrouve la quantité $X^{(2)}$ sous la même condition ($z = 1.5$). En c), on retrouve α qui correspond exactement à la différence entre le graphique a) et b). Finalement en d), on voit α en fonction de $z = eV_{ac}/\hbar\omega_0$ en $\mu = 0$ (minimum).

de compression de plus en plus faibles).

Comme la température a simplement pour effet de venir arrondir les cassures dans $S(\omega)$ et $X^{(p)}$. Être à température finie aura pour effet d'augmenter la valeur de α et peut-être déplacer légèrement l'emplacement des paramètres optimaux. Il est donc très important que la température soit très froide devant $\hbar\omega$ pour obtenir une compression maximale ($k_B T \ll \hbar\omega$).

3.5 Modèle simple de l'émergence de la compression

Le but de cette section est de présenter un modèle physique classique simple qui montre l'émergence de la compression à partir d'arguments qualitatifs. Pour commencer, supposons un signal bruyant autour de la fréquence ω que l'on peut écrire comme

$$I(t) = A(t) \cos(\omega t) + B(t) \sin(\omega t) \quad (3.31)$$

$A(t)$ et $B(t)$ représentent des fluctuations lentes autour de ω . Cette écriture reste générale dans la limite où l'on regarde le signal sur une largeur de bande étroite devant ω ($\omega \gg \Delta\omega$). Maintenant on vient moduler le signal de bruit avec un signal de la forme $V(t) = 1 + \alpha \cos(\omega_0 t)$ (composante CC plus une composante CA). Pour le cas $p = 1$ ($\omega_0 = 2\omega$), le signal résultant est donc un bruit de la forme

$$\tilde{I}(t) = (1 + \alpha \cos(2\omega t)) \times (A(t) \cos(\omega t) + B(t) \sin(\omega t)). \quad (3.32)$$

En utilisant les relations trigonométriques suivantes,

$$\cos(2\omega t) \cos(\omega t) = \frac{1}{2} (\cos(3\omega t) + \cos(\omega t)) \quad (3.33)$$

$$\cos(2\omega t) \sin(\omega t) = \frac{1}{2} (\sin(3\omega t) - \sin(\omega t)) \quad (3.34)$$

on trouve

$$\tilde{I}(t) = \left(1 + \frac{\alpha}{2}\right) A \cos(\omega t) + \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) B \sin(\omega t) + o(3\omega), \quad (3.35)$$

où $o(3\omega)$ représente tous les termes faisant intervenir la fréquence 3ω . Les fluctuations de ce signal de bruit modulé sont donc

$$\langle \tilde{I}^2 \rangle = \left(1 + \frac{\alpha}{2}\right)^2 A^2 + \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)^2 B^2. \quad (3.36)$$

Ce modèle simple montre bien que pour $\alpha = 2$, les fluctuations sur la quadrature B deviennent nulles alors qu'elles augmentent sur la quadrature A . Évidemment, cet exemple ne représente pas la réalité puisqu'il ne fait intervenir aucun effet quantique. Cependant, il donne une intuition sur l'émergence de la compression à partir d'une mesure des fluctuations sensible à la phase.

Chapitre 4

Montage expérimental

4.1 Détection du bruit

La méthode la plus standard pour faire la détection du bruit est d'utiliser une diode de détection. Comme la quantité de bruit générée par un échantillon est une puissance par ohm, la diode sert à fournir en tension une image de la puissance reçue (puisqu'elle prend le carré du voltage). Il faut toutefois faire attention de travailler dans un régime d'amplitudes et de fréquences où la réponse de la diode est linéaire avec la puissance reçue. Ainsi en plaçant un multimètre à la suite de la diode, les mesures de tension obtenues sont directement proportionnelles au bruit. La figure 4.1 résume que la diode, utilisée dans un bon régime, peut servir comme détecteur de puissance qui est donc une mesure proportionnelle à l'amplitude du bruit.

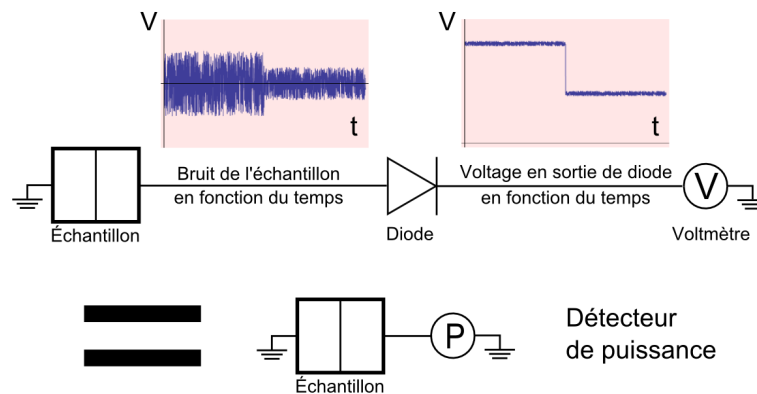


FIGURE 4.1 – Schéma du principe de base de détection du bruit à partir d'une diode

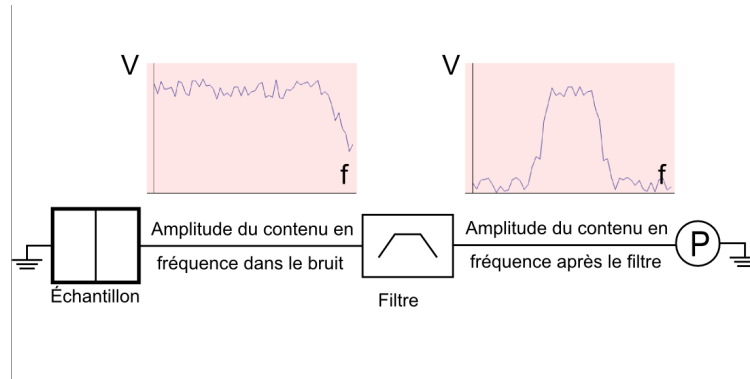


FIGURE 4.2 – Schéma de l'effet d'un filtre sur la bande passante du signal

4.2 Bande passante

Comme n'importe quel signal temporel, le bruit peut être décomposé à partir d'une transformée de Fourier afin d'en connaître le spectre en fréquence (densité spectrale). Toutefois, lorsque l'on fait une mesure de bruit en laboratoire avec une diode de détection, le bruit est mesuré sur une bande fréquence appelée la bande passante. Chaque composante d'un circuit fonctionne sur une certaine bande de fréquence (amplificateurs, circulateurs, coupleurs, câbles...). On utilise généralement des filtres qui viennent sélectionner la bande de fréquence sur laquelle on veut faire les mesures (voir figure 4.2). En agissant ainsi, on évite de saturer des composantes comme les amplificateurs ou la diode de détection.

4.2.1 Conséquences

La quantité de bruit se rendant au détecteur est proportionnelle à la bande passante. Il y a donc tout avantage à avoir la plus grande bande passante possible afin d'avoir un signal en sortie de diode plus intense. Toutefois, dans le chapitre 1, il a été démontré que la densité spectrale est une quantité qui dépend de la fréquence. Il est donc important de comprendre que l'on ne mesure pas exactement $S(\omega)$ tel que défini, mais plutôt une quantité de la forme $\int_{\omega-\Delta\omega/2}^{\omega+\Delta\omega/2} \langle I(\omega)I(-\omega) \rangle d\omega$. Afin de faire l'approximation que l'intégrale peut être négligée, il faut que $\Delta\omega \ll \omega$. Dans notre cas $\Delta\omega = 620\text{MHz}$ et $\omega = 7.2\text{GHz}$. On considère donc que la densité spectrale $S(\omega) = \langle I(\omega)I(-\omega) \rangle$ est constante autour de $\Delta\omega$. Ainsi, la quantité mesurée est $\approx \Delta\omega S(\omega)$. Cette approximation a un effet considéré ici négligeable qui pourrait venir modifier légèrement la température apparente des électrons (qui correspond à la courbure, tel que décrit au chapitre 1)

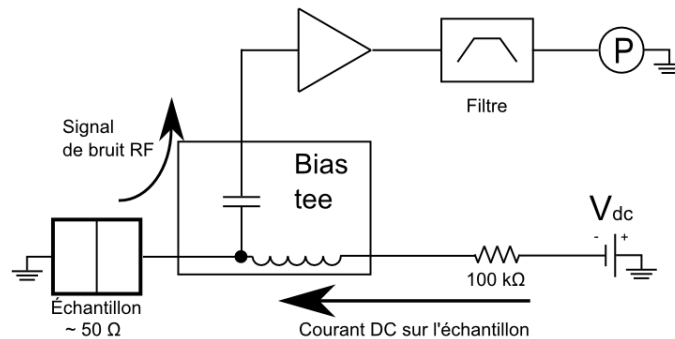


FIGURE 4.3 – Schéma standard d'un montage de détection du bruit avec la possibilité d'appliquer un courant CC sur l'échantillon via un « bias tee ».

4.3 Polarisation CC de l'échantillon

Pour faire des mesures intéressantes, il est utile de faire passer un courant CC dans l'échantillon et de voir l'effet sur le bruit qu'il génère. Pour pouvoir mesurer le bruit généré par l'échantillon et faire passer un courant CC dans celui-ci simultanément, on utilise un « bias tee ». Il s'agit simplement d'une composante à trois branches en « T » : une branche avec condensateur, une autre avec une inductance et la dernière avec simplement un fil (voir figure 4.3). Son utilité est de faire en sorte que le courant CC ne puisse passer par le condensateur et que le bruit (à plus haute fréquence) ne puisse passer par l'inductance. Afin d'envoyer un courant connu dans l'échantillon, on place en série une résistance R_c entre la source de voltage CC (V_s) et l'échantillon. Cette résistance est beaucoup plus grande que celle de l'échantillon R_e ($R_c + R_e \approx R_c$) de telle manière que le courant moyen dans l'échantillon est donc $I = V_s/R_c$.

4.4 Polarisation CA de l'échantillon

Pouvoir polariser l'échantillon avec une tension alternative CA est également très important. Cela est fait à l'aide d'un coupleur directionnel. Il s'agit de deux lignes à transmission couplées capacitivement entre elles. En pratique, cette composante est composée de trois entrées (la quatrième étant une connexion 50 ohms à la terre par défaut) : « In », « Out » et « Cpl » (« coupler »). La figure 4.4 montre comment le signal est séparé lors du passage dans cette composante.

Lorsque l'on envoie un signal dans l'entrée « Cpl », la majeure partie du signal va se

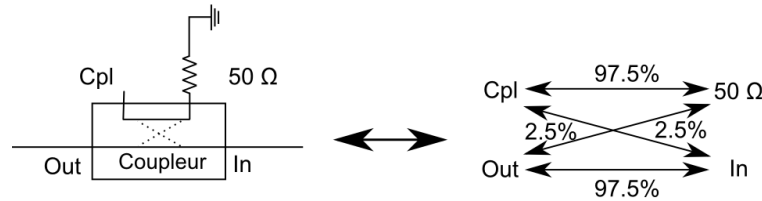


FIGURE 4.4 – Schéma d'un coupleur directionnel : un signal entrant est séparé en deux (suivant les flèches) avec un des deux chemins recevant la majeure partie du signal.

perdre dans la résistance de 50Ω et une faible partie ressort du côté « In ». De manière similaire, lorsqu'un signal est envoyé par l'entrée « In », la majeure partie ressort du côté « Out » et une faible partie ressort du côté « Cpl ». La figure 4.5 montre comment se dispose généralement le coupleur servant à exciter un échantillon dans un circuit de détection de bruit. Comme on peut le voir sur cette figure, l'excitation est envoyée par l'entrée « Cpl » ce qui cause une atténuation (16 dB) puisque la majorité de l'excitation est perdue dans le 50Ω et qu'une petite partie se rend à l'échantillon. Ceci n'est pas un problème puisqu'on peut simplement augmenter l'intensité de la source. Toutefois, dans cette configuration, le bruit généré par l'échantillon est envoyé dans l'entrée « In » et ressort du côté « Out » avec très peu de perte et se rendra comme prévu vers la diode de détection. De cette manière, on s'assure de ne pas avoir du signal d'excitation qui se rend dans la diode de détection (ce qui fausserait les mesures). Malheureusement, ce problème persiste un peu si l'échantillon n'est pas parfaitement 50Ω (70Ω dans le cas présent). Effectivement, l'adaptation d'impédance est importante pour éviter la réflexion de notre onde d'excitation. Dans ce cas, il y aura des réflexions du signal d'excitation sur l'échantillon de l'ordre de 17% ($\text{Réflexion} = (70 - 50)/(70 + 50) \approx 17\%$). Cette partie de l'excitation peut par la suite se rendre dans la branche de détection ce qui cause un problème. Pour cette raison, il est important de ne jamais mesurer le bruit exactement à la même fréquence que l'excitation.

