

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ  
ХАРЬКОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ГОРОДСКОГО ХОЗЯЙСТВА имени А. Н. БЕКЕТОВА**

**А. А. Бобух  
Д. А. Ковалёв**

**КОМПЬЮТЕРНО-ИНТЕГРИРОВАННАЯ  
СИСТЕМА АВТОМАТИЗАЦИИ  
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ  
УПРАВЛЕНИЯ ЦЕНТРАЛИЗОВАННЫМ  
ТЕПЛОСНАБЖЕНИЕМ**

**МОНОГРАФИЯ**

**Харьков  
ХНУГХ  
2013**

УДК 004.415:681.51:697.34

ББК 32.965+31.38

Б72

***Авторы:***

**Бобух А. А.** – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры «Теплохладоснабжения» ХНУГХ им. А. Н. Бекетова;

**Ковалёв Д. А.** – кандидат технических наук, ассистент кафедры «Теплохладоснабжения» ХНУГХ им. А. Н. Бекетова.

***Рецензенты:***

**Любчик Л. М.** – доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой «Компьютерная математика и математическое моделирование» Национального технического университета «Харьковский политехнический институт»;

**Руденко О. Г.** – доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой «Электронно-вычислительных машин» Харьковского национального университета радиоэлектроники;

**Кошевой Н. Д.** – доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой «Авиационных приборов и измерений» Национального аэрокосмического университета им. М. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт».

*Рекомендовано к печати Ученым Советом ХНАГХ  
протокол № 7 от 22. 02. 2013 г*

**Бобух А. А.**

Б72 Компьютерно-интегрированная система автоматизации технологических объектов управления централизованным теплоснабжением: монография / А. А. Бобух, Д. А. Ковалёв; Харьк. нац. ун-т гор. хоз-ва им. А. Н. Бекетова. – Х. : ХНУГХ, 2013. – 226 с.

ISBN 978-966-695-305-9

Рассматриваются теоретические и практические вопросы разработки и применения компьютерно-интегрированных систем автоматизации технологических объектов управления централизованным теплоснабжением.

В монографии излагаются особенности использования вероятностных методов и методов идентификации технологических объектов управления для синтеза математических моделей, методов и компьютерно-интегрированной системы автоматизации технологических объектов управления централизованным теплоснабжением.

Монография предназначена для специалистов проектных и коммунальных организаций городского хозяйства, а также будет полезной профессорско-преподавательскому составу, аспирантам, студентам технических и экономических специальностей.

УДК 004.415:681.51:697.34

ББК 32.965+31.38

ISBN 978-966-695-305-9

© А. А. Бобух, Д. А. Ковалёв, 2013

© ХНУГХ им. А. Н. Бекетова, 2013

## СОДЕРЖАНИЕ

УСЛОВНЫЕ СОКРАЩЕНИЯ.....	5
ВВЕДЕНИЕ.....	6
РАЗДЕЛ 1 АНАЛИЗ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ УПРАВЛЕНИЯ ЦЕНТРАЛИЗОВАННЫМ ТЕПЛОСНАБЖЕНИЕМ....	9
1.1 Описание технологических объектов управления закрытым централизованным теплоснабжением .....	10
1.2 Описание запроектированных систем автоматизации технологических объектов управления закрытым централизованным теплоснабжением .....	27
РАЗДЕЛ 2 ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ О ВЕРОЯТНОСТНЫХ МЕТОДАХ В ЗАДАЧАХ АВТОМАТИЗАЦИИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ УПРАВЛЕНИЯ.....	32
2.1 Средние значения величин, математическое ожидание и дисперсия случайной величины.....	32
2.2 Плотность и кривая распределения, нормальное распределение, закон распределения ошибок .....	38
2.3 Оценка меры точности и средней квадратической ошибки отдельных измерений. О среднем значении и дисперсии функции нескольких независимых случайных величин, критерий $\chi^2$ .....	44
2.4 Критерий Фишера и его применение при проверке гипотез, распределение Стьюдента и доверительные пределы .....	50
РАЗДЕЛ 3 ИДЕНТИФИКАЦИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ УПРАВЛЕНИЯ.....	55
3.1 Физическое и математическое моделирование, общие сведения и классификация методов идентификации технологических объектов управления .....	55
3.2 Методы регрессионного анализа.....	61
3.3 Методы структурной идентификации.....	96
3.4 Методы параметрической идентификации.....	106
РАЗДЕЛ 4 СИНТЕЗ МОДЕЛЕЙ, МЕТОДОВ И КОМПЬЮТЕРНО- ИНТЕГРИРОВАННОЙ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЗАЦИИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ УПРАВЛЕНИЯ ЗАКРЫТЫМ ЦЕНТРАЛИЗОВАННЫМ ТЕПЛОСНАБЖЕНИЕМ .....	117
4.1 Разработка математической модели технологических объектов управления закрытым централизованным теплоснабжением.....	117

4.2 Разработка критерия функциональной работоспособности технологических объектов управления закрытым централизованным теплоснабжением.....	121
4.3 Синтез метода диагностирования аварийных ситуаций технологических объектов управления закрытым централизованным теплоснабжением.....	123
4.4 Разработка компьютерно-интегрированной системы автоматизации технологических объектов управления закрытым централизованным теплоснабжением.....	138
4.5 Декомпозиция нижнего уровня компьютерно-интегрированной системы автоматизации технологических объектов управления закрытым централизованным теплоснабжением.....	143
4.6 Синтез многопараметрических математических моделей технологических объектов управления закрытым централизованным теплоснабжением .....	147
4.7 Синтез метода выбора рациональных величин расходов теплоносителя технологического объекта управления – котельной.....	167
4.8 Синтез метода рационального распределения тепловой энергии между технологическими объектами управления – центральным и индивидуальными тепловыми пунктами с системами отопления .....	173
4.9 Синтез адаптивного метода управления технологическими объектами закрытого централизованного теплоснабжения .....	179
<b>РАЗДЕЛ 5 ПОВЫШЕНИЯ КАЧЕСТВА И ЭФФЕКТИВНОСТИ ЭКСПЛУАТАЦИИ КОМПЬЮТЕРНО-ИНТЕГРИРОВАННОЙ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЗАЦИИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ УПРАВЛЕНИЯ ЗАКРЫТЫМ ЦЕНТРАЛИЗОВАННЫМ ТЕПЛОСНАБЖЕНИЕМ .....</b>	<b>198</b>
5.1 Анализ современных технических средств и рекомендации по их выбору для реализации компьютерно-интегрированной системы автоматизации технологических объектов управления закрытым централизованным теплоснабжением .....	198
5.2 Разработка фрагментов функциональных схем автоматизации технологических объектов управления: ТЭС, котельной, повысительной насосной станции, центрального теплового пункта, индивидуального теплового пункта с системой отопления .....	202
<b>ВЫВОДЫ.....</b>	<b>212</b>
<b>СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ.....</b>	<b>215</b>

## УСЛОВНЫЕ СОКРАЩЕНИЯ

- АР – автоматический регулятор.
- АСИ – адаптивные системы с идентификатором.
- АСУ – автоматизированная система управления.
- АСУПТЭ – автоматизированная система учета потребляемой тепловой энергии.
- ВВС – вероятностный вектор симптомов.
- ВП – вторичный прибор.
- ЗЦТ – закрытое централизованное теплоснабжение.
- ИМ – исполнительный механизм.
- ИТП – индивидуальный тепловой пункт.
- КИП и СА – контрольно-измерительные приборы и средства автоматизации.
- КИСА – компьютерно-интегрированная система автоматизации.
- ЛТР – логическая таблица решений.
- МНК – метод наименьших квадратов.
- МПК – микропроцессорный контроллер.
- ОПП – основной пароподогреватель.
- ПНС – подкачивающая насосная станция.
- ППП – пиковый пароподогреватель.
- ПП – первичный преобразователь.
- ПП/ПрП – первично-передающий преобразователь.
- ПрП – передающий преобразователь.
- ПТВМ – пиковый теплофикационный водогрейный газомазутный котел.
- ПЭВМ – персональная электронно-вычислительная машина.
- РО – регулирующий орган.
- РПВД – регенерационный подогреватель высокого давления.
- РПСД – регенерационный подогреватель среднего давления.
- САУ – система автоматического управления.
- СГВ – система горячего водоснабжения.
- СО – система отопления.
- ТОУ – технологический объект управления.
- ТЭС – тепловая электростанция.
- ФСА – функциональная схема автоматизации.
- ЦТП – центральный тепловой пункт.

## ВВЕДЕНИЕ

Усовершенствование инженерных систем, повышение требований к микроклимату зданий и сооружений, которые оснащаются более сложными и разносторонними системами автоматизированного инженерного оборудования, необходимость экономии топливно-энергетических ресурсов и охраны окружающей среды предопределяют повышенное внимание к системам автоматизации. Под автоматизацией с современной точки зрения понимают сферу науки и техники, которая на основе теории автоматического управления осуществляет разработку теоретических методов и технических средств, которые обеспечивают решение задач исследования, изготовления и эксплуатации отдельных объектов автоматизации. Оборудование, в котором возникает необходимость обеспечения определенного процесса или его коррекции путем управляющих воздействий, называют объектом управления. Если процесс является технологическим, то и объект управления будет технологическим. В последующем под **технологическими объектами управления** (ТОУ) будем понимать основные инженерные системы городского хозяйства, в частности, ТОУ централизованным теплоснабжением.

Управление такими технологическими объектами осуществляется путем поддержания управляемых параметров технологических процессов на заданном уровне или целеустремленное их изменение в соответствии с определенными требованиями или критериями управления. Параметр технологического процесса, который поддерживается в этом случае, называют **выходом** ТОУ, или **выходной (управляемой)** величиной, а также **выходным параметром**. При этом все четыре названия равноценные. Такими параметрами могут быть, например, температура, давление и расход теплоносителя; уровень воды в резервуаре и тому подобное.

ТОУ имеет также **входы**, или **входные параметры**. Входами объекта управления являются материальные потоки, то есть их расходы. Кроме того входами являются нештатные параметры (например, температура, давление, концентрация) входных материальных потоков. Входы ТОУ разделяются на **управляющие** (или управление) и **возмущающие** (или возмущение) воздействия. Возмущение является вредным воздействием, которое выводит ТОУ из рабочего или заданного режима работы. Возмущения разделяют на контролируемые и неконтролируемые.

Контролируемые возмущения – это такие, которые автоматически измеряются или определяются другими способами. Действие неконтролируемых возмущений неизвестно и их наличие определяется лишь по реакции ТОУ.

Успешная автоматизация инженерных систем городского хозяйства как технологических объектов управления позволяет достичь высоких технико-экономических показателей и повысить надежность их работы. Успех автоматизации инженерных систем городского хозяйства в значительной степени определяется правильным выбором **степени и объема** автоматизации отдельных технологических объектов управления и зависит от **уровня автоматизации**. **Степень автоматизации** характеризует технологические объекты с дистанционным, полуавтоматическим, автоматическим и автоматизированным управлениями. **Объем автоматизации** определяется перечнем операций, процессов и оборудованием, которое управляется с помощью средств автоматизации. **Уровень автоматизации** характеризует степень совершенства технических средств, с помощью которых осуществляется автоматизация. Степень автоматизации, ее объем и уровень должны выбираться для каждого ТОУ с детальным обоснованием технико-экономической эффективности и возможности устранения тяжелых и вредных условий труда обслуживающего персонала, или создание комфортных условий труда.

На сегодня термин «автоматизация» включает следующие понятия:

системы автоматического контроля параметров ТОУ, выполняющие контроль их текущих значений, например, температуры, давления, расхода и тому подобное;

автоматические системы технологической сигнализации, которые при отклонении автоматически контролируемых параметров от норм технологического регламента срабатывают с представлением оптической или акустической сигнализации;

системы автоматической защиты, обеспечивающие защиту технологического оборудования от угрозы аварии;

системы автоматической блокировки, не допускающие выполнение ошибочных команд обслуживающего персонала;

системы дистанционного (ручного) управления, обеспечивающие обслуживающему персоналу возможность управлять технологическими механизмами и оборудованием с помощью устройств автоматизации;

системы автоматического управления (САУ), обеспечивающие желаемые изменения в ходе технологического процесса с помощью соответствующих устройств автоматизации без участия обслуживающего персонала;

автоматизированные системы управления (АСУ), обеспечивающие изменения в ходе технологического процесса с помощью средств вычислительной (в частности микропроцессорной) техники и математических моделей объекта управления по заданным критериям управления.

Распространенным для автоматизации инженерных систем городского хозяйства носителем информации является электрический ток.

Материал монографии включает пять разделов, содержание которых последовательно отражает рассматриваемые вопросы.

## РАЗДЕЛ 1

### АНАЛИЗ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ УПРАВЛЕНИЯ ЦЕНТРАЛИЗОВАННЫМ ТЕПЛОСНАБЖЕНИЕМ

На современном этапе развития и управления городским хозяйством Украины важное значение имеют все аспекты его многогранной деятельности [1-3]. Одним из аспектов является совершенствование и управление централизованным теплоснабжением. Назначение централизованного теплоснабжения состоит в обеспечении потребителей необходимым количеством тепловой энергии в виде теплоносителя требуемых параметров для создания комфортных условий в соответствующих помещениях [4-8], для этого осуществляются технологические процессы получения теплоносителя, его транспортировка и потребление тепловой энергии. В Украине сложились две разновидности централизованного теплоснабжения: закрытая и открытая [9-13], которые принципиально отличаются подключением систем горячего водоснабжения (СГВ). В г. Харькове применяется закрытая разновидность централизованного теплоснабжения, в которой, в отличие от открытой, циркулирующий теплоноситель в СГВ не отбирается. Число параллельных линий при таком централизованном теплоснабжении должно быть не меньше двух, так как после отдачи тепла потребителю теплоноситель должен быть возвращен на источник теплоснабжения. Одним из главных преимуществ такого централизованного теплоснабжения является гидравлическая изолированность циркулирующего теплоносителя в тепловой сети от горячей воды в СГВ. Вследствие этого должен осуществляться контроль факта разгерметизации тепловой сети, который проводится по давлению теплоносителя. Несмотря на сложность закрытого централизованного теплоснабжения (ЗЦТ) и высокую стоимость его оборудования, оно получило широкое распространение.

Повышение эффективности эксплуатации ЗЦТ представляет собой актуальную научно-техническую задачу государственной политики в сфере теплоснабжения [14], практическое решение которой зависит от многих факторов, среди них как совершенствование структуры и технической реализации разработанных в конце 80-х годов прошлого века САУ централизованным теплоснабжением городов, так и разработка с

применением математических моделей новых САУ на базе современных КИП и СА и внедрение их в производство.

ЗЦТ города представляет собой сложную иерархическую структуру, в состав которой входят ТОУ [4-13]: источник тепловой энергии (тепловая электростанция (ТЭС) или районные котельные), магистральные тепловые сети с подкачивающими насосными станциями (ПНС) на них и магистральными камерами, районные тепловые распределительные сети, центральные тепловые пункты (ЦТП) на группы зданий, внутриквартальные распределительные тепловые сети, индивидуальные тепловые пункты (ИТП), системы отопления с отопительными приборами потребителей тепловой энергии (СО).

### **1.1 Описание технологических объектов управления закрытым централизованным теплоснабжением**

Источник тепловой энергии является первым ТОУ указанной сложной иерархической структуры ЗЦТ и включает в себя комплекс оборудования и устройств, расположенных в специальных помещениях, предназначенных для получения тепловой энергии в виде теплоносителя: горячей воды или пара [4]. Для г. Харькова теплоносителем является горячая вода [10,11,13]. В работах [4,7] были проведены исследования, связанные с решением задач ТОУ – источника тепловой энергии. Подготовка горячего теплоносителя может производиться как на ТЭС, так и в районных котельных. Для ТЭС существенным является управление отпуском полученного горячего теплоносителя не по текущей температуре наружного воздуха, а по прогнозируемой наружной температуре на промежуток времени 6~12 часов и более. Вследствие этого при эксплуатации ЗЦТ в разное время суток могут наблюдаться отклонения фактического режима отпуска полученного горячего теплоносителя от расчетного при соблюдении требуемого суточного баланса отпуска полученного горячего теплоносителя. Другим недостатком ЗЦТ для крупных городов является значительное расстояние транспортировки полученного теплоносителя от ТЭС к потребителям, которое может достигать 20~25 километров, поэтому наблюдается транспортное запаздывание горячего теплоносителя различное до нескольких часов для разноудаленных потребителей.

Поскольку основным назначением ТЭС является обеспечение качественного производства электрической и тепловой энергии в

соответствии с заданием при условии существующих реальных ограничений, рассмотрим принципиальную схему основного оборудования ТЭС (рисунок 1.1), как ТООУ ЗЦТ.

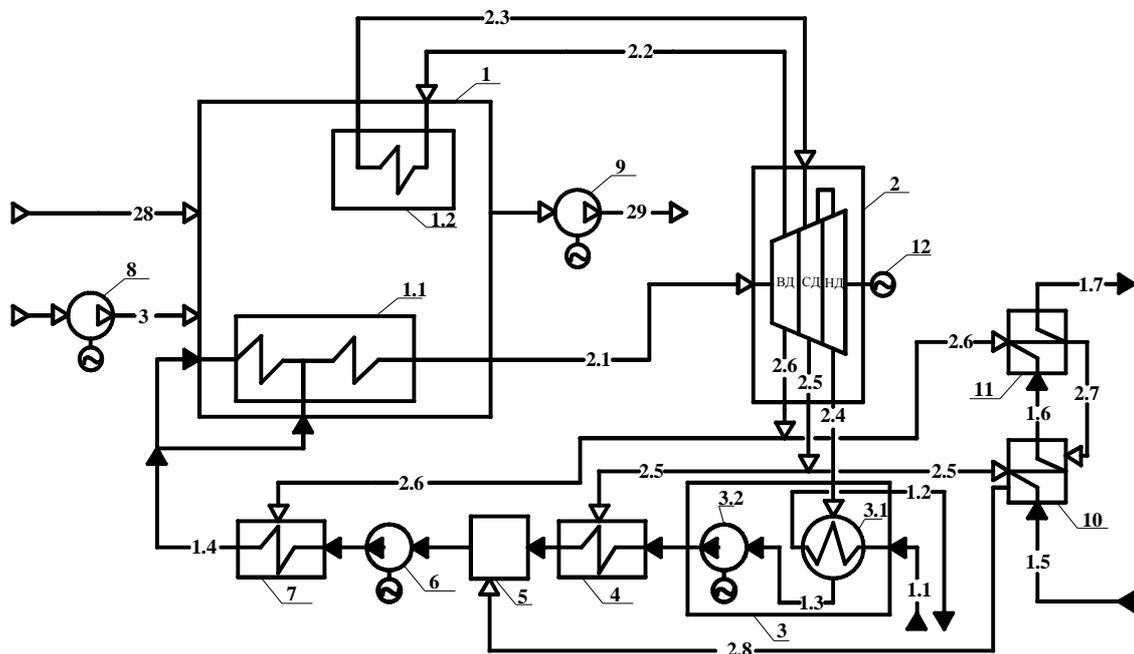


Рис. 1.1 – Принципиальная схема ТЭС

На рисунке 1.1 используются следующие обозначения: 1 – прямоточный котлоагрегат в составе: 1.1 – водный экономайзер; 1.2 – пароперегреватель; 2 – паровая турбина из трех частей: ВД – высокого давления, СД – среднего давления, НД – низкого давления; 3 – конденсационная установка в составе: 3.1 – конденсатор; 3.2 – конденсационный насос с электродвигателем; 4 – регенерационный подогреватель среднего давления (РПСД); 5 – деаэратор; 6 – насос питания котлоагрегата с электродвигателем; 7 – регенерационный подогреватель высокого давления (РПВД); 8 – вентилятор подачи воздуха к котлоагрегату с электродвигателем; 9 – дымосос с электродвигателем; 10 – основной пароподогреватель (ОПП); 11 – пиковый пароподогреватель (ППП); 12 – электрический генератор; 1.1 – охлажденная (циркуляционная) вода; 1.2 – нагретая вода; 1.3 – вода и конденсат; 1.4 – вода техническая, подаваемая в котлоагрегат; 1.5 – теплоноситель из магистральных тепловых сетей на ОПП; 1.6 – нагретый теплоноситель после ОПП в ППП; 1.7 – горячий теплоноситель в магистральные тепловые сети; 2.1 – пар после водного экономайзера; 2.2 – пар после части паровой турбины ВД, подаваемый в пароперегреватель; 2.3 – пар после пароподогревателя; 2.4 – пар после части

паровой турбины НД; 2.5 – пар после части паровой турбины СД; 2.6 – пар после части паровой турбины ВД; 2.7 – отработанный пар после ППП подаваемый в ОПП; 2.8 – пар после ОПП подаваемый в деаэратор; 3 – воздух, подаваемый в котлоагрегат; 28 – природный газ, подаваемый в котлоагрегат; 29 – дым после котлоагрегата.

В прямоточном котлоагрегате (1) происходит процесс превращения тепловой энергии сжигаемого природного газа (28) и технической воды (1.4) в энергию перегретого пара. Процесс генерации пара в прямоточном котлоагрегате (1) осуществляется подогревом технической воды (1.4) в водяном экономайзере (1.1) до температуры кипения (фазовый переход при сверхкритическом давлении), то есть до образования пара (2.1), который поступает к паровой турбине (2). Пар (2.2) после части паровой турбины ВД нагревается в пароперегревателе (1.2) до состояния (2.3) с заданной температурой. Пар (2.3) из пароперегревателя (1.2) поступает в часть СД паровой турбины (2), а затем – в часть НД паровой турбины (2). В ее проточной части происходит процесс расширения пара и превращения тепловой энергии водяного пара в механическую энергию вращения ротора турбины и электрического генератора (12). Из части НД паровой турбины (2) пар (2.4) поступает в конденсационную установку (3), где в конденсаторе (3.1) конденсируется с помощью охлажденной (циркуляционной) воды (1.1), тепло конденсации отводится нагретой водой (1.2) в систему охлаждения (на рисунке 1.1 не показана), а затем после охлаждения вода (1.1) снова поступает в конденсационную установку (3). Пар (2.5) после части турбины (2) СД распределяется: часть пара поступает к РПСД (4), а другая часть – на ОПП (10). Пар (2.6) после части турбины (2) ВД распределяется: часть пара поступает к РПВД (7), а другая часть – на ППП (11). В ОПП (10) теплоноситель (1.5) из магистральных тепловых сетей (на рисунке не показаны) нагревается паром (2.5) до 120 °С. Затем нагретый теплоноситель (1.6) поступает в ППП (11) в котором, при необходимости, нагревается паром (2.7) до 170 °С, а затем горячий теплоноситель (1.7) подается в магистральные тепловые сети. После ППП (11) отработанный пар (2.7) поступает в ОПП (10), после которого пар (2.8) отводится в деаэратор (5). Воду и конденсат (1.3) после конденсатора (3.1) конденсационным насосом (3.2) с электродвигателем подают через РПСД (4) в деаэратор (5), а из него насосом питания (6) с электродвигателем через РПВД (7) техническую воду (1.4) подают в котлоагрегат (1). Для обеспечения соответствующих температур и давления в прямоточном котлоагрегате (1)

воздух (3) подают вентилятором подачи (8) с электродвигателем, а дым (29) отводят дымососом (9) с электродвигателем.

В районных котельных [9] основная масса теплоносителя циркулирует за счет давления создаваемого сетевыми насосами по подающему (к потребителям) и обратному (от потребителей) трубопроводам в водогрейные котлы. Часть горячего теплоносителя подается рециркуляционными насосами в обратную линию перед котлами для предотвращения низкотемпературной коррозии трубчатой нагревательной поверхности котлов. Утечки теплоносителя системы через неплотности восполняются умягченным обескислороженным теплоносителем. Для этого в этих котельных предусматриваются установки по очистке, умягчению и удалению кислорода из теплоносителя. Подпиточный теплоноситель в магистральную тепловую сеть подают при помощи сетевых насосов. С целью снижения затрат на транспортировку теплоносителя районные котельные, по возможности, должны располагаться в центре тепловых нагрузок.

На рисунке 1.2 приведена принципиальная схема – котельной ОАО «Хартрон» г. Харьков, как ТООУ ЗЦТ, при этом используются новые цифровые обозначения оборудования и материальных потоков.

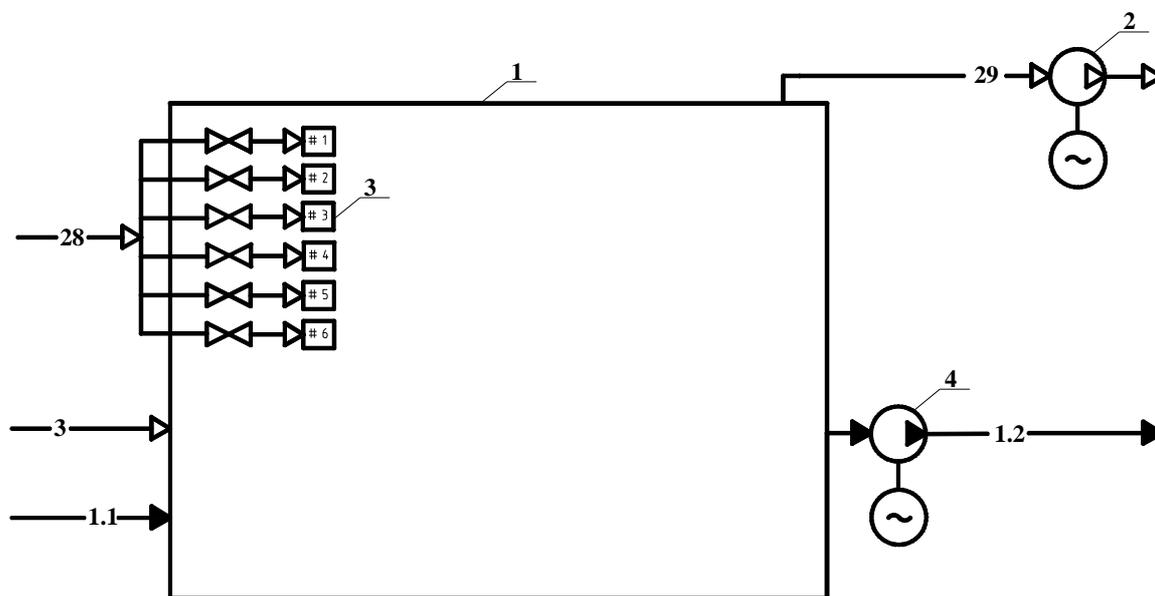


Рис. 1.2 – Принципиальная схема котельной ОАО «Хартрон»

На рисунке 1.2 используются следующие обозначения: 1 – котел; 2 – дымосос двухстороннего всасывания с электродвигателем; 3 – горелки; 4 – насос подачи горячего теплоносителя потребителям с электродвигателем; 1.1 – циркуляционный теплоноситель; 1.2 – горячий теплоноситель; 3 – воздух; 28 – природный газ; 29 – дымовые газы.

Подготовка теплоносителя на котельной ОАО «Хартрон» производится по следующему принципу: циркуляционный теплоноситель (1.1) под давлением подается по трубопроводам, вмонтированным в котел (1), где при сжигании природного газа (28) с помощью горелок (3) выделяется тепловая энергия, которая за счет теплопередачи нагревает теплоноситель (1.1) в трубопроводах. Для розжига горелок установленных в котле к ним подаются природный газ (28) и воздух (3) в соотношении 1:10 (во избежание получения взрывоопасной смеси). В тепловую сеть горячий теплоноситель (1.2), нагретый до температуры 150 °С, подается сетевым насосом (4) с электродвигателем. Отвод дымовых газов (29) из котла осуществляется при помощи дымососа двухстороннего всасывания (2) с электродвигателем. Выброс продуктов сгорания осуществляется непосредственно в атмосферу. Существующая котельная оборудована 4 пиковыми теплофикационными водогрейными газомазутными котлами ПТВМ-30М.

Магистральные тепловые сети с ПНС на них и магистральными камерами, районные тепловые распределительные сети как следующие ТОУ ЗЦТ транспортируют теплоноситель от источника тепловой энергии до ЦТП на группу зданий. Они должны осуществлять непрерывное и надежное обеспечение потребителей теплоносителем заданных параметров в требуемом количестве [15-26]. В работах [27-29] рассмотрены и детально исследованы вопросы рационального управления потокораспределением в трубопроводных транспортных системах, которые полностью относятся к рассматриваемым ТОУ. В связи со значительной протяженностью магистральных тепловых сетей в крупных городах до 20~25 километров [20], а так же значительных перепадах высот на отдельных магистралях, при необходимости устраивают ПНС [26,30] на подающих и обратных трубопроводах, которые являются дополнительной ступенью поддержания требуемого гидравлического режима тепловой сети после этих станций. ПНС представляет собой комплекс сооружений и устройств, предназначенных для размещения оборудования, арматуры, приборов контроля и управления, посредством которых осуществляется управление давлением теплоносителя. Технологические процессы ПНС зависят от расположения потребителей относительно этой станции. При подключении к тепловой сети (относительно ПНС) высокорасположенных потребителей применяют насосные станции с подкачивающими насосами на подающей линии. К такой насосной станции относится Бутовская, которая обслуживает один из

районов г. Харькова и расположена ниже, чем источник тепловой энергии. Поэтому основное назначение Бутовской насосной станции (рисунок 1.3) – управление давлением в обратном трубопроводе к источнику тепловой энергии с целью предотвращения «выдавливания» на источнике.

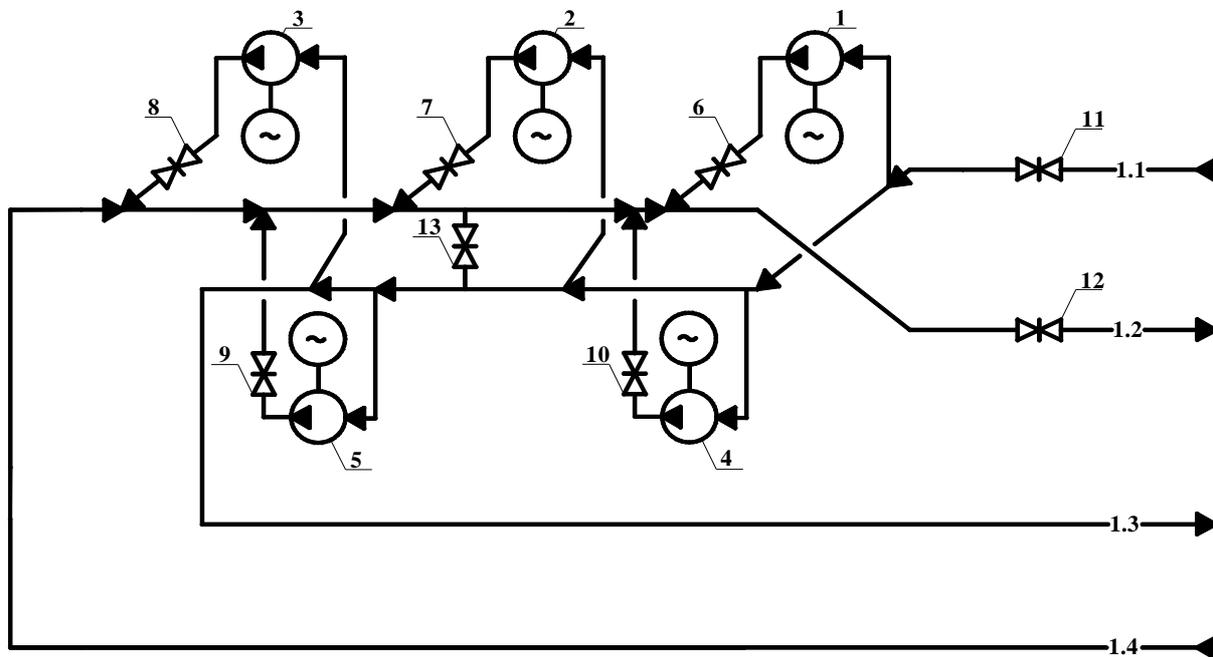


Рис. 1.3 – Принципиальная схема ПНС

На рисунке 1.3 используются следующие обозначения: 1-5 – насосы подкачивающие подачи теплоносителя с электродвигателями; 6-12 – обратные клапаны для осуществления «рассечки» тепловой сети; 13 – перемычка для выравнивания давления теплоносителя в подающем к ПНС и обратном от ПНС трубопроводах; 1.1 – теплоноситель в подающем трубопроводе от источника тепловой энергии к ПНС; 1.2 – теплоноситель в обратном трубопроводе от ПНС к источнику тепловой энергии; 1.3 – теплоноситель в подающем трубопроводе от ПНС к районным тепловым распределительным сетям; 1.4 – теплоноситель в обратном трубопроводе от районных тепловых распределительных сетей к ПНС.

На рассматриваемой ПНС постоянно работают два подкачивающих насоса (1) и (3), а при возрастании нагрузки (контроль давлений в соответствующих точках схемы) автоматически дополнительно включаются подкачивающие насосы (4), (5), (2) при необходимости. Постоянно работающие подкачивающие насосы (1) и (3) обеспечивают требуемые значения давления и температуры теплоносителя в соответствующих точках схемы ПНС.

Важными ТОУ ЗЦТ являются ЦТП на группы зданий [31-33], которые расположены между ТОУ – районными тепловыми распределительными сетями и внутриквартальными распределительными тепловыми сетями. ЦТП на группы зданий как ТОУ представляет собой комплекс сооружений и устройств, предназначенных для размещения оборудования, арматуры, приборов контроля и управления. Тепловая мощность ЦТП различна и находится в пределах 1~35 МВт [6].

Теплоноситель, поступающий в ЦТП из подающего трубопровода районных тепловых распределительных сетей, отдает часть тепловой энергии на подогрев воды в СГВ и транспортируется далее во внутриквартальные распределительные тепловые сети. От потребителей тепловой энергии теплоноситель возвращается в ЦТП из обратного трубопровода внутриквартальных распределительных тепловых сетей и по обратному трубопроводу районных распределительных и магистральных тепловых сетей отправляется на ТОУ – источник тепловой энергии для повторного нагрева и дальнейшего использования.

Рассмотрим основные принципиальные схемы ЦТП, как ТОУ ЗЦТ, при этом используются новые цифровые обозначения оборудования и материальных потоков, которые аналогичны для всех нижеприведенных ЦТП.

Принципиальная схема ЦТП со смесительным насосом на перемычке между подающим в ИТП с СО и обратным из ИТП с СО трубопроводами и двухступенчатой последовательной схемой подключения водоподогревателя горячей воды приведена на рисунке 1.4.

На рисунке 1.4 используются следующие обозначения: 1 – ЦТП; 2 – смесительный насос с электродвигателем; 3.1 – первая ступень двухступенчатого водоподогревателя; 3.2 – вторая ступень двухступенчатого водоподогревателя; 4 – циркуляционный насос с электродвигателем; 5 – грязевик; 1.1 – горячий теплоноситель на входе ЦТП; 1.2 – теплоноситель на выходе ЦТП; 1.3 – смешанный теплоноситель в ИТП с СО; 1.4 – теплоноситель из ИТП с СО; 1.5 – холодная водопроводная вода; 1.6 – горячая вода к потребителям; 1.7 – подогретая вода после 1-ой ступени двухступенчатого водоподогревателя; 1.8 – циркуляционная вода от потребителей; 1.9 – смешанная (подогретая и циркуляционная) вода.

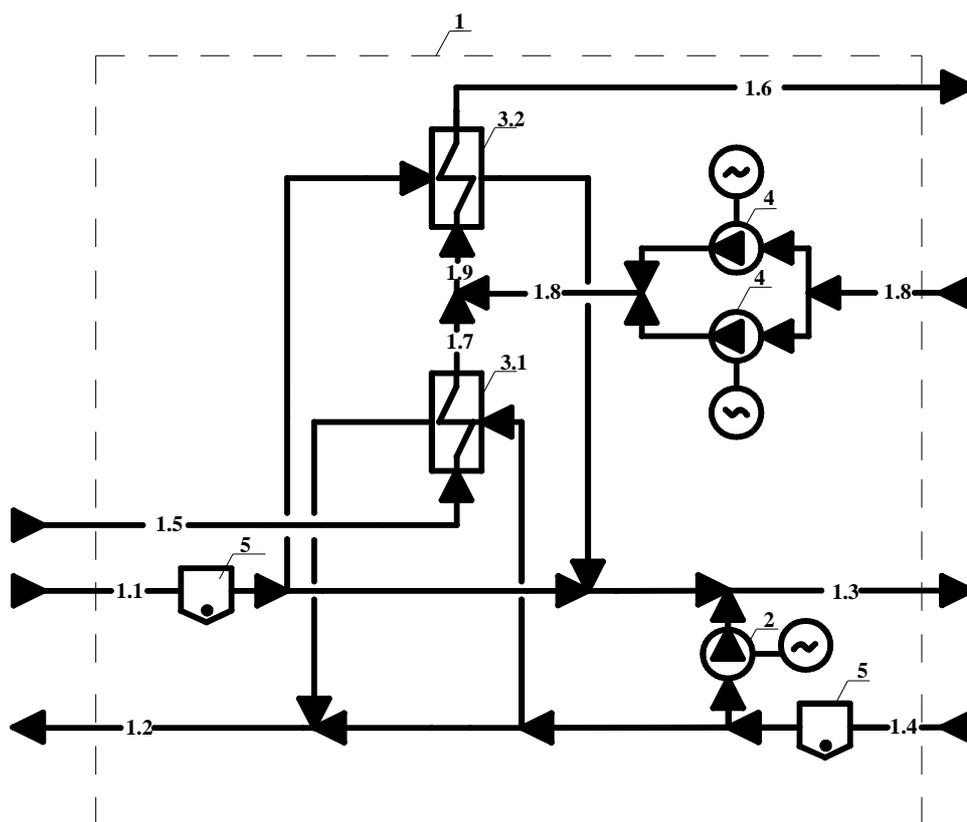


Рис. 1.4 – Принципиальная схема ЦТП со смесительным насосом на переключке между подающим в ИТП с СО и обратным из ИТП с СО трубопроводами и двухступенчатой последовательной схемой подключения водоподогревателя горячей воды

Горячий теплоноситель (1.1) поступает в ЦТП (1) из районных распределительных тепловых сетей (на рисунке не показаны) и разветвляется на два параллельных потока: первый – подается во вторую ступень (3.2) двухступенчатого водоподогревателя после которого смешивается с другим его потоком, после чего общий поток смешивается с первой частью теплоносителя (1.4) из ИТП с СО (на рисунке не показаны) с помощью смесительного насоса (2) с электродвигателем. Смешанный теплоноситель (1.3) поступает в ИТП с СО (на рисунке не показаны). Холодная водопроводная вода (1.5) из городского водопровода (на рисунке не показан) поступает на первую ступень (3.1) водоподогревателя, на которую подается другая часть теплоносителя (1.4). После подогрева холодной воды (1.5) эта часть теплоносителя (1.4) смешивается с третьей частью теплоносителя (1.4), в результате получается теплоноситель (1.2). Подогретая вода (1.7) после первой ступени (3.1) смешивается с циркуляционной водой (1.8), а смешанная (подогретая и циркуляционная) вода (1.9) поступает на вторую

ступень (3.2) водоподогревателя, в которой нагревается первым потоком горячего теплоносителя (1.1) до заданного значения температуры горячей воды (1.6) в местах ее потребления (~ 60°C). В зависимости от интенсивности разбора горячей воды (1.6) и из-за ее охлаждения в распределительных сетях (на рисунке не показаны) не использованную циркуляционную воду (1.8) циркуляционными насосами (4) с электродвигателями подают на смешение с подогретой водой (1.7). Теплоноситель (1.2) после ЦТП (1) поступает в магистральные тепловые сети (на рисунке не показаны).

Принципиальная схема ЦТП с водоструйным элеватором и двухступенчатой смешанной схемой подключения водоподогревателя горячей воды приведена на рисунке 1.5.

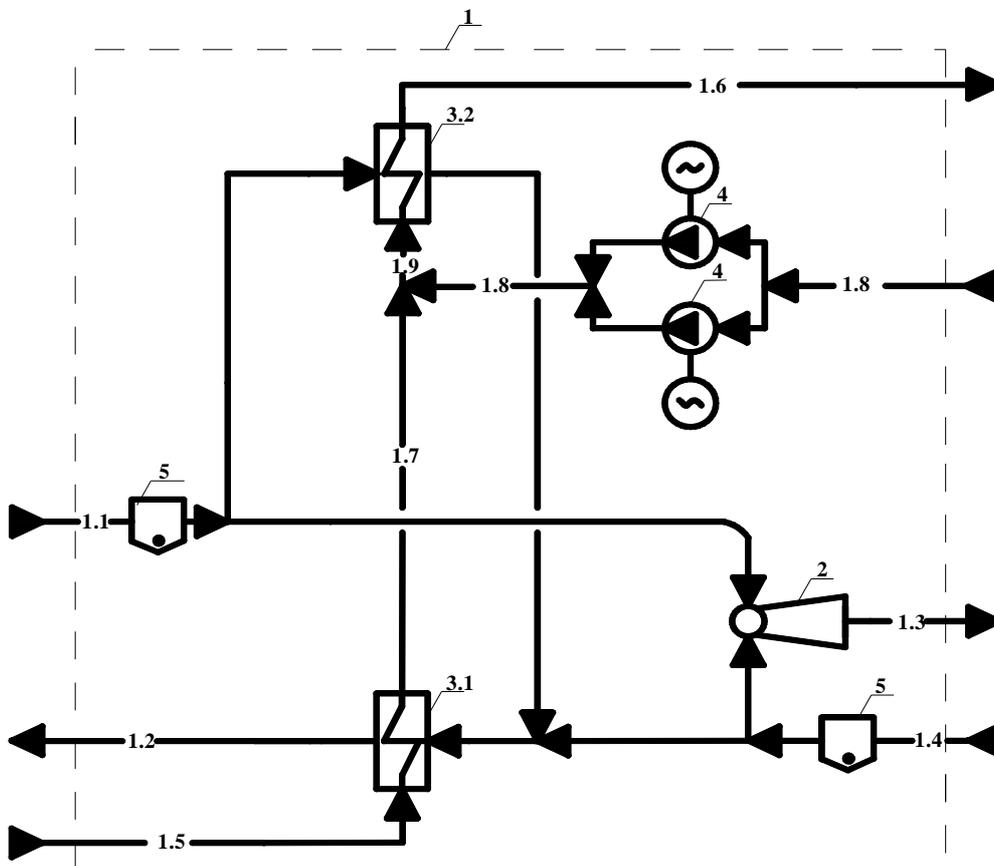


Рис. 1.5 – Принципиальная схема ЦТП с водоструйным элеватором и двухступенчатой смешанной схемой подключения водоподогревателя горячей воды

На рисунке 1.5 используются обозначения оборудования и материальных потоков как на рисунке 1.4, только: 2 – водоструйный элеватор.

Горячий теплоноситель (1.1) из районных распределительных тепловых сетей (на рисунке не показаны) поступает в ЦТП (1), в котором установлены двухступенчатый водоподогреватель со смешанной схемой подключения, а также водоструйный элеватор (2). Одна часть горячего теплоносителя (1.1) подается на смешение в водоструйном элеваторе (2) с первой частью теплоносителя (1.4) из ИТП с СО, после которого смешанный теплоноситель (1.3) поступает в ИТП с СО. Другая часть горячего теплоносителя (1.1) поступает на вторую ступень (3.2) водоподогревателя. Из второй ступени (3.2) отработанный теплоноситель (1.1) поступает на первую ступень (3.1), предварительно смешиваясь с другой частью теплоносителя (1.4). Холодная водопроводная вода (1.5) поступает на первую ступень (3.1) водоподогревателя, где подогревается, подогретая вода (1.7) после первой ступени (3.1) смешивается с циркуляционной водой (1.8). Смешанная (подогретая и циркуляционная) вода (1.9) поступает на вторую ступень (3.2) водоподогревателя, в которой нагревается до заданного значения температуры горячей воды (1.6) в местах ее потребления (~ 60°C). Теплоноситель (1.2) после ЦТП (1) поступает в районные тепловые распределительные сети (на рисунке не показаны).

Принципиальная схема ЦТП с водоструйным элеватором и одноступенчатой параллельной схемой подключения водоподогревателя горячей воды приведена на рисунке 1.6.

На рисунке 1.6 используются обозначения оборудования и материальных потоков как на рисунке 1.4, только: 2 – водоструйный элеватор, а 3 – одноступенчатый водоподогреватель с параллельной схемой подключения.

Горячий теплоноситель (1.1) из районных распределительных тепловых сетей (на рисунке не показаны) поступает в ЦТП (1), в котором установлены одноступенчатый водоподогреватель (3) с параллельной схемой подключения и водоструйный элеватор (2). Одна часть горячего теплоносителя (1.1) подается на смешение в водоструйном элеваторе (2) с частью теплоносителя (1.4) из ИТП с СО, после которого смешанный теплоноситель (1.3) поступает в ИТП с СО. Другая часть горячего теплоносителя (1.1) поступает в одноступенчатый водоподогреватель (3) с параллельной схемой подключения. После водоподогревателя (3) отработанный теплоноситель (1.1) смешивается с частью теплоносителя (1.4) из ИТП с СО. Холодная водопроводная вода (1.5), поступающая в одноступенчатый водоподогреватель (3) нагревается до заданного значения

температуры горячей воды (1.6) и подается потребителям для круглогодичного непрерывного использования. Теплоноситель (1.2) после ЦТП (1) поступает в районные тепловые распределительные сети (на рисунке не показаны).

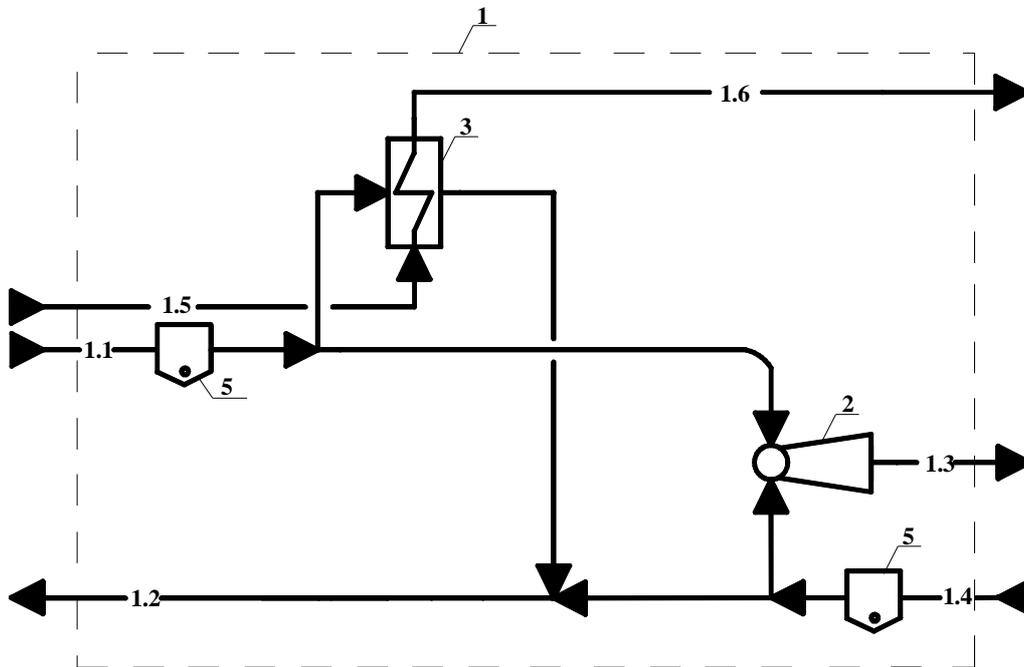


Рис. 1.6 – Принципиальная схема ЦТП с водоструйным элеватором и одноступенчатой параллельной схемой подключения водоподогревателя горячей воды

Принципиальная схема ЦТП с водоструйным элеватором и одноступенчатой параллельной схемой подключения водоподогревателя горячей воды при распределении горячего теплоносителя перед ним на два потока приведена на рисунке 1.7.

На рисунке 1.7 используются обозначения оборудования и материальных потоков как на рисунке 1.4, только: 2 – водоструйный элеватор; 3 – одноступенчатый водоподогреватель с параллельной схемой подключения; 6 – трехходовой клапан типа УТХК; 1.10 – часть горячего теплоносителя после трехходового клапана в одноступенчатый водоподогреватель; 1.11 – часть горячего теплоносителя от трехходового клапана отводимого к теплоносителю после одноступенчатого водоподогревателя; 1.12 – отработанный теплоноситель после одноступенчатого водоподогревателя.

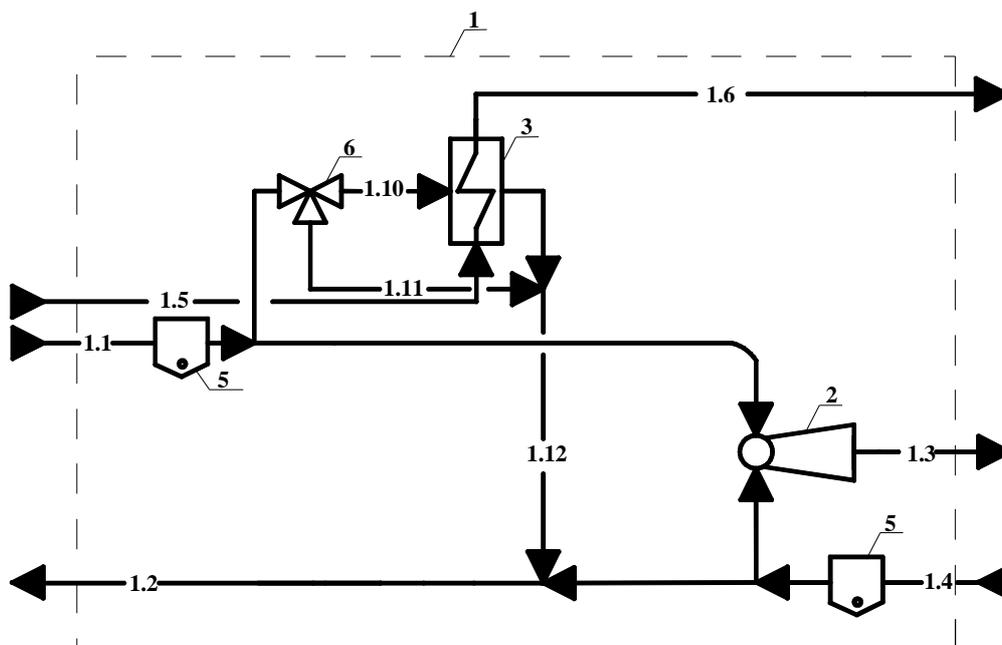


Рис. 1.7 – Принципиальная схема ЦТП с водоструйным элеватором и одноступенчатой параллельной схемой подключения водоподогревателя горячей воды при распределении горячего теплоносителя перед ним на два потока

Горячий теплоноситель (1.1) из районных распределительных тепловых сетей (на рисунке не показаны) поступает в ЦТП (1), в котором установлены одноступенчатый водоподогреватель (3) с параллельной схемой подключения, водоструйный элеватор (2) и управляющий трехходовой клапан (6). Одна часть горячего теплоносителя (1.1) подается на смешение в водоструйном элеваторе (2) с частью теплоносителя (1.4) из ИТП с СО, после которого смешанный теплоноситель (1.3) поступает в ИТП с СО. Другая часть горячего теплоносителя (1.1) поступает в одноступенчатый водоподогреватель (3) с параллельной схемой подключения, перед которым установлен управляющий трехходовой клапан (6) типа УТХК. При необходимости трехходовой клапан (6) распределяет эту часть горячего теплоносителя (1.1) на два потока (1.10) и (1.11). После водоподогревателя (3) отработанный теплоноситель (1.12) смешивается с частью теплоносителя (1.4) из ИТП с СО. Холодная водопроводная вода (1.5), поступающая в одноступенчатый водоподогреватель (3) нагревается до заданного значения температуры горячей воды (1.6) и подается потребителям для круглосуточного непрерывного использования, с коррекцией по температуре холодной воды (1.5) при реализации соответствующей схемы автоматизации с применением УТХК (6). Теплоноситель (1.2) после ЦТП (1) поступает в районные тепловые распределительные сети (на рисунке не показаны).

Для ЦТП при независимом подключении систем отопления изменение расхода теплоносителя в районных распределительных тепловых сетях не сказывается на расходах теплоносителя в СО и внутриквартальных распределительных тепловых сетях, то есть исключается возможность вертикального разрегулирования СО при значительных сокращениях расхода теплоносителя в районных распределительных тепловых сетях. В ЦТП при независимом подключении систем отопления могут быть установлены как одноступенчатые так и двухступенчатые водоподогреватели горячей воды. Для упрощения описания рассмотрим принципиальную схему ЦТП с независимым подключением систем отопления и одноступенчатой параллельной схемой подключения водоподогревателя горячей воды (рисунок 1.8).

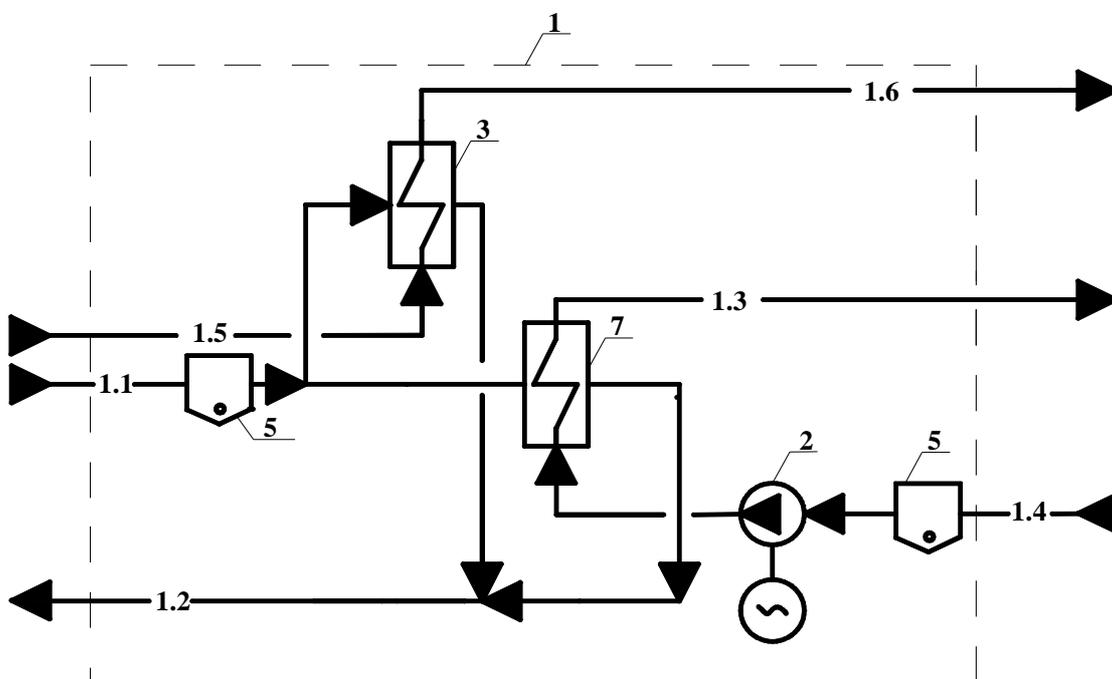


Рис. 1.8 – Принципиальная схема ЦТП с независимым подключением систем отопления и одноступенчатой параллельной схемой подключения водоподогревателя горячей воды

На рисунке 1.8 используются обозначения оборудования и материальных потоков как на рисунке 1.4, только: 2 – циркуляционный насос подачи теплоносителя из СО в теплообменник с электродвигателем; 3 – одноступенчатый водоподогреватель с параллельной схемой подключения; 7 – теплообменник для нагрева теплоносителя из СО; 1.3 – горячий теплоноситель в СО; 1.4 – теплоноситель из СО.

Горячий теплоноситель (1.1) из районных распределительных тепловых сетей (на рисунке не показаны) поступает в ЦТП (1), в котором установлены одноступенчатый водоподогреватель (3) с параллельной схемой подключения для нагрева горячей воды и теплообменник (7) для нагрева теплоносителя из СО (на рисунке не показаны). Одна часть горячего теплоносителя (1.1) подается в теплообменник (7) для нагрева теплоносителя (1.4), который с помощью циркуляционного насоса (2) с электродвигателем подается из СО, и получения горячего теплоносителя (1.3), поступающего в СО. Другая часть горячего теплоносителя (1.1) поступает в одноступенчатый водоподогреватель (3) с параллельной схемой подключения. После водоподогревателя (3) отработанный теплоноситель (1.1) смешивается с частью отработанного теплоносителя после теплообменника (7). Холодная водопроводная вода (1.5), поступающая в одноступенчатый водоподогреватель (3) нагревается до заданного значения температуры горячей воды (1.6) и подается потребителям для круглосуточного непрерывного использования. Теплоноситель (1.2) после ЦТП (1) поступает в районные тепловые распределительные сети (на рисунке не показаны).

Внутриквартальные распределительные тепловые сети как ТООУ ЗЦТ транспортируют теплоноситель от ЦТП на группу зданий до ИТП с СО или до СО. В сравнении с магистральными или районными распределительными тепловыми сетями внутриквартальные – имеют меньшую протяженность, которая в городских условиях ограничивается одним или несколькими кварталами [34].

Следующими ТООУ ЗЦТ являются ИТП, которые, как правило, располагаются в подвальных или технических помещениях зданий или в силу особенностей обслуживаемых зданий, могут быть размещены в отдельно стоящих сооружениях, и СО с отопительными приборами в помещениях потребителей тепловой энергии.

При зависимой схеме теплоснабжения к ИТП присоединение СО может осуществляться непосредственно без изменения параметров теплоносителя в случае, когда графики температур теплоносителя в СО и внутриквартальной распределительной тепловой сети одинаковы. В случае, когда графики температур теплоносителя в СО и внутриквартальной распределительной тепловой сети неодинаковы (во внутриквартальной распределительной тепловой сети температура выше), присоединение СО осуществляется через водоструйные элеваторы при достаточном располагаемом напоре перед ними или через смесительные насосы [35].

Эти насосы могут устанавливаться на перемычке между подающим в СО и обратным из СО трубопроводами.

Рассмотрим основные принципиальные схемы ИТП с СО как ТОУ ЗЦТ, при этом используются новые цифровые обозначения оборудования и материальных потоков которые аналогичны для всех нижеприведенных ИТП с СО.

На рисунке 1.9 приведена принципиальная схема ИТП со смесительным насосом для присоединения СО.

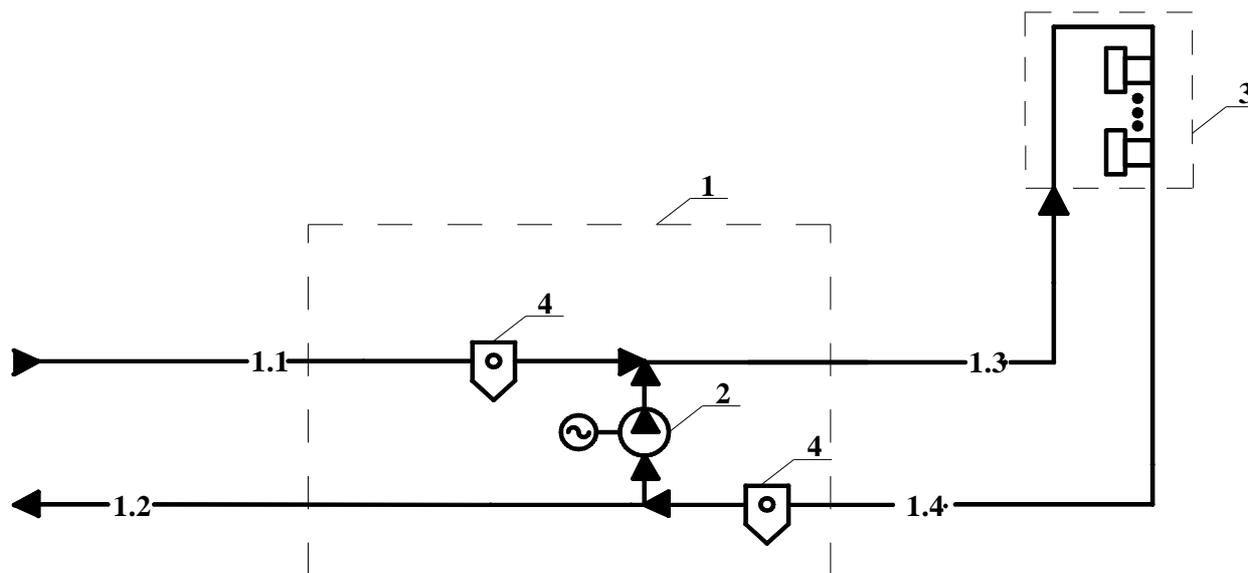


Рис. 1.9 – Принципиальная схема ИТП со смесительным насосом для присоединения СО

На рисунке 1.9 используются следующие обозначения: 1 – ИТП; 2 – смесительный насос с электродвигателем; 3 – СО; 4 – грязевик; 1.1 – горячий теплоноситель из внутриквартирной распределительной тепловой сети на входе ИТП; 1.2 – теплоноситель на выходе ИТП во внутриквартирную распределительную тепловую сеть; 1.3 – смешанный теплоноситель в СО; 1.4 – теплоноситель из СО.

Горячий теплоноситель (1.1) из внутриквартирной распределительной тепловой сети (на рисунке не показана) на входе ИТП (1) смешивается с частью теплоносителя (1.4) из обратного трубопровода СО при помощи смесительного насоса (2) с электродвигателем. Смешанный теплоноситель (1.3) поступает в СО (3), из которой теплоноситель (1.4) по обратному трубопроводу СО (3) возвращается в ИТП (1), при этом часть теплоносителя (1.4) поступает на смешение (смотри выше), а другая часть – теплоноситель (1.2) возвращается во внутриквартирные распределительные тепловые сети.

Принципиальная схема ИТП с водоструйным элеватором для присоединения СО приведена на рисунке 1.10.

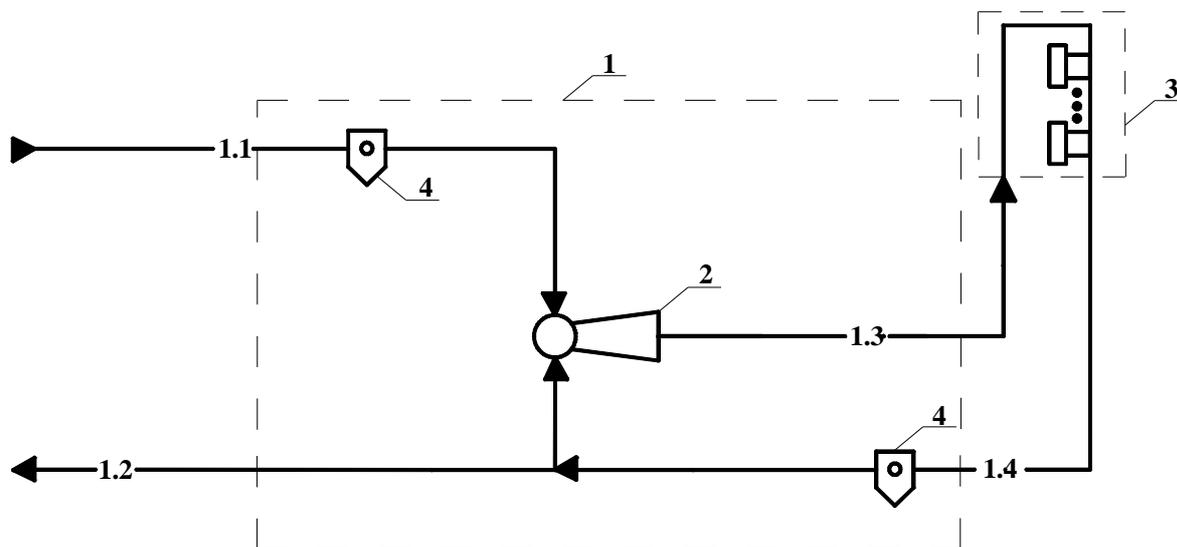


Рис. 1.10 – Принципиальная схема ИТП с водоструйным элеватором для присоединения СО

На рисунке 1.10 используются обозначения оборудования и материальных потоков как на рисунке 1.9, только: 2 – водоструйный элеватор.

Горячий теплоноситель (1.1) из внутриквартальной распределительной тепловой сети (на рисунке не показана) на входе ИТП (1) поступает в водоструйный элеватор (2) в котором смешивается с частью теплоносителя (1.4) из обратного трубопровода СО. После водоструйного элеватора (2) смешанный теплоноситель (1.3) поступает в СО (3), из которой теплоноситель (1.4) по обратному трубопроводу СО (3) возвращается в ИТП (1), при этом часть теплоносителя (1.4) поступает на смешение (смотри выше), а другая часть – теплоноситель (1.2) возвращается во внутриквартальные распределительные тепловые сети.

ИТП с пофасадным управлением отпуском теплоты применяют для учета внешних климатических факторов, в частности, солнечной энергии. Отпущенная специальным регулятором температуры прямого действия теплота перераспределяется по фасадным ветвям системы отопления. Принципиальная схема ИТП с пофасадным управлением отпуском теплоты приведена на рисунке 1.11.

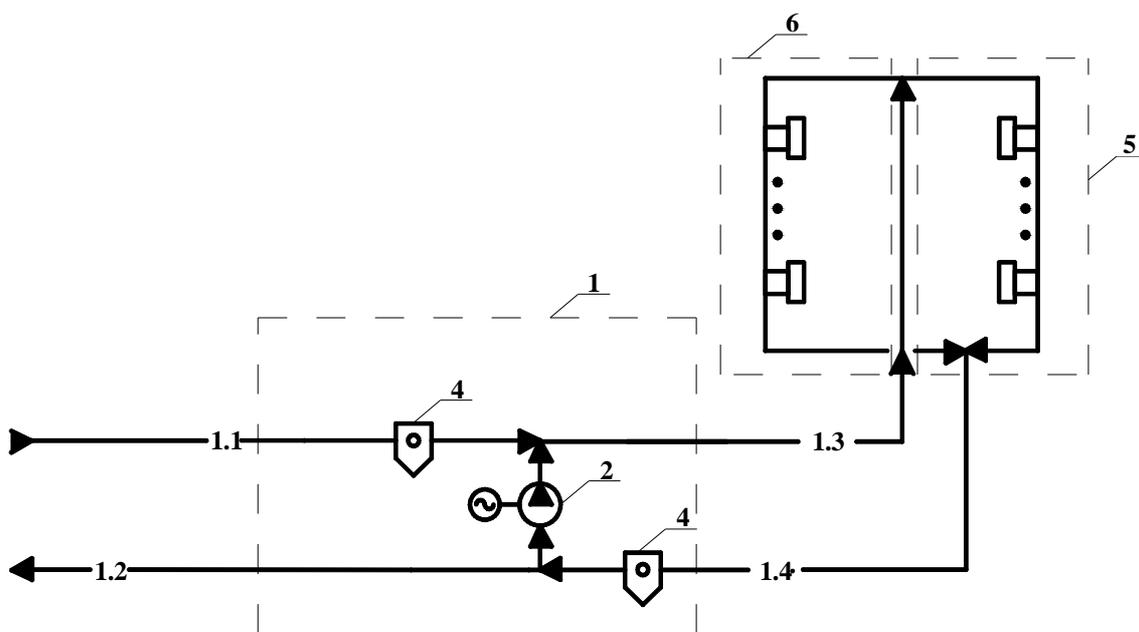


Рис. 1.11 – Принципиальная схема ИТП с пофасадным управлением отпуском теплоты

На рисунке используются обозначения оборудования и материальных потоков как на рисунке 1.9, только: 5 – южный фасад СО; 6 – северный фасад СО.

Горячий теплоноситель (1.1) из внутриквартальной распределительной тепловой сети (на рисунке не показана) на входе ИТП (1) смешивается с частью теплоносителя (1.4) из обратного трубопровода СО при помощи смесительного насоса (2) с электродвигателем. После смешения теплоноситель (1.3) поступает на южный (5) и северный (6) фасады СО здания, где должен перераспределяться по южному (5) и северному (6) фасадам СО здания при помощи специального регулятора температуры прямого действия с учетом температур: наружного воздуха на каждом фасаде; воздуха в двух контрольных точках помещений здания и теплоносителя в обратных трубопроводах каждого фасада СО. Теплоноситель (1.4) по обратному трубопроводу СО (3) возвращается в ИТП (1), при этом часть теплоносителя (1.4) поступает на смешение (смотри выше), а другая часть – теплоноситель (1.2) возвращается во внутриквартальные распределительные тепловые сети.

Последним ТОУ ЗЦТ являются СО – непосредственно помещения с отопительными приборами потребителей тепловой энергии. В последнее время широкое распространение получило индивидуальное управление отпуском теплоты с помощью радиаторных терморегуляторов [35], которые

обеспечивают энергосбережение и тепловой комфорт в помещениях при заданных значениях температуры воздуха в них.

Для анализа описанных ТОУ ЗЦТ рассмотрим запроектированные для них системы автоматизации.

## **1.2 Описание запроектированных систем автоматизации технологических объектов управления закрытым централизованным теплоснабжением**

Известно [4,35,36], что для ТОУ ЗЦТ актуальными являются следующие методы центрального управления получением тепловой энергии:

**качественный**, заключающийся в **управлении температурой** теплоносителя на выходе источника тепловой энергии в зависимости от требуемой тепловой нагрузки при **постоянном расходе теплоносителя**;

**количественный**, заключающийся в **управлении расходом** теплоносителя на выходе источника тепловой энергии и **температурой теплоносителя в обратном трубопроводе** к источнику тепловой энергии, в зависимости от **тепловой нагрузки**;

**качественно-количественный**, заключающийся в управлении **расходом и температурой теплоносителя** на выходе источника тепловой энергии в зависимости от **тепловой нагрузки**.

Управление получением тепловой энергии при закрытом централизованном теплоснабжении, как правило, осуществляется по одному из вышеприведенных методов в соответствии с температурным графиком, который позволяет оценить эффективность работы ТОУ ЗЦТ по температурным характеристикам непосредственно у потребителей тепловой энергии. При этом изменение параметров ТОУ в каждый момент времени практически невозможно, так как из-за большого времени транспортного запаздывания расчетное количество тепловой энергии будет поступать в отапливаемый район не в момент производства, а с соответствующим сдвигом во времени [37].

Выбор конкретного метода управления в системах автоматизации является важным этапом их проектирования для ТОУ ЗЦТ. Как недостаток, так и избыток ступеней ТОУ ЗЦТ при определенных условиях может привести к неустойчивой работе САУ.

Основными элементами САУ являются [35,38-40]:

**технологический объект управления** – технологические процессы с аппаратами, агрегатами, установками и трубопроводами материальных потоков, которые соединяют все оборудование;

**регулирующий орган (РО)** – заслонки, задвижки, клапаны, краны, вентили, шиберы и тому подобное, установленные на трубопроводах и механически соединенные с исполнительными механизмами, изменяющие расход материального потока;

**первичный преобразователь (ПП)** – чувствительный элемент для автоматического контроля текущего значения параметров технологического контроля (температуры, расхода и тому подобное) в виде электрических сигналов;

**первично-передающий преобразователь (ПП/ПрП)** – элемент, который осуществляет контроль (температуры, расходов и тому подобное) и преобразование сигналов в унифицированные сигналы постоянного тока 4 – 20 мА (или 0 – 5, 0 – 20 мА), которые дальше поступают на вторичный прибор;

**передающий преобразователь (ПрП)** – элемент, который преобразует сигналы от ПП в унифицированные сигналы постоянного тока 4 – 20 мА (или 0 – 5, 0 – 20 мА), которые дальше поступают на вторичный прибор;

**вторичный прибор (ВП)** – элемент, который преобразует входные сигналы значений параметра в значения в физических единицах измерения (для температуры – °С; давления – Па (кПа, МПа) и тому подобное) и показывает эту величину, или регистрирует (записывает) эти значения на бумаге (диаграмме);

**автоматический регулятор (АР)** – элемент, который рассчитывает разницу сигналов от ВП и «задатчика» и согласно заданным законам управления выдает управляющее воздействие и посылает его на исполнительный механизм;

**исполнительный механизм (ИМ)** – элемент, который реализует управляющие воздействия от АР.

Элементы ТОУ и РО составляют технологическую часть САУ, а элементы ПП, ПрП, ПП/ПрП, ВП, АР и ИМ – называют контрольно-измерительными приборами и средствами автоматизации (КИП и СА) общепромышленного назначения или локальными КИП и СА.

В АСУ параметрами технологических процессов вместо элементов ВП и АР применяют микропроцессорные контроллеры (МПК), выполняющие кроме функций ВП и АР целый ряд других задач.

Рассмотрим САУ, запроектированные для ТОУ ЗЦТ. При этом декомпозиция структуры систем автоматизации выполнена в соответствии с декомпозицией структуры ЗЦТ.

Известно [34, 35], что для ЗЦТ г. Харькова на источнике теплоснабжения применяется центральное управление отпуском тепловой энергии, которое осуществляется по повышенному температурному графику 150~66°C. Метод управления отпуском тепловой энергии для источника теплоснабжения – качественный.

Для источника тепловой энергии [35, 36] запроектированы следующие САУ:

- расходом природного газа подаваемого в котел;
- перепадом (разницей) давления в подающем и обратном трубопроводах магистральных тепловых сетей;
- ограничением максимального и минимального расхода теплоносителя на источнике для устранения возможности разрегулировки магистральной тепловой сети.

Для магистральных тепловых сетей запроектировано автоматическое управление постоянным давлением в обратном трубопроводе магистральной тепловой сети перед источником теплоснабжения, а также – перед сетевыми насосами с использованием ПИ- регуляторов [41].

В ЦТП запроектировано групповое автоматическое управление по возмущению или комбинированное управление соответствующими параметрами.

Для ЦТП запроектированы следующие САУ [6, 35, 36]:

- температурой теплоносителя в подающем трубопроводе внутриквартальных распределительных тепловых сетей в зависимости от температуры наружного воздуха;
- расходом теплоносителя подаваемого в ИТП с СО;
- максимальным и минимальным расходом теплоносителя на ЦТП для устранения возможности разрегулировки внутриквартальных распределительных тепловых сетей;
- перепадом давления теплоносителя во внутриквартальных распределительных тепловых сетях;

давлением в обратном трубопроводе внутриквартальных распределительных тепловых сетей от СО в ЦТП при зависимом присоединении СО;

пуском и остановом электродвигателей насосов: циркуляционных, подпиточных, смесительных или корректирующих.

В ИТП запроектировано местное управления отпуском тепловой энергии на вводах в здание в целом и/или на отдельных частях здания (зонах, фасадах). Известно [5, 6, 35, 36], что САУ отпуском тепловой энергии на отопление здания в целом позволяет корректировать температурный график центрального качественного управления, при этом экономия тепловой энергии составляет 6~8% за отопительный сезон.

Для ИТП с СО зданий запроектированы следующие САУ:

температурой теплоносителя в подающем трубопроводе СО в зависимости от температуры наружного воздуха;

расходом теплоносителя на вводах в здание в целом и/или на отдельных частях (зонах, фасадах) здания;

перепадом (разницей) давления в подающем и обратном трубопроводах внутриквартальных распределительных тепловых сетей для предупреждения гидравлического разрегулирования СО;

пофасадного управления расходом теплоносителя на части здания;

давлением в обратном трубопроводе от СО для предотвращения ее опорожнения.

Большинство из рассмотренных ТОУ ЗЦТ в основном работоспособны, но их эксплуатация в течении длительного времени приводит к перерасходу топливно-энергетических ресурсов [20], технические средства и САУ морально устарели, а сами САУ требуют модернизации, в том числе совершенствования их структуры и технической реализации. Решение этих проблем возможно за счет безотказного функционирования, рационального управления и наличия математического обеспечения ТОУ ЗЦТ, для чего необходимо разработать комплекс мероприятий для повышения качества и эффективности их эксплуатации за счет модернизации существующих или синтеза и реализации новых методов, моделей и компьютерно-интегрированной системы автоматизации на базе современных КИП и СА, в том числе МПК.

Поэтому в монографии целесообразным представляется:  
рассмотреть методы идентификации ТООУ, для выбора структуры их математических моделей;

разработать математическую модель технологических объектов управления закрытым централизованным теплоснабжением;

разработать критерий функциональной работоспособности технологических объектов управления закрытым централизованным теплоснабжением;

синтезировать метод диагностирования аварийных ситуаций ТООУ, для предупреждения аварийных ситуаций и своевременного их устранения;

разработать трехуровневую компьютерно-интегрированную систему автоматизации технологических объектов управления закрытым централизованным теплоснабжением и декомпозировать нижний уровень этой системы;

синтезировать многопараметрические математические модели ТООУ ЗЦТ;

синтезировать метод выбора рациональных величин расходов теплоносителя технологического объекта управления – котельной;

синтезировать метод рационального распределения тепловой энергии между технологическими объектами управления – центральным и индивидуальными тепловыми пунктами с системами отопления;

синтезировать адаптивный метод управления ТООУ ЗЦТ;

разработать фрагменты функциональных схем ТООУ ЗЦТ с применением современных КИП и СА, в том числе МПК, для реализации приведенного комплекса мероприятий по повышению качества и эффективности эксплуатации ТООУ ЗЦТ.

Для решения поставленных задач по повышению качества и эффективности эксплуатации ТООУ ЗЦТ первоначально необходимо рассмотреть основные понятия о вероятностных методах в задачах автоматизации ТООУ.

## РАЗДЕЛ 2

### ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ О ВЕРОЯТНОСТНЫХ МЕТОДАХ В ЗАДАЧАХ АВТОМАТИЗАЦИИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ УПРАВЛЕНИЯ

Решение многих задач автоматизации ТОУ ЗЦТ связано со статическим анализом данных, полученных в результате экспериментальных исследований, среди них имеются **величины**, которые определяются при помощи вероятностных (статистических) методов теории ошибок [42-49]. Для обеспечения понимания следующих ниже разделов рассмотрим некоторые из таких величин.

#### 2.1 Средние значения величин, математическое ожидание и дисперсия случайной величины

##### Средние значения величин

Для рассмотрения средних значений величин определим понятие случайной величины. **Случайной величиной** называется **количественный результат** эксперимента, значение которого нельзя точно предсказать. Случайной величиной также будет ошибка, которую делает экспериментатор при измерении той или иной величины. Случайная величина называется непрерывной, если она может принимать любые значения, принадлежащие некоторому числовому интервалу. Если же случайная величина может принимать лишь некоторые определенные числовые значения, то ее называют прерывной или дискретной.

Если величины  $x$  определяют некоторое свойство совокупности, то средней величиной будет такое значение  $\bar{x}$ , при замене на которое отдельных значений  $x$  это свойство совокупности не изменится. Из этого следует, что средние значения величин могут определяться различными способами, выбор которых обусловлен связью между усредняемыми величинами и тем свойством, которое они определяют.

Рассмотрим важнейшие средние величины.

**Средняя арифметическая.** В общем виде средняя арифметическая значений  $x_1, x_2, \dots, x_k$ , имеющих веса или частоты  $n_1, n_2, \dots, n_k$ , определяется равенством:

$$\bar{x} = \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + \dots + n_k x_k}{n_1 + n_2 + \dots + n_k} = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i} \quad (2.1.1)$$

Это – **средняя арифметическая взвешенная**. Если вес или частота каждого значения  $x_i$  одинаковы, то  $\bar{x}$  является **простой средней арифметической**:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_k}{k} = \frac{\sum x_i}{k} \quad (2.1.2)$$

Очевидно, что среднюю взвешенную всегда можно представить в виде средней арифметической; обозначив все  $n = \sum n_i$  значений  $x$ , расположенных в любом порядке, через  $x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(n)}$ , получим:

$$\bar{x} = \frac{x^{(1)} + x^{(2)} + \dots + x^{(n)}}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x^{(i)}}{n} \quad (2.2.1)$$

Из равенства (2.2.1) следует, что:

$$\sum_{i=1}^n x^{(i)} = n\bar{x} \quad \text{или} \quad \sum_{i=1}^n x^{(i)} - n\bar{x} = 0 \quad (2.2.2)$$

откуда

$$\sum_{i=1}^n (x^{(i)} - \bar{x}) = 0 \quad (2.2.3)$$

то есть сумма отклонений значений  $x_i$  от их средней арифметической  $\bar{x}$  равна нулю. Если каждое из отклонений наблюдалось  $n_i$  раз, то  $\sum_{i=1}^n n_i(x_i - \bar{x}) = 0$ .

Важным свойством средней арифметической является следующее: сумма квадратов отклонений значений  $x$  от их средней арифметической  $\bar{x}$  меньше суммы квадратов отклонений их от любой другой величины  $a$ , то есть:

$$\sum (x^{(i)} - \bar{x})^2 < \sum (x^{(i)} - a)^2, \quad (2.2.4)$$

или

$$\sum n_i(x_i - \bar{x})^2 < \sum n_i(x_i - a)^2, \quad (2.2.5)$$

где  $a \neq x$ .

Средняя арифметическая является статистической характеристикой некоторой совокупности. Кроме этого, в тех случаях, когда наблюдению (измерению) подвергается постоянная величина, средняя арифметическая является приближением к истинному значению этой величины.

Если из очень большой совокупности случайных значений величины  $x$  сделать произвольную выборку части этой совокупности, то средняя арифметическая  $\bar{x}$  значений, попавших в выборку, приближенно равна средней арифметической всех значений совокупности. Это позволяет определять среднюю, пользуясь лишь некоторой долей большого количества

частных значений, что существенно экономит время, затрачиваемое на измерения и вычисления.

При наличии большой совокупности случайных значений измеряемой величины вычисление средней взвешенной по формуле (2.1.1) становится весьма громоздкой операцией. В этом случае проще пользоваться равенством:

$$\bar{x} = a + \frac{\sum n_i(x_i - a)}{n} \quad (2.3)$$

где  $a$  – произвольно выбранное число. Величину  $a$  следует выбирать так, чтобы разности  $(x_i - a)$  были возможно меньше, то есть  $a$  следует взять приблизительно равным средней арифметической  $\bar{x}$ , оцениваемой предварительно приближенно, «на глаз», без вычислений.

**Медиана.** Медианой ( $Me$ ) называется такое среднее значение, которое делит совокупность значений величин  $x_i$  на две равные по количеству членов части, причем в одной из них все значения  $x_i$  меньше медианы, а в другой – больше.

Если расположить все члены совокупности в ряд в возрастающем порядке, то при нечетном числе членов, то есть при  $n = 2m + 1$ , медианой будет значение среднего члена ряда, то есть  $Me = x_{m+1}$ . Если же число членов ряда четное, то есть  $n = 2m$ , то за медиану принимается среднее арифметическое двух значений  $x_m$  и  $x_{m+1}$ , находящихся в середине ряда:

$$Me = \frac{x_m + x_{m+1}}{2} \quad (2.4)$$

Если в данном ряде члены, достаточно удаленные от медианы, подвергаются малым изменениям, то медиана при этом не меняется, в то время как средняя арифметическая изменится. Поэтому, если, как это часто бывает, значения  $x_i$ , находящиеся на концах ряда, не точны, – в качестве средней лучше пользоваться медианой, а не средней арифметической.

**Мода.** Модой ( $Mo$ ) называется наиболее вероятное значение случайной величины или то значение этой величины, частота которого наибольшая.

Мода применяется для характеристики наиболее часто встречающихся значений в совокупности случайных величин.

**Средняя логарифмическая.** Многие естественные процессы подчиняются логарифмическому закону. В этих случаях кривая распределения имеет логарифмический характер и величиной, характеризующей среднее значение, является средняя логарифмическая.

Средняя логарифмическая двух величин есть отношение их разности к разности их натуральных логарифмов:

$$x_{cp.лог} = \frac{x_1 - x_2}{\ln x_1 - \ln x_2} = \frac{x_1 - x_2}{\ln \frac{x_1}{x_2}} \quad (2.5)$$

**Средняя квадратическая.** Средней квадратической  $n$  положительных или отрицательных величин  $x_1, x_2, \dots, x_n$  называется положительное значение квадратного корня из суммы квадратов этих величин, деленной на их число:

$$x_{cp.кв} = +\sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}{n}} \quad (2.6)$$

**Средняя геометрическая.** Средней геометрической  $n$  положительных величин  $x_1, x_2, \dots, x_n$  называется положительное значение корня  $n$ -й степени из их произведения:

$$x_{cp.геом} = +\sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n} \quad (2.7)$$

Средняя геометрическая (или средняя пропорциональная) двух положительных неравных величин всегда меньше их средней арифметической.

Среднюю геометрическую удобнее вычислять из формулы, которая получается логарифмированием формулы (2.7):

$$\lg x_{cp.геом} = \frac{\lg x_1 + \lg x_2 + \dots + \lg x_n}{n} \quad (2.8)$$

Таким образом, логарифм средней геометрической равен средней арифметической логарифмов частных значений величины.

**Средняя гармоническая.** Средней гармонической  $n$  положительных величин  $x_1, x_2, \dots, x_n$  называется величина  $H$ , обратное значение которой равно среднему арифметическому обратных значений величин  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , то есть:

$$\frac{1}{H} = \frac{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n}}{n} \quad (2.9.1)$$

Следовательно:

$$H = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n}} \quad (2.9.2)$$

Средняя гармоническая используется в тех случаях, когда приходится иметь дело с величиной, зависящей от обратных значений частных величин.

Средняя гармоническая всегда меньше средней геометрической, а следовательно, и меньше средней арифметической.

## Математическое ожидание и дисперсия случайной величины

Рассмотрим вопрос о значениях, которые может принимать некоторая величина  $x$  в зависимости от случайных, то есть не поддающихся учету причин. При этом каждое значение  $x_i$ , полученное в результате единичного испытания, является случайной величиной, вероятность появления которой  $p_i$ . **Зависимость между значением случайной величины и ее вероятностью называется распределением этой величины.**

Допустим, что при большом количестве  $N$  испытаний дискретная величина  $x$  принимает значения  $x_1, x_2, \dots, x_n$  соответственно  $m_1, m_2, \dots, m_n$  раз. Тогда среднее значение  $\bar{x}$  равно:

$$\bar{x} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \dots + m_n x_n}{N} = \frac{m_1}{N} x_1 + \frac{m_2}{N} x_2 + \dots + \frac{m_n}{N} x_n \quad (2.10)$$

Когда  $N$  велико, относительные частоты  $\frac{m_1}{N}, \frac{m_2}{N}, \dots, \frac{m_n}{N}$  приближенно равны вероятностям  $p_1, p_2, \dots, p_n$  появления значений  $x_1, x_2, \dots, x_n$ . Поэтому при большом числе испытаний среднее значение  $x$  мало отличается от:

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 + \dots + p_n x_n = \sum p_i x_i \quad (2.11)$$

Величина  $\sum p_i x_i$  называется **вероятным значением случайной величины  $x$  или ее математическим ожиданием** и обозначается  $M(x)$ :

$$M(x) = \sum p_i x_i \quad (2.12.1)$$

Таким образом, математическое ожидание  $M(x)$  является теоретической величиной, к которой приближается среднее значение  $\bar{x}$  случайной величины  $x$  при большом числе испытаний.

Приведем без доказательств некоторые свойства математического ожидания.

Очевидно, что если случайная величина постоянна ( $x = A$ ), то математическое ожидание равно ей самой:

$$M(A) = A \quad (2.12.2)$$

Математическое ожидание произведения случайной величины на постоянный множитель равно произведению математического ожидания случайной величины на этот множитель:

$$M(Ax) = AM(x) \quad (2.12.3)$$

Математическое ожидание суммы случайных величин равно сумме их математических ожиданий:

$$M(x+y+\dots+z) = M(x) + M(y) + \dots + M(z) \quad (2.12.4)$$

Математическое ожидание произведения независимых случайных величин равно произведению их математических ожиданий:

$$M(x y z) = M(x) M(y) M(z) \quad (2.12.5)$$

Математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины от ее математического ожидания  $M(x)$  называется **дисперсией** величины  $x$  и обозначается  $\sigma^2$ :

$$\sigma^2 = M [x - M(x)]^2 \quad (2.13)$$

Дисперсия играет важную роль при статистических расчетах. Она является мерой рассеяния значений  $x$  около их математического ожидания. Пользуясь приведенными выше свойствами математического ожидания, нетрудно показать, что дисперсия случайной величины равна математическому ожиданию ее квадрата без квадрата ее математического ожидания, то есть:

$$\sigma^2 = M [x - M(x)]^2 = M(x^2) - M^2(x) \quad (2.14)$$

Если появление некоторого события в каждом испытании имеет вероятность  $p$ , то математическое ожидание частоты  $m$  этого события при  $n$  испытаниях равно:

$$M(p) = n p \quad (2.15)$$

Из (2.14) и (2.15) следует, что дисперсия частоты:

$$\sigma^2 = n p (1 - p) \quad (2.16.1)$$

Для редких событий, то есть для малых  $p$ , величиной  $p^2$  можно пренебречь, тогда:

$$\sigma^2 = n p \quad (2.16.2)$$

Для бесповторной выборки дисперсия частоты:

$$\sigma^2 = n \cdot p \cdot (1 - p) \frac{N - n}{N} \quad (2.16.3)$$

Дисперсия суммы независимых случайных величин равна сумме их дисперсий.

Положительное значение квадратного корня из дисперсии называется **средним квадратическим отклонением** или **стандартом**.

$$\sigma = +\sqrt{M(x^2) - M^2(x)} \quad (2.17)$$

## 2.2 Плотность и кривая распределения, нормальное распределение, закон распределения ошибок

### Плотность распределения и кривая распределения

Приведенные выше формулы для средних значений случайной величины, ее математического ожидания и дисперсии относились к случаю, когда случайная величина дискретна и число возможных ее значений конечно. Если же случайная величина непрерывна, то множество значений, которые она может принимать, бесконечно; вероятность каждого отдельного значения такой величины равна нулю.

Для определения понятий математического ожидания и дисперсии непрерывной случайной величины нужно ввести новое понятие – **плотности распределения**.

Обозначим через  $X$  некоторую непрерывную случайную величину, которая может принимать любые числовые значения из промежутка  $(a, \dots, b)$ .

Пусть  $x$  есть некоторое число из этого промежутка. Определим вероятность  $dP$  того, что величина  $X$  принимает значения, заключенные между  $x$  и  $(x + dx)$ . Эта вероятность, очевидно, пропорциональна  $dx$  (при бесконечно малом  $dx$ ) и зависит от  $x$ . Поэтому положим:

$$dP = \varphi(x)dx \quad (2.18)$$

**Функция  $\varphi(x)$  называется плотностью распределения вероятностей случайной величины  $X$ , произведение  $\varphi(x)dx$  – элементом вероятности.** Кривая  $y = \varphi(x)$  называется кривой распределения вероятностей данной случайной величины (рисунок 2.1).

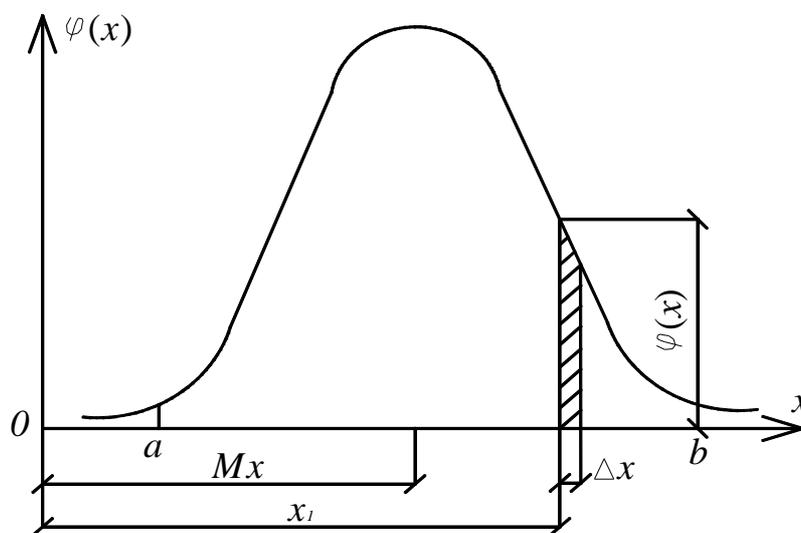


Рис. 2.1 – Кривая  $y = \varphi(x)$  распределения вероятностей

Важнейшее свойство этой кривой состоит в следующем: вероятность того, что случайная величина примет значение, принадлежащее промежутку  $(x_1; x_2)$ , равна площади, ограниченной кривой распределения, осью абсцисс и двумя ординатами, проведенными в точках  $x = x_1$  и  $x = x_2$ .

Это непосредственно следует из того, что произведение  $\varphi(x)dx$  выражает вероятность  $P(x < X < x + dx)$  и в то же время приближенно выражает площадь между кривой распределения, осью абсцисс и ординатами в точках  $x$  и  $x + dx$ .

Отсюда следует, что если нам известна плотность распределения  $\varphi(x)$  случайной величины, то вероятность того, что значения, принимаемые этой величиной, будут заключены в промежутке между  $x_1$  и  $x_2$ , равна следующему интегралу:

$$P(x_1 < X < x_2) = \int_{x_1}^{x_2} \varphi(x) dx \quad (2.19)$$

Для всякой кривой распределения должно быть:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x) dx = 1 \quad (2.20)$$

так как этот интеграл выражает вероятность того, что величина  $x$  примет любое числовое значение между  $-\infty$  и  $+\infty$ , то есть вероятность достоверного события.

Знание плотности распределения  $\varphi(x)$  позволяет нам определить математическое ожидание непрерывной случайной величины следующим образом. Пусть распределение случайной величины  $x$  характеризуется плотностью распределения  $\varphi(x)$ . Разделим отрезок  $ab$  изменения  $x$ , на котором определена эта функция, на элементарные отрезки длины  $\Delta x$  (рисунок 2.1). На основании определения  $\varphi(x)$  вероятность того, что случайная величина  $x$  примет какие-либо значения из отрезка  $(x, x + \Delta x)$ , равна  $\varphi(x)\Delta x$ . Следовательно, приближенно математическое ожидание будет равно:

$$M(x) \approx \sum_x x\varphi(x)\Delta x \quad (2.21)$$

Если устремить промежутки  $\Delta x$  к нулю, то сумма обратится в пределе в интеграл:

$$M(x) \approx \int_a^b x\varphi(x) dx \quad (2.22)$$

где  $\varphi(x)$  – плотность вероятности случайной величины.

Математическое ожидание представляет собой то постоянное для данных условий число, около которого будут колебаться средние арифметические, рассчитанные по результатам многочисленных наблюдений.

**Нормальное распределение.** Если плотность распределения вероятностей случайной величины имеет вид:

$$\varphi(x) = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2(x-a)^2} \quad (2.23)$$

то говорят, что случайная величина распределена нормально.

Кривую распределения (рисунок 2.2):

$$y = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2(x-a)^2} \quad (2.24)$$

называют кривой нормального распределения, или кривой Гаусса.

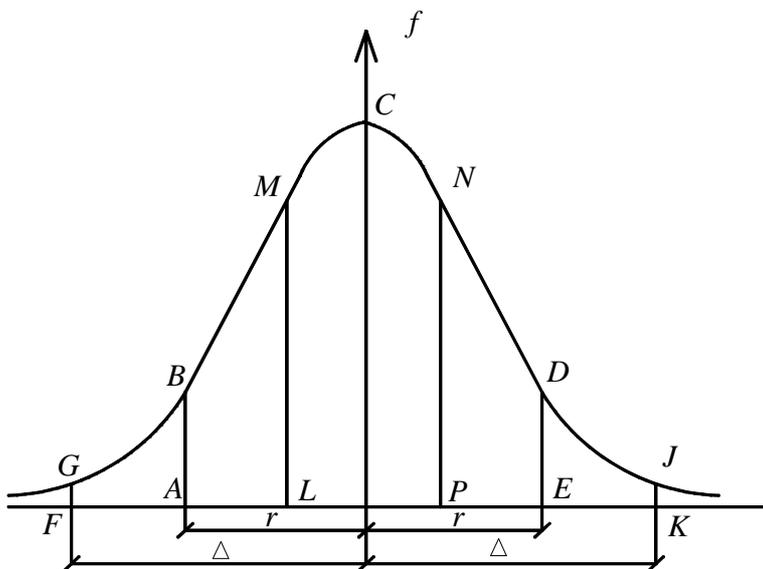


Рис. 2.2 – Кривая нормального распределения, или кривая Гаусса

Нормальный закон распределения имеет чрезвычайно широкое распространение в природе, так как это предельный закон, к которому приближаются многие другие законы распределения при определенных условиях. А. М. Ляпунов показал, что если случайную величину можно рассматривать как результат суммарного воздействия многих независимых факторов, то закон распределения такой случайной величины будет близок к нормальному [48].

Вычислим математическое ожидание и дисперсию случайной величины, подчиняющейся нормальному закону распределения. Математическое ожидание определяется формулой (2.22). Следовательно, для нормального распределения:

$$M(x) = \frac{h}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-h^2(x-a)^2} x dx \quad (2.25)$$

Положим  $x - a = z$ . Тогда получим:

$$M(x) = \frac{h}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} z e^{-h^2 z^2} dz + \frac{ah}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-h^2 z^2} dz \quad (2.26)$$

Первый из этих интегралов равен нулю, так как его подынтегральная функция четная, а пределы интегрирования симметричны относительно начала координат. Второй же интеграл равен  $\frac{\sqrt{\pi}}{h}$ . Следовательно:

$$M(x) = a \quad (2.27)$$

Точно так же можно показать, что дисперсия величины, подчиняющейся нормальному закону распределения, будет равна:

$$\sigma^2 = \frac{1}{2h^2} \quad (2.28)$$

и, значит, среднее квадратическое отклонение связано с параметром  $h$  следующей зависимостью:

$$\sigma = \frac{1}{h\sqrt{2}} \quad (2.29.1)$$

или

$$h = \frac{1}{\sigma\sqrt{2}} \quad (2.29.2)$$

где  $h$  – коэффициент называемый мерой точности.

Отсюда следует, что уравнение кривой нормального распределения может быть записано в следующем виде:

$$y = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} \quad (2.30)$$

Если математическое ожидание  $a$  равно нулю, то уравнение (2.30) упрощается и принимает вид:

$$y = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \quad (2.31)$$

## Закон распределения ошибок

Результаты опытного измерения величин никогда не бывают вполне точными, а всегда имеют некоторые погрешности. Эти погрешности или ошибки эксперимента вызваны причинами, определенным образом изменяющими результаты измерения, хотя бы и по неизвестному нам закону. Такими причинами могут быть, например, неисправность прибора, внешние условия эксперимента, искажающие его результаты, и тому подобное. Ошибки, возникающие по этим причинам, называются систематическими ошибками и могут быть учтены или даже в достаточной мере устранены.

**Ошибки, имеющие место в результате большого количества разных случайных, не поддающихся учету причин, называются случайными ошибками.**

Пользуясь закономерностями, характерными для больших совокупностей случайных величин, можно в среднем учесть погрешность эксперимента, вносимую случайными причинами, и степень точности результата эксперимента.

Допустим, что при измерении величины  $A$ , повторенном  $n$  раз, получен ряд значений:  $a_1, a_2, \dots, a_n$  случайные ошибки которых соответственно равны:  $x_1, x_2, \dots, x_n$ .

Очевидно:

$$A = a_1 - x_1; A = a_2 - x_2; \dots; A = a_n - x_n \quad (2.32)$$

Установим аналитическое выражение для закона распределения случайных ошибок измерений. Обозначим через  $dp$  вероятность того, что ошибка измерения заключена между  $x$  и  $x + dx$ :

$$dp = \varphi(x)dx \quad (2.33)$$

Примем, что эта вероятность должна удовлетворять следующим условиям:

1) она должна убывать при возрастании абсолютной величины числа  $x$ , так как большие ошибки менее вероятны, чем малые;

2) она должна быть четной функцией от  $x$ , так как ошибки, одинаковые по абсолютной величине и имеющие противоположные знаки, равновероятны;

3) при всех значениях  $x$  она должна быть положительной;

4) хотя, теоретически, возможны ошибки, имеющие сколь угодно большую абсолютную величину, но практически ошибки, которые можно совершить при измерении, не превосходят некоторого предела  $x_M$ .

Следовательно, искомая функция должна практически обращаться в ноль при  $|x| > x_M$ ;

5) так как появление ошибки, заключенной между  $-x_M$  и  $+x_M$ , является событием достоверным, то сумма всех вероятностей, соответствующих этому промежутку, должна быть равна 1.

Если на оси абсцисс откладывать величину ошибки  $x$  с учетом ее знака, а на оси ординат – значение функции  $\varphi(x)$ , то на плоскости получим кривую, обладающую свойствами:

- 1) при отрицательных  $x$  она возрастает, а при положительных  $x$  убывает;
- 2) она симметрична относительно оси ординат;
- 3) расположена выше оси абсцисс;
- 4) при  $|x| > x_M$  она практически совпадает с осью абсцисс.

Вероятность совершить ошибку, заключенную между  $x$  и  $x + dx$ , геометрически равна площади, ограниченной этой кривой, осью абсцисс и двумя ординатами, проведенными в точках с абсциссами  $x$  и  $x + dx$ . Так как появление ошибки, заключенной между  $-x_M$  и  $+x_M$ , является событием достоверным, то:

- 5) площадь кривой, заключенной между  $x = x_M$  и  $x = -x_M$ , равна 1.

Всем этим требованиям, кроме четвертого, удовлетворяет функция Гаусса, определяющая закон нормального распределения:

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\left(\frac{x^2}{2\sigma^2}\right)} \quad (2.34)$$

или с учетом (2.29.2):

$$\varphi(x) = \frac{h}{\sqrt{2\pi}} e^{-h^2x^2} \quad (2.35)$$

Однако при достаточно больших значениях  $|x|$  эта функция практически равна нулю.

Экспериментально подтверждено, что случайные ошибки измерения действительно подчиняются нормальному закону распределения.

Выясним физический смысл параметра  $h$ , как меры точности. Этот параметр характеризует точность измерений, так как от него зависит характер группировки ошибок вблизи нуля. Действительно, сопоставляя кривые рисунка 2.3 при  $h = 1$ ,  $h = 2$ ,  $h = 3$ , можно видеть, что вероятность ошибки, заключенной между  $-dx$  и  $+dx$  при  $h = 2$  вдвое, а при  $h = 3$  втрое

больше, чем при наблюдениях, характеризующихся коэффициентом  $h = 1$ . По этой причине коэффициент  $h$  называется мерой точности.

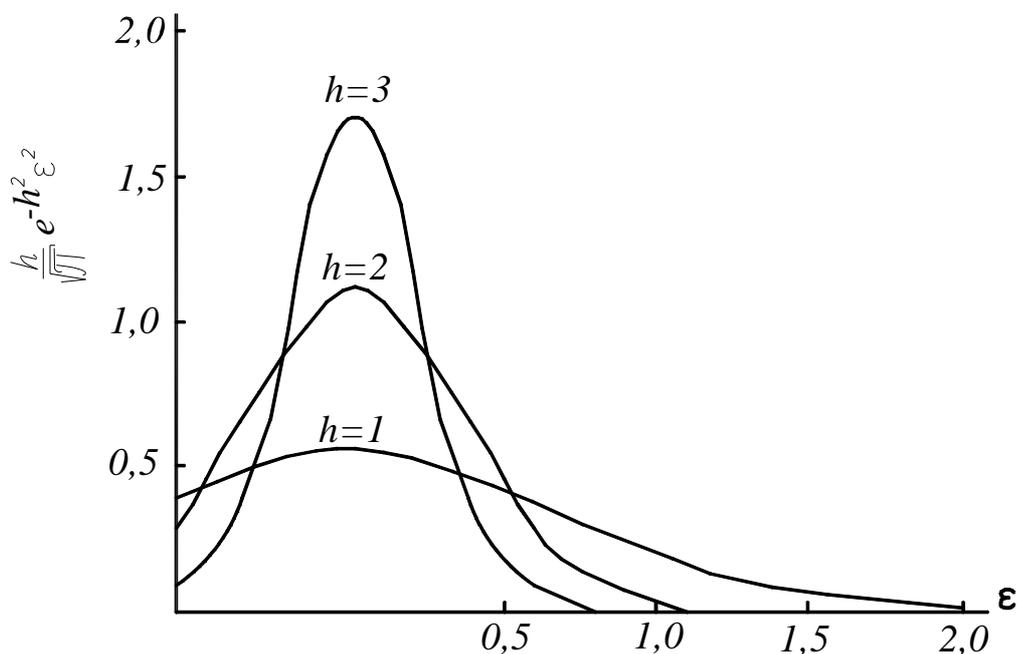


Рис. 2.3 – Кривые меры точности

### 2.3 Оценка меры точности и средней квадратической ошибки отдельных измерений. О среднем значении и дисперсии функции нескольких независимых случайных величин, критерий $\chi^2$

#### Оценка меры точности и средней квадратической ошибки отдельных измерений

Согласно нормальному закону распределения, вероятность того, что в процессе измерений получены ошибки, заключенные между  $x - x_i$  и  $x - x_i + dx$  ( $i = \overline{1; n}$ ), равна:

$$\left( \frac{h dx}{\sqrt{\pi}} \right)^n e^{-h^2 \sum (x - x_i)^2} \quad (2.36)$$

Определим, при каком  $h$  эта вероятность будет наибольшей. Прологарифмируем предварительно выражение (2.36) и, взяв затем производную по  $h$ , приравняем ее нулю. Мы придем к уравнению

$$\frac{n}{h} - 2h \sum (x - x_i)^2 = 0 \quad (2.37)$$

из которого найдем  $h$ :

$$h = \sqrt{\frac{n}{2\sum(x-x_i)^2}} \quad (2.38)$$

Знаменатель подкоренного выражения мы вычислить не можем, так как истинное значение  $x$  измеряемой величины нам неизвестно. Обозначим через  $\bar{x}$  среднее арифметическое измерений и установим связь  $\sum(x-x_i)^2$  с легко вычисляемой суммой квадратов отклонения отдельных наблюдений от их арифметического среднего  $\sum(\bar{x}-x_i)^2$ .

Для этого обозначим через  $\xi$  разность между истинным значением  $x$  и средним арифметическим  $\bar{x}$ :

$$\xi = x - \bar{x} \quad (2.39)$$

и найдем ее приближенное значение. Очевидно:

$$\xi = x - \frac{\sum x_i}{n} = \frac{1}{n} \sum (x - x_i) \quad (2.40.1)$$

или

$$n\xi = \sum (x - x_i) \quad (2.40.2)$$

На основании формулы (2.39)  $x = \xi + \bar{x}$  и, следовательно:

$$x - x_i = \xi + \bar{x} - x_i \quad (2.41.1)$$

Возводя в квадрат и суммируя по всем  $i$  от единицы до  $n$ , получим:

$$\begin{aligned} (x - x_i)^2 &= \xi^2 + 2\xi(\bar{x} - x_i) + (\bar{x} - x_i)^2 \\ \sum (x - x_i)^2 &= n\xi^2 + 2\xi \sum (\bar{x} - x_i) + \sum (\bar{x} - x_i)^2 \end{aligned}$$

или, учитывая, что  $\sum(\bar{x} - x_i) = 0$ :

$$\sum (x - x_i)^2 = n\xi^2 + \sum (\bar{x} - x_i)^2 \quad (2.41.2)$$

Исключив из уравнения (2.41.2) величину  $\xi$ , найдем:

$$\sum (x - x_i)^2 = \frac{n}{n-1} + \sum (\bar{x} - x_i)^2 \quad (2.42)$$

Подставляя это выражение в знаменатель подкоренного выражения формулы (2.38), найдем:

$$h = \sqrt{\frac{n-1}{2\sum(\bar{x}-x_i)^2}} \quad (2.43)$$

Пользуясь этой формулой, можно найти выражение для среднего квадратического отклонения и для дисперсии отдельных измерений. Вспоминая, что величины  $\sigma$  и  $h$  связаны зависимостью (2.29.2), получим:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(\bar{x}-x_i)^2}{n-1}}; \quad \sigma^2 = \frac{\sum(\bar{x}-x_i)^2}{n-1} \quad (2.44)$$

Формула (2.43) определяет то значение меры точности  $h$ , при которой вероятность получения данной системы ошибок будет наибольшей. Зная меру точности, можно решить целый ряд практически важных вопросов по оценке точности измерений.

Определим, пользуясь рисунком 2.2, какова вероятность, что ошибки отдельных наблюдений не превосходят по абсолютному значению заданной величины  $r$ , то есть заключаются в пределах от  $-r$  до  $+r$ .

На основании изложенного выше эта вероятность изображается площадью  $ABCDE$ , то есть интегралом:

$$P = \int_{-r}^r \frac{h}{\sqrt{\pi}} \cdot e^{-h^2 \xi^2} d\xi \quad (2.45)$$

Учитывая четность подынтегральной функции  $h$  и производя замену переменной интегрирования  $h\xi = t$ , получим следующее выражение для искомой вероятности:

$$P = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{hr} e^{-t^2} dt \quad (2.46)$$

### Точность среднего арифметического

Процесс обработки измерений не может считаться законченным после того, как найдены различные ошибки измерений. Необходимо еще оценить точность полученных результатов, то есть найти меру точности, среднюю квадратическую, вероятную и наибольшую возможную ошибки среднего арифметического.

Поскольку результаты измерений  $x_1, x_2, \dots, x_n$  представляют собой случайные величины, то их среднее арифметическое  $\bar{x}$  является также случайной величиной. Эта случайная величина распределена нормально. Не останавливаясь на выводах, приведем лишь формулы, которые позволяют оценить точность среднего арифметического.

Пусть  $h$  есть мера точности отдельного измерения, определяемая формулой (2.43). Обозначим через  $H$  меру точности среднего арифметического. Можно показать, что  $H$  и  $h$  связаны зависимостью:

$$H^2 = n \cdot h^2; \quad H = h\sqrt{n} \quad (2.47)$$

или, на основании (2.43):

$$H = \sqrt{\frac{n(n-1)}{2 \sum (\bar{x} - x_i)}}, \quad (2.48)$$

то есть мера точности среднего арифметического больше меры точности отдельных измерений и пропорциональна квадратному корню из числа измерений.

Если число измерений увеличить, например, в 4 раза, то точность среднего арифметического увеличится вдвое.

Вероятность того, что среднее арифметическое отличается от истинного значения на величину, меньшую  $r$ , то есть вероятность неравенства:

$$|x - \bar{x}| < r \quad (2.49)$$

выразится интегралом:

$$P = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{Hr} e^{-t^2} dt \quad (2.50)$$

Средняя квадратическая ошибка  $\sigma_0$  среднего арифметического связана с мерой точности таким же соотношением, как и в случае ошибок отдельных наблюдений; она определяется формулой:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2}{n(n-1)}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (2.51)$$

где  $\sigma$  – средняя квадратическая ошибка отдельного измерения.

### **О среднем значении и о дисперсии функции нескольких независимых случайных величин**

Пусть случайная величина представляет собой линейную функцию независимых случайных величин  $x$  и  $y$ :

$$z = ax + by \quad (2.52)$$

где  $a$  и  $b$  – постоянные величины.

Обозначив средние значения  $z$ ,  $x$  и  $y$  через  $\bar{z}$ ,  $\bar{x}$  и  $\bar{y}$ , а их средние квадратические отклонения, соответственно, через  $\sigma_z$ ,  $\sigma_x$  и  $\sigma_y$ , можно показать, что:

$$\bar{z} = a\bar{x} + b\bar{y} \quad (2.53)$$

и

$$\sigma_z^2 = a^2\sigma_x^2 + b^2\sigma_y^2 \quad (2.54)$$

В частности, если  $z = x + y$ , то мы имеем:

$$\bar{z} = \bar{x} + \bar{y} \quad \text{и} \quad \sigma_z^2 = \sigma_x^2 + \sigma_y^2 \quad (2.55)$$

Формулы (2.53) и (2.54) обобщаются на случай линейной функции любого числа случайных величин.

Предположим, что  $x_1, x_2, \dots, x_n$  – независимые случайные величины, средние значения которых соответственно равны:  $\overline{x_1}, \overline{x_2}, \dots, \overline{x_n}$ . Обозначим дисперсии этих величин через  $\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_n^2$ .

Рассмотрим некоторую линейную функцию:

$$z = k_1 x_1 + k_2 x_2 + \dots + k_n x_n \quad (2.56.1)$$

этих величин, которая также будет некоторой случайной величиной. Можно показать, что среднее значение величины  $z$  будет:

$$z = k_1 \overline{x_1} + k_2 \overline{x_2} + \dots + k_n \overline{x_n} \quad (2.57)$$

а дисперсия величины  $z$  определится по формуле:

$$\sigma_z^2 = k_1^2 \sigma_1^2 + k_2^2 \sigma_2^2 + \dots + k_n^2 \sigma_n^2 \quad (2.58)$$

Формулы (2.53) и (2.54) являются частными случаями формул (2.57) и (2.58). Отметим некоторые частные случаи этих формул.

1. Пусть:

$$z = x_1 + x_2 + \dots + x_n \quad (2.56.2)$$

тогда:

$$z = \overline{x_1} + \overline{x_2} + \dots + \overline{x_n}; \quad \sigma_z^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \dots + \sigma_n^2 \quad (2.59)$$

2. Если все величины  $x_1, x_2, \dots, x_n$  обладают одной и той же дисперсией  $\sigma^2$ , то дисперсия их суммы  $z = x_1 + x_2 + \dots + x_n$  будет:

$$\sigma_z^2 = n \sigma^2 \quad (2.60)$$

Среднее квадратическое отклонение  $\sigma_z$  в этом случае будет равно:

$$\sigma_z = \sigma \sqrt{n} \quad (2.61)$$

3. Пусть  $z$  есть среднее арифметическое  $n$  случайных величин  $x_1, x_2, \dots, x_n$ :

$$z = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \quad (2.62.1)$$

Дисперсия и среднее квадратическое отклонение величины  $z$  определяется по формулам:

$$\sigma_z^2 = \frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \dots + \sigma_n^2}{n^2}; \quad \sigma_z = \frac{1}{n} \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \dots + \sigma_n^2} \quad (2.62.2)$$

4. Если  $\sigma_1 = \sigma_2 = \dots = \sigma_n = \sigma$ , то:

$$\sigma_z^2 = \frac{\sigma^2}{n}; \quad \sigma_z = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (2.63)$$

Отсюда следует, что если  $x_1, x_2, \dots, x_n$  – результаты измерений какой-либо величины, то точность среднего арифметического в  $\sqrt{n}$  раз больше точности отдельных измерений, что было получено ранее.

## Критерий $\chi^2$

В технологической практике часто приходится встречаться с задачами следующего рода. Некоторое испытание производится несколько раз, причем известна теоретическая частота появления некоторого события при этом испытании. Однако на практике фактическая частота оказалась несколько отличной от теоретической.

Если нам нужно определить, случайно ли **отличается частота появления некоторого события от ожидаемого значения, то применяют так называемый  $\chi^2$  критерий**. За меру расхождения между теоретической и наблюдаемой частотой принимают число:

$$\chi^2 = \sum \left[ \frac{(\Phi - E)^2}{E} \right] \quad (2.64)$$

где  $\Phi$  – фактически полученное значение частоты;

$E$  – ожидаемая частота.

Суммирование производится по всем экспериментальным данным.

Не рекомендуется применять критерий  $\chi^2$  в тех случаях, когда какое-либо  $E < 5$ .

После того, как  $\chi^2$  найдена, нужно из таблицы величины  $\chi^2$  определить [42, 44] вероятность того, что в силу случайных причин  $\chi^2$  примет значение, равное или большее того, которое найдено из эксперимента.

Таблица функции  $\chi^2$  составлена по двум аргументам. Одним из них является вероятность  $p$ , а другим – так называемое «число степеней свободы». Под числом степеней свободы понимают число классов, значения которых можно задать произвольно. Иными словами, это есть общее число классов минус число ограничений, наложенных на изучаемую систему.

Если найденная по таблице вероятность мала (например, меньше 0,5 или меньше 0,1), то расхождение между экспериментальной и теоретической частотами нельзя считать случайным.

Отметим, что критерий  $\chi^2$  применяется также и при сравнении экспериментальных частот, полученных в результате проведения нескольких экспериментов.

## 2.4 Критерий Фишера и его применение при проверке гипотез, распределение Стьюдента и доверительные пределы

### Критерий Фишера и его применение при проверке гипотез

Рассматриваемый здесь статистический критерий согласия Фишера [42-44] применяется при сравнении точности двух рядов измерений, при проверке устойчивости технологического процесса. Функция  $F$  есть отношение выборочных дисперсий:

$$F = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \quad (2.65)$$

Значения этой функции для уровней значимости 0,5 и 0,1 табулированы при соответствующих степенях свободы каждой из двух дисперсий. При сравнении двух дисперсий обычно в числителе критерия  $F$  содержится большая дисперсия.

### Распределение Стьюдента

Английский химик В. Госсет, писавший под псевдонимом «Стьюдент», получил закон распределения, носящий теперь его имя, как статистический критерий согласия Стьюдента ( $t$ -критерий) [42-44]. Предположим, что случайные величины  $u$  и  $v$  независимы друг от друга, причем  $u$  распределена нормально, а  $v$  – по закону  $\chi^2$  с  $k$  степенями свободы. Тогда величина:

$$t_v = \frac{u}{\sqrt{\frac{v}{k}}} \quad (2.66)$$

имеет следующую плотность распределения, которая известна под названием «закона Стьюдента»:

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{k\pi}} \cdot \frac{\Gamma\left(\frac{k+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{k}{2}\right)} \left(1 + \frac{t^2}{k}\right)^{-\left(\frac{k+1}{2}\right)} \quad (2.67.1)$$

где  $\Gamma\left(\frac{k+1}{2}\right)$  и  $\Gamma\left(\frac{k}{2}\right)$  – функции Гамма, то есть:

$$\Gamma(k+1) = k\Gamma(k) \quad (2.67.2)$$

Из этого свойства вытекает, что если значения функции  $\Gamma(k)$  известны для всех  $k$  между любыми следующими одно за другим целыми числами, то значение  $\Gamma(k)$  для любого положительного значения  $k$  может быть найдено путем последовательного применения (2.67.2).

Отсюда видно, что это распределение зависит только от  $k$ .

Распределение Стьюдента довольно близко к нормальному, особенно если  $k$  не мало. На рисунке 2.4 приведены для сравнения кривые нормального распределения – 1 и распределения Стьюдента – 2 при  $k = 4$ . Различие между этими кривыми существенно лишь при малых  $n$ . Если  $k \geq 20$ , то распределение Стьюдента практически совпадает с нормальным распределением. Поэтому при решении задач распределением Стьюдента следует пользоваться лишь при  $k < 20$ .

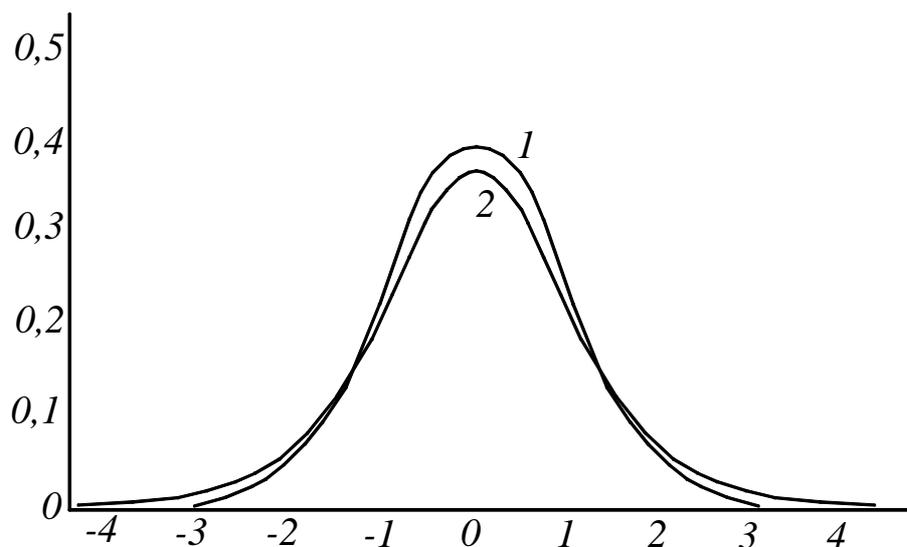


Рис. 2.4 – Кривые нормального распределения – 1 и распределения Стьюдента – 2

Для совокупности, распределенной с отклонением  $\frac{\sigma_0^2}{n}$  от ее среднего  $\bar{X}$ , будем иметь так называемый  $t$ -критерий Стьюдента:

$$t = \frac{\bar{x} - \bar{X}}{\sigma_0} \sqrt{n} \quad (2.68)$$

Так как  $(n-1) \frac{\sigma^2}{\sigma_0^2}$  имеет распределение по закону  $\chi^2$  с  $(n-1)$  степенями свободы, то из (2.66) получим:

$$t_{n-1} = \frac{\bar{x} - \bar{X}}{\sigma} \sqrt{n} \quad (2.69)$$

Таким образом,  $t$  – критерий Стьюдента есть отношение отклонения среднего  $\bar{x}$  данной выборки, состоящей из  $n$  индивидуумов, от истинного значения  $\bar{X}$  всей совокупности к стандартному отклонению  $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ . Значения  $t$  табулированы [42-44].

## Доверительные пределы

Если для оценки неизвестного параметра  $\theta$  мы определим вместо одного два значения  $A$  и  $B$  таким образом, что здесь имеется вероятность  $1 - \alpha$  осуществления неравенства  $A < \theta < B$ , то  $A$  и  $B$  называются  $100(1 - \alpha)\%$ -ными доверительными пределами, а интервал между ними является  $100(1 - \alpha)\%$ -ным доверительным интервалом. Так как вероятность того, что этот интервал не включает в себя  $\theta$ , составляет  $\alpha$ , то при обратном утверждении мы рискуем ошибиться на  $100\alpha\%$ . Следует подчеркнуть, что мы не утверждаем, что  $\theta$  имеет вероятность  $1 - \alpha$  для попадания в область между данными пределами. Значение  $\theta$  есть просто неизвестная постоянная, и поэтому мы не можем относительно нее сделать такого рода предположения. Любая статистическая характеристика является приближенной. Поэтому она может иметь определенный смысл лишь в том случае, когда указываются границы возможной погрешности оценки или, иначе говоря, указывается интервал, о котором с известной вероятностью можно утверждать, что он покрывает оцениваемое нами, вообще говоря, постоянное значение параметра. Предположим, например, что мы желаем по данным выборки оценить характеристику  $\bar{X}$  центра группирования нормальной генеральной совокупности, среднее квадратическое отклонение которой мы считаем известным.

В этом случае величина  $\bar{x}$  подчинена нормальному закону с центром  $\bar{X}$  и дисперсией  $\frac{\sigma^2}{n}$ .

Следовательно, величина  $t = \frac{\bar{x} - \bar{X}}{\sigma} \sqrt{n}$  есть нормированное отклонение нормально распределенной случайной величины  $\bar{x}$  от центра группирования. Если мы имеем  $P(|t| > t_\alpha) = \alpha$ , то:

$$P(-t_\alpha < t < t_\alpha) = P\left(-t_\alpha < -\left(\frac{\bar{x} - \bar{X}}{\sigma} \sqrt{n}\right) < t_\alpha\right) = 1 - \alpha \quad (2.70)$$

при любом значении  $\bar{X}$ .

Далее, заметим, что неравенство

$$\frac{\bar{x} - \bar{X}}{\sigma} \sqrt{n} < t_\alpha \quad (2.71)$$

равносильно неравенству:

$$\bar{x} - \frac{t_\alpha \sigma}{\sqrt{n}} < \bar{X} \quad (2.72)$$

Неравенство:

$$\frac{\bar{x} - \bar{X}}{\sigma} < t_{\alpha} \quad (2.73)$$

равносильно неравенству:

$$\bar{x} - \bar{X} < \frac{t_{\alpha} \sigma}{\sqrt{n}} \quad (2.74)$$

В силу того, что  $\sigma \geq 0$ :

$$\bar{x} - \frac{t_{\alpha} \sigma}{\sqrt{n}} < \bar{X} \quad (2.75)$$

Аналогично найдем равносильными:

$$-t_{\alpha} < \frac{\bar{x} - \bar{X}}{\sigma} \sqrt{n} \quad \text{и} \quad \bar{X} < \bar{x} + \frac{t_{\alpha} \sigma}{\sqrt{n}} \quad (2.76)$$

Следовательно, утверждение, что  $\frac{\bar{x} - \bar{X}}{\sigma} \sqrt{n}$  попадет между  $-t_{\alpha}$  и  $t_{\alpha}$  равносильно утверждению:

$$\bar{x} - \frac{t_{\alpha} \sigma}{\sqrt{n}} < \bar{X}, \quad \text{и} \quad \bar{x} + \frac{t_{\alpha} \sigma}{\sqrt{n}} > \bar{X} \quad (2.77)$$

Мы можем теперь написать:

$$P\left(\bar{x} - \frac{t_{\alpha} \sigma}{\sqrt{n}} < \bar{X} < \bar{x} + \frac{t_{\alpha} \sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha, \quad (2.78)$$

то есть интервал между  $\bar{x} - \frac{t_{\alpha} \sigma}{\sqrt{n}}$  и  $\bar{x} + \frac{t_{\alpha} \sigma}{\sqrt{n}}$  есть  $100(1 - \alpha)\%$ -ный доверительный интервал для неизвестного среднего  $\bar{x}$ , если дисперсия  $\sigma^2$  известна.

**Рассмотренный выше доверительный интервал имеет конечные границы.** Иногда приходится решать задачи определения вероятности  $(1 - \alpha)$  для значений, которые только больше или только меньше чем  $\bar{X}$ . Такие интервалы называются **односторонними доверительными интервалами.**

Предположим, что мы выбираем значение  $t_{2\alpha}$  таким образом, что  $P(|t| > t_{2\alpha})$ . Тогда, вследствие симметрии нормального распределения:

$$P(t > t_{2\alpha}) = 1 - \alpha \quad \text{и} \quad P(t < -t_{2\alpha}) = 1 - \alpha \quad (2.79)$$

или

$$P\left(\frac{\bar{x} - \bar{X}}{\sigma} \sqrt{n} < t_{2\alpha}\right) = 1 - \alpha \quad \text{и} \quad P\left(\frac{\bar{x} - \bar{X}}{\sigma} \sqrt{n} > t_{2\alpha}\right) = 1 - \alpha \quad (2.80)$$

На основании изложенного выше можем написать:

$$P\left(\bar{x} - \frac{t_{2\alpha} \sigma}{\sqrt{n}} < \bar{X}\right) = 1 - \alpha, \quad (2.81)$$

$$P\left(\bar{x} + \frac{t_{2\alpha}\sigma}{\sqrt{n}} < \bar{X}\right) = 1 - \alpha \quad (2.82)$$

Таким образом, интервалы со значениями больше, чем  $\bar{x} - \frac{t_{2\alpha}\sigma}{\sqrt{n}}$  и меньше, чем  $\bar{x} + \frac{t_{2\alpha}\sigma}{\sqrt{n}}$  являются искомыми односторонними  $100(1 - \alpha)\%$ -ными доверительными интервалами для неизвестного среднего  $\bar{X}$ .

Доверительные интервалы могут быть применены к любой нормально распределенной переменной с известным стандартным отклонением. Например, если **мы имеем две выборки  $n_1$  и  $n_2$**  из нормальной совокупности со средними  $\bar{X}_1$  и  $\bar{X}_2$  и дисперсиями  $\sigma_1^2$  и  $\sigma_2^2$ , то  $\bar{d} = \bar{x}_1 - \bar{x}_2$  будет нормально распределенной со средней  $\delta = \bar{X}_1 - \bar{X}_2$  и с дисперсией  $\sigma_\delta^2 = \sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2$ . Следовательно, если  $\sigma_1^2$  и  $\sigma_2^2$  известны, **то двусторонним доверительным интервалом для  $\delta$  будет:**

$$\bar{d} - t_\alpha \left( \frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2} \right) < \delta < \bar{d} + t_\alpha \left( \frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2} \right) \quad (2.83)$$

Описанные во втором разделе **величины** в той или иной мере будут использованы при рассмотрении вопросов разработки математических моделей по данным, полученным в результате экспериментальных исследований ТОУ ЗЦТ. Но прежде рассмотрим методы идентификации необходимые для выбора структуры математических моделей и определения их адекватности реальным ТОУ ЗЦТ.

### РАЗДЕЛ 3

## ИДЕНТИФИКАЦИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ УПРАВЛЕНИЯ

Для современных технологических объектов управления характерны: многофакторность, наличие на их входах и выходах неконтролируемых параметров, изменение характеристик основных возмущающих воздействий в широком диапазоне, сложные зависимости между параметрами, отсутствие полной теоретической модели, значительные запаздывания по основным каналам управления, распределенность параметров и другое [50-60]. Все это усложняет как сам процесс определения модели, так и ее адекватность реальному ТОУ.

### 3.1 Физическое и математическое моделирование, общие сведения и классификация методов идентификации технологических объектов управления

Модели ТОУ упрощенно классифицируют на два больших класса (рисунок 3.1): физические и математические. [48, 49, 61].

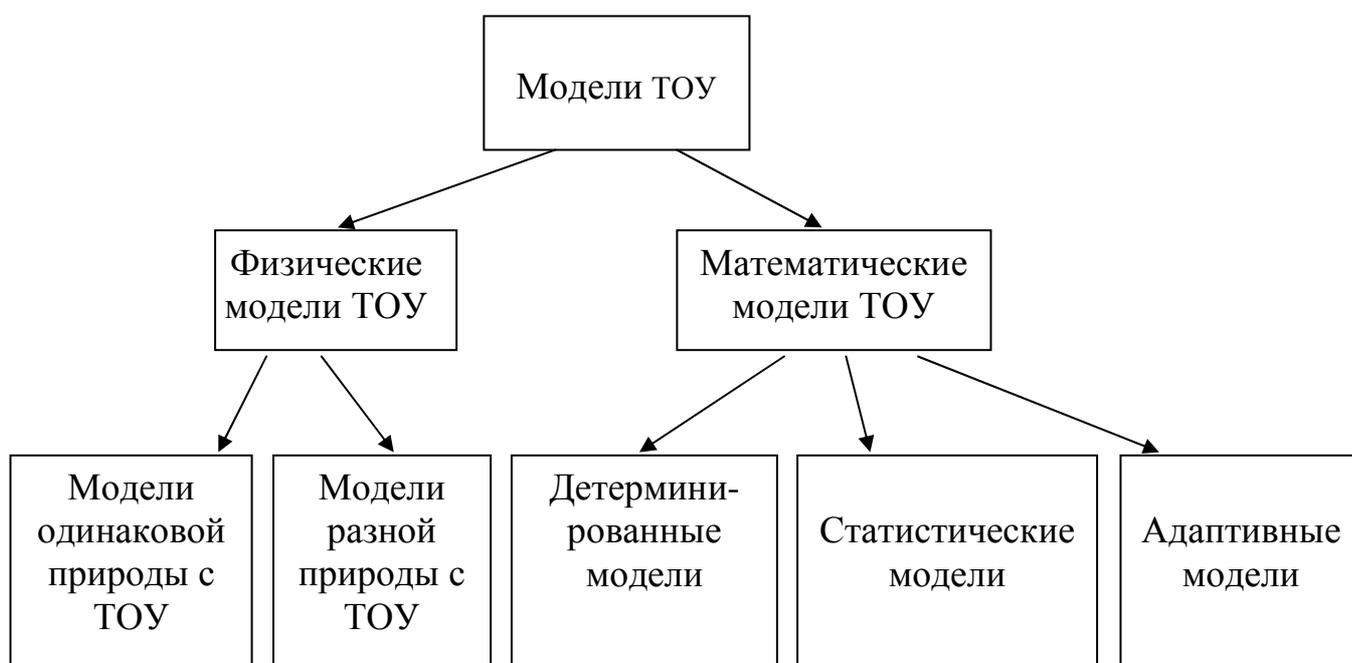


Рис. 3.1 – Упрощенная классификация моделей ТОУ

**Физическая модель ТОУ** – это модель, в которой физические процессы, происходящие в ней, идентичны процессам в ТОУ, а поэтому математические зависимости, описывающие их, аналогичны. Физические модели ТОУ, в свою очередь, разделяют на две категории:

а) модель одинаковой природы с ТОУ, то есть модель отличается от ТОУ только количественными показателями – геометрическими размерами, диапазоном изменения параметров характеризующих ТОУ. Такая физическая модель позволяет изучать физическую сущность ТОУ, его переходные процессы, граничные условия; а так же уточнить расчетные формулы и основные теоретические положения;

б) модель разной природы с ТОУ, то есть построение такой физической модели основано на сходстве математических уравнений, которые описывают физические процессы в ТОУ и этой модели. Такие модели лучше реализовать на аналоговых вычислительных машинах [48, 49], для этого необходимы передаточные функции отдельных звеньев ТОУ.

**Математическая модель ТОУ** – это модель, которая не нуждается в физической реализации, а сводится к чисто математической задаче поиска экстремума функционала заданного вида. В зависимости от вида этого функционала экстремум находится математическим путем или с помощью некоторых вычислительных процедур. Математические модели ТОУ разделяют на три категории:

а) детерминированная модель – это такая модель, описание которой дается в виде функциональной зависимости между входными и выходными параметрами ТОУ. Детерминированная математическая модель должна соответствовать физическому процессу, его целям и ограничениям;

б) статистическая модель определяется набором статистических параметров и функций распределения вероятностей. Статистическая математическая модель имеет более формальный характер, чем детерминированная модель, то есть отображает ТОУ, абстрагируясь от его конкретных физических свойств;

в) адаптивная модель – это модель, которая предполагает текущее определение характеристик ТОУ при его нормальном функционировании, а полученные оценки используют для улучшения самой адаптивной модели ТОУ.

Таким образом, проблема математического описания ТОУ сводится к проблеме получение информации о состоянии ТОУ, оценивания его параметров и характеристик, иначе эту проблему называют **идентификацией ТОУ**.

Существует несколько подходов к решению задачи идентификации ТОУ. При этом подходы настолько разные, что возникает необходимость в сопоставлении и анализе основных принципов и существующих методов идентификации ТОУ. Выделяют два подхода к решению задачи идентификации:

а) физико-математический анализ явлений, которые обуславливают динамику ТОУ;

б) экспериментальная идентификация, при которой основную информацию об исследуемом ТОУ получают путем непосредственного измерения соответствующих параметров, учитывая сложность и разнообразие ТОУ.

Методы идентификация по физико-математическому анализу часто оказываются малоэффективными. Наиболее принятыми в производственных условиях являются экспериментальные методы идентификации, которые не исключают возможности использования априорной («до опыта») информации об особенностях исследуемого ТОУ. В зависимости от наличия априорной информации о параметрах процессов ТОУ методы определения их характеристик разделяют на две группы:

а) методы определения структуры и параметров математической модели ТОУ;

б) методы определения параметров математической модели ТОУ при заданной или определенной ее структуре.

В первом случае имеют дело с так называемым «черным» или «непрозрачным» ящиком, а во втором – с «серым» или «полупрозрачным» ящиком. Наличие любых сведений о структуре математической модели ТОУ или выбор достаточно общей структуры этой модели в качестве допустимой существенным образом ускоряет процесс идентификации ТОУ.

Различные аспекты экспериментальной идентификации ТОУ изучены довольно подробно. Разнообразие методов решения этой проблемы обусловлено, с одной стороны, особенностями постановки задачи, а с другой – отличием (неодинаковостью) свойств исследуемого ТОУ. Поэтому пригодность того или иного метода идентификации ТОУ определяется такими его особенностями: линейность или нелинейность характеристик; дискретность или непрерывность; степень выраженности динамических свойств; уровень случайных помех; возможность введения искусственных воздействий и другое.

По виду математические модели ТОО разделяют на статические (3.1.1) и динамические (3.1.2):

$$y = a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n; \quad (3.1.1)$$

$$y(t) = a_1x_1(t) + a_2x_2(t) + \dots + a_nx_n(t) \quad (3.1.2)$$

где  $y$  – выходной параметр (управляемая величина) ТОО;

$x_i(i = \overline{1, n})$  – входные параметры (управляющие или возмущающие воздействия) ТОО;

$a_i(i = \overline{1, n})$  – коэффициенты при соответствующих входных параметрах;

$t$  – временные изменения (характеристики сигналов) входных и выходных параметров.

Причинами, которые определяют сложность решения задач идентификации ТОО, могут быть трудности осуществления экспериментальных исследований в реальных условиях, их сложность, отсутствие необходимых для конкретного ТОО методов исследования, вычислительные трудности при обработке полученных экспериментальных данных и так далее.

По способам накопления экспериментальных данных методы идентификации разделяют на активные и пассивные.

**Активный эксперимент** базируется на внесении в ТОО искусственных возмущений различного вида, как детерминированных, так и случайных. В настоящее время разработаны соответствующие методики проведения активных планов экспериментов при детерминированных зондирующих сигналах, которые разрешают быстро раскрывать нужные эффекты, целенаправленно приближаться к зоне наилучшего технологического режима, получать математические модели ТОО, которые адекватны результатам, полученным при эксперименте. При активном эксперименте вносят типовые возмущения: единичный скачек нагрузки (единичное возмущение), единичный импульс, гармоничные единичные колебания, и другие. Поскольку для ТОО ЗЦТ необходимо обеспечить заданный температурный график отопления в них активный эксперимент не может быть применен.

**Пассивный эксперимент** предусматривает регистрацию автоматически контролируемых параметров в режиме нормальной работы ТОО без внесения искусственного возмущения. Этот способ удлиняет время эксперимента, но он имеет оправдание, особенно для ТОО, на которые по разным причинам невозможно внесение искусственного возмущения.

Дополнительное преимущество этого метода – возможность использования априорной информации о предыдущих значениях параметров ТОУ.

По результатам пассивных экспериментов получают математическое описание реального ТОУ разных видов. В связи с этим использование для управления весьма сложных математических моделей лишает их гибкости и универсальности, препятствует их применению, требует использования быстродействующих технических средств с большой емкостью блоков памяти. Поэтому выбор математической модели того или другого класса обуславливается не только априорными данными о структуре исследуемого ТОУ и режимом его функционирования, но также нужной степенью точности (соответствия) математической модели реальному ТОУ и сложностью реализации полученного решения.

При разработке математической модели, ее характеристики должны быть как можно больше адекватны, с точки зрения выбранного критерия, характеристикам ТОУ.

Необходимо подчеркнуть, что один и тот же ТОУ может быть адекватно описан математическими моделями разного вида. Но сложность и стоимость получения таких математических моделей предполагают выбор таких методов, которые адекватно, просто и относительно недорого описывают реальный ТОУ.

### **Классификация методов идентификации ТОУ**

Методы идентификации ТОУ упрощенно классифицируют на три группы (рисунок 3.2) [50-61].

Возможность использования каждого из методов идентификации зависит от технологической готовности каждого ТОУ к применению этих методов, способствующих повышению технико-экономических показателей. Под технологической готовностью ТОУ понимают насыщение его технологическим оборудованием, для которого с помощью современных КИП и СА, в том числе МПК, можно получить всю необходимую информацию для решения, в первую очередь, задач управления, поиском оптимальных режимов, соответствующих заданным (требуемым) критериям управления. Для решения таких задач требуются огромные капитальные вложения, а также наличие хотя бы предварительных технических решений по идентификации ТОУ. При этом необходимо провести статистический анализ основных возмущений и параметров исследуемого ТОУ, чтобы отнести их к конкретному классу случайных процессов.

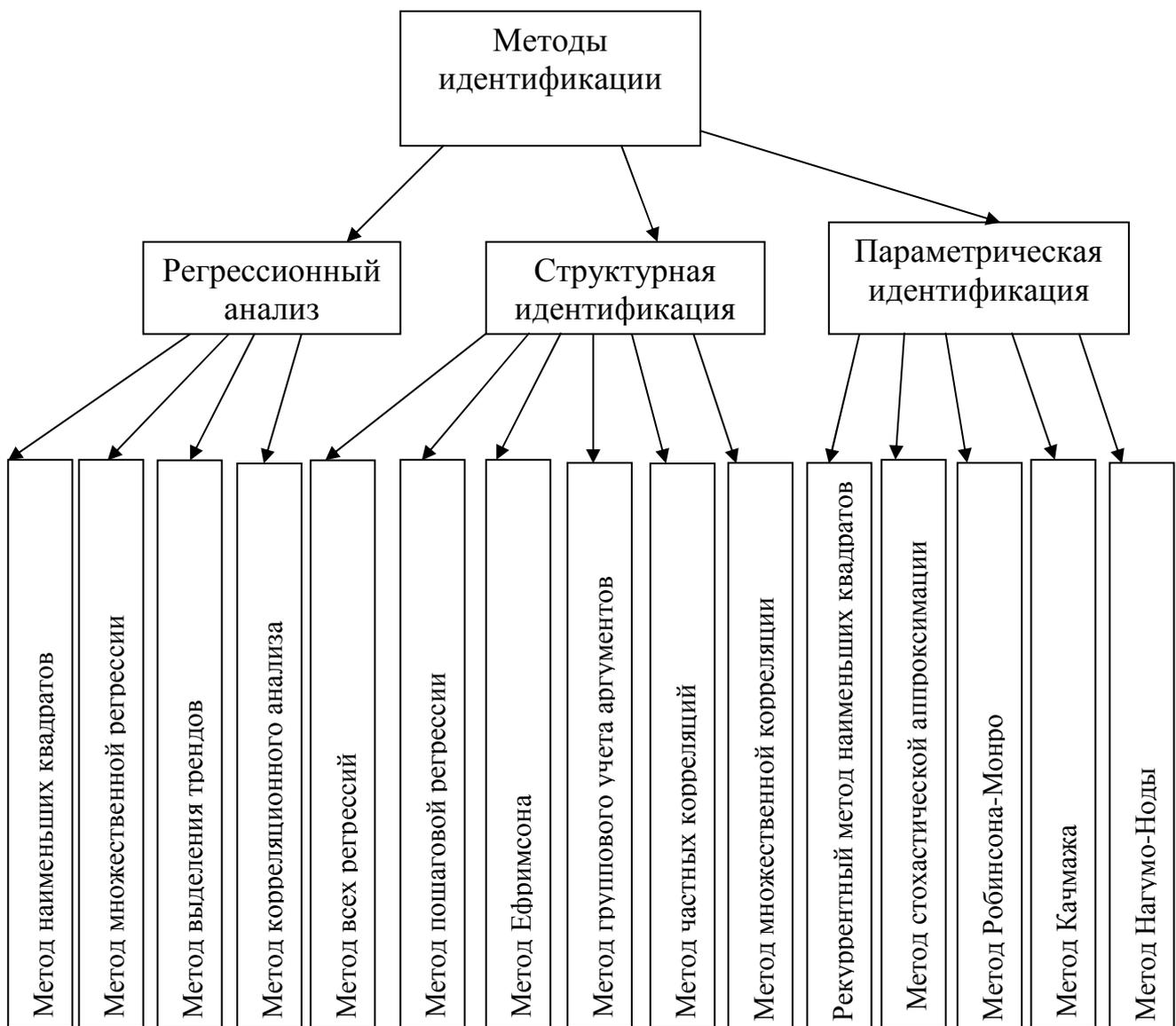


Рис. 3.2 – Упрощенная классификация методов идентификации ТОУ

В то же время при идентификации ТОУ необходимо учитывать ряд вопросов, к которым следует отнести:

- 1) предварительный анализ свойств моделируемой совокупности массива данных;
- 2) установление факта наличия связи, определение ее направления и формы;
- 3) вычисление степени тесноты связи между параметрами;
- 4) построение регрессионной модели, то есть нахождение математического выражения связи между независимыми и зависимой переменными;
- 5) оценка адекватности модели реальному ТОУ и применение ее в САУ.