4.5 Température électronique

Avoir un réfrigérateur à dilution à $10mK$ n'est pas nécessairement suffisant pour obtenir une température électronique à cette valeur. Il faut également faire très attention à ce qu'il n'y ait aucune excitation indésirable qui puisse se rendre à l'échantillon. Ainsi, l'omniprésence de radiofréquences dans l'environnement de l'expérience (téléphones cel-

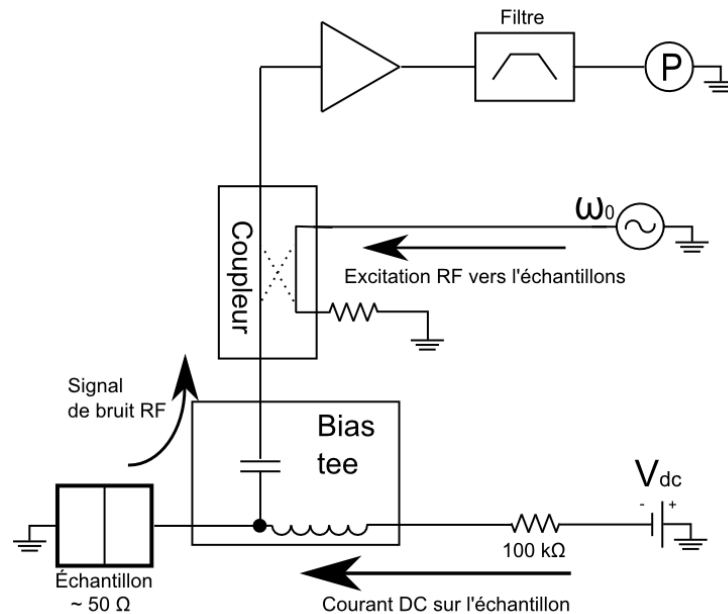


FIGURE 4.5 – Schéma standard d'un montage de détection du bruit avec la possibilité d'appliquer un courant CC sur l'échantillon via un « bias tee » et un courant CA à partir d'un coupleur directionnel.

lulaires, radios, appareils de mesures...) peut rapidement devenir un problème. Dans ces conditions, un câble mal protégé devient rapidement une antenne pour ces excitations indésirables qui peuvent venir chauffer l'échantillon. Pour cette raison, il est important de bien filtrer les hautes fréquences sur les câbles servant à envoyer un courant CC à l'échantillon. Les excitations thermiques peuvent également être un problème. Dans le montage, les résistances à température pièce génèrent du bruit thermique (blanc) de l'ordre de $k_B T$. Sur la ligne CC, ceci n'est pas un problème puisque les hautes fréquences sont filtrées et que le signal est envoyé par des fils résistifs (environ 40 ohms). Cependant, les lignes CA ont une très grande bande passante. Pour cette raison, des atténuateurs sont disposés sur les différents plateaux de température dans le réfrigérateur diminuant le signal dans les mêmes proportions que la température diminue. Ainsi les excitations thermiques sont suffisamment atténuées pour n'avoir aucun effet sur l'échantillon.

Les amplificateurs dans la branche de détection génèrent aussi du bruit (principalement thermique) qui peut venir augmenter la température des électrons de l'échantillon. Comme l'on ne veut pas mettre des atténuateurs sur la ligne de détection, on utilise des circulateurs que l'on place entre l'amplificateur et l'échantillon. Comme schématisé sur la figure 4.6, le circulateur est une composante à trois entrées qui permet au courant de cir-

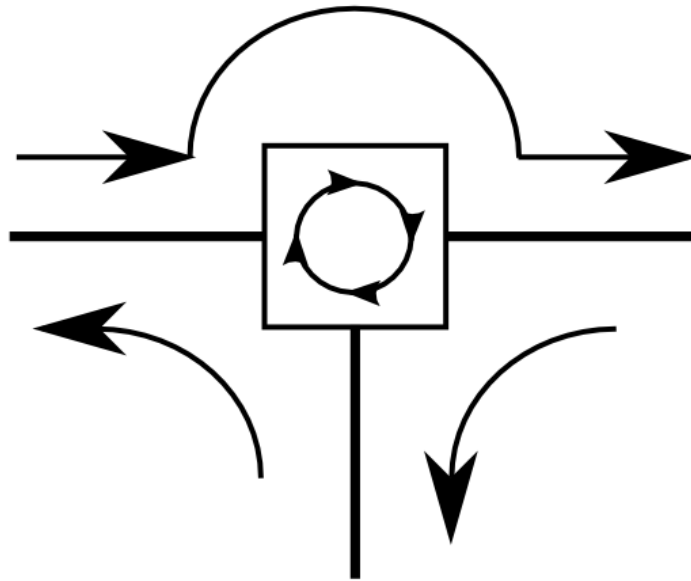


FIGURE 4.6 – Schéma d'un circulateur : Un signal entrant doit suivre la direction des flèches et ressort à la première sortie rencontrée.

culer seulement dans un sens (d'une branche à l'autre). Ainsi, en plaçant une résistance 50 ohms dans le renvoi de l'ampli vers l'échantillon, on protège l'échantillon contre le bruit de l'amplificateur.

4.6 Détection en phase et en quadrature

Afin de faire de la détection en phase et en quadrature, il est important de séparer le signal avant de venir placer une diode. La méthode choisie est basée sur le fonctionnement d'un amplificateur synchrone, mais en utilisant plutôt un mixeur I/Q. Le signal d'entrée est d'abord séparé en deux. Une branche est multipliée par un signal de référence et l'autre branche par le même signal de référence, mais déphasé de 90° (voir figure 4.7). La trigonométrie nous dit que la multiplication de deux signaux sinusoïdaux de fréquences ω_1 et ω_2 aura pour résultat la somme de deux signaux dont l'un aura la fréquence de la somme ($\omega_1 + \omega_2$) et l'autre de la différence ($\omega_1 - \omega_2$). Généralement on vient filtrer la composante à haute fréquence pour conserver seulement la partie à plus basse fréquence. Dans le cas où $\omega_1 = \omega_2$, le signal conservé se trouve être ramené à CC.

Dans le cas du bruit, la théorie sur les transformations de Fourier nous indique que

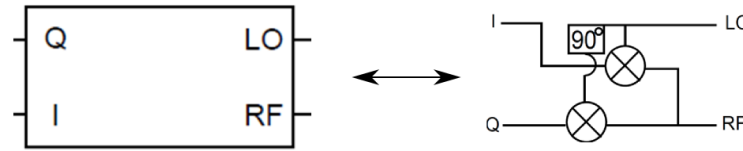


FIGURE 4.7 – Schéma du fonctionnement du mixeur IQ.

l'on peut le modéliser comme une somme de sinus et cosinus à toutes les fréquences. La multiplication de ce signal par un sinus de fréquence ω , suivi d'un filtre passe-bas qui coupe à la fréquence $\Delta\omega$, conserve toutes les composantes sinus du bruit entre $\omega - \Delta\omega$ et $\omega + \Delta\omega$. Sur la deuxième branche le signal de bruit est plutôt multiplié par un cosinus à la fréquence ω qui vient plutôt conserver les composantes cosinus du bruit dans la même bande de fréquence.

4.7 Description du montage

L'échantillon utilisé est une jonction tunnel $Al/Al_2O_3/Al$ de résistance $R_e = 70\Omega$. La jonction tunnel est placée dans un réfrigérateur à dilution à une température de 10 mK et est gardée non supraconductrice à l'aide d'un petit aimant de néodyme placé sous la jonction appliquant un champ d'environ 500 Gauss. Sur la figure 4.8 se trouve un schéma détaillé du montage utilisé. On y retrouve chaque élément présenté précédemment : bias tee, filtre, coupleur, circulateur, mixeur I/Q et amplificateurs.

La source CC est en série avec une résistance de 100 k Ω pour ensuite passer dans une bias tee pour aller à l'échantillon. L'excitation CA est envoyée par l'utilisation d'un coupleur directionnel et passe par plusieurs atténuateurs répartis sur différents plateaux de température. Les fluctuations de courant de la jonction sont filtrées par un filtre passe-bande 4-8 GHz, passent à travers deux circulateurs et sont amplifiées avant de sortir du réfrigérateur à dilution. Le signal est ensuite séparé en deux quadratures grâce au mixeur IQ et la source de référence fonctionnant à 7.2 GHz. Le signal de bruit autour 7.2 GHz est ainsi ramené à basse fréquence et un filtre passe bande 10-320 MHz conserve uniquement le bruit correspondant à une largeur de bande de 620 MHz autour de 7.2 GHz (autour de la fréquence de la source de référence). En coupant ce qui se trouve sous 10 MHz on s'assure de ne pas mesurer les réflexions de la source d'excitation lorsque l'on excite à la même fréquence que la détection. Bref la bande de fréquence effective que l'on mesure est

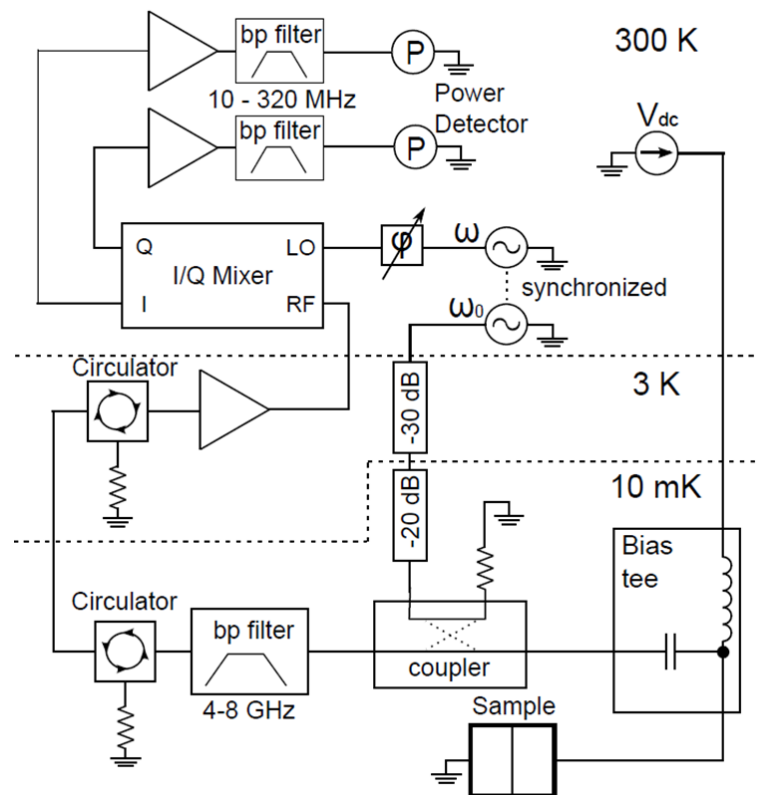


FIGURE 4.8 – Schéma du montage expérimental pour la mesure de bruit en phase et en quadrature d'une jonction tunnel.

6.88-7.19 GHz + 7.21-7.52 GHz. Chaque quadrature est ensuite amplifiée une dernière fois et mesurée à l'aide d'une diode de détection fonctionnant à basse fréquence.

4.8 Procédure expérimentale

4.8.1 Mesure de la résistance à froid

La première mesure à effectuer est d'abord la mesure de la résistance de la jonction tunnel. Pour ce faire, on utilise un amplificateur synchrone (ou "lock-in"). Le lock-in génère une différence de potentiel de 1 V à basse fréquence (~ 100 Hz) en utilisant une résistance de $1\text{ M}\Omega$ en série avec la jonction, on se trouve à générer un courant de $1\ \mu\text{A}$ dans la jonction (car $R_e \ll 1\text{ M}\Omega$). Simultanément, le lock-in mesure le voltage (à la même fréquence) aux bornes de la jonction par une seconde entrée CC (identique à une mesure quatre pointes). Connaissant le courant et la différence de potentiel, on en déduit facilement la valeur de la résistance. Dans le cas de la jonction tunnel utilisée tout au long de ce travail, la résistance était de $R = 70\ \Omega$ à froid (10 mK).

4.8.2 Mesure des fluctuations sans excitation

Cette manipulation consiste à faire une mesure des fluctuations en fonction de V_{dc} sans excitation CA ($V_{ac} = 0$). Pour y arriver, il faut simplement balayer la source de tension CC et, pour chaque point, mesurer la tension en sortie de chacune des diodes avec deux multimètres (un pour chaque quadrature). La source CC est placée en série avec une résistance de $100\ \text{k}\Omega$ entre -0.1 V et 0.1 V ce qui correspond à un courant de $1\ \mu\text{A}$ dans la jonction. Pour chaque point, le temps d'acquisition est d'environ une seconde.

4.8.3 Mesure des fluctuations avec excitation

Mesure sans synchronisation

De manière très similaire à la manipulation précédente, celle-ci consiste à mesurer le bruit, mais cette fois avec une excitation CA ($V_{ac} \neq 0$). L'importance d'avoir les deux sources désynchronisées est pour que chaque diode mesure la moyenne des quadratures ΔA^2 et ΔB^2 . Pour ce faire, la fréquence de la source de détection a été décalée de 1 kHz. Ce changement fait en sorte que la phase tourne 1000 fois en une seconde et

que l'on mesure donc la moyenne sur chaque branche pour chaque point. Cette mesure et celle avec synchronisation sont faites à deux fréquences d'excitation différentes soit $\omega_0/2\pi = 14.4$ GHz et $\omega_0/2\pi = 7.2$ GHz.

Mesure avec synchronisation

Afin d'avoir une synchronisation entre la source de détection et celle de l'excitation, il faut connecter les sources micro-ondes entre elles afin qu'elles fonctionnent avec la même horloge interne (celle d'une des deux sources). L'étape suivante est d'ajuster la phase du signal de détection à l'aide d'un déphaseur mécanique. Pour ce faire, il faut appliquer une tension V_{ac} et prendre des mesures de voltage en sortie des deux diodes en fonction du déphasage. Lorsque l'écart entre les lectures de voltage sur chaque branche est maximal, cela signifie que la phase de détection est bien positionnée pour faire la mesure de ΔA^2 et ΔB^2 . Ensuite, il suffit de refaire la mesure du voltage en sortie de diode en fonction du voltage CC appliqué sur la jonction tunnel. Il est important de faire les trois différentes mesures de bruit (sans excitation, avec excitation / sans synchronisation et avec excitation / avec synchronisation) l'une à la suite de l'autre afin de diminuer l'effet de la dérive dans l'amplificateur et les fluctuations de température dans le réfrigérateur à dilution.

4.8.4 Trouver l'amplitude V_{ac} optimale

Afin de trouver l'amplitude CA devant être appliquée par la source en laboratoire, un balayage de l'amplitude a été fait dans les deux cas ($\omega_0 = 2\omega$ et $\omega_0 = \omega$) au point d'opération optimal (voir chapitre 3) : $V_{dc} = \hbar\omega/e$ dans le cas $\omega_0 = 2\omega$ et $V_{dc} = 0$ dans le cas $\omega_0 = \omega$. Il est important de savoir que la phase du signal de la source change légèrement lorsque l'amplitude est balayée (puisque l'appareil ajoute de l'atténuation pour changer l'amplitude du signal). Cet effet a été mesuré et ses effets ont été corrigés (avec une erreur de moins de 2.5%). La figure 4.8.4 montre le résultat obtenu et le point minimal sur ses courbes et l'amplitude correspondante pour la source est celle qui a été utilisée pour faire les mesures de bruit en fonction du courant CC (chapitre 5)

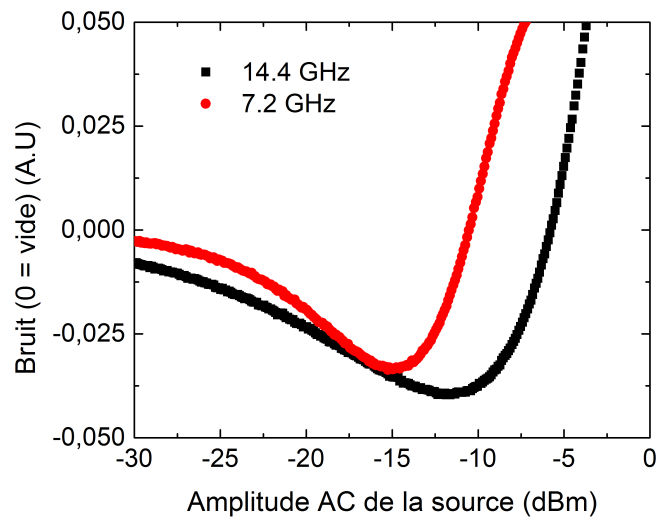


FIGURE 4.9 – Bruit en fonction de l’amplitude CA de la source dans deux cas. En noir avec $\omega_0 = 14.4$ GHz avec $V_{dc} = \hbar\omega/e$. En rouge avec $\omega_0 = 7.2$ GHz avec $V_{dc} = 0$. L’axe du bruit n’est pas calibré puisque l’utilité de cette mesure était seulement de trouver l’amplitude CA qui permet d’atteindre un bruit minimal.

Chapitre 5

Résultats et analyses

5.1 Bruit autour de 7.2 GHz avec excitation à 14.4 GHz : cas où $\omega_0 = 2\omega$

5.1.1 Sans excitation

Sur la figure 5.1 on voit le résultat du voltage en sortie des deux diodes en fonction du voltage CC appliqué sur l'échantillon. Première constatation, le signal obtenu est l'inverse de celui attendu par la théorie. Ceci est simplement dû au fonctionnement des diodes qui donnent une tension négative en fonction de la puissance reçue. De plus, il faut tenir compte du fait que l'on ne mesure pas directement les fluctuations de l'échantillon, mais les fluctuations de l'échantillon amplifiées auxquelles on ajoute le bruit de l'amplificateur. On observe donc plutôt

$$\langle \Delta A^2 \rangle = G_1(S_{1\ amp} + S_{jct}) \quad (5.1)$$

$$\langle \Delta B^2 \rangle = G_2(S_{2\ amp} + S_{jct}) \quad (5.2)$$

où S_{amp} est le bruit ajouté par l'amplificateur et G est un facteur d'amplitude qui comprend l'effet du gain de l'amplification, l'atténuation dans les câbles et le facteur de conversion de la diode entre la puissance reçue et le voltage en sortie. Toutefois, chaque branche (ou quadrature) n'a pas exactement les mêmes facteurs G et S_{amp} puisqu'ils ont chacun un amplificateur et une diode qui ne sont pas physiquement les mêmes. Ceci explique le décalage des deux courbes sur la figure 5.1.

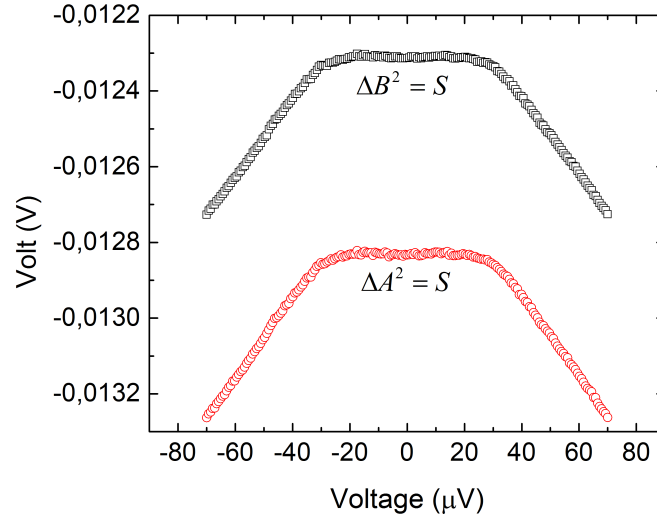


FIGURE 5.1 – Voltage en sortie de la diode (qui est proportionnel au bruit) en phase et en quadrature sans excitation CA en fonction du voltage CC sur la jonction.

Comme le bruit ajouté par l'amplificateur S_{amp} est une constante en fonction de V_{dc} , il est possible à partir d'un lissage de la théorie de l'équation 5.1 avec $S_{jct} = S(\omega)$ (équation 1.20) de trouver les facteurs d'amplitude G , de bruit d'amplificateur S_{amp} (une constante) et de la température des électrons T (qui apparaît dans $S(\omega)$).

En divisant les valeurs de voltage en sortie de la diode par le facteur G obtenu et en soustrayant la valeur du bruit de l'amplificateur S_{amp} , on obtient la valeur S_{jct} qui est identique dans chaque branche.

Sur la figure 5.2, on voit la courbe de bruit $S_{jct} = S(\omega)$ de la jonction renormalisée par le facteur $2k_B/R$ (une seule quadrature est tracée puisqu'elles se superposent). Ainsi, $S_{jct} \times R/2k_B$ correspond à la température que devrait avoir une simple résistance R pour générer un bruit d'amplitude équivalent et est appelé la température de bruit T_N .

$$T_N = \frac{S_{jct}}{\frac{2k_B}{R}} \quad (5.3)$$

Dans le cas de l'amplificateur, on peut également définir une température de bruit T_A qui correspond à la température que devrait avoir une résistance de 50Ω afin de produire un bruit de même amplitude.

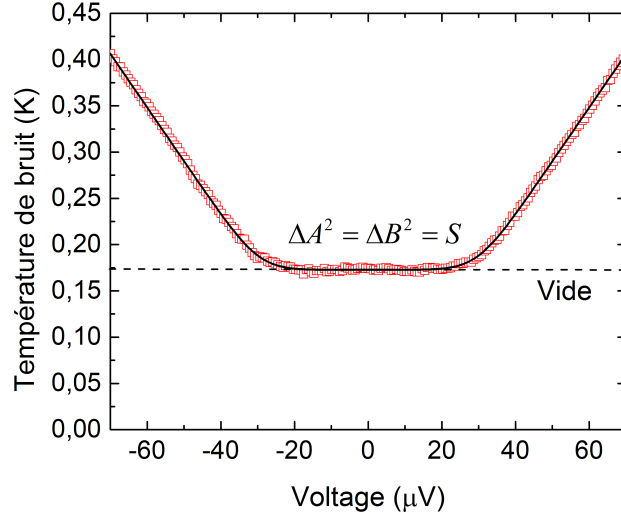


FIGURE 5.2 – Température de bruit de la jonction tunnel autour de 7.2 GHz sans excitation en fonction du voltage CC sur l'échantillon. Les carrés rouges sont les données expérimentales et la ligne noire est la théorie.

$$T_A = \frac{S_{amp}}{\frac{2k_B}{50}} \quad (5.4)$$

Dans la première branche, les paramètres obtenus sont $T = 29.9$ mK, $G = -1.783 \times 10^{-3}$ et $T_A = 9.43$ K. Pour la seconde branche, les valeurs sont $T = 29.6$ mK, $G = -1.857 \times 10^{-3}$ et $T_A = 9.43$ K. La différence des températures des électrons entre les deux branches est faible et donne une bonne idée de la précision de la valeur obtenue. On voit également sur la figure 5.2 la ligne pleine sur les valeurs qui correspond au lissage normalisé (équation 1.20 dans 5.1) (qui a permis de trouver les différents paramètres) et la ligne pointillée qui se trouve au niveau du plateau et donc au niveau des fluctuations du vide permettant d'évaluer $T_N = \hbar\omega/2k_B = 172.85$ mK (obtenu en remplaçant S_{jct} par $\hbar\omega/R$ dans l'équation 5.3).

5.1.2 Sans synchronisation entre la source de détection et la source d'excitation

La figure 5.3 montre le voltage en sortie de la diode en fonction du voltage CC sur l'échantillon lorsqu'une excitation CA à 14.4 GHz est appliquée (avec en plus la courbe

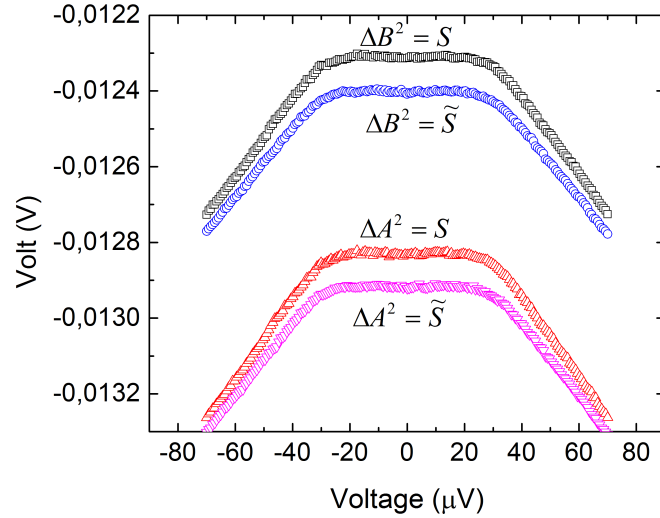


FIGURE 5.3 – Voltage en sortie de la diode (qui est proportionnel au bruit) en phase et en quadrature sans excitation CA (triangles rouges pour ΔA^2 et carrés noirs pour ΔB^2) et avec une excitation CA à 14.4 GHz sans synchronisation des sources (triangles roses inversés pour ΔA^2 et cercles bleus pour ΔB^2) en fonction du voltage CC sur la jonction.

sans excitation de la figure 5.1). Cette mesure est faite sans synchronisation entre la source servant à la détection et celle servant à l'excitation (comme décrit dans la section 4.8). Comme prédit par la théorie, on voit le niveau de bruit qui augmente lorsque l'on ajoute une excitation.

Chaque quadrature peut être lissée selon l'équation 5.1 mais cette fois avec $S_{jct} = \tilde{S}(\omega)$ (équation 1.33). Pour ce lissage, les facteurs d'amplitudes G et les températures des électrons utilisées sont les mêmes que lorsqu'il n'y a aucune excitation¹. La température de bruit de l'amplificateur quant à elle, a varié de manière négligeable ($\sim 0.1\%$) pour les différents lissages. De plus, le lissage de ces courbes nous donne maintenant accès à l'amplitude CA (V_{ac}) vue par l'échantillon qui apparaît dans $\tilde{S}(\omega)$ (voir équation 1.33). Cette quantité est importante puisque l'on ne connaît pas exactement toute l'atténuation dans les câbles et les composants du cryostat. Dans ce cas-ci, la valeur de V_{ac} obtenue est de $36 \mu\text{V}$.

On voit sur la figure 5.4 la portion de bruit uniquement dû à l'échantillon en terme de

¹Il est à noter qu'une excitation CA d'amplitude suffisante peut avoir un effet direct sur la température des électrons. Des mesures de cet effet ont été faites en regardant le bruit à fréquence nulle avec des excitations de 10 GHz et 20 GHz (voir graphique en annexe B.2) dans le cadre d'un autre projet.