Таким образом, для разработки математических моделей необходима обработка массива данных, полученных в результате проведения пассивных экспериментов. При обработке таких данных наиболее часто и широко используются методы регрессионного анализа.

### 3.2 Методы регрессионного анализа

Рассматриваемые методы анализируют связи между несколькими независимыми переменными и зависимой переменной и включают в себя получение математических моделей, а также проверку адекватности и оценки влияния на них каждого фактора. В то же время для решения задач методами регрессионного анализа необходимо следующие предпосылки:

1. Входные переменные  $\{X_i\}$  могут иметь произвольное распределение, но для каждого фиксированного значения этих величин выходная случайная величина  $Y$  имеет нормальное распределение.

2. При условии однородности дисперсии выходной величины  $\{Y\}$ , то есть если провести многократные повторяемые наблюдения выходной величины  $Y$ , ее дисперсия не будет зависимой от набора значений входных переменных.

3. Входные переменные  $\{X_i\}$  измеряются с небольшой погрешностью в сравнении с погрешностью выходной переменной.

Последнее требование практически всегда выполняется, так как погрешность выходной переменной, кроме погрешности измерения, зависит от независимых переменных, которые непригодны к измерению (загрязнение оборудования, изменения в составе материальных потоков и т.п.).

В случае невыполнения первого и/или второго требования нужно изменить выходную переменную  $Y$  так, чтобы новая величина уже удовлетворяла этим требованиям.

При исследовании ТОУ часто приходится использовать экспериментальный материал, который получено в условиях, которые не были предусмотрены исследователями специально.

Регрессионный анализ данных полученных при нормальной эксплуатации ТОУ обладает рядом особенностей, которые очерчивают сферу его использования в задачах управления сложными процессами:

1. Поскольку пассивное наблюдение за ходом процесса проводится в режиме нормальной работы, то режимные параметры изменяются в

небольших пределах и, соответственно, очень узкий интервал изменения независимых переменных. В результате возникает ситуация, при которой данные, которые подлежат обработке, фактически собраны в одной точке. При этом вся математическая модель описывается уравнением зависимости выходного параметра  $Y$  от его среднего значения.

2. При пассивном эксперименте трудно оценить его погрешность и, соответственно, нельзя довольно точно проверить гипотезу об адекватности представления результатов эксперимента избранной математической модели.

3. Независимые переменные попарно коррелированы, что не дает возможности правильной интерпретации полученных результатов. Регрессионный коэффициент не показывает степень влияния независимой переменной на выходной параметр, а характеризует степень суммарного влияния всех коррелированных с ним переменных. Вследствие этого выбрасывание хотя бы одного незначительного фактора из модели резко изменяет не только значение оставшихся ее коэффициентов, но даже их знаков.

4. Вследствие коррелированности переменных осложняется процедура проверки коэффициентов на значимость. Оценка значимости отдельных, сильно коррелированных коэффициентов часто дает незначительное отклонение коэффициента от нуля. Бывают случаи, когда все коэффициенты оказываются незначимыми, а в целом уравнение регрессии дает значимое уменьшение остаточной дисперсии.

5. Значимая корреляция между переменными приводит к тому, что матрица нормальных уравнений ( $X^m X$ ) будет иметь несколько «почти линейно зависимых» столбцов и будет «почти вырожденной». Это означает, что указанная матрица плохо обусловлена, что в свою очередь, приводит к неустойчивым, а иногда вследствие этого к абсурдным решениям.

6. Как правило, независимые переменные имеют узкие интервалы вариации. Это приводит к тому, что точность полученной модели быстро уменьшается при отдалении от центра эксперимента. Кроме этого, в силу корреляции факторов падение точности модели в разных направлениях разное.

Указанные особенности вызывают трудности интерпретации результатов пассивного эксперимента и использование построенных на его основе моделей для управления.

Нужно ли в этой ситуации отказаться от использования данных режима нормальной эксплуатации, которые уже имеются? Конечно, что из-за отсутствия лучшего, исследователь вынужден использовать этот материал. Возникает необходимость поиска путей, которые разрешили бы, опираясь на данные пассивного эксперимента, получать надежные результаты и заключения относительно объекта исследования по статистической модели, которая построена на этом материале.

Рассмотрим два таких пути.

1. Построение таких критериев поиска оптимума, которые бы учитывали стохастический характер регрессионных моделей, (то есть коррелированность, учет качества оценок коэффициента регрессии; качество статистического материала, который используется для построения модели; область применения регрессионных моделей ).

2. Улучшение статистического качества материала пассивного эксперимента путем приложения специальным образом спланированных экспериментов или путем намеренного корректирования экспериментальных данных.

О моделях, которые построены по данным пассивного эксперимента, можно сказать, что они владеют хорошей точностью в условиях, близких к тем, в которых проводился эксперимент, а при отклонении от них точность может резко снизиться. В связи с этим при подготовке пассивного эксперимента следует предусмотреть имитацию всех условий функционирования системы, например, при проведении экспериментальных исследований ТОО ЗЦТ уместно провести эксперименты как для различных метеорологических условий (осень-весна, зима), так и в различных режимах работы. Особые трудности в использовании моделей, которые построены по данным пассивного эксперимента, возникают в случае управления процессами в ТОО, которые развиваются.

Ниже рассмотрим конкретные методы регрессионного анализа.

### **Метод наименьших квадратов**

При применении метода наименьших квадратов (МНК) используются наиболее простые линейные многопараметрические регрессионные модели, описываемые уравнением:

$$Y_j = \sum_{i=1}^k a_i \cdot X_i + b_j ; i = \overline{1, k} , \quad (3.2.1)$$

где  $Y_j$  –зависимые переменные (параметры),  $j = \overline{1, m}$  , при этом  $m < k$ ;

$X_i$  – независимые переменные (параметры);  
 $a_i$  – коэффициенты, соответствующие каждой независимой переменной (параметру)  $X_i$ ;

$i$  – количество независимых переменных (параметров);

$b_j$  – постоянные,

при этом для нахождения зависимой переменной  $Y_j$ , которая наилучшим образом соответствует эмпирическим данным, **сумма квадратов отклонений эмпирических точек от теоретической линии регрессии должна быть величиной минимальной.**

Для определения зависимого значения  $Y_j$  необходимо решить систему условных уравнений:

$$a_i (X_i, X_{i+1}, \dots, X_{i+k}) - (Y_j - b_j) = 0, \quad (3.2.2)$$

Для линейных уравнений получаем:

$$\bar{Y}_j = a_{1,i} \bar{X}_i + a_{1,i+1} \bar{X}_{i+1} + \dots + a_{1,k} \bar{X}_k + b_j, \quad (3.2.3)$$

Требование минимума суммы квадратов отклонений приводит к системе нормальных линейных уравнений:

$$[a_1^2] \bar{X}_i + [a_1, a_2] \bar{X}_{i+1} + \dots + [a_1, a_k] \bar{X}_k = [a_1(Y - b)], \quad (3.2.4)$$

где

$$[a_1^2] = \sum_{i=1}^k a_{1,i}^2; \quad [a_1, a_2] = \sum_{i=1}^k a_{1,i} a_{2,i}; \quad [a_1(Y - b)] = \sum_{i=1}^k a_{1,i} (Y_j - b_j). \quad (3.2.5)$$

Поскольку МНК является одним из наиболее применяемых методов для разработки математических моделей по результатам пассивных экспериментальных исследований за работой ТООУ, то выбор переменных для введения в регрессионное уравнение осуществляется на основе статистических критериев согласия Фишера ( $F$ ) и Стьюдента ( $t$ -критерий). Критерий Фишера определяет, являются ли полученные математические модели адекватными экспериментальным данным, то есть является ли взаимосвязь между зависимой и независимыми переменными случайной или нет. Проверка гипотез об адекватности моделей (стационарности процесса)

по критерию Фишера определяется ( $F_{расч}$ ) из выражения (2.65) с учетом новой индексации:

$$F_{расч} = \frac{\sigma_S^2}{\sigma_Y^2}, \quad (3.2.6)$$

где 
$$\sigma_Y^2 = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{1}{m-1} \sum_{j=1}^m (Y_{ij} - Y_j)^2}{i}; \quad (3.2.7.1)$$

$$\sigma_S^2 = \frac{n}{n-1} \sum_{i=1}^n (Y_i - Y_{ij}); \quad (3.2.7.2)$$

$$Y_{ij} = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i^2}{n}; \quad (3.2.7.3)$$

$i$  – количество серий исследований,  $i = \overline{1, n}$ ;  $j$  – количество исследований в каждой серии,  $j = \overline{1, m}$ .

Определенное по формуле (3.2.6) значение  $F_{расч}$  сравнивается с табличным  $F_{табл}$  при количестве степеней свободы ( $f$ ), необходимых для нахождения значений критерия Фишера в статистической таблице, и номинальном уровне значимости  $\alpha=5\%$ . При этом необходимо выполнение условия  $F_{расч} > F_{табл}$ .

Значения t-критериев Стьюдента (2.68) используются для определения значимости каждого параметра ( $X_i$ ) в полученных математических моделях и позволяют ранжировать соответствующие параметры по величине их влияния на математическую модель в целом.

Необходимо помнить, что для применения МНК при оценке качества полученных экспериментальных данных должны исключаться из рассмотрения значения параметров, для которых выполняется соотношение:

$$\zeta = \frac{X_i^{\max} - X_i^{\min}}{\Delta X} < 7 \div 8, \quad (3.2.8)$$

где  $X_i^{\max}$  и  $X_i^{\min}$  – соответственно максимальное и минимальное значение параметра (переменной);

$$\Delta X = \frac{a_x A_x}{50\sqrt{3}}; \quad (3.2.9)$$

$a_x$  – относительная погрешность измерительного прибора, контролирующего величину  $X$ ;

$A_x$  – верхняя граница измерений.

Для отсеивания параметров при анализе экспериментальных данных рассчитывается среднеквадратическое отклонение результата измерений  $\sigma$  и абсолютное значение отклонения текущего параметра от его среднего значения  $\delta$ :

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (X_i - \bar{X}_i)^2}{N}}, \quad (3.2.10)$$

$$\delta = \bar{X}_i - X_i, \quad (3.2.11)$$

где  $X_i$  – текущее значение параметра (переменной);  
 $\bar{X}_i$  – среднее значение параметра (переменной);  
 $N$  – количество измерений в выборке.

При этом экспериментальные данные по правилу «трех сигм» значение  $\sigma$  которых превышают выражение  $\sigma > 3\delta$ , исключаются из рассмотрения, оставшиеся данные будут соответствовать нормальному закону распределения с вероятностью не менее 95 %.

Для определения статистических характеристик можно ограничиться единственным экспериментом, проведенным на протяжении достаточно большого интервала времени, то есть ограничиться обработкой одной реализации вместо множества экспериментов, при этом экспериментальные данные считаются **эргодическими** [48, 49], а осуществление записей в таблицу экспериментальных данных необходимо проводить с дискретностью

$$\Delta t = 0,5T_{вчк}, \quad (3.2.12)$$

где  $T_{вчк}$  – наибольший период высокочастотных колебаний.

На практике часто используется критерий Колмогорова [62,63], в котором в качестве меры расхождения ( $D$ ) между теоретическим и эмпирическим распределениями рассматривают максимальное значение абсолютной величины разности между эмпирической функцией распределения  $F_n(x)$  и соответствующей теоретической функцией распределения  $F(x)$ ;

$$D = \max_{-\infty \leq x \leq \infty} |F_n(x) - F(x)|, \quad (3.2.13)$$

называемой статистикой критерия Колмогорова.

Для оценивания меры расхождения  $D$  между теоретическим и эмпирическим распределением используется величина  $\lambda$ :

$$\lambda = D\sqrt{n}, \quad (3.2.14)$$

где  $n$  – объем выборки.

Если вычисленное значение  $\lambda$  окажется больше критического  $\lambda_\alpha$ , определенного на уровне значимости  $\alpha$ , то нулевая гипотеза  $H_0$  о том, что случайная величина  $X$  имеет заданный закон распределения, отвергается (односторонний критерий). Если  $\lambda \leq \lambda_\alpha$ , то считают, что гипотеза  $H_0$  не противоречит опытным данным.

Проверка гипотезы о нормальности распределений осуществляется по критерию Колмогорова-Смирнова [63], который использует ту же идею, что и критерий Колмогорова, но только в критерии Колмогорова сравнивается эмпирическая функция распределения с теоретической, а в критерии Колмогорова-Смирнова сравниваются две эмпирические функции распределения.

Статистика критерия Колмогорова-Смирнова имеет вид:

$$\lambda' = \sqrt{\frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2}} \cdot \max |F_{n_1}(x) - F_{n_2}(x)|, \quad (3.2.15)$$

где  $F_{n_1}(x)$  и  $F_{n_2}(x)$  – эмпирические функции распределения, построенные по двум выборкам с объемами  $n_1$  и  $n_2$ .

Гипотеза  $H_0$  отвергается, если фактически наблюдаемое значение статистики  $\lambda'$  больше критического  $\lambda'_{кр}$ , т.е.  $\lambda' > \lambda'_{кр}$ , а принимается в противном случае.

Этот критерий отвечает на вопрос, описывается ли распределение накопленной относительной частоты некоторыми распределениями накопленной вероятности. Если считать, что случайная величина имеет распределение накопленной вероятности  $P_0(x)$ , а  $S(x)$  – наблюдаемое эмпирическое распределение накопленной относительной частоты (ожидаемая накопленная частота для нормального закона распределения), то распределение (3.2.13) преобразовывается в

$$D = \max |P_0(x) - S(x)|, \quad (3.2.16)$$

а последнее – можно считать известным и использовать в критериях согласования.

По результатам экспериментальных данных рассчитываются накопленные вероятности  $P_0(x)$ , ожидаемые накопленные частоты для нормального распределения  $S(x)$ , затем выбирается максимальное значение  $|P_0(x) - S(x)|$ , с помощью которого и определяется критерий согласия Колмогорова-Смирнова  $D$ . Полученное значение сравнивается с критическим, взятым из таблиц [63]. Результаты указанного сравнения позволяют сделать вывод, что с вероятностью 95% можно принять гипотезу о нормальном распределении основных переменных рассматриваемых данных.

Для основных переменных (параметров) изучаемых технологических процессов определялись следующие статистические характеристики: математическое ожидание, дисперсия, медиана  $Med_x$  (смотри раздел 2), а также центральные моменты  $\beta_x^k$ :

$$\beta_x^k = M[(x(t) - m_x)^k] = \frac{1}{T} \int_0^T (x(t) - m_x)^k dt, \quad (3.2.17)$$

где  $k$  – порядок центрального момента;

$M$  – символ математического ожидания.

В разделе 4 рассматриваются конкретные линейные многопараметрические математические модели ТОУ ЗЦТ, полученные по МНК.

### **Метод множественной регрессии**

На практике используют САУ с комбинированным принципом управления, структурная схема которой имеет не менее двух каналов управления. Один из них действует по принципу управления по возмущению и имеет разомкнутый контур относительно управляемого параметра ( $Y$ ) ТОУ, а второй – по принципу управления по отклонению этого же параметра от заданного значения и имеет замкнутый контур. Основным преимуществом комбинированного принципа управления является возможность получить высокую точность управляемого параметра. Поэтому важным является исследование поведения комбинированных САУ в состоянии равновесия, то есть в статике, при этом изучаются вопросы статической точности – отклонения управляемого параметра от заданного значения по окончании переходного процесса.

Анализ процессов в статике, которые происходят в такой системе, выполняют с помощью математической модели статики с учетом основных допущений и ограничений. Для многих комбинированных САУ ТОУ на сегодня отсутствуют достоверные математические модели. Чтобы получить

их, целесообразно использовать многочисленные экспериментально аналитические методы, среди которых наиболее используемые **методы парной корреляции и множественной регрессии** [64, 65]. Для случая, когда комбинированная САУ имеет связь между тремя параметрами, из которых два  $X_1$  и  $X_2$  – независимые, а третий – функция от первых двух, то есть когда

$$Y = f(X_1; X_2),$$

алгоритм предусматривает (с учетом новой индексации):

расчет простых средних арифметических значений  $\bar{Y}$ ,  $\bar{X}_1$  и  $\bar{X}_2$  по экспериментальным данным ( $i = \overline{1; N}$ ) по формуле (2.12);

расчет отклонений переменных от их простых средних арифметических значений:

$$y = Y_i - \bar{Y}; \quad x_{1i} = X_{1i} - \bar{X}_1; \quad x_{2i} = X_{2i} - \bar{X}_2; \quad (3.2.18)$$

расчет средних квадратичных отклонений тех же параметров:

$$\sigma_y = \sqrt{\sum_{i=1}^N y_i^2 / N}; \quad \sigma_{X_1} = \sqrt{\sum_{i=1}^N x_{1i}^2 / N}; \quad \sigma_{X_2} = \sqrt{\sum_{i=1}^N x_{2i}^2 / N}; \quad (3.2.19)$$

расчет коэффициентов парной корреляции между параметрами, которые характеризуют степень линейной связи между ними:

$$r_{yX_1} = \sum_{i=1}^N y_i x_{1i} / N \sigma_y \sigma_{X_1}; \quad r_{yX_2} = \sum_{i=1}^N y_i x_{2i} / N \sigma_y \sigma_{X_2}; \quad r_{X_1 X_2} = \sum_{i=1}^N x_{1i} x_{2i} / N \sigma_{X_1} \sigma_{X_2}; \quad (3.2.20)$$

расчет формулы множественной регрессии:

$$Y_i - \bar{Y} = a_1 (X_{1i} - \bar{X}_1) + a_2 (X_{2i} - \bar{X}_2) \quad (3.2.21)$$

при этом коэффициенты  $a_1$  и  $a_2$  находят из системы уравнений

$$\begin{cases} a_1 \sum_{i=1}^N X_1^2 + a_2 \sum_{i=1}^N X_1 X_2 = \sum_{i=1}^N X_1 y \\ a_1 \sum_{i=1}^N X_1 X_2 + a_2 \sum_{i=1}^N X_2^2 = \sum_{i=1}^N X_2 y \end{cases} \quad (3.2.22)$$

где

$$\sum_{i=1}^N X_1^2 = \sum_{i=1}^N (X_{1i} - \bar{X}_1)^2, \quad \sum_{i=1}^N X_2^2 = \sum_{i=1}^N (X_{2i} - \bar{X}_2)^2,$$

$$\sum_{i=1}^N X_1 X_2 = \sum_{i=1}^N (X_{1i} - \bar{X}_1)(X_{2i} - \bar{X}_2),$$

$$\sum_{i=1}^N X_1 y = \sum_{i=1}^N (X_{1i} - \bar{X}_1)(Y_i - \bar{Y}), \quad \sum_{i=1}^N X_2 y = \sum_{i=1}^N (X_{2i} - \bar{X}_2)(Y_i - \bar{Y}),$$

расчет коэффициента множественной корреляции:

$$R = \sqrt{(r_{yX_1}^2 + r_{yX_2}^2 - 2r_{yX_1} \cdot r_{yX_2} \cdot r_{X_1X_2}) / (1 - r_{X_1X_2}^2)} \quad (3.2.23)$$

Коэффициент множественной корреляции  $R$  показывает оценку тесноты связи между параметрами  $Y$ ,  $X_1$  и  $X_2$  и является своеобразным критерием адекватности математической модели и реального ТООУ.

Для проверки вышеприведенного алгоритма рассмотрим результаты расчета, который производился по нормативному температурному графику для закрытого централизованного теплоснабжения г. Харькова и фактическим экспериментальным данным, полученным на одном из ЦТП Дзержинского района г. Харькова, где:  $X_1$  – температура наружного воздуха, °С;  $X_2$  – температура теплоносителя в подающем трубопроводе, °С;  $Y$  – температура теплоносителя в обратном трубопроводе, °С.

По алгоритму приведенному выше (см. формулы 2.12; 3.2.18-3.2.23) рассчитаны соответствующие параметры:

простые средние арифметические значения фактических ( $\phi$ ) и нормативных ( $h$ ) величин:  $\overline{Y^\phi} = 27,42^\circ\text{C}$ ,  $\overline{Y^h} = 51,16^\circ\text{C}$ ,  $\overline{X_1} = -5,24^\circ\text{C}$ ,  $\overline{X_2^\phi} = 74,87^\circ\text{C}$ ,  $\overline{X_2^h} = 100,27^\circ\text{C}$ ;

отклонения переменных от их простых средних арифметических значений:

$$y_i^\phi = Y_i^\phi - \overline{Y^\phi}, \quad y_i^h = Y_i^h - \overline{Y^h}, \quad x_{1i} = X_{1i} - \overline{X_1}, \quad x_{2i}^\phi = X_{2i}^\phi - \overline{X_2^\phi}, \quad x_{2i}^h = X_{2i}^h - \overline{X_2^h};$$

средние квадратические отклонения тех же переменных:

$$\sigma_{Y^\phi} = \sqrt{\sum_{i=1}^N (y_i^\phi)^2 / N}; \quad \sigma_{Y^h} = \sqrt{\sum_{i=1}^N (y_i^h)^2 / N}; \quad \sigma_{X_1^\phi} = \sqrt{\sum_{i=1}^N (x_{1i}^\phi)^2 / N};$$

$$\sigma_{X_2^\phi} = \sqrt{\sum_{i=1}^N (x_{2i}^\phi)^2 / N}; \quad \sigma_{X_2^h} = \sqrt{\sum_{i=1}^N (x_{2i}^h)^2 / N},$$

$$\sigma_{Y^\phi} = 3,23; \quad \sigma_{Y^h} = 7,91; \quad \sigma_{X_1} = 8,06; \quad \sigma_{X_2^\phi} = 4,73; \quad \sigma_{X_2^h} = 20,58;$$

коэффициенты парной корреляции между переменными:

$$r_{Y^\phi X_1} = \sum_{i=1}^N y_i^\phi x_{1i} / N \sigma_{Y^\phi} \sigma_{X_1}, \quad r_{Y^\phi X_1} = 0,406,$$

$$r_{Y^h X_1} = \sum_{i=1}^N y_i^h x_{1i} / N \sigma_{Y^h} \sigma_{X_1}, \quad r_{Y^h X_1} = -0,988,$$

$$r_{Y^\phi X_2^\phi} = \sum_{i=1}^N y_i^\phi x_{2i}^\phi / N \sigma_{Y^\phi} \sigma_{X_2^\phi}, \quad r_{Y^\phi X_2^\phi} = 0,274,$$

$$r_{Y^h X_2^h} = \sum_{i=1}^N y_i^h x_{2i}^h / N \sigma_{Y^h} \sigma_{X_2^h}, \quad r_{Y^h X_2^h} = 0,998,$$

$$r_{X_1 X_2^\phi} = \sum_{i=1}^N x_{1i} x_{2i}^\phi / N \sigma_{X_1} \sigma_{X_2^\phi}, \quad r_{X_1 X_2^\phi} = -0,393,$$

$$r_{X_1 X_2^h} = \sum_{i=1}^N x_{1i} x_{2i}^h / N \sigma_{X_1} \sigma_{X_2^h}, \quad r_{X_1 X_2^h} = -0,994;$$

формулы множественной регрессии:

$$Y^\phi - \bar{Y}^\phi = a_1^\phi \cdot (X_{1i} - \bar{X}_1) + a_2^\phi (X_{2i}^\phi - \bar{X}_2^\phi),$$

$$Y^H - \bar{Y}^H = a_1^H \cdot (X_{1i} - \bar{X}_1) + a_2^H (X_{2i}^H - \bar{X}_2^H),$$

при этом коэффициенты  $a_1$  и  $a_2$  определяют из системы уравнений:

$$\begin{cases} a_1^\phi \sum_{i=1}^N (X_1)^2 + a_2^\phi \sum_{i=1}^N X_1 X_2^\phi = \sum_{i=1}^N X_1 Y^\phi \\ a_1^\phi \sum_{i=1}^N X_1 X_2^\phi + a_2^\phi \sum_{i=1}^N (X_2^\phi)^2 = \sum_{i=1}^N X_2^\phi Y^\phi \end{cases},$$

$$\begin{cases} a_1^H \sum_{i=1}^N (X_1)^2 + a_2^H \sum_{i=1}^N X_1 X_2^H = \sum_{i=1}^N X_1 Y^H \\ a_1^H \sum_{i=1}^N X_1 X_2^H + a_2^H \sum_{i=1}^N (X_2^H)^2 = \sum_{i=1}^N X_2^H Y^H \end{cases}, \quad \text{где}$$

$$\sum_{i=1}^N (X_1)^2 = \sum_{i=1}^N (X_{1i} - \bar{X}_1)^2,$$

$$\sum_{i=1}^N (X_1)^2 = 2013,11,$$

$$\sum_{i=1}^N (X_2^H)^2 = \sum_{i=1}^N (X_{2i}^H - \bar{X}_2^H)^2,$$

$$\sum_{i=1}^N (X_2^H)^2 = 13129,83,$$

$$\sum_{i=1}^N (X_2^\phi)^2 = \sum_{i=1}^N (X_{2i}^\phi - \bar{X}_2^\phi)^2,$$

$$\sum_{i=1}^N (X_2^\phi)^2 = 693,58,$$

$$\sum_{i=1}^N X_1 X_2^H = \sum_{i=1}^N (X_{1i} - \bar{X}_1)(X_{2i}^H - \bar{X}_2^H),$$

$$\sum_{i=1}^N X_1 X_2^H = -5113,29,$$

$$\sum_{i=1}^N X_1 X_2^\phi = \sum_{i=1}^N (X_{1i} - \bar{X}_1)(X_{2i}^\phi - \bar{X}_2^\phi),$$

$$\sum_{i=1}^N X_1 X_2^\phi = -464,12,$$

$$\sum_{i=1}^N X_1 Y^H = \sum_{i=1}^N (X_{1i} - \bar{X}_1)(Y_i^H - \bar{Y}^H),$$

$$\sum_{i=1}^N X_1 Y^H = -1953,64;$$

$$\sum_{i=1}^N X_1 Y^\phi = \sum_{i=1}^N (X_{1i} - \bar{X}_1)(Y_i^\phi - \bar{Y}^\phi),$$

$$\sum_{i=1}^N X_1 Y^\phi = 327,42;$$

$$\sum_{i=1}^N X_2^H Y^H = \sum_{i=1}^N (X_{2i}^H - \bar{X}_2^H)(Y_i^H - \bar{Y}^H),$$

$$\sum_{i=1}^N X_2^H Y^H = 5038,89;$$

$$\sum_{i=1}^N X_2^\phi Y^\phi = \sum_{i=1}^N (X_{2i}^\phi - \bar{X}_2^\phi)(Y_i^\phi - \bar{Y}^\phi),$$

$$\sum_{i=1}^N X_2^\phi Y^\phi = 129,6 \quad , \text{ тогда:}$$

$$\begin{cases} 2013,11a_1^\phi - 464,12a_2^\phi = 327,42 \\ -464,12a_1^\phi - 693,58a_2^\phi = 129,6 \end{cases},$$

$$\begin{cases} 2013,11a_1^H - 5113,29a_2^H = -1953,64 \\ -5113,29a_1^H + 13129,83a_2^H = 5038,89 \end{cases},$$

$$a_1^\phi = 0,243; a_1^H = 0,400; a_2^\phi = 0,350; a_2^H = 0,539;$$

коэффициент множественной корреляции:

$$R^{\phi} = \sqrt{\left( r_{Y^{\phi}X_1}^2 + r_{Y^{\phi}X_2}^2 - 2r_{Y^{\phi}X_1} \cdot r_{Y^{\phi}X_2} \cdot r_{X_1X_2} \right) / \left( 1 - r_{X_1X_2}^2 \right)},$$

$$R^{\eta} = \sqrt{\left( r_{Y^{\eta}X_1}^2 + r_{Y^{\eta}X_2}^2 - 2r_{Y^{\eta}X_1} \cdot r_{Y^{\eta}X_2} \cdot r_{X_1X_2} \right) / \left( 1 - r_{X_1X_2}^2 \right)}, \quad \text{тогда}$$

$$R^{\phi} = 0,622; \quad R^{\eta} = 1,0.$$

Полученные значения подставляем в формулу множественной регрессии (3.2.21):

$$Y^{\phi} - 27,42 = 0,243 \cdot (X_1 + 5,24) + 0,350 \cdot (X_2^{\phi} - 74,87),$$

$$Y^{\eta} - 51,16 = 0,4 \cdot (X_1 + 5,24) + 0,539 \cdot (X_2^{\eta} - 100,27).$$

Сравнение полученных математических моделей статистики рассмотренного реального ТОУ по значениям коэффициентов множественной регрессии ( $R$ ) при выполнении неравенства  $R > r_{YX1}$ ;  $R > r_{YX2}$ ;  $R > r_{X1X2}$ , говорит о том, что полученные математические модели адекватны реальному ТОУ даже в случае фактических значений соответствующих температур. Коэффициенты  $a_1$  и  $a_2$  и простые средние арифметические значения  $\bar{Y}$ ,  $\bar{X}_1$ ,  $\bar{X}_2$  необходимо уточнять в процессе функционирования реального ТОУ – ЦТП.

### Метод выделения трендов

Для идентификации ТОУ пользуются методами математической статистики, одним из которых является регрессионный анализ. Регрессионный анализ предусматривает: вычисление коэффициентов корреляции между всеми факторами в предположении, что математическое ожидание каждого фактора имеется или хорошо аппроксимируется известной функцией времени, чаще всего полиномом. Коэффициенты этих полиномов находятся по МНК путем решения соответствующих систем нормальных уравнений. Степень аппроксимирующего полинома повышается до тех пор, пока пределы среднеквадратической ошибки будут приемлемы с точки зрения исследователя. Затем в соответствии с полученной ковариационной матрицей строятся уравнения регрессии. Результаты такой идентификации не всегда оказываются удовлетворительными. В значительной мере это объясняется следующими причинами: во-первых, данные измерений при экспериментах обычно рассматривают как аддитивную смесь случайных и неслучайных компонент, поэтому представляется разумным анализировать эти компоненты каждую в отдельности; во-вторых, при определении

коэффициентов полиномов используют метод нормальных уравнений, хотя ему присущи недостатки; в-третьих, при определении оптимальной степени полинома в качестве критерия оптимальности обычно используется среднеквадратическое отклонение. Если только оно становится достаточно малым и более или менее стабильным, то дальнейшее увеличение степени полинома признается нецелесообразным.

Однако критерий в виде среднеквадратического отклонения в данном случае не пригоден по следующей причине. **Выделить тренд – значит отделить неслучайную компоненту, присутствующую в результатах измерений при экспериментах, от случайной.** Отсюда следует, что разности (невязки) между исходными данными по каждому фактору и соответствующим трендом должны представлять собой случайные величины, математическое ожидание которых равно нулю. Что же касается среднеквадратического значения невязок, то оно, очевидно, должно быть равно корню квадратному из дисперсии этой случайной величины и может быть и большим и малым в зависимости от величины дисперсии. Повышение степени полинома в случае, когда меняется среднеквадратическое отклонение, может привести к неверным выводам, поскольку может оказаться, что, повышая степень полинома, мы начали следить за случайной компонентой.

В то же время в большинстве практических руководств по математической статистике и обработке результатов наблюдений [47, 66] достаточно подробно описывается и техника построения законов распределения случайных величин, и техника регрессионного анализа, но **почти не освещается такой важный вопрос статистического анализа, как нахождение тренда. Вместе с тем неправильно выделенный тренд может привести к ошибке уже в самом начале анализа.** Так, например, элементы ковариационной матрицы рассчитываются следующим образом:

$$\alpha_{\nu\varphi} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [x_{\nu}(t_i) - m_{\nu}(t_i)] [x_{\varphi}(t_i) - m_{\varphi}(t_i)] \quad (3.2.24)$$

Из (3.2.24) видно, что от того, **насколько удачно выделен тренд, зависит правильность расчета элементов ковариационной матрицы, а значит, и точность всего последующего анализа.** При выяснении законов распределения случайных величин также важно точное выделение переменной неслучайной составляющей, поскольку в противном случае форма кривой распределения может оказаться сильно искаженной. Из этого



систему уравнений относительно каждого частного предположения о степени параболы. Прибавляя последовательно члены в ряде П. Л. Чебышева, можно непосредственно видеть, как последовательно убывает сумма квадратов отклонений, а, значит, и – среднеквадратическое отклонение, с которым найденная парабола представляет выравниваемые значения.

Таким образом, нет необходимости пересчитывать всякий раз выравниваемые значения, решая заново всю систему, как в методе нормальных уравнений. Расчетные формулы имеют рекуррентную структуру, что существенно упрощает счет на современных компьютерах.

Искомое выражение интерполируемой функции (начало отсчета времени  $t$  берем в среднеарифметической точке) имеет вид

$$f_{\lambda}(t) = k_0 q_0(t) + k_1 q_1(t) + \dots + k_{\lambda} q_{\lambda}(t). \quad (3.2.27)$$

Без потери общности приведем формулы только для определения первых членов интерполируемой функции (3.2.27):

$$k_0 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}; \quad (3.2.28)$$

$$q_0(t) = 1; \quad (3.2.29)$$

$$\sum_0 = \sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2}{n}; \quad (3.2.30)$$

$$k_1 = \frac{\sum_{i=1}^n t_i x_i}{\sum_{i=1}^n t_i^2}; \quad (3.2.31)$$

$$q_1(t) = t; \quad (3.2.32)$$

$$\sum_1 = \sum_0 - k_1^2 \sum_{i=1}^n t_i^2. \quad (3.2.33)$$

Известно, что если при  $n=100$  параметры интерполирующего многочлена определяются путем решения системы нормальных уравнений, то результаты оказываются приемлемыми до полинома второй - третьей степени ( $p=2-3$ ). При  $p>3$  оказывается плохая обусловленность системы нормальных уравнений.

Применение разложения интерполирующей функции по полиномам П. Л. Чебышева позволяет определять коэффициенты многочлена до более высокой степени.

Перейдем к вопросу о выборе критерия оптимальности степени многочлена, аппроксимирующего истинный тренд. Как уже указывалось,

критерий минимума среднеквадратического отклонения в данном случае неприемлем, так как не нацелен на отделение случайной составляющей от неслучайной. Идея построения требуемого критерия описана в иностранной литературе. Она состоит в следующем. Выборка  $n$  значений одной переменной  $x_1, x_2, \dots, x_n$  из генеральной совокупности с плотностью распределения  $\rho\{x\}$  называется случайной выборкой, если их совместная плотность удовлетворяет соотношению

$$\rho\{x_1, x_2, \dots, x_n\} = \rho\{x_1\}\rho\{x_2\}\dots\rho\{x_n\}. \quad (3.2.34)$$

Отсюда следует, что если выборка случайна, то все  $n!$  возможных порядков расположения  $n$  заданных выборочных значений равновероятны. Действительно, как следует из соотношения (3.2.34), для совместной плотности вероятность  $\rho\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ , не зависит от перестановок  $x$ . Таким образом, это соотношение устанавливает математическую операцию, которая определяет основу всей статистической теории выборочных распределений. Можно предложить несколько методов, конкретно реализующих эту идею. Рассмотрим два из них. Пусть тренд как функция времени есть заданный многочлен, то есть и степень многочлена, и его коэффициенты известны. Первый метод заключается в следующем. Рассчитываем невязки ( $\varepsilon_i$ ):

$$x(t_i) - m(t_i) = \varepsilon_i, \quad (3.2.35)$$

где  $m(t_i)$  - рассматриваемый многочлен.

Образовываем вариационный ряд из невязок  $\varepsilon_0, \varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n$  ( $\varepsilon_0$  – наименьшая из невязок). Пусть  $\varepsilon_{мед}$  – медиана этого ряда (смотри (2.4)). Построим последовательность знаков «+» и «-» – по следующему правилу: если  $\varepsilon(t_i) > \varepsilon_{мед}$ , то ставим знак «+»; если  $\varepsilon(t_i) < \varepsilon_{мед}$ , то ставим знак «-»; если  $\varepsilon(t_i) = \varepsilon_{мед}$ , то знак опускаем.

Последовательность одноименных рядом стоящих «+» или «-» будем называть серией, а количество знаков в серии – длиной серии.

Введем в рассмотрение число серий длины  $i$ ; обозначим это число через  $r_i$ , и число серий длины, большей  $k$ ; это число обозначим через  $R_k$ . Очевидно, что

$$R_k = \sum_{i=k}^{n-1} r_i. \quad (3.2.36)$$

Как показано в [67], при этом имеют место следующие соотношения:

$$M [r_i] = \frac{2}{(i+3)!} [n(i^2 + 3i + 1) - (i^3 + 3i^2 - i - 4)]; \quad i < n-2 \quad (3.2.37)$$

$$M [R_k] = \frac{2}{(k+2)!} [n(k+1) - (k^2 + k - 1)]; \quad k < n-1 \quad (3.2.38)$$

где  $M(\cdot)$  – математическое ожидание величины, стоящей в скобках.

Очевидно

$$M[R_1] = \frac{1}{3}(2n-1). \quad (3.2.39)$$

Можно показать также, что

$$\sigma^2(R_1) = \frac{1}{90}(16n-29). \quad (3.2.40)$$

Ясно, что если исследуемая величина случайна, то число серий должно быть достаточно велико, а длина самой длинной серии – достаточно малой. Конкретные числа зависят от уровня значимости. Так для 5%-ного уровня значимости

$$k_{\max}(n) < 3,31 \lg(n+1); \quad (3.2.41)$$

$$\gamma_n > \left[ \frac{1}{2}(n+1) - 1,96\sqrt{n-1} \right]. \quad (3.2.42)$$

Второй метод отличается от первого тем, что последовательность знаков «+» и «-» образуем по другому правилу, а именно: знак «+» ставим, если разность невязок  $\varepsilon(t_{i+1}) - \varepsilon(t_i) > 0$ ; знак «-» ставим, если  $\varepsilon(t_{i+1}) - \varepsilon(t_i) < 0$ ; при  $\varepsilon(t_{i+1}) = \varepsilon(t_i)$  учитываем любое, но одно из наблюдений.

При этом методе для 5%-ного уровня значимости имеют место соотношения:

$$k_{\max}(n) \leq k_0(n), \quad (3.2.43)$$

$$\gamma_n \geq \gamma_0 = \left[ \frac{1}{3}(2n-1) - 1,96\sqrt{\frac{16n-29}{90}} \right]; \quad (3.2.44)$$

где значения  $k_0(n)$  определяем следующим образом:

$$\begin{matrix} n \\ k_0(n) \end{matrix}; \begin{matrix} n \leq 26 \\ k_0=5 \end{matrix}; \begin{matrix} 26 < n \leq 153 \\ k_0=6 \end{matrix}; \begin{matrix} 153 < n < 1170 \\ k_0=7 \end{matrix}.$$

В соответствии с изложенным выше при выделении тренда действуем следующим образом: предполагаем, что тренд представляет собой многочлен нулевой степени. Тогда по МНК он определяется из выражения

$$f(x) = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}. \quad (3.2.45)$$

Образуем невязки  $\varepsilon(t_1)$  и строим последовательность знаков «+» и «-» по одному из описанных правил. Определяем длину самой длинной серии  $k_{\max}$  и количество серий  $\gamma_n$ . Если  $k_{\max}$  и  $\gamma_n$  удовлетворяют неравенствам (3.2.41) и (3.2.42) (если последовательность знаков «+» и «-» строили по первому методу), или (3.2.43) и (3.2.44) (если ее строили по второму методу), то считаем, что полученный многочлен нулевого порядка может быть принят за тренд. Если хотя бы одно из указанных неравенств не выполняется, то предполагаем, что тренд есть многочлен первого порядка. Находим этот многочлен по приведенным выше формулам и выполняем остальные процедуры до тех пор, пока оба неравенства – (3.2.41) и (3.2.42) или (3.2.43) и (3.2.44) – не окажутся выполненными.

Если степень полинома  $\lambda$  уже достаточно высока (опыт показывает, что нецелесообразно поднимать ее выше значения  $n/20$ ), а хотя бы одно из неравенств (3.2.41) и (3.2.42) или (3.2.43) и (3.2.44) не выполняется, то, возможно, следует отказаться от аппроксимации тренда полиномом и перейти к рассмотрению других классов функций.

Расчет на современных персональных электронно-вычислительных машинах (ПЭВМ) показывает, что невязки не могут быть интерпретированы как  $n$  значений случайной величины. Дело в том, что для очень небольшого числа серий (чаще всего для одной), как правило, не выполняется неравенство (3.2.43)  $k_{\max}(n) \leq k_0(n)$  или одновременно не выполняются и неравенство (3.2.41)  $k_{\max}(n) < 3,31 \lg(n+1)$ . Это означает, что в промежуток времени, соответствующий этой серии, вступили в действие силы, вызвавшие неслучайное протекание технологического процесса. Если на всем остальном протяжении этого процесса невязки могут быть интерпретированы как значения случайной величины, то результатами измерений в указанный интервал времени можно пренебречь как нетипичными. Чаще всего эти данные оказываются следствием нарушения нормального хода процесса (аварийная ситуация, нарушение технологического регламента и т. д.).

Таким образом, процесс выделения тренда не может быть полностью передан современным компьютерам, и прежде чем согласиться с тем, что результаты измерений не могут быть интерпретированы как аддитивная смесь неслучайной и случайной компонент, следует провести конкретный анализ ситуации и выяснить причину неслучайности.

Как пример, ниже приведены результаты выделения трендов по второму методу для управляющих (входных)  $x_1$ - $x_5$  и управляемого (выходного)  $y$  факторов (параметров), полученные по данным экспериментального обследования ТОО – ИТП:

$$\begin{aligned} f(x_1) &= 129 - 0,0867 t + 0,000742 t^2; & f(x_2) &= 43,30 + 0,0409 t; \\ f(x_3) &= 0,32; & f(x_4) &= 0,29; \\ f(x_5) &= 15,3; & f(y) &= 75,66, \end{aligned}$$

где:  $y$  – температура смешанного теплоносителя после ИТП в СО, °С;  $x_1$  – температура наружного воздуха, °С;  $x_2$  – температура теплоносителя в обратном трубопроводе из СО в ИТП, °С;  $x_3$  – давление теплоносителя в подающем трубопроводе после ИТП в СО, МПа;  $x_4$  – давление теплоносителя в обратном трубопроводе из СО в ИТП, МПа;  $x_5$  – расход горячего теплоносителя подаваемого в ИТП, м<sup>3</sup>/ч.

Математическая модель с учетом выделенных трендов имеет вид:

$$y - f(y) = \sum_{j=1}^5 a_j (x_j - f(x_j)), \quad (3.2.46)$$

Значения коэффициентов при невязках управляющих переменных и их трендов: для  $x_1 - f(x_1)$ :  $a_1 = -0,275$ ; для  $x_2 - f(x_2)$ :  $a_2 = 0,093$ ; для  $x_3 - f(x_3)$ :  $a_3 = -0,076$ ; для  $x_4 - f(x_4)$ :  $a_4 = -0,026$ ; для  $x_5 - f(x_5)$ :  $a_5 = 0,437$ . Коэффициент множественной корреляции,  $R = 0,75$ ; критерий Фишера,  $F = 5,73$ .

Анализ данных показывает, что для входных факторов (параметров) получены тренды второго, первого и нулевого порядков, для управляемого (выходного) – нулевого, а линейная модель адекватна экспериментальным данным, что подтвердило правильность использования предложенного метода выделения тренда для идентификации ИТП.

### Метод корреляционного анализа

Когда две переменные (параметры)  $X$  и  $Y$  зависят друг от друга так, что каждому значению одной из них соответствуют вполне определенные одно или несколько значений другой, то между ними имеется функциональная связь. Эта связь может быть выражена уравнениями:

$$Y = f(X) \text{ или } X = \varphi(Y),$$

причем вид этих уравнений определяется характером существующей зависимости.

Иногда приходится иметь дело с такими переменными, между которыми существует зависимость, но эта зависимость не является вполне

определенной: каждому значению одной из величин (например,  $X$ ) соответствует некоторая совокупность значений другой (например,  $Y$ ), причем распределение  $Y$  меняется определенным образом при изменении  $X$ . В этом случае связь, существующая между переменными  $X$  и  $Y$ , называется корреляционной связью.

**Корреляционная связь величин заключается в том, что при задании одной из них устанавливается не одно точное значение, а вероятности различных значений другой.** Таким образом, зависимость обнаруживается не между самими величинами, а между каждой из них и соответствующим ей математическим ожиданием другой.

Корреляционная связь устанавливается на основе статистических методов анализа. Она является промежуточной между точной зависимостью, даваемой функциональной связью, и независимостью переменных между собой.

При этом каждому значению  $X$  не соответствует вполне определенное значение  $Y$ , но очевидна тенденция к расположению точек определенным образом, что дает возможность установить некоторую связь, а именно корреляцию  $X$  и  $Y$ , а средние значения  $\bar{Y}_i$ , соответствующие каждому значению  $X_i$ , могут быть выражены функциональной зависимостью:

$$\bar{Y} = AX + B, \quad (3.2.47)$$

являющаяся уравнением прямой и приближенно отражающая связь между  $X$  и  $\bar{Y}$ .

**Линия между крайними точками  $A$  и  $B$  называется линией регрессии  $\bar{Y}$  по  $X$ .**

Для того чтобы прямая  $AB$  «наилучшим» образом выравнивала средние значения  $\bar{Y}$ , ее необходимо провести так, чтобы сумма квадратов расстояний от нее (измеренных параллельно оси  $Y$ ) всех точек была наименьшей, то есть меньше, чем от любой другой прямой. Все значения  $Y$ , полученные из проведенной таким способом линии регрессии, имеют наибольшую корреляцию с действительно наблюдавшимися.

Аналогичным путем находится линия регрессии  $\bar{X}$  по  $Y$ , приближенное уравнение которой будет:

$$\bar{X} = CY + D \quad (3.2.48)$$

В общем случае уравнения регрессии имеют вид

$$\bar{Y} = f(X) \quad \bar{X} = \varphi(Y) \quad (3.2.49)$$

и линии регрессии изображаются кривыми. При этом наиболее удобным является отыскание корреляционной связи в форме параболических зависимостей, например:

$$\bar{Y} = a + bX + cX^2 + \dots + iX^m \quad (3.2.50)$$

Если между  $X$  и  $Y$  существует не функциональная, а корреляционная связь, то понятие о «наилучшем» значении  $Y$ , соответствующем данному значению  $X$ , теряет смысл и заменяется понятием о наиболее вероятном значении  $Y$  из совокупности наблюдаемых его значений. Чем «теснее» расположены эти значения  $Y$ , тем ближе они к наиболее вероятному значению, тем определеннее связь между  $X$  и  $Y$ .

Наиболее важным показателем этой связи служит **коэффициент парной корреляции**  $r$ , характеризующий степень линейной связанности  $X$  и  $Y$ .

Абсолютная величина  $r$  всегда меньше единицы; когда она равна единице,  $X$  и  $Y$  связаны функциональной линейной связью (прямые регрессий  $Y$  по  $X$  и  $X$  по  $Y$  совпадают); когда  $r = 0$ , между  $X$  и  $Y$  линейной корреляционной связи не существует. Однако здесь может существовать корреляция с нелинейной регрессией.

Если имеется ряд значений  $X_i$  и соответствующий ему ряд  $Y_i$ , а  $\bar{X}$  и  $\bar{Y}$  простые средние арифметические значения, то расчет отклонений переменных от их простых средних арифметических значений выполняют по выражению (3.2.18); расчет средних квадратических отклонений тех же параметров – по выражению (3.2.19); расчет коэффициентов парной корреляции между указанными параметрами характеризующих степень линейной связи между ними – по выражению (3.2.20); расчет множественной регрессии – по выражению (3.2.21); а расчет коэффициента множественной корреляции – по выражению (3.2.23).

Представленные выше в общей форме линейные уравнения регрессии (3.2.47) и (3.2.48) приводятся к следующему виду:

$$Y - \bar{Y} = r \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (X - \bar{X}) \quad \text{или} \quad y = r \frac{\sigma_y}{\sigma_x} x \quad (3.2.51)$$

$$X - \bar{X} = r \frac{\sigma_x}{\sigma_y} (Y - \bar{Y}) \quad \text{или} \quad x = r \frac{\sigma_x}{\sigma_y} y \quad (3.2.52)$$

Уравнение (3.2.51) является уравнением прямой регрессии  $Y$  по  $X$ , а (3.2.52) – уравнением прямой регрессии  $X$  по  $Y$ .

Уравнение (3.2.51) определяет наиболее вероятное значение  $Y$  по заданному  $X$ , а уравнение (3.2.52) – наиболее вероятное значение  $X$  по заданному  $Y$ . Важно отметить, что значение  $Y$  в (3.2.51) не может быть получено путем решения (3.2.52) относительно  $Y$ . Нельзя также получить  $X$  из уравнения (3.2.51).

Угловые коэффициенты  $r \frac{\sigma_y}{\sigma_x}$  и  $r \frac{\sigma_x}{\sigma_y}$  прямых (3.2.51) и (3.2.52)

определяют наклон линий регрессии на диаграмме в координатах  $X - Y$  и называются коэффициентами регрессии  $Y$  по  $X$  и  $X$  по  $Y$ . Произведение этих коэффициентов равно  $r^2$ . Очевидно, что прямые регрессии  $Y$  по  $X$  и  $X$  по  $Y$  совпадают лишь в том случае, когда  $r = \pm 1$ .

При изучении множественной регрессии мы ограничимся предположением, что эта регрессия линейная, определяемая зависимостью (с учетом нового обозначения коэффициентов):

$$Y = a + b_1 X_1 + b_2 X_2 \quad (3.2.53)$$

С геометрической точки зрения это уравнение определяет плоскость в пространстве переменных  $X_1, X_2, Y$ . Для определения входящих сюда параметров  $a, b_1$  и  $b_2$  применяется МНК (смотри подраздел 3.2). Потребуем, чтобы сумма квадратов отклонений фактических значений  $y_i$  от значений  $Y_i$ , вычисленных по уравнению регрессии, которую обозначим через  $f$ , было наименьшим:

$$f = \sum_{i=1}^n (y_i - Y_i)^2 = \min \quad (3.2.54)$$

Подставляем в (3.2.54) значение  $Y$  из (3.2.53), причем для упрощения опустим индекс  $i$  у всех переменных получаем:

$$f = \sum_{i=1}^n [y_i - (a + b_1 X_1 + b_2 X_2)]^2 = \min \quad (3.2.55)$$

Функция  $f$  будет иметь минимум, если  $a, b_1$  и  $b_2$  удовлетворяют системе уравнений:

$$\frac{\partial f}{\partial a} = 0 \quad \frac{\partial f}{\partial b_1} = 0 \quad \frac{\partial f}{\partial b_2} = 0 \quad (3.2.56)$$

Дифференцируя функцию  $f$  по переменным  $a, b_1$  и  $b_2$  запишем эту систему в следующем виде:

$$\sum y = na + b_1 \sum X_1 + b_2 \sum X_2 \quad (3.2.57)$$

$$\sum yX_1 = a \sum X_1 + b_1 \sum X_1^2 + b_2 \sum X_1 X_2 \quad (3.2.58)$$

$$\sum yX_2 = a \sum X_2 + b_1 \sum X_1 X_2 + b_2 \sum X_2^2 \quad (3.2.59)$$

Для решения этой системы разделим уравнение (3.2.57) на  $n$ ; получим:

$$a = \bar{y} - b_1 \bar{X}_1 + b_2 \bar{X}_2 \quad (3.2.60)$$

Подставив это значение для  $a$  в формулу (3.2.53) и в уравнения (3.2.58) и (3.2.59), найдем, что формула множественной регрессии с тремя переменными имеет следующий вид

$$Y - \bar{Y} = b_1 (X_1 - \bar{X}_1) + b_2 (X_2 - \bar{X}_2), \quad (3.2.61)$$

причем коэффициенты  $b_1$  и  $b_2$  множественной регрессии находятся из следующей системы линейных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} b_1 \sum x_1^2 + b_2 \sum x_1 x_2 &= \sum x_1 y_1 \\ b_1 \sum x_1 x_2 + b_2 \sum x_2^2 &= \sum x_2 y_2 \end{aligned} \right\}, \quad (3.2.62)$$

где приняты следующие обозначения:

$$\begin{aligned} \sum x_1^2 &= \sum (X_1 - \bar{X}_1)^2; \quad \sum x_1 y_1 = \sum (X_1 - \bar{X}_1) \cdot (Y_1 - \bar{Y}_1); \\ \sum x_2^2 &= \sum (X_2 - \bar{X}_2)^2; \quad \sum x_2 y_2 = \sum (X_2 - \bar{X}_2) \cdot (Y_2 - \bar{Y}_2). \end{aligned}$$

Отметим важный физический смысл коэффициентов множественной регрессии. Например, коэффициент  $b_1$  в формуле (3.2.61) отвечает на вопрос, на сколько единиц в среднем изменяется  $Y_1$ , если  $X_1$  изменяется на одну единицу в предположении, что  $X_2$  при этом сохраняет постоянное значение.

Таким образом, формулы множественной регрессии позволяют исключить влияние фактора  $X_2$ , корреляционно связанного с фактором  $X_1$ , и изучить влияние  $X_1$  на  $Y$ , так сказать, в чистом виде.

При исследовании зависимости переменной  $Y$  от переменных  $X_1$  и  $X_2$  иногда бывает нужно установить степень влияния каждой из переменных  $X_1$  и  $X_2$  на переменную  $Y$ .

Для оценки этого влияния в статистике применяют **частные коэффициенты корреляции**. Не останавливаясь на выводах, приведем формулы, выражающие эти коэффициенты.

Пусть изучается корреляционная зависимость между функцией  $Y$  и аргументами  $X_1$  и  $X_2$ , корреляционно связанными друг с другом.

После вычисления парных коэффициентов корреляции  $r_{yx_1}$ ;  $r_{yx_2}$ ;  $r_{x_2x_1}$  из выражения (3.2.20), частные коэффициенты корреляции, обозначаемые  $r_{yx_1 \cdot x_2}$  и  $r_{yx_2 \cdot x_1}$ , определяются по формулам:

$$r_{yx_1 \cdot x_2}^2 = \frac{(r_{yx_1} - r_{yx_2} \cdot r_{x_2x_1})^2}{(1 - r_{yx_2}^2)(1 - r_{x_2x_1}^2)} \quad (3.2.63.1)$$

$$r_{yx_2 \cdot x_1}^2 = \frac{(r_{yx_2} - r_{yx_1} \cdot r_{x_2x_1})^2}{(1 - r_{yx_1}^2)(1 - r_{x_2x_1}^2)} \quad (3.2.63.2)$$

Из выражения (3.2.63.1) частный коэффициент корреляции  $r_{yx_1 \cdot x_2}$  оценивает степень влияния фактора  $X_1$  на переменную  $Y$  при условии, что влияние второго фактора  $X_2$  на  $Y$  исключено, а частный коэффициент корреляции  $r_{yx_2 \cdot x_1}$  из выражения (3.2.63.2) оценивает степень влияния фактора  $X_2$  на переменную  $Y$  при условии, что влияние второго фактора  $X_1$  на  $Y$  исключено.

В обозначении частного коэффициента корреляции этот **исключенный фактор** поставлен в индексе после точки.

Рассмотрим пример корреляционной связи между четырьмя переменными.

Приняв  $X_1, X_2, X_3$  за аргументы, а  $Y$  за функцию, запишем уравнение регрессии в следующем виде:

$$Y = \bar{y} + b_1(X_1 - \bar{X}_1) + b_2(X_2 - \bar{X}_2) + b_3(X_3 - \bar{X}_3) \quad (3.2.64)$$

Можно показать, что коэффициенты регрессии определяются с помощью системы уравнений:

$$\left. \begin{aligned} b_1 \sum x_1^2 + b_2 \sum x_1 x_2 + b_3 \sum x_1 x_3 &= \sum y x_1 \\ b_1 \sum x_1 x_2 + b_2 \sum x_2^2 + b_3 \sum x_2 x_3 &= \sum y x_2 \\ b_1 \sum x_1 x_3 + b_2 \sum x_2 x_3 + b_3 \sum x_3^2 &= \sum y x_3 \end{aligned} \right\} \quad (3.2.65)$$

Для решения системы (3.2.65) можно применить любой метод, известный из курса алгебры. Одним из наиболее удобных методов, пригодных для решения симметричных систем линейных уравнений, является метод, предложенный Фишером. Этот метод состоит в следующем.

Составляем и решаем следующие три системы линейных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} c_{11} \sum x_1^2 + c_{12} \sum x_1 x_2 + c_{13} \sum x_1 x_3 &= 1 \\ c_{11} \sum x_1 x_2 + c_{12} \sum x_2^2 + c_{13} \sum x_2 x_3 &= 0 \\ c_{11} \sum x_1 x_3 + c_{12} \sum x_2 x_3 + c_{13} \sum x_3^2 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.2.66)$$

$$\left. \begin{aligned} c_{21} \sum x_1^2 + c_{22} \sum x_1 x_2 + c_{23} \sum x_1 x_3 &= 0 \\ c_{21} \sum x_1 x_2 + c_{22} \sum x_2^2 + c_{23} \sum x_2 x_3 &= 1 \\ c_{21} \sum x_1 x_3 + c_{22} \sum x_2 x_3 + c_{23} \sum x_3^2 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.2.67)$$

$$\left. \begin{aligned} c_{31} \sum x_1^2 + c_{32} \sum x_1 x_2 + c_{33} \sum x_1 x_3 &= 0 \\ c_{31} \sum x_1 x_2 + c_{32} \sum x_2^2 + c_{33} \sum x_2 x_3 &= 0 \\ c_{31} \sum x_1 x_3 + c_{32} \sum x_2 x_3 + c_{33} \sum x_3^2 &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (3.2.68)$$

левые части которых одинаковы и совпадают с левыми частями данной системы уравнений (3.2.65).

Найдя числа  $c_{ij}$  получим неизвестные  $b_1$ ,  $b_2$  и  $b_3$  удовлетворяющие системе уравнений (3.2.65) посредством следующих формул:

$$\left. \begin{aligned} b_1 &= c_{11} \sum y x_1 + c_{12} \sum y x_2 + c_{13} \sum y x_3 \\ b_2 &= c_{21} \sum y x_1 + c_{22} \sum y x_2 + c_{23} \sum y x_3 \\ b_3 &= c_{31} \sum y x_1 + c_{32} \sum y x_2 + c_{33} \sum y x_3 \end{aligned} \right\} \quad (3.2.69)$$

Подставив найденные значения коэффициентов  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $b_3$ , а также значения простых арифметических средних из выражения (3.2.18) в уравнение (3.2.64), получим уравнение множественной регрессии, после чего из выражения (3.2.23) определяем коэффициент множественной корреляции.

Рассмотрим еще некоторые понятия о случайных величинах. Функцией распределения вероятностей (или, просто, функцией распределения случайной величины  $\zeta$ ) называют функцию  $F(x)$ , равную вероятности  $P$  события, состоящего в том, что эта случайная величина примет значение меньшее, чем  $x$ , то есть  $F(x) = P(\zeta < x)$ , где  $x$  – все значения на числовой оси (рисунок 3.3 а).

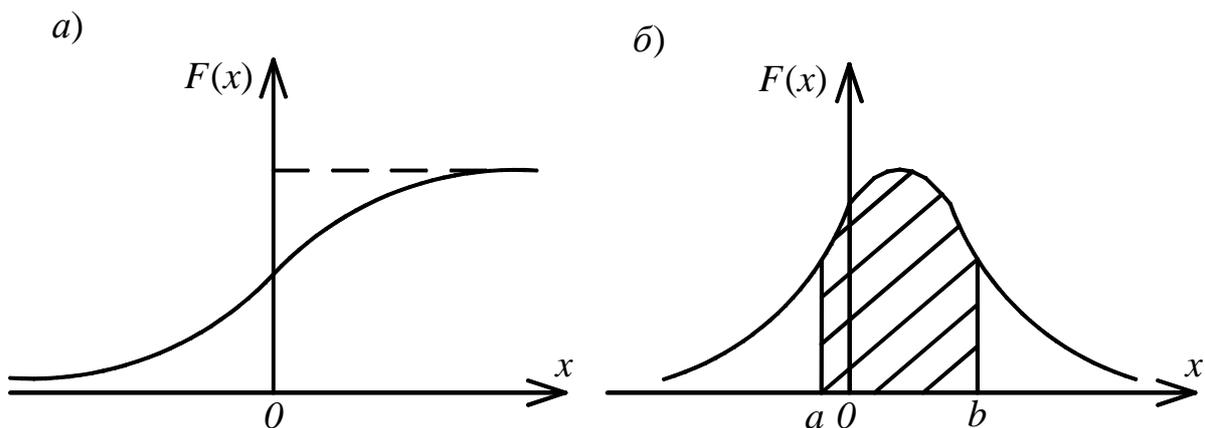


Рис. 3.3 – Основные характеристики случайной величины:  
*а* – функция распределения; *б* – плотность распределения вероятностей

Функция распределения, являющаяся неубывающей, принимает значения, заключенные между нулем и единицей, то есть  $0 \leq F(x) \leq 1$ .

Если функция распределения дифференцируема, то ее всегда можно представить в виде:

$$F(x) = \int_{-\infty}^{\infty} W(x)dx \quad (3.2.70)$$

где:  $W(x)=dF(x)/dx$ .

Производную от функции распределения вероятностей  $W(x)$  называют плотностью распределения вероятностей случайной величины.

Плотность распределения вероятностей является неотрицательной функцией, то есть  $W(x) \geq 0$ .

Вероятность события, состоящего в том, что случайная величина примет значение, заключенное в интервале  $[a, b]$ , равна определенному интегралу от плотности распределения вероятностей на этом интервале, то есть (рисунок 3.3 б):

$$P_{(a,b)} = \int_a^b W(x)dx \quad (3.2.71)$$

Интеграл от плотности распределения вероятностей равен единице, то есть:

$$\int_{-\infty}^{\infty} W(x)dx = 1 \quad (3.2.72)$$

**Функцию, значение которой при каждом значении независимой переменной является случайной величиной, называют случайной. Случайные функции, для которых независимой переменной является время  $t$ , называют стохастическими процессами.**

Случайную функцию можно рассматривать как многомерную случайную величину, характеризуемую многомерной плотностью распределения вероятностей. Важными характеристиками случайной величины являются ее так называемые моменты, которые можно вычислить на основании многомерных плотностей распределения вероятностей.

Пусть  $\xi$  – случайная переменная. Если известна одномерная плотность распределения вероятностей  $W_1(x, t)$ , то моментом первого порядка, или математическим ожиданием случайной функции, будет:

$$m = M[\xi(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} xW_1(x, t)dx \quad (3.2.73)$$

Зная двумерную плотность распределения  $W_2(x_1, x_2, t_1, t_2)$ , можно найти момент второго порядка, или математическое ожидание, то есть:

$$M[\xi(t_1), \xi(t_2)] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x_1 x_2 W_2(x_1, x_2; t_1, t_2) dx_1 dx_2 \quad (3.2.74)$$

Ввиду трудности определения или вычисления моментов высокого порядка обычно ограничиваются определением лишь двух первых моментов, а именно математического ожидания (момента первого порядка):

$$m = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) W_1(x, t) dx, \quad (3.2.75)$$

и момента второго порядка – **корреляционной функции**:

$$R(t_1, t_2) = \int_{-\infty}^{\infty} x_1 x_2 W_2(x_1, x_2; t_1, t_2) dx_1 dx_2 \quad (3.2.76)$$

Теорию стохастических процессов, изучающую лишь те свойства, которые определяются двумя первыми моментами, то есть  $m$  и  $R(t_1, t_2)$ , называют корреляционной теорией случайных функций [48, 49].

Введем еще несколько определений.

Центрированной, или несмещенной, корреляционной функцией называют центральный момент второго порядка случайных величин  $\xi(t_1), \xi(t_2)$ , то есть:

$$\begin{aligned} R_0(t_1, t_2) &= M \{ [x(t_1) - m_x(t_1)][x(t_2) - m_x(t_2)] \} = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [x(t_1) - m_x(t_1)][x(t_2) - m_x(t_2)] W_2(x_1, x_2; t_1, t_2) dx_1 dx_2 \end{aligned} \quad (3.2.77)$$

Дисперсию  $\sigma_x^2$  случайного процесса называют математическое ожидание квадрата отклонения  $x(t)$  от  $m_x(t)$ , то есть:

$$M \{ \xi(t) \} = \sigma_x^2(t) = M [x(t) - m_x(t)]^2 = \int_{-\infty}^{\infty} [x - m_x(t)]^2 W_1(x, t) dx \quad (3.2.78)$$

Взаимной корреляционной функцией двух стохастических процессов называют их смешанный момент второго порядка:

$$R_{xy}(t_1, t_2) = M [x(t_1), y(t_2)] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x_1 y_2 W_2(x_1, y_2; t_1, t_2) dx_1 dy_2 \quad (3.2.79)$$

а центрированной взаимокорреляционной функцией  $\xi$  называют выражение:

$$\begin{aligned} R_{xy}(t_1, t_2) &= M \{ [x - m_x(t_1)] [y - m_y(t_2)] \} = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [x - m_x(t_1)] [y - m_y(t_2)] W_2(x, t_1; y, t_2) dx dy \end{aligned} \quad (3.2.80)$$

Математическое ожидание, корреляционная и центрированная корреляционная функции, дисперсия и взаимокорреляционные функции, определяемые выражениями (3.2.75) – (3.2.80) соответственно, являются основными характеристиками случайных функций и стохастических процессов.

Случайный процесс  $\xi(t)$  называют стационарным, если математическое ожидание, или момент первого порядка  $m$ , для случайной переменной  $\xi$  при различных значениях параметра  $t$  постоянно, то есть:

$$M[\xi] = \int_{-\infty}^{\infty} x W(x, t) dx = const, \quad (3.2.81)$$

а корреляционная функция  $R(t_1, t_2)$  зависит только от разности аргументов:

$$R(t, t + \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x_1(t + \tau) x_2(t) W(x_1; x_2; \tau) dx_1 dx_2 \quad (3.2.82)$$

В корреляционной теории случайная функция характеризуется моментами первого и второго порядка – математическим ожиданием и корреляционной функцией. Математическое ожидание является средним значением по множеству реализации случайной функции, то есть:

$$M[\xi(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} x W(x, t) dx = m_x(t) \quad (3.2.83)$$

Чтобы оценить математическое ожидание, необходимо выполнить большое число экспериментов, а затем определить в каждом сечении  $t$  среднее значение случайной функции.

Рассмотрим условия, при которых удовлетворяется приближенное равенство:

$$m \approx \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \xi_x(t) dt, \quad (3.2.84)$$

для любой реализации случайного процесса  $\xi_i$ . Можно показать, что это имеет место, когда дисперсия по всему ансамблю функций  $\xi_i$  стремится к нулю при  $T \rightarrow \infty$ , то есть:

$$\lim_{T \rightarrow \infty} M \left\{ \left[ \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \xi(t) dt - m \right]^2 \right\} = 0, \quad (3.2.85)$$

При этих условиях стационарный процесс называется эргодическим. Если выполняется соотношение (3.2.85), то семейство величин сходится в среднеквадратическом смысле к  $m$  при  $T \rightarrow \infty$ :

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \xi(t) dt = m, \quad (3.2.86)$$

где  $\lim$  – среднее по времени процесса  $\xi(t)$ . Обозначим через  $\bar{\xi}(t)$  среднее по времени эргодического случайного процесса  $\xi(t)$ . Тогда, используя предыдущее соотношение, можно написать:

$$\bar{\xi}(t) = M[\xi(t)] = m \quad (3.2.87)$$

Среднее по времени равно среднему по ансамблю, и приближенное равенство (3.2.84) будет иметь место при достаточно большом  $T$  для любой реализации эргодического случайного процесса.

Обобщая, можно сказать, что стационарный случайный процесс обладает эргодическим свойством, или подчиняется эргодической гипотезе, если все его статистические свойства могут быть определены по одной единственной реализации.

На основании (3.2.76) выражение для корреляционной функции стационарного (эргодического случайного) процесса может быть записано:

$$\begin{aligned} R(\tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} x_1(t + \tau) x_2(t) W(x_1, x_2, \tau) dx_1 dx_2 = \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t + \tau) x(t) dt = \overline{x(t + \tau) x(t)} \end{aligned} \quad (3.2.88)$$

Физический смысл корреляционной функции (3.2.88) состоит в том, что если случайная функция  $x(t)$  в момент  $t$  имеет вероятность  $x_1$ , то в момент  $t + \tau$  она имеет значение  $x_2$ , то есть характеризует взаимную связь между  $x(t)$  и  $x(t + \tau)$ . Если  $\tau$  мало по сравнению с постоянной времени, то связь  $x(t + \tau)$  и  $x(t)$  велика и значение  $R(\tau)$  достигает максимума, то есть при очень малых  $\tau$  вероятность того, что значение функции  $x(t + \tau)$  мало отличается от значения функции  $x(t)$ , будет близка к единице. По мере увеличения  $\tau$  составляющая  $x(t)$ , определяемая начальным значением  $x(t)$  при  $t=0$ , затухает, связь между величинами  $x(t)$  и  $x(t + \tau)$  ослабевает, они делаются взаимонезависимыми, а функция  $R(\tau)$  стремится к нулю. Другими словами, при достаточно больших  $\tau$  вероятность того, что значение  $x(t + \tau)$  будет мало отличаться от значения  $x(t)$ , практически равно нулю.

Рассмотрим некоторые свойства корреляционной функции.

1. Корреляционная функция  $R(\tau)$  случайного процесса, согласно (3.2.88), со средним значением, равным нулю, при достаточно больших  $\tau$  также стремится к нулю, то есть:

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} R(\tau) = R(\infty) = 0$$

2. Начальное значение  $R(0)$  корреляционной функции  $R(\tau)$  равно среднему значению квадрата случайной функции  $x(t)$  и поэтому положительно, то есть:

$$R(0) = \lim_{\tau \rightarrow \infty} R(\tau) = \overline{x^2} > 0$$

Согласно определению: 
$$R(0) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t)x(t)dt = \overline{x^2}$$

3. Корреляционная функция  $R(\tau)$  является четной относительно  $\tau$ , то есть  $R(\tau) = R(-\tau)$ .

4. Значение корреляционной функции  $R(\tau)$  при любом  $\tau$  не может превышать ее начального значения, то есть  $R(0) \geq |R(\tau)|$ .

При анализе случайных процессов часто пользуются понятием нормированной корреляционной функции (очевидно, что  $\rho(0) = 1$ ):

$$\rho(\tau) = \frac{R(\tau)}{R(0)}$$

При рассмотрении связи двух стационарных процессов  $x(t)$  и  $y(t)$ , согласно выражению (3.4.79), используют взаимокорреляционную функцию  $R_{xy}(\tau)$ :

$$R_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T x(t)y(t+\tau)dt \quad (3.2.89)$$

Взаимокорреляционная функция  $R_{xy}(\tau)$  в соответствии с (3.2.89) определяет взаимную связь различных стационарных процессов.

Рассмотрим некоторые примеры корреляционной функции  $R(\tau)$  (рисунок 3.4).