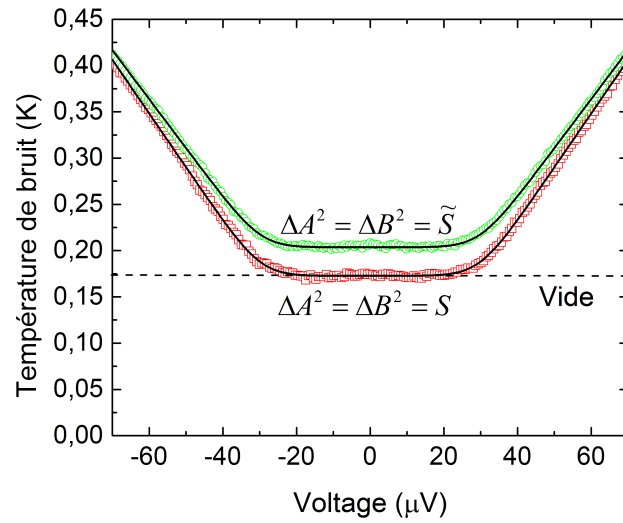


FIGURE 5.4 – Température de bruit de la jonction tunnel autour de 7.2 GHz sans excitation CA (carrés rouges) et avec une excitation CA à 14.4 GHz sans synchronisation des sources (cercles verts) en fonction du voltage CC sur l'échantillon. Les lignes noires correspondent aux lissages de l'équation 5.1 avec respectivement $S_{jct} = S(\omega)$ (équation 1.20) et $S_{jct} = \tilde{S}(\omega)$ (équation 1.33). L'amplitude de l'excitation CA est obtenue par lissage de la théorie : $V_{ac} = 36 \mu V$.

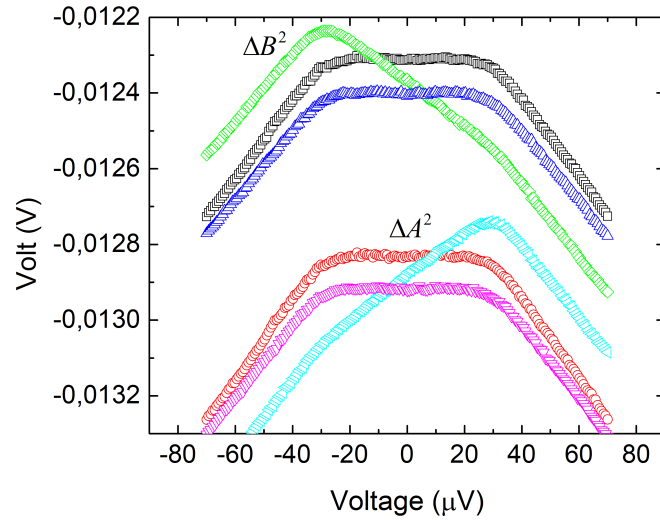


FIGURE 5.5 – Voltage en sortie de la diode en phase et en quadrature en fonction du voltage sur la jonction sans excitation CA (cercles rouges pour ΔA^2 et carrés noirs pour ΔB^2) et avec une excitation CA à 14.4 GHz sans synchronisation des sources (triangles roses inversés pour ΔA^2 et triangles bleus pour ΔB^2) et avec synchronisation des sources (triangles en bleu pâle tournés sur le côté pour ΔA^2 et losanges verts pour ΔB^2).

température de bruit T_N avec et sans excitation CA. Encore une fois, une seule quadrature est tracée car les deux quadratures se superposent dans ces conditions. Les lignes pleines correspondent aux lissages utilisés et la ligne pointillée correspond au niveau de bruit du vide.

5.1.3 Avec synchronisation entre la source de détection et la source d'excitation

Finalement, la figure 5.5 montre les trois mesures de bruit prises successivement : sans excitation CA, avec une excitation CA désynchronisée et avec une excitation CA synchronisée (après que la phase ait été ajustée telle que décrite dans la section 4.8). On voit sur ce graphique que le bruit en phase et en quadrature passe respectivement sous le plateau de la courbe de bruit sans excitation pour différentes conditions de polarisation CC de la jonction. Il y a donc déjà une mise en évidence de présence de compression lorsque l'on regarde le bruit photo-assisté en phase et en quadrature.

Sur la figure 5.6 on voit la contribution du bruit dû à l'échantillon S_{jct} en température

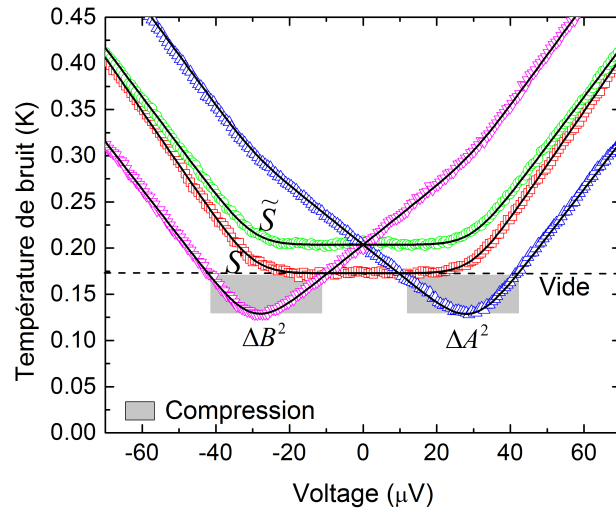


FIGURE 5.6 – Température de bruit de la jonction tunnel autour de 7.2 GHz sans excitation CA (carrés rouges, $\delta A^2 = \Delta B^2$), avec une excitation CA à 14.4 GHz sans synchronisation des sources (cercles verts, $\delta A^2 = \Delta B^2$) et avec synchronisation des sources en fonction du voltage CC sur l'échantillon (triangles bleus pour δA^2 et triangles roses inversés pour δB^2 , $\delta A^2 \neq \Delta B^2$). Les lignes noires pour S et \tilde{S} correspondent aux lissages de l'équation 5.1 avec respectivement $S_{jct} = S(\omega)$ (équation 1.20) et $S_{jct} = \tilde{S}(\omega)$ (équation 1.33) et permettent de trouver les paramètres inconnus. Les deux autres courbes noires (sur ΔA^2 et ΔB^2) correspondent à la théorie (équation 5.1) en utilisant $S_{jct} = \tilde{S}(\omega) \pm X^{(1)}$ et sont tracées en utilisant les paramètres trouvés précédemment.

de bruit dans les trois conditions. Le facteur d'amplitude G et le bruit d'amplification S_{amp} utilisés pour retrouver S_{jct} sont les mêmes que ceux trouvés dans la section précédente avec une excitation désynchronisée. On constate également que la courbe $\tilde{S}(\omega)$ correspond bien à la moyenne entre ΔA^2 et ΔB^2 . Cette fois, il n'y a aucun lissage sur les courbes pour ΔA^2 et ΔB^2 . Puisque les paramètres sont déjà connus, les courbes attendues par la théorie du chapitre 3 ont été tracées (équations 3.23 et 3.24). On voit que la théorie suit parfaitement les valeurs expérimentales. Le ratio entre le niveau de bruit minimal sur une quadrature et le niveau du vide nous donne la valeur $\alpha = 0.74$ (théoriquement et expérimentalement). La valeur minimale théorique pour α dans le cas d'une excitation $\omega_0 = 2\omega$ est $\alpha = 0.618$. Cette limite devrait être atteinte lorsque la température de l'échantillon devient nulle. Afin de se rapprocher de la valeur limite de α , il faut soit arriver à refroidir davantage la température des électrons de l'échantillon ou augmenter la fréquence de détection (et d'excitation). Bref la limite $\alpha = 0.618$ sera atteinte seulement lorsque $\hbar\omega/k_B T \rightarrow \infty$.

5.2 Bruit autour de 7.2 GHz avec excitation à 7.2 GHz : cas où $\omega_0 = \omega$

5.2.1 Sans excitation

Puisque ces mesures n'ont pas été faites la même journée que les données précédentes, une mesure sans excitation servant à la calibration a été effectuée une seconde fois. On voit sur la figure 5.7 le voltage en sortie de diode sur chaque quadrature en fonction du voltage CC sur la jonction sans excitation. Comme précédemment, un lissage de l'équation 5.1 avec $S_{jct} = S(\omega)$ (équation 1.20) permet de trouver les paramètres suivants $G = 1.76 \times 10^{-3}$, $T_A = 9.52$ K et $T = 24.2$ mK pour la première branche et $G = 1.83 \times 10^{-3}$, $T_A = 9.51$ et $T = 23.2$ mK dans la seconde branche. Les paramètres ont légèrement varié et ce genre de changement suffit à fausser une analyse. C'est pour ces raisons qu'il est important de faire les trois mesures (sans excitation, avec excitation désynchronisé et avec excitation synchronisé) l'une à la suite de l'autre.

Sur la figure 5.8, la courbe de bruit a été ajustée pour avoir seulement la température de bruit de l'échantillon en fonction du voltage CC. Une seule courbe est tracée puisque les deux quadratures, une fois renormalisées, donnent bien la même courbe. Le niveau du vide est toujours identifié avec une ligne pointillée et le lissage utilisé par une ligne

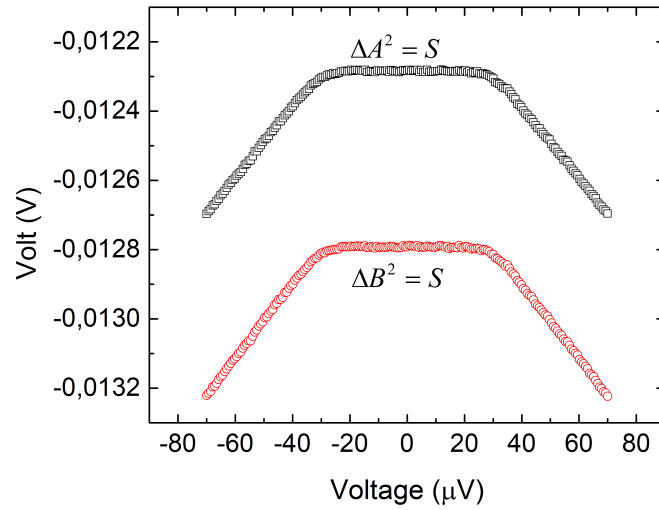


FIGURE 5.7 – Voltage en sortie de la diode (qui est proportionnel au bruit) en phase et en quadrature sans excitation CA en fonction du voltage CC sur la jonction.

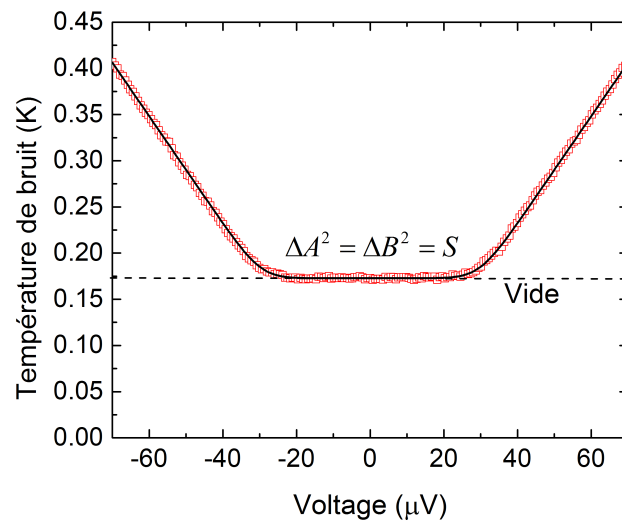


FIGURE 5.8 – Température de bruit de la jonction tunnel autour de 7.2 GHz sans excitation en fonction du voltage CC sur l'échantillon.

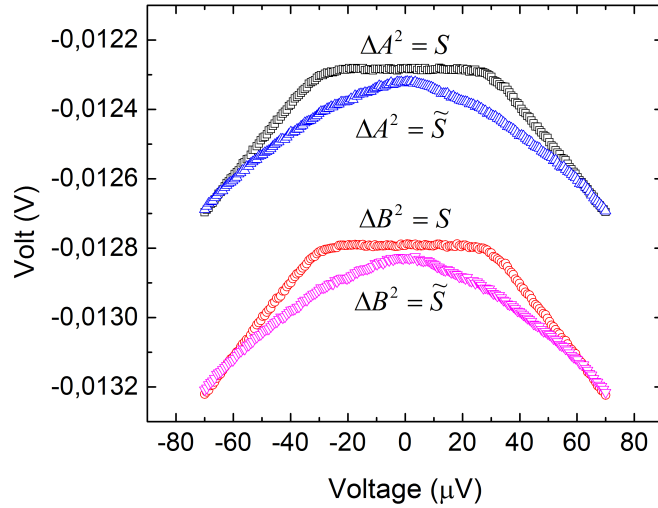


FIGURE 5.9 – Voltage en sortie de la diode (qui est proportionnel au bruit) en phase et en quadrature sans excitation CA (carrés noirs pour ΔA^2 et cercles rouges pour ΔB^2) et avec une excitation CA à 7.2 GHz sans synchronisation des sources (triangles bleus pour ΔA^2 et triangles roses inversés pour ΔB^2) en fonction du voltage CC sur la jonction.

pleine.

5.2.2 Sans synchronisation entre la source de détection et la source d'excitation

Sur la figure 5.9 on voit la tension en sortie de diode sans excitation et avec excitation désynchronisée. Encore une fois, on voit que la quantité de bruit est légèrement supérieure à l'excitation. En utilisant l'équation 5.1 avec $S_{jct} = \tilde{S}(\omega)$ et les paramètres de la section précédente (en laissant la température varier très légèrement $\sim 0.1\%$), on trouve la valeur de l'amplitude CA vue par l'échantillon $V_{ac} = 46 \mu\text{V}$ (qui apparaît dans $\tilde{S}(\omega)$).