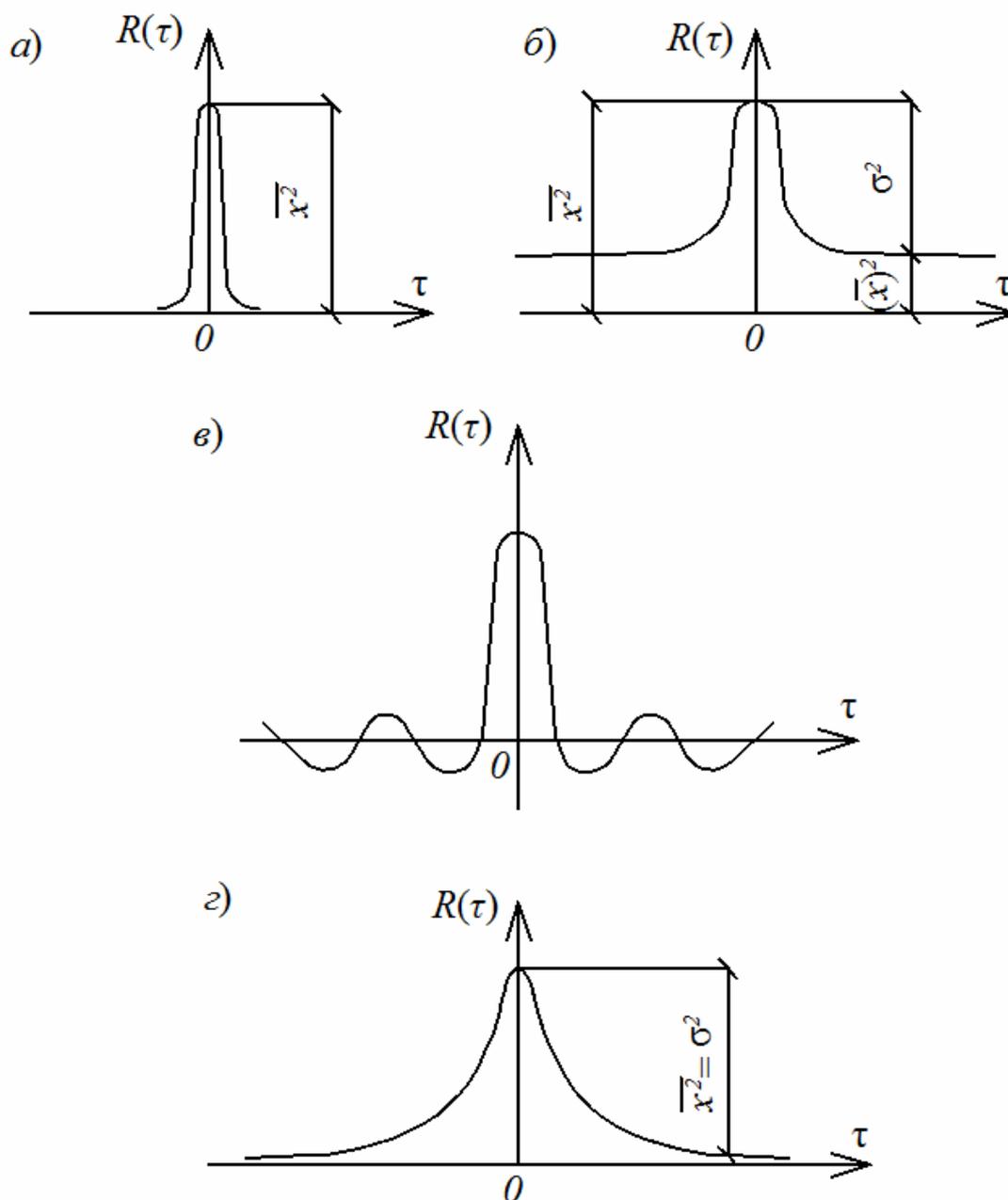


Рис. 3.4 – Корреляционная функция случайного процесса:  
*а – белого шума; б – содержащего постоянную составляющую,  
в – с периодической составляющей, г – без постоянной и гармонической  
составляющих.*

1. Белый шум – это случайный процесс, характеризующийся отсутствием какой-либо взаимосвязи между предыдущими и последующими значениями  $x(t)$ . Такой процесс еще называют абсолютно случайным. Корреляционная функция белого шума равна нулю при всех значениях  $\tau$ , кроме  $\tau = 0$ , и ее можно представить в виде дельта-функции (рисунок 3.4 а) или, практически, в виде импульса достаточно малой длительности.

2. Случайный процесс  $x(t)$  содержит постоянную составляющую. Корреляционная функция  $R(\tau)$  также будет содержать постоянную составляющую (рисунок 3.4 б).

3. Случайный процесс  $x(t)$  содержит периодическую составляющую. Корреляционная функция  $R(\tau)$  также будет содержать периодическую составляющую, которая имеет тот же период (рисунок 3.4 в).

4. Если стационарный случайный процесс  $x(t)$  не имеет постоянной и периодической составляющих, корреляционная функция  $R(\tau)$  имеет вид, показанный на рисунке 3.4 г.

На практике корреляционную функцию обычно вычисляют путем обработки экспериментальных данных, представляющих собой запись, или реализацию, исследуемого случайного процесса. Корреляционная функция  $R(\tau)$  может быть описана выражением:

$$R_x(\tau) \approx \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t)x(t+\tau)dt \quad (3.2.90)$$

Промежуток времени  $T$  делят на  $N$  малых интервалов  $\Delta$  так, чтобы функция  $x(t)$  мало изменялась на каждом из них (рисунок 3.5), то есть  $T=N\Delta$ ,  $t$  и  $\tau$  придают дискретные значения, кратные  $\Delta$ :  $t=v\Delta$ ,  $v=1,2,\dots$ ;  $\tau=\mu\Delta$ ,  $\mu=0,1,\dots$

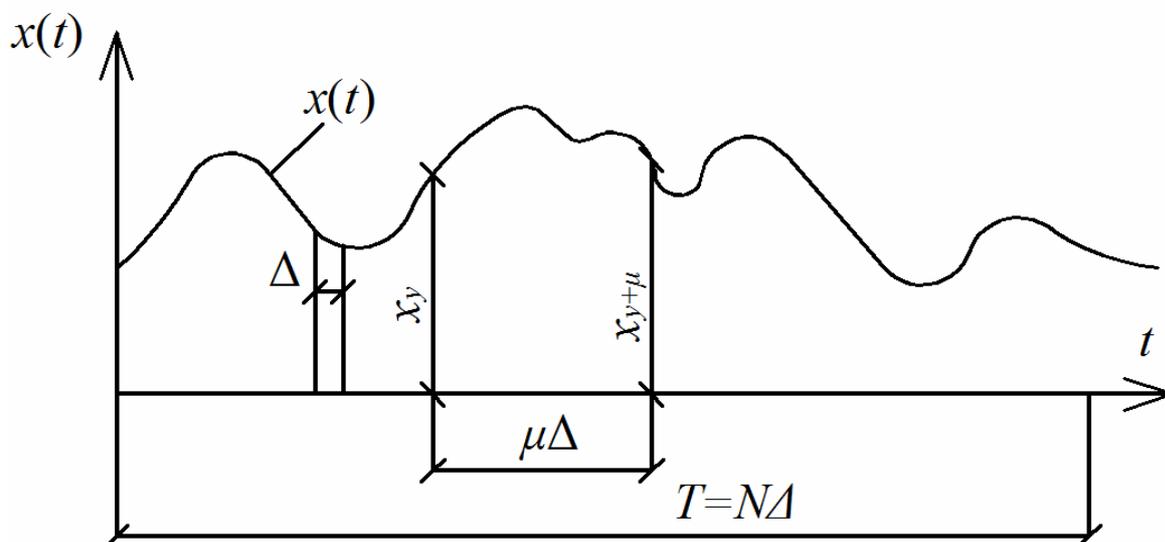


Рис. 3.5 – Определение корреляционной функции по экспериментальным данным

При сделанных допущениях интеграл в формуле (3.2.90) можно заменить знаком суммы:

$$R(\tau) = R(\mu\Delta) \approx \frac{1}{2N+1} \sum_{v=-N}^N x(v\Delta)x[(v+\mu)\Delta], \quad (3.2.91)$$

при  $\tau=\mu\Delta$ ,  $\mu=0,1,2,\dots$

Далее вводим обозначения:  $R(\mu\Delta) = R(\mu)$ ;  $x(v\Delta) = x_v$ ;  
 $x[(v + \mu)\Delta] = x_{v+\mu}$ .

Тогда выражение (3.2.91) можно представить в виде:

$$R_x(\mu) = \frac{1}{2N + 1} \sum_{v=-N}^N x_v x_{v+\mu}, \quad (3.2.92)$$

При рассмотрении положительного промежутка времени  $T$  формула (3.2.92) имеет вид:

$$R_x(\mu) \approx \frac{1}{N - \mu} \sum_{v=1}^{N-\mu} x_v x_{v+\mu}, \quad \mu \geq 0 \quad (3.2.93)$$

Для взаимокорреляционной функции  $R_{xy}(\tau)$  приближенно можно записать:

$$R_{xy}(\mu) \approx \frac{1}{N - \mu} \sum_{v=1}^{N-\mu} x_v x_{v+\mu}, \quad \mu \geq 0 \quad (3.2.94)$$

Формулы (3.2.93) и (3.2.94) показывают, каким образом могут быть вычислены корреляционная функция по экспериментальной кривой  $x(t)$  и взаимокорреляционная функция кривых  $x(t)$  и  $y(t)$  при помощи изменения ординат этих кривых, расположенных друг от друга на расстоянии  $\Delta$  в пределах рассматриваемого интервала  $T$ .

Корреляционная функция  $R(\tau)$  стационарного случайного процесса и спектральная плотность  $S(\omega)$  представляют друг относительно друга преобразование Фурье:

$$R_x(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega \quad (3.2.95)$$

$$S_x(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_x(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (3.2.96)$$

Если применить преобразование Фурье к корреляционной функции (3.2.88), то можно получить следующее выражение для определения  $S_x(\omega)$ :

$$S_x(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} |X_T(j\omega)|^2 = \frac{1}{2T} |X(j\omega)|^2 \quad (3.2.97)$$

Действительно, реализация случайной функции  $x_T(t)$  на интервале  $(-T, T)$ :

$$R_T(\tau) = \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x_T(t) x_T(t + \tau) dt \quad (3.2.98)$$

Откуда, умножая правую часть на  $e^{j\omega\tau} e^{-j\omega\tau} = 1$ , получим:

$$\begin{aligned} S_T(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x_T(t) x_T(t+\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau = \\ &= \frac{1}{2T} \int_{-\infty}^{\infty} x_T(t) e^{j\omega t} dt \int_{-\infty}^{\infty} x_T(t+\tau) e^{-j\omega(t+\tau)} d(t+\tau) \end{aligned} \quad (3.2.99)$$

Или, проведя замену переменной  $\lambda = (t + \tau)$ :

$$S_T(\omega) = \frac{1}{2T} \int_{-\infty}^{\infty} x_T(t) e^{j\omega t} dt \int_{-\infty}^{\infty} x_T(\lambda) e^{-j\omega\lambda} d\lambda \quad (3.2.100)$$

$$X_T(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x_T(\lambda) e^{-j\omega\lambda} d\lambda \quad (3.2.101)$$

так как функция  $X(j\omega)$  четная,

$$X_T^*(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x_T(t) e^{j\omega t} dt \quad (3.2.102)$$

Подставляя формулы (3.2.101), (3.2.102) в выражение (3.2.100) найдем:

$$S_T(\omega) = \frac{1}{2T} X_T^*(j\omega) X_T(j\omega) = \frac{1}{2T} |X_T(j\omega)|^2, \quad (3.2.103)$$

так как  $S(\omega) = M[S_T(\omega)]$ , то спектральную плотность определяют из выражения (3.2.97).

Для вычисления среднеквадратического значения случайной функции  $x(t)$ , равного  $R_x(0)$ , необходимо в формуле (3.2.88) принять  $\tau=0$ . Тогда:

$$\overline{x^2} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega) d\omega \quad (3.2.104)$$

Рассмотрим некоторые свойства спектральной плотности  $S(\omega)$  (рисунок 3.6).

1. Спектральная плотность  $S(\omega)$  является действительной четной функцией:  $S(\omega) = S(-\omega)$ .

2. Спектральная плотность белого шума представляет равномерное распределение энергии по всему спектру частот от 0 до  $\infty$  (рисунок 3.6 а).

3. Случайный процесс содержит постоянную составляющую. Функция спектральной плотности  $S(\omega)$  имеет  $\delta$ -импульс в начале координат (рисунок 3.6 б).

4. Случайный процесс содержит гармонический сигнал частоты  $\omega_0$ . Спектральная плотность имеет пики при частотах  $\omega_0$  и  $-\omega_0$  (рисунок 3.6 в).

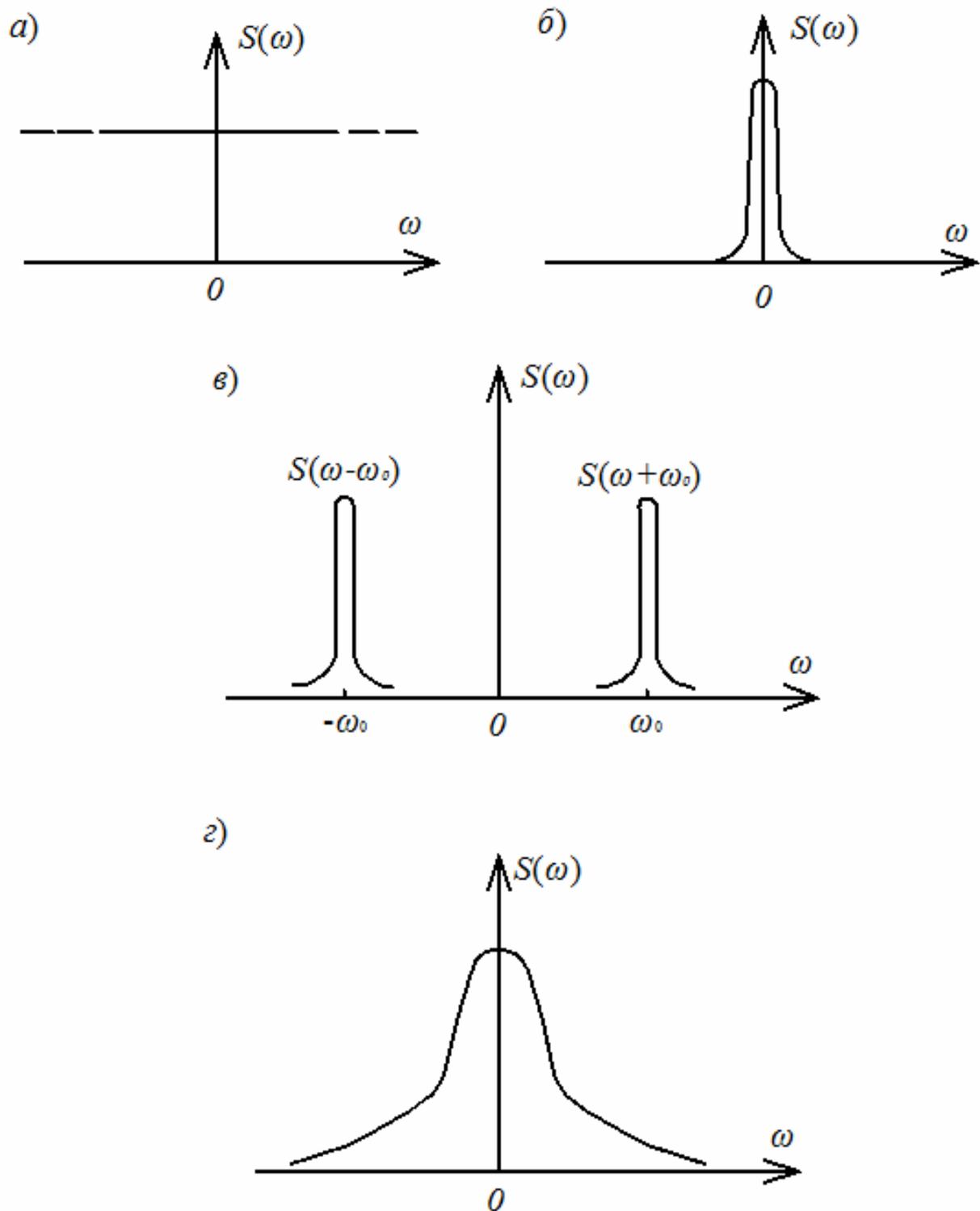


Рис. 3.6 – Спектральная плотность случайного сигнала:  
*а – белого шума; б – с постоянной составляющей, в – с гармонической составляющей, г – без постоянной и гармонической составляющих*

5. Если случайный процесс не имеет постоянной и гармонической составляющих, спектральная плотность имеет вид гладкой функции (рисунок 3.6 г).

Обработка экспериментальных данных пассивных экспериментов ведется, как правило, на ПЭВМ, для чего используются многочисленные программы. В этом классе задач стандартные процедуры регрессионного анализа не всегда уместны в силу ряда причин. Как правило, задача состоит не только в оценивании неизвестных коэффициентов, но и в выборе оптимальной в определенном смысле структуры регрессионного уравнения.

Для этого необходимо описать другие методы идентификации ТОУ. Это, в первую очередь, методы структурной идентификации ТОУ для разработки математических моделей, которые применяют в основном, на этапе первоначального математического моделирования. В процессе эксплуатации эти модели должны быть адаптированы, то есть необходимо уточнять коэффициенты при переменных, для этой цели применяют методы параметрической идентификации в контуре управления (в реальном масштабе времени) и вне контура управления. Поэтому сначала рассмотрим методы структурной идентификации, а затем – параметрической.

### 3.3 Методы структурной идентификации

К существующим методам структурной идентификации можно отнести целый ряд алгоритмов, которые позволяют из моделей заданного класса выбрать оптимальную модель. Наиболее известными из них являются: метод всех регрессий, пошаговая регрессия (методы последовательного включения и исключения), метод Ефроиimsona, метод группового учета аргументов (МГУА) [68]. В этих работах дан подробный обзор существующих методов структурной идентификации, на которые мы далее будем ссылаться. Для указанных методов трудно дать исчерпывающий сравнительный анализ, так как одни из них носят более строгий характер (методы всех регрессий, Ефроиimsona), другие – в значительной степени эвристическую организацию (МГУА). Все это, в свою очередь, затрудняет выбор конкретного метода структурной идентификации.

Рассмотрим формальную постановку задачи структурной идентификации и основные методы ее решения. Введем допущения:

1. Задан класс операторов –  $W_A$ , состоящий из операторов  $A$ , которыми, можно описать соотношения между входами и выходами идентифицируемых ТОУ, то есть вид модели определяется уравнениями

$$y = A(X) \quad (3.3.1)$$

где,  $y$  – некоторый скалярный выход ТОУ;

$X$  – вектор входов ТОУ размерностью  $[n \times 1]$ .

2. Все операторы  $A \in W_A$  можно аппроксимировать на основе соотношения

$$A(X) = c^T \varphi(X) \quad (3.3.2)$$

где  $c = \overline{c_1, c_m}$ ,  $\varphi(X) = \overline{\varphi_1(X), \varphi_m(X)}$ ,

$\varphi(\cdot)$  – вектор размерностью  $[m \times 1]$ , элементами которого являются некоторые функциональные преобразования от входных переменных, где здесь и далее с целью упрощения  $\varphi(\cdot)$ , будем обозначать  $\varphi$ , употребляя термин множество (элементов вектора)  $\varphi$ ;  $c$  – вектор размерностью  $[m \times 1]$ , причем путем выбора элементов этого вектора равными нулю или отличной от нуля величине можно получить (с достаточной степенью точности) любой из операторов  $A \in W_A$ .

3. Существует оператор  $A^{opt} \in W_A$ , который лучше других операторов  $A \in W_A$  описывает идентифицируемый ТОУ и состоит из элементов  $\varphi^{opt} \in \varphi$ .

4. В качестве критерия качества структурной идентификации выбираем коэффициент множественной корреляции  $R_{y/\varphi}$  (смотри (3.2.23)).

Формальная постановка задачи структурной идентификации при описанных допущениях имеет следующий вид. Из заданного класса операторов  $W_A$  необходимо выбрать оператор  $A^{opt}$ , состоящий из элементов  $\varphi^{opt} \in \varphi$  и такой, что выполняется

$$R_{y/\varphi^{opt}} = \max R_{y/\varphi^j}, \quad \forall \varphi^j \in \varphi, \quad j \leq n \leq m \quad (3.3.3)$$

где  $\varphi^j$  – подмножества элементов вектора  $\varphi$ ;

$j$  – число элементов множества  $\varphi^j$ ;

$n$  – максимально допустимое значение  $j$ .

Рассмотрим три метода структурной идентификации, для которых ниже будут получены приблизительные оценки времени получения решения.

Для многих алгоритмов структурной идентификации характерно то или иное использование следующей зависимости:

$$I = S_e^2 / S_y^2 = 1 - R_{y/\varphi^2} = \prod_{i=1}^r (1 - r_{y, \varphi_i \cdot \varphi^{i-1}}), \quad \varphi_i \in \varphi \setminus \varphi^{i-1}, \quad (3.3.4)$$

где  $R_{y/\varphi^2}$  – коэффициент множественной корреляции;

$S_e$  – оценка среднеквадратического отклонения остаточной ошибки модели;

$\varphi_i$  – элемент множества  $\varphi$ ;

$S_y$  – оценка среднеквадратического отклонения выхода системы;

$r_{y, \varphi_i \cdot \varphi^{i-1}}$  – частные коэффициенты корреляции (смотри (3.2.63.1) и (3.2.63.2));

$$r_{y, \varphi_i} \cdot \varphi^{i-1} = \frac{r_{y, \varphi_i} \cdot \varphi^{i-2} \cdot r_{y, \varphi_{i-1}} \cdot \varphi^{i-2} \cdot r_{\varphi_i, \varphi_{i-1}} \cdot \varphi^{i-2}}{\left[ \left( 1 - r_{y, \varphi_{i-1}}^2 \cdot \varphi^{i-2} \right) \left( 1 - r_{\varphi_i, \varphi_{i-1}}^2 \cdot \varphi^{i-2} \right) \right]^{1/2}} \quad (3.5.5)$$

где  $(i-1)$  – число элементов множества  $\varphi^{i-1}$ .

При записи (3.3.4), (3.3.5) предполагается, что элементы множества  $\varphi$  упорядочены и включаются во множество  $\varphi^{i-1}$  последовательно  $1, 2, \dots, i-1$ , тем самым, обусловлено выполнение условия  $\varphi_i \in \varphi \setminus \varphi^{i-1}$ .

### Метод всех регрессий

Идея этого метода заключается в переборе всех моделей, которые можно построить на элементах множества  $\varphi$ , а затем – выборе из них модели с максимальным значением критерия (3.3.3). Число рассматриваемых моделей ( $k_1$ ), при условии, что в модель входит не больше, чем  $n$  элементов, равно

$$k_1 = \sum_{i=0}^n c_m^i, \quad (3.3.6)$$

где  $m$  – размерность вектора  $\varphi$ .

Значение (3.3.6) быстро растет с увеличением размерности множества  $\varphi$ , поэтому на практике рассматриваемый метод используется редко, хотя и дает оптимальное решение задачи.

### Метод пошаговой регрессии (последовательного включения)

Назначение этого метода состоит в уменьшении числа рассматриваемых моделей. Алгоритм его можно коротко описать следующим образом: на первом шаге строятся все модели с одной переменной и из них выбирается та модель, у которой значение критерия (3.3.3) меньше; на втором шаге к переменной, вошедшей в модель, выбранную на первом шаге, добавляются по одной все из оставшихся во множестве  $\varphi^{m-1}$  переменные. Строятся модели с двумя переменными и из них выбирается модель (и переменные), которая приводит к максимуму критерия (3.3.3); на  $i$ -ом шаге к переменным, вошедшим в модель на  $(i-1)$ -ом шаге, добавляются по одной все из оставшихся во множестве  $\varphi^{m-i+1}$  переменные. Строятся модели с  $i$  переменными и из них выбирается модель, которая приводит к максимуму критерия (3.3.3); и так далее до тех пор, пока не будет выполнен критерий

остановки процесса выбора модели, но не более  $n$  шагов, так как число переменных в модели ограничено  $n$ .

Число рассматриваемых моделей ( $k_2$ ) равно:

$$k_2 = \sum_{i=1}^n (m-i+1)+1, \quad (3.3.7)$$

Причем  $k_2$  дает приемлемое число рассматриваемых вариантов и может быть на несколько порядков меньше  $k_1$ , но решение задачи рассматриваемым методом уже, в общем случае, не является оптимальным в смысле выбранного критерия. Методы, которые могут улучшить решение, являются модификациями пошаговой регрессии (например, метод Еффоимсона), приводят к увеличению числа рассматриваемых вариантов, труднее поддаются оценке и нами не рассматриваются.

### Метод частных корреляций

Метод пошаговой регрессии связан с построением моделей, то есть решением систем линейных алгебраических уравнений для выбора лучшей модели на каждом шаге. Можно избежать решения систем линейных алгебраических уравнений, если воспользоваться связью коэффициента множественной корреляции с коэффициентами частной корреляции (3.3.4) и (3.3.5). Алгоритм частных корреляций (это название принято в данной работе, так как оно четко отражает существо алгоритма) имеет следующий вид: на первом шаге из множества элементов  $\varphi$  выбирается элемент  $\varphi_k$ , для которого выполняется:

$$\left| r_{y, \varphi_k, \varphi^0} \right| = \max_i \left| r_{y, \varphi_i, \varphi^0} \right|, \quad \forall_i = \overline{1; m} \quad (3.3.8)$$

а затем записывается во множество  $\varphi^1$ ;

на втором шаге выбирается элемент  $\varphi_k$ , для которого выполняется

$$\left| r_{y, \varphi_k, \varphi^1} \right| = \max \left| r_{y, \varphi_i, \varphi^1} \right|, \quad \forall_i = \overline{1; m-1}, \quad \varphi_i \in \varphi \setminus \varphi^1 \quad (3.3.9)$$

а затем записывается во множество  $\varphi^2$ ; и так далее;

на  $i$ -ом шаге выбирается элемент  $\varphi_k$ , для которого выполняется

$$\left| r_{y, \varphi_k, \varphi^{i-1}} \right| = \max \left| r_{y, \varphi_j, \varphi^{i-1}} \right|, \quad \forall_j = \overline{1; m-i+1}, \quad \varphi_j \in \varphi \setminus \varphi^{i-1} \quad (3.3.10)$$

а затем записывается во множество  $\varphi^i$ .

И так далее до тех пор, пока не будет выполнен критерий остановки выбора структуры, но не более  $n$  шагов. После выбора структуры осуществляется последний шаг – построение модели.

Число рассматриваемых (при сравнении) вычисляемых коэффициентов частной корреляции в алгоритме частной корреляции равно  $k_2$ . Для алгоритмов пошаговой регрессии и частных корреляций являются общими критерии остановки выбора модели. Первый из таких критериев связан со статистикой

$$E_j = \frac{R_{y/\varphi^i}^2 - R_{y/\varphi^{i-1}}^2}{t - j - 1} \cdot \frac{1}{1 - R_{y/\varphi^i}^2}, \quad (3.3.11)$$

которая имеет распределение Фишера  $F(1, t-j-1)$ . Гипотеза о значимости приращения коэффициента множественной корреляции (то есть гипотеза о необходимости продолжения выбора модели) принимается, если

$$E_j > F(1, t - j - 1, \alpha), \quad (3.3.12)$$

где  $\alpha$  – заданный уровень значимости.

Второй критерий позволяет прекратить выбор модели, если во множестве  $\varphi \setminus \varphi^i$  не осталось элементов  $\varphi_k$ , для которых коэффициент корреляции с элементами  $\varphi$  меньше заданного числа  $R_{max}$  (обычно в пределах 0,95-0,99). Этот критерий связан с выбором структур, которые не будут приводить к очень слабо обусловленным информационным матрицам.

Таким образом, критерий остановки выбора модели заключается в проверке на каждом шаге выполнения первого и второго критерия и остановке вычислений, если хотя бы один из них выполняется.

Для оценки возможности использования каждого из рассмотренных алгоритмов структурной идентификации было оценено время, затраченное этими алгоритмами на идентификацию одинаковых систем. Полагаем, что основное время работы алгоритмов уходит на операции деления и умножения. Тогда суммарное число операций деления и умножения может служить оценкой времени или сложности алгоритма.

Поскольку в методе всех регрессий и пошаговой регрессии структурная идентификация выполняется на основе МНК, необходимо знать число операций ( $r$  – новое обозначение, не имеющее отношение к частным коэффициентам корреляции) деления и умножения для решения системы линейных алгебраических уравнений. Полагая, что решение систем уравнений выполняется на основе метода Гаусса, число операций ( $r_1$ ) деления и умножения для системы порядка  $i$  равно [69]:

$$r_1 = \frac{1}{3}i(i+1)(i+2) + \frac{1}{2}(i-1)i, \quad (3.3.13)$$

После построения моделей (решения систем уравнений) необходимо оценить их качество в соответствии с критерием качества идентификации, на что требуется еще  $t$  операций, и следовательно, суммарное число операций ( $r_2$ ) на одну модель равно:

$$r_2 = \frac{1}{3}i(i+1)(i+2) + \frac{1}{2}(i-1)i + t, \quad (3.3.14)$$

где  $t$  – число измерений экспериментальных данных.

Введем оценки сложности  $c_1$  – метода всех регрессий и  $c_2$  –пошаговой регрессии.

$$c_1 = \sum_{i=1}^r c_m^i \left( \frac{1}{3}i(i+1)(i+2) + \frac{1}{2}(i-1)i + t \right), \quad (3.3.15)$$

$$c_2 = \sum_{i=1}^r (m-i+1) \left( \frac{1}{3}i(i+1)(i+2) + \frac{1}{2}(i-1)i + t \right), \quad (3.3.16)$$

Множители  $c_m^i$  и  $m-i+1$  приняты на основе  $k_1$  (3.3.6) и  $k_2$  (3.3.7).

Метод частных корреляций связан с пересчетом коэффициентов частных корреляций на каждом шаге работы алгоритма. Число операций ( $r_3$ ) пересчета равно:

$$r_3 = c_{m-i+1}^2, \quad (3.3.17)$$

где  $i$  – номер шага.

Если принять, что число операций деления и умножения в формуле пересчета равно приблизительно 10, то оценка сложности метода частных корреляций равна:

$$c_3 = \sum_{i=1}^r 10c_{m-i+1}^2 = \sum_{i=1}^r (m-i+1)(m-i)5. \quad (3.3.18)$$

Из трех рассматриваемых алгоритмов практически конкурентоспособными оказываются методы пошаговой регрессии и частных корреляций, так как значения  $c_1$  намного превосходят  $c_2$  и  $c_3$ , начиная с  $m > 10$  и  $r > 5$ . В тоже время нельзя однозначно указать, какой из алгоритмов приведет к большим потерям времени на идентификацию. Однако понятно, что с уменьшением  $m$  практически целесообразно использовать алгоритм частных корреляций, при увеличении  $m$  до некоторых значений  $r < r^*$  целесообразно использовать пошаговую регрессию, а начиная с  $r \geq r^*$  метод частных корреляций. В каждом конкретном случае при заданных  $m, r, t$  на вопрос о выборе конкретного алгоритма легко ответить, рассчитав  $c_2$  и  $c_3$ .

### Критерий выбора структуры математических моделей

Задачу выбора структуры математической модели можно сформулировать как оптимизационную [70-74]:

$$s^* = \arg \min_{s \in \Omega} CR(s), \quad (3.3.19)$$

где  $s^*$  – оптимальная структура модели;

$s$  – структура модели;

$\Omega$  – множество всех возможных структур, содержащих некоторые независимые переменные из «полного» набора независимых переменных;

$CR(s)$  – критерий качества структуры.

Модель со структурой, доставляющей критерию качества минимальное значение, называют моделью оптимальной сложности [70-79], то есть моделью, содержащей минимальное количество независимых переменных.

Заметим, что не все подходы к выбору структуры могут быть сформулированы в виде задачи (3.3.19). Например, если при добавлении независимых переменных в модель значение критерия качества монотонно уменьшается, то задача выбора структуры может быть модифицирована следующим образом: выбрать наиболее простую структуру  $s$ , критерий качества для которой удовлетворяет условию  $CR(s) \leq k$ , где  $k$  – пороговое значение [70]. Сочетание проверки гипотез и оптимизации – особенность подхода, реализованного в методе пошаговой регрессии, где используются критерии качества, основанные на  $F$ -критерии (2.65). Отметим, что именно такой подход и был использован при построении математических моделей исследуемых процессов.

В этом случае качество получаемой структуры модели оценивается с помощью параметрического статистического  $F$ -критерия проверяющего гипотезу о том, что дисперсии двух случайных величин  $X$  и  $Y$ , представленных выборками  $X_s$  и  $Y_s$ , совпадают. Для корректной работы требуется выполнение двух условий: обе случайные величины имеют нормальное распределение; выборки независимы. Если эти условия выполняются, а исследуемые модели являются линейными, то применение  $F$ -критерия даёт хорошие результаты.

В целом же критерии, разработанные для выбора структуры, удобно разделить на две группы: критерии, использующие экзаменационную выборку, и критерии, не использующие экзаменационную выборку.

Для критериев первой группы используется принцип, согласно которому параметры модели необходимо оценить по одной части выборки (обучающей), а качество структуры – по другой части выборки (экзаменационной или проверочной). К этим критериям относятся: критерии регулярности, стабильности, непротиворечивости и вариативности [70-72].

Для линейных регрессионных моделей данные критерии получаются путем разбиения исходной выборки  $W : \{Y, X\}$  на части  $A : \{Y_A, X_A\}$  и  $B : \{Y_B, X_B\}$ . Введем следующие обозначения:  $\hat{\theta}_W$ ,  $\hat{\theta}_A$  и  $\hat{\theta}_B$  – МНК-оценки вектора параметров  $\theta$ , вычисленные с использованием выборок  $W$ ,  $A$  и  $B$  соответственно. Тогда критерии можно представить в следующем виде:

симметричный и несимметричный критерии регулярности –  $Re g(A)$  и  $Re g(B)$ :

$$Re g(A) = (Y_A^* - X_A \hat{\theta}_B)^T (Y_A^* - X_A \hat{\theta}_B) + (Y_B^* - X_B \hat{\theta}_A)^T (Y_B^* - X_B \hat{\theta}_A), \quad (3.3.20)$$

$$Re g(B) = (Y_B - X_B \hat{\theta}_A)^T (Y_B - X_B \hat{\theta}_A); \quad (3.3.21)$$

симметричный и несимметричный критерии стабильности –  $Stab(A)$  и  $Stab(B)$ :

$$Stab(A) = (Y - X \hat{\theta}_A)^T (Y - X \hat{\theta}_A) + (Y - X \hat{\theta}_B)^T (Y - X \hat{\theta}_B), \quad (3.3.22)$$

$$Stab(B) = (Y - X \hat{\theta}_A)^T (Y - X \hat{\theta}_A); \quad (3.3.23)$$

симметричный и несимметричный критерии непротиворечивости (минимума смещения решений) –  $NC(A)$  и  $NC(B)$ :

$$NC(A) = (\hat{\theta}_A - \hat{\theta}_B)^T X^T X (\hat{\theta}_A - \hat{\theta}_B), \quad (3.3.24)$$

$$NC(B) = (\hat{\theta}_A - \hat{\theta}_B)^T X^T X_B (\hat{\theta}_A - \hat{\theta}_B); \quad (3.3.25)$$

симметричный и несимметричный критерии вариативности (абсолютно помехоустойчивые критерии) –  $V(A)$  и  $V(B)$ :

$$V(A) = (\hat{\theta}_W - \hat{\theta}_A)^T X^T X (\hat{\theta}_B - \hat{\theta}_W), \quad (3.3.26)$$

$$V(B) = (\hat{\theta}_W - \hat{\theta}_A)^T X_B^T X_B (\hat{\theta}_B - \hat{\theta}_W). \quad (3.3.27)$$

Заметим, что любой симметричный критерий ( $CR$ ) равен сумме двух несимметричных:  $CR = CR(A) + CR(B)$ .

К критериям первой группы относятся и критерии типа скользящего контроля (cross-validation) [70-77].

При вычислении критериев, относящихся ко второй группе, используется остаточная сумма квадратов ошибок модели –  $RSS$  :

$$RSS = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K [y(i) - \hat{y}(i)]^2, \quad (3.3.28)$$

где  $y(i)$ ,  $\hat{y}(i)$  – измерение и оценки соответственно.

Сама эта величина не может служить критерием для выбора структуры, так как с увеличением сложности модели  $S$  происходит все более точное приближение, что возможно и допустимо только при отсутствии помех. Если известно, что шум имеет нормальное распределение, то применяют скорректированный  $RSS(S)$  :

$$RSS(S) = \frac{RSS}{K - S} \quad (3.3.29)$$

или же статистика Фишера

$$F(S) = \frac{K}{K - S} \frac{RSS(S)}{\|y - \hat{y}\|^2}. \quad (3.3.30)$$

Если при этом возможно получение оценки дисперсии помехи, то применяют критерий Мэллоуса –  $C_S$  :

$$C_S = \frac{1}{\hat{\sigma}^2} RSS + 2S - K. \quad (3.3.31)$$

Величина  $RSS$  используются также в предложенном Акаике [78, 79] критерии финальной ошибки прогнозирования –  $FPE(S)$  :

$$FPE(S) = \frac{K + S}{K - S} RSS(S). \quad (3.3.32)$$

В последнее время всё более широкое распространение получают информационные критерии качества оценивания структуры модели. Среди таких критериев следует отметить [54, 78-80]:

критерий Акаике (AIC – Akaike’s information criterion):

$$AIC = K \ln \left[ \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K e^{2(k)} \right] + K \ln \frac{K + S}{K - S}; \quad (3.3.33)$$

критерий Шварца-Риссанена (BIC – Bayesian information criterion):

$$BIC = K \ln \left[ \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K e^{2(k)} \right] + S \ln K; \quad (3.3.34)$$

критерий Кульбака (KIC – Bayesian information criterion):

$$KIC = K \ln \left[ \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K e^2(k) \right] + 3S \ln K ; \quad (3.3.35)$$

критерий Хэннана-Куинна (HQ):

$$HQ = K \ln \left[ \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K e^2(k) \right] + 2S \ln(\ln K). \quad (3.3.36)$$

Следует отметить, что в частном случае нормального распределения критерий AIC на практике применяется в виде

$$AIC(S) = RSS(S) + 2S, \quad (3.3.37)$$

называемом критерием Акаике-Мэллоуса.

Использование какого-либо критерия выбора структуры модели не гарантирует определение оптимальной структуры. Поиск наилучшей по какому-либо критерию качества структуры модели является задачей целочисленного нелинейного программирования.

Гарантированное решение задачи можно получить в результате перебора всех структур. Количество возможных структур составляет  $2^m$ , где  $m$  - количество независимых переменных в «полном» наборе независимых переменных, из которых выбирается оптимальный набор. По этой причине реально данным алгоритмом можно воспользоваться при относительно небольших значениях  $m$ .

Другой путь состоит в просмотре только наиболее перспективных вариантов. Этот принцип реализуют алгоритмы направленного перебора [70]. Они осуществляют поиск минимума критерия с существенно меньшими затратами, однако в общем случае не обеспечивают нахождение оптимальной структуры.

Алгоритм *исключения* [70, 71] начинается с оценки качества модели, содержащей все независимые переменные, и состоит из шагов удаления из нее независимых переменных до тех пор, пока величина критерия не перестанет уменьшаться. Алгоритм *включения* [70, 71] действует в обратном направлении. Начиная с модели, содержащей аддитивную постоянную (независимую переменную «1»), он последовательно добавляет в нее независимые переменные.

При использовании критериев качества, описанных выше, независимая переменная, включаемая (исключаемая) на каждом шаге, выбирается из условия наибольшего уменьшения значения критерия. Поиск оптимальной структуры заканчивается, если значение критерия невозможно

более уменьшить путем включения или исключения независимой переменной.

Весьма важными являются вопросы устойчивости в задаче выбора структуры. В данном случае можно выделить три аспекта устойчивости.

Первый аспект связан с устойчивостью результатов моделирования к варьированию выборки [70, 71, 75]. Если строятся две модели с одной структурой по двум различным частям выборки и результаты моделирования получаются различными, то выбранная структура не обеспечивает устойчивость результатов и, в целом, приводит к противоречивой модели. Одним из способов обеспечения устойчивости в данном смысле является применение критериев, использующих экзаменационную выборку.

Второй аспект связан с помехоустойчивостью критериев качества, то есть с их способностью выбирать структуры, обеспечивающие удовлетворительные в каком-либо смысле результаты моделирования, в условиях увеличивающейся дисперсии ошибок.

Третий аспект устойчивости связан с устойчивостью процедур выбора модели к отклонению от классических предположений о свойствах ошибок наблюдений. Традиционно процедуры выбора структуры опираются на МНК-оценки и сами критерии строятся на основе остаточных сумм квадратов. При таком подходе не учитываются, например, негауссовость, гетероскедастичность, зависимость ошибок наблюдений.

### **3.4 Методы параметрической идентификации**

Значительную трудность получения адекватного математического описания ТОУ и эффективного управления ими представляют неконтролируемый дрейф параметров процесса, вызываемый износом оборудования и другое. Все это обуславливает необходимость периодической коррекции параметров полученной математической модели. Рассмотренные в предыдущем разделе алгоритмы структурной идентификации служат основой для использования адаптивных алгоритмов идентификации и управления. Решение задачи идентификации на основе МНК позволяет получить значения параметров, используемых в качестве начальных при работе адаптивных алгоритмов идентификации. Это позволяет, благодаря наиболее полному использованию информации об ТОУ, существенно улучшить качество информации, а, следовательно, и управления, обеспечивая оперативность изменения управляющих воздействий.

Рассмотрим задачу идентификации объекта, описываемого уравнением (с учетом нового обозначения коэффициентов):

$$y_n = h_n^T x_n + \varepsilon_n, \quad (3.4.1)$$

где  $y_n$  – наблюдаемый (управляемый) выходной параметр;

$x_n = (x_{1n}, x_{2n}, \dots, x_{Nn})^T$  – вектор входных воздействий;

$h_n = (h_{1n}, h_{2n}, \dots, h_{Nn})^T$  – искомый вектор параметров ТОУ;

$\varepsilon_n$  – помехи на выходе;

$T$  – символ транспонирования;

$n = 1, 2, \dots, N$  – дискретное время.

Задача параметрической идентификации заключается в определении неизвестного вектора параметров  $h_n$  по результатам измерений входных  $x_n$  и выходных  $y_n$  параметров и сводится, в общем случае, к минимизации некоторого наперед выбранного функционала качества  $I(y_n, y_n^H)$ , представляющего собой обычно выпуклую функцию от разности выходных координат модели и ТОУ.

Известно много методов решения этой задачи в условиях нормального функционирования ТОУ [54, 81-85]. Наибольший интерес представляют методы, основанные на использовании рекуррентных алгоритмов. Следует отметить, что большинство алгоритмов связано с рекуррентной формой МНК. Практической реализации таких алгоритмов сопутствует довольно большой объем вычислений, вызванный необходимостью использования большого объема информации. Иная разновидность алгоритмов, использующая не всю предыдущую информацию, а лишь часть ее, позволяет обойти эти трудности. К таким алгоритмам в первую очередь относятся алгоритмы, основанные на идеях стохастической аппроксимации.

Использование для целей идентификации алгоритма стохастической аппроксимации:

$$k_n = k_{n-1} + \Gamma_n (y_n - k_{n-1}^T x_n) x_n, \quad (3.4.2)$$

при соответствующем выборе матрицы  $\Gamma_n$  обеспечивает сходимость последовательности  $\{k_n\}$ , построенной по правилу (3.4.2), к  $h$ .

Зачастую эта матрица выбирается в виде  $\Gamma_n = \gamma_n I$ , где:  $I$  – единичная матрица,  $\gamma_n$  – скаляр коэффициента. Сходимость процедуры (3.4.2) с вероятностью единица и в среднеквадратическом доказывается при довольно широких предположениях относительно коэффициентов  $\gamma_n$ . Требуется лишь сходимость и

расходимость соответствующих рядов, члены которых зависят от  $\gamma_n$ , то есть  $\sum_{n=1}^{\infty} \gamma_n = \infty$ ,  $\sum_{n=1}^{\infty} \gamma_n^2 < \infty$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \gamma_n = 0$ .

Это так называемые условия Дворецкого [86]. Следует отметить, что выбор  $\gamma_n$  существенно влияет на свойства алгоритма (3.4.2), так как и состоятельность процедуры, и скорость ее сходимости определяются этим единственным свободным параметром. При практической же реализации итерационных алгоритмов идентификации важнейшим показателем их работоспособности является скорость сходимости, влияющая на длительность процесса идентификации.

Таким образом, параметр  $\gamma_n$  должен выбираться из условий наиболее быстрой сходимости алгоритма.

Скорость сходимости может быть охарактеризована величиной

$$Q_n = \|\theta_{n-1}\|^2 - \|\theta_n\|^2, \quad (3.4.3)$$

где  $\theta_n = k_n - h$ ,  $\|\theta_n\|^2 = \sum_{i=1}^N \theta_{in}^2$ .

Для сходимости алгоритма необходимо выполнение неравенства

$$Q_n > 0 \quad (3.4.4)$$

В общем случае из-за случайности величин, входящих в алгоритмы (полезных сигналов и помех, а зачастую и  $h$ ), качество оценки скорости сходимости процедур целесообразно характеризовать величиной:

$$\tilde{Q}_n = M \{ \|\theta_{n-1}\|^2 - \|\theta_n\|^2 \}, \quad (3.4.5)$$

где  $M$  – символ математического ожидания.

Будем пользоваться критерием (3.4.5) при исследовании работы алгоритмов в условиях помех, то есть в тех случаях, когда свойства алгоритмов будут в значительной степени зависеть от статистических свойств помех. В случае отсутствия помех свойства алгоритма легче исследовать с помощью (3.4.5).

Рассмотрим наиболее простой в вычислительном отношении алгоритм Роббинса-Монро [86], получающийся из (3.4.5) заменой  $\Gamma_n$  на  $\frac{\gamma_0}{n}$ , где  $\gamma_0$  – некоторая константа. Определим для этого алгоритма величину  $Q_n$ , характеризующую убывание ошибки определения искоемых коэффициентов на каждом шаге итерационного процесса идентификации. Вычтя из обеих частей (3.4.2)  $h$ , получим:

$$\theta_n = \theta_{n-1} - \frac{\gamma_0}{n} (\theta_{n-1}^T x_n) x_n. \quad (3.4.6)$$

Возведем (3.4.6) в квадрат:

$$\|\theta_n\|^2 = \|\theta_{n-1}\|^2 - 2\frac{\gamma_0}{n}(\theta_{n-1}^T x_n)^2 + \frac{\gamma_0^2}{n^2}(\theta_{n-1}^T x_n)^2 \|x_n\|^2,$$

откуда определим:

$$Q_n = \frac{\gamma_0}{n}(\theta_{n-1}^T x_n)^2 \left[ 2 - \frac{\gamma_0}{n} \|x_n\|^2 \right] \quad (3.4.7)$$

Из (3.4.7) видно, что для выполнения условия (3.4.4) необходимо, чтобы

$$0 < \gamma_0 < \frac{2n}{\|x_n\|^2}, \quad (3.4.8)$$

то есть для алгоритма Роббинса-Монро  $Q_n$  зависит от величины входного параметра, параметра  $\gamma_0$  и может иметь различные знаки при произвольном наперед выбранном  $\gamma_0$ . Таким образом, зависимость  $Q_n$  от  $\|x_n\|^2$  и  $\gamma_0$  может приводить к нарушению условий сходимости алгоритма при малых  $n$  и к появлению больших колебаний в начале процесса идентификации.

Монотонная же сходимость будет наблюдаться после  $n_0 > \frac{\gamma_0 \|x_n\|^2}{2}$  итераций.

Определим для этого алгоритма оптимальное значение  $\gamma_0^{opt}$ , обеспечивающее максимальное убывание ошибки идентификации на каждом шаге итерационного процесса настройки коэффициентов. Для этого продифференцируем (3.4.7) по  $\gamma_0$  и приравняем полученное выражение нулю:

$$\frac{\partial Q_n}{\partial \gamma_0} = \frac{2}{n}(\theta_{n-1}^T x_n)^2 - 2\frac{\gamma_0}{n^2}(\theta_{n-1}^T x_n)^2 \|x_n\|^2 = 0,$$

откуда

$$\gamma_0^{opt} = \frac{n}{\|x_n\|^2}. \quad (3.4.9)$$

Действительно, полученное значение  $\gamma_0^{opt}$  максимизирует  $Q_n$  так как  $\frac{\partial^2 Q_n}{\partial \gamma_0^2} = \frac{2}{n^2}(\theta_{n-1}^T x_n)^2 \|x_n\|^2 < 0$ . Подстановка (3.4.9) в алгоритм (3.4.2) приводит к следующей процедуре:

$$k_n = k_{n-1} + \frac{(y_n - k_{n-1}^T x_n)x_n}{\|x_n\|^2}, \quad (3.4.10)$$

известной в литературе как алгоритм Качмажа [54, 81, 87, 88]. Таким образом, наиболее быстродействующим среди наиболее простых в вычислительном отношении алгоритмов является алгоритм Качмажа.

В [54, 89] исследуется следующая модификация этого алгоритма:

$$k_n = k_{n-1} + \rho_n \frac{(y_n - k_{n-1}^T x_n) x_n}{\|x_n\|^2}, \quad (3.4.11)$$

где  $0 < \rho_n < 2$ . Геометрическая иллюстрация работы одношагового алгоритма (3.4.11) приведена на рисунке 3.7.

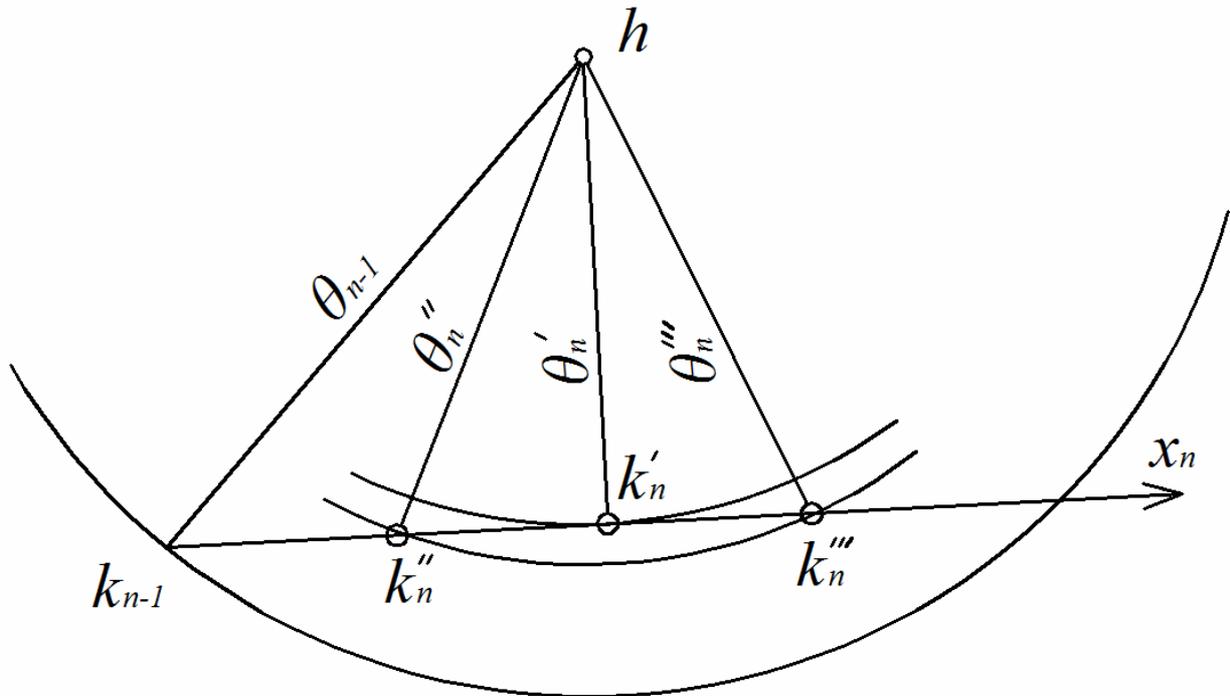


Рис. 3.7 – Геометрическая иллюстрация работы одношагового алгоритма адаптации

Здесь показан процесс перехода из точки  $k_{n-1}$  в точку  $k_n$ . В зависимости от выбора  $\rho_n$  можно попасть: 1) в точку  $k_n''$ , если  $\rho_n < 1$ ; 2) в точку  $k_n'$ , если  $\rho_n = 1$ ; 3) в точку  $k_n'''$ , если  $\rho_n > 1$ . При этом:

$$\|\theta_n'\|^2 < \|\theta_n''\|^2 < \|\theta_{n-1}\|^2 \quad 0 < \rho_n < 1$$

$$\|\theta_n'\|^2 < \|\theta_n''\|^2 < \|\theta_{n-1}\|^2 \quad 1 < \rho_n < 2$$

По аналогии с вышеизложенным нетрудно получить, что для алгоритма (3.4.11)  $\rho_n^{opt} = 1$ . Введение параметра  $\rho_n$  позволяет изменить величину шага ( $k_{n-1}$ ,  $k_n$ ) и обеспечивает быструю сходимость алгоритма в условиях помех. Остановимся на этом подробнее.

Если выходной сигнал измеряется с помехой  $\varepsilon_n$ , то уточнение по алгоритму (3.4.11) будет происходить следующим образом:

$$k_n = k_{n-1} + \rho_n \frac{y_n - k_{n-1} x_n + \varepsilon_n}{\|x_n\|^2} x_n, \quad (3.4.12)$$

или относительно ошибок  $\theta_i$ :

$$\theta_n = \theta_{n-1} - \rho_n \frac{(\theta_{n-1}^T x_n) x_n}{\|x_n\|^2} + \rho_n \frac{\varepsilon_n}{\|x_n\|^2} x_n \quad (3.4.13)$$

Возведя обе части (3.4.13) в квадрат, подставив полученное выражение в (3.4.5) и продифференцировав  $\tilde{Q}$  по  $\rho_n$ , получим, что оптимальное значение  $\rho_n^{opt}$ , обеспечивающее максимальное убывание ошибки идентификации  $\theta_i$  в условиях помех, определяется выражением

$$\rho_n^{opt} = \frac{M \left\{ \frac{(\theta_{n-1}^T x_n)^2}{\|x_n\|^2} \right\}}{M \left\{ \frac{(\theta_{n-1}^T x_n)^2}{\|x_n\|^2} \right\} + M \left\{ \frac{\varepsilon_n^2}{\|x_n\|^2} \right\}} < 1 \quad (3.4.14)$$

Выражение (3.4.14) получено в предположении, что помеха не коррелировала с полезным сигналом.

Таким образом,  $\rho_n^{opt}$  зависит от статистических характеристик полезных сигналов и помех. Знание этих характеристик позволяет выбрать  $\rho_n^{opt}$ . В противном случае следует выбирать  $0 < \rho_n < 1$ .

Рассмотрим, как будут изменяться свойства оценки, получаемой по алгоритму (3.4.13), с увеличением времени  $n$ . Возведем обе части (3.4.13) в квадрат и усредним. Тогда с учетом статистической независимости полезных сигналов и помех получим:

$$M \left\{ \|\theta_n\|^2 \right\} = M \left\{ \|\theta_{n-1}\|^2 \right\} - (2\rho_n - \rho_n^2) M \left\{ \frac{(\theta_{n-1}^T x_n)^2}{\|x_n\|^2} \right\} + \rho_n^2 M \left\{ \frac{\varepsilon_n^2}{\|x_n\|^2} \right\}. \quad (3.4.15)$$

При независимых компонентах  $x$ :

$$M \left\{ \frac{(\theta_{n-1}^T x_n)^2}{\|x_n\|^2} \right\} = \frac{1}{N} M \left\{ \|\theta_{n-1}\|^2 \right\}$$

Тогда

$$M \left\{ \|\theta_n\|^2 \right\} = \left( 1 - \frac{2\rho_n - \rho_n^2}{N} \right) M \left\{ \|\theta_{n-1}\|^2 \right\} + \rho_n^2 M \left\{ \frac{\varepsilon_n^2}{\|x_n\|^2} \right\} \quad (3.4.16)$$

Итерируя (3.4.16), получаем:

$$M\left\{\|\theta_n\|^2\right\} = \left(1 - \frac{2\rho_n - \rho_n^2}{N}\right)^n M\left\{\|\theta_0\|^2\right\} + \left(1 - \left(1 - \frac{2\rho_n - \rho_n^2}{N}\right)^n\right) \frac{\rho_n}{2 - \rho_n} N M\left\{\frac{\varepsilon_n^2}{\|x_n\|^2}\right\}. \quad (3.4.17)$$

При выводе (3.4.17) предполагалось, что процессы  $x$  и  $\varepsilon$  стационарны и поэтому  $M\left\{\frac{\varepsilon_n^2}{\|x_n\|^2}\right\}$  не зависит от  $n$ . Окончательно из (3.4.17) имеем

$$\lim_{n \rightarrow \infty} M\left\{\|\theta_n\|^2\right\} = \frac{\rho_n}{2 - \rho_n} N M\left\{\frac{\varepsilon_n^2}{\|x_n\|^2}\right\}. \quad (3.4.18)$$

Таким образом, даже при сколь угодно большом времени наблюдения остается некоторая ошибка идентификации, определяемая выражением (3.4.18) и зависящая от размерности исследуемого объекта  $N$ , статистических свойств сигналов и помех и от величины параметра  $\rho_n$ . Из (3.4.18) следует, что  $\rho_n^{opt} < 1$ . Следовательно, выбирая  $\rho_n \ll 1$ , тем самым мы уменьшаем остаточную ошибку идентификации. Следует, однако, учитывать, что выбор малых  $\rho_n$  приводит к замедлению скорости сходимости алгоритма. Это непосредственно вытекает из анализа выражения  $M\left\{\|\theta_{n-1}\|^2 - \|\theta_n\|^2\right\}$ . Поэтому наиболее целесообразным представляется использование  $\rho_n$  удовлетворяющего условию  $\lim_{n \rightarrow \infty} \rho_n = 0$ , например,  $\rho_n = \frac{\gamma_0}{n}$  приводящего к алгоритму:

$$k_n = k_{n-1} + \frac{\gamma_0}{n} \cdot \frac{y_n - k_{n-1}^T x_n}{\|x_n\|^2} x_n. \quad (3.4.19)$$

По аналогии с вышеизложенным нетрудно получить, что для процедуры (3.4.19)

$$Q_n = \frac{\gamma_0}{n} \cdot \frac{(\theta_{n-1}^T x_n)^2}{\|x_n\|^2} \left(2 - \frac{\gamma_0}{n}\right), \quad (3.4.20)$$

откуда следует, что для монотонного уменьшения ошибки идентификации  $\theta_i$  при использовании (3.4.19) необходимо выполнение условия  $0 < \gamma_0 < 2n$ , то есть при выборе любого  $\gamma_0 > 0$  монотонная сходимость будет наблюдаться после  $n > \frac{\gamma_0}{2}$  шагов.

Значительного сокращения времени идентификации можно добиться, применяя алгоритмы более сложной структуры, в частности, многошаговые адаптивные алгоритмы, использующие при построении очередной итерации информацию не только об одном последнем шаге, но и о ряде предыдущих шагов. Преимущества многошаговых алгоритмов отмечались в [54, 81, 87-89]; в [89] была рассмотрена двухшаговая процедура, исследованы ее свойства и предложены общие формы многошаговых алгоритмов. Рассмотрим двухшаговый алгоритм вида:

$$k_n = k_{n-1} + \alpha(y_n - k_{n-1}^T x_n)x_n + \beta(y_{n-1} - k_{n-2}^T x_{n-1})x_{n-1}. \quad (3.4.21)$$

Геометрическая иллюстрация работы алгоритма (3.4.21) приведена на рисунке 3.8.

В этом случае движение к  $h$  происходит следующим образом. Пусть мы оказались в некоторой точке  $k_{n-1}$ . Применяя одношаговый алгоритм, в результате следующей итерации мы оказались бы в точке  $k_n$ . Учет предыдущей информации позволяет изменить траекторию движения последовательности точек  $\{k_n\}$ . Правильный выбор параметров  $\alpha$  и  $\beta$  приводит к тому, что мы попадаем в некоторую точку  $k'_n$ , расположенную ближе к оптимальной, то есть  $\|k_n - h\| > \|k'_n - h\|$ . При этом, очевидно, основная задача состоит в таком выборе параметров  $\alpha$  и  $\beta$ , которые бы обеспечивали наиболее быстрое движение к экстремуму. Для этой цели можно воспользоваться критерием (3.4.3) и определить  $\alpha$  и  $\beta$  из условия  $Q_n \rightarrow \max_{\alpha, \beta}$ . Тогда, по аналогии с предыдущим, для определения  $\alpha$  и  $\beta$  необходимо записать (3.4.21) относительно ошибок  $\theta_i$ , возвести полученное выражение в квадрат, подставить в (3.4.3) по  $\alpha$  и  $\beta$ , получим систему двух уравнений с двумя неизвестными. Решая ее, определим, что

$$\alpha^{opt} = \frac{\|x_{n-1}\|^2 - (x_n^T x_{n-1})(x_{n-1}^T \theta_{n-1})(\theta_{n-1}^T x_n)^{-1}}{\left[ \|x_n\|^2 \|x_{n-1}\|^2 - (x_n^T x_{n-1})^2 \right]}, \quad (3.4.22)$$

$$\beta_n^{opt} = \frac{(\theta_{n-1} x_{n-1}) \left[ \|x_n\|^2 - (x_n^T x_{n-1})(x_{n-1}^T \theta_{n-1}) \right]}{\left[ \|x_n\|^2 \|x_{n-1}\|^2 - (x_n^T x_{n-1})^2 \right] (\theta_{n-2}^T x_{n-1})}. \quad (3.4.23)$$

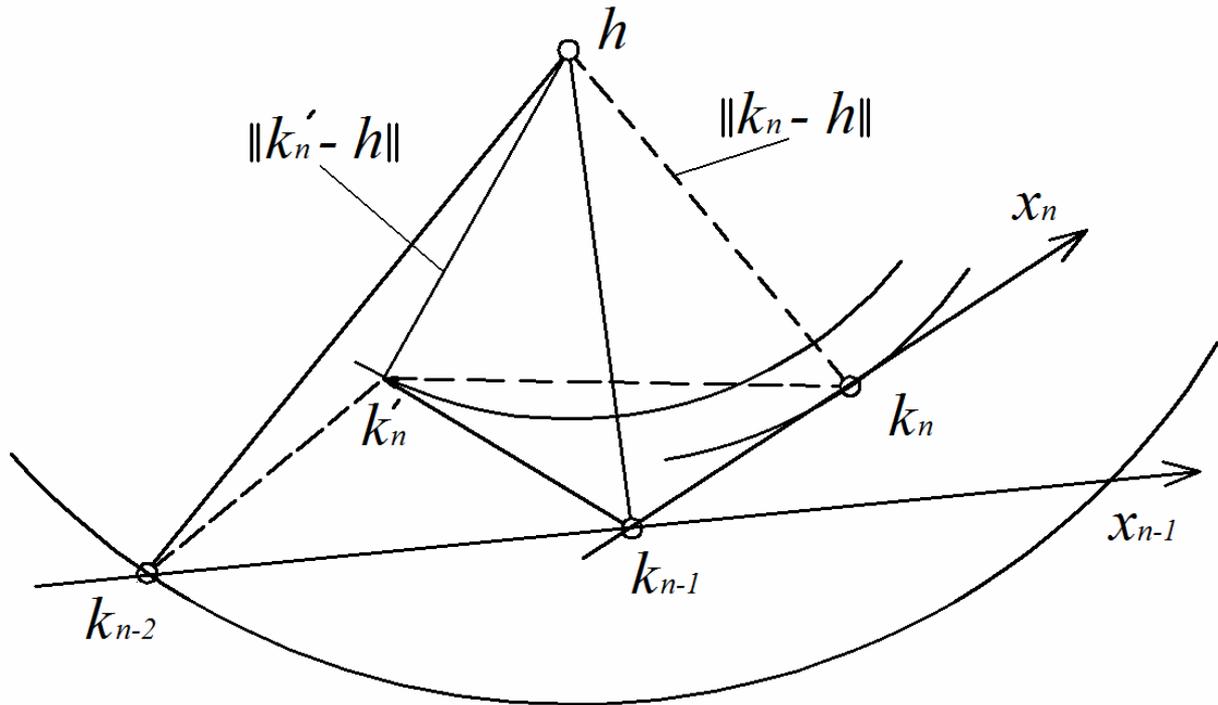


Рис. 3.8 – Геометрическая иллюстрация работы двухшагового алгоритма адаптации

Подстановка полученных выражений в (3.4.21) приводит к следующему алгоритму (при этом мы по аналогии с алгоритмом Качмажа введем в алгоритм параметр  $\frac{\gamma_0}{n}$ ).

$$k_n = k_{n-1} + \frac{\gamma_0}{n} \left\{ (y_n - k_{n-1}^T x_n) \frac{\|x_{n-1}\|^2 x_n - (x_n^T x_{n-1}) x_{n-1}}{\|x_n\|^2 \|x_{n-1}\|^2 - (x_n^T x_{n-1})^2} + (y_{n-1} - k_{n-1}^T x_{n-1}) \frac{\|x_n\|^2 x_{n-1} - (x_n^T x_{n-1}) x_n}{\|x_n\|^2 \|x_{n-1}\|^2 - (x_n^T x_{n-1})^2} \right\}. \quad (3.4.24)$$

Для сравнения скоростей сходимости алгоритмов (3.4.19) и (3.4.24) необходимо определить значения величин  $Q_n^{(3.4.19)}$  и  $Q_n^{(3.4.24)}$ . Легко получить

$$Q_n^{(3.4.19)} = \frac{\gamma_0}{n} \cdot \frac{(\theta_{n-1}^T x_n)^2}{\|x_n\|^2} \left( 2 - \frac{\gamma_0}{n} \right), \quad (3.4.25)$$

$$Q_n^{(3.4.24)} = \frac{\gamma_0 (2n - \gamma_0) [(\theta_{n-1}^T x_n) x_{n-1} - (\theta_{n-1}^T x_{n-1}) x_n]^2}{n^2 [\|x_n\|^2 \|x_{n-1}\|^2 - (x_n^T x_{n-1})^2]} \quad (3.4.26)$$

Тогда

$$\Delta Q_n = Q_n^{(3.4.19)} - Q_n^{(3.4.24)} = \frac{\gamma_0 (2n - \gamma_0) [(\theta_{n-1}^T x_n)(x_n^T x_{n-1}) - (\theta_{n-1}^T x_{n-1}) \|x_n\|^2]^2}{n^2 [\|x_n\|^2 \|x_{n-1}\|^2 - (x_n^T x_{n-1})^2] \|x_n\|^2} \quad (3.4.27)$$

Так как  $n=1,2,3,\dots$ , то выбор  $0 < \gamma_0 < 2$  обеспечивает монотонную сходимость алгоритма (3.4.24). При этом скорость сходимости двухшагового алгоритма (3.4.24) превышает скорость сходимости одношагового алгоритма (3.4.19) на величину  $\Delta Q_n$  определяемую выражением (3.4.27).

Таким образом, незначительное усложнение структуры алгоритма приводит к существенному сокращению времени идентификации.

Рассмотренные выше алгоритмы идентификации были получены из условия минимума квадратичного критерия идентификации. Однако, как известно, применение такого критерия приводит к получению алгоритмов, свойства которых в значительной мере зависят от статических характеристик (вида распределения) полезных сигналов и помех. Так, например, при наличии больших выбросов или помех с распределением, сильно отличающимся от нормального (Коши, например), рассмотренные алгоритмы вообще не будут работоспособными. В этом случае целесообразно воспользоваться модульным критерием  $|y_n - k_{n-1}^T x_n|$ , минимизация которого приводит к алгоритмам идентификации, содержащим нелинейное преобразование входной величины  $sign x_n$ . Наиболее широко известным алгоритмом этого класса является алгоритм Нагумо-Ноды [54, 88]:

$$k_n = k_{n-1} + \rho_n \frac{y_n - k_{n-1}^T x_n}{x_n^T sign x_n} sign x_n, \quad (3.4.28)$$

$$\text{где } sign x_n = \begin{cases} -1, & x_n < 0 \\ 0, & x_n = 0 \\ 1, & x_n > 0 \end{cases}; \quad 0 < \rho_n < 2.$$

Знаковый алгоритм, обладающий наибольшей скоростью сходимости (3.4.3) среди знаковых алгоритмов, имеет вид

$$k_n = k_{n-1} + \rho_n \frac{\hat{y}_n - k_{n-1}^T sign x_n}{\|sign x_n\|^2} sign x_n, \quad (3.4.29)$$

$$\text{где } \hat{y}_n = h^T sign x_n; \quad \|sign x_n\|^2 = (sign x_n)^T sign x_n.$$

Существенным преимуществом данного алгоритма является еще и то, что на его работу практически не влияют помехи на входе объекта  $x_n$ , если они только не превосходят по величине полезный сигнал. В остальных же алгоритмах помехи, накладываемые на  $x_n$ , приводят к смещению получаемых оценок.

По аналогии с вышеизложенным получено:

$$\Delta Q_n = Q_n^{(1.43)} - Q_n^{(1.44)} = \frac{\left[ (\theta_{n-1}^T \text{sign}x_n)(x_n^T \text{sign}x_n) - (\theta_{n-1}^T x_n) \|\text{sign}x_n\|^2 \right]^2}{\left[ \|\text{sign}x_n\|^2 (x_n^T \text{sign}x_n)^2 \right]} > 0 \quad (3.4.30)$$

Следует отметить, что несмотря на все преимущества, алгоритм (3.4.29) применяется только в том случае, если возможна подача на вход исследуемого ТОУ пробных сигналов, то есть область применения данного алгоритма ограничивается областью активной идентификации.

Рассмотренные во втором и третьем разделах основные понятия о вероятностных методах в задачах автоматизации и методах идентификации ТОУ позволяют синтезировать модели, методы и компьютерно-интегрированную систему автоматизации ТОУ ЗЦТ для повышения эффективности и надежности их эксплуатации.

## **РАЗДЕЛ 4**

### **СИНТЕЗ МОДЕЛЕЙ, МЕТОДОВ И КОМПЬЮТЕРНО-ИНТЕГРИРОВАННОЙ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЗАЦИИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ УПРАВЛЕНИЯ ЗАКРЫТЫМ ЦЕНТРАЛИЗОВАННЫМ ТЕПЛОСНАБЖЕНИЕМ**

ТОУ ЗЦТ большого города представляют собой «сложную» систему [2, 90-97] закономерно объединённую в единое целое в соответствии с определенными принципами или связанными между собой заданными отношениями. Современная наука имеет единый комплекс понятий о представлении «сложных» систем и основных идеях их создания, но в тоже время еще не содержит всех необходимых методов решения задач, связанных с управлением такими системами. Известно [28, 98, 99], что для описания ТОУ систем водоснабжения и газоснабжения широкое распространение на практике получили математические модели установившихся процессов потокораспределения, базирующиеся на предпосылках, которые можно в первом приближении применять при разработке математической модели ТОУ ЗЦТ.