Sur la figure 5.10 on voit les courbes de bruit de la jonction sans excitation et avec excitation désynchronisée en terme de température de bruit T_N . Une seule courbe de chaque cas est tracée puisque chaque branche mesure exactement le même niveau de bruit dans ces conditions.

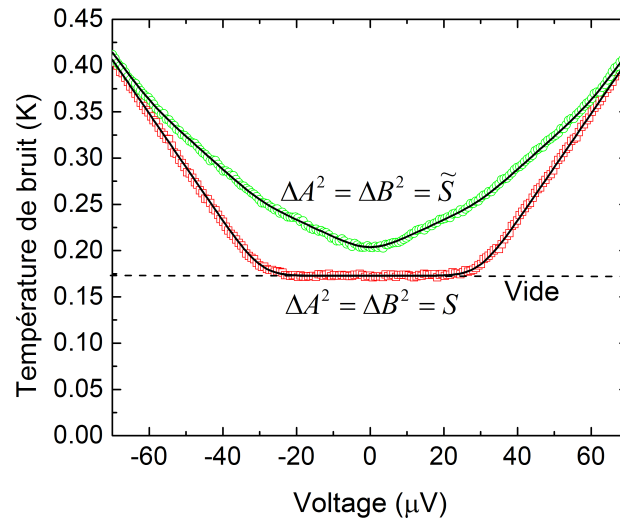


FIGURE 5.10 – Température de bruit de la jonction tunnel autour de 7.2 GHz sans excitation CA (carrés rouges) et avec une excitation CA à 7.2 GHz sans synchronisation des sources (cercles verts) en fonction du voltage CC sur l'échantillon. Les lignes noires correspondent aux lissages de l'équation 5.1 avec respectivement $S_{jct} = S(\omega)$ (équation 1.20) et $S_{jct} = \tilde{S}(\omega)$ (équation 1.33). L'amplitude de l'excitation CA est obtenue par lissage de la théorie : $V_{ac} = 46 \mu V$.

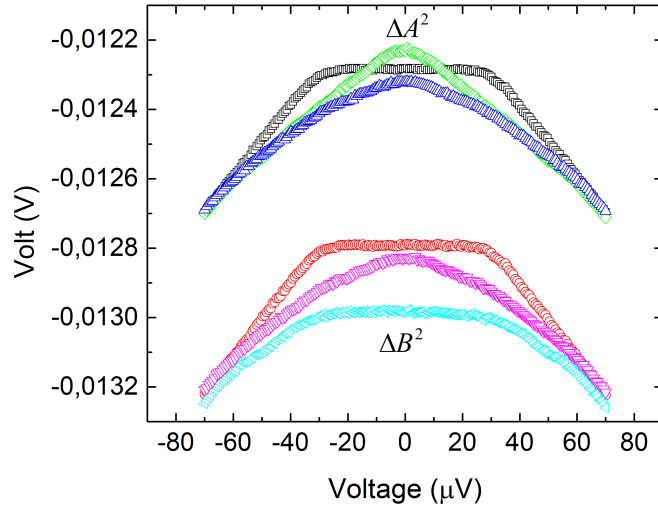


FIGURE 5.11 – Voltage en sortie de la diode en phase et en quadrature en fonction du voltage sur la jonction sans excitation CA (carrés noirs pour ΔA^2 et cercles rouge pour ΔB^2), avec une excitation CA à 7.2 GHz sans synchronisation des sources (triangles bleus pour ΔB^2 et triangles roses inversés pour ΔB^2) et avec synchronisation des sources (losanges verts pour ΔB^2 et triangles en bleu pâle tournés sur le côté pour ΔB^2).

5.2.3 Mesures avec synchronisation entre la source de détection et la source d'excitation

On voit sur la figure 5.11 le voltage en sortie de diode de chaque branche en fonction du voltage CC pour les trois cas. Comme prédit, les deux quadratures ne mesurent plus la même chose lorsque la mesure est sensible à la phase (synchronisation des sources). Cette fois contrairement au cas $\omega_0 = 2\omega$, une seule quadrature passe sous le niveau du vide.

Sur la figure 5.12 les courbes de température de bruit de l'échantillon T_N ont été tracées pour les trois cas. Comme pour le cas avec une excitation à 14.4 GHz, il n'y a aucun paramètre libre pour les courbes pleines de ΔA^2 et ΔB^2 puisque tous les paramètres ont été déterminés à partir de $S(\omega)$ et $\tilde{S}(\omega)$. La courbe théorique reflète dans ce cas aussi parfaitement l'expérience. Dans ce cas-ci, la valeur de α obtenue est 0.82 (théoriquement et expérimentalement). La limite de compression possible à température nulle, selon la théorie, est $\alpha = 0.73$.

Cette fois les courbes de bruit sont toutes symétriques. La différence dans la forme

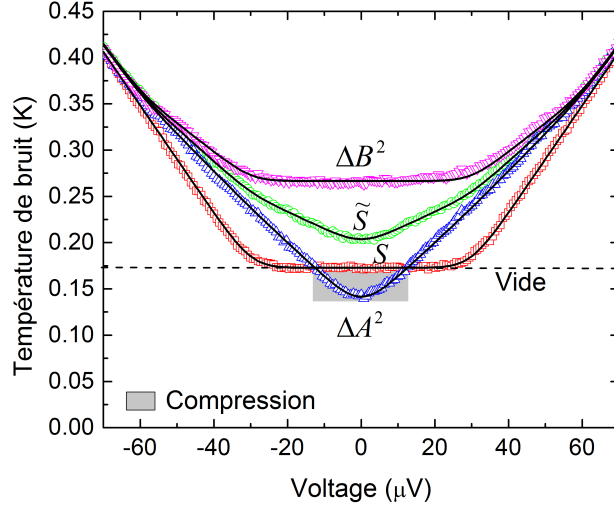


FIGURE 5.12 – Température de bruit de la jonction tunnel autour de 7.2 GHz sans excitation CA (carrés rouges, $\delta A^2 = \Delta B^2$), avec une excitation CA à 7.2 GHz sans synchronisation des sources (cercles verts, $\delta A^2 = \Delta B^2$) et avec synchronisation des sources en fonction du voltage CC sur l'échantillon (triangles bleus pour δA^2 et triangles roses inversés pour δB^2 , $\delta A^2 \neq \Delta B^2$). Les lignes noires pour S et \tilde{S} correspondent aux lissages de l'équation 5.1 avec respectivement $S_{jct} = S(\omega)$ (équation 1.20) et $S_{jct} = \tilde{S}(\omega)$ (équation 1.33) et permettent de trouver les paramètres inconnus. Les deux autres courbes noires (sur ΔA^2 et ΔB^2) correspondent à la théorie (équation 5.1) en utilisant $S_{jct} = \tilde{S}(\omega) \pm X^{(1)}$ et sont tracées en utilisant les paramètres trouvés précédemment.

des courbes entre le cas $p = 1$ et le cas $p = 2$ vient du terme $X^{(p)}$ qui apparaît dans ΔA^2 et ΔB^2 (voir chapitre 3). Ce terme est antisymétrique dans le cas $p = 1$ ($\omega_0 = 2\omega$) et est symétrique dans le cas $p = 2$ ($\omega_0 = \omega$).

5.3 Perspective

5.3.1 Peut-on faire mieux ?

Cette question est survenue dès le début de nos travaux en voulant maximiser la compression du bruit. Il y a par contre des éléments comme la forme de l'onde d'excitation utilisée qui ont seulement été étudiés analytiquement. Premièrement, il a été montré par calcul numérique que d'ajouter une seconde excitation peut améliorer la compression. Ces calculs deviennent rapidement complexes et ne sont pas présentés dans ce mémoire.

L'investigation d'une forme d'onde optimale n'a pas été fructueuse. Je crois que cette recherche pourrait présenter un bon défi pour un théoricien.

5.3.2 Existence de d'autres états quantiques ?

Les résultats obtenus sont très intéressants et démontrent clairement la présence d'états comprimés dans le bruit de grenaille d'une jonction tunnel. Cette découverte laisse entendre qu'un état quantique (dans ce cas un état comprimé) du champ électromagnétique peut émerger simplement d'une jonction tunnel sous de bonnes conditions. Il est tentant de se demander par la suite s'il y a d'autres propriétés quantiques à cette « lumière ». Par exemple, serait-il d'observer d'intrication entre différents photons ? Les travaux menés par Jean-Charles Forgues et Fatou Bintou [24] montrent déjà qu'il peut exister des corrélations entre des photons à différentes fréquences. Il pourrait être possible que ces paires soient en fait des paires intriquées. L'observation de compression à deux modes, serait un indicateur de la présence de paires de photons intriqués. L'équipe de Reulet se dirige actuellement vers cet objectif. Peut-être sera-t-il possible d'ici quelques années de faire une expérience semblable aux inégalités de Bell, mais en utilisant les fluctuations de courant d'une jonction tunnel ?

Conclusion

En résumé, le bruit en phase et en quadrature d'une jonction tunnel excitée par une tension alternative à haute fréquence a été mesuré. La présence de compression sous deux différentes conditions a été démontrée : lorsque la fréquence d'excitation est le double de celle de la détection ($\omega_0 = 2\omega$) et lorsque la fréquence d'excitation est la même que celle de la détection ($\omega_0 = \omega$). La quantité de bruit par rapport au vide mesuré a été respectivement dans chaque cas $\alpha = 0.74$ et $\alpha = 0.82$.

La théorie présentée dans le chapitre 3 prédit parfaitement les valeurs expérimentales obtenues en laboratoire. Il est donc possible de conclure que la forme de l'opérateur courant en phase et en quadrature a bien été défini.

Il y a quelques avenues possibles pour continuer les recherches dans cette direction : la première possibilité serait de vouloir augmenter la compression (diminuer α). Pour ce faire, il serait intéressant de faire un travail théorique pour trouver s'il n'y a pas des formes d'excitation particulières qui seraient plus optimales qu'une simple variation sinusoïdale. Une seconde méthode serait de regarder s'il n'y a pas une autre base orthogonale de mesures que les sinus et les cosinus. Une toute autre avenue serait de regarder s'il est possible de voir de la compression à deux modes. C'est-à-dire exciter à une fréquence ω_0 et regarder le bruit en phase et en quadrature à deux différentes fréquences ω_1 et ω_2 avec la condition $\omega_0 = \omega_1 + \omega_2$ (ou $\omega_0 = \omega_1 - \omega_2$).

Annexe A

A.1 Calcul de la densité spectrale

Afin de trouver la formule de la densité spectrale, la définition S_+ sera d'abord développée et S sera trouvé par symétrisation de l'équation obtenue.

$$S_+(\omega) = \langle \hat{I}(\omega)\hat{I}(-\omega) \rangle - \langle \hat{I}(\omega) \rangle \langle \hat{I}(-\omega) \rangle \quad (\text{A.1})$$

Regardons d'abord seulement le premier terme dans S en utilisant la définition de \hat{I} (équation 1.12)

$$\begin{aligned} \langle \hat{I}(\omega)\hat{I}(-\omega) \rangle &= \frac{e^2}{\hbar^2} \int dE \int dE' \\ &\left\langle \left[(1 - r^*(E)r(E + \hbar\omega))a_L^\dagger(E)a_L(E + \hbar\omega) - r^*(E)t(E + \hbar\omega)a_L^\dagger(E)a_R(E + \hbar\omega) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - t^*(E)r(E + \hbar\omega)a_R^\dagger(E)a_L(E + \hbar\omega) - t^*(E)t(E + \hbar\omega)a_R^\dagger(E)a_R(E + \hbar\omega) \right] \times \right. \\ &\quad \left. \left[(1 - r^*(E')r(E' - \hbar\omega))a_L^\dagger(E')a_L(E' - \hbar\omega) - r^*(E')t(E' - \hbar\omega)a_L^\dagger(E')a_R(E' - \hbar\omega) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - t^*(E')r(E' - \hbar\omega)a_R^\dagger(E')a_L(E' - \hbar\omega) - t^*(E')t(E' - \hbar\omega)a_R^\dagger(E')a_R(E' - \hbar\omega) \right] \right\rangle \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

À première vue ce calcul semble extrêmement compliqué, mais dans cette multiplication, il y a seize termes dont seulement quatre seront non-nuls. Le secret provient de la valeur moyenne autour des opérateurs d'échelles $a_{L,R}$ et $a_{L,R}^\dagger$ puisque

$$\left\langle a_{L,R}^\dagger(E) a_{L,R}(E' + \hbar\omega) \right\rangle = f_{L,R}(E) \delta(E' + \hbar\omega - E) \quad (\text{A.3})$$

avec $f_{L,R}$ la fonction de Fermi-Dirac. Dans notre cas, chaque terme aura une valeur moyenne contenant quatre opérateurs d'échelles. Toutefois, le théorème de Wick affirme qu'un produit d'un nombre pair d'opérateur peut être écrit comme la somme de tous les appariements possibles entre un opérateur de création et un opérateur d'annihilation (comme le montre l'équation A.4). Par exemple

$$\left\langle a_1^\dagger a_2 a_3 a_4^\dagger \right\rangle = \left\langle a_1^\dagger a_2 \right\rangle \left\langle a_3 a_4^\dagger \right\rangle + \left\langle a_1^\dagger a_3 \right\rangle \left\langle a_2 a_4^\dagger \right\rangle + \left\langle a_1^\dagger a_4^\dagger \right\rangle \left\langle a_2 a_3 \right\rangle \quad (\text{A.4})$$