#### **4.1 Разработка математической модели технологических объектов управления закрытым централизованным теплоснабжением**

Рассмотрим некоторые характерные особенности и предпосылки для разработки математической модели ТОУ ЗЦТ:

1) ТОУ ЗЦТ представляют собой взаимодействие большого числа структур трех типов: потребителей, активных элементов и пассивных элементов;

2) каждый ТОУ характеризуется двумя изменяющимися параметрами – потерей тепловой энергии и перепадом давления, а так же выбранным направлением движения теплоносителя;

3) для нормального обеспечения потребителей тепловой энергией, необходимо чтобы величина давления теплоносителя была не меньше некоторого минимально допустимого значения;

4) к активным элементам ТОУ ЗЦТ следует отнести: источник тепловой энергии, ПНС, ЦТП, ИТП и СО;

5) пассивными элементами являются линии связи, которые представляют собой участки магистральных, распределительных районных и внутриквартальных трубопроводов, регулирующие органы;

6) структура ЗЦТ состоит из ТОУ, которые взаимосвязаны между собой, причём для этих объектов необходимо получить математические модели, отражающие характер связи между указанными объектами и являющиеся основой для получения математической модели ТОУ ЗЦТ;

7) расход теплоносителя от источника тепловой энергии, подаваемый в ЗЦТ, должен быть равен расходу теплоносителя возвращаемого на этот источник, то есть ЗЦТ является транспортной системой;

8) в этой транспортной системе имеют место законы Кирхгофа (постулаты сетей): 1 – алгебраическая сумма расходов теплоносителя в любом узле ЗЦТ равна нулю; 2 – суммарные потери перепада давления по любому замкнутому контуру ЗЦТ так же равны нулю.

С учетом вышеприведенных особенностей и предпосылок рассматриваемое ЗЦТ как ТОУ получением, транспортированием и потреблением тепловой энергии на основе положений системного подхода [90-97], целесообразно считать сложной иерархической производственно-технологической структурой, для которой необходимо учитывать время транспортного запаздывания теплоносителя, и представить его математической моделью в виде иерархической многоступенчатой схемы [92], в которой можно выделить шесть ступеней иерархии (рисунок 4.1). На этом рисунке использованы следующие условные обозначения: 1 – ТОУ: источник тепловой энергии (ТЭС или районная котельная); 2 – ТОУ: магистральные тепловые сети с ПНС на них и магистральными камерами, а также районные тепловые распределительные сети  $i=\overline{1,m}$ ; 3 – ТОУ: ЦТП на группы зданий,  $i=\overline{1,n}$ ; 4 – ТОУ: внутриквартальные распределительные тепловые сети,  $i=\overline{1,l}$ ; 5 – ТОУ: ИТП,  $i=\overline{1,p}$ ; 6 – ТОУ: СО с отопительными приборами в помещениях потребителей тепловой энергии,  $i=\overline{1,z}$ ; 1-2, 2-3, 3-4, 4-5, 4-6, 5-6 – направление движения теплоносителя от ТОУ – источника тепловой энергии через соответствующие ТОУ к ТОУ – СО с отопительными приборами в помещениях потребителей тепловой энергии; 6-5, 6-4, 5-4, 4-3, 3-2, 2-1 – обратное направление движения теплоносителя от последнего до первого ТОУ; цифрами в кругах обозначены условные изображения соответствующих ТОУ, дугами со стрелками – материальные потоки движения теплоносителя, цифрами около этих дуг – материальные потоки от одного ТОУ к другому.

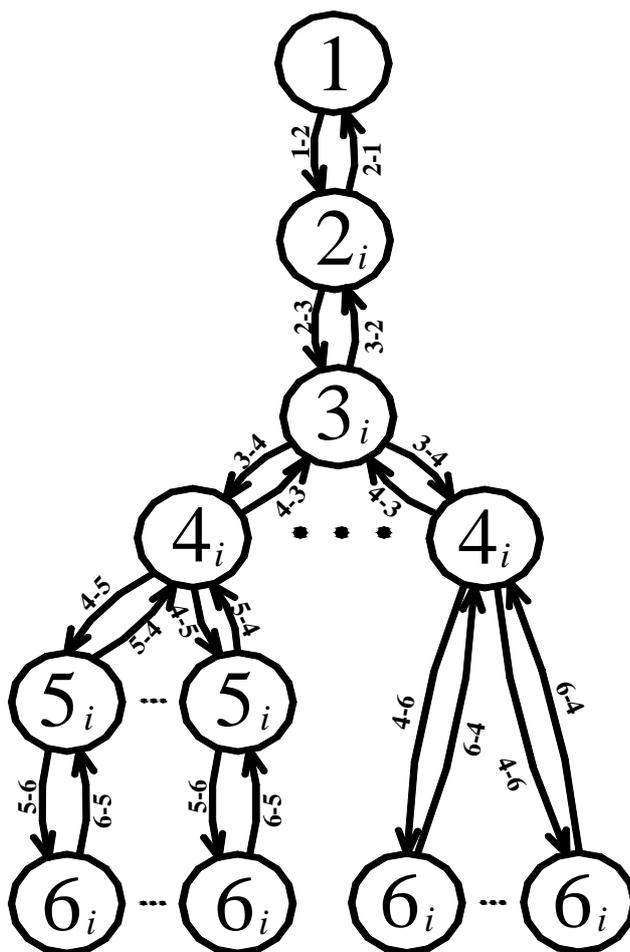


Рис. 4.1 – Математическая иерархическая шестиступенчатая модель ТОУ ЗЦТ

Разработанная математическая иерархическая шестиступенчатая модель ТОУ ЗЦТ наглядна, дает возможность наиболее полно отразить протекающие процессы и удобна при необходимости ее реализации на ПЭВМ.

ТОУ ЗЦТ в виде шестиступенчатой схемы для управления параметрами технологических процессов как в целом, так и его отдельных ТОУ, должны обеспечивать потребителей необходимым количеством тепловой энергии в виде теплоносителя требуемых параметров. Следует учитывать, что непрерывное увеличение числа потребителей и изменение параметров технологических процессов приводит к постоянному увеличению требований, предъявляемых к ТОУ ЗЦТ и, следовательно, к уточнению критериев их функционирования. В то же время решение задач управления параметрами технологических процессов для конкретного ТОУ ЗЦТ, как

правило, разнесено во времени (за счет транспортного запаздывания теплоносителя) и в пространстве. Для решения таких задач требуется разработка многопараметрических математических моделей для усовершенствования управления параметрами конкретного ТОУ ЗЦТ. Задача управления параметрами технологического процесса по математической модели в виде иерархической шестиступенчатой схемы ТОУ ЗЦТ заключается в том, чтобы путем изменения управляющего параметра математической модели (расхода теплоносителя) вышестоящего ТОУ обеспечить необходимым количеством теплоносителя требуемых параметров нижестоящие ТОУ. Время транспортирования теплоносителя от первого ТОУ шестиступенчатой схемы ЗЦТ – источника тепловой энергии, до шестого ТОУ – СО с отопительными приборами в помещениях потребителей тепловой энергии составляет до шести часов [20]. За это время в силу различных причин (изменение температуры наружного воздуха, нарушение теплоизоляции трубопроводов) происходит изменение температуры теплоносителя (его остывание).

Разработанная математическая иерархическая шестиступенчатая модель ТОУ ЗЦТ позволяет утверждать, что от ТОУ верхней ступени иерархии – источника тепловой энергии, до ТОУ нижней ступени – СО с отопительными приборами в помещениях потребителей тепловой энергии, необходимо решать задачи для ТОУ более высокой ступени, так как они являются приоритетными относительно ТОУ нижних ступеней. Полученные на ТОУ более высокой ступени параметры теплоносителя поступают на ТОУ более низкой ступени в качестве приоритетных параметров. Для разработанной математической модели существуют не только прямые, но и обратные связи, вследствие чего осуществляется управление соответствующими параметрами, исходя из принципов рационального использования и экономии энергоресурсов необходимых для получения теплоносителя требуемых параметров.

Поскольку разработанная иерархическая шестиступенчатая схема ТОУ ЗЦТ является математической моделью как для ЗЦТ в целом, так и для соответствующих ее ступеней, поэтому для каждого ТОУ ЗЦТ должны решаться свои задачи. Это позволяет упростить анализ ЗЦТ, разрабатывать и внедрять математические модели для усовершенствования управления параметрами технологического процесса конкретного ТОУ разработанной иерархической шестиступенчатой схемы ЗЦТ, а для повышения функциональной работоспособности конкретного ТОУ необходимо разработать критерии их функциональной работоспособности.

## 4.2 Разработка критерия функциональной работоспособности технологических объектов управления закрытым централизованным теплоснабжением

Для повышения надежности эксплуатации ТООУ ЗЦТ в виде иерархической шестиступенчатой схемы математически сформулируем критерий функциональной работоспособности этих ТООУ.

В общем случае при поиске формализованного (математического) выражения для критерия функциональной работоспособности одного из ТООУ ЗЦТ обычно руководствуются следующими соображениями [28]:

для конкретного ТООУ учитывается только один критерий, а в случае многокритериальной задачи целесообразно синтезировать глобальный критерий как определенную функцию от частных критериев;

критерий должен учитывать управляющие воздействия, в противном случае он бесполезен;

желательно пользоваться критериальной функцией, имеющей один экстремум, а к нежелательным критериальным функциям относятся неоднозначные функции, имеющие разрыв, локальные экстремумы и тому подобное;

информация, необходимая для формирования критерия, не должна быть избыточной, чтобы максимально упростить систему измерительных приборов и повысить надежность эксплуатации ТООУ ЗЦТ в целом.

Для получения критерия функциональной работоспособности одного из ТООУ ЗЦТ рассмотрим некоторые параметры этого ТООУ.

Избыточное давление в  $i$ -том ТООУ ЗЦТ принято характеризовать величиной «свободного» давления ( $P^*$ ):

$$P^* = \frac{P_i}{\gamma}, \quad (4.2.1)$$

где  $P_i$  – внутреннее избыточное давление теплоносителя в  $i$ -том ТООУ;

$\gamma$  – плотность теплоносителя.

Для каждого  $i$ -того ТООУ ЗЦТ существует минимально допустимый перепад давления  $\Delta P_{\min}^*$ ,  $i = \overline{1, N}$ , при котором выполняется условие обеспечения потребителей теплоносителем требуемых параметров, подключенных к данному ТООУ, при этом  $N$  – множество всех ТООУ ЗЦТ.

Для выполнения ТООУ ЗЦТ своего функционального назначения в момент времени  $t$ , то есть обеспечения теплоносителем требуемых

параметров потребителей, подключенных к каждому  $i$ -тому ТООУ, необходимо и достаточно, чтобы для всех ТООУ ЗЦТ в этот момент времени выполнялось условие:

$$\Delta P_t^* \geq \Delta P_{\min}^*, \quad i = \overline{1, N} \quad (4.2.2)$$

В противном случае потребитель может недополучить теплоноситель требуемых параметров. Таким образом, по величине перепада давления в ТООУ ЗЦТ можно судить об эффективности ее управления с точки зрения выполнения ЗЦТ своего функционального назначения. Изменение перепада давления на каждой ступени ЗЦТ на заданном интервале времени  $T$  будем характеризовать функционалом вида:

$$\Phi_i = \frac{1}{T} \int_0^T \varphi_i[\Delta P^*(t)] dt, \quad (4.2.3)$$

где  $\Delta P^*(t)$  – случайный процесс изменения величины перепада давления в  $i$ -том ТООУ ЗЦТ.

$$\varphi_i[\Delta P^*(t)] = \begin{cases} 1, & \text{если } \Delta P^*(t) < \Delta P_{\min}^* \\ 0, & \text{если } \Delta P^*(t) \geq \Delta P_{\min}^* \end{cases}. \quad (4.2.4)$$

Функционал (4.2.4) характеризует относительное время, в течение которого ЗЦТ не выполняло полностью своего функционального назначения, то есть не обеспечивало теплоносителем  $i$ -того потребителя в требуемом объеме с требуемыми параметрами.

Если информация о величине перепада давления поступает в дискретные моменты времени  $t, t-1, \dots$ , то в этом случае выражение (4.2.3) имеет вид:

$$\Phi_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \varphi_i[\Delta P_t^*] \Delta t, \quad i = \overline{1, N}, \quad (4.2.5)$$

где  $T$  – общее число дискретов времени, в которые поступала информация о  $\Delta P_t^*$ ;

$\Delta t$  – шаг квантования процесса изменения  $\Delta P^*(t)$  по времени.

Можно считать, что процесс изменения  $\Delta P^*$  является стационарным, тогда вероятность того, что значение  $\Delta P^*(t)$  будет меньше или равно  $\Delta P_{\min}^*$  можно определить:

$$P[\Delta P^*(t) \leq \Delta P_{\min}^*] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \varphi_i[\Delta P_t^*] \Delta t \quad (4.2.6)$$

В этом случае значение  $\Phi_i$ , определяемое по формуле (4.2.5), можно рассматривать как оценку вероятности отказа ЗЦТ в  $i$ -том ТООУ.

Для учета длительности и глубины ограничений потребителей, подключенных к каждому  $i$ -тому ТООУ ЗЦТ вместо (4.2.5), используем выражение вида:

$$\Phi_i = \frac{1}{T \Delta P_{\min}^*} \sum_{t=1}^T \varphi_i [\Delta P_t^*] (\Delta P_{\min}^* - \Delta P_t^*) \Delta t \quad (4.2.7)$$

Таким образом, для повышения качества функционирования ТООУ ЗЦТ, сформулированы теоретические предпосылки и представлен критерий функциональной работоспособности его ТООУ. Выражения (4.2.5) и (4.2.7) в первом приближении позволяют математически сформулировать критерий функциональной работоспособности одного из ТООУ ЗЦТ, который за счет надежного функционирования ЗЦТ позволяет решать задачи управления параметрами технологических процессов для всех ТООУ ЗЦТ и распределения тепловой энергии между потребителями.

Приведенный критерий функциональной работоспособности ТООУ ЗЦТ является действенным только при их нормальном функционировании. Поддержание работоспособности, безотказности и нормального функционирования ТООУ ЗЦТ на заданном уровне возможно осуществлять системами диагностирования аварийных ситуаций. Разработка и реализация метода диагностирования аварийных ситуаций ТООУ ЗЦТ позволит повысить как качество функционирования и надежность эксплуатации ЗЦТ в целом, так и отдельных ее ТООУ.

### **4.3 Синтез метода диагностирования аварийных ситуаций технологических объектов управления закрытым централизованным теплоснабжением**

Повышение надежности эксплуатации и качества функционирования ТООУ ЗЦТ является актуальной, но трудноразрешимой проблемой. Синтез метода диагностирования аварийных ситуаций ТООУ ЗЦТ обуславливает необходимость определения причин, влияющих на эффективность эксплуатации ЗЦТ (ошибки проектирования, износ трубопроводов и оборудования, зарастание трубопроводов и прочее) [100-104].

До недавнего времени для нормальной эксплуатации ТООУ ЗЦТ существенное значение имели интуитивные методы обобщения данных контроля работы отдельных элементов и оборудования. Чем выше была квалификация обслуживающего персонала, тем выше качественные показатели работы ТООУ. Однако количество оборудования, входящего в

«сферу обслуживания», следовательно, и объем информации, которую обслуживающий персонал получает и должен переработать, настолько велик, что для принятия правильного решения остается очень мало времени. Интуитивные же решения даже опытного обслуживающего персонала не всегда гарантируют нормальный ход технологического процесса и ведут к потерям энергетических ресурсов, поскольку процесс поиска причин аварийных ситуаций ТООУ ЗЦТ является, как правило, процедурой последовательного анализа «сложного события» и целиком ложится на человека. Причем время обнаружения причины и устранения нарушения весьма значительно, что также ведет к указанным потерям. Однако многие причины можно было бы предупредить, а потери энергетических ресурсов значительно уменьшить как за счет сокращения времени на поиск и ликвидацию, так и за счет предотвращения наступления аварийных ситуаций, если была бы реализована система диагностирования аварийных ситуаций ТООУ ЗЦТ.

Таким образом, возникает задача разработки метода диагностирования аварийных ситуаций на примере хотя бы одного из ТООУ иерархической структуры ЗЦТ. Разрабатываемый метод диагностирования аварийных ситуаций относится к классу сложных систем распознавания образов и нереалистично предполагать, что он будет функционировать во всех случаях качественнее обслуживающего персонала. В тоже время, вполне актуально создание системы диагностирования (работающей в информационно-советующем режиме) в составе ТООУ ЗЦТ, дополняющей возможности обслуживающего персонала, и приводящей к качественно новому уровню развития систем диагностирования аварийных ситуаций.

Исторически работы в области технической диагностики [100, 101] зародились для диагностирования состояния комбинационных устройств. При этом предполагалось, что на комбинационные устройства (дискретные системы) можно подавать пробные воздействия, состав и последовательность которых зависят от реакции устройств на предыдущие воздействия. Непрерывность производства тепловой энергии, с одной стороны, и требование соблюдения режима надежной эксплуатации и качественного функционирования ТООУ, с другой стороны, не позволяют в условиях ЗЦТ реализовать систематический активный эксперимент (с достаточным уровнем пробных воздействий) с целью нахождения или предупреждения аварийных ситуаций. Следовательно, система диагностирования аварийных ситуаций ТООУ ЗЦТ должна быть реализована на основе пассивных

наблюдений за ходом технологического процесса. Возможные активные воздействия на процесс для выяснения причин аварийных ситуаций должны быть отнесены к компетенции обслуживающего персонала из-за сложности формализации.

Опыт эксплуатации ТООУ ЗЦТ показывает, что для обнаружения аварийных ситуаций на основе пассивных наблюдений необходимо значительное число контролируемых параметров технологического процесса. Это обусловлено тем, что для рассматриваемых сложных ТООУ ЗЦТ имеет место неоднозначное соответствие между существующим набором контролируемых параметров и причинами аварийных ситуаций. Однако рекомендации по увеличению числа контролируемых параметров не могут быть выполнены в достаточно полном объеме, поскольку для значительной части из требуемых дополнительных параметров не существует технических средств автоматического контроля. Кроме того, усложнение системы контроля параметров технологического процесса может нивелировать экономический эффект за счет экономии тепловой энергии от применения системы диагностирования аварийных ситуаций ТООУ ЗЦТ.

Характерной особенностью системы диагностирования аварийных ситуаций ТООУ ЗЦТ является повышение требований к оперативности и точности диагностирования. Последнее обусловлено тем, что рациональный режим ведения технологических процессов ЗЦТ часто находится вблизи граничных регламентных значений контролируемых параметров и повышается вероятность выхода за эти значения по сравнению с управлением параметрами на основе средних их значений при реализации систем автоматизации ТООУ ЗЦТ.

При разработке метода диагностирования аварийных ситуаций ТООУ ЗЦТ необходимо ориентироваться на существующий набор контролируемых параметров теплоносителя (температура, давление, расход), общепринятый для всех ТООУ вышеприведенной иерархической шестиступенчатой схемы ЗЦТ.

В случае неоднозначного соответствия изменений параметров технологического процесса и причин, которые их вызывают, существенное значение для окончательного диагностирования имеет своевременное вмешательство обслуживающего персонала.

Рассмотрим типовые группы аварийных ситуаций, которые могут быть реализованы на всех ступенях вышеприведенной иерархической шестиступенчатой схемы ТООУ ЗЦТ.

*1-ая группа.* Ситуации, вызванные нарушениями материального либо теплового баланса в технологической аппаратуре. Эти нарушения порождают процесс непрерывного накопления (расходования) вещества или энергии, на который наложены лишь физические ограничения. Такой процесс легко диагностировать с помощью двузначной логики, поскольку наперед заданные технологическим регламентом значения контролируемых параметров нарушаются, и становится возможным достоверный контроль нарушений по принципу «да» - «нет».

*2-ая группа.* Ситуации, вызванные изменениями параметров технологических процессов ТОУ ЗЦТ, далеко выходящими за допустимые пределы и приводящими к столь существенным изменениям значений контролируемых параметров, что возможен достоверный диагноз изменений по принципу «да» - «нет».

*3-я группа.* Ситуации, характеризующиеся таким уровнем возмущений, действующих на технологический процесс, что ограничения возможностей управления параметрами технологического процесса недостаточно для поддержания нормального хода процесса. Симптомами (смотри ниже) при этом служат предельные значения управляющих воздействий, следовательно, возможен диагноз по принципу «да» - «нет».

Основной задачей метода диагностирования аварийных ситуаций как ЗЦТ в целом, так и одного из его ТОУ является определение причины перехода технологического процесса в аварийное состояние, отключение при этом конкретного ТОУ ЗЦТ, сообщение обслуживающему персоналу о вероятной причине аварийной ситуации и рекомендации по ее устранению. После устранения причин аварийных ситуаций технологического процесса ТОУ ЗЦТ необходимо предусмотреть меры по включению этого ТОУ.

При постановке задачи диагностирования для ТОУ ЗЦТ введем следующие определения, условные обозначения и индексацию.

1. Множество  $N_{\alpha i}$ , где  $\alpha = \overline{1, l}$ , назовем множеством отказов технологического процесса ТОУ ЗЦТ ( $i = \overline{1, v}$ ).

2. Множество  $P_{\beta i}$ , где  $\beta = \overline{1, n}$ , назовем множеством причин отказов для рассматриваемого технологического процесса ТОУ ЗЦТ.

3. Множество  $S_{\gamma i}$ , где  $\gamma = \overline{1, m}$ , назовем симптомами отказов, где под симптомом понимается отклонение параметров технологического процесса от некоторых заранее заданных верхних или нижних границ в сторону увеличения или уменьшения соответственно.

Последнее определение позволяет элементы множества  $S_{\gamma i}$  описать логическими функциями, которые по своему определению имеют два значения «да», «нет» (или 1, 0) соответственно.

Между множествами  $N_{ai}$ ,  $P_{\beta i}$ ,  $S_{\gamma i}$ , которые по своей природе счетны, существует соответствие. Примерный вид взаимосвязи причин, отказов и симптомов отказов приведен на рисунке 4.2, где иллюстрируется возрастание сложности связей между множествами  $N_{ai}$ ,  $P_{\beta i}$ ,  $S_{\gamma i}$ . Тем самым, структура взаимосвязи конечных множеств  $N_{ai}$ ,  $P_{\beta i}$ ,  $S_{\gamma i}$  предопределяет решение задачи диагностирования. Свяжем с множеством симптомов  $S_{\gamma i}$  параметры технологического процесса ТОУ ЗЦТ:

$$S_{\gamma i} = \Psi(x_{ji}, y_{si}, z_{qi}), \quad \gamma = \overline{1, m}; j = \overline{1, r}; i = \overline{1, p}; s = \overline{1, k}; q = \overline{1, g}, \quad (4.3.1)$$

где  $x_{ji}$ ,  $y_{si}$  – управляющие и управляемые параметры технологического процесса;

$z_{qi}$  – контролируемые параметры технологического процесса;

$\Psi$  – функция, имеющая значения 1 и/или 0.

Для выявления аварийных ситуаций ТОУ ЗЦТ необходимо разработать формальную постановку задачи метода диагностирования.

Опишем подробнее функцию  $\Psi$ :

$$\Psi(x_{ji}, y_{si}, z_{qi}) = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}, \quad (4.3.2)$$

где 1 – если какой-либо из параметров технологического режима больше или меньше заданного (чаще всего регламентного) значения; 0 – в противном случае.

В определении для функции  $\Psi$  присутствуют заданные граничные значения, которые в методе диагностирования отличаются от граничных значений для ТОУ ЗЦТ. Эти отличия проявляются для  $y_{si}$  (управляемых параметров ТОУ), поскольку ограничения на  $y_{si}$  при управлении выполняются только в смысле:

$$y_{si}^{\min} \leq M\{y_{si}\} \leq y_{si}^{\max}, \quad (4.3.3)$$

где  $M\{\cdot\}$  – символ математического ожидания.

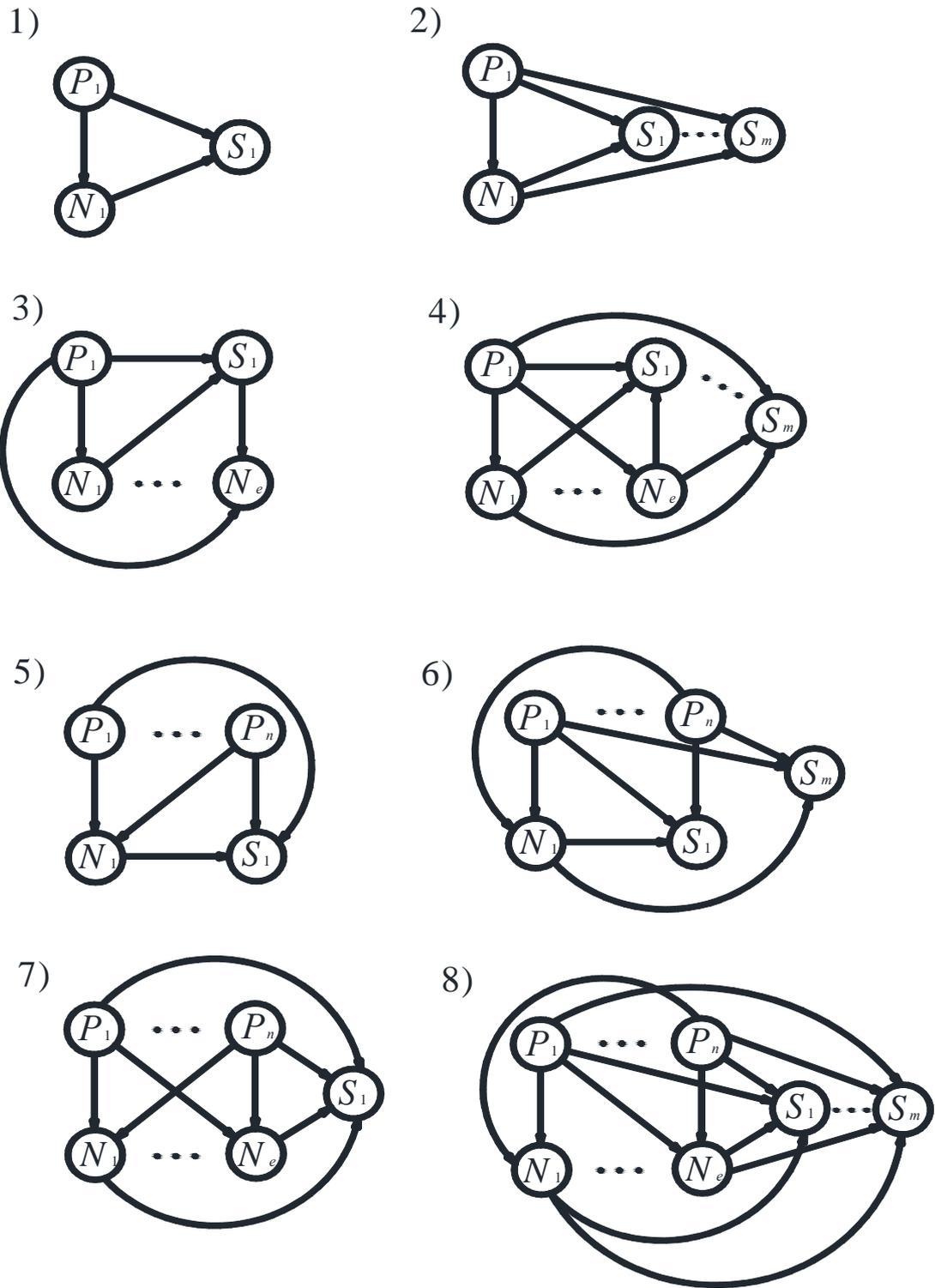


Рис. 4.2 – Виды взаимосвязи причин  $P$ , отказов  $N$  и симптомов отказов  $S$

Неравенство (4.3.3) для использования в алгоритме метода диагностирования можно переписать в следующем виде:

$$y_{si}^{\min} - \delta y_{si} \leq y_{si} \leq y_{si}^{\max} + \delta y_{si}, \quad (4.3.4)$$

где  $\delta y_{si}$  – размах выборки случайных величин  $y_{si}$ .

Так как системы автоматизации ТОУ ЗЦТ должны решать, в частности, и задачи стабилизации управляемых параметров, то  $\delta y_{si}$  определяются ошибкой стабилизации при управлении и ошибкой идентификации соответствующих математических моделей.

На основе введенных определений и ограничений формально определим задачу метода диагностирования ТОУ ЗЦТ следующим образом: получить функцию  $\omega(S_{\gamma i})$ , которая свяжет симптомы отказов и причины отказов, то есть построить зависимость:

$$P_{\beta i} = \omega(S_{\gamma i}) = \omega(\Psi(x_{ji}, y_{si}, z_{qi})); \quad \beta = \overline{1, n} \quad (4.3.5)$$

Дополнительно к (4.3.5) ставится задача получения перечня отказов (связанных с причинами  $P_{\beta i}$  и еще не проявившихся), а, следовательно, и рекомендаций по устранению отказов:

$$N_{\alpha i} = v(P_{\beta i}) = v(\omega(\Psi(x_{ji}, y_{si}, z_{qi}))); \quad \alpha = \overline{1, l} \quad (4.3.6)$$

$$W_{\delta i} = \eta(N_{\alpha i}) = \eta(v(\omega(\Psi(x_{ji}, y_{si}, z_{qi}))))); \quad \delta = \overline{1, d}, \quad (4.3.7)$$

где  $\{W_{\delta i}\}$  – множество рекомендаций по устранению отказов.

Таким образом, несмотря на то, что технологические процессы ТОУ ЗЦТ непрерывны, значения  $N_{\alpha i}$ ,  $P_{\beta i}$ ,  $S_{\gamma i}$ ,  $W_{\delta}$  могут быть определены как конечные множества, элементы которых имеют счетное число состояний (по одному состоянию у множеств  $N_{\alpha i}$ ,  $P_{\beta i}$ ,  $W_{\delta i}$  и два состояния у  $S_{\gamma i}$ ).

Для реализации предложенного метода диагностирования аварийных ситуаций, в частности, функции  $\omega$  (4.3.5) возможно применение нечетких функций [105], нейросетей [106], полумарковских моделей появления отказов с необходимостью ввода и рассмотрения модели постепенных отказов [107], но наиболее удобной формой может быть алгоритм в виде логических таблиц решений (ЛТР) [103, 104, 108, 109]. Основой создания этих таблиц является логическое высказывание «если ..., то ...», которое само

по себе является предпосылкой для решения задачи диагностирования и базируется на априорных сведениях об аварийных технологических ситуациях и некоторых статистических данных при создании логической математической модели ТОУ ЗЦТ.

ЛТР являются формальным методом описания в общем случае схемы получения множества симптомов, характеризующих определенную технологическую ситуацию, а также результатов диагноза или необходимых действий для устранения возможных отказов. ЛТР разделена двойными линиями на 4 квадранта. Условная нумерация квадрантов производится против часовой стрелки, при этом верхний правый квадрант – первый (таблица 4.1).

Таблица 4.1 – Общий вид ЛТР

Название симптомов	Вектор диагноза аварийных ситуаций					
	1	2	3	4	5	6
Симптом А	1	1	1	0	0	-
Симптом Б	1	0	1	1	1	1
Симптом В	1	0	0	0	0	1
.						
.						
.						
Симптом К	-	-	0	0	0	1
Результат диагноза (действия) 1	1					
Результат диагноза (действия) 2		1				
Результат диагноза (действия) 3			1			
.						
.						
.						
Результат диагноза (действия) N	1					1

Первый квадрант ЛТР включает в себе вектор диагноза аварийных ситуаций, второй квадрант состоит из множества симптомов, третий включает множество результатов диагноза (перечня отказов или действий) и четвертый – означает результат или выполнение соответствующего действия. Поясним подробнее правила построения первого и четвертого квадрантов ЛТР. Количество строк первого квадранта определяется множеством симптомов ( $S_{ji}$ ), а количество столбцов – множеством отказов. Аналогично, число строк и столбцов четвертого квадранта равно множеству отказов.

Первый квадрант заполняется следующим образом: на пересечении  $i$ -ой строки и  $j$ -го столбца ставится «1», если  $i$ -ый симптом имеет место для  $j$ -го отказа; «0», если симптом отсутствует; «-», если присутствие или отсутствие симптома не существенно. Порядок заполнения четвертого квадранта следующий: на пересечении  $n$ -ой строки и  $j$ -го столбца ставится «1», если  $j$ -ый столбец вектора диагноза аварийных ситуаций имеет место для  $n$ -го отказа. При исследовании реальных ТОУ каждый вектор диагноза аварийных ситуаций получают последовательной проверкой условий множества симптомов второго квадранта ЛТР. Эти множества симптомов характеризуются как значениями технологических и конструктивных параметров ТОУ, так и значениями основных параметров технологического процесса этого ТОУ.

Других пояснений к ЛТР не требуется, поскольку она одинаково доступна обслуживающему персоналу – технологу, системотехнику или программисту и может служить эффективным языком понимания между ними для решения конкретной задачи.

Реализацию ЛТР необходимо выполнять на базе современных ПЭВМ или МПК в несколько этапов (при этом повышается надежность функционирования ТОУ ЗЦТ на каждом из них):

на первом этапе ЛТР используется для своевременного и правильного диагностирования причины аварийной ситуации ТОУ и устранения причин этих аварийных ситуаций в автоматическом режиме или дистанционно (вручную);

на втором этапе при условии интерактивных процедур обучения ПЭВМ или МПК и уточнения ЛТР появляется возможность прогнозировать наступление отказов ТОУ и устранять их достоверные причины;

на третьем этапе (при условиях реализации основных задач системой автоматизации конкретного ТОУ) ЛТР адаптируется в метод управления этим ТОУ по заданным критериям.

Для преобразования ЛТР в программы для ПЭВМ или МПК применим эффективный с точки зрения объема памяти и времени превращения метод трафаретного правила, который заключается в непосредственном программировании ЛТР. Для этого используем первый (верхний правый) квадрант ЛТР, на основе которого составляют 2 матрицы.

Первую матрицу назовем «трафаретной» («Т»), ее получим путем замены всех существенных входов вектора диагноза, то есть («1» и «0») единицами – «1», а несущественных – («-») нулями – «0».

Вторую матрицу назовем «решающей» («Р»), ее получим путем обозначения всех подтвердительных входов вектора диагноза аварийных ситуаций, то есть («1») единицами – «1», а других входов условий, то есть («0» и «-») нулями – «0».

Обе матрицы, которые представляют собой набор «двоичный» нулей и единиц, последовательно записываем в память ПЭВМ или МПК по столбцам. Числа записываем в ячейки, адреса которых располагаем в порядке возрастания, что отвечает последовательной записи столбцов каждой матрицы («Т» и «Р»).

Выбор результата анализа, который отвечает «любому вектору диагноза аварийных ситуаций» ЛТР, производим по нижеследующему алгоритму: выполняем логическое умножение этого «вектора диагноза аварийных ситуаций» на первый столбец матрицы «Т»; при этом получаем «промежуточный вектор», который сравниваем путем логического сложения по «модулю» с соответствующим столбцом матрицы «Р»; если «вектор результата сравнения» окажется равным «нулевому вектору-столбцу», тогда получаем диагноз, который отвечает выбранному столбцу матрицы «Р», то есть – выбранному «любому вектору диагноза аварийных ситуаций» ЛТР. Если «вектор результата сравнения» не равняется «нулевому вектору-столбцу», тогда последовательно повторяем приведенные действия для следующих столбцов матриц «Т» и «Р» и так далее.

На основании вышеизложенного рассмотрим пример реализации разработанного метода диагностирования аварийных ситуаций для ТОУ ЗЦТ – котельной ОАО «Хартрон» г. Харьков. В результате обследования были получены следующие симптомы возможных отказов ( $S_{yi}$ ):

- увеличение температуры горячего теплоносителя;
- увеличение давления теплоносителя подаваемого в котел;
- увеличение давления воздуха подаваемого в котел;
- увеличение (уменьшение) вакуума во всасывающей патрубке дымососа;
- увеличение расхода природного газа, подаваемого в котел;
- увеличение расхода воздуха подаваемого в котел;
- увеличение расхода охлажденного теплоносителя, подаваемого в котел.

По методике приведенной выше (4.3.1) - (4.3.7) методом экспертных оценок [103, 104] были определены множества параметров технологического процесса  $(x_{ji}, y_{si}, z_{qi})$ , отказов ( $N_{ai}$ ), симптомов отказов ( $S_{yi}$ ) и причин отказов ( $P_{\beta i}$ ) реального ТОУ – котельной.

Для диагностирования аварийных ситуаций этого ТОО разработана ЛТР, фрагмент которой приведен в таблице 4.2, где:  $T_1$  – температура горячего теплоносителя;  $P_2$  – давление теплоносителя в напорном патрубке насоса подачи его в котел;  $P_3$  – давление воздуха, подаваемого в котел;  $P_4$  – вакуум во всасывающем патрубке дымососа;  $F_5$  – расход природного газа,  $F_6$  – расход воздуха, подаваемого в котел;  $F_7$  – расход охлажденного теплоносителя;  $T_0, P_0, F_0$  – соответственно параметры температуры, давления и расхода, значения которых заданы технологическим регламентом;  $\varepsilon_i$  – допустимые величины отклонения.

Значения  $\varepsilon_i, i=\overline{1,7}$  каждого конкретного параметра ( $T_1, P_2, P_3, P_4, F_5, F_6, F_7$ ) от заданных технологическим регламентом их значений ( $T_0, P_0, F_0$ ) определяются на основании априорных данных по каждому параметру.

Таблица 4.2 – Фрагмент ЛТР ТОО – котельной ОАО «Хартрон»

№ п.п	Наименование симптомов	1	2	...	N
1	$T_1 - T_0 > \varepsilon_1$	1	0	...	-
2	$P_2 - P_0 > \varepsilon_2$	0	1	...	-
3	$P_3 - P_0 > \varepsilon_3$	1	0	...	1
4	$P_4 - P_0 > \varepsilon_4$	-	0	...	1
5	$F_5 - F_0 > \varepsilon_5$	1	0	...	1
6	$F_6 - F_0 > \varepsilon_6$	0	0	...	1
7	$F_7 - F_0 > \varepsilon_7$	0	1	...	0
1	Недостаточный отбор (расход) горячего теплоносителя потребителем	1			
2	Избыточная подача (расход) охлажденного теплоносителя		1		
⋮	⋮			⋮	
К	Избыточная подача (расход) природного газа	1			1

Преобразуем разработанный фрагмент ЛТР котельной для реализации на ПЭВМ или МПК, для этого по методу трафаретного правила составляем трафаретную «Т» и решающую «Р» матрицы:

Матрица «Т»

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & \dots & 1 \\ 0 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

Матрица «Р»

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & \dots & 1 \\ 1 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \end{pmatrix}$$

Полученные матрицы по вышеприведенному алгоритму записывают в память ПЭВМ или память МПК. Для получения результата анализа, например, второго «вектора диагноза аварийных ситуаций» фрагмента ЛТР для котельной (таблица 4.2), выполним все необходимые вышеприведенные действия, которые занесем в таблицу 4.3, начиная с первого столбца матрицы «Т».

Таблица 4.3 – Получение результата анализа второго «вектора диагноза аварийных ситуаций» по первому столбцу матрицы «Т»

1	2	3	4	5	6	7	8	9
0		1		0		1		1
1		1		1		0		1
0		1		0		0		0
0	^	0	=	0	⊕	0	≈	0
0		1		0		1		1
0		1		0		0		0
1		1		1		0		1

Из таблицы 4.3 можно видеть, что первый столбец отвечает «вектору диагноза аварийных ситуаций» второго столбца ЛТР (таблица 4.2); во втором столбце записан знак логического умножения; в третьем – вектор первого столбца матрицы «Т»; в четвертом – знак равенства результата логического умножения; в пятом – «промежуточный вектор», то есть результат логического умножения; в шестом – знак логического сложения по «модулю 2»; в седьмом – вектор первого столбца матрицы «Р»; в восьмом – знак равенства по «модулю 2»; в девятом – вектор результата сравнения по «модулю 2» пятого и седьмого столбцов таблицы 4.3.

Анализируя данные таблицы 4.3, можно сделать вывод, что «вектор результата сравнения» (9 столбец) не равняется «нулевому вектору столбцу», поэтому необходимо последовательно повторить приведенные действия для второго столбца матрицы «Т» и «Р» (таблица 4.4).

Таблица 4.4 – Получение результата диагноза второго «вектора решения» по второму столбцу матрицы «Т»

1	2	3	4	5	6	7	8	9
0		1		0		0		0
1		1		1		1		0
0		1		0		0		0
0	^	1	=	0	⊕	0	≈	0
0		1		0		0		0
0		1		0		0		0
1		1		1		1		0

Из таблицы 4.4 можно видеть, что записи в 1, 2, 4, 6, 8 столбцах такие же, как в соответствующих столбцах таблицы 4.3, а в третьем столбце записан вектор второго столбца матрицы «Т», в седьмом – этот же вектор матрицы «Р», в девятом – «нулевой вектор-столбец» вектора результата сравнения. То есть, выбранный «вектор диагноза аварийных ситуаций» второго столбца первого квадранта фрагмента ЛТР котельной (таблица 4.2), который получен с учетом симптомов второго квадранта этой же ЛТР, отвечает результату диагноза (действию) (четвертый квадрант) – «1», то есть «избыточная подача (расход) охлажденного теплоносителя».

Анализ представленной в виде ЛТР математической модели показывает, что иногда одному и тому же вектору диагноза аварийных ситуаций (таблица 4.2, столбец 1) соответствует ряд различных причин аварийных производственных ситуаций котельной.

В этом случае для установления окончательного диагноза ТОУ – котельной и выявления действительной причины его отказа необходимо привлечь матрицы: экспериментальную ( $E$ ), априорных вероятностей ( $P$ ) и потерь ( $L$ ), то есть характеристики статистической теории решений [110], первостепенное значение которых заключается в том, что они обеспечивает системность подхода к решению сложных задач.

Сформируем для нашего случая вышеуказанные характеристики. Экспериментальная матрица ( $E$ ) состоит из элементов, которые определяются плотностью распределения вероятностей причин отказов ТОУ – котельной при

определенном вероятностном векторе симптомов (ВВС), –  $\vec{S}_i^b$ , причем совокупность всех элементов матрицы фактически представляет собой количественное описание этой функции распределения. Ниже представлена экспериментальная матрица  $E$  с ВВС  $\{\vec{S}_i^b\}$  (таблица 4.5).

Таблица 4.5 – Экспериментальная матрица  $E$  с ВВС  $\{\vec{S}_i^b\}$

			$\vec{S}_1^b$	$\vec{S}_2^b$	$\vec{S}_3^b$	$\vec{S}_4^b$	$\vec{S}_5^b$	$\vec{S}_6^b$	$\vec{S}_7^b$
$T_1 - T_0 > \varepsilon_1$			1	0	0	1	1	0	1
$P_3 - P_0 > \varepsilon_3$			0	1	0	1	0	1	1
$F_5 - F_0 > \varepsilon_5$			0	0	1	0	1	1	1
$E =$	$R_1$	Недостаточный отбор (расход) горячего теплоносителя потребителем	0,17	0,07	0,1	0,14	0,19	0,08	0,25
	$R_2$	Избыточная подача (расход) природного газа	0,15	0,10	0,05	0,20	0,05	0,40	0,05

Матрица априорных вероятностей ( $P$ ) обладает как объективными так и субъективными особенностями и определяет появление каждой причины отказа ТООУ; например, в нашем случае

$$P = |P(R_1) \ P(R_2)| = |0,45 \ 0,55| \quad (4.3.8)$$

Следует отметить, что количественные значения элементов матриц  $E$  и  $P$  найдены путем обработки данных о ходе технологического процесса, его нарушениях и причинах этих нарушений. Значения элементов матриц  $E$  и  $P$  необходимо уточнять и корректировать в процессе эксплуатации.

Матрица потерь ( $L$ ) определяет относительную цену ошибок, возможных при принятии решения ( $d_i$ ) по оценке той или другой производственной ситуации, и в нашем случае имеет вид:

$$L = \begin{matrix} R_1 \\ R_2 \end{matrix} \left| \begin{array}{cc} d_1 & d_2 \\ 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{array} \right| \quad (4.3.9)$$

Значения элементов матрицы потерь ( $L$ ) определены на основании экспертных оценок. Форма матрицы потерь наглядно иллюстрирует гибкость, характерную для теории решений применительно к методу диагностирования в отличие от других методов анализа.

Далее строится функция среднего риска ( $\rho$ ), которая минимизируется соответствующим выбором функции решения  $d(\vec{S}_i^b)$ . Метод минимизации

состоит в поочередном рассмотрении всех возможных симптомов  $\vec{S}_i^b$  и нахождении для каждого из них оптимального решения. Для нашего случая:

$$\rho = \sum_{n=1}^2 \sum_{i=1}^7 L \left[ R_n, d \left( \vec{S}_i^b \right) \right] P \left( \frac{\vec{S}_i^b}{R_n} \right) P(R_n) \quad (4.3.10)$$

Это уравнение определяет ожидаемую величину потерь для любого ВВС в зависимости от функции решения  $d\{ \vec{S}_i \}$ . Слагаемые функции риска могут быть сгруппированы для каждого из семи ВВС:

$$\begin{aligned} 1. & L \left[ R_1, d \left( \vec{S}_1^b \right) \right] P \left( \frac{\vec{S}_1^b}{R_1} \right) P(R_1) + L \left[ R_2, d \left( \vec{S}_1^b \right) \right] P \left( \frac{\vec{S}_1^b}{R_2} \right) P(R_2); \\ & \vdots \\ 7. & L \left[ R_1, d \left( \vec{S}_7^b \right) \right] P \left( \frac{\vec{S}_7^b}{R_1} \right) P(R_1) + L \left[ R_2, d \left( \vec{S}_7^b \right) \right] P \left( \frac{\vec{S}_7^b}{R_2} \right) P(R_2). \end{aligned} \quad (4.3.11)$$

Подставив в эти выражения количественные значения элементов матриц  $E$ ,  $P$  и  $L$ , можно определить решение для каждого ВВС при минимальном значении функции риска.

Рассмотрим, например, выбор оптимального решения для ВВС  $\vec{S}_1^b$ . При принятии решения –  $d_1$  возможны два случая: первый – решение отвечает действительной причине аварийной ситуации, или второй – решение не отвечает действительной причине аварийной ситуации ТОУ – котельной, то есть, имеет место решение  $d_2$ . В первом случае потери равны нулю, а во втором случае они равны:

$$L \left[ R_1, d \left( \vec{S}_1^b \right) \right] P \left( \frac{\vec{S}_1^b}{R_1} \right) P(R_1) = 1 \cdot 0,17 \cdot 0,45 = 0,077 \quad (4.3.12)$$

При принятии решения –  $d_2$  также возможны два случая: первый – решение отвечает действительной причине аварийной ситуации, или второй – решение не отвечает действительной причине аварийной ситуации ТОУ – котельной, то есть, имеет место решение  $d_1$ . В первом случае потери равны нулю, а во втором случае они равны:

$$L \left[ R_2, d \left( \vec{S}_1^b \right) \right] P \left( \frac{\vec{S}_1^b}{R_2} \right) P(R_2) = 2 \cdot 0,15 \cdot 0,55 = 0,165 \quad (4.3.13)$$

Таким образом, оптимальным (минимальным) решением для ВВС  $\vec{S}_1^b$  является  $d_1$ . Аналогично определяем оптимальные решения для остальных ВВС  $\vec{S}_2^b \div \vec{S}_7^b$  ТОУ – котельной (таблица 4.6):

Таблица 4.6 – Оптимальные решения ВВС  $\vec{S}_1^b \div \vec{S}_7^b$  ТОУ – котельной

$\vec{S}_1^b$	$\vec{S}_2^b$	$\vec{S}_3^b$	$\vec{S}_4^b$	$\vec{S}_5^b$	$\vec{S}_6^b$	$\vec{S}_7^b$
$d_1$	$d_1$	$d_1$	$d_1$	$d_2$	$d_1$	$d_2$

Описанная процедура сравнительно проста и может применяться для оперативного диагностирования аварийных ситуаций в случае неоднозначного соответствия между множеством симптомов и причинами отказов ТОУ.

Анализ результатов диагностирования аварийных ситуаций ТОУ – котельной подтверждает, что реализация ЛТР с помощью ПЭВМ или МПК позволяет ускорить процесс диагностирования и улучшить его качество, что повышает надежность эксплуатации и обеспечивает нормальное функционирование ТОУ – котельной ОАО «Хартрон» за счет предупреждения и своевременного устранения аварийных ситуаций.

В дальнейшем целесообразным представляется внедрение метода диагностирования аварийных ситуаций для всех ТОУ шестиступенчатой иерархической схемы ЗЦТ.

Разработанный метод диагностирования аварийных ситуаций ТОУ, обеспечивающий нормальное их функционирование, предопределяет разработку компьютерно-интегрированной системы автоматизации ТОУ ЗЦТ.

#### **4.4 Разработка компьютерно-интегрированной системы автоматизации технологических объектов управления закрытым централизованным теплоснабжением**

При анализе разработанной сложной иерархической шестиступенчатой структуры ТОУ ЗЦТ следует учитывать следующие основные положения системного подхода [111-113]:

о центральном доминировании – сложная иерархической шестиступенчатая структура ЗЦТ состоит из ТОУ (от источника тепловой энергии до ее потребителя), в которых значения параметров теплоносителя

вышерасположенного ТОУ поступают в нижеследующий ТОУ в виде исходных параметров теплоносителя;

о необходимом разнообразии – при разработке многопараметрических математических моделей конкретного ТОУ необходимо учитывать разнообразие состояний их прообраза – физической модели ТОУ ЗЦТ;

о структуризации – формирование взаимодействующих ступеней ТОУ, каждый из которых представляет собой некоторую часть ТОУ и обладает известной самостоятельностью;

об информационной наследственности – предельная точность моделей ступеней ТОУ ЗЦТ определяется точностью связей ступеней между собой;

об адаптивности – оптимальное управление, с учетом задаваемых ограничений, и повышение эффективности вычислительных процедур для разработки системы автоматизации ТОУ ЗЦТ.

Учет этих положений для ТОУ ЗЦТ крупного города при получении, транспортировании и потреблении тепловой энергии являются теоретической предпосылкой к разработке многоуровневой системы автоматизации этих ТОУ, с учётом времени транспортного запаздывания теплоносителя.

Известно [80, 114, 115], что система автоматизации промышленного и непромышленного (коммунального) предприятий, состоящих из трех уровней иерархии называется интегрированной. Если такая система реализована с применением современных компьютеров (в том числе МПК), то она называется компьютерно-интегрированной системой автоматизации (КИСА).

Поскольку ТОУ ЗЦТ представляют собой иерархическую шестиступенчатую схему, то **разработка трехуровневой компьютерно-интегрированной системы автоматизации технологических объектов управления закрытым централизованным теплоснабжением (КИСА ТОУ ЗЦТ) вполне целесообразна**, так как, во-первых, ТОУ ЗЦТ должны входить в конкретные уровни КИСА, в том числе по несколько ТОУ ЗЦТ – в один уровень КИСА, во-вторых, практически большинство уровней КИСА ТОУ ЗЦТ в свою очередь можно декомпозировать на три подуровня. Разработанная трехуровневая КИСА ТОУ ЗЦТ представлена на рисунке 4.3.

На рисунке 4.3 цифровые условные обозначения ТОУ в виде индексов соответствуют цифровому их обозначению на рисунке 4.1.

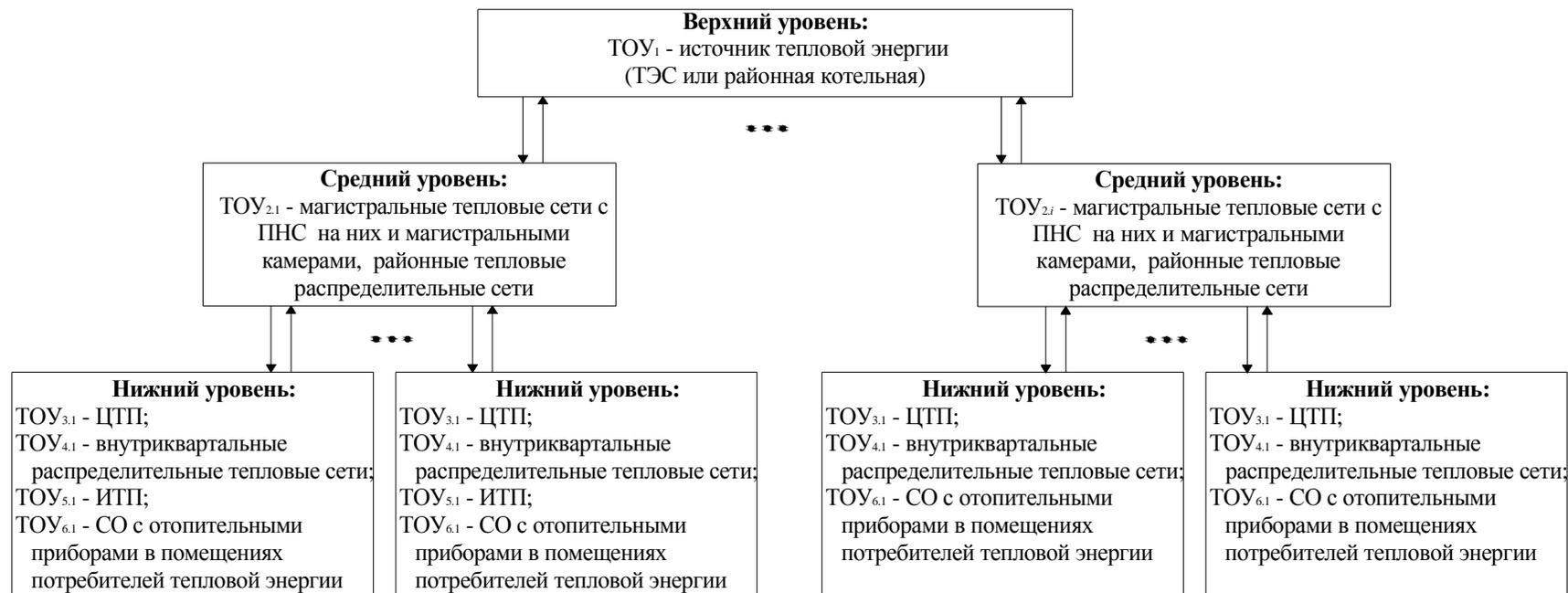


Рис. 4.3 – Трехуровневая КИСА ТОУ ЗЦТ

**К верхнему уровню КИСА ТООУ ЗЦТ** отнесен ТООУ<sub>1</sub> – источник тепловой энергии (ТЭС или районная котельная).

Интерес представляет ТООУ<sub>1</sub> верхнего уровня – ТЭС. Несмотря на сравнительно простую схему производства с двумя видами продукции (электрическая и тепловая энергия) и относительно небольшую номенклатуру потребления сырья, современная ТЭС является достаточно сложным ТООУ<sub>1</sub> с многочисленными внутренними и внешними связями и ограничениями. Ряд специфических особенностей электроэнергетики, которая отличает ее от других производств, в частности, одновременность производства и потребления электроэнергии; невозможность ее хранения; большая единичная мощность технологических агрегатов, и тому подобное, приводят к появлению в структуре ТООУ<sub>1</sub> – ТЭС двух тесно взаимосвязанных контуров управления: оперативно-диспетчерского и производственно-хозяйственного. В каждом из них есть технологическое оборудование, технические средства, материальные ресурсы, коллективы людей и другие компоненты производственного процесса. Невзирая на то, что эти контуры очень влияют друг на друга и должны функционировать согласованно в ТООУ<sub>1</sub> – ТЭС, цели и задания у них разные. Целью оперативно-диспетчерского управления является обеспечение электрической и тепловой энергией допустимого качества в заданный срок. Целью производственно-хозяйственного управления является создание возможности для выполнения вышеприведенной задачи с минимальными расходами, а также материальное и другие обеспечения.

Создание оптимальных условий эксплуатации для таких сложных процессов как ТООУ<sub>1.1</sub> – производство тепловой энергии и ТООУ<sub>1.2</sub> – производство электрической энергии невозможно без внедрения КИСА ТООУ<sub>1</sub> ТЭС, основным назначением которой является обеспечение качественного производства тепловой и электрической энергии в соответствии с заданными их значениями при условиях существующих реальных ограничений. Для оптимального выбора подуровней верхнего уровня КИСА ТООУ ЗЦТ необходимо иметь соответствующие математические модели, разработка которых, на сегодняшний день, представляет собой сложную задачу.

Поэтому выполним декомпозицию верхнего уровня КИСА ТООУ ЗЦТ в первом приближении на три подуровня (рисунок 4.4) для ТООУ<sub>1</sub> – ТЭС, к которому отнесем:

первый подуровень: ТООУ<sub>1</sub> – ТЭС;

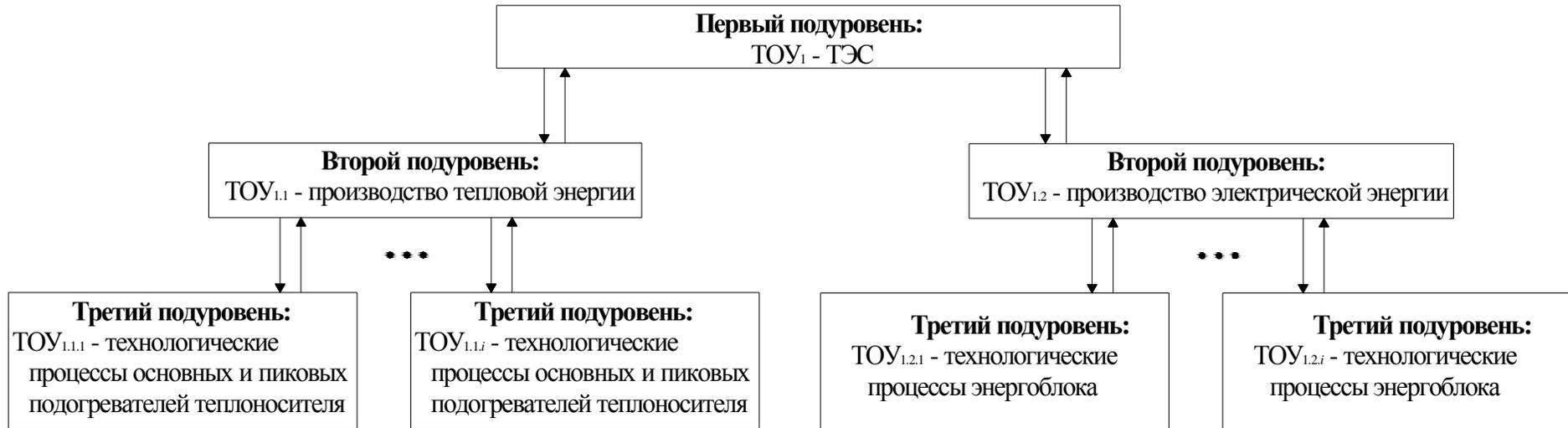


Рис. 4.4 – Верхний уровень КИСА ТОУ ЗЦТ

второй подуровень:  $TOU_{1,1}$  – производство тепловой энергии;  $TOU_{1,2}$  – производство электрической энергии;

третий подуровень:  $TOU_{1,1,i}$  – технологические процессы ОПП и ППП теплоносителя, где  $1.1.i=\overline{1,k}$ ;  $TOU_{1,2,i}$  – технологические процессы энергоблока, где  $1.2.i=\overline{1,g}$ ; причем как правило  $k \neq g$ .

**К среднему уровню КИСА ТОУ ЗЦТ** отнесены  $TOU_{2,i}$  ( $i=\overline{1,m}$ ) – магистральные тепловые сети с ПНС на них и магистральными камерами, а также районные тепловые распределительные сети. Этот уровень в настоящее время наименее изучен с позиций разработки КИСА ТОУ ЗЦТ и, как следствие, декомпозиция его на три подуровня является нецелесообразной.

**К нижнему уровню КИСА ТОУ ЗЦТ** отнесены:  $TOU_{3,i}$  ( $i=\overline{1,n}$ ) – ЦТП на группы зданий,  $TOU_{4,i}$  ( $i=\overline{1,l}$ ) – внутриквартальные распределительные тепловые сети,  $TOU_{5,i}$  ( $i=\overline{1,p}$ ) – ИТП,  $TOU_{6,i}$  ( $i=\overline{1,z}$ ) – СО с отопительными приборами в помещениях потребителей тепловой энергии.

Особый интерес представляет нижний уровень КИСА ТОУ ЗЦТ, поэтому подробно рассмотрим его декомпозицию на три подуровня.

#### **4.5 Декомпозиция нижнего уровня компьютерно-интегрированной системы автоматизации технологических объектов управления закрытым централизованным теплоснабжением**

Решение задач нижнего уровня КИСА ТОУ ЗЦТ разнесено во времени за счёт транспортного запаздывания теплоносителя и в пространстве. Поэтому для своевременного, надёжного и качественного их решения целесообразно декомпонировать нижний уровень КИСА ТОУ ЗЦТ на три подуровня (рисунок 4.5), что в свою очередь, будет способствовать разработке КИСА распределения тепловой энергии между ЦТП и ИТП вместе с СО с отопительными приборами в помещениях потребителей тепловой энергии при наличии соответствующих математических моделей.

С учетом сказанного, к первому подуровню отнесены:  $TOU_{3,i}$  ( $i=\overline{1,n}$ ) – ЦТП на группы зданий и  $TOU_{4,i}$  ( $i=\overline{1,l}$ ) – внутриквартальные распределительные тепловые сети; ко второму подуровню:  $TOU_{5,i}$  ( $i=\overline{1,p}$ ) – ИТП, к третьему подуровню:  $TOU_{6,i}$  ( $i=\overline{1,z}$ ) – СО с отопительными приборами в помещениях потребителей тепловой энергии.

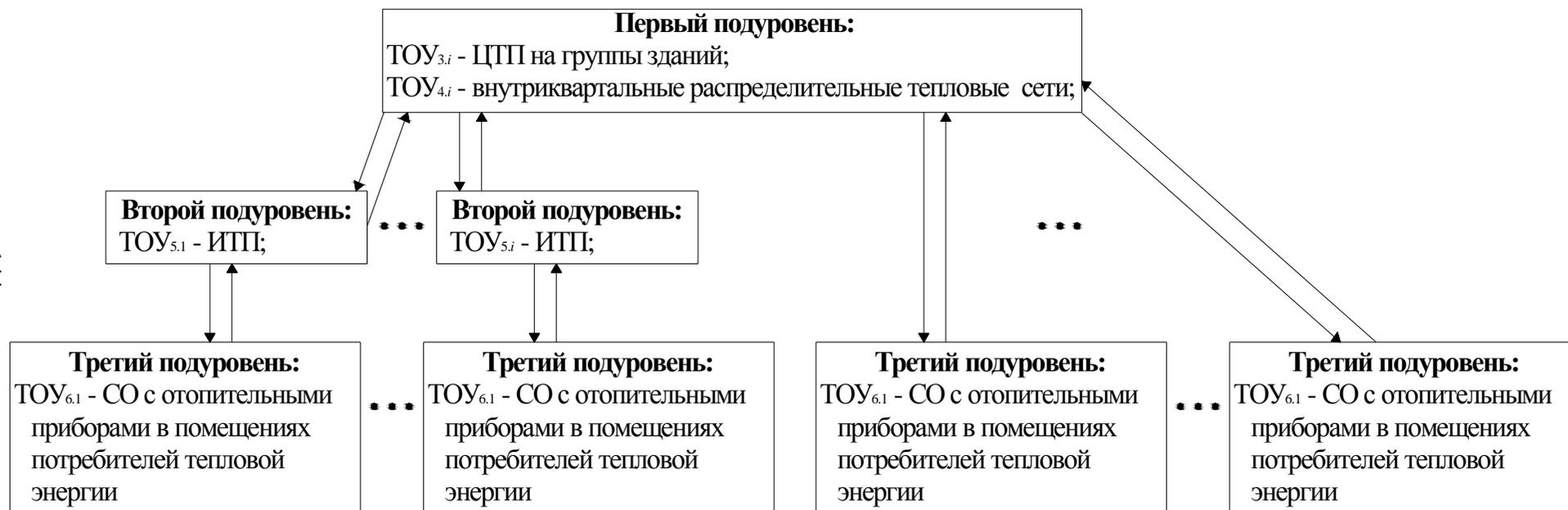


Рис. 4.5 – Нижний уровень КИСА ТОУ ЗЦТ

Для решения нижеуказанных задач первого и второго подуровней нижнего уровня КИСА ТООУ ЗЦТ (задачи третьего подуровня на сегодня могут решаться индивидуально при наличии технических средств) разработана, по аналогии с техническими структурами современных ПЭВМ и МПК [61], двухподуровневая **техническая структура** КИСА ТООУ<sub>3,i</sub> – ЦТП, ТООУ<sub>5,i</sub> – ИТП и ТООУ<sub>6,i</sub> – СО с отопительными приборами в помещениях потребителей тепловой энергии (рисунок 4.6), где приведены следующие условные обозначения: МПК – микропроцессорный контроллер первого подуровня; МПК<sub>i</sub> – микропроцессорные контроллеры второго подуровня; ПП – первичный преобразователь; ПП/ПрП – первично-передающий преобразователь; ПрП – передающий преобразователь; ИМ – исполнительный механизм; ОШ – общая шинная (магистральная) топология взаимодействия подуровней; КС – кабельные каналы цифровой связи (двойные линии); ОП – оперативный персонал; 1.1; 1.2; 1.3; 1.1.2; 1.2.2; 1.3.1; 1.3.2; 2; 2.1.1; 2.1.2; 2.1.3; 2.2.1; 2.2.2; 2.3.1; 2.3.2; 2.1; 3; 4 – кабельные каналы связи.

МПК первого подуровня должен выполнять следующие задачи: координировать работу всех МПК<sub>i</sub> второго подуровня (где  $i = \overline{1,28}$  – число ИТП, которые подключены к ЦТП, где проводилось обследование) в реальном времени; осуществлять оптимизацию управления ЦТП и всех ИТП с СО; решать вопросы рационального распределения тепловой энергии ЦТП между ИТП с СО для повышения качества функционирования нижнего уровня КИСА параметрами технологических процессов ЦТП и ИТП с СО.

МПК<sub>i</sub> ( $i = \overline{1,28}$ ) второго подуровня самостоятельно выполняют соответствующие задачи по управлению параметрами технологических процессов всех ИТП с СО. Цифровая связь (условно на рисунке 4.6 показана двойными линиями) между МПК первого и МПК<sub>i</sub> второго подуровней может быть реализована с помощью каналов цифровой связи (КС), которые выполняют многовитковым медным кабелем.

Разработанная двухподуровневая техническая структура нижнего уровня КИСА ТООУ<sub>3,i</sub> – ЦТП, ТООУ<sub>5,i</sub> – ИТП и ТООУ<sub>6,i</sub> – СО с отопительными приборами в помещениях потребителей тепловой энергии способствует обеспечению высокой надежности эксплуатации и будет использована при реализации синтезируемых ниже методов для повышения качества функционирования и эффективности эксплуатации ТООУ ЗЦТ.

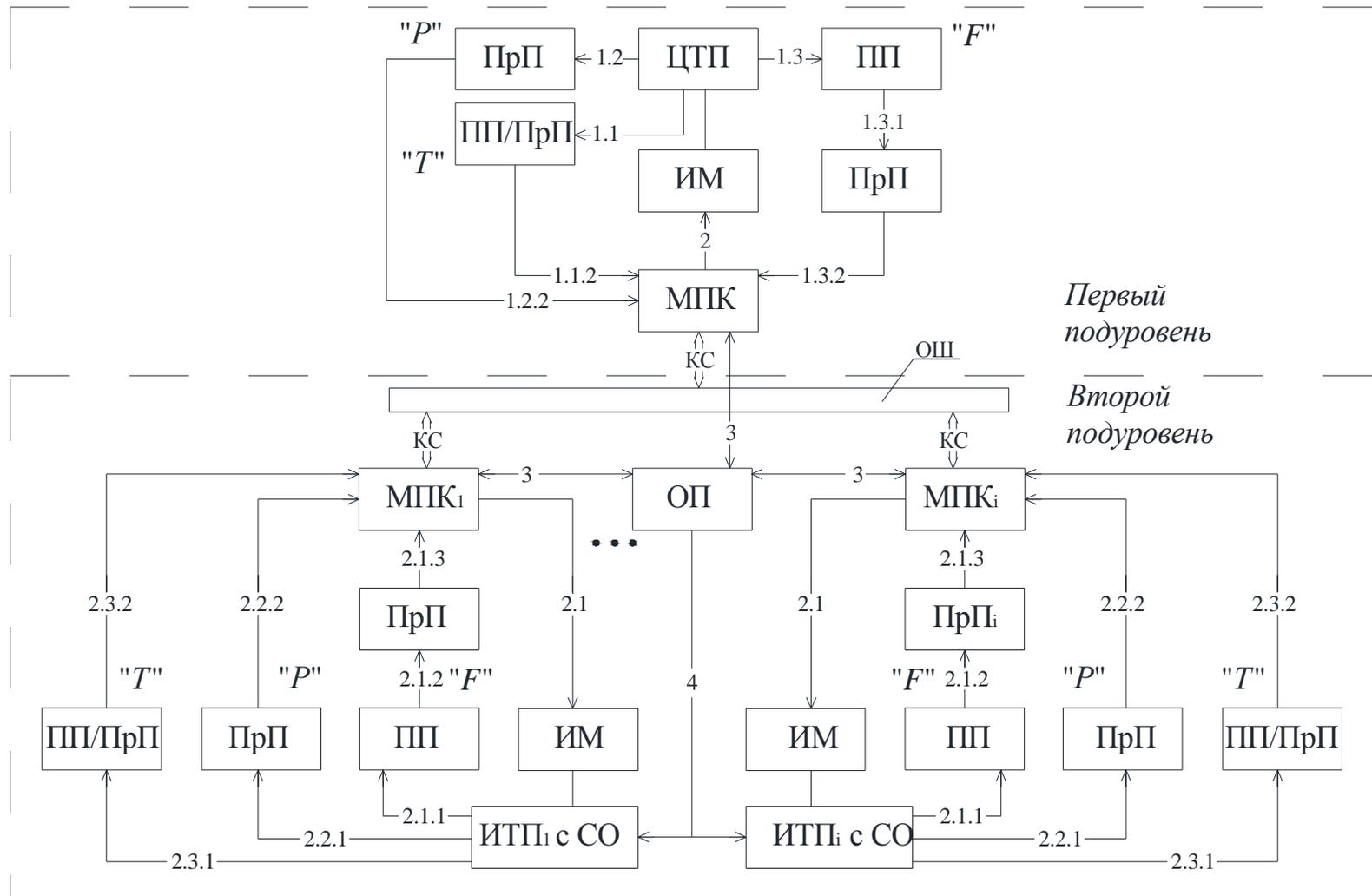


Рис. 4.6 – Техническая двухподуровневая структура нижнего уровня КИСА:

$TOY_{3,i}$  – ЦТП,  $TOY_{5,i}$  – ИТП и  $TOY_{6,i}$  – СО с отопительными приборами в помещениях потребителей тепловой энергии

При реализации разработанной КИСА ТОУ ЗЦТ одним из препятствий является отсутствие или недостоверность существующих математических моделей конкретных ТОУ, что ведет к снижению эффективности эксплуатации ЗЦТ, ввиду этого необходимо синтезировать математические модели конкретных ТОУ ЗЦТ.

#### **4.6 Синтез многопараметрических математических моделей технологических объектов управления закрытым централизованным теплоснабжением**

Любая САУ в составе КИСА ТОУ ЗЦТ должна использовать или преобразовывать соответствующим образом не один определенный параметр, а совокупность таких параметров, причем характер изменения каждого из них заранее полностью определить невозможно. Поэтому при построении оптимальных регуляторов для ТОУ ЗЦТ необходимо провести статистический анализ основных возмущений и параметров исследуемого ТОУ, чтобы отнести их к конкретному классу случайных процессов.

Пригодность приведенных в 3 разделе методов идентификации получения математических моделей определяется линейностью и нелинейностью характеристик, непрерывностью ТОУ, степенью выраженности динамических свойств, уровнем случайных помех, возможностью введения искусственных возмущений.

Причинами, обуславливающими сложность решения задачи идентификации, могут быть трудности проведения экспериментальных исследований в реальных условиях протекания процессов в ТОУ, их сложность, отсутствие разработанных методов исследования, вычислительные трудности при обработке экспериментальных данных.

Так как на реальные ТОУ ЗЦТ нельзя подавать преднамеренные возмущения из-за нарушения нормальной их эксплуатации, осуществлялась пассивная идентификация (смотри раздел 3) конкретных ТОУ, в частности:

**4.6.1**  $ТОУ_1$  – источник тепловой энергии (котельная ОАО «Хартрон») относится к верхнему уровню КИСА ТОУ ЗЦТ и представляет собой многомерный, многопараметрический, инерционный ТОУ, который может быть описан многопараметрической линейной математической моделью определенного вида. В результате проведения пассивных экспериментов получены массивы данных почасовой работы двух котлов указанной

котельной. Производился съём параметров работы этих котлов по 96 данным для каждого из них: температура теплоносителей после каждого котла ( $T_{\text{тепл. после котла}}$ ), °C; температура наружного воздуха ( $T_{\text{н.в.}}$ ), °C; расход теплоносителя в каждом котле ( $F_{\text{тепл}}$ ),  $\text{м}^3/\text{ч}$ ; температура теплоносителя перед каждым котлом ( $T_{\text{тепл. перед котлом}}$ ), °C; расход природного газа в каждый котел ( $F_{\text{газа}}$ ),  $\text{м}^3/\text{ч}$ .

В таблице 4.7 приведены средние значения автоматически контролируемых параметров для ТОО<sub>1</sub> – котельной, где: зависимые (управляемые) параметры:  $Y_{1.1.1}, Y_{1.1.2}$  – температура теплоносителя после котла ( $T_{\text{тепл. после котла}}$ ), °C; независимые корректирующие параметры:  $X_{1.2}$  – температура наружного воздуха ( $T_{\text{н.в.}}$ ), °C;  $X_{1.3.1}, X_{1.3.2}$  – расход теплоносителя в котел ( $F_{\text{тепл}}$ ),  $\text{м}^3/\text{ч}$ ;  $X_{1.4.1}, X_{1.4.2}$  – температура теплоносителя перед котлом ( $T_{\text{тепл. перед котлом}}$ ), °C; независимые управляющие параметры:  $X_{1.5.1}, X_{1.5.2}$  – расход природного газа в котел ( $F_{\text{газа}}$ ),  $\text{м}^3/\text{ч}$ .

Для условного обозначения параметра первый индекс обозначает соответствующий ТОО, в данном случае ТОО<sub>1</sub> – котельную, второй – контролируемый параметр для этого ТОО, а – третий индекс обозначает первый (1) и второй (2) котлы ТОО<sub>1</sub>.

Таблица 4.7 – Средние значения параметров для источника тепловой энергии ТОО<sub>1</sub> – котельной

Условные обозначения параметров	$Y_{1.1.1}$	$X_{1.2}$	$X_{1.3.1}$	$X_{1.4.1}$	$X_{1.5.1}$
1й котел	112,9	-8,085	452,45	53,15	5345,06
Условные обозначения параметров	$Y_{1.1.2}$	$X_{1.2}$	$X_{1.3.2}$	$X_{1.4.2}$	$X_{1.5.2}$
2й котел	86,91	-8,085	467,32	53,92	5413,43

При определении структур моделей для ТОО<sub>1</sub> использовались методы приведенные во 2 и 3 разделах, результаты статистического анализа представлены в таблицах 4.8 и 4.9.

Таблица 4.8 – Матрица коэффициентов корреляции переменных для 1-го котла

	$X_{1.2}$	$X_{1.3.1}$	$X_{1.4.1}$	$X_{1.5.1}$	$X_{1.6.1}$	$X_{1.7.1}$	$X_{1.8.1}$	$X_{1.9.1}$	$Y_{1.1.1}$
$X_{1.2}$	1,0								
$X_{1.3.1}$	0,58	1,0							
$X_{1.4.1}$	0,79	0,09	1,0						
$X_{1.5.1}$	0,48	-0,20	0,63	1,0					
$X_{1.6.1}$	0,58	0,79	0,29	0,06	1,0				
$X_{1.7.1}$	-0,75	-0,74	-0,41	-0,20	-0,70	1,0			
$X_{1.8.1}$	-0,75	-0,54	-0,39	-0,37	-0,37	0,71	1,0		
$X_{1.9.1}$	0,79	0,71	0,54	0,36	0,75	-0,88	-0,59	1,0	
$Y_{1.1.1}$	0,61	0,13	0,61	0,49	0,43	-0,41	-0,39	0,54	1,0

Таблица 4.9 – Матрица коэффициентов корреляции переменных для 2-го котла

	$X_{1.2}$	$X_{1.3.2}$	$X_{1.4.2}$	$X_{1.5.2}$	$X_{1.6.2}$	$X_{1.7.2}$	$X_{1.8.2}$	$X_{1.9.2}$	$Y_{1.1.2}$
$X_{1.2}$	1,0								
$X_{1.3.2}$	0,48	1,0							
$X_{1.4.2}$	0,63	0,14	1,0						
$X_{1.5.2}$	0,45	-0,14	0,39	1,0					
$X_{1.6.2}$	0,64	0,56	0,17	0,14	1,0				
$X_{1.7.2}$	-0,24	-0,39	-0,57	-0,26	-0,48	1,0			
$X_{1.8.2}$	-0,59	-0,27	-0,38	-0,27	-0,47	0,61	1,0		
$X_{1.9.2}$	0,58	0,49	0,53	0,29	0,58	-0,76	-0,24	1,0	
$Y_{1.1.2}$	0,53	0,20	0,65	0,22	0,28	-0,38	-0,17	0,51	1,0

В таблице 4.10 приведены результаты построения моделей методом пошаговой регрессии для  $ТОУ_1$  – котельной, характеризующие зависимости  $Y_{1.1.1}, Y_{1.1.2}$  от входных параметров, также приведены результаты построения модели исследуемых процессов методом включения [70, 71, 116]. В графе « $X_i$ » показаны переменные, последовательно вводимые в модель. Например, первая переменная  $X_{1.2}$ , стоящая в первом столбце, соответствует модели  $Y_{1.1.1} = a_i X_{1.2} + b_i$ , вторая переменная  $X_{1.3.1}$  – модели  $Y_{1.1.1} = a_i X_{1.2} + a_i X_{1.3.1} + b_i$  и так далее. Наконец, последняя в данном столбце

переменная  $X_{1,9,1}$  соответствует полной линейной модели  $Y_{1,1,1} = \sum_{i=1}^k a_i \cdot X_i + b_j$ .

В графе « $R^2$ » стоят коэффициенты детерминации, служащие мерой согласия соответствующей модели регрессии с имеющимися данными.

Таблица 4.10 – Определение структуры модели  $TOY_1$  – котельной

1 Модель		2 Модель	
$X_i$	$R^2$	$X_i$	$R^2$
$X_{1,2}$	0,571	$X_{1,2}$	0,435
$X_{1,3,1}$	0,618	$X_{1,3,2}$	0,702
$X_{1,4,1}$	0,645	$X_{1,4,2}$	0,761
$X_{1,5,1}$	0,659	$X_{1,5,2}$	0,797
$X_{1,7,1}$	0,670	$X_{1,8,2}$	0,806
$X_{1,8,1}$	0,692	$X_{1,7,2}$	0,820
$X_{1,9,1}$	0,704	$X_{1,6,2}$	0,837
$X_{1,6,1}$	0,709	$X_{1,9,2}$	0,841

Анализ полученных зависимостей, приводит к выводу, что линейные модели могут быть еще упрощены. Так, изучая первую модель, можно сказать, что от введения в нее переменных  $X_{1,6,1}$ ,  $X_{1,7,1}$ ,  $X_{1,8,1}$ ,  $X_{1,9,1}$  заметного выигрыша мы не получили, так как возрастание величины  $R^2$  мало.

Таким образом, при рассмотрении зависимостей, связывающих  $Y_{1,1,1}$  с входными переменными, достаточно ограничиться линейной моделью вида (4.6.1), содержащей  $X_{1,2}$ ,  $X_{1,3,1}$ ,  $X_{1,4,1}$  и  $X_{1,5,1}$ . Аналогично можно упростить и вторую модель.

Следовательно, для управления температурами теплоносителей ( $Y_{1,1,1}$ ) и ( $Y_{1,1,2}$ ) в первом приближении можно воспользоваться линейными моделями:

$$Y_{1,1,1} = f(X_{1,2}, X_{1,3,1}, X_{1,4,1}, X_{1,5,1}), \quad (4.6.1)$$

$$Y_{1,1,2} = f(X_{1,2}, X_{1,3,2}, X_{1,4,2}, X_{1,5,2}), \quad (4.6.2)$$

которые наиболее целесообразно получить по МНК, по методике приведенной в разделе 3, так как экспериментальные данные, полученные при обследовании этого объекта, имеют одинаковую точность.

При применении МНК получаем следующие модели:

1 котел:

$$Y_{1.1.1} = -3,091 + 10,794 \cdot X_{1.2} - 0,292 \cdot X_{1.3.1} + 0,006 \cdot X_{1.4.1} + 0,730 \cdot X_{1.5.1}; \quad (4.6.3)$$

2 котел:

$$Y_{1.1.2} = -65,378 + 17,973 \cdot X_{1.2} - 0,255 \cdot X_{1.3.2} + 0,005 \cdot X_{1.4.2} + 0,693 \cdot X_{1.5.2}. \quad (4.6.4)$$

Значения критериев Фишера для соответствующих математических моделей приведены в таблице 4.11.

Таблица 4.11 – Значения критериев Фишера для математических моделей ТОО<sub>1</sub> – котельной

1 котел	2 котел	$F_{\text{табл}}$
$F_{\text{расч}} Y_{1.1.1}$	$F_{\text{расч}} Y_{1.1.2}$	
1	2	3
397,2	264,6	3,23

Из сравнения значений критериев Фишера можно видеть, что условие  $F_{\text{расч}} > F_{\text{табл}}$  выполняется, следовательно, разработанные многопараметрические математические модели в первом приближении могут быть использованы для управления параметрами технологических процессов источника тепловой энергии ТОО<sub>1</sub> – котельной.

Значения критериев Стьюдента для определения значимости соответствующих параметров приведены в таблице 4.12.

Таблица 4.12 – Значения критериев Стьюдента математических моделей ТОО<sub>1</sub> – котельной для соответствующих параметров

Условные обозначения параметров	1й котел	Условные обозначения параметров	2й котел	$t$ -критерий табл
	$t$ -критерий расч. при вычислении $Y_{1.1.1}$		$t$ -критерий расч. при вычислении $Y_{1.1.2}$	
$X_{1.2}$	6,15	$X_{1.2}$	3,95	1,94
$X_{1.3.1}$	7,53	$X_{1.3.2}$	5,45	
$X_{1.4.1}$	7,69	$X_{1.4.2}$	5,08	
$X_{1.5.1}$	5,63	$X_{1.5.2}$	6,34	

Из анализа полученных значений для критериев Стьюдента можно видеть, что для разработанных математических моделей приведенные в расчете параметры по степени влияния их коэффициентов на управляющий параметр значимы, и их необходимо учитывать при расчете управляемого параметра – температуры теплоносителя после котла технологического процесса  $ТОУ_1$  – котельной.

Для изучения  $ТОУ$  ЗЦТ как многомерных стохастических случайных объектов (смотри раздел 3) получены экспериментальные данные, проведен их анализ, выполнены расчеты и построены с применением ПЭВМ графики (на примере  $ТОУ_1$  – котельной): функции плотности распределения вероятности температуры теплоносителя (рисунок 4.7), нормированной корреляционной функции этой температуры (рисунок 4.8) и нормированной спектральной плотности этой же температуры (рисунок 4.9) перед первым котлом. Аналогично выполнены графики: рисунок 4.10, рисунок 4.11, рисунок 4.12 – для температуры теплоносителя после первого котла; рисунок 4.13, рисунок 4.14, рисунок 4.15 – для температуры теплоносителя перед вторым котлом; рисунок 4.16, рисунок 4.17, рисунок 4.18 – для температуры теплоносителя после второго котла.

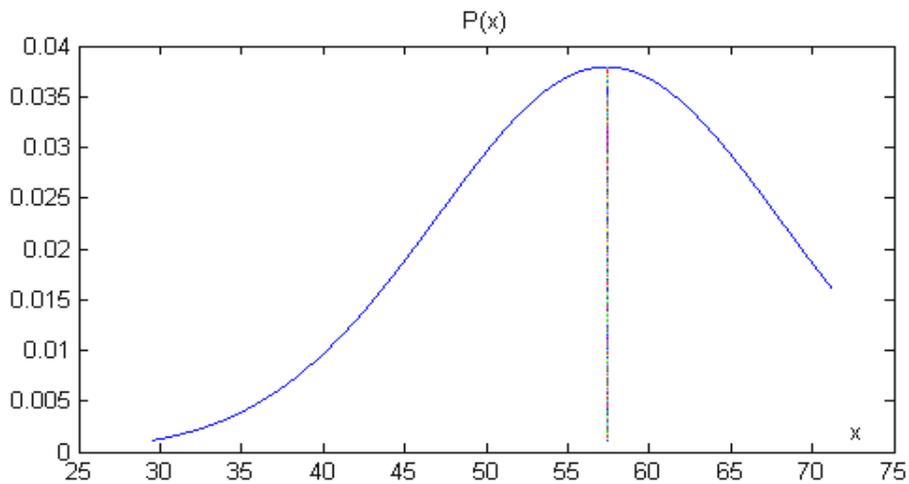


Рис. 4.7 – График функции плотности распределения вероятности температуры теплоносителя перед первым котлом

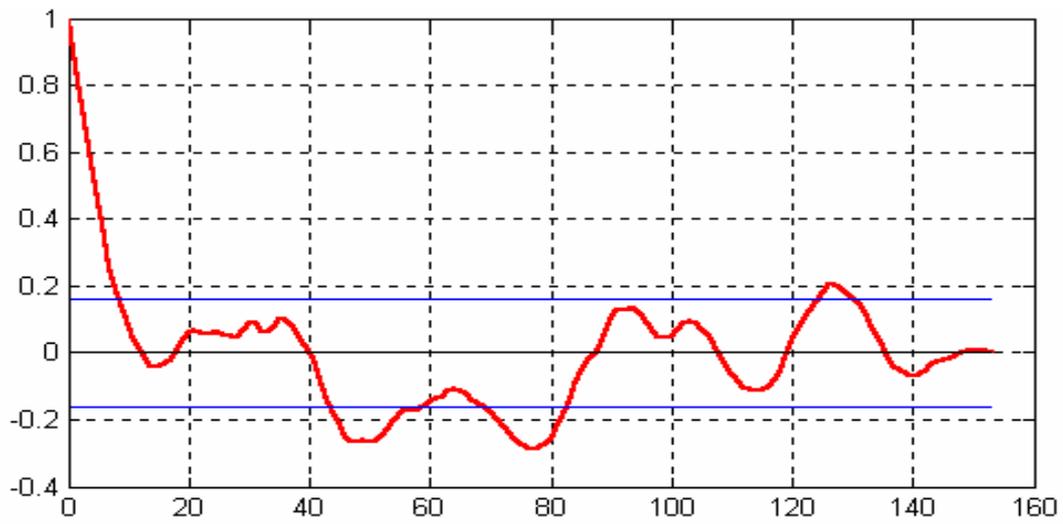


Рис. 4.8 – График нормированной корреляционной функции температуры теплоносителя перед первым котлом

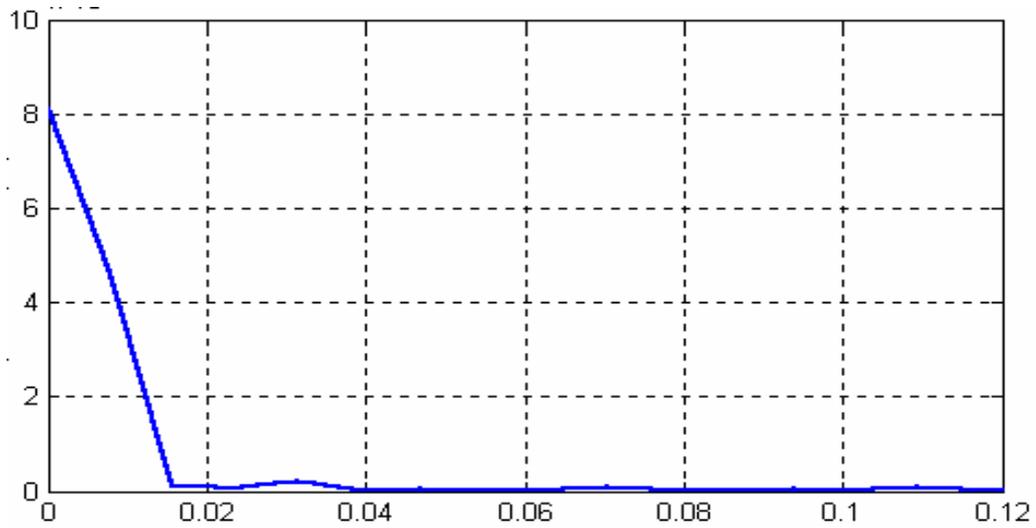


Рис. 4.9 – График нормированной спектральной плотности температуры теплоносителя перед первым котлом

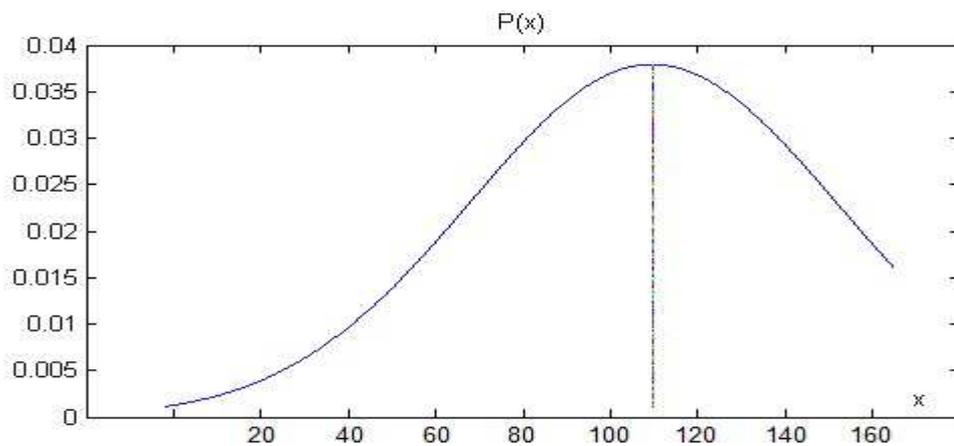


Рис. 4.10 – График функции плотности распределения вероятности температуры теплоносителя после первого котла

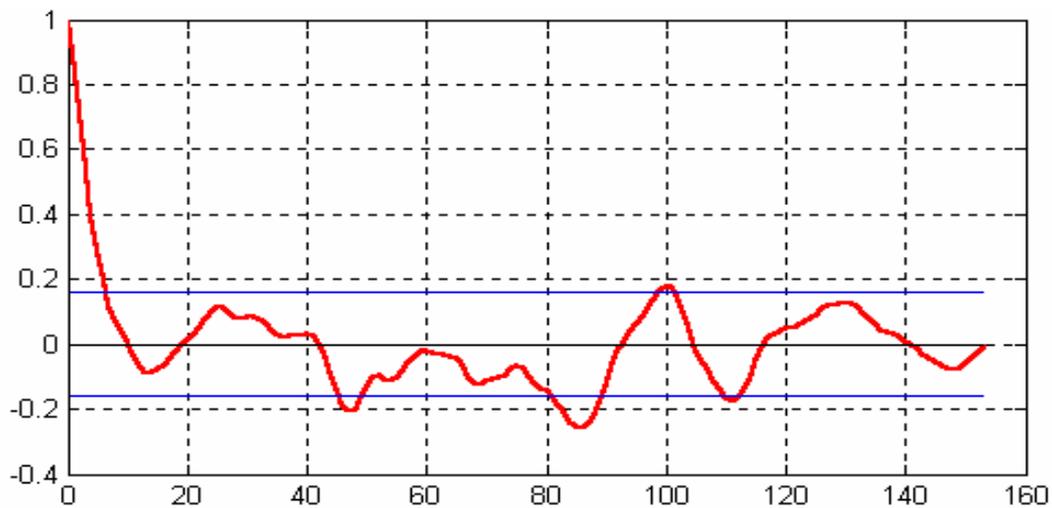


Рис. 4.11 – График нормированной корреляционной функции температуры теплоносителя после первого котла

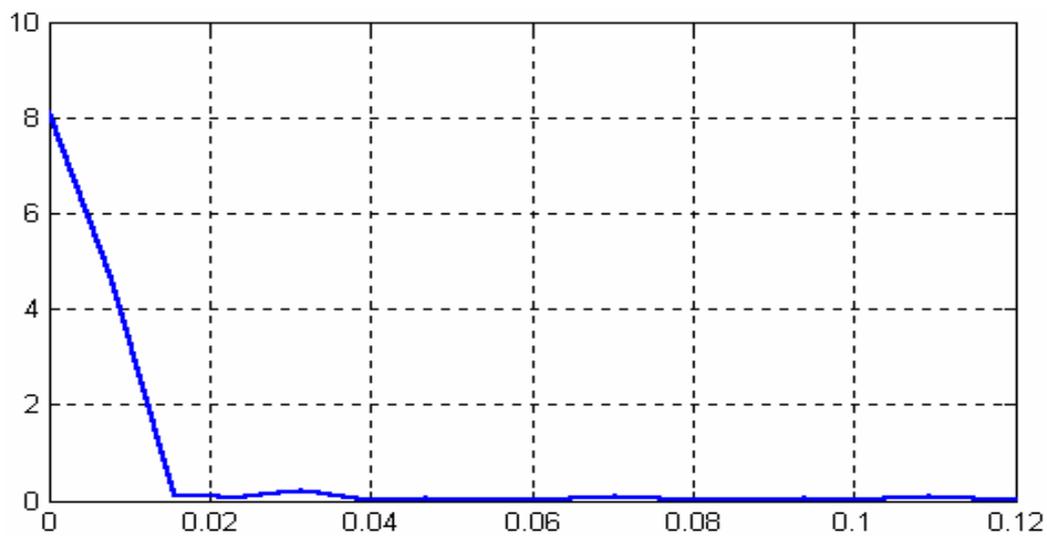


Рис. 4.12 – График нормированной спектральной плотности температуры теплоносителя после первого котла

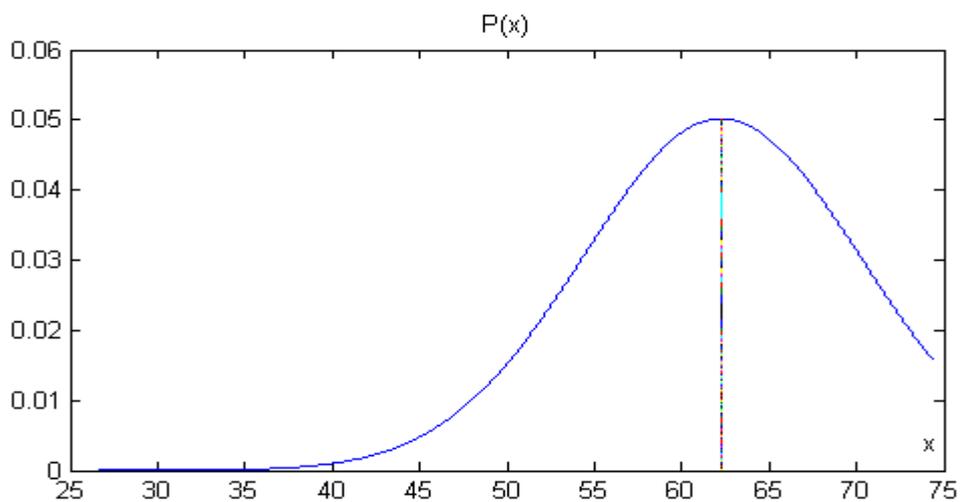


Рис. 4.13 – График функции плотности распределения вероятности температуры теплоносителя перед вторым котлом

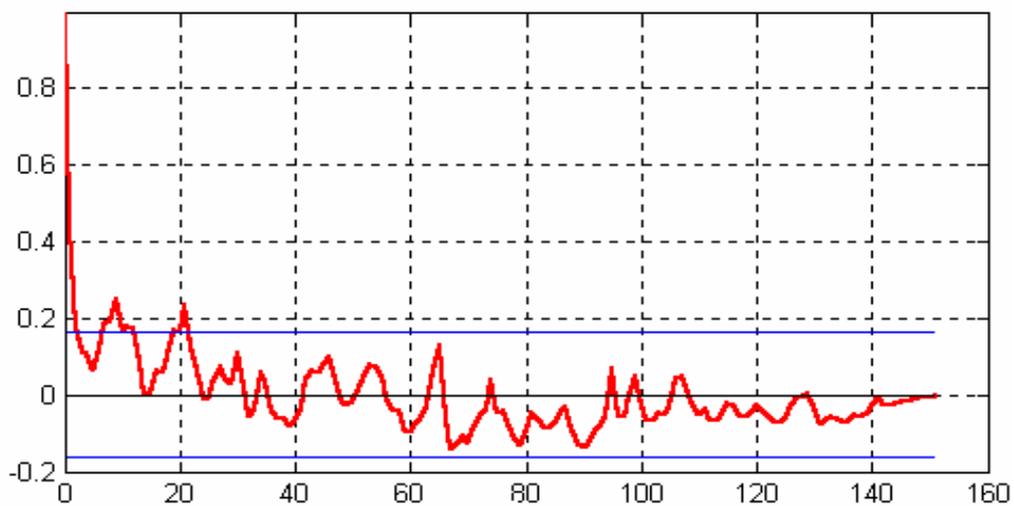


Рис. 4.14 – График нормированной корреляционной функции температуры теплоносителя перед вторым котлом

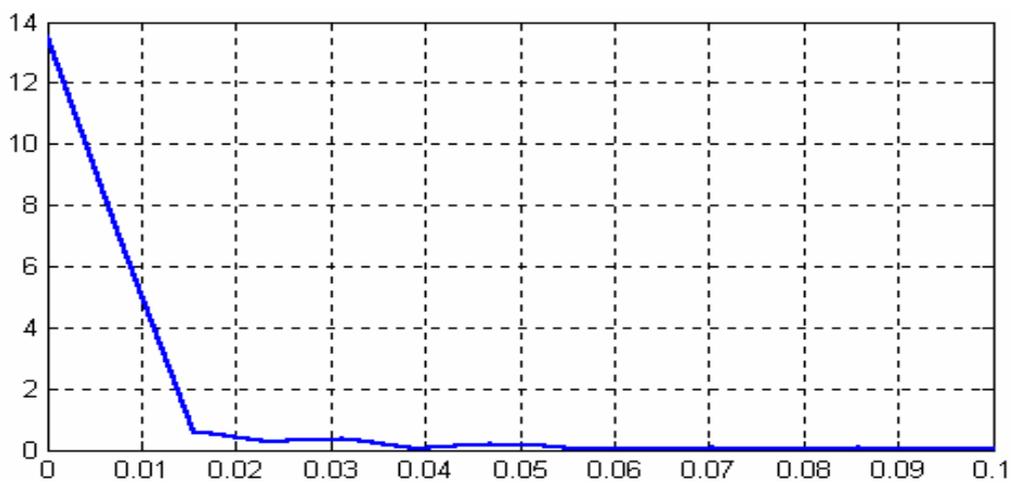


Рис. 4.15 – График нормированной спектральной плотности температуры теплоносителя перед вторым котлом

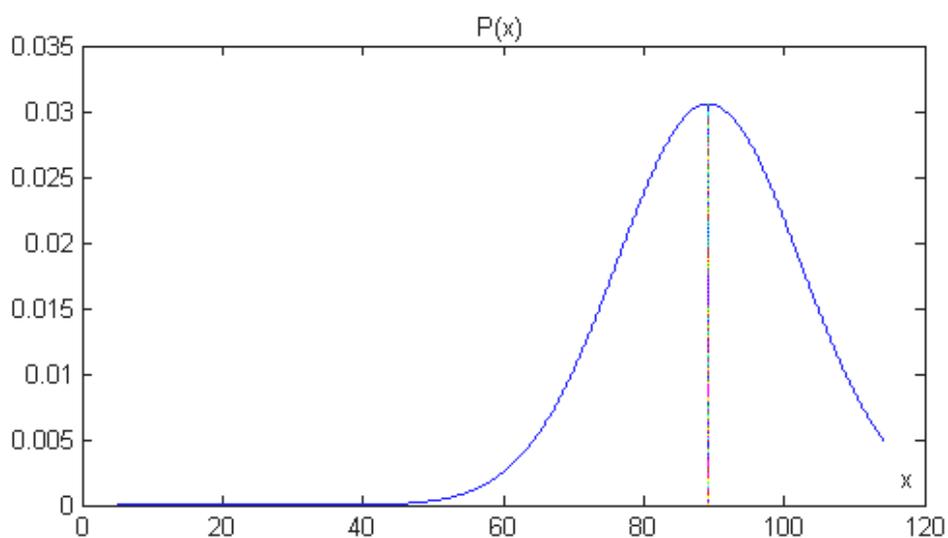


Рис. 4.16 – График функции плотности распределения вероятности температуры теплоносителя после второго котла

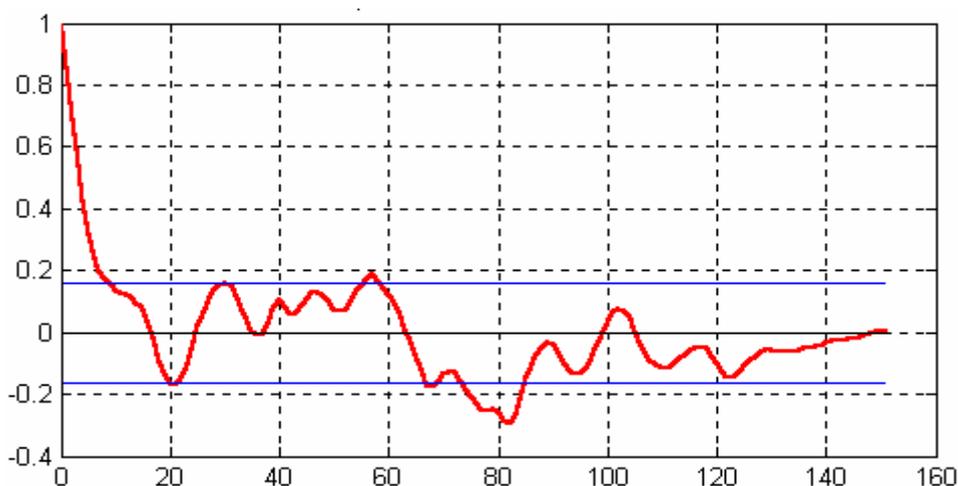


Рис. 4.17 – График нормированной корреляционной функции температуры теплоносителя после второго котла

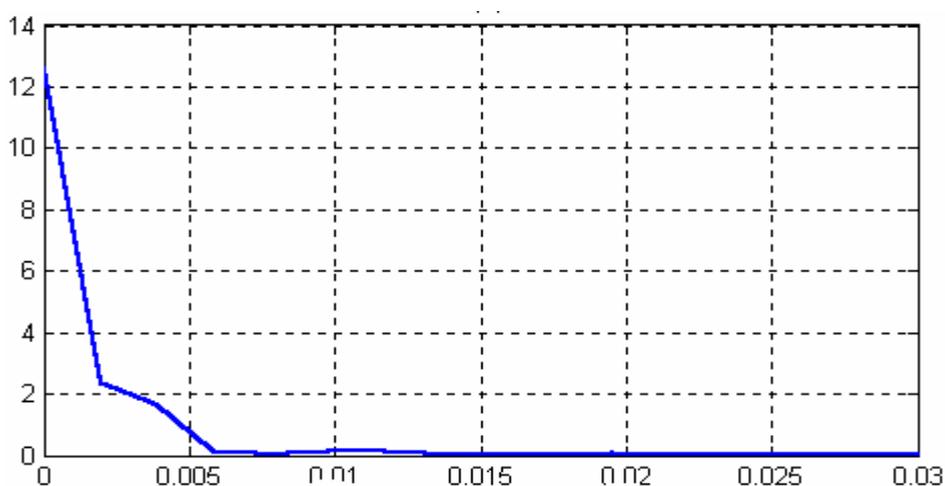


Рис. 4.18 – График нормированной спектральной плотности температуры теплоносителя после второго котла

Анализ приведенных графиков для  $ТОУ_1$  – котельной подтверждает правильность выбора как структуры полученных регрессионных уравнений (4.6.3; 4.6.4), так и полученных коэффициентов.

**4.6.2**  $ТОУ_3$  – ЦТП относится к первому подуровню нижнего уровня КИСА  $ТОУ$  ЗЦТ и представляет собой многомерный, многопараметрический, инерционный  $ТОУ$ , который может быть описан многопараметрической линейной математической моделью определенного вида.

Пассивные эксперименты для ЦТП 604/2 проводились в Московском районе г. Харькова в два периода. Съем данных производился при помощи вторичных приборов через 1 час. Необходимо отметить, что управление отпуском теплоты в ЦТП должно было проводиться в соответствии с утвержденным температурным графиком.

В результате проведения пассивного эксперимента для ТОО<sub>3</sub> – ЦТП производился съем семи параметров, шесть из которых использовались при разработке математических моделей ТОО, а седьмой (потребляемая тепловая энергия) для решения задачи распределения тепловой энергии. В результате были получены экспериментальные данные по 42 данным для каждого параметра в первый период, и 84 – во второй период проведения эксперимента, для которых приведены новые наименования, индексация и условные обозначения параметров: зависимый (управляемый) параметр:  $Y_{3.1}$  – температура смешанного теплоносителя в подающем трубопроводе внутриквартальных тепловых сетей ( $T_{см}$ ), °С; независимые корректирующие параметры  $X_{3.2}$  – температура наружного воздуха ( $T_{н.в}$ ), °С;  $X_{3.3}$  – температура теплоносителя в обратном трубопроводе внутриквартальных тепловых сетей ( $T_{обр}$ ), °С;  $X_{3.4}$  – давление теплоносителя в подающем трубопроводе внутриквартальных тепловых сетей ( $P_{под}$ ), МПа;  $X_{3.5}$  – давление теплоносителя в обратном трубопроводе внутриквартальных тепловых сетей ( $P_{обр}$ ), МПа, а также управляющий параметр:  $X_{3.6}$  – расход теплоносителя в подающем трубопроводе магистральных тепловых сетей ( $F_{под}$ ), м<sup>3</sup>/ч.

Для анализа массива данных полученных в результате проведения пассивного эксперимента необходимо знать численные зависимости управляемого (выходного) параметра ( $Y_{3.1}$ ) от входного (управляющего) параметра ( $X_{3.6}$ ) (который будет использован для непосредственного управления процессом рационального распределения тепловой энергии в ЦТП между ИТП), и корректирующих параметров  $X_{3.2}$ ,  $X_{3.3}$ ,  $X_{3.4}$  и  $X_{3.5}$ .

В результате проведения пассивного эксперимента для ТОО<sub>3</sub> – ЦТП были получены следующие средние значения автоматически контролируемых параметров (таблица 4.13).

Таблица 4.13 – Средние значения параметров для ТОО<sub>3</sub> – ЦТП

Период проведения эксперимента	Средние значения параметров					
	$T_{см}$ °С	$T_{н.в}$ °С	$T_{обр}$ °С	$P_{под}$ МПа	$P_{обр}$ МПа	$F_{под}$ м <sup>3</sup> /ч
1	2	3	4	5	6	7
Условные обозначения параметров	$Y_{3.1}$	$X_{3.2}$	$X_{3.3}$	$X_{3.4}$	$X_{3.5}$	$X_{3.6}$
1й период	72,786	-0,198	35,714	0,591	0,136	234,642
2й период	82,06	-8,085	46,702	0,628	0,137	195,536

По методике, приведенной в разделе 3, исследуемый  $ТОУ_3$  – ЦТП может быть описан линейными многопараметрическими математическими моделями вида:

$$Y_{3.1} = f(X_{3.2}, X_{3.3}, X_{3.4}, X_{3.5}, X_{3.6}), \quad (4.6.5)$$

полученными с применением МНК для двух периодов:

1 период:

$$Y_{3.1} = 8,185 - 0,175 \cdot X_{3.2} + 1,185 \cdot X_{3.3} + 51,176 \cdot X_{3.4} - 156,753 \cdot X_{3.5} + 0,057 \cdot X_{3.6}; \quad (4.6.6)$$

2 период:

$$Y_{3.1} = -7,772 + 0,1 \cdot X_{3.2} + 0,853 \cdot X_{3.3} + 169,211 \cdot X_{3.4} - 112,718 \cdot X_{3.5} - 0,205 \cdot X_{3.6}. \quad (4.6.7)$$

Значения критериев Стьюдента для определения значимости соответствующих параметров  $ТОУ_3$  – ЦТП и значения критериев Фишера для соответствующих математических моделей приведены в таблице 4.14.

Таблица 4.14 – Значения критериев Стьюдента и Фишера для математических моделей  $ТОУ_3$  – ЦТП

Условные обозначения параметров	1й период		2й период		t– критерий табл	F табл
	t– критерий расч	F расч	t– критерий расч	F расч		
1	2	3	4	5	6	7
$X_{3.2}$	3,57	231,7	3,64	22,05	2,78	4,36
$X_{3.3}$	4,69		4,38			
$X_{3.4}$	2,86		4,14			
$X_{3.5}$	3,25		3,35			
$X_{3.6}$	2,82		3,98			

Из анализа полученных значений для критериев Стьюдента можно видеть, что во всех случаях расчетные значения больше табличных, то есть для разработанных математических моделей  $ТОУ_3$  – ЦТП все значения коэффициентов параметров по степени их влияния значимы и их значения должны быть учтены для расчета управляемого параметра. Из сравнения значений критериев Фишера можно видеть, что условие  $F_{расч} > F_{табл}$  выполняется, следовательно, полученные математические модели в первом приближении могут быть использованы для КИСА  $ТОУ_3$  – ЦТП.

**4.6.3**  $ТОУ_5$  – ИТП относится ко второму подуровню нижнего уровня КИСА  $ТОУ$   $ЗЦТ$  и представляет собой многомерный, многопараметрический, инерционный  $ТОУ$  который может быть описан многопараметрической линейной математической моделью определенного вида.

Пассивные эксперименты для  $ТОУ_5$  – ИТП проводились в Московском районе г. Харькова (в те же периоды, что и для ЦТП) для двух ИТП расположенных в жилых домах по адресу Салтовское шоссе 139 (9 этажей, 11 подъездов, 396 квартир) и Салтовское шоссе 145 (9 этажей, 11 подъездов, 396 квартир). Съём данных производился при помощи вторичных приборов через 15 мин.

В результате проведения пассивного эксперимента были получены массивы данных для шести параметров по 150 данных для каждого из ИТП в первый период, и 300 – во второй период проведения эксперимента, для которых приведены новые условные обозначения, индексация и наименования параметров: зависимый (управляемый) параметр:  $Y_{5.1.1}$ ;  $Y_{5.1.2}$  – температура смешанного теплоносителя после ИТП в СО ( $T_{см}$ ), °С; независимые корректирующие параметры:  $X_{5.2}$  – температура наружного воздуха ( $T_{н.в}$ ), °С;  $X_{5.3.1}$ ;  $X_{5.3.2}$  – температура теплоносителя в обратном трубопроводе из СО в ИТП ( $T_{обр}$ ), °С;  $X_{5.4.1}$ ;  $X_{5.4.2}$ ; – давление теплоносителя в подающем трубопроводе после ИТП в СО ( $P_{под}$ ), МПа;  $X_{5.5.1}$ ;  $X_{5.5.2}$ ; – давление теплоносителя в обратном трубопроводе из СО в ИТП ( $P_{обр}$ ), МПа, а также управляющий параметр:  $X_{5.6.1}$ ;  $X_{5.6.2}$ ; – расход горячего теплоносителя подаваемого в ИТП ( $F_{под}$ ),  $м^3/ч$ ;

В результате проведения пассивного эксперимента были получены следующие средние значения автоматически контролируемых параметров теплоносителя для двух  $ТОУ_5$  – ИТП (таблица 4.15).

Таблица 4.15 – Средние значения параметров для двух  $ТОУ_5$  – ИТП

Период проведения эксперимента	Средние значения параметров					
	$T_{см}$ °С	$T_{н.в}$ °С	$T_{обр}$ °С	$P_{под}$ МПа	$P_{обр}$ МПа	$F_{под}$ $м^3/ч$
1	2	3	4	5	6	7
ИТП №1.						
Условные обозначения параметров	$Y_{5.1.1}$	$X_{5.2}$	$X_{5.3.1}$	$X_{5.4.1}$	$X_{5.5.1}$	$X_{5.6.1}$
1й период	68,864	-0,095	37,311	0,484	0,357	18,258

1	2	3	4	5	6	7
2й период	77,372	-8,071	50,41	0,482	0,356	18,347
ИТП №2.						
Условные обозначения параметров	$Y_{5.1.2}$	$X_{5.2}$	$X_{5.3.2}$	$X_{5.4.2}$	$X_{5.5.2}$	$X_{5.6.2}$
1й период	67,996	-0,095	36,897	0,474	0,356	17,487
2й период	76,666	-8,071	50,852	0,473	0,358	17,233

По методике приведенной в разделе 3 исследуемые  $ТОУ_5$  – ИТП могут быть описаны линейными многопараметрическими математическими моделями, полученными с применением МНК.

Рассмотрим формальную постановку задачи управления температурой смешанного теплоносителя в подающих трубопроводах СО (смешанного теплоносителя после ИТП):

$$\text{для ИТП №1: } Y_{5.1.1} = f(X_{5.2}, X_{5.3.1}, X_{5.4.1}, X_{5.5.1}, X_{5.6.1}), \quad (4.6.8)$$

$$\text{для ИТП №2: } Y_{5.1.2} = f(X_{5.2}, X_{5.3.2}, X_{5.4.2}, X_{5.5.2}, X_{5.6.2}). \quad (4.6.9)$$

Известно [64, 117-119], что от количества независимых параметров теплоносителя зависит точность математической модели, чем больше параметров, тем выше точность, однако с технологической точки зрения для управления параметрами технологических процессов наиболее простой в реализации является линейная математическая модель, как правило, для двух независимых параметров, но при этом точность таких математических моделей будет понижаться. Вследствие этого, используя полученные экспериментальным путем значения параметров в результате обработки массива данных по МНК, были впервые получены нижеследующие математические модели для двух  $ТОУ_5$  – ИТП и двух периодов с изменением числа независимых параметров теплоносителя от пяти до двух, то есть, для пяти –  $T_{н.в}, T_{обр}, P_{под}, P_{обр}, F_{под}$ ; четырех –  $T_{н.в}, T_{обр}, P_{обр}, F_{под}$ ; трех –  $T_{н.в}, T_{обр}, F_{под}$  и двух –  $T_{н.в}, F_{под}$ .

#### ИТП № 1. 1 период.

5 независимых параметров:  $Y_{5.1.1} = f(T_{н.в}, T_{обр}, P_{под}, P_{обр}, F_{под})$

$$Y_{5.1.1} = 16,65 - 0,05 \cdot X_{5.2} + 1,971 \cdot X_{5.3.1} + 11,695 \cdot X_{5.4.1} - 17,538 \cdot X_{5.5.1} - 1,135 \cdot X_{5.6.1};$$

4 независимых параметра:  $Y_{5.1.1} = f(T_{н.в}, T_{обр}, P_{обр}, F_{под})$

$$Y_{5.1.1} = 21,427 - 0,072 \cdot X_{5.2} + 1,939 \cdot X_{5.3.1} - 18,562 \cdot X_{5.5.1} - 1,002 \cdot X_{5.6.1};$$

3 независимых параметра:  $Y_{5.1.1} = f(T_{н.в}, T_{обр}, F_{под})$

$$Y_{5.1.1} = 7,329 - 0,179 \cdot X_{5.2} + 2,1 \cdot X_{5.3.1} - 0,923 \cdot X_{5.6.1}; \quad (4.6.10)$$

2 независимых параметра:  $Y_{5.1.1} = f(T_{н.в}, F_{под})$

$$Y_{5.1.1} = 43,053 - 0,461 \cdot X_{5.2} + 1,411 \cdot X_{5.6.1}.$$

ИТП № 1. 2 период.

5 независимых параметров:  $Y_{5.1.1}=f(T_{н.в}, T_{обр}, P_{под}, P_{обр}, F_{под})$

$$Y_{5.1.1}=35,192-0,568 \cdot X_{5.2}+0,350 \cdot X_{5.3.1}+44,981 \cdot X_{5.4.1}+29,033 \cdot X_{5.5.1}-0,654 \cdot X_{5.6.1};$$

4 независимых параметра:  $Y_{5.1.1}=f(T_{н.в}, T_{обр}, P_{обр}, F_{под})$

$$Y_{5.1.1}=57,013-0,548 \cdot X_{5.2}+0,429 \cdot X_{5.3.1}+24,072 \cdot X_{5.5.1}-0,774 \cdot X_{5.6.1};$$

3 независимых параметра:  $Y_{5.1.1}=f(T_{н.в}, T_{обр}, F_{под})$

$$Y_{5.1.1}=67,924-0,508 \cdot X_{5.2}+0,277 \cdot X_{5.3.1}-0,467 \cdot X_{5.6.1}; \quad (4.6.11)$$

2 независимых параметра:  $Y_{5.1.1}=f(T_{н.в}, F_{под})$

$$Y_{5.1.1}=83,311-0,588 \cdot X_{5.2}-0,58 \cdot X_{5.6.1}.$$

ИТП № 2. 1 период.

5 независимых параметров:  $Y_{5.1.2}=f(T_{н.в}, T_{обр}, P_{под}, P_{обр}, F_{под})$

$$Y_{5.1.2}=41,772-0,46 \cdot X_{5.2}-1,092 \cdot X_{5.3.2}+17,398 \cdot X_{5.4.2}-44,133 \cdot X_{5.5.2}+4,288 \cdot X_{5.6.2};$$

4 независимых параметра:  $Y_{5.1.2}=f(T_{н.в}, T_{обр}, P_{обр}, F_{под})$

$$Y_{5.1.2}=46,07-0,494 \cdot X_{5.2}-0,977 \cdot X_{5.3.2}-45,679 \cdot X_{5.5.2}+4,242 \cdot X_{5.6.2};$$

3 независимых параметра:  $Y_{5.1.2}=f(T_{н.в}, T_{обр}, F_{под})$

$$Y_{5.1.2}=10,153-0,682 \cdot X_{5.2}-0,374 \cdot X_{5.3.2}+4,093 \cdot X_{5.6.2}; \quad (4.6.12)$$

2 независимых параметра:  $Y_{5.1.3}=f(T_{н.в}, F_{под})$

$$Y_{5.1.2}=4,165-0,600 \cdot X_{5.2}+3,647 \cdot X_{5.6.2}.$$

ИТП № 2. 2 период.

5 независимых параметров:  $Y_{5.1.2}=f(T_{н.в}, T_{обр}, P_{под}, P_{обр}, F_{под})$

$$Y_{5.1.2}=57,783-0,288 \cdot X_{5.2}+0,371 \cdot X_{5.3.2}-11,982 \cdot X_{5.4.2}-31,626 \cdot X_{5.5.2}+0,852 \cdot X_{5.6.2};$$

4 независимых параметра:  $Y_{5.1.2}=f(T_{н.в}, T_{обр}, P_{обр}, F_{под})$

$$Y_{5.1.2}=49,233-0,284 \cdot X_{5.2}+0,374 \cdot X_{5.3.2}-25,117 \cdot X_{5.5.2}+0,876 \cdot X_{5.6.2};$$

3 независимых параметра:  $Y_{5.1.2}=f(T_{н.в}, T_{обр}, F_{под})$

$$Y_{5.1.2}=41,543-0,479 \cdot X_{5.2}+0,278 \cdot X_{5.3.2}+0,995 \cdot X_{5.6.2}; \quad (4.6.13)$$

2 независимых параметра:  $Y_{5.1.2}=f(T_{н.в}, F_{под})$

$$Y_{5.1.2}=54,06-0,565 \cdot X_{5.2}+1,047 \cdot X_{5.6.2}.$$

Значения критериев Фишера для соответствующих математических моделей  $TOY_5$  – ИТП приведены в таблице 4.16.

Таблица 4.16 – Значения критериев Фишера для математических моделей  $TOY_5$  – ИТП

$F_{расч}$	ИТП № 1		ИТП № 2		$F_{табл}$
	1 период	2 период	1 период	2 период	
5 незав. парам.	170,4	20,9	226,3	16,6	6,61
4 незав. парам.	213,5	22,0	280,3	20,7	7,71
3 незав. парам.	281,6	17,3	332,7	18,5	10,13
2 незав. парам.	215,1	22,1	477,4	23,3	18,51

Анализ значений критериев Фишера для всех математических моделей  $ТОУ_5$  – ИТП показывает, что условие  $F_{расч} > F_{табл}$  выполняется, поэтому, полученные многопараметрические математические модели в первом приближении могут быть использованы для КИСА  $ТОУ_5$  – ИТП. Следовательно, можно говорить об адекватности математических моделей экспериментальным данным, то есть взаимосвязь между выходным и входными параметрами не является случайной. В тоже время из-за характера изменения коэффициентов математических моделей можно сделать вывод, что для каждого ИТП необходимо разрабатывать свои математические модели и постоянно их уточнять. Это зависит не только от двух различных температурных периодов, но также может быть обусловлено рядом факторов, влияющих на потери тепловой энергии: неодинаковые площади поверхностей отопительных приборов; различное качество проведения профилактики в СО зданий; неодинаковое зарастание внутренних поверхностей трубопроводов; разноудаленность зданий от ЦТП и, как следствие, транспортное запаздывание теплоносителя.

Значения критериев Стьюдента для определения значимости соответствующих параметров  $ТОУ_5$  – ИТП приведены в таблице 4.17.

Таблица 4.17 – Значения критериев Стьюдента для математических моделей  $ТОУ_5$  – ИТП

ИТП № 1											
Количество параметров	1 период					2 период					t-крит табл
	$T_{н.в}$ °C	$T_{обр}$ °C	$P_{под}$ МПа	$P_{обр}$ МПа	$F_{под}$ м <sup>3</sup> /ч	$T_{н.в}$ °C	$T_{обр}$ °C	$P_{под}$ МПа	$P_{обр}$ МПа	$F_{под}$ м <sup>3</sup> /ч	
	$X_{5.2}$	$X_{5.3.1}$	$X_{5.4.1}$	$X_{5.5.1}$	$X_{5.6.1}$	$X_{5.2}$	$X_{5.3.1}$	$X_{5.4.1}$	$X_{5.5.1}$	$X_{5.6.1}$	
5 парам	0,58	8,42	0,75	1,4	3,06	6,53	3,36	3,63	6,49	1,78	2,01
4 парам	0,91	8,43	-	1,49	3,07	6,19	4,12	-	5,54	2,07	2,13
3 парам	5,29	10,31	-	-	2,85	5,49	2,63	-	-	2,41	2,35
2 парам	17,68	-	-	-	4,66	6,64	-	-	-	1,49	2,91
ИТП № 2											
Количество параметров	1 период					2 период					t-крит табл
	$T_{н.в}$ °C	$T_{обр}$ °C	$P_{под}$ МПа	$P_{обр}$ МПа	$F_{под}$ м <sup>3</sup> /ч	$T_{н.в}$ °C	$T_{обр}$ °C	$P_{под}$ МПа	$P_{обр}$ МПа	$F_{под}$ м <sup>3</sup> /ч	
	$X_{5.2}$	$X_{5.3.2}$	$X_{5.4.2}$	$X_{5.5.2}$	$X_{5.6.2}$	$X_{5.2}$	$X_{5.3.2}$	$X_{5.4.2}$	$X_{5.5.2}$	$X_{5.6.2}$	
5 парам	7,23	5,04	1,45	3,93	11,31	2,97	3,78	0,48	2,16	1,93	2,01
4 парам	8,36	4,83	-	4,07	11,31	2,95	3,83	-	4,81	2,01	2,13
3 парам	17,45	2,57	-	-	10,42	5,28	2,79	-	-	2,40	2,35
2 парам	25,75	-	-	-	10,15	6,56	-	-	-	2,29	2,91

Анализ полученных значений критериев Стьюдента для математических моделей ТОО<sub>5</sub> – ИТП показывает, что в некоторых случаях расчетные значения меньше табличных (для ИТП №1:  $T_{н.в}$  для 5 и 4 независимых параметров в 1 период;  $P_{под}$  для 5 независимых параметров в 1 период;  $P_{обр}$  для 5 и 4 независимых параметров в 1 период и  $F_{под}$  для 5 и 4 независимых параметров во 2 период; для ИТП №2:  $P_{под}$  для 5 независимых параметров в 1 и во 2 период и  $F_{под}$  для 5, 4 и 2 независимых параметров во 2 период), поэтому наиболее рациональным количеством параметров по степени влияния их коэффициентов на расчет управляемого параметра, являются математические модели с тремя независимыми параметрами ( $T_{н.в}$ ,  $T_{обр}$ ,  $F_{под}$ ).

Для анализа и сравнения полученных  $T_{см.расч.}$  (расчетных) и фактических  $T_{см.факт.}$  значений по разработанным математическим моделям ТОО<sub>5</sub> – ИТП с тремя независимыми параметрами ( $T_{н.в}$ ,  $T_{обр}$ ,  $F_{под}$ ) рассчитаны максимальные ( $T_{см.расч.}^{max}$ ) и минимальные ( $T_{см.расч.}^{min}$ ) значения смешанного теплоносителя:

ИТП № 1. 1 период:

$$T_{см.расч.}^{min} = f(T_{н.в.}^{max} = 8,5^{\circ}C; \text{ при } T_{обр.} = 35,48^{\circ}C \text{ и } F_{под}^{min} = 17,958 \text{ м}^3/\text{ч})$$

$$Y_{5.1.1}(T_{см.расч.}^{min}) = 7,329 - 0,179 \cdot X_{5.2} + 2,1 \cdot X_{5.3.1} - 0,923 \cdot X_{5.6.1} =$$

$$= 7,329 - 0,179 \cdot 8,5 + 2,1 \cdot 35,48 - 0,923 \cdot 17,958 = 63,74^{\circ}C, \quad (4.6.14)$$

то есть  $T_{см.расч.}^{min} = 63,74^{\circ}C$ , при фактическом значении  $T_{см.факт.}^{min} = 64,04^{\circ}C$ .

$$T_{см.расч.}^{max} = f(T_{н.в.}^{min} = -15,1^{\circ}C; T_{обр.} = 43,78^{\circ}C \text{ и } F_{под}^{max} = 19,259 \text{ м}^3/\text{ч})$$

$$Y_{5.1.1}(T_{см.расч.}^{max}) = 7,329 - 0,179 \cdot X_{5.2} + 2,1 \cdot X_{5.3.1} - 0,923 \cdot X_{5.6.1} =$$

$$= 7,329 - 0,179 \cdot (-15,1) + 2,1 \cdot 43,78 - 0,923 \cdot 19,259 = 84,19^{\circ}C \quad (4.6.15)$$

то есть  $T_{см.расч.}^{max} = 84,19^{\circ}C$ , при фактическом значении  $T_{см.факт.}^{max} = 82,06^{\circ}C$ .

ИТП № 2. 1 период:

$$T_{см.расч.}^{min} = f(T_{н.в.}^{max} = 8,5^{\circ}C; \text{ при } T_{обр.} = 35,41^{\circ}C \text{ и } F_{под}^{min} = 16,132 \text{ м}^3/\text{ч})$$

$$Y_{5.1.2}(T_{см.расч.}^{min}) = 10,153 - 0,682 \cdot X_{5.2} - 0,374 \cdot X_{5.3.2} + 4,093 \cdot X_{5.6.2} =$$

$$= 10,153 - 0,682 \cdot 8,5 - 0,374 \cdot 35,41 + 4,093 \cdot 16,132 = 57,14^{\circ}C \quad (4.6.16)$$

то есть  $T_{см.расч.}^{min} = 57,14^{\circ}C$ , при фактическом значении  $T_{см.факт.}^{min} = 58,71^{\circ}C$ .

$$T_{см.расч.}^{max} = f(T_{н.в.}^{min} = -15,1^{\circ}C; T_{обр.} = 49,67^{\circ}C \text{ и } F_{под}^{max} = 17,998 \text{ м}^3/\text{ч})$$

$$Y_{5.1.2}(T_{см.расч.}^{max}) = 10,153 - 0,682 \cdot X_{5.2} - 0,374 \cdot X_{5.3.2} + 4,093 \cdot X_{5.6.2} =$$

$$= 10,153 - 0,682 \cdot (-15,1) - 0,374 \cdot 49,67 + 4,093 \cdot 17,998 = 79,33^{\circ}C \quad (4.6.17)$$

то есть  $T_{см.расч.}^{max} = 79,33^{\circ}C$ , при фактическом значении  $T_{см.факт.}^{max} = 82,19^{\circ}C$ .

ИТП № 1. 2 период:

$$T_{см.расч.}^{\min} = f(T_{н.в.}^{\max} = -4,1^{\circ}\text{C}; \text{при } T_{обр.} = 49,11^{\circ}\text{C} \text{ и } F_{под}^{\min} = 16,594 \text{ м}^3/\text{ч})$$

$$\begin{aligned} Y_{5.1.1}(T_{см.расч.}^{\min}) &= 67,924 - 0,508 \cdot X_{5.2} + 0,277 \cdot X_{5.3.1} - 0,467 \cdot X_{5.6.1} = \\ &= 67,924 - 0,508 \cdot (-4,1) + 0,277 \cdot 49,11 - 0,467 \cdot 16,594 = 75,68^{\circ}\text{C} \end{aligned} \quad (4.6.18)$$

то есть  $T_{см.расч.}^{\min} = 75,86^{\circ}\text{C}$ , при фактическом значении  $T_{см.факт.}^{\min} = 76,32^{\circ}\text{C}$ .

$$T_{см.расч.}^{\max} = f(T_{н.в.}^{\min} = -15,3^{\circ}\text{C}; T_{обр.} = 52,12^{\circ}\text{C} \text{ и } F_{под}^{\max} = 19,679 \text{ м}^3/\text{ч})$$

$$\begin{aligned} Y_{5.1.1}(T_{см.расч.}^{\max}) &= 67,924 - 0,508 \cdot X_{5.2} + 0,277 \cdot X_{5.3.1} - 0,467 \cdot X_{5.6.1} = \\ &= 67,924 - 0,508 \cdot (-15,3) + 0,277 \cdot 52,12 - 0,467 \cdot 19,679 = 80,94^{\circ}\text{C} \end{aligned} \quad (4.6.19)$$

то есть  $T_{см.расч.}^{\max} = 80,94^{\circ}\text{C}$ , при фактическом значении  $T_{см.факт.}^{\max} = 89,75^{\circ}\text{C}$ .

ИТП № 2. 2 период:

$$T_{см.расч.}^{\min} = f(T_{н.в.}^{\max} = -4,1^{\circ}\text{C}; \text{при } T_{обр.} = 39,54^{\circ}\text{C} \text{ и } F_{под}^{\min} = 16,132 \text{ м}^3/\text{ч})$$

$$\begin{aligned} Y_{5.1.2}(T_{см.расч.}^{\min}) &= 41,543 - 0,479 \cdot X_{5.2} + 0,278 \cdot X_{5.3.2} + 0,995 \cdot X_{5.6.2} = \\ &= 41,543 - 0,479 \cdot (-4,1) + 0,278 \cdot 39,54 + 0,995 \cdot 16,132 = 73,37^{\circ}\text{C} \end{aligned} \quad (4.6.20)$$

то есть  $T_{см.расч.}^{\min} = 73,37^{\circ}\text{C}$ , при фактическом значении  $T_{см.факт.}^{\min} = 65,84^{\circ}\text{C}$ .

$$T_{см.расч.}^{\max} = f(T_{н.в.}^{\min} = -15,3^{\circ}\text{C}; T_{обр.} = 53,12^{\circ}\text{C} \text{ и } F_{под}^{\max} = 17,998 \text{ м}^3/\text{ч})$$

$$\begin{aligned} Y_{5.1.2}(T_{см.расч.}^{\max}) &= 41,543 - 0,479 \cdot X_{5.2} + 0,278 \cdot X_{5.3.2} + 0,995 \cdot X_{5.6.2} = \\ &= 41,543 - 0,479 \cdot (-15,3) + 0,278 \cdot 53,12 + 0,995 \cdot 17,998 = 81,55^{\circ}\text{C} \end{aligned} \quad (4.6.21)$$

то есть  $T_{см.расч.}^{\max} = 81,55^{\circ}\text{C}$ , при фактическом значении  $T_{см.факт.}^{\max} = 88,74^{\circ}\text{C}$ .

Для наглядности и сравнения на плоскости  $T_{см.} = f(T_{н.в.})$  (рисунки 5.19– 5.22) представлены: 1) расчетные  $T_{см.расч.}^{\min}$  и  $T_{см.расч.}^{\max}$  полученные по разработанным математическим моделям (4.6.14) – (4.6.17) для ИТП № 1 и (4.6.18) – (4.6.21) для ИТП № 2; 2) фактические  $T_{см.факт.}^{\max}$  и  $T_{см.факт.}^{\min}$  из массива экспериментальных данных для соответствующих ИТП; 3) утвержденный температурный график  $T_{тем.схема.}$  (на графиках эти кривые обозначены соответственно как 1, 2 и 3).

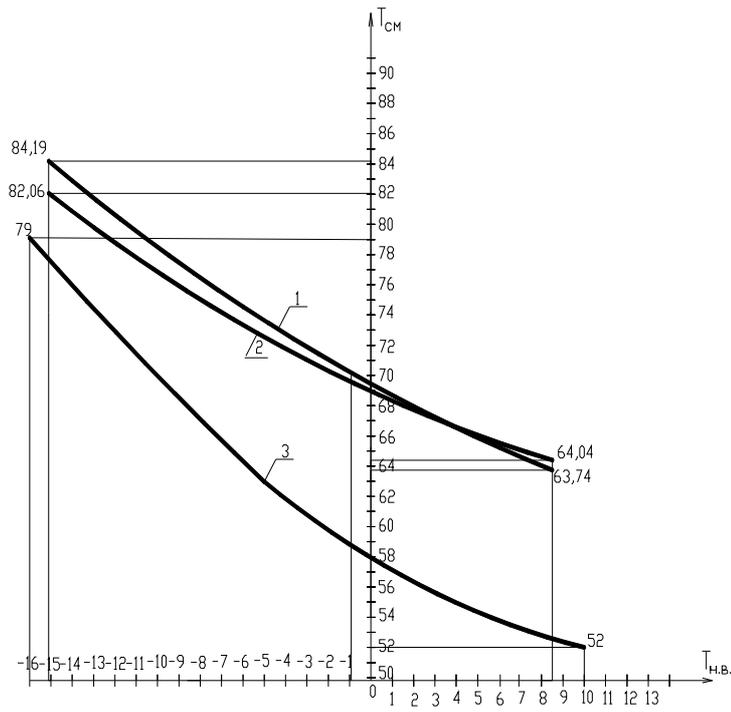


Рис. 4.19 – График изменения  $T_{см} = f(T_{н.в.}, T_{обр}, F_{под})$  для 1 периода ИТП № 1

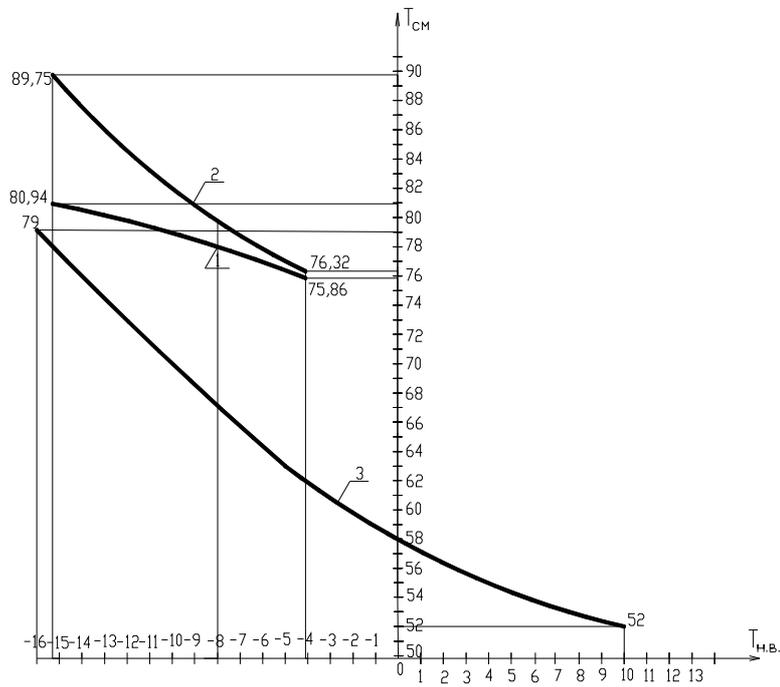


Рис. 4.20 – График изменения  $T_{см} = f(T_{н.в.}, T_{обр}, F_{под})$  для 2 периода ИТП № 1

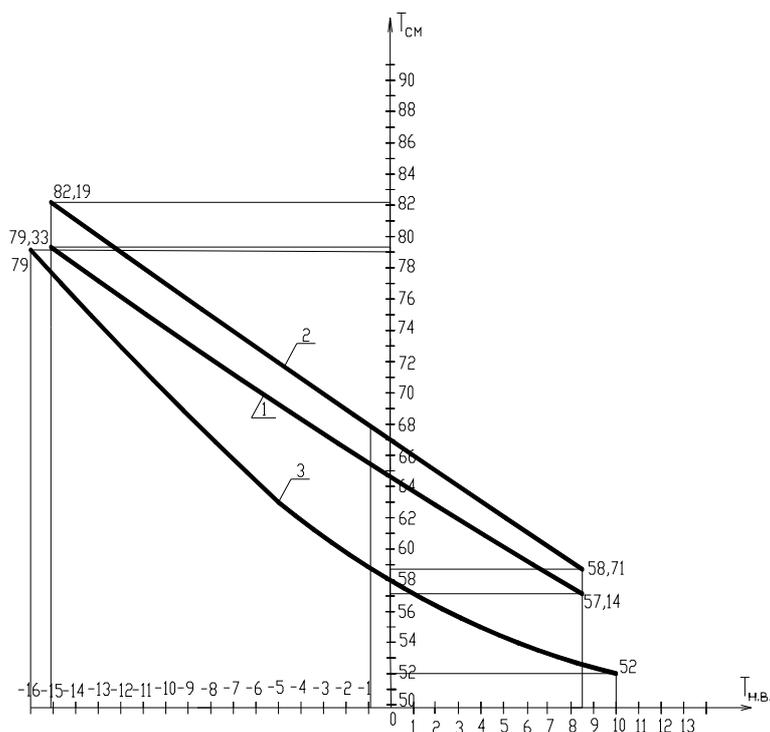


Рис. 4.21 – График изменения  $T_{см}=f(T_{н.в}, T_{обр}, F_{под})$  для 1 периода ИТП № 2

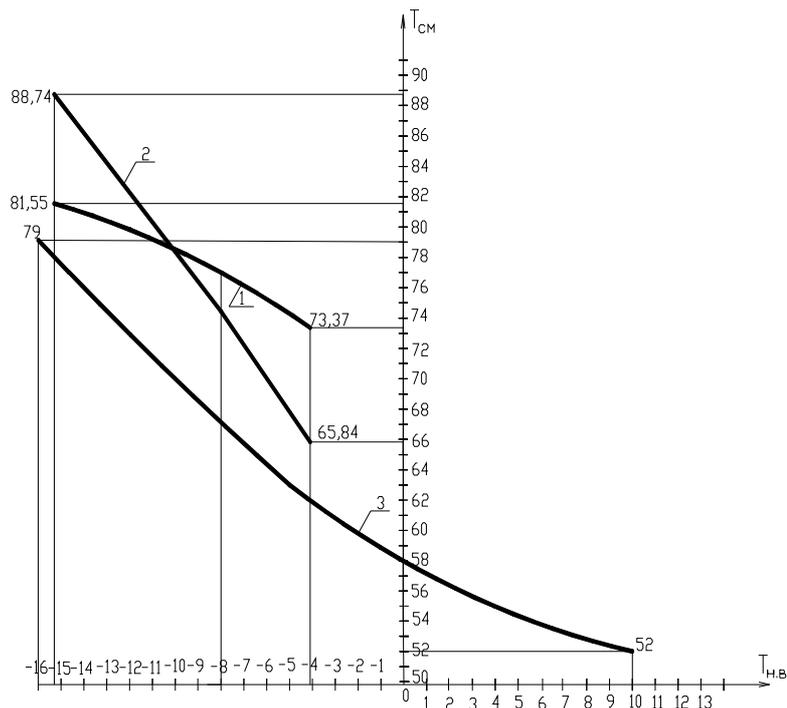


Рис. 4.22 – График изменения  $T_{см}=f(T_{н.в}, T_{обр}, F_{под})$  для 2 периода ИТП № 2

Анализ графиков показывает, что полученные  $T_{см.факт.}$  и  $T_{см.расч.}$  не совпадают с значениями температурного графика  $T_{тем.схема}$  и находятся выше его значений, то есть можно утверждать, что в момент проведения экспериментов для соответствующих ТОО<sub>5</sub> – ИТП был значительный перетоп, который приводит к значительному перерасходу тепловой энергии.

Разработанные многопараметрические математические модели для КИСА ТООУ ЗЦТ позволяют повысить эффективность его эксплуатации в результате их применения при синтезе методов выбора рациональных величин расходов теплоносителя и распределения тепловой энергии, а также адаптивного метода управления конкретных ТООУ ЗЦТ.

#### **4.7 Синтез метода выбора рациональных величин расходов теплоносителя технологического объекта управления – котельной**

Для повышения эффективности эксплуатации КИСА ТООУ<sub>1</sub> ЗЦТ – котельной ОАО «Хартрон» целесообразно выбрать рациональные величины расходов теплоносителя для котлов ПТВМ - 30 М, при которых суммарные затраты для котельной должны быть минимальными, при условии, что общая тепловая производительность котлов будет соответствовать требуемым значениям.

Для этого при текущих температурах: наружного воздуха, уходящих дымовых газов и теплоносителя до и после котлов необходимо выбрать такое сочетание расходов теплоносителя через котлы, при которых суммарные затраты для котельной (З) будут минимальными [120-125]:

$$Z = \sum_{i=1}^2 z_i \rightarrow \min, \text{ грн/час} , \quad (4.7.1)$$

где  $z_i$  – величина затрат для каждого работающего котла, грн/час;  
 $i = \overline{1;2}$  – количество постоянно работающих котлов.