Afin de simplifier la notation, voici comment les différents termes de l'opérateur courant seront nommés

$$\begin{aligned} \hat{I}(\omega) = \frac{e}{\hbar} \int dE & \left[\overbrace{(1 - r^*(E)r(E + \hbar\omega)) a_L^\dagger(E) a_L(E + \hbar\omega)}^{I_{LL}} - \overbrace{r^*(E)t(E + \hbar\omega) a_L^\dagger(E) a_R(E + \hbar\omega)}^{I_{LR}} \right. \\ & \left. - \overbrace{t^*(E)r(E + \hbar\omega) a_R^\dagger(E) a_L(E + \hbar\omega)}^{I_{RL}} - \overbrace{t^*(E)t(E + \hbar\omega) a_R^\dagger(E) a_R(E + \hbar\omega)}^{I_{RR}} \right]. \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

En gardant en tête le théorème de Wick et en utilisant la condition de l'équation A.3, on voit que les six termes non-nuls sont :

$$\begin{aligned}
\langle I_{LL}(\omega)I_{RR}(-\omega) \rangle &= (1 - r^*(E)r(E + \hbar\omega))t^*(E')t(E' - \hbar\omega) \\
&\quad \left\langle a_L^\dagger(E)a_L(E + \hbar\omega)a_R^\dagger(E')a_R(E' - \hbar\omega) \right\rangle \\
\langle I_{RR}(\omega)I_{LL}(-\omega) \rangle &= t^*(E)t(E + \hbar\omega)(1 - r^*(E')r(E' - \hbar\omega)) \\
&\quad \left\langle a_R^\dagger(E)a_R(E + \hbar\omega)a_L^\dagger(E')a_L(E' - \hbar\omega) \right\rangle \\
\langle I_{LL}(\omega)I_{LL}(-\omega) \rangle &= (1 - r^*(E)r(E + \hbar\omega))(1 - r^*(E')r(E' - \hbar\omega)) \\
&\quad \left\langle a_L^\dagger(E)a_L(E + \hbar\omega)a_L^\dagger(E')a_L(E' - \hbar\omega) \right\rangle \\
\langle I_{RR}(\omega)I_{RR}(-\omega) \rangle &= t^*(E)t(E + \hbar\omega)t^*(E')t(E' - \hbar\omega) \\
&\quad \left\langle a_R^\dagger(E)a_R(E + \hbar\omega)a_R^\dagger(E')a_R(E' - \hbar\omega) \right\rangle \\
\langle I_{LR}(\omega)I_{RL}(-\omega) \rangle &= r^*(E)t(E + \hbar\omega)t^*(E')r(E' - \hbar\omega) \\
&\quad \left\langle a_L^\dagger(E)a_R(E + \hbar\omega)a_R^\dagger(E')a_L(E' - \hbar\omega) \right\rangle \\
\langle I_{RL}(\omega)I_{LR}(-\omega) \rangle &= t^*(E)r(E - \hbar\omega)r^*(E')t(E' + \hbar\omega) \\
&\quad \left\langle a_R^\dagger(E)a_L(E + \hbar\omega)a_L^\dagger(E')a_R(E' - \hbar\omega) \right\rangle
\end{aligned} \tag{A.6}$$

Une fois que l'on applique le théorème de Wick, on obtient

$$\begin{aligned}
\langle I_{LL}(\omega)I_{RR}(-\omega) \rangle &= (1 - r^*(E)r(E + \hbar\omega))t^*(E')t(E' - \hbar\omega) \\
&\quad \left\langle a_L^\dagger(E)a_L(E + \hbar\omega) \right\rangle \left\langle a_R^\dagger(E')a_R(E' - \hbar\omega) \right\rangle \\
\langle I_{RR}(\omega)I_{LL}(-\omega) \rangle &= t^*(E)t(E + \hbar\omega)(1 - r^*(E')r(E' - \hbar\omega)) \\
&\quad \left\langle a_R^\dagger(E)a_R(E + \hbar\omega) \right\rangle \left\langle a_L^\dagger(E')a_L(E' - \hbar\omega) \right\rangle \\
\langle I_{LL}(\omega)I_{LL}(-\omega) \rangle &= (1 - r^*(E)r(E + \hbar\omega))(1 - r^*(E')r(E' - \hbar\omega)) \\
&\quad \left(\left\langle a_L^\dagger(E)a_L(E + \hbar\omega) \right\rangle \left\langle a_L^\dagger(E')a_L(E' - \hbar\omega) \right\rangle + \right. \\
&\quad \left. \left\langle a_L^\dagger(E)a_L(E' - \hbar\omega) \right\rangle \left\langle a_L(E + \hbar\omega)a_L^\dagger(E') \right\rangle \right) \\
\langle I_{RR}(\omega)I_{RR}(-\omega) \rangle &= t^*(E)t(E + \hbar\omega)t^*(E')t(E' - \hbar\omega) \\
&\quad \left(\left\langle a_R^\dagger(E)a_R(E + \hbar\omega) \right\rangle \left\langle a_R^\dagger(E')a_R(E' - \hbar\omega) \right\rangle + \right. \\
&\quad \left. \left\langle a_R^\dagger(E)a_R(E' - \hbar\omega) \right\rangle \left\langle a_R(E + \hbar\omega)a_R^\dagger(E') \right\rangle \right) \\
\langle I_{LR}(\omega)I_{RL}(-\omega) \rangle &= r^*(E)t(E + \hbar\omega)t^*(E')r(E' - \hbar\omega) \\
&\quad \left\langle a_L^\dagger(E)a_L(E' - \hbar\omega) \right\rangle \left\langle a_R(E + \hbar\omega)a_R^\dagger(E') \right\rangle \\
\langle I_{RL}(\omega)I_{LR}(-\omega) \rangle &= t^*(E)r(E + \hbar\omega)r^*(E')t(E' - \hbar\omega) \\
&\quad \left\langle a_R^\dagger(E)a_R(E' - \hbar\omega) \right\rangle \left\langle a_L(E + \hbar\omega)a_L^\dagger(E') \right\rangle
\end{aligned} \tag{A.7}$$

Cependant, il ne faut pas oublier le second terme dans $S_+(\omega)$ qui est : $-\langle I(\omega) \rangle \langle I(-\omega) \rangle$. Celui-ci vient exactement annuler les deux premier termes ainsi que la seconde partie de $\langle I_{RR}(\omega)I_{RR}(-\omega) \rangle$ et $\langle I_{LL}(\omega)I_{LL}(-\omega) \rangle$ dans l'équation A.7.

En somme, il y a bien quatre termes nuls qui sont

$$\begin{aligned}
S_{LR} &= \frac{e^2}{h^2} \int dE \int dE' r^*(E) t(E + \hbar\omega) t^*(E') r(E' - \hbar\omega) \\
&\quad \left\langle a_L^\dagger(E) a_L(E' - \hbar\omega) \right\rangle \left\langle a_R(E + \hbar\omega) a_R^\dagger(E') \right\rangle \\
S_{RL} &= \frac{e^2}{h^2} \int dE \int dE' t^*(E) r(E + \hbar\omega) r^*(E') t(E' - \hbar\omega) \\
&\quad \left\langle a_R^\dagger(E) a_R(E' - \hbar\omega) \right\rangle \left\langle a_L(E + \hbar\omega) a_L^\dagger(E') \right\rangle \\
S_{LL} &= \frac{e^2}{h^2} \int dE \int dE' (1 - r^*(E) r(E + \hbar\omega)) (1 - r^*(E') r(E' - \hbar\omega)) \\
&\quad \left\langle a_L^\dagger(E) a_L(E' - \hbar\omega) \right\rangle \left\langle a_L(E + \hbar\omega) a_L^\dagger(E') \right\rangle \\
S_{RR} &= \frac{e^2}{h^2} \int dE \int dE' t^*(E) t(E + \hbar\omega) t^*(E') t(E' - \hbar\omega) \\
&\quad \left\langle a_R^\dagger(E) a_R(E' - \hbar\omega) \right\rangle \left\langle a_R(E + \hbar\omega) a_R^\dagger(E') \right\rangle
\end{aligned} \tag{A.8}$$

Avec la relation $\left\langle a_R(E + \hbar\omega) a_R^\dagger(E') \right\rangle = (1 - f_{L,R}(E + \hbar\omega)) \delta(E + \hbar - E')$ et $t^*(E) t(E) = 1 - r^*(E) r(E) = \tau(E)$, on obtient

$$\begin{aligned}
S_{LR} &= \frac{e^2}{h^2} \int dE \tau(E + \hbar\omega) (1 - \tau(E)) f_L(E) (1 - f_R(E + \hbar\omega)) \\
S_{RL} &= \frac{e^2}{h^2} \int dE \tau(E) (1 - \tau(E + \hbar\omega)) f_R(E) (1 - f_L(E + \hbar\omega)) \\
S_{LL} &= \frac{e^2}{h^2} \int dE |1 - r^*(E) r(E + \hbar\omega)|^2 f_L(E) (1 - f_L(E + \hbar\omega)) \\
S_{RR} &= \frac{e^2}{h^2} \int dE \tau(E) \tau(E + \hbar\omega) f_R(E) (1 - f_R(E + \hbar\omega))
\end{aligned} \tag{A.9}$$

La prochaine étape consiste à faire l'intégrale (en utilisant le fait que $f_L(E) = f_R(E - eV)$)

$$A(a) = \int f(x + a) (1 - f(x)) dx = \frac{a}{e^a - 1} \tag{A.10}$$

En supposant que la probabilité de transmission τ est indépendante de l'énergie et utilisant le résultat de l'intégrale (équation A.10) dans l'équation A.9 on obtient

$$\begin{aligned}
S_{LR} &= \frac{e^2}{\hbar^2} \tau (1 - \tau) k_B T A(-\mathbf{v} - \boldsymbol{\omega}) \\
S_{RL} &= \frac{e^2}{\hbar^2} \tau (1 - \tau) A(\mathbf{v} - \boldsymbol{\omega}) \\
S_{LL} &= \frac{e^2}{\hbar^2} \tau^2 A(-\boldsymbol{\omega}) \\
S_{RR} &= \frac{e^2}{\hbar^2} \tau^2 A(-\boldsymbol{\omega})
\end{aligned} \tag{A.11}$$

La somme de ces quatre termes donne

$$S_+(\boldsymbol{\omega}) = \frac{e^2}{\hbar} k_B T [\tau(1 - \tau)(A(-\mathbf{v} - \boldsymbol{\omega}) + A(\mathbf{v} - \boldsymbol{\omega})) + 2\tau^2 A(\boldsymbol{\omega})]. \tag{A.12}$$

Finalement pour obtenir $S = S_+(\boldsymbol{\omega}) + S_+(-\boldsymbol{\omega})$ on symétrise le dernier résultat en utilisant la relation

$$A(a) + A(-a) = a \coth\left(\frac{a}{2}\right) = g(a) \tag{A.13}$$

On retrouve alors la relation 1.16 de la théorie

$$S(\boldsymbol{\omega}) = \frac{e^2}{\hbar} k_B T \left[\tau(1 - \tau) \frac{g(\mathbf{v} - \boldsymbol{\omega}) + g(\mathbf{v} + \boldsymbol{\omega})}{2} + \tau^2 g(\boldsymbol{\omega}) \right] \tag{A.14}$$

A.2 Calcul de l'effet d'une excitation CA

Commençons par regarder la définition de l'opérateur de création

$$a_n = \frac{1}{T} \int_0^T dt \exp \left[-i \int_0^t dt' \frac{e}{\hbar} V(t') \right] e^{in\omega t} \tag{A.15}$$

En remplaçant $V(t')$ par $V + V_{ac} \cos(\omega_0 t')$ on obtient

$$\begin{aligned}
\tilde{a}_n &= \frac{1}{T} \int_0^T dt \exp \left[-i \int_0^t dt' \frac{e}{\hbar} (V + V_{ac} \cos(\omega_0 t')) \right] e^{in\omega t} \\
&= \frac{1}{T} \int_0^T dt \exp \left[-i \frac{e}{\hbar} (Vt' + \frac{V_{ac}}{\omega_0} \sin(\omega_0 t')) \right]_0^t e^{in\omega t} \\
&= \frac{1}{T} \int_0^T dt \left[e^{-i \frac{eVt}{\hbar}} e^{\frac{-ieV_{ac}}{\hbar\omega_0} \sin(\omega_0 t')} \right] e^{in\omega t}
\end{aligned} \tag{A.16}$$

À partir de là, on utilise le développement de Jacobi-Anger qui dit que

$$e^{iz \sin \theta} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(z) e^{in\theta} \quad (\text{A.17})$$

Où les J_n sont les fonctions de Bessel de première espèce. Dans ce cas ci, $z = \frac{eV_{ac}}{\hbar\omega_0}$ et $\theta = \omega_0 t$

$$\frac{1}{T} \int_0^T dt \left[e^{-i\frac{eVt}{\hbar}} \sum_n J_n(z) e^{-in\omega_0 t} \right] e^{in\omega t} \quad (\text{A.18})$$