Величина затрат для каждого котла представляет собой

$$z_i = z_i(N) + z_i(Q), \text{ грн/час} , \quad (4.7.2)$$

где  $z_i(N)$  – величина затрат на электрическую энергию для преодоления гидравлического сопротивления работающих котлов и потерь давления в магистральной тепловой сети, грн/час;

$z_i(Q)$  – величина затрат на тепловую производительность для каждого работающего котла, грн/час;

Величина затрат на электрическую энергию для каждого работающего котла для преодоления его гидравлического сопротивления и потерь давления в магистральной тепловой сети определяется по формуле:

$$z_i(N) = z_{эл} \cdot N_i, \text{ грн/час} , \quad (4.7.3)$$

где  $z_{эл}$  – тариф на электрическую энергию,  $z_{эл} = 0,485$  грн/кВт час;

$N_i$  – мощность электродвигателя насоса на преодоление гидравлических сопротивлений котла и магистральной тепловой сети, кВт;

Величина затрат на тепловую производительность для каждого работающего котла определяется следующим образом:

$$Z_i(Q) = Z_{\text{тепл}} \cdot Q_i, \text{ грн/час}, \quad (4.7.4)$$

где  $Z_{\text{тепл}}$  – тариф на тепловую энергию,  $Z_{\text{тепл}} = 265,12$  грн/Гкал час;

$Q_i$  – тепловая производительность котла, Вт;

Мощность электродвигателя насоса на преодоление гидравлических сопротивлений котла и магистральной тепловой сети определяется по формуле:

$$N_i = \frac{F_{\text{тепл.}i} \cdot (P_{\kappa.i} + P_c) \cdot g}{1000 \cdot \eta}, \text{ кВт}, \quad (4.7.5)$$

где  $F_{\text{тепл.}i}$  – расход теплоносителя проходящего через котел, м<sup>3</sup>/ч;

$P_{\kappa.i}$  – гидравлическое сопротивление котла, МПа;

$P_c$  – гидравлическое сопротивление магистральной тепловой сети, МПа;

$g$  – ускорение свободного падения,  $g = 9,8$  м/с<sup>2</sup>;

$\eta$  – к.п.д. насоса, принимаем  $\eta = 0,6$ ;

Гидравлическое сопротивление котла определяется по формуле:

$$P_{\kappa.i} = P_{\kappa.i \text{ расч}} \cdot \left( \frac{F_{\text{тепл.}i}^2}{F_{\text{ном}}^2} \right), \text{ МПа}, \quad (4.7.6)$$

где  $P_{\kappa.i \text{ расч}}$  – расчетное гидравлическое сопротивление котла,  $P_{\kappa.i \text{ расч}} = 0,25$  МПа;

$F_{\text{ном}}^2$  – номинальный расход теплоносителя проходящего через котел при основном режиме;

$$F_{\text{ном}} = 103,3 \text{ кг/с} = 372 \text{ м}^3/\text{ч}.$$

Гидравлическое сопротивление магистральной тепловой сети определяется по формуле:

$$P_c = 2 \cdot (R \cdot l \cdot (1 + \kappa_M)), \text{ МПа}, \quad (4.7.7)$$

где  $R$  – удельные потери давления на трение на участке магистральной тепловой сети, принимаем  $R = 80$  Па/м;

$l$  – длина участка магистральной тепловой сети от котельной ОАО «Хартрон» до ЦТП,  $l = 420$  м;

$\kappa_M$  – коэффициент потерь давления на местные сопротивления, принимаем  $\kappa_M = 0,25$ .

Тепловая производительность котла упрощенно определяется из выражения:

$$Q_i = Q_{\text{менл.}i} + Q_{y.\text{д.г.}i}, \text{ Вт}, \quad (4.7.8)$$

где  $Q_{\text{менл.}i}$  – количество тепловой энергии производимое котлом, Вт;

$Q_{y.\text{д.г.}i}$  – потери тепловой энергии с уходящими дымовыми газами, Вт.

Количество тепловой энергии, производимое котлом, определяется следующим образом:

$$Q_{\text{менл.}i} = c_{\text{менл}} \cdot F_{\text{менл.}i} \cdot (T_{1i} - T_{2i}), \text{ Вт}, \quad (4.7.9)$$

где  $c_{\text{менл}}$  – удельная теплоемкость теплоносителя,  $c_{\text{менл}} = 4187 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot ^\circ\text{C})$ ;

$T_{1i}$  – температура теплоносителя после  $i$ -го котла,  $^\circ\text{C}$ ;

$T_{2i}$  – температура теплоносителя перед  $i$ -м котлом,  $^\circ\text{C}$ .

Теплосодержание уходящих дымовых газов определяется по формуле:

$$Q_{y.\text{д.г.}i} = c_{y.\text{д.г.}} \cdot F_{y.\text{д.г.}i} \cdot T_{y.\text{д.г.}i}, \text{ Вт}, \quad (4.7.10)$$

где  $c_{y.\text{д.г.}}$  – удельная теплоемкость уходящих дымовых газов,  $c_{y.\text{д.г.}} = 1000 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot ^\circ\text{C})$ ;

$F_{y.\text{д.г.}i}$  – расход уходящих дымовых газов после  $i$ -го котла,  $\text{м}^3/\text{ч}$ ;

$T_{y.\text{д.г.}i}$  – температура уходящих дымовых газов после  $i$ -го котла,  $^\circ\text{C}$ .

Расход уходящих дымовых газов после  $i$ -го котла определяется по формуле:

$$F_{y.\text{д.г.}i} = F_{\text{газа}i} \cdot V_{\text{сг}} \cdot \rho_{y.\text{д.г.}}, \text{ м}^3/\text{ч}, \quad (4.7.11)$$

где  $F_{\text{газа}i}$  – расход сжигаемого газа для  $i$ -го котла,  $\text{м}^3/\text{ч}$ ;

$V_{\text{сг}}$  – объем продуктов сгорания газа на  $\text{м}^3$  сжигаемого газа, для природного газа  $V_{\text{сг}} = 10,52 \text{ м}^3$  на  $\text{м}^3$  сжигаемого газа;

$\rho_{y.\text{д.г.}}$  – плотность уходящих дымовых газов,  $\text{кг}/\text{м}^3$ .

Из массивов данных полученных в результате проведения пассивного эксперимента на котельной ОАО «Хартрон» были выбраны пять различных значений  $T_{1i}$  и соответствующие им значения  $T_{2i}$ ,  $F_{\text{менл}}$ ,  $F_{\text{газа}}$ ,  $T_{y.\text{д.г.}}$  для двух котлов работающих одновременно (таблица 4.18).

Для выбранных параметров технологического процесса котельной по приведенным выше формулам (4.7.5) - (4.7.11) были рассчитаны значения мощности электродвигателей насосов и тепловой производительности для характерного при проведении пассивного эксперимента режима с двумя работающими котлами (таблица 4.19).

Таблица 4.18 – Экспериментальные значения параметров ТОВ<sub>1</sub> – котельной ОАО «Хартрон»

№	1 котел							2 котел						
	T <sub>1</sub> , °C	T <sub>2</sub> , °C	F <sub>тепл</sub>		F <sub>газа</sub>		T <sub>у.д.г.</sub> , °C	T <sub>1</sub> , °C	T <sub>2</sub> , °C	F <sub>тепл</sub>		F <sub>газа</sub>		T <sub>у.д.г.</sub> , °C
			м <sup>3</sup> /ч	кг/с	м <sup>3</sup> /ч	кг/с				м <sup>3</sup> /ч	кг/с	м <sup>3</sup> /ч	кг/с	
1	88	51	475	132	3340	928	110	65	51	490	136	3340	928	69
2	96	50	470	131	4700	1306	118	74	50	490	136	5700	1583	80
3	110	49	475	132	5195	1443	130	88	55	495	138	6245	1735	99
4	122	50	470	131	5700	1583	162	95	59	490	136	6600	1833	100
5	130	55	465	129	5755	1599	163	110	60	450	125	6800	1889	124

Таблица 4.19 – Расчетные значения мощности электродвигателей насосов и тепловой производительности ТОВ<sub>1</sub> – котельной ОАО «Хартрон»

№	1 котел								2 котел							
	P <sub>к.и.</sub> м. вод. ст.	P <sub>с.</sub> м. вод. ст.	N <sub>i</sub> , кВт	Q <sub>тепл.</sub> Вт	F <sub>у.д.г.</sub>		Q <sub>у.д.г.и.</sub> Вт	Q <sub>и.</sub> Вт	P <sub>к.и.</sub> м. вод. ст.	P <sub>с.</sub> м. вод. ст.	N <sub>i</sub> , кВт	Q <sub>тепл.</sub> Вт	F <sub>у.д.г.</sub>		Q <sub>у.д.г.и.</sub> Вт	Q <sub>и.</sub> Вт
					м <sup>3</sup> /ч	кг/с							м <sup>3</sup> /ч	кг/с		
1	40,76	8,4	105,946	20440701	35137	8,8	869636	21310337	43,38	8,4	115,105	7978561	35137	8,8	545499	8524060
2	39,91		103,010	25145261	49444	12,4	1312738	26457999	43,38		115,105	13677533	59964	15,0	1079352	14756885
3	40,76		105,946	33699535	54651	13,7	1598553	35298088	44,27		118,278	18998513	65697	16,4	1463410	20461922
4	39,91		103,010	39357800	59964	15,0	2185688	41543488	43,38		115,105	20516300	69432	17,4	1562220	22078520
5	39,06		100,133	40561563	60543	15,1	2220400	42781962	36,58		91,840	26168750	71536	17,9	1995854	28164604

По выражениям (4.7.1)-(4.7.4) определены расчетные затраты для котельной (таблица 4.20).

Таблица 4.20 – Расчетные затраты для ТОО<sub>1</sub> – котельной ОАО «Хартрон»

№	1 котел				2 котел				З, грн/час
	N <sub>i</sub> , кВт	З <sub>i</sub> (N) грн/час	Q <sub>i</sub> , Вт	З <sub>i</sub> (Q) грн/час	N <sub>i</sub> , кВт	З <sub>i</sub> (N) грн/час	Q <sub>i</sub> , Вт	З <sub>i</sub> (Q) грн/час	
1	105,946	51,38	21310337	6570,71	115,105	55,83	8524060	2628,26	9306,19
2	103,010	49,96	26457999	8157,92	115,105	55,83	14756885	4550,06	12813,76
3	105,946	51,38	35298088	10883,62	118,278	57,36	20461922	6309,12	17301,49
4	103,010	49,96	41543488	12809,29	115,105	55,83	22078520	6807,57	19722,65
5	100,133	48,56	42781962	13191,16	91,840	44,54	28164604	8684,12	21968,39

Задача выбора рациональных величин расходов теплоносителя для двух котлов источника тепловой энергии ПТВМ-30М может быть решена как задача нелинейного математического программирования с использованием стандартных программных комплексов [126]. При этом, варьируя параметры управления, необходимо найти оптимальные значения  $F_{менл.i}$  для двух работающих котлов, которые обеспечивают минимальные затраты для котельной, при условии изменения расхода теплоносителя в пределах 10%  $F_{менл.i}$ .

Область определения целевой функции будет выражаться соотношением:

$$Q_{тепл} = \sum Q_{менл.i}, \quad (4.7.12)$$

с ограничением:

$$F_{ном. min} \leq F_{менл.i} \leq F_{ном. max}. \quad (4.7.13)$$

С учетом (4.7.12) и (4.7.13) для решения задачи выбора рациональной тепловой производительности двух котлов разработан алгоритм оценки целевой функции в виде:

$$З = З_{эл} \cdot \sum_{i=1}^n \left( \frac{F_{менл.i} \cdot (P_{к.i} + P_c) \cdot g}{1000 \cdot \eta} \right) + З_{менл} \cdot \sum_{i=1}^n \left( (c_{менл} \cdot F_{менл.i} \cdot (T_{1i} - T_{2i})) + (c_{y.d.z} \cdot F_{y.d.z} \cdot T_{y.d.z}) \right). \quad (4.7.14)$$

Часть алгоритма (4.7.14), в которой определяем теплосодержание уходящих дымовых газов по выражению (4.7.10), заменим нижеследующими линейными зависимостями вида  $Q_{y.d.z.i} = f(F_{менл.i})$  между расчетными

значениями  $Q_{y.d.z.i}$  (таблица 4.19) и расходом теплоносителя  $F_{менл.i}$  (таблица 4.18), рассчитанными по МНК для двух котлов:

$$1 \text{ котел: } Q_{y.d.z.1} = -417668 + 0,065 \cdot (F_{менл.1}), \quad (4.7.15)$$

$$2 \text{ котел: } Q_{y.d.z.2} = -46274 + 0,079 \cdot (F_{менл.2}). \quad (4.7.16)$$

Подставляя (4.7.15) и (4.7.16) в (4.7.14), получаем:

$$Z = 3_{эл} \cdot \left( \frac{F_{менл1} \cdot (P_{к.1} + P_c) \cdot g}{1000 \cdot \eta} \right) + 3_{менл} \cdot \left( (c_{менл} \cdot F_{менл1} \cdot (T_{1.1} - T_{2.1})) + (-417668 + 0,065 F_{менл1}) \right) + \quad (4.7.17)$$

$$+ 3_{эл} \cdot \left( \frac{F_{менл2} \cdot (P_{к.2} + P_c) \cdot g}{1000 \cdot \eta} \right) + 3_{менл} \cdot \left( (c_{менл} \cdot F_{менл2} \cdot (T_{1.2} - T_{2.2})) + (-46274 + 0,079 F_{менл2}) \right)$$

Для решения задачи метода выбора рациональных величин расходов теплоносителя ТОУ – котельной для выражения (4.7.17) с учетом (4.7.12) и (4.7.13) применяем программное средство – поиск решения, использующее алгоритм нелинейной оптимизации Generalized Reduced Gradient [126].

В результате расчетов целевой функции (4.7.12) получаем значения расходов теплоносителя для двух котлов, а также величину затрат для ТОУ – котельной (таблица 4.21).

Таблица 4.21 – Расчетные значения расходов теплоносителя для двух котлов, а также величина затрат для ТОУ<sub>1</sub> – котельной ОАО «Хартрон»

№	1 котел		2 котел		З, грн/час
	$F_{менл}$		$F_{менл}$		
	кг/с	м <sup>3</sup> /ч	кг/с	м <sup>3</sup> /ч	
1	138	497	125	450	9259,56
2	140	504	128	460	12598,55
3	142	512	126	453	17240,64
4	141	508	120	432	19511,8
5	143	514	124	446	21796,82

Для повышения эффективности эксплуатации КИСА ТОУ<sub>1</sub> ЗЦТ – котельной ОАО «Хартрон» синтезирован метод выбора рациональных величин расходов теплоносителя, реализованный как задача нелинейного математического программирования [127], позволяющий минимизировать суммарные затраты для котельной, при условии, что общая тепловая производительность котлов соответствует требуемым значениям.

#### 4.8 Синтез метода рационального распределения тепловой энергии между технологическими объектами управления – центральным и индивидуальными тепловыми пунктами с системами отопления

Для формальной постановки задач рационального распределения тепловой энергии между всеми уровнями трехуровневой КИСА ТООУ ЗЦТ и управления параметрами технологических процессов этих уровней с целью обеспечения комфортных условий в помещениях соответствующих СО разработана функциональная схема решения указанных задач (рисунок 4.23).

Практическое выполнение предлагаемой стратегии управления распределением тепловой энергии для всех уровней трехуровневой КИСА ТООУ ЗЦТ и управления параметрами технологических процессов этих уровней может быть успешным, если эту стратегию условно разделить на два интервала. Первый из них назовем «большим» и определим продолжительностью в 8 часов (продолжительность рабочей смены непрерывного производства). Второй – «малый», он функционирует в пределах «большого» интервала.

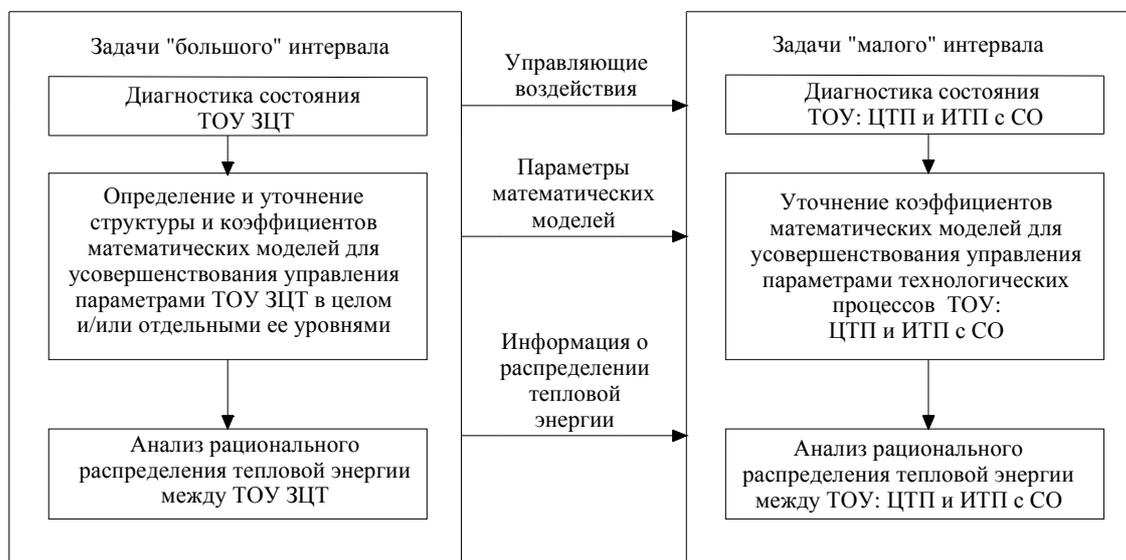


Рис. 4.23 – Функциональная схема решения задач управления и рационального распределения тепловой энергии трехуровневой КИСА ТООУ ЗЦТ

Для «большого» интервала характерными могут быть задачи диагностики состояния ТООУ ЗЦТ, определения и уточнения структуры и коэффициентов математических моделей для управления параметрами технологических процессов всех уровней КИСА ТООУ ЗЦТ в целом и/или отдельными ее уровнями, а так же анализ рационального распределения тепловой энергии между его ТООУ.

Характерными задачами «малого» интервала могут быть: диагностика состояния ТООУ – ЦТП и ИТП с СО, уточнение коэффициентов математических моделей для них, а так же анализ рационального распределения тепловой энергии для нижнего уровня КИСА – ТООУ: ЦТП и ИТП с СО.

С учетом вышесказанного для обеспечения комфортных условий в помещениях соответствующих СО рассмотрим формальную постановку задачи управления распределением тепловой между ТООУ нижнего уровня трехуровневой КИСА ТООУ ЗЦТ: ТООУ<sub>3,і</sub> – ЦТП, ТООУ<sub>5,і</sub> – ИТП и ТООУ<sub>6,і</sub> – СО с отопительными приборами в помещениях потребителей тепловой энергии. Разработанные, на основании проведенного пассивного эксперимента, многопараметрические математические модели для ТООУ<sub>3,і</sub> – ЦТП и ТООУ<sub>5,і</sub> – ИТП используются для решения задачи управления распределением тепловой энергии между ТООУ: центральным и индивидуальными тепловыми пунктами с системами отопления [128-140].

Для реального ТООУ<sub>3,і</sub> – ЦТП тепловая энергия распределяется между  $i$  – ми ТООУ<sub>5,і</sub> – ИТП с ТООУ<sub>6,і</sub> – СО, где  $i = \overline{1,28}$ , расположенными в жилых домах и общественных зданиях, оснащенных теплосчетчиками. В результате проведения пассивного эксперимента были получены следующие параметры теплоносителя: температура наружного воздуха ( $T_{н.в}$ ), °С; температура теплоносителя в подающем ( $T_{под}$ ) и обратном ( $T_{обр}$ ), °С трубопроводах внутриквартальных тепловых сетей; давление теплоносителя в подающем ( $P_{под}$ ) и обратном ( $P_{обр}$ ), МПа трубопроводах внутриквартальных тепловых сетей; расход теплоносителя в подающем трубопроводе внутриквартальных тепловых сетей ( $F_{под}$ ), м<sup>3</sup>/ч; и количество тепловой энергии поступающее в ЦТП ( $Q_{под}$ ), Гкал.

Рассмотрим формальную постановку задачи управления количеством тепловой энергии  $Q(t)$ , Гкал, распределяемой ТООУ<sub>3,і</sub> – ЦТП между  $i$  – ми ТООУ<sub>5,і</sub> – ИТП с ТООУ<sub>6,і</sub> – СО, на «малом» интервале времени:

$$Q(t) = \sum_{i=1}^{28} Q_i(X_{1i}, X_{ji}, Y_i), \quad (4.8.1)$$

где  $X_{1i}$  – управляющий (входной) параметр – расход теплоносителя поступающего от ЦТП в подающие трубопроводы внутриквартальных тепловых сетей ( $F_{под}$ );

$X_{ji}$  – корректирующие входные параметры ( $T_{н.в}, T_{обр}, P_{под}, P_{обр}$ ),  $j = \overline{2,5}$ ;  
 $Y_i$  – управляемый (выходной) параметр – температура теплоносителя в подающем трубопроводе внутриквартальных тепловых сетей ( $T_{под}$ );  
с учетом линейности моделей и ограничений:

$$Y_i(t) = \sum a_{li} X_{li} + a_{ji} X_{ji} + a_{oi} + \xi_i, \quad (4.8.2)$$

где  $a_{li}, a_{ji}, a_{oi}$  – коэффициенты при входных параметрах и свободный член соответственно;

$\xi_i$  – погрешность вычислений.

При этом

$$Y_i^{\min} \leq Y_i(t) \leq Y_i^{\max}, \quad (4.8.3)$$

$$X_{li}^{\min} \leq X_{li}(t) \leq X_{li}^{\max}. \quad (4.8.4)$$

В общем виде среднее количество потребляемой тепловой энергии ( $\overline{Q}(t)$ , Гкал) за дискретное время ( $t$ ) определяется:

$$\overline{Q}(t) = \frac{\overline{G}(t) \cdot \Delta T \cdot k_{\phi} \cdot k_T}{1000}, \quad (4.8.5)$$

где  $\overline{G}(t)$  – средний объем теплоносителя проходящего через ТОО<sub>3,i</sub> – ЦТП за дискретное время ( $t$ ), определяемый по формуле:

$$\overline{G}(t) = \overline{F} \cdot t, \quad \text{или} \quad \overline{G}(t) = \overline{X}_{li} \cdot t, \quad (4.8.6)$$

где  $\overline{F}$  – средний расход теплоносителя,  $m^3/ч$ ;

$\Delta T$  – разница средних значений температур теплоносителя в подающем и обратном трубопроводах внутриквартальных тепловых сетей, °C;

$k_{\phi}$  – коэффициент, величина которого определяется по физическим свойствам теплоносителя (теплоемкостью теплоносителя);

$k_T$  – коэффициент, значение которого зависит от единицы измерения потребляемой тепловой энергии.

Задачу (4.8.1) интерпретируем в виде структурной схемы декомпозиции задачи рационального распределения тепловой энергии нижнего уровня трехуровневой КИСА ТОО ЗЦТ: ТОО<sub>3,i</sub> – ЦТП и ТОО<sub>5,i</sub> – ИТП с ТОО<sub>6,i</sub> – СО (рисунок 4.24), то есть для ТОО<sub>3,i</sub> – ЦТП

необходимо определить оптимальные значения количества тепловой энергии и распределить ее по каждому из 28  $TOY_{5,i}$  – ИТП с  $TOY_{6,i}$  – СО путем выдачи управляющих воздействий (расход теплоносителя заданной температуры) связанных ограничениями (4.8.3) и (4.8.4).

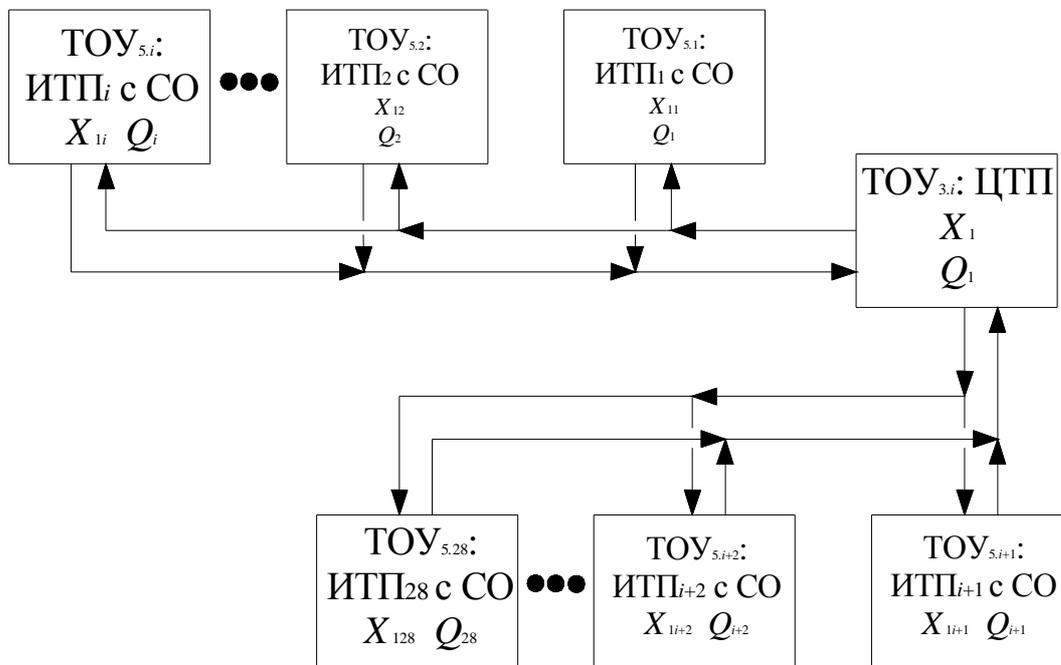


Рис. 4.24 – Структурная схема декомпозиции задачи рационального распределения тепловой энергии нижнего уровня трехуровневой КИСА  $TOY$  ЗЦТ:  $TOY_{3,i}$  – ЦТП,  $TOY_{5,i}$  – ИТП с  $TOY_{6,i}$  – СО

В результате найденных оптимумов в  $TOY_{3,i}$  – ЦТП формируется полная функция распределения количества тепловой энергии при заданных управляющих воздействиях и формируются новые управляющие воздействия с целью поиска оптимума полной функции распределения количества тепловой энергии.

Для АСУ  $i$  – го  $TOY_{5,i}$  – ИТП с  $TOY_{6,i}$  – СО дополнительной информацией является погрешность вычислений распределения количества тепловой энергии, при заданной точности моделей (4.8.2) погрешность формулы (4.8.1) может быть определена в виде:

$$\Delta Q(t) = \sum_{i=1}^{28} \sum_{j=2}^5 \left| \frac{\partial Q_i(X_{li}, X_{ji}, Y_i)}{\partial Y_i} \right| \Delta Y_i, \quad (4.8.7)$$

где  $\Delta Q(t)$  – погрешность вычисления количества тепловой энергии,  
 $\Delta Y_i$  – погрешности моделей.

Отметим, что если погрешность вычисления распределения количества тепловой энергии превосходит некоторый предел, то на основе (4.8.7) путем анализа можно определить, в каких контурах идентификации и в какой степени необходимо повысить точность идентификации. Кроме того, выражение (4.8.7) можно интерпретировать как функцию чувствительности оценки распределения количества тепловой энергии к изменению точности идентификации.

Важность определения погрешности оценки распределения количества тепловой энергии обусловлена тем, что эта оценка позволяет определить интервал изменения вычисленной величины распределения количества тепловой энергии и интервал изменения управляющих воздействий, для которых разница между истинным распределением количества тепловой энергии и оцененным – не превосходит величины рассмотренной погрешности. Тем самым, указанный интервал изменения управляющих воздействий приближенно определяет величину возможной (допустимой) дискретизации управляющих воздействий.

Формально определим величину дискретизации управляющих воздействий  $X_{li}$  в предположении, что эта величина одинакова для всех ТОО<sub>5,i</sub> – ИТП с ТОО<sub>6,i</sub> – СО. Введем функцию чувствительности в виде:

$$\Delta Q(t) = \sum_{j=2}^5 \left| \frac{\partial Q_i(X_{li}, X_{ji}, Y_i)}{\partial X_{li}} \right| \Delta X_{li}. \quad (4.8.8)$$

В формуле (4.8.8)  $\Delta X_{li}$  представляют собой искомые величины дискретизации  $X_{li}$ . Положив  $\Delta X_{li}$  равными и воспользовавшись (4.8.7), получаем:

$$\Delta X_{li} = \frac{\sum_{i=1}^{28} \sum_{j=2}^5 \left| \frac{\partial Q_i(X_{li}, X_{ji}, Y_i)}{\partial Y_i} \right| \Delta Y_i}{\sum_{j=2}^5 \left| \frac{\partial Q_i(X_{li}, X_{ji}, Y_i)}{\partial X_{li}} \right|}. \quad (4.8.9)$$

Таким образом, задачу поиска управляющих воздействий в непрерывной области можно заменить задачей оптимизации в дискретной области с «разумной» оценкой погрешности в смысле (4.8.7)-(4.8.9). Следует подчеркнуть, что, для решения задач оптимизации распределения количества тепловой энергии по каждому из  $i$ -х ТОО<sub>5,i</sub> – ИТП с ТОО<sub>6,i</sub> – СО при фиксированных значениях управляющих воздействий, дискретизация

управляющих воздействий с последующей оптимизацией и оптимизация в непрерывном варианте существенно отличаются.

Определение оптимума (4.8.1) при ограничениях (4.8.3)-(4.8.4), известных максимумах  $Q_i(X_{li}, X_{ji}, Y_i)$  и фиксированных значениях  $X_{li}$  (определенных с интервалом дискретизации  $\Delta X_{li}$ ) сводится к задаче поиска пути максимальной длины на сети, а связи – величины распределения количества тепловой энергии при переходе от одного ТОО ЗЦТ к другому. Задачи приведенного класса решаются с применением метода динамического программирования [127, 141-143].

Для решения задач, подобных (4.8.1) и (4.8.2) при ограничениях (4.8.3)-(4.8.4), используется метод штрафных функций. В этом случае выражения для определения распределения количества тепловой энергии между ТОО<sub>5,i</sub> – ИТП с ТОО<sub>6,i</sub> – СО подставляются в модифицированную функцию цели

$$Q(t) = Q_i(X_{li}, X_{ji}, Y_i) + \sum_j \frac{\alpha_j}{h_j} + \sum_k \alpha_k g_k^2, \quad (4.8.10)$$

где  $h_j$  – левая часть ограничений вида неравенств, приведенных к форме  $h_j > 0$ ;

$g_k$  – ограничения вида равенств;

$\alpha_j, \alpha_k$  – параметры, подбираемые при вычислении оптимума ( $\alpha_j, \alpha_k > 0$ ).

Решение задачи определения оптимума (4.8.10) методами нелинейного программирования ведет к определению локального оптимума  $Q_i(X_{li}, X_{ji}, Y_i)$  при определенных выше ограничениях. Поиск же глобального оптимума (4.8.10) при сложном виде  $Q_i(X_{li}, X_{ji}, Y_i)$  оказывается существенно более трудоемким.

По вышеприведенному методу управления распределением тепловой энергии нижнего уровня трехуровневой КИСА ТОО ЗЦТ: ТОО<sub>3,i</sub> – ЦТП, ТОО<sub>5,i</sub> – ИТП с ТОО<sub>6,i</sub> – СО с использованием массива экспериментальных данных определены оптимальные значения температуры смешанного теплоносителя и количества тепловой энергии на «малых» интервалах времени для двух ТОО<sub>5,i</sub> – ИТП с ТОО<sub>6,i</sub> – СО (рисунок 4.25):

ЦТП:  $Q=6,63$  Гкал/ч;  $X_1=81,7^\circ\text{C}$ ;

фактические значения для ИТП с СО:

ИТП № 1:  $Q=0,51$  Гкал/ч;  $X_1=78,76^\circ\text{C}$ ;

ИТП № 2:  $Q=0,43$  Гкал/ч;  $X_1=77,23^\circ\text{C}$ ;

расчетные значения для ИТП с СО:  
 ИТП № 1:  $Q=0,48$  Гкал/ч;  $X_1=76,91^\circ\text{C}$ ;  
 ИТП № 2:  $Q=0,41$  Гкал/ч;  $X_1=73,43^\circ\text{C}$ ;

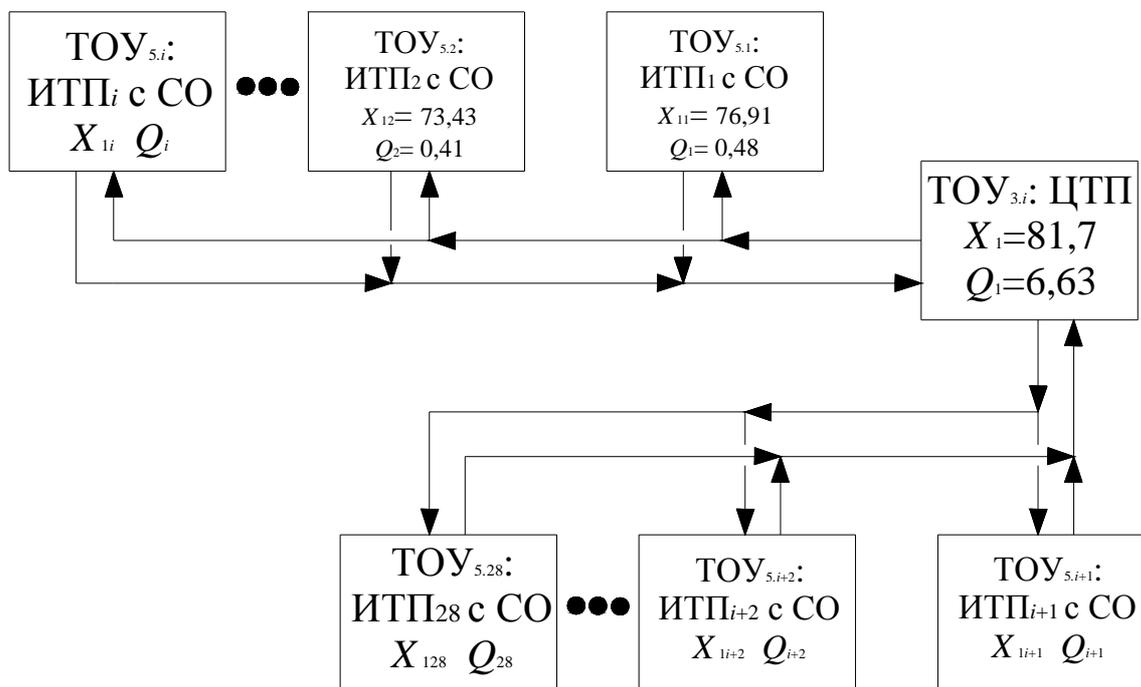


Рис. 4.25 – Структурная схема решения задачи рационального распределения тепловой энергии нижнего уровня трехуровневой КИСА ТОУ ЗЦТ: ТОУ<sub>3,i</sub> – ЦТП, ТОУ<sub>5,i</sub> – ИТП с ТОУ<sub>6,i</sub> – СО

Вышеприведенный метод управления распределением тепловой энергии нижнего уровня трехуровневой КИСА ТОУ ЗЦТ: ТОУ<sub>3,i</sub> – ЦТП, ТОУ<sub>5,i</sub> – ИТП с ТОУ<sub>6,i</sub> – СО позволяет вычислять значения управляющих воздействий для усовершенствования КИСА ТОУ<sub>3,i</sub> – ЦТП на «малых» интервалах времени и определять значения управляющих воздействий, а, следовательно, и зависящей от них температуры смешанного теплоносителя во все моменты времени, для которых будет решаться задача стабилизации. То есть, учитывая качественные показатели технологического процесса, определяется плановая траектория (программа), относительно которой решается задача стабилизации на «малых» интервалах времени.

#### 4.9 Синтез адаптивного метода управления технологическими объектами управления закрытого централизованного теплоснабжения

Большинство существующих на сегодняшний день методов управления ориентированы на линейные (линеаризуемые) ТОУ.

Как правило, ТОУ функционируют в условиях случайных возмущающих воздействий. С учетом этого динамический стохастический объект описывается разностным уравнением

$$\begin{aligned} y(k) + a_1 y(k-1) + a_2 y(k-2) + \dots + a_{N_A} y(k-N_A) = \\ = b_1 u(k-1) + b_2 u(k-2) + \dots + b_{N_B} u(k-N_B) + w(k), \end{aligned} \quad (4.9.1)$$

где  $w(k)$  – случайная нормально распределенная помеха типа «белого» гауссовского шума, такая что  $M\{w(k)\} = 0, M\{w^2(k)\} = \sigma_w^2, M\{\cdot\}$  – символ математического ожидания;  $k$  – дискретное время.

В уравнении (4.9.1) рассматривается наиболее простая модель шума. В работах [49, 55, 56, 66] рассмотрены модели возмущений типа цветного шума, который интерпретируется как пропущенный через линейный фильтр белый шум. Такого рода процессы получили название авторегрессионскользящего среднего и описываются разностным уравнением

$$\begin{aligned} n(k) + c_1 n(k-1) + c_2 n(k-2) + \dots + c_{N_C} n(k-N_C) = \\ = w(k) + d_1 w(k-1) + d_2 w(k-2) + \dots + d_{N_D} w(k-N_D), \end{aligned} \quad (4.9.2)$$

где  $n(k)$  и  $w(k)$  – последовательности реализаций цветного и белого шума соответственно.

В основу функционирования блока управления могут быть положены, например, пропорциональные (П-), пропорционально-интегральные (ПИ-) или пропорционально-интегрально-дифференциальные (ПИД-) регуляторы, что позволяет использовать накопленный опыт работы с аналоговыми регуляторами и применять хорошо известные правила настройки их параметров [144-146].

Факторами, обусловившими широкое распространение в КИСА ТОУ ПИД-регуляторов, стали простота их структуры и высокая надежность.

Несмотря на достоинства, ПИД-регуляторам присущ ряд недостатков. Наибольшие неудобства связаны с необходимостью ручной перенастройки параметров регулятора при изменении параметров объекта или внешних возмущений, причем трудности настройки существенно возрастают, если объект характеризуется наличием внутренних взаимодействующих контуров. Кроме того, алгоритмы получения оценок параметров ПИД-регуляторов не лишены недостатков. Так, метод Зиглера-Никольса [87, 147] чувствителен к шумам, поскольку его оценки основаны на результатах экспериментов с разомкнутой системой, а для реализации метода Нишикавы [146] всякий раз,

когда требуется перенастройка параметров регулятора, необходимо вмешательство оператора для формирования тестовых входных сигналов.

В связи с вышесказанным более эффективными являются системы адаптивного управления. Основная идея адаптивного управления состоит в изменении параметров регулятора в зависимости от критерия оптимальности замкнутой системы. Первые адаптивные регуляторы были разработаны на основе классической теории автоматического регулирования и теории управления нелинейными объектами. Причем влияние шума учитывалось путем его аппроксимации некоторыми тестовыми сигналами, и КИСА разрабатывалась таким образом, чтобы быть нечувствительной к этим сигналам. Большинство современных адаптивных регуляторов разрабатываются с использованием статистических моделей для оценки изменений параметров ТОУ и шумов. Типовая структура адаптивного регулятора приведена на рисунке 4.26. Здесь ТОУ представляется некоторой моделью, например, передаточной функцией, а идентификатор используется для оценки параметров этой модели, а также для оценки параметров неконтролируемых сигналов. Оценка параметров выполняется в оперативном режиме. Затем найденные параметры модели ТОУ  $\Psi$  используются для проектирования регулятора в соответствии с критерием оптимальности. Этот этап называется этапом ратификации или утверждения и также выполняется в оперативном режиме.

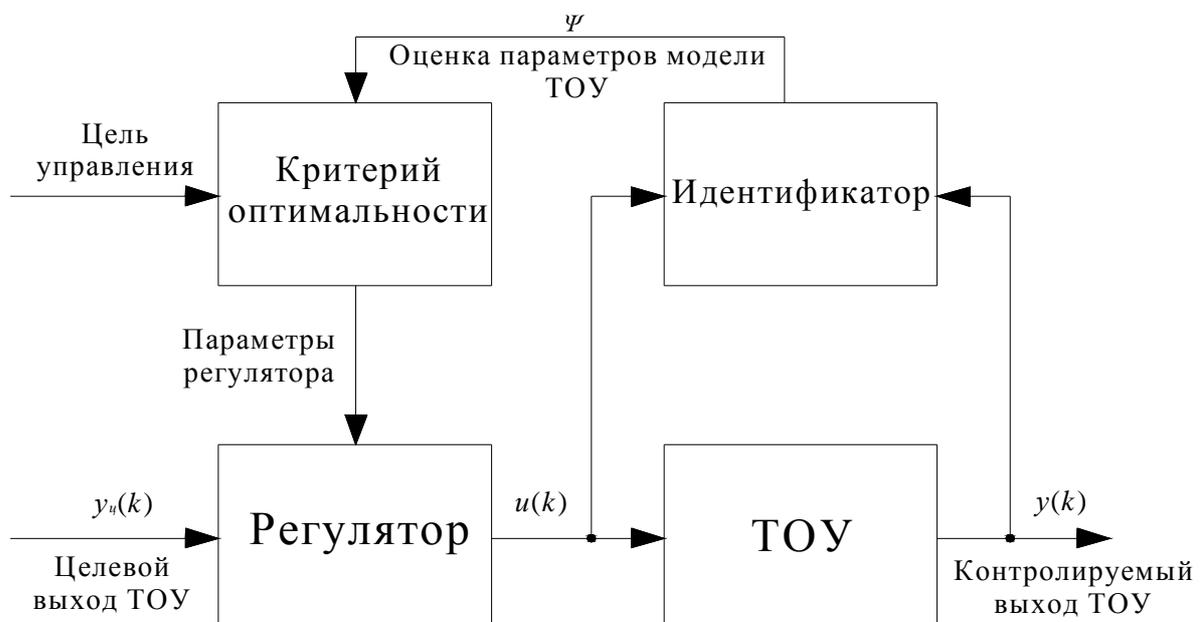


Рис. 4.26 – Структура адаптивного регулятора

Расчет закона управления выполняется на основе принципа, называемого эквивалентом определенности, или на основе гипотезы разделимости [144-146]. Принцип эквивалента определенности применяется в том случае, если имеется возможность сначала решить детерминированную задачу с известными параметрами и затем спроектировать оптимальный регулятор, параметры которого заменяются их оценками, при этом неопределенность текущих оценок игнорируется. Гипотеза разделимости основана на априорном допущении о том, что синтез КИСА ТОУ можно разделить на две части: процесс идентификации и процесс управления. При этом параметры регулятора обычно являются функциями неопределенности идентифицируемых параметров ТОУ.

Для оценки параметров ТОУ могут использоваться различные методы идентификации, такие как: метод наименьших квадратов, обобщенный метод наименьших квадратов, метод инструментальных переменных, фильтр Калмана, расширенный фильтр Калмана и другие.

Вектор параметров  $\Psi$  может содержать либо только оценки неизвестных параметров модели  $\{\hat{\theta}\}$ , либо оценки параметров и их вероятности  $\{\hat{\theta}, P\}$ . Регуляторы, основанные на принципе эквивалента определенности, учитывают только оценки параметров, то есть  $\Psi = \{\hat{\theta}\}$  и называются «достоверно эквивалентными» регуляторами, а регуляторы использующие как оценки параметров, так и их вероятности, то есть  $\Psi = \{\hat{\theta}, P\}$ , называются «осторожными» регуляторами.

Одной из основных особенностей промышленных технологических процессов, которыми необходимо управлять, является наличие высокого уровня априорной неопределённости относительно характеристик ТОУ. Адекватным математическим аппаратом для решения проблемы синтеза оптимальных законов управления в условиях неопределённости является теория дискретных адаптивных систем управления, среди которых широкое распространение получили адаптивные системы с идентификатором в контуре (АСИ) [145, 146]. Схема такой системы управления приведена на рисунке 4.27. Отличием от традиционной схемы управления является введение дополнительного контура идентификации и блока настройки параметров регулятора.

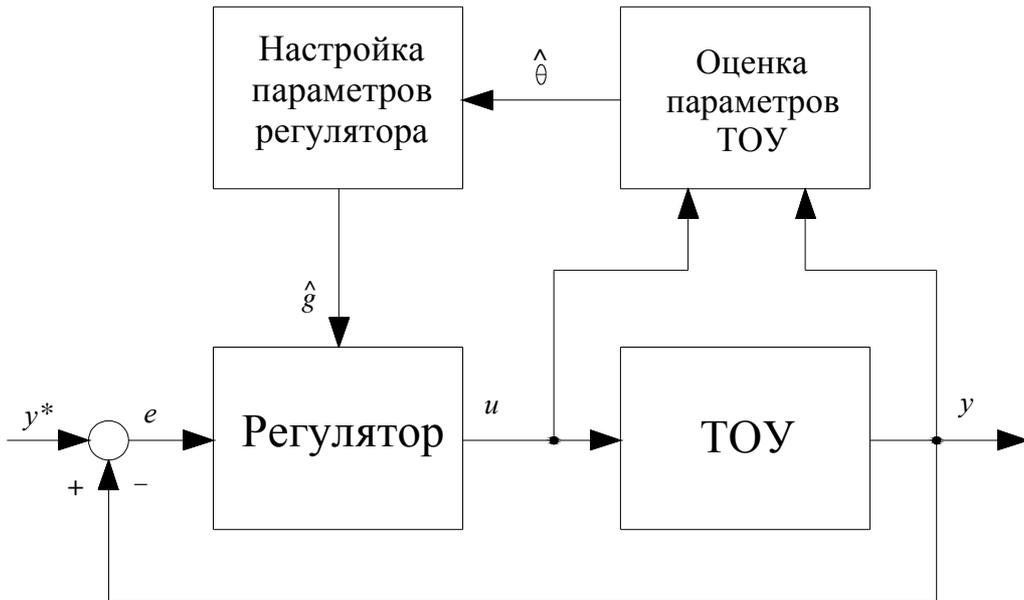


Рис. 4.27 – Схема адаптивной системы управления

Рассматривая линейный динамический стохастический объект (4.9.1), запишем выражение для выхода в виде

$$y(k) = \theta^T q(k) + w(k), \quad (4.9.3)$$

где  $\theta = (a_1, a_2, \dots, a_{N_A}, b_1, b_2, \dots, b_{N_B})^T$  – вектор параметров объекта;  $q(k) = (-y(k-1), -y(k-2), \dots, -y(k-N_A), u(k-1), u(k-2), \dots, u(k-N_B))^T$  – вектор состояния;

$k = 0, 1, 2, \dots$  – дискретное время.

Поставим в соответствие ТОУ настраиваемую модель вида

$$\hat{y}(k) = \hat{\theta}^T(k-1)q(k), \quad (4.9.4)$$

где  $\hat{y}(k)$  – выход модели;

$\hat{\theta}(k-1) - (N_A + N_B)$  – мерный вектор настраиваемых параметров.

К этой форме могут быть приведены и другие описания управляемых процессов. Тогда, рассматривая критерий

$$J_k = M\{(y(k) - \hat{y}(k))^2\} = M\{(y(k) - \hat{\theta}^T(k-1)q(k))^2\} \quad (4.9.5)$$

и минимизируя его по  $\hat{\theta}$ , приходим к оптимальному по быстродействию одношаговому алгоритму Качмажа, а минимизация критерия

$$J_k = \sum_{i=0}^k (y(i) - \hat{\theta}^T(i-1)q(i))^2 \quad (4.9.6)$$

приводит к рекуррентному методу наименьших квадратов, которые будут рассмотрены ниже.

К сожалению, не существует единого способа сравнения различных методов, хотя можно выделить три основных: аналитическое исследование (как правило, в асимптотике), имитационное моделирование и тестирование на реальных данных. Не существует также единственного критерия сравнения.

Получая оценки неизвестных коэффициентов математической модели, блок настройки параметров регулятора осуществляет коррекцию с тем, чтобы добиться требуемого качества процессов управления. Таким образом, адаптивный самонастраивающийся регулятор изменяет закон управления, подстраивая свои коэффициенты под управляемый процесс. При решении задачи настройки параметров регулятора используются те же подходы, что и для традиционных неадаптивных систем: обеспечение заданного расположения полюсов замкнутой системы, использование правил настройки, оптимизация принятого критерия качества управления и тому подобное.

Как уже отмечалось, нестационарность параметров исследуемых процессов приводит к необходимости использования адаптивного подхода при управлении этими процессами, который обеспечивает своевременную и правильную выработку решения об изменении управляющих воздействий. Эффективное решение задачи связано с введением в контур управления идентификатора, работающего по некоторому адаптивному алгоритму. Построенная таким образом система работает следующим образом. Идентификатор оценивает в дискретные моменты времени параметры модели. Эта оценка подается в регулятор для формирования управляющего воздействия, минимизирующего отклонение текущего значения выхода объекта от требуемого. Таким образом, модель, получаемая в процессе идентификации, играет роль прогнозирующей, позволяющей определить значение выходной переменной объекта, которое установится на его выходе при подаче на вход определенных сигналов.

Нелинейность и нестационарность уравнений, описывающих реальные технологические процессы, протекающие в ТООУ ЗЦТ, приводят к тому, что при управлении такими процессами значения параметров регулятора выбирают такими, чтобы обеспечить наилучшее управление в некоторой компромиссной точке. Для оптимизации же системы в нескольких точках необходима коррекция параметров регулятора в соответствии с изменениями рабочих условий. Поэтому для решения задачи управления целесообразно применение адаптивного подхода, при котором сложная

нелинейная модель заменяется линейной моделью с переменными параметрами, оценивание которых осуществляется в реальном времени. В качестве такой модели обычно используется уравнение псевдолинейной регрессии [56]:

$$y(k) = \theta^T(k)q(k) + w(k), \quad (4.9.7)$$

где  $\theta(k)$  – подлежащий оцениванию в общем случае нестационарный вектор параметров;

$q(k)$  – обобщенный вектор входов ( в случае линейных регрессионных моделей – вектор  $X$ );

$w(k)$  – помеха измерения.

К виду (4.9.7) могут быть приведены различные уравнения, описывающие линейные и нелинейные динамические объекты [55].

В качестве основной процедуры адаптивной идентификации и используется обычно рекуррентный метод наименьших квадратов (РМНК) [110]

$$\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) + \frac{P(k-1)q(k)}{1 + q^T(k)P(k-1)q(k)} [y(k) - \hat{\theta}^T(k-1)q(k)], \quad (4.9.8)$$

$$P(k) = P(k-1) - \frac{P(k-1)q(k)q^T(k)P(k-1)}{1 + q^T(k)P(k-1)q(k)}, \quad (4.9.9)$$

и различные его модификации.

Модификация алгоритмов РМНК связана прежде всего с необходимостью оценивания изменяющихся во времени параметров объектов. С этой целью в них вводят некоторый механизм, придающий больший вес вновь поступающей информации, следующим образом:

$$J = \sum_{i=1}^k \lambda(k-i) (y(k-i) - \hat{\theta}^T q(k-i))^2, \quad (4.9.10)$$

где  $\lambda(k-i)$  – функция достоверности  $i$ -того измерения относительно текущего момента времени  $k$ .

Исходя из удобства реализации вычислительных процедур и физического толкования особенностей математической модели, функцию  $\lambda(k-i)$  обычно задают в двух вариантах:

в виде «экспоненциального убывания ценности информации»

$$\lambda(k-i) = \lambda^{k-i}, 0 \leq \lambda \leq 1; \quad (4.9.11)$$

в виде «скользящего окна» размером  $\chi$  (в алгоритме используется  $\chi$  последних измерений)

$$\lambda(k-i) = \begin{cases} 1, & \text{если } 0 \leq i \leq \chi \\ 0, & \text{если } \chi < i \leq k. \end{cases} \quad (4.9.12)$$

В настоящее время наиболее широко применяется модификация РМНК, использующая экспоненциальное взвешивание информации

$$\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) + \frac{P(k-1)q(k)}{\lambda(k) + g(k)} e(k); \quad (4.9.13)$$

$$P(k) = \frac{1}{\lambda} \left[ P(k-1) - \frac{P(k-1)q(k)q^T(k)P(k)}{\lambda + g(k)} \right]. \quad (4.9.14)$$

Более простыми и в то же время достаточно эффективными являются следующие алгоритмы.

Проекционный алгоритм оценивания [56, 57], называемый также алгоритмом Качмажа, был применен к задаче идентификации линейных объектов в [119]. Он имеет вид:

$$\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) + \frac{y(k) - \hat{\theta}^T(k-1)q(k)}{\|q(k)\|^2} q(k). \quad (4.9.15)$$

Алгоритм использует операцию проецирования на вектор  $q(k)$ .

Как следует из (4.9.15), алгоритм не использует матричных вычислений, а наличие в нем операции проецирования делает его наиболее быстродействующим среди одношаговых алгоритмов. Наличие помех измерений приводит к необходимости модификации алгоритма (4.9.15) путем введения в него некоторого параметра  $\gamma(k) \in (0, 2)$

$$\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) + \gamma(k) \frac{y(k) - \hat{\theta}^T(k-1)q(k)}{\|q(k)\|^2} q(k). \quad (4.9.16)$$

Так как при идентификации реальных ТОУ приходится осуществлять стандартизацию, то есть центрирование и нормирование входных и выходных переменных, то возможно появление на некоторых тактах малых значений компонент вектора  $q(k)$ , используемого в (4.9.16). В этом случае  $\|q(k)\|^2 \approx 0$  и алгоритм становится численно неустойчивым. Чтобы избежать подобных ситуаций, в знаменатель (4.9.16) вводят некоторую положительную константу  $\alpha > 0$

$$\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) + \gamma(k) \frac{y(k) - \hat{\theta}^T(k-1)q(k)}{\alpha + \|q(k)\|^2} q(k), \quad (4.9.17)$$

которая обеспечивает вычислительную устойчивость алгоритма даже в случае  $\|q(k)\|^2 = 0$ .

Ортогонализованный проекционный алгоритм занимает промежуточное положение между РМНК и одношаговым проекционным алгоритмом Качмажа [66]

$$\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) + \frac{P(k-1)q(k)}{q^T(k)P(k-1)q(k)} [y(k) - \hat{\theta}^T(k-1)q(k)], \quad (4.9.18)$$

$$P(k) = P(k-1) - \frac{P(k-1)q(k)q^T(k)P(k-1)}{q^T(k)P(k-1)q(k)}, \quad P(0) = I. \quad (4.9.19)$$

Используемая в (4.9.18), (4.9.19) матрица  $P(k)$  является также матрицей ортогонального проецирования. По аналогии с (4.9.17) для повышения вычислительной устойчивости алгоритма (4.9.18), (4.9.19) может быть осуществлена его регуляризация

$$\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) + \frac{P(k-1)q(k)}{\alpha + q^T(k)P(k-1)q(k)} [y(k) - \hat{\theta}^T(k-1)q(k)], \quad (4.9.20)$$

$$P(k) = P(k-1) - \frac{P(k-1)q(k)q^T(k)P(k-1)}{\alpha + q^T(k)P(k-1)q(k)}, \quad \alpha > 0. \quad (4.9.21)$$

Выбор  $\alpha=1$  приводит к рекуррентному методу наименьших квадратов.

Алгоритм Гудвина – Рэмеджа – Кейнеса был предложен в работе [57] и имеет следующий вид:

$$\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) + \frac{y(k) - \hat{\theta}^T(k-1)q(k)}{r(k-1) + \|q(k)\|^2} q(k), \quad (4.9.22)$$

где  $r(k-1) = r(k-2) + \|q(k-1)\|^2, r(-1) = r(0) > 0$ .

Как видно, алгоритм (4.9.22), как и (4.9.17), уточняет оценку в направлении  $q(k)$ , однако в отличие от последнего, в параметре  $r(k-1)$  содержится информация обо всех предыдущих измерениях. Такое свойство параметра  $r(k)$  позволяет компенсировать влияние помехи измерения выходного сигнала  $y(k)$ .

Все рассмотренные выше рекуррентные алгоритмы получаются путем минимизации квадратичного функционала и используют при построении оценки непосредственные измерения входных и выходных параметров. Существует целый класс алгоритмов, в которых помимо непосредственно измеренных значений параметров используются их некоторые преобразования либо дополнительно вводимые в алгоритм некоторые

вспомогательные или инструментальные переменные [56]. Такой подход позволяет в целом ряде случаев, в частности, при наличии коррелированных помех измерений, улучшить свойства получаемых оценок искомых параметров. Основное же преимущество такого подхода состоит в том, что он обеспечивает получение несмещенных оценок. К числу таких алгоритмов относятся алгоритм Нагумо – Ноды и рекуррентный метод инструментальных переменных.

Алгоритм Нагумо – Ноды был предложен в работе [58]. Как и алгоритм (4.9.15), он относится к числу наиболее простых, одношаговых алгоритмов и имеет вид:

$$\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) + \frac{y(k) - \hat{\theta}^T(k-1)q(k)}{q^T(k) \text{sign } q(k)} \text{sign } q(k), \quad (4.9.23)$$

где  $\text{sign } q(k) = [\text{sign } q_1(k), \text{sign } q_2(k), \dots, \text{sign } q_N(k)]^T$  - вектор  $N \times 1$ ;

$$\text{sign } q_i(k) = \begin{cases} 1, & \text{если } q_i(k) > 0; \\ 0, & \text{если } q_i(k) = 0; \\ -1, & \text{если } q_i(k) < 0. \end{cases}$$

Наличие нелинейного преобразования входного сигнала изменяет траекторию движения оценки к оптимальной.

Рекуррентный метод инструментальных переменных (РМИП), детально описанный в работе [55], имеет вид

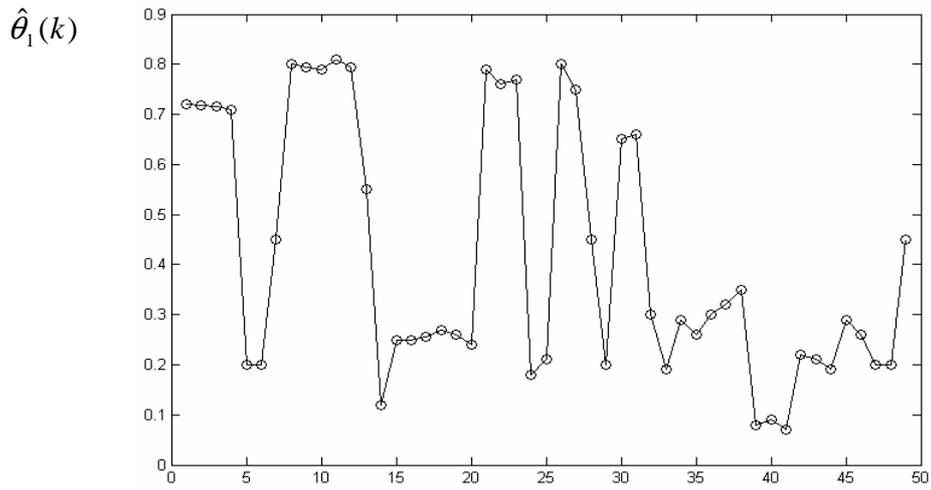
$$\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) + \frac{P(k-1)z(k)}{1 + q^T(k)P(k-1)z(k)} [y(k) - \hat{\theta}^T(k-1)q(k)], \quad (4.9.24)$$

$$P(k) = P(k-1) - \frac{P(k-1)z(k)q^T(k)P(k-1)}{1 + q^T(k)P(k-1)z(k)}, \quad (4.9.25)$$

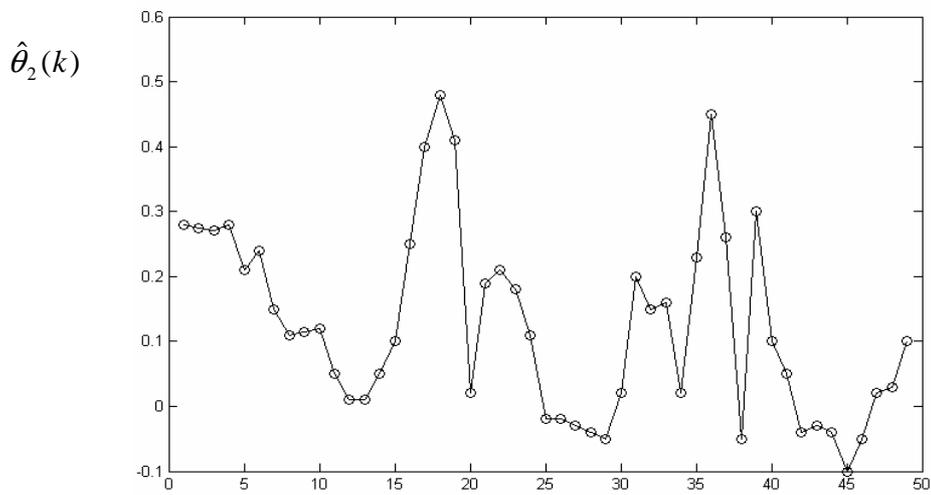
где  $z(k) = [z_1(k), z_2(k), \dots, z_N(k)]^T$  – вектор инструментальных переменных.

Для идентификации нестационарных процессов применялись алгоритмы (4.9.13), (4.9.14) с  $\lambda = 0,99$ .

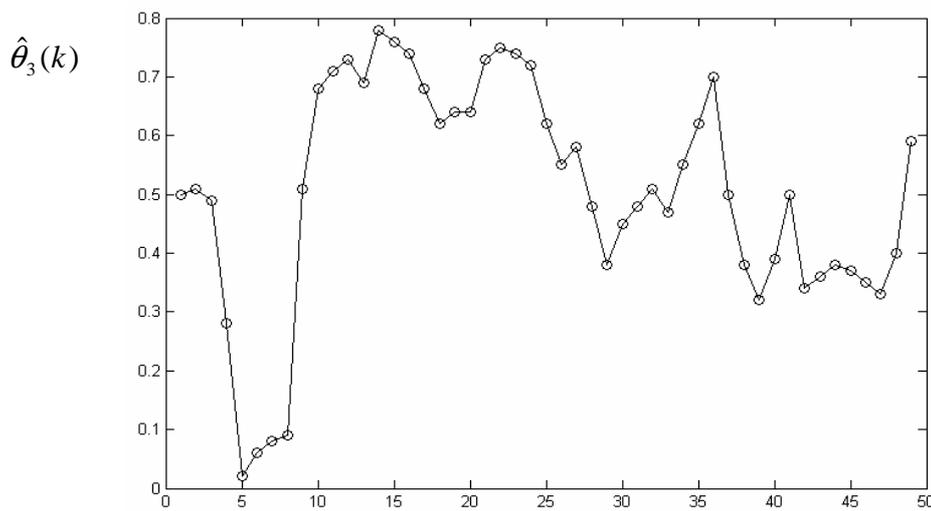
На рисунках 4.28 (а, б, в) показано изменение коэффициентов  $\hat{\theta}_1(k)$ ,  $\hat{\theta}_2(k)$ ,  $\hat{\theta}_3(k)$ , для модели  $Y_{1,1,1} = f(X_{1,2}, X_{1,3,1}, X_{1,4,1}, X_{1,5,1})$ .



a)



б)



в)

Рис. 4.28 – Изменение коэффициентов  $\hat{\theta}_1(k)$ ,  $\hat{\theta}_2(k)$ ,  $\hat{\theta}_3(k)$ , для регрессионной модели  $Y_{1.1.1} = f(X_{1.2}, X_{1.3.1}, X_{1.4.1}, X_{1.5.1})$

Модели ТОУ, разработанные в подразделе 4.6, позволяют достаточно точно рассчитать управляющие воздействия по усредненным (за час, смену) исходным данным, однако они малопригодны при оперативном управлении процессами.

Хотя эти коэффициенты существенно отличаются от полученных по МНК, ошибка идентификации на каждом такте была практически нулевой. На рисунке 4.29 темными кружками показано реальное изменение выходных переменных (изменение температур теплоносителя после котлов)  $Y_{1.1.1}$ ,  $Y_{1.1.2}$ , а светлыми – изменение выходных параметров моделей, построенных с помощью алгоритмов (4.9.13)-(4.9.14).

Очевидно, что эффективность процесса управления существенно зависит от качества получаемых математических моделей. Пусть в результате идентификации получено математическое описание ТОУ в виде (4.9.8). Рассмотрим получение адаптивного метода управления.

Так как задача управления ТОУ заключается в нахождении такого закона изменения входных переменных  $q$ , который обеспечил бы получение заданной выходной переменной  $y^*$ , то допустим, что для изменения выходной переменной на  $\Delta y(k+1)$  требуется изменение входного вектора на  $\Delta q(k+1)$ , то есть:

$$\Delta y(k+1) = \hat{\theta}^T(k) \Delta q(k+1). \quad (4.9.26)$$

Для нахождения  $\Delta x_{n+1}$  введем в рассмотрение норму

$$\|\Delta q(k+1)\|_A^2 = \Delta q^T(k+1) A \Delta q(k+1), \quad (4.9.27)$$

где  $A$  - матрица стоимости управляющих воздействий.

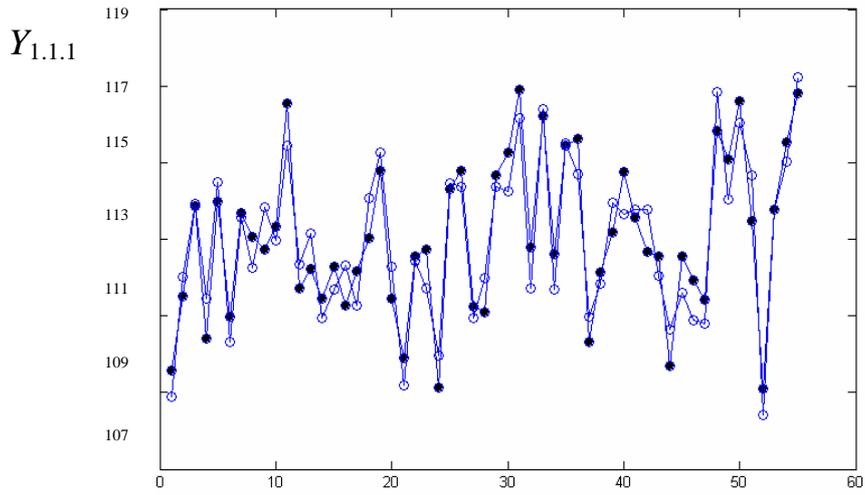
Сформулируем задачу нахождения  $\Delta q(k+1)$  как задачу минимизации (4.9.27) при ограничениях (4.9.26). Введем для этой задачи функцию Лагранжа:

$$L(\Delta q(k+1), \lambda) = \|\Delta q(k+1)\|_A^2 + \lambda(\Delta y(k+1) - \hat{\theta}^T(k) \Delta q(k+1)), \quad (4.9.28)$$

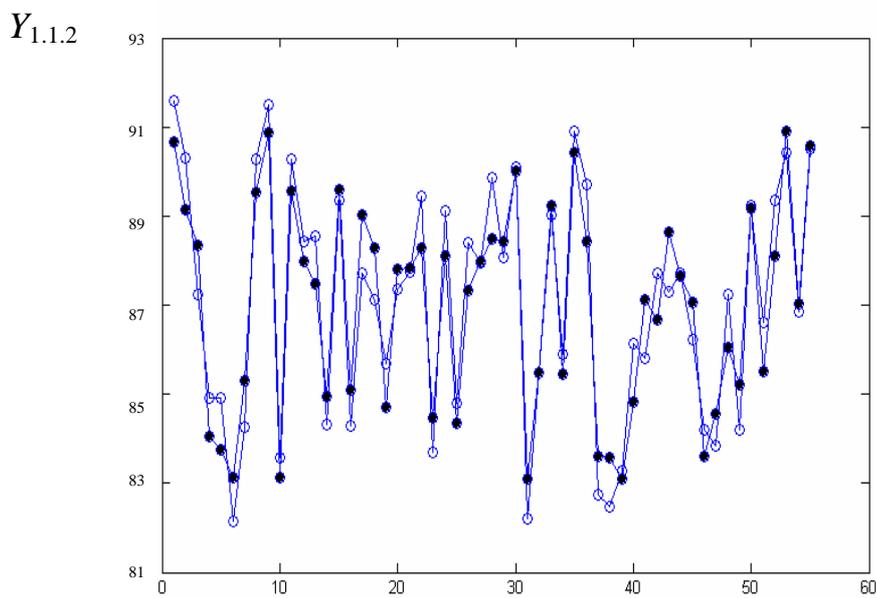
где  $\lambda$  - множитель Лагранжа,

несложно определить, что

$$\Delta q(k+1) = \frac{1}{2} \lambda A^{-1} \hat{\theta}(k). \quad (4.9.29)$$



а)



б)

Рис. 4.29 – Изменение температур теплоносителя после:  
 а) первого котла; б) второго котла ( $T_{\text{тепл. после котла}}$ )

Умножив обе части (4.9.29) слева на  $\hat{\theta}^T(k)$  и учтя (4.9.7), найдем выражение для  $\lambda$ , подстановка которого в (4.9.29) дает

$$\Delta q(k+1) = \frac{\Delta y(k+1)}{\hat{\theta}^T(k) A_n^{-1} \hat{\theta}(k)} A^{-1} \hat{\theta}(k). \quad (4.9.30)$$

Полное изменение входного вектора на  $(k + 1)$ -м шаге составляет

$$\Delta q(k+1) = q(k) - \frac{\Delta y(k+1)}{\hat{\theta}^T(k)A^{-1}\hat{\theta}(k)} A^{-1}\hat{\theta}(k). \quad (4.9.31)$$

Если задача управления заключается в обеспечении выполнения неравенства

$$|\Delta y(k+1)| < \delta(k+1) \quad (4.9.32)$$

при ограничениях на входные воздействия

$$q^{\min} \leq q(k+1) \leq q^{\max}. \quad (4.9.33)$$

где  $\delta(k+1) > 0$  - некоторая заданная величина, то метод адаптивного управления примет вид:

$$q(k+1) = \begin{cases} q(k), |\Delta y(k+1)| < \delta(k+1), \\ q^{\max}, q(k) + \Delta q(k+1) \geq q^{\max}, |\Delta y(k+1)| \geq \delta(k+1), \\ q(k) + \frac{\Delta y(k+1)}{\hat{\theta}^T(k)A^{-1}\hat{\theta}(k)} A^{-1}\hat{\theta}(k), q^{\min} < q(k) + \Delta q(k+1) < q^{\max}, \\ q^{\min}, q(k) + \Delta q(k+1) \leq q^{\min}, |\Delta y(k+1)| \geq \delta(k+1). \end{cases} \quad (4.9.34)$$

Хотя реализация данного метода управления проста, качество управления зависит от точности решения задачи идентификации, так как в алгоритм управления входят оценки, полученные в процессе идентификации. В связи с этим к идентификатору, работающему в системе АСИ, предъявляются определенные требования, основными из которых можно считать следующие [146]:

алгоритм идентификации должен обеспечивать сходимость оценок параметров к истинным значениям параметров во всей области дискретных изменений входных переменных;

эта сходимость не должна исчезать при включении регулятора;

вычислительная процедура, реализующая алгоритм, должна быть достаточно простой;

алгоритм идентификации должен обеспечивать слежение за переменными параметрами ТОУ.

Так как задача идентификации заключается в оценке параметров  $\theta$  уравнения (4.9.7) по результатам измерений, а задача управления – в выработке таких входных сигналов  $q^*(k)$ , которые обеспечили бы требуемое значение выходной переменной  $y^*(k)$ , то исследование взаимного влияния процесса идентификации и процесса управления друг на друга и изучение особенностей функционирования АСИ играет чрезвычайно важную роль.

Пусть  $y(k) = \theta^T q(k)$ , а требуемое значение выходной переменной равно  $y^*(k)$ . Тогда, если из  $N$  входных переменных  $m$  являются нерегулируемыми, для компенсации рассогласования  $y^*(k) - y(k)$  на  $k$ -м шаге необходима выработка управляющих воздействий вида:

$$q_j(k) = \frac{y^*(k) - \sum_{i=1}^m \theta_i(k-1)q_i(k)}{\sum_{j,l=m+1}^N a_{jl}^{-1} \theta_j(k-1)\theta_l(m-1)} \sum_{l=m+1}^N a_{jl}^{-1} \theta_l(k-1). \quad (4.9.35)$$

Одновременная идентификация и управление приводят к появлению функциональной связи между нерегулируемыми и регулируемыми входами ТОУ. В результате возникновения такой корреляции уменьшается скорость процесса идентификации, а зачастую возможен и его останов, то есть происходит нарушение условий идентифицируемости в замкнутом контуре [66]. В этом можно убедиться следующим образом.

Коррекция параметров модели происходит при наличии рассогласования

$$\Delta y(k) = \theta^T q(k) - y^*. \quad (4.9.36)$$

Рассмотрим величину  $(\Delta y(k))^2$ . Подставляя в (4.9.36) требуемые значения  $q_j(k) (j = \overline{m+1, N})$ , получаем

$$\begin{aligned} (\Delta y(k))^2 = & \left[ \sum_{i=1}^m (\theta_i - \frac{\sum_{j,l=m+1}^N \theta_j \hat{\theta}_i(k-1) a_{jl}^{-1} \hat{\theta}_l(n-1)}{\sum_{j,l=m+1}^N a_{jl}^{-1} \hat{\theta}_j(k-1) \hat{\theta}_l(k-1)}) q_i(k) + \right. \\ & \left. + y^* \left( \frac{\sum_{j,l=k+1}^N a_{jl}^{-1} \theta_j \hat{\theta}_l(k-1)}{\sum_{j,l=k+1}^N a_{jl}^{-1} \hat{\theta}_j(k-1) \hat{\theta}_l(k-1)} - 1 \right) \right]^2 \end{aligned} \quad (4.9.37)$$

Так как  $\Delta y(k)$  - случайная величина, то вместо  $(\Delta y(k))^2$  рассмотрим величину  $M\{(\Delta y(k))^2\}$ . Тогда, если  $q_i(k) (i = \overline{1, m})$  статистически независимые случайные величины с  $M\{q_i\} = 0$ ,  $M\{q_i^2\} = \sigma_q^2 (i = \overline{1, m})$ , настройка коэффициентов будет осуществляться при выполнении условия

$$M\{(\Delta y(k))^2\} = \sum_{i=1}^k \left( \theta_i - \frac{\sum_{j,l=m+1}^N a_{jl}^{-1} \theta_j \hat{\theta}_l(k-1) \hat{\theta}_i(k-1)}{\sum_{j,l=m+1}^N a_{jl}^{-1} \hat{\theta}_j(k-1) \hat{\theta}_l(k-1)} \right) \sigma_q^2 +$$

$$+ y^{*2} \left( \frac{\sum_{j,l=m+1}^N a_{jl}^{-1} \theta_j \hat{\theta}_l(k-1)}{\sum_{j,l=m+1}^N a_{jl}^{-1} \hat{\theta}_j(k-1) \hat{\theta}_l(k-1)} - 1 \right)^2 > 0. \quad (4.9.38)$$

Как видно из (4.9.38), процесс идентификации может остановиться как в случае  $\theta_i = \hat{\theta}_i(k-1) (i = \overline{1, N})$ , то есть при точном определении параметров ТОУ, так и при выполнении выражений

$$\sum_{j,l} a_{jl}^{-1} \theta_j \hat{\theta}_l(k-1) \hat{\theta}_i(k-1) = \sum_{j,l} a_{jl}^{-1} \hat{\theta}_j(k-1) \hat{\theta}_l(k-1) \theta_i; \quad (4.9.39)$$

$$\sum_{j,l} a_{jl}^{-1} \theta_j \hat{\theta}_l(k-1) = \sum_{j,l} a_{jl}^{-1} \theta_j \hat{\theta}_l(k-1) = \sum_{j,l} a_{jl}^{-1} \hat{\theta}_j(k-1) \hat{\theta}_l(k-1).$$

Полученное выражение (4.9.38) является достаточно общим и позволяет установить условия останова процесса идентификации в конкретных задачах для заданного числа регулируемых входов, вида матрицы стоимости  $A$  и  $y^*$ . В случае оптимизации технологических процессов ТОУ ЗЦТ возможны два варианта:  $m = N-1$ ,  $A = I$ ,  $y^* \neq 0$  и  $m = N-1$ ,  $A = I$ ,  $y^* = 0$ , что соответствует наличию одного управляющего входа.

В первом случае закон изменения  $q_N$  определяется выражением

$$q_N(k) = \frac{y^* - \sum_{i=1}^{N-1} \hat{\theta}_i(k-1) q_i(k)}{\hat{\theta}_N(k-1)}, \quad (4.9.40)$$

а требование протекания процесса идентификации сводится к выполнению условия

$$M\{(\Delta y(k))^2\} = \sum_{i=1}^{N-1} \left( \theta_i - \frac{\theta_N \hat{\theta}_i(k-1)}{\hat{\theta}_N(k-1)} \right)^2 \sigma_q^2 + y^{*2} \left( \frac{\theta_N}{\hat{\theta}_N(k-1)} - 1 \right)^2 > 0, \quad (4.9.41)$$

То есть  $M\{(\Delta y(k))^2\} = 0$  как при  $\theta_i \hat{\theta}_N(k-1) = \hat{\theta}_N \hat{\theta}_i(k-1)$ , так и при  $\theta_N = \hat{\theta}_N(k-1)$ .

Во втором случае, когда необходимо с помощью одного управляемого входа поддерживать нулевое значение выходной переменной, условия протекания процесса идентификации следующие:

$$M\{(\Delta y(k))^2\} = \sum_{i=1}^{N-1} \left( \theta_i - \frac{\theta_N \hat{\theta}_i(k-1)}{\hat{\theta}_N(k-1)} \right)^2 \sigma_q^2 > 0. \quad (4.9.42)$$

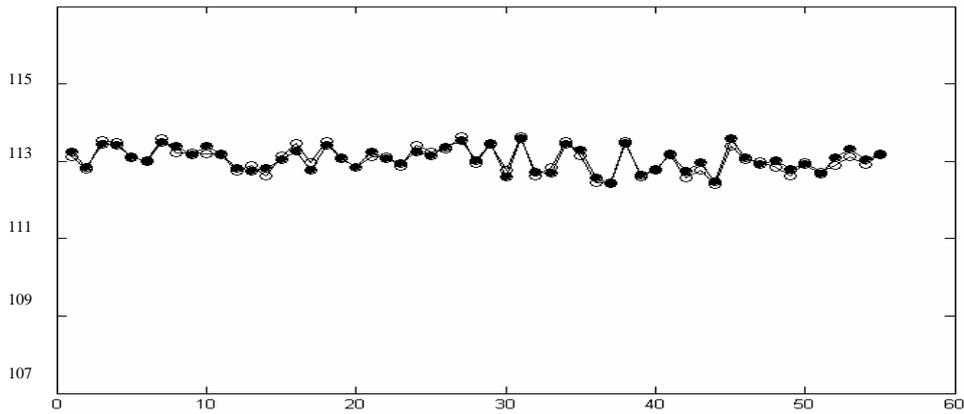
Отсюда следует, что процесс идентификации может остановиться при выполнении равенства

$$\hat{\theta}_N(k-1)\theta_i = \theta_N \hat{\theta}_i(k-1) \quad (i = \overline{1, N-1}). \quad (4.9.43)$$

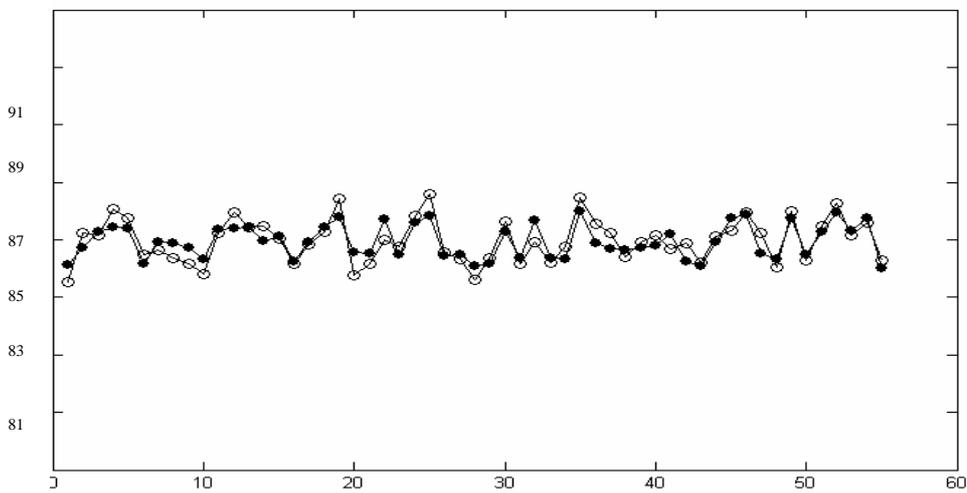
При этом параметры модели могут не совпадать с параметрами ТОУ, то есть  $\theta_i \neq \hat{\theta}_i(k-1)$  ( $i = \overline{1, N}$ ).

Наличие в системе помех приводит к изменению свойств оценок, получаемых с помощью адаптивных алгоритмов идентификации, и еще более осложняет работу идентификатора в замкнутой системе. Нетрудно получить, что в этом случае для обеспечения протекания процесса идентификации дисперсия отклонений выходных переменных должна превышать дисперсию помехи. Наличие помехи может привести к тому, что процесс идентификации не только не будет сходиться, но и начнет расходиться. В общем же случае для обеспечения устойчивой работы идентификатора в замкнутом контуре необходимо обеспечить условие устойчивого возбуждения на входе ТОУ, то есть путем подачи, если это возможно, некоторого возбуждающего сигнала [59, 60].

Процесс стабилизации температур теплоносителей после первого и второго котла ( $T_{\text{тепл. после котла}}$ )  $Y_{1.1.1}, Y_{1.1.2}$  с помощью разработанного адаптивного метода (4.9.34) приведен на рисунке 4.30 соответственно а) и б).

$Y_{1.1.1}$ 

а)

 $Y_{1.1.2}$ 

б)

Рис. 4.30 – Процесс стабилизации температур теплоносителей после первого а) и второго б) котла ( $T_{\text{тепл. после котла}}$ )

Здесь темными точками показано реальное изменение выходных переменных при существующем управлении, светлыми – при адаптивном. На рисунках не показан переходный режим (режим идентификации), который составил для применяемого метода примерно 30 тактов.

Таким образом, в 4 разделе разработаны: математическая модель ТОУ ЗЦТ, критерий функциональной работоспособности ТОУ ЗЦТ, компьютерно-интегрированная система автоматизации ТОУ ЗЦТ с декомпозицией ее нижнего уровня, синтезированы: метод диагностирования аварийных ситуаций ТОУ ЗЦТ, многопараметрические математические модели ТОУ ЗЦТ, метод выбора рациональных величин расходов теплоносителя ТОУ – котельной, метод рационального распределения тепловой энергии между ТОУ – ЦТП и ИТП с СО, адаптивный метод управления ТОУ ЗЦТ, которые позволяют повысить качество и эффективность его эксплуатации. Для реализации синтезированной КИСА ТОУ ЗЦТ целесообразно разработать фрагменты функциональных схем автоматизации некоторых ТОУ с использованием современных КИП и СА, в том числе МПК.

## РАЗДЕЛ 5

### ПОВЫШЕНИЯ КАЧЕСТВА И ЭФФЕКТИВНОСТИ ЭКСПЛУАТАЦИИ КОМПЬЮТЕРНО-ИНТЕГРИРОВАННОЙ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЗАЦИИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ УПРАВЛЕНИЯ ЗАКРЫТЫМ ЦЕНТРАЛИЗОВАННЫМ ТЕПЛОСНАБЖЕНИЕМ

#### **5.1 Анализ современных технических средств и рекомендации по их выбору для реализации компьютерно-интегрированной системы автоматизации технологических объектов управления закрытым централизованным теплоснабжением**

Для реализации созданных в четвертом разделе математических моделей и методов КИСА ТОУ ЗЦТ должны быть разработаны соответствующие АСУ для усовершенствования управления параметрами технологических процессов и повышения надежности эксплуатации этих ТОУ. АСУ реализуются при разработке функциональных схем автоматизации (ФСА) ТОУ, которые являются основным техническим документом, в котором определен объем, структура и характерные функции **всех основных элементов АСУ** (смотри подраздел 1.2) параметрами технологических процессов с КИП и СА для их реализации в условных графических, цифровых и буквенных обозначениях согласно ДСТУ. При этом все технологическое оборудование изображается упрощенно в виде прямоугольников, квадратов, срезанных пирамид и так далее, чтобы показать его взаимное расположение. Трубопроводы с направлением движения материальных потоков, и размещенными в них только регулирующими органами, непосредственно принимающими участие в выполнении характерных функций, графически выполняются линиями толщиной 1-1,5 мм, а все КИП и СА и связи между ними – толщиной 0,5-0,75 мм.

Следует учитывать, что средства автоматизации, используемые для разработки КИСА ТОУ ЗЦТ, должны быть выбраны технически грамотно и экономически обоснованно.

При разработке ФСА ТОУ ЗЦТ необходимо применять современные КИП и СА, в том числе вместо вторичных приборов и автоматических регуляторов целесообразно применять высокопроизводительные, высоконадежные, многоканальные, многофункциональные МПК. Обозначение на фрагменте ФСА ТОУ выполняемых МПК функций условно

показано точками в соответствующих строчках таблицы: контроль, сигнализация и управление.

Среди многих МПК применяемых для реализации АСУ, в частности для усовершенствования работы ТОУ ЗЦТ, используется МПК типа РЕМИКОНТ Р-2000, который является компактным, многоканальным, многофункциональным, высокопроизводительным МПК и эффективно решает как относительно простые так и сложные задачи управления во многих отраслях промышленности, сельского и городского хозяйства. МПК РЕМИКОНТ Р-2000 предназначен для реализации следующих задач:

автоматический сбор информации с ПП и/или ПрП, ПП/ПрП преобразователей аналоговых сигналов разных типов (0-5 мА, 0-20 мА, 4-20 мА), а также дискретных сигналов («0» – 0-7 В; «1» – 18-30 В), и ее первичная обработка по алгоритмам фильтрации сигналов, линеаризации характеристик преобразователей, «офизичивание» сигналов (преобразование сигналов в физические единицы измерения параметров);

автоматический контроль параметров в случае выхода их за нормы технологического регламента;

расчет и выдача управляющих воздействий по заданным законам управления на исполнительные механизмы различных типов;

автоматический пуск/останов электродвигателей различного оборудования или изменения числа их оборотов;

автоматическая защита технологического оборудования;

управление прямыми и косвенными параметрами по соответствующим законам;

логическое и программно-логическое управление технологическим агрегатами;

математическая обработка информации по различным алгоритмам, в том числе – счетчиков и таймеров;

регистрация и архивирование значений параметров технологических процессов;

технологический учет использованных материальных и энергетических потоков;

обмен данными с другими МПК в реальном времени;

обслуживание технолога-оператора, прием и исполнение его команд;

аварийная, предупредительная и рабочая сигнализации;

индикация значений прямых и косвенных параметров и выдача значений параметров и различных сообщений на пульт МПК и/или ПЭВМ;

обслуживание технического персонала при наладке, программировании, ремонте, проверке технического состояния МПК;

самоконтроль и диагностика всех устройств МПК в непрерывном и периодическом режимах;

вывод информации о техническом состоянии МПК обслуживающему персоналу.

Выполнение указанных и других задач обеспечивается аппаратными, программными и языковыми средствами МПК.

В состав МПК РЕМИКОНТ Р-2000 входят: центральный микропроцессорный блок контроллера – процессор; устройства связи с объектом управления; блоки усилителей и переключателей сигналов; блоки расширения и преобразования интерфейса; блоки питания, межблочные и клемно-блочные соединители (ОШ).

В памяти МПК РЕМИКОНТ Р-2000 хранится 256 алгоритмов. Разрядность данных, которые обрабатываются процессором – 8, 16, 32. Производительность процессора до 5 млн. операций в секунду. Объем массива пассивной памяти – 512 кБ, оперативной – 256 кБ, твердотельный флеш-диск – 1 МБ.

Общее количество входных аналоговых унифицированных сигналов постоянного тока 4-20 мА – 170; выходных аналоговых унифицированных сигналов постоянного тока 4-20 мА (управляющих воздействий) – 50; дискретных входов – 176, выходов (управляющих воздействий) – 176.

Штатным пакетом для разработки и проверки прикладных программ в МПК РЕМИКОНТ Р-2000 является пакет программного обеспечения ULTRA – LOGIK, позволяющий выполнять проверку прикладных программ в реальном времени.

МПК по алгоритму «контроль» соответствующих параметров (температуры, давления, расхода и других) преобразовывает сигналы в значения этих параметров (температуры ( $^{\circ}\text{C}$ ), давления (МПа), расхода ( $\text{м}^3/\text{ч}$ ) и других) и выдает их на лицевую панель МПК. В случае выхода этих параметров за нормы технологического регламента, МПК по алгоритму «технологическая сигнализация» выхода параметров за нормы технологического регламента, выполняет эту функцию и сигнализирует о случившемся световой и/или звуковой сигнализацией. При этом МПК по алгоритму «расчет и выдача управляющих воздействий», рассчитывает управляющие воздействия по заданным законам и критериям управления и выдает их на соответствующие ИМ.

Для автоматического контроля температуры в качестве ПП/ПрП целесообразно применять термопреобразователь сопротивления медный с унифицированными выходными сигналами постоянного тока 4-20 мА типа КВАНТ ДТ.1, сигналы от которого поступают на соответствующие входы МПК РЕМИКОНТ Р-2000.

Для автоматического контроля избыточного давления в качестве ПрП целесообразно применять измерительный тензорезисторный преобразователь избыточного давления с унифицированными выходными сигналами постоянного тока 4-20 мА типа КВАНТ ДИ.11, сигналы от которого поступают на соответствующие входы МПК РЕМИКОНТ Р-2000.

Для автоматического контроля расхода в качестве ПП/ПрП целесообразно применять электромагнитный расходомер в комплекте с унифицированными выходными сигналами постоянного тока 4-20 мА типа ЭМР-02У, сигналы от которого поступают на соответствующие входы МПК РЕМИКОНТ Р-2000.

МПК РЕМИКОНТ Р-2000 по алгоритму «расчет потребляемой тепловой энергии» вычисляет значения потребляемой тепловой энергии по формуле (4.8.5) и периодически или «по запросу» выдает их пользователю.

Для автоматического контроля горения факела в качестве ПП целесообразно применять фотоэлектрическое защитное устройство типа ФЗУ, сигналы от которого поступают на ПрП, в качестве которого целесообразно применять нормирующий преобразователь типа Ш-703 с унифицированными выходными сигналами постоянного тока 4-20 мА.

В качестве ИМ целесообразно применять электромагнитные пускатели в комплекте типа ПМЕ, осуществляющие пуск/останов электродвигателя и изменяющие количество его оборотов. Для изменения расхода материального потока в качестве ИМ целесообразно применять однооборотные электродвигатели типа МЭО-1 с тормозом, механически соединенные с РО.

Ниже приведены АСУ параметрами технологических процессов для их реализации при разработке фрагментов ФСА ТОУ ЗЦТ.

## **5.2 Разработка фрагментов функциональных схем автоматизации технологических объектов управления: ТЭС, котельной, повысительной насосной станции, центрального теплового пункта, индивидуального теплового пункта с системой отопления**

### **Разработка фрагмента ФСА ТООУ ТЭС**

Для теплоэнергетического оборудования ТООУ ТЭС характерны высокие скорости протекания переходных процессов, которые определяются процессами сжигания природного газа и изменениями электрической и тепловой нагрузки. Обеспечение работоспособности ТООУ ТЭС достигается за счет управления контролируемыми параметрами в диапазоне регламентных значений, среди которых в первую очередь, – температура и давление в соответствующих местах ТООУ ТЭС. При этом эта задача должна решаться для многих возможных режимов в условиях значительных внешних возмущающих воздействий и изменения характеристик оборудования в ходе эксплуатации. Поэтому для фрагмента ФСА ТООУ ТЭС необходимо рассчитывать и выдавать управляющие воздействия на обеспечение заданных нагрузок и ликвидации возмущающих воздействий в условиях, которые предопределены возможностями конструкционных материалов теплоэнергетического оборудования. Это необходимо для достижения максимально возможного коэффициента полезного действия и обеспечения безаварийности и долговечности работы этого ТООУ ТЭС.

Для этого фрагмента разработаны нижеследующие АСУ параметрами технологических процессов (рисунок 5.1). На рисунке используются обозначения оборудования и материальных потоков как на рисунке 1.1.

1. АСУ температурой пара после водяного экономайзера с выдачей управляющих воздействий на изменение расхода природного газа в прямоточный котлоагрегат (поз. 1.1; 1.2; МПК).

2. АСУ температурой пара после пароперегревателя с выдачей управляющих воздействий на изменение расхода подаваемого к нему пара после части ВД паровой турбины (поз. 2.1; 2.2; МПК).

3. АСУ температурой технической воды в водяной экономайзер с выдачей управляющих воздействий на изменение расхода пара после части ВД паровой турбины в РПВД (поз. 3.1; 3.2; МПК).

4. АСУ температурой нагретого теплоносителя после ОПП в ППП с выдачей управляющих воздействий на изменение расхода пара после части СД паровой турбины в ОПП (поз. 4.1; 4.2; МПК).

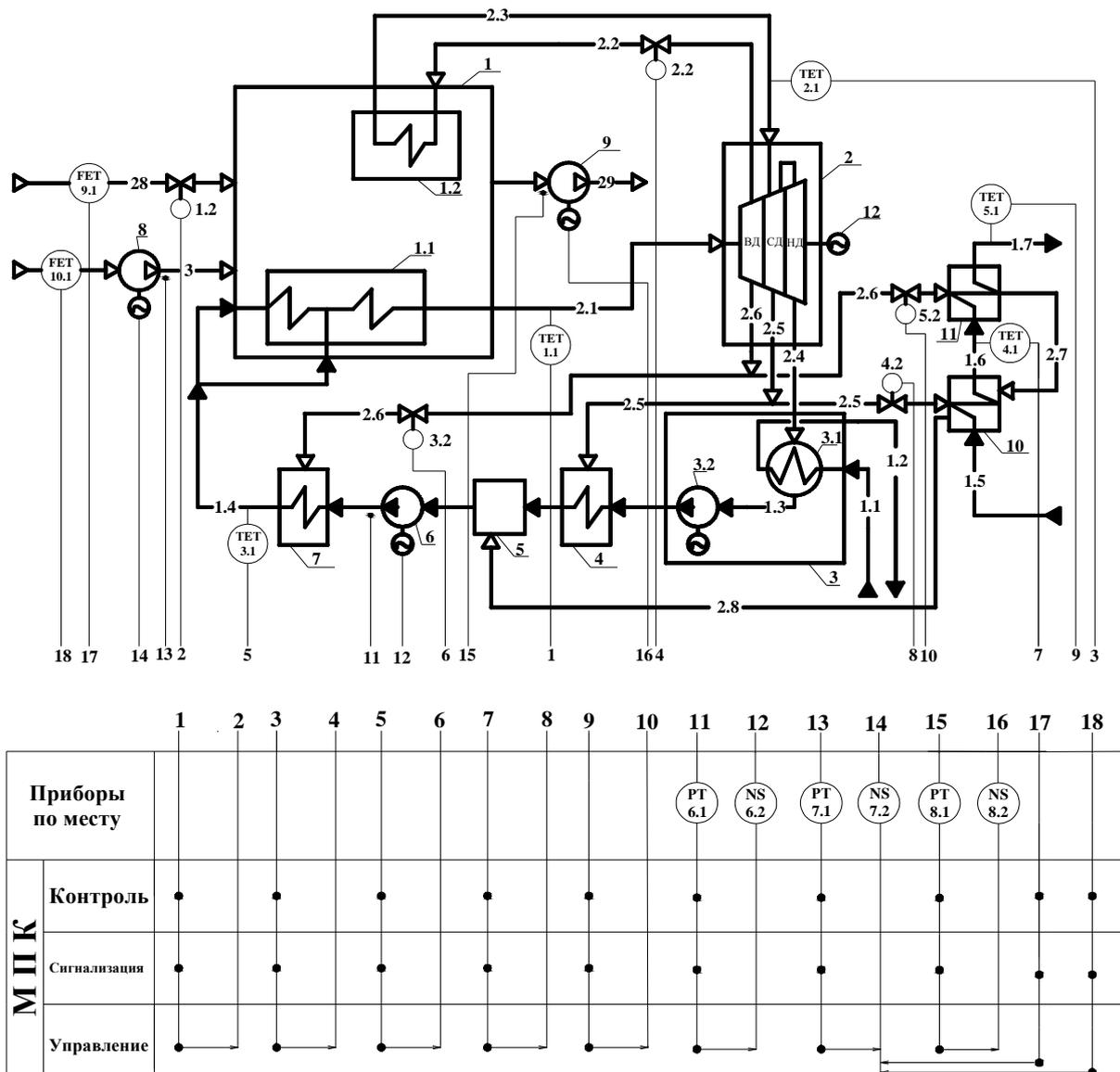


Рис. 5.1– Фрагмент ФСА ТУУ ТЭС

5. АСУ температурой горячего теплоносителя после ППП с выдачей управляющих воздействий на изменение расхода пара после части ВД паровой турбины в ППП (поз. 5.1; 5.2; МПК).

6. АСУ давлением в напорном патрубке насоса питания котлоагрегата с выдачей управляющих воздействий на изменение числа оборотов его электродвигателя (поз. 6.1; 6.2; МПК).

7. АСУ давлением в напорном патрубке вентилятора подачи воздуха к котлоагрегату с выдачей управляющих воздействий на изменение числа оборотов его электродвигателя (поз. 7.1; 7.2; МПК).

8. АСУ разрежением (вакуумом) во всасывающем патрубке дымососа с выдачей управляющих воздействий на изменение числа оборотов его электродвигателя (поз. 8.1; 8.2; МПК).

9. АСУ соотношением расходов природного газа и воздуха, подаваемых к прямоточному котлоагрегату, с выдачей управляющих воздействий на изменение числа оборотов электродвигателя вентилятора подачи воздуха (поз. 9.1; 10.1; 7.2; МПК).

### **Разработка фрагмента ФСА ТООУ котельной**

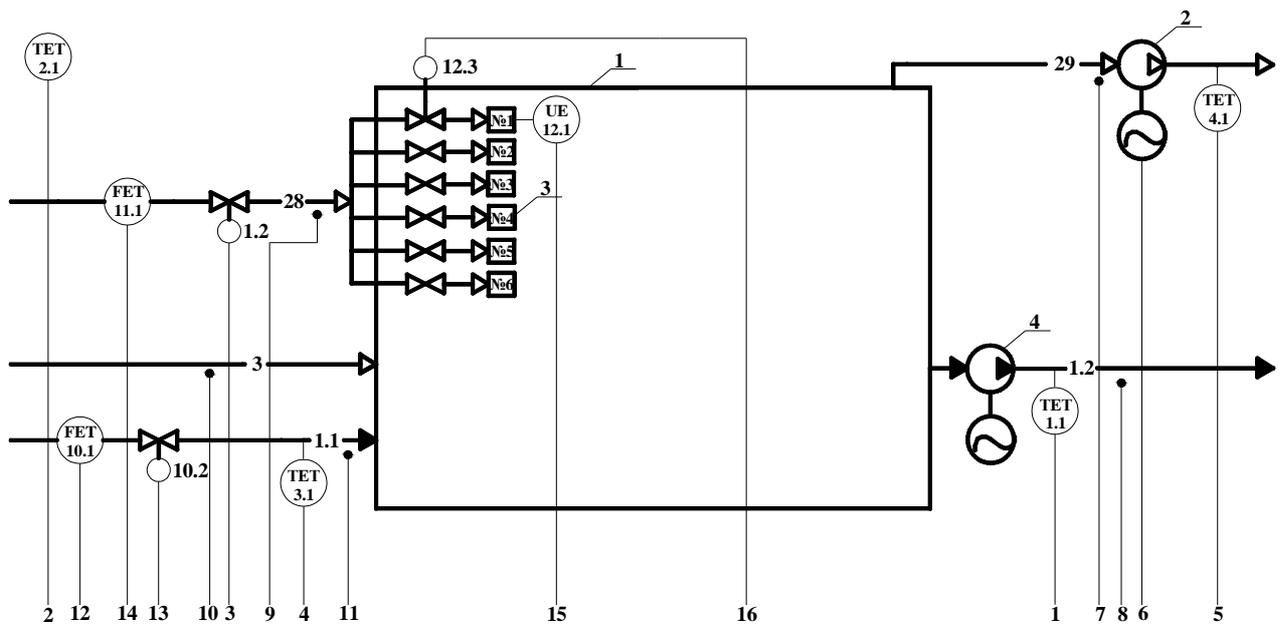
Для этого фрагмента (рисунок 5.2) разработаны нижеследующие АСУ параметрами технологических процессов (с использованием разработанных многопараметрических математических моделей для усовершенствования управления температурами теплоносителя и отходящих дымовых газов после котлов). На рисунке используются обозначения оборудования и материальных потоков как на рисунке 1.2.

1. АСУ температурой горячего теплоносителя в магистральную тепловую сеть с выдачей управляющих воздействий на изменение расхода природного газа с коррекцией по его расходу и по температуре наружного воздуха. Управление температурой горячего теплоносителя осуществляется с учетом разработанных многопараметрических математических моделей (поз. 1.1; 2.1; 11.1; 1.2; МПК).

2. Автоматизированная система учета потребляемой тепловой энергии (АСУПТЭ), затрачиваемой на приготовление горячего теплоносителя (поз. 1.1; 3.1; 10.1; МПК).

3. АСУ температурой дымовых газов с выдачей управляющих воздействий на изменение числа оборотов электродвигателя дымососа с коррекцией по разрежению во всасывающем патрубке этого дымососа (поз. 4.1; 5.1; 4.2; МПК).

4. Автоматизированные системы контроля (АСК) давления: горячего теплоносителя (поз. 6.1; МПК); природного газа перед горелками (поз. 7.1; МПК); воздуха перед котлом (поз. 8.1; МПК); циркуляционного теплоносителя (поз. 9.1; МПК).



		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
<b>Приборы по месту</b>							NS 4.2	PT 5.1	PT 6.1	PT 7.1	PT 8.1	PT 9.1					UT 12.2
<b>МПК</b>	<b>Контроль</b>	•			•			•	•	•	•	•	•		•		
	<b>Сигнализация</b>	•	•		•			•					•	•	•		
	<b>Управление</b>	•	•	•	•	•		•					•	•	•	•	•

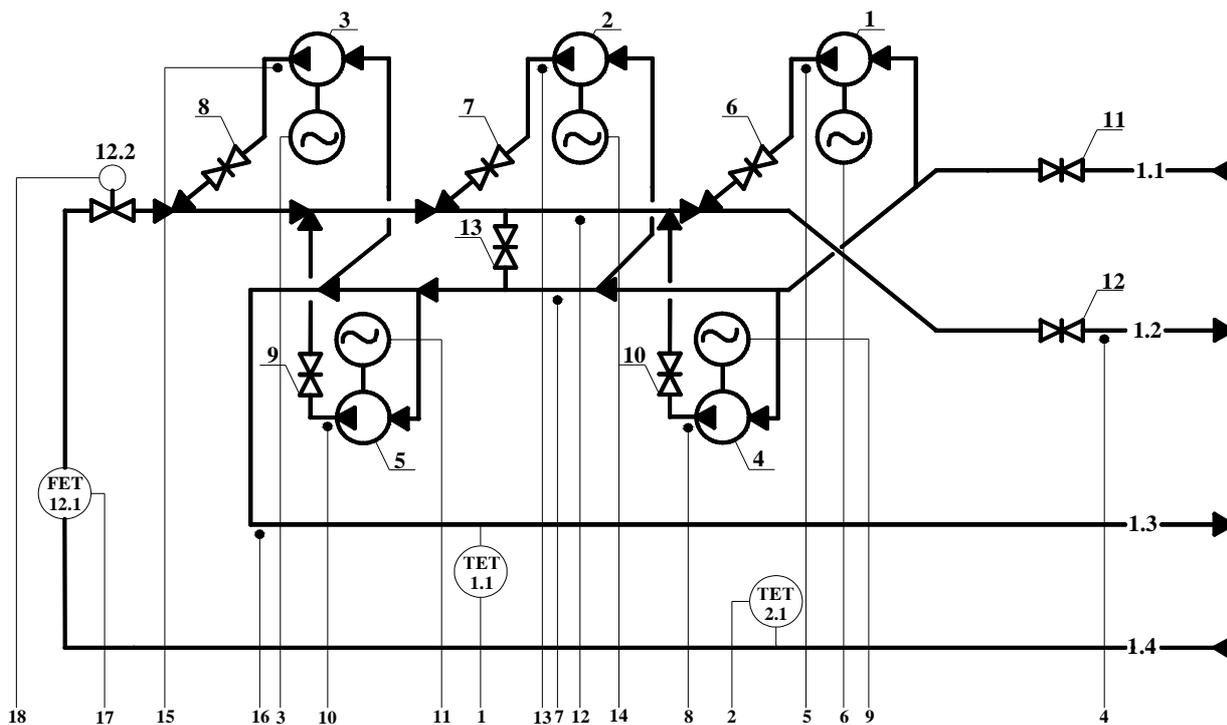
Рис. 5.2 – Фрагмент ФСА ТОВ котельной «ОАО» Хартрон

5. АСУ расходом циркуляционного теплоносителя с выдачей управляющих воздействий на его изменение (поз. 10.1; 10.2; МПК).

6. АСУ горением факела с выдачей управляющих воздействий на прекращение подачи газа при необходимости (поз. 12.1; 12.2; 12.3; МПК).

### Разработка фрагмента ФСА ТОВ ПНС

Для этого фрагмента разработаны нижеследующие АСУ параметрами технологических процессов для их реализации (рисунок 5.3). На рисунке используются обозначения оборудования и материальных потоков как на рисунке 1.3.



		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
<b>Приборы по месту</b>				NS 1.2	PT 3.1	PT 4.1	NS 4.2	PT 5.1	PT 6.1	NS 6.2	PT 7.1	NS 7.2	PT 8.1	PT 9.1	NS 9.2	PT 10.1	PT 11.1		
<b>МПК</b>	Контроль	•	•		•			•	•		•		•	•		•	•	•	
	Сигнализация	•	•		•			•	•		•		•	•		•	•	•	
	Управление	•	•		•			•	•		•		•	•		•	•	•	

Рис. 5.3 – Фрагмент ФСА ТПУ ПНС

1. АСУ разностью температур теплоносителя от ПНС к районным тепловым распределительным сетям и от них к ПНС с выдачей управляющих воздействий на изменение числа оборотов электродвигателя подкачивающего насоса №3 с коррекцией по давлению в напорном патрубке этого насоса (поз. 1.1; 2.1; 10.1; 1.2; МПК).

2. АСУ давлением в обратном трубопроводе от ПНС в магистральные тепловые сети с выдачей управляющих воздействий на изменение числа оборотов электродвигателя подкачивающего насоса №1 с коррекцией по давлению в напорном патрубке этого насоса (поз. 3.1; 4.1; 4.2; МПК).

3. АСУ давлением в подающем трубопроводе от магистральных тепловых сетей к ПНС с выдачей управляющих воздействий на автоматический пуск/останов или изменение числа оборотов

электродвигателя подкачивающего насоса №4 с коррекцией по давлению в напорном патрубке этого насоса во время его работы (поз. 5.1; 6.1; 6.2; МПК).

4. АСУ давлением в подающем трубопроводе от магистральных тепловых сетей к ПНС с выдачей управляющих воздействий на автоматический пуск/останов или изменение числа оборотов электродвигателя подкачивающего насоса №5 с коррекцией по давлению в напорном патрубке этого насоса во время его работы (поз. 5.1; 7.1; 7.2; МПК).

5. АСУ давлением в обратном трубопроводе от ПНС в магистральные тепловые сети с выдачей управляющих воздействий на автоматический пуск/останов или изменение числа оборотов электродвигателя подкачивающего насоса №2 с коррекцией по давлению в напорном патрубке этого насоса во время его работы (поз. 8.1; 9.1; 9.2; МПК).

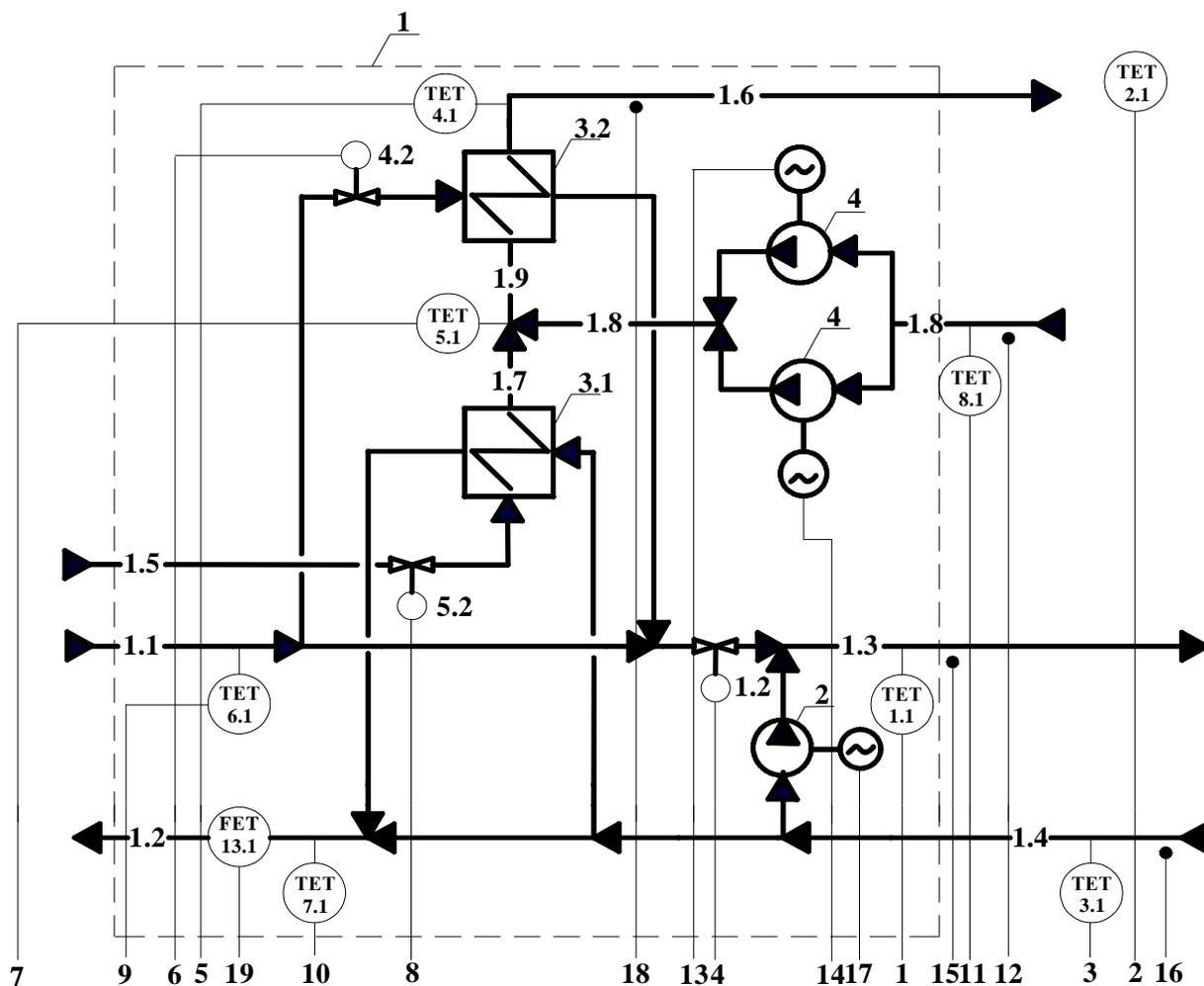
6. АСУ расходом в обратном трубопроводе от районных тепловых распределительных сетей к ПНС с выдачей управляющих воздействий на изменение расхода теплоносителя, с коррекцией по давлению теплоносителя в подающем трубопроводе от ПНС к районным тепловым распределительным сетям вплоть до полного прекращения расхода при необходимости (поз. 11.1; 12.1; 12.2; МПК).

### **Разработка фрагмента ФСА ТОУ ЦТП**

Для этого фрагмента (рисунок 5.4) разработаны нижеследующие АСУ параметрами технологических процессов (с использованием разработанных многопараметрических математических моделей для усовершенствования управления температурой теплоносителя в подающем трубопроводе внутриквартальных распределительных тепловых сетей и метода рационального распределения тепловой энергии ЦТП между ИТП с СО). На рисунке используются обозначения оборудования и материальных потоков как на рисунке 1.4.

1. АСУ температурой смешанного теплоносителя в подающем трубопроводе внутриквартальных тепловых сетей (управление по отклонению) с выдачей управляющих воздействий на изменение расхода горячего теплоносителя на смешение с коррекцией по температуре наружного воздуха (управление по возмущению) и температуре теплоносителя в обратном трубопроводе внутриквартальных тепловых сетей.

Управление температурой теплоносителя в подающем трубопроводе внутриквартальных тепловых сетей осуществляется с учетом разработанных многопараметрических математических моделей (поз. 1.1; 2.1; 3.1; 1.2; МПК).



		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Приборы по месту													PT 9.1	NS 8.2	NS 8.3	PT 10.1	PT 11.1	NS 10.2	PT 12.1	
МПК	Контроль	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
	Сигнализация	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
	Управление и расчет потребляемой тепловой энергии	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•

Рис. 5.4 – Фрагмент ФСА ТООУ ЦТП

2. АСУ температурой горячей воды (управление по отклонению) с выдачей управляющих воздействий на изменение расхода горячего теплоносителя на вторую ступень двухступенчатого водоподогревателя с коррекцией по давлению горячей воды (поз. 4.1; 12.1; 4.2; МПК).

3. АСУ температурой смешанной (подогретой и циркуляционной) воды (управление по отклонению) с выдачей управляющих воздействий на

уменьшение расхода холодной водопроводной воды на первую ступень двухступенчатого водоподогревателя вплоть до прекращения ее подачи при необходимости (поз. 5.1; 5.2; МПК).

4. АСУПТЭ ЦТП (поз. 6.1; 7.1; 13.1; МПК).

5. АСУ температурой и давлением циркуляционной воды до циркуляционных насосов с выдачей управляющих воздействий на изменение числа оборотов электродвигателей этих насосов или пуском/остановом одного из этих электродвигателей (поз. 8.1; 9.1; 8.2; 8.3; МПК).

6. АСУ перепадом давлений смешанного теплоносителя в подающем трубопроводе внутриквартальных тепловых сетей и теплоносителя в обратном трубопроводе внутриквартальных тепловых сетей с выдачей управляющих воздействий на изменение числа оборотов электродвигателя смесительного насоса (поз. 10.1; 11.1; 10.2; МПК).

### **Разработка фрагмента ФСА ТОО ИТП с СО жилого дома с тремя подъездами**

Для этого фрагмента разработаны нижеследующие АСУ параметрами технологических процессов (с использованием разработанных многопараметрических математических моделей для усовершенствования управления температурой смешанного теплоносителя после ИТП в СО) для их реализации (рисунок 5.5).

На рисунке используются обозначения оборудования и материальных потоков как на рисунке 1.9, только: 2 – гидравлический элеватор с управляемым сечением сопла, 3.1-3.3 – СО соответственно 1-3 подъездов.

1. АСУ температурой смешанного теплоносителя после ИТП в СО жилого дома с выдачей управляющих воздействий на управление этой температурой изменением соотношения расходов горячего теплоносителя в ИТП и части теплоносителя из обратного трубопровода СО на гидравлический элеватор, с коррекцией по температурам: наружного воздуха и теплоносителя из обратного трубопровода СО. Управление температурой смешанного теплоносителя после ИТП в СО осуществляется по разработанным в четвертом разделе математическим моделям (поз. 1.1; 2.1; 3.1; 1.2; МПК).

2. АСУПТЭ для ИТП с СО жилого дома с тремя подъездами (поз. 4.1; 5.1; 29.1; МПК).

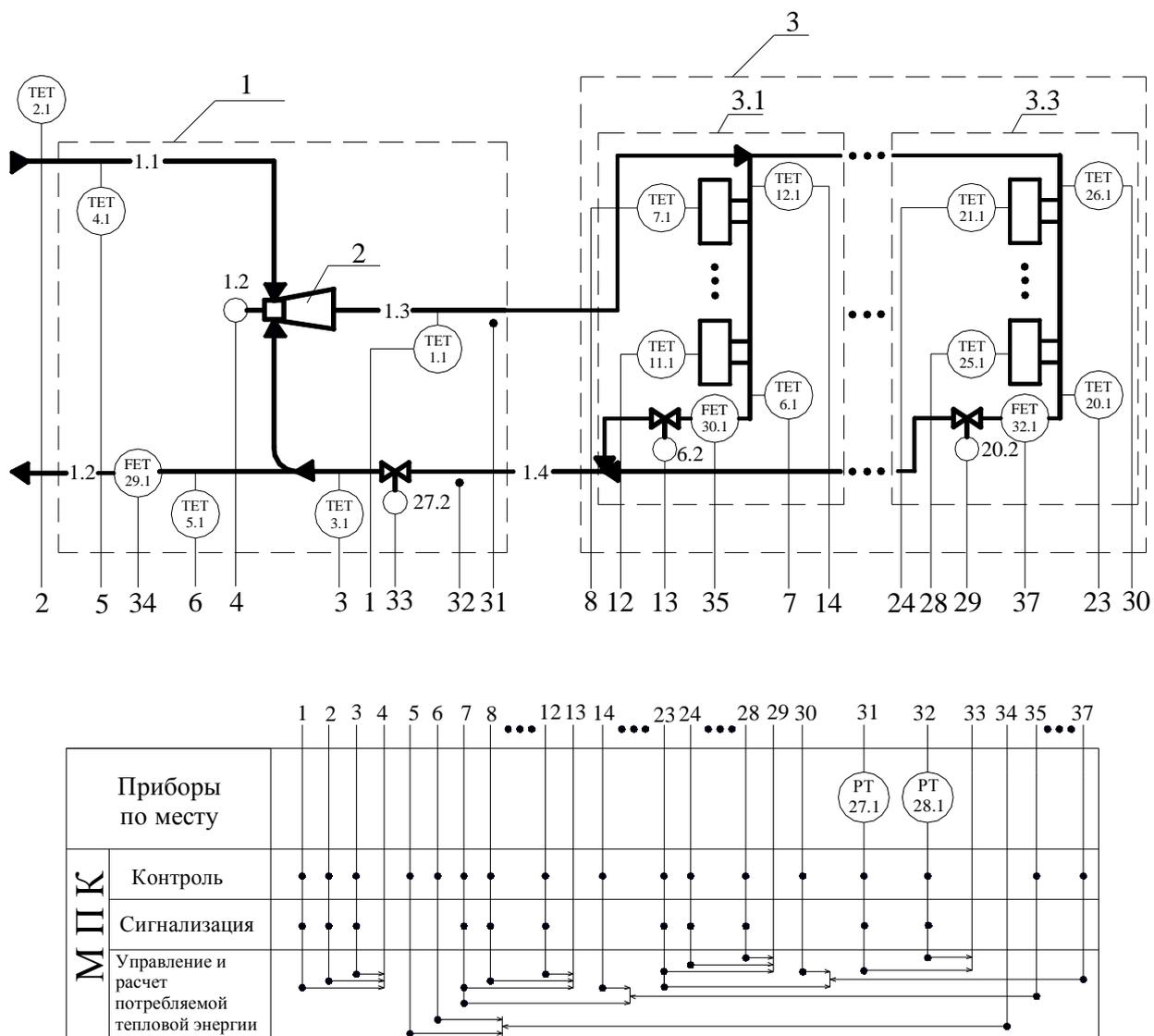


Рис. 5.5 – Фрагмент ФСА ТПУ ИТП с СО

3. АСУ температурой теплоносителя из СО первого подъезда жилого дома с выдачей управляющих воздействий на управление этой температурой изменением расхода этого же теплоносителя с коррекцией по температурам воздуха в пяти контрольных точках по высоте первого подъезда жилого дома (аналогичные АСУ выполняются для СО следующих подъездов жилого дома) (поз. 6.1; 7.1; 8.1; 9.1; 10.1; 11.1; 6.2; МПК).

4. АСУПТЭ СО первого подъезда жилого дома (аналогичная функция выполняется для СО следующих подъездов здания) (поз. 6.1; 12.1; 30.1; МПК).

⋮

7. АСУ температурой теплоносителя из СО третьего подъезда жилого дома с выдачей управляющих воздействий на управление этой температурой изменением расхода этого же теплоносителя с коррекцией по

температурам воздуха в пяти контрольных точках по высоте третьего подъезда жилого дома (поз. 20.1; 21.1; 22.1; 23.1; 24.1; 25.1; 20.2; МПК).

8. АСУПТЭ СО третьего подъезда жилого дома (поз. 20.1; 26.1; 32.1; МПК).

9. АСУ перепадом давлений теплоносителя в подающем и обратном трубопроводах СО с выдачей управляющих воздействий на изменение расхода теплоносителя из СО в ИТП, что предотвращает СО от опорожнения (поз. 27.1; 28.1; 27.2; МПК).

Разработанные фрагменты ФСА ТОУ: ТЭС, котельной, ПНС, ЦТП и ИТП с СО позволяют реализовать созданные в четвертом разделе математические модели и методы для усовершенствования управления параметрами ТОУ ЗЦТ, а также будут способствовать повышению качества и эффективности эксплуатации КИСА ТОУ ЗЦТ.

## ВЫВОДЫ

В монографии приведены результаты теоретических и практических научных исследований связанных с решением актуальной задачи синтеза трехуровневой компьютерно-интегрированной системы автоматизации технологических объектов управления централизованным теплоснабжением с применением разработанных математических моделей и методов автоматизированного управления ТОУ ЗЦТ, в частности:

1. В результате проведенного анализа сложной иерархической структуры ЗЦТ города выделены и описаны ТОУ: источник тепловой энергии (ТЭС и районная котельная), магистральные тепловые сети с ПНС на них и магистральными камерами, ЦТП на группы зданий, внутриквартальные распределительные тепловые сети, ИТП и СО с отопительными приборами потребителей тепловой энергии. Рассмотрены запроектированные системы автоматизации ТОУ ЗЦТ и отмечены их основные недостатки, обоснована необходимость модернизации существующих САУ и разработки новых АСУ. Сформулированы задачи по повышению качества и эффективности эксплуатации ТОУ ЗЦТ.

2 Рассмотрены основные понятия о вероятностных методах, применяемых при решении задач автоматизации ТОУ, и необходимость их использования для разработки многопараметрических математических моделей ТОУ ЗЦТ.

3 Рассмотрены методы идентификации ТОУ применяемые для выбора структуры и параметров математических моделей и определения их адекватности реальным ТОУ, позволяющие синтезировать математические модели, методы и компьютерно-интегрированную систему автоматизации ТОУ ЗЦТ для повышения эффективности и надежности ее эксплуатации.

4 Разработана математическая иерархическая шестиступенчатая модель ТОУ ЗЦТ, которая позволяет осуществить декомпозицию ЗЦТ, упростив ее анализ, и формализовать процесс оптимизации работы ТОУ, а также дает возможность разрабатывать и внедрять многопараметрические математические модели для усовершенствования управления параметрами технологического процесса конкретного ТОУ входящего в его структуру.

5 Разработан критерий функциональной работоспособности ТООУ ЗЦТ, для использования которого необходима разработка метода диагностирования аварийных ситуаций.

6 Разработан и реализован метод диагностирования аварийных ситуаций ТООУ ЗЦТ для повышения качества функционирования и надежности эксплуатации ЗЦТ как в целом, так и отдельных его ТООУ, в отличие от других подходов метод реализован в виде логической таблицы решений, что позволяет ускорить и улучшить процесс диагностирования даже при неоднозначном соответствии симптомов аварийных ситуаций.

7 Разработана трехуровневая КИСА ТООУ ЗЦТ с декомпозицией ее нижнего уровня, позволяющая комплексно решать задачи по повышению качества функционирования и эффективности эксплуатации ЗЦТ как в целом, так и отдельных его ТООУ. Решение этих задач возможно за счет реализации синтезированных в монографии математических моделей и методов, обеспечивающих высокую надежность эксплуатации ТООУ ЗЦТ.

8 В результате проведенного статистического анализа основных параметров, характеризующих технологические процессы ТООУ ЗЦТ, разработаны многопараметрические математические модели конкретных ТООУ ЗЦТ, применяемые при синтезе методов выбора рациональных величин расходов теплоносителя и распределения тепловой энергии, а также адаптивного метода управления конкретными ТООУ ЗЦТ.

9 Для повышения эффективности эксплуатации КИСА ТООУ<sub>1</sub> ЗЦТ – котельной ОАО «Хартрон» синтезирован метод выбора рациональных величин расходов теплоносителя, позволяющий минимизировать суммарные затраты для котельной, при этом общая тепловая производительность котлов соответствует требуемым значениям.

10 Разработана функциональная схема решения задач рационального распределения тепловой энергии между всеми уровнями трехуровневой КИСА ТООУ ЗЦТ и управления параметрами технологических процессов этих уровней с целью обеспечения комфортных условий в помещениях для потребителей тепловой энергии.

11 Разработан метод управления распределением тепловой энергии нижнего уровня трехуровневой КИСА ТОУ ЗЦТ:  $ТОУ_{3,i}$  – ЦТП,  $ТОУ_{5,i}$  – ИТП с  $ТОУ_{6,i}$  – СО с отопительными приборами потребителей тепловой энергии, позволяющий вычислять значения управляющих воздействий для усовершенствования управления КИСА  $ТОУ_{3,i}$  – ЦТП на «малых» интервалах времени и определять значения управляющих воздействий, а, следовательно, и зависящей от них температуры смешанного теплоносителя во все моменты времени, для которых решается задача стабилизации, то есть определяется плановая траектория (программа).

12 Разработан адаптивный метод управления технологическими объектами ЗЦТ, в котором учитывается стоимость управляющих воздействий, что позволяет оперативно изменять процесс управления в зависимости от состояния ТОУ ЗЦТ.

13 Для повышения качества и эффективности эксплуатации КИСА ТОУ ЗЦТ разработаны фрагменты ФСА ТОУ с применением современных КИП и СА, в том числе МПК: ТЭС, котельной, ПНС, ЦТП и ИТП с СО, для которых реализованы созданные в четвертом разделе математические модели и методы для усовершенствования управления параметрами ТОУ ЗЦТ.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Бабаєв В. М. Управління міським господарством: теоретичні та прикладні аспекти: Монографія / В. М. Бабаєв. – Х. : Вид-во ХарРІНАДУ «Магістр», 2004. – 204 с.
2. Бабаєв В. М. Управління великим містом: теоретичні та прикладні аспекти: Монографія / В. М. Бабаєв. – Х. : ХНАМГ, 2010. – 306 с.
3. Адміністративно-територіальний устрій та сталий розвиток регіону (концептуальні основи та методологія): Монографія / В. М. Бабаєв., Л. Л. Тovaжнянський, та ін. – Х. : НТУ «ХП», 2006. – 316 с.
4. Соколов Е.Я Теплофикация и тепловые сети / Е. Я. Соколов. – М. : МЭИ, 2001. – 360 с.
5. Фаликов В.С. Автоматизация тепловых пунктов / В. С Фаликов, В. П. Витальев. – М. : Энергоатомиздат, 1989. – 256 с.
6. Витальев В. П. Эксплуатация тепловых пунктов и систем теплопотребления / В. П. Витальев, В. Б. Николаев, Н. Н. Сельдин. – М. : Стройиздат, 1988. – 623 с.
7. Автоматизированные системы теплоснабжения и отопления / С. А. Чистович, В. К. Аверьянов, Ю. Я. Темпель и др. – Л. : Стройиздат, 1987. – 248 с.
8. Юфа А. И. Комплексная оптимизация теплоснабжения / А. И. Юфа, Д. Р. Носулько. – К. : Техніка, 1988. – 135 с.
9. Литвинчева Н. А. Оптимизация распределения переменной тепловой нагрузки между теплоагрегатами отопительных котельных: дис. ... канд. техн. наук / Н. А. Литвинчева. – Днепропетровск, 1996. – 159 с.
10. Федоров А. П. Рациональные режимы отпуска теплоты при разных схемах теплоснабжения: дис. ... канд. техн. наук/ А. П. Федоров. – Харьков, 1999. – 167 с.
11. Лысак Л. В. Рациональные режимы отпуска теплоты в централизованных теплофикационных системах городского типа: дис. ... канд. техн. наук/ Л. В. Лысак. – Харьков, 2002. – 170 с.
12. Кутній Б. А. Регулювання відпуску теплоти в централізованих системах теплопостачання в період «зрізки» температурного графіка: дис. ... канд. техн. наук/ Б. А. Кутній. – Полтава, 1999. – 136 с.
13. Андреев С. Ю. Рациональные методы реконструкции городских систем теплоснабжения: дис. ... канд. техн. наук/ С. Ю. Андреев. – Харьков, 2003. – 160 с.

14. Про теплопостачання: [закон України: офіц.. текст: за станом на 2 вересня 2005 р.] – К. : Парламентське вид-во, 2005. – 25 с.
15. Шелудченко В. И. Ресурсо- и энергосберегающие технологии в системах теплогазоснабжения / В. И. Шелудченко. – Макеевка : ДонГАСА, 1999. – 231 с.
16. Шульгин Ю. В. Автоматизация тепловых процессов и установок / Ю. В. Шульгин, В. В. Гладкий. – Харьков : НТУ ХПИ, 2002. – 95 с.
17. Монахов Г. В. Моделирование управления режимами тепловых сетей / Г. В. Монахов, Ю. А. Войтинская. – М. : Энергоатомиздат, 1995. – 224 с.
18. Олексюк А. А. Энергоресурсосберегающие технологии для систем теплоснабжения / А. А. Олексюк. – Макеевка : ДонНАСА, 2005. – 203 с.
19. Яковлев Б. В. Повышение эффективности систем теплофикации и теплоснабжения / Б. В. Яковлев. – М. : Новости теплоснабжения, 2008 – 447 с.
20. Оптимальное управление централизованными системами теплоснабжения с учетом транспортного запаздывания теплоносителя: учеб. пособие для студентов технических вузов/ С. Ю.Андреев, Ф. А. Стоянов, А. Ю. Андреев, и др. – Харьков : Золотые страницы, 2006. – 144 с.
21. Шумов В. В. Аварийно-восстановительные работы на трубопроводах тепловых сетей / В. В. Шумов. – С.Пб. : Энергоатомиздат, 1992. – 136 с.
22. Правила технічної експлуатації і теплових установок і мереж. – Харків : Форт, 2007. – 176 с.
23. Горская Н. И. Автоматизация выявленных повреждений в тепловых сетях / Н. И. Горская. – Новосибирск : Наука, 1987. – 158 с.
24. Кузнецов В. А. Правила технічної експлуатації теплових установок і мереж / В. А. Кузнецов. – Харьков : Фактор, 2007. – 303 с.
25. Варфоломеев Ю. М. Отопление и тепловые сети / Ю. М. Варфоломеев, О. Я. Кокорин. – М. : ИНФРА-М, 2006. – 480 с.
26. Євдокімов А. А. Моделі, методи, алгоритми раціонального керування поточкорозподілом у трубопровідних транспортних системах: автореф. дис. ... канд. техн. наук : 05.13.06 / Євдокімов Андрій Анатолійович ; Харк. нац. ун-т радіоелектрон. – Харків, 2002. – 20 с.
27. Чебаевский В. Ф. Проектирование насосных станций и испытание насосных установок / В. Ф. Чебаевский, К. П. Вишнеvский, Н. Н. Накладов. – М. : КолосС, 2000. – 376 с.

28. Евдокимов А. Г. Оптимизация потокораспределения в инженерных сетях / А. Г. Евдокимов, А. А. Панасенко. – Харьков: Основа, 1996. – 156 с.
29. Андрийчук Н. Д. Повышение технологической эффективности элементов систем теплоснабжения / Н. Д. Андрийчук. – Луганск : ВНУ, 2002. – 101 с.
30. Беляева Г. М. Исследование систем теплоснабжения / Г. М. Беляева, В. П. Браилов, С. В. Воронина. – М. : Наука, 1989. – 215 с.
31. Димо Б. В. Оцінка енергетичної ефективності теплових систем / Б. В. Димо, В. І. Пилипчак. – К. : Технології і ремонт, 2008. – 137 с.
32. Пырков В. В. Современные тепловые пункты. Автоматика и регулирование / В. В. Пырков. – К. : Такі справи, 2007. – 250 с.
33. Вороновский Г. К. Усовершенствование практики оперативного управления крупными теплофикационными системами в новых экономических условиях / Г. К. Вороновский. – Х. : Харьков, 2002. – 204 с.
34. Герасимова О. М. Опалення : навч. посібник / О. М. Герасимова. – Харків: ХДАМГ, 2001. – 137 с.
35. Бобух А. О. Автоматизація інженерних систем : навч. посібник / А. О. Бобух. – Харків: ХНАМГ, 2005. – 212 с.
36. Калмаков А. А. Автоматика и автоматизация систем теплогазоснабжения и вентиляции / А. А. Калмаков, Ю. Я. Кувшинов – М. : Стройиздат, 1988. – 179 с.
37. Андреев С. Ю. Рациональные методы реконструкции городских систем теплоснабжения / С. Ю. Андреев // Коммунальное хозяйство городов : респ. межвед. науч. - техн. сб. – К. : Техніка, 2001. – Вып. 27 – С. 216 – 222. – (Серия «Технические науки и архитектура»).
38. Попович М. Г. Теорія автоматичного керування / М. Г. Попович, О. В. Ковальчук. – К. : Либідь, 1997. – 544 с.
39. Олексюк А. А. Реконструкция и эксплуатация систем теплоснабжения / А. А. Олексюк. – Макеевка : ДонНАСА, 2001. – 74 с.
40. Остапенко Ю. О. Ідентифікація та моделювання технологічних об'єктів керування / Ю. О. Остапенко. – К. : Задруга, 1999. – 424 с.
41. Павлов Н. И. Котельные установки и тепловые сети / Н. И. Павлов, М. Н. Федоров. – М : Стройиздат. 1986. – 232 с.
42. Ефимова М. Р. Общая теория статистики / М. Р. Ефимова, Е. В. Петрова, В. Н. Румянцев. – М. : ИНФРА-М, 2007. – 416 с.

43. Бородюк В. П. Статистические методы в инженерных исследованиях / В. П. Бородюк, Г. К. Круг. – М. : Высшая школа, 1983. – 216 с.
44. Елисеева И. И. Статистика / И. И. Елисеева. – М. : ТК Велби, 2005. – 448 с.
45. Острейковский В. А. Теория надежности функционирования / В. А. Острейковский. – М. : Высшая школа, 2003. – 463 с.
46. Кулініч Г.Л. Вища математика: навч. Посібник : у 2 т. Т. 2. Спеціальні розділи / Г. Л .Кулініч. – К. : Либідь, 2003. – 400 с.
47. Андерсон Т. Статистический анализ временных рядов / Т. Андерсон. – М. : Мир, 1976. – 755 с.
48. Солодовников В. В. Основы теории и элементы систем автоматического регулирования / В. В. Солодовников, В. М. Плотников, А. В. Яковлев. – М. : Машиностроение, 1985. – 536 с.
49. Солодовников В. В. Теория автоматического управления техническими системами / В. В. Солодовников, В. М. Плотников, А. В. Яковлев. – М. : МГТУ, 1993. – 492 с.
50. Сеннова Е. В. Математическое моделирование и оптимизация развивающихся теплоснабжающих систем / Е. В. Сеннова. – Новосибирск : Наука, 1987. – 224 с.
51. Стратан Ф. И. Методы оптимизации при проектировании систем теплогазоснабжения / Ф. И. Стратан, В. Ф .Иродов. – Кишинев: Штиница, 1984. – 76 с.
52. Советов Б. Я. Моделирование систем / Б. Я. Советов, С. А. Яковлев. – М. : Высшая школа, 2001. – 343 с.
53. Бронштейн И. Н. Справочник по математике / И. Н. Бронштейн, К. А. Семендяев. – М. : Наука, 1965. – 608 с.
54. Райбман Н. С. Построение моделей процессов производства / Н. С. Райбман, В.М. Чадеев. – М. : Энергия, 1975. – 375 с.
55. Изерман Р. Цифровые системы управления: пер. с англ. / Р. Изерман. – М. : Мир, 1984. – 541 с.
56. Goodwin G. C. Discrete time multivariable adaptive control / G. C. Goodwin, P. J. Ramadge, P. E. Caines // IEEE Tr. Aut. Control. – 1978. – Vol. AC 25. – № 2. – P. 449 – 456.
57. Nagumo J.-I. A learning method for system identification / J.-I. Nagumo, A. Noda // IEEE Tr. Aut. Control. – 1967. – Vol. AC 12. – № 3. – P. 282 – 287.

58. Chrisnensen L. A. Introduction to building a linear regression model [Electronic resource] / L. A. Chrisnensen. – Regime of access : <http://www2.sas.com/proceedings/sugi22/STAT/PAPERS.PDF>
59. Hong L. M. Simple linear regression model [Electronic resource] / L. M. Hong. – Regime of access : <http://wtb.thu.edu.tw/wenwei/regression/index.html2>
60. The classical linear regression model [Electronic resource]. – Regime of access : <http://irring.vassar.edu/faculty/wl/reg210f02.pdf>
61. Бобух А. О. Автоматизовані системи керування технологічними процесами : навч. посібник / А. О. Бобух. – Харків : ХНАМГ, 2006. – 185 с.
62. Власов К. П. Теория автоматического управления / К. П. Власов. – Харьков: Гуманитарный центр, 2007. – 526 с.
63. Кобзарь А. И. Прикладная математическая статистика / А. И. Кобзарь. – М. : Физматлит, 2006. – 816 с.
64. Бобух А. О. Комбіновані системи автоматичного керування об'єктами теплопостачання і опалення / А. О. Бобух, О. М. Герасимова // Коммунальное хозяйство городов: науч.- техн. сб. – К. : Техніка, 2001. – Вып. 33. – С. 192 – 196. – (Серия «Технические науки и архитектура»).
65. Шульга Н. А. Применение коэффициента множественной корреляции как критерия адекватности математической модели статистики и реального объекта / Н. А. Шульга, А. А. Бобух, Д. А. Ковалев // Коммунальное хозяйство городов: науч.- техн. сб. – К. : Техніка, 2007. – Вып. 76. – С. 216 – 220. – (Серия «Технические науки и архитектура»).
66. Себер Дж. Линейный регрессионный анализ: пер. с англ. / Дж. Себер. – М. : Мир, 1980. – 456 с.
67. Малолеткин Т. Н. Об алгоритмах выбора наилучшего подмножества признаков в регрессионном анализе / Т. Н. Малолеткин, В. Н. Мельников, В. М. Ханин // Вопросы кибернетики. Теоретические проблемы планирования эксперимента : сб. – М. : Советское радио, 1977. – Вып. 35. – С. 110 – 148.
68. Ивахненко А. Г. Долгосрочное прогнозирование и управление сложными объектами / А. Г. Ивахненко. – К. : Техніка, 1975. – 311 с.
69. Воеводин В. В. Численные методы алгебры / В. В. Воеводин. – М. : Наука, 1966. – 248 с.
70. Степашко В. С. Методы и критерии решения задач структурной идентификации / В. С. Степашко, Ю. Л. Кочерга. // Автоматика. – 1985. – № 5. – С. 29 – 37.

71. Al-Subaihi A. A. Variable selection in multivariable regression using SAS/IML / A. A. Al-Subaihi // Journal of Statistical Software. – 2002. – Vol. 7. – P. 12 – 20.
72. Bedrick E. J. Model selection for multivariate regression in small samples / E. J. Bedrick, C. C. Tsai // Biometrics. – 1994. – Vol.50. – P. 226 – 231.
73. Bearnse P. M. Subset selection in vector autoregressive models using the genetic algorithm with informational complewity as the fitness function / P. M. Bearnse, H. Bozdogan // System analysis, modeling and simulation. – 1998. – Vol. 31. – P. 61 – 91.
74. Cavanaugh J. E. A large-sample model selection criterion based on Kull-back's symmetric divergence / J. E. Cavanaugh // Statistics and Probability Letters. – 1999. – Vol. 44. – P. 333 – 344.
75. Hannan E. J. The determination of the order of an autregression / E. J. Hannan, B. G. Quinn // Journal of the Royal Stastical Society, ser. B. – 1979. – Vol. 41. – P. 190 – 195.
76. Konishi S. Generalised information criteria in model selection / S. Konishi, G. Kitagawa // Biometrika. – 1996. – Vol. 83. – P. 875 – 890.
77. Akaike H. A new look at the statistical model identification / H. Akaike // IEEE Trans. on Automatic Control. – 1974. – Vol. 19. – P. 716 – 723.
78. Sugiura N. Further analysis of the data by Akaike's information criterion and the finite corrections / N. Sugiura // Communications in Statistics – Theory and Methods. – 1978. – Vol. 7. – P. 13 – 26.
79. Neucler P. Unbalance estimation using linear and nonlinear regression / P. Neucler, T. Soederstrom // Automatica. – 2010. – Vol. 46. – P. 1751 – 1761.
80. Трегуб В. Г. Основы комп'ютерно-інтегрованого керування / В. Г. Трегуб. – К. : НУХТ, 2005. – 191 с.
81. Цыпкин Я. З. Адаптация и обучение в автоматических системах / Я. З. Цыпкин. – М. : Наука, 1968. – 400 с.
82. Цыпкин Я. З. Основы теории обучающихся систем / Я. З. Цыпкин. – М. : Наука, 1970. – 251 с.
83. Ли Р. Оптимальные оценки, определение характеристик и управления / Р. Ли. – М. : Наука, 1966. – 176 с.
84. Гроп Д. Методы идентификации систем / Д. Гроп. – М. : Мир, 1979. – 302 с.
85. Эйкхофф П. Основы идентификации систем управления / П. Эйкхофф. – М. : Мир, 1975. – 684 с.

86. Вазан М. Стохастическая аппроксимация / М. Вазан. – М. : Мир, 1972. – 296 с.

87. Аведьян Э. Д. Модифицированные алгоритмы Качмажа для оценки параметров линейных объектов / Э. Д. Аведьян // Автоматика и телемеханика – 1978. – № 5. – С. 64 – 72.

88. Norton S. J. Unique tomographic reconstruction of vector fields using boundary data / S. J Norton // IEEE Trans. Image Process. – 1992. – Vol. 1. – P. 406 – 412.

89. Автоматизированные системы управления технологическим процессами. Идентификация и оптимальное управление / под общ. ред. В. И. Салыги. – Х. : Вища школа, 1976. – 179 с.

90. Бобух А. А. Повышение эффективности эксплуатации и энергосбережения инженерных сетей систем теплоснабжения городов / А. А. Бобух, Д. А Ковалев // Энергосбережение и экология в жилищно-коммунальном хозяйстве и строительстве городов : материалы междунар. науч.-практ. конф. – Белгород : БГТУ, 2012. – С. 225 – 229.

91. Стоянов Ф. А. Методы системного анализа в задачах рационального проектирования централизованных систем теплоснабжения: учеб. пособие для студентов технических вузов / Ф. А. Стоянов, С. Ю. Андреев, Л. П. Шевченко. – Харьков : Золотые страницы, 2005. – 140 с.

92. Шульга Н. А. Исследование закрытой системы централизованного теплоснабжения как сложного объекта управления / Н. А. Шульга, А. А. Бобух, Д. А. Ковалев // Коммунальное хозяйство городов: науч.- техн. сб. – К. : Техніка, 2006. – Вып. 72. – С. 164 – 169. – (Серия «Технические науки и архитектура»).

93. Бобух А. А. Компьютерно-интегрированная система управления распределением тепловой энергии / А. А. Бобух, Д. А. Ковалев // Математичне моделювання, оптимізація та управління потокорозподілом в інженерних мережах : матеріали міжнар. наук.-практ. конф., Ялта, 1–6 жовтня 2011 р. : тези доповідей. – Ялта, 2011. С. 63 – 64.

94. Бобух А. А. К вопросу усовершенствования объектов системы централизованного