On réarrange maintenant les termes pour avoir une équation de la même forme que l'équation A.15

$$\tilde{a}_n = \sum_n J_n(z) \frac{1}{T} \int_0^T dt \left[e^{-\frac{it}{\hbar}(eV + n\hbar\omega_0)} \right] e^{in\omega t} = \sum_n J_n(z) a(eV + n\hbar\omega_0) \quad (\text{A.19})$$

A.3 Calcul du commutateur entre A et B

$$\begin{aligned} [A, B] &= \frac{i}{2} ((I(\omega) + I(-\omega))(I(\omega) - I(-\omega))) - ((I(\omega) - I(-\omega))(I(\omega) + I(-\omega))) \\ &= I(\omega)I(\omega) - I(\omega)I(-\omega) + I(-\omega)I(\omega) - I(-\omega)I(-\omega) \\ &\quad - \left(I(\omega)I(\omega) + I(\omega)I(-\omega) - I(-\omega)I(\omega) - I(-\omega)I(-\omega) \right) \\ &= -i[I(\omega), I(-\omega)] \end{aligned} \quad (\text{A.20})$$

Ce dernier commutateur a déjà été calculé auparavant (en valeur moyenne) et porte le nom de formule de Kubo

$$\langle [I(\omega), I(-\omega)] \rangle = \frac{2\hbar}{R} \quad (\text{A.21})$$

Il est donc facilement déductible que

$$\langle [A, B] \rangle = -i \frac{2\hbar}{R} \quad (\text{A.22})$$

A.4 Calcul de α

On veut calculer

$$\alpha = \frac{R}{\hbar\omega} \left(\tilde{S}(\omega) - X^{(p)} \right) \quad (\text{A.23})$$

Les deux équations (1.33 et 1.36) nécessaires sont

$$\tilde{S}(\omega) = \frac{k_B T}{2R} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n^2(z) [g(\mathbf{v} - \boldsymbol{\omega} + n\boldsymbol{\omega}_0) + g(\mathbf{v} + \boldsymbol{\omega} + n\boldsymbol{\omega}_0)] \quad (\text{A.24})$$

$$X^{(p)} = \frac{k_B T}{2R} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(z) J_{n+p}(z) [g(\mathbf{v} + \boldsymbol{\omega} + n\boldsymbol{\omega}_0 + (-1)^p g(\mathbf{v} - \boldsymbol{\omega} - n\boldsymbol{\omega}_0)] \quad (\text{A.25})$$

A.4.1 Dans le cas $p = 1$

Pour le cas $p = 1$, $\boldsymbol{\omega}_0 = 2\boldsymbol{\omega}$ on obtient

$$\alpha = \frac{k_B T}{2\hbar\omega} \sum_n \left[(J_n^2(z) - J_n(z)J_{n+1}(z))g(\mathbf{v} + (2n+1)\boldsymbol{\omega}) + (J_n^2(z) + J_n(z)J_{n+1}(z))g(\mathbf{v} - (2n+1)\boldsymbol{\omega}) \right] \quad (\text{A.26})$$

Puisque la sommation va de $-\infty$ à ∞ , on peut redéfinir n pour le second terme avec $n = -n' - 1$.

$$\alpha = \frac{k_B T}{2\hbar\omega} \sum_n \left[(J_n^2(z) - J_n(z)J_{n+1}(z))g(\mathbf{v} + (2n+1)\boldsymbol{\omega}) + (J_{-n-1}^2(z) + J_{-n-1}(z)J_{-n}(z))g(\mathbf{v} - (2n+1)\boldsymbol{\omega}) \right] \quad (\text{A.27})$$

On utilise ensuite une relation des fonctions de Bessel qui dit

$$J_{-n}(z) = -J_n(z) \text{ si } n \text{ est impair} \quad (\text{A.28})$$

$$J_{-n}(z) = J_n(z) \text{ si } n \text{ est pair} \quad (\text{A.29})$$

On obtient

$$\begin{aligned}
\alpha &= \frac{k_B T}{2\hbar\omega} \sum_n \left[(J_n^2(z) - J_n(z)J_{n+1}(z))g(\mathbf{v} + (2n+1)\omega) \right. \\
&\quad \left. + (J_{n+1}^2(z) - J_{n+1}(z)J_n(z))g(\mathbf{v} + (2n+1)\omega) \right] \\
&= \frac{k_B T}{2\hbar\omega} \sum_n [(J_n(z) - J_{n+1}(z))^2 g(\mathbf{v} + (2n+1)\omega)]
\end{aligned} \tag{A.30}$$

On peut maintenant faire l'approximation à température nulle $\frac{k_B T}{2\hbar\omega} g(\mathbf{v} + (2n+1)\omega) = \frac{1}{2\hbar\omega} |(eV + (2n+1)\hbar\omega)|$. De plus, on introduit ensuite la notation $\mu = eV/\hbar\omega$ pour obtenir le résultat final

$$\frac{1}{2} \sum_n (J_n(z) - J_{n+1}(z))^2 |\mu + 2n + 1| \tag{A.31}$$

A.4.2 Dans le cas $p = 2$

Pour le cas $p = 2$, $\omega_0 = \omega$ on obtient

$$\begin{aligned}
\alpha &= \frac{k_B T}{2\hbar\omega} \sum_n \left[(J_n^2(z) - J_n(z)J_{n+2}(z))g(\mathbf{v} + (n+1)\omega) \right. \\
&\quad \left. + (J_n^2(z) - J_n(z)J_{n+2}(z))g(\mathbf{v} - (n+1)\omega) \right]
\end{aligned} \tag{A.32}$$

Puisque la sommation va de $-\infty$ à ∞ , on peut redéfinir n pour le second terme avec $n = -n' - 2$.

$$\begin{aligned}
\alpha &= \frac{k_B T}{2\hbar\omega} \sum_n \left[(J_n^2(z) - J_n(z)J_{n+2}(z))g(\mathbf{v} + (n+1)\omega) \right. \\
&\quad \left. + (J_{-n-2}^2(z) - J_{-n-2}(z)J_{-n}(z))g(\mathbf{v} + (n+1)\omega) \right]
\end{aligned} \tag{A.33}$$

On utilise ensuite une relation des fonctions de Bessel qui dit

$$J_{-n}(z) = -J_n(z) \text{ si } n \text{ est impair} \tag{A.34}$$

$$J_{-n}(z) = J_n(z) \text{ si } n \text{ est pair} \tag{A.35}$$

On obtient

$$\begin{aligned}
\alpha &= \frac{k_B T}{2\hbar\omega} \sum_n \left[(J_n^2(z) - J_n(z)J_{n+2}(z))g(\mathbf{v} + (n+1)\boldsymbol{\omega}) + \right. \\
&\quad \left. (J_{n+2}^2(z) - J_{n+2}(z)J_n(z))g(\mathbf{v} + (n+1)\boldsymbol{\omega}) \right] \\
&= \frac{k_B T}{2\hbar\omega} \sum_n [(J_n(z) - J_{n+2}(z))^2 g(\mathbf{v} + (n+1)\boldsymbol{\omega})]
\end{aligned} \tag{A.36}$$

On peut maintenant faire l'approximation à température nulle $\frac{k_B T}{2\hbar\omega} g(\mathbf{v} + (2n+1)\boldsymbol{\omega}) = \frac{1}{2\hbar\omega} |(eV + (2n+1)\hbar\omega)|$. De plus, on introduit ensuite la notation $\mu = eV/\hbar\omega$ pour obtenir le résultat final

$$\frac{1}{2} \sum_n (J_n(z) - J_{n+2}(z))^2 |\mu + n + 1| \tag{A.37}$$

Annexe B

B.1 Mesure des oscillations quantiques dans le bruit de grenaille

B.1.1 Montage

Le montage utilisé est très semblable à celui présenté pour la compression en phase et en quadrature (voir chapitre 4 pour les détails des différentes composantes). Par contre, il y a une différence majeure : la détection du bruit est faite à basse fréquence (1-80 MHz). Comme il n'existe pas de «bias tee» permettant à la fois le passage du courant à basse fréquence et le courant à très haute fréquence, le coupleur directionnel est placé devant celui-ci. On peut voir sur la figure le schéma expérimental utilisé.

Le défi expérimental ici est d'arriver à augmenter V_{ac} et V_{dc} de manière à toujours avoir $V_{ac} = V_{dc}$. Pour y arriver, des mesures de bruit sans excitation et avec excitation ont servi de calibration (très similairement à ce qui est fait pour la compression en phase et en quadrature). Une fois que l'amplitude CA reçue par l'échantillon est bien calibrée, il est possible de passer à la mesure des oscillations. Toutefois, prendre simplement deux courbes et faire la soustraction est impossible, car l'amplitude des oscillations est du même ordre que la dérive des amplificateurs dans le temps.

La méthode utilisée pour contrer ce problème est de directement mesurer la différence entre le signal de bruit avec excitation et celui sans excitation à l'aide d'un amplificateur synchrone (ou «lock-in»). Pour ce faire, on pulse l'excitation CA à une fréquence de 100 Hz et on détecte à l'amplificateur synchrone l'amplitude de cette modulation du bruit qui correspond exactement à $\tilde{S} - S$ (voir figure B.2).

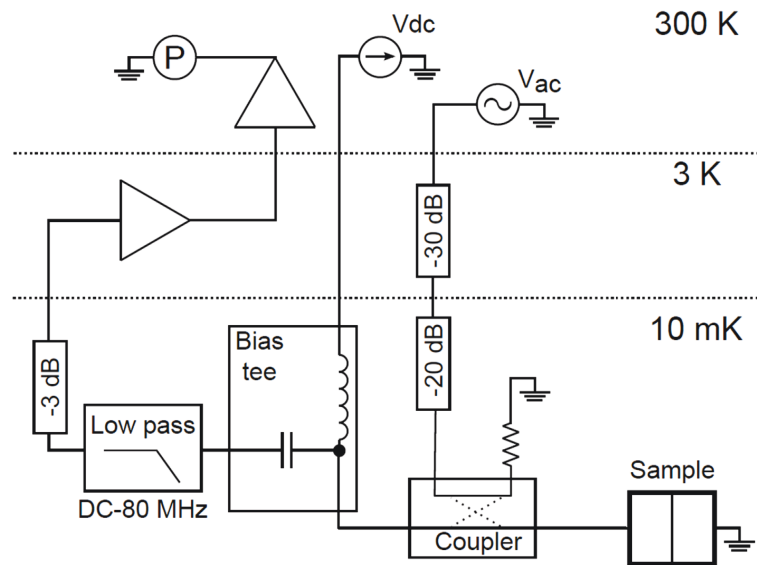


FIGURE B.1 – Schéma du montage pour la mesure des oscillations quantiques dans le bruit de grenaille

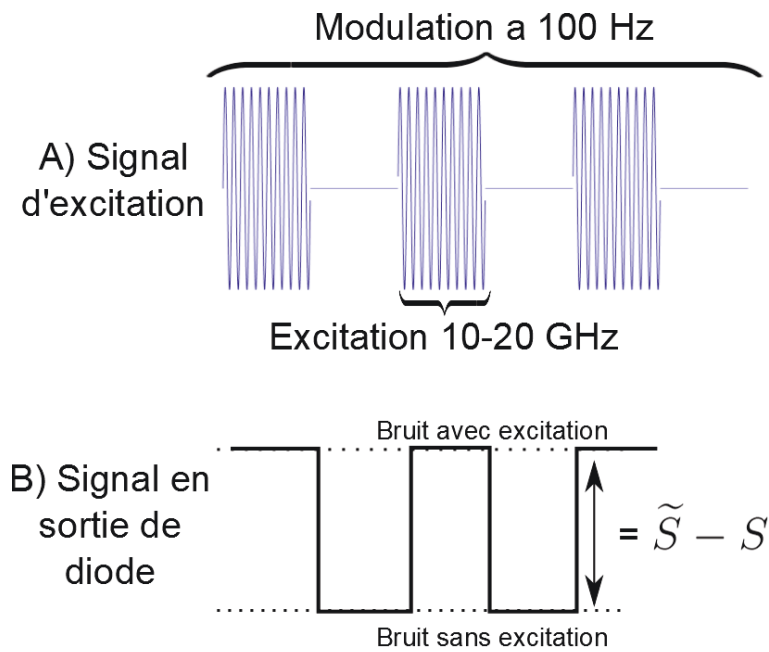
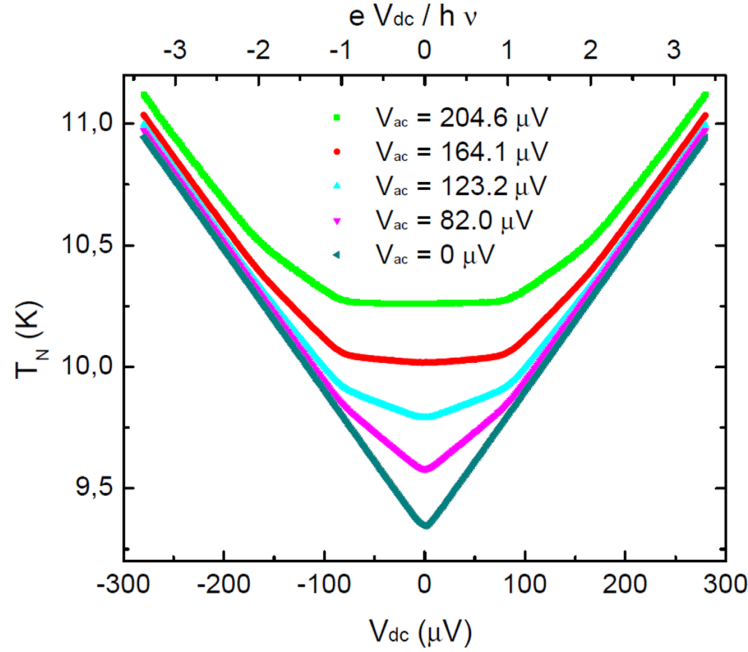


FIGURE B.2 – Mesures de $\tilde{S} - S$ avec l'amplificateur synchrone

FIGURE B.3 – Température de bruit en fonction de V_{dc} pour différents V_{ac} .

B.1.2 Résultats

La figure B.3 montre des courbes de température de bruit en fonction de V_{dc} pour différents V_{ac} constants à une fréquence de 20 GHz et 10 GHz. La courbe sans voltage alternatif a servi à calibrer le facteur d'amplitude, la température de l'amplificateur ainsi que la température des électrons. Cependant, lorsque l'on regarde les courbes avec une excitation CA, la température des électrons doit être augmentée pour bien correspondre aux valeurs expérimentales (voir annexe B.2). Cet effet a également déjà été observé auparavant [5]. Pour cette raison, il a été décidé de calibrer l'amplitude du voltage alternatif autrement. Il a déjà été mentionné que la courbure lors du changement de pentes (quand $eV = n\hbar\omega$ dans les courbes de bruit photo-assisté) est due à la température. Dans le même ordre d'idée, lorsque $eV = n\hbar\omega/2$, il s'agit de l'emplacement où il n'y a aucune différence dans la gamme de température observée $< 100\text{mK}$. La figure B.4 est la température de bruit en fonction de l'amplitude V_{ac} de la source. Connaissant déjà le facteur d'amplitude sur le bruit et la température de l'amplificateur à partir de la courbe de bruit sans courant alternatif, on trouve de cette courbe le facteur de proportionnalité entre $V_{ac \text{ source}}$ et $V_{ac \text{ échantillon}}$.

Sur la figure B.5, on voit ces fameuses oscillations obtenues à 10 GHz et 20 GHz. Il

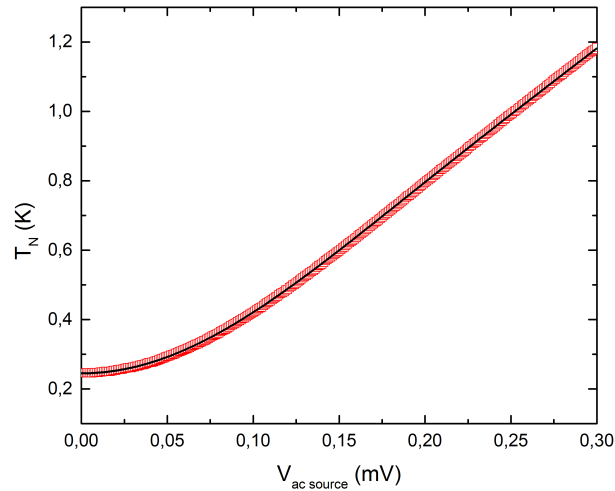


FIGURE B.4 – Température de bruit en fonction de V_{ac} avec $V_{dc} = \hbar\omega/2e$. Puisqu'à cette polarisation CC le bruit ne dépend pas de la température des électrons, cette courbe est utilisée pour faire la calibration de V_{ac} sur l'échantillon.

y a bien une périodicité de $\hbar\omega/eV$ (légèrement décalée puisque la température n'est pas nulle). Par contre, les attentes théoriques sont loin de ce qui est obtenu expérimentalement. Il faut comprendre que cette mesure est très sensible aux paramètres de la calibration puisque lorsque l'on suppose un ratio légèrement différent (de l'ordre de 5-8%), la théorie devient beaucoup plus près de nos valeurs. Cependant, l'incertitude sur la calibration est plus petite (de l'ordre de 1.5-2%) et n'est pas suffisante pour expliquer cette différence. Après avoir bien vérifié expérimentalement les différentes sources d'erreurs possibles (non-linéarité dans la diode de détection, dans la source ou dans la résistance de l'échantillon), rien n'est parvenu à expliquer cette différence. Il est possible de croire que l'on sort de l'approximation faite dans la théorie qui affirme que les contacts sont des réservoirs parfaits puisque l'on excite à très haute fréquence. Il faudra néanmoins plus de preuves pour pouvoir confirmer ou infirmer une telle hypothèse.

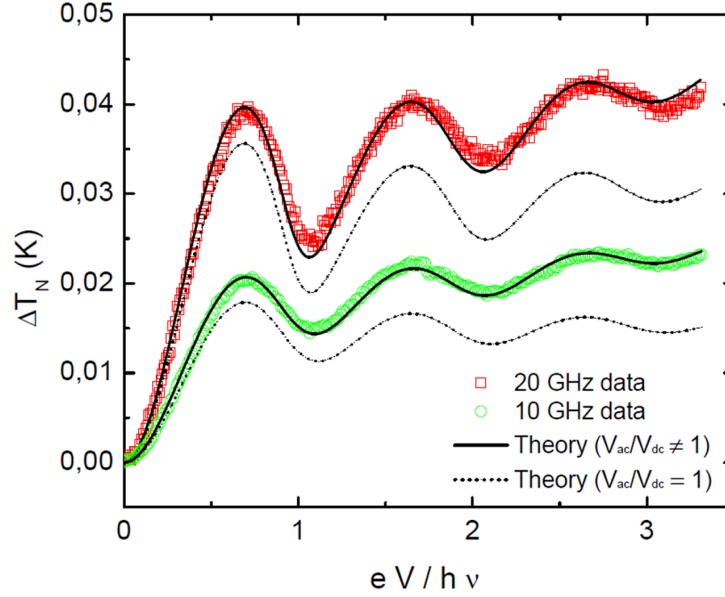


FIGURE B.5 – Mesures des oscillations du bruit ajouté par une excitation CA ($\tilde{S} - S$) lorsque $V_{ac} = V_{dc}$ en fonction de la hauteur des pulses $V + V \cos(\omega t)$.

B.2 Augmentation de la température des électrons en fonction de l'amplitude de l'excitation CA

Le graphique B.2 a été obtenu à partir de plusieurs mesures de densité spectrale $\tilde{S}(\omega)$ faites dans le cadre des mesures pour les oscillations dont on tire la température des électrons à partir d'un lissage de la théorie sur les données expérimentales de la figure B.3.

Dans les expériences du compression en phase et en quadrature, l'amplitude CA n'a jamais été suffisamment intense pour venir modifier la température électronique. De plus, il a été vérifié que l'amplitude CC sur l'échantillon n'a pas d'effet sur la température. Ceci laisse croire que cet effet est causé par une absorption des photons micro-ondes par le substrat.

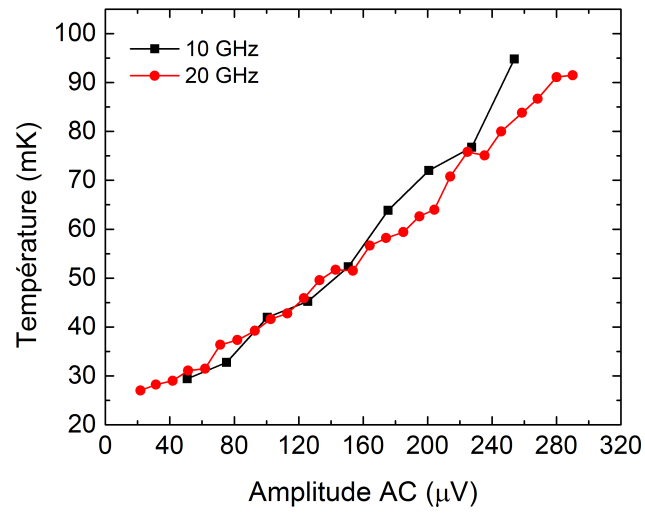


FIGURE B.6 – Température des électrons en fonction de l'amplitude CA pour deux fréquences d'excitation différentes : noire - 10GHz et rouge - 20 GHz.

Bibliographie

- [1] É. Akkermans et G. Montambaux. *Physique mésoscopique des électrons et des photons*. Savoirs actuels. EDP Sciences, (2004).
- [2] R. Landauer. Condensed-matter physics : The noise is the signal. *Nature* **392**, 658–659 (1998).
- [3] L. Saminadayar, D. C. Glatthli, Y. Jin, et B. Etienne. Observation of the $e/3$ fractionally charged Laughlin quasiparticle. *Phys. Rev. Lett.* **79**, 2526–2529 (1997).
- [4] Lafe Spietz, K. W. Lehnert, I. Siddiqi, et R. J. Schoelkopf. Primary electronic thermometry using the shot noise of a tunnel junction. *Science* **300**, 1929 – 1932 (2003).
- [5] R. J. Schoelkopf, A. A. Kozhevnikov, D. E. Prober, et M. J. Rooks. Observation of “photon-assisted” shot noise in a phase-coherent conductor. *Phys. Rev. Lett.* **80**, 2437–2440 (1998).
- [6] G. B. Lesovik et L. S. Levitov. Noise in an AC biased junction : Nonstationary Aharonov-Bohm effect. *Phys. Rev. Lett.* **72**, 538–541 (1994).
- [7] L.-H. Reydellet, P. Roche, D. C. Glatthli, B. Etienne, et Y. Jin. Quantum partition noise of photon-created electron-hole pairs. *Phys. Rev. Lett.* **90**, 176803 (2003).
- [8] J. Gabelli et B. Reulet. Dynamics of quantum noise in a tunnel junction under AC excitation. *Phys. Rev. Lett.* **100**, 026601 (2008).
- [9] Mihajlo Vanević, Yuli V. Nazarov, et Wolfgang Belzig. Elementary events of electron transfer in a voltage-driven quantum point contact. *Phys. Rev. Lett.* **99**, 076601 (2007).
- [10] Mihajlo Vanević, Yuli V. Nazarov, et Wolfgang Belzig. Elementary charge-transfer processes in mesoscopic conductors. *Phys. Rev. B* **78**, 245308 (2008).
- [11] Mihajlo Vanević et Wolfgang Belzig. Control of electron-hole pair generation by biharmonic voltage drive of a quantum point contact. *Phys. Rev. B* **86**, 241306 (2012).
- [12] Julien Gabelli et Bertrand Reulet. Shaping a time-dependent excitation to minimize the shot noise in a tunnel junction. *Phys. Rev. B* **87**, 075403 (2013).
- [13] D. A. Ivanov, H. W. Lee, et L. S. Levitov. Coherent states of alternating current. *Phys. Rev. B* **56**, 6839–6850 (1997).

- [14] L. S. Levitov, H. W. Lee, et G. B. Lesovik. Electron counting statistics and coherent states of electric current. *J. Math. Phys.* **37**, 4845 (1996).
- [15] Gabriel Gasse, Christian Lupien, et Bertrand Reulet. Observation of squeezing in the electron quantum shot noise of a tunnel junction. *Phys. Rev. Lett.* **111**, 136601 (2013), (2013).
- [16] Y.M. Blanter et M. Büttiker. *Shot Noise in Mesoscopic Conductors*. Physics reports. North-Holland - Elsevier Science, (2000).
- [17] Gabriel Gasse, Lafe Spietz, Christian Lupien, et Bertrand Reulet. Observation of quantum oscillations in the photoassisted shot noise of a tunnel junction. *Phys. Rev. B* **88**, 241402 (2013).
- [18] J. Gabelli et Bertrand Reulet. The noise susceptibility of a coherent conductor. In *Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering*, volume 6600, (2007).
- [19] R. Loudon. *The quantum theory of light*. Oxford science publications. Clarendon Press, (1983).
- [20] B. Yurke, P. G. Kaminsky, R. E. Miller, E. A. Whittaker, A. D. Smith, A. H. Silver, et R. W. Simon. Observation of 4.2-k equilibrium-noise squeezing via a Josephson-parametric amplifier. *Phys. Rev. Lett.* **60**, 764–767 (1988).
- [21] E. Flurin, N. Roch, F. Mallet, M. H. Devoret, et B. Huard. Generating entangled microwave radiation over two transmission lines. *Phys. Rev. Lett.* **109**, 183901 (2012).
- [22] Christian Weedbrook, Stefano Pirandola, Raul Garcia-Patron, Nicolas J. Cerf, Timothy C. Ralph, Jeffrey H. Shapiro, et Seth Lloyd. Gaussian quantum information. *Rev. Mod. Phys.* **84**, 621–669 (2012).
- [23] Samuel L. Braunstein et Peter van Loock. Quantum information with continuous variables. *Rev. Mod. Phys.* **77**, 513–577 (2005).
- [24] Sane F.B. Blanchard S. Spietz L. Lupien C. Forgues, J.-C. et B. Reulet. Noise intensity-intensity correlations and the fourth cumulant of photo-assisted shot noise. *Sci. Rep.* **3**, 2863 (2013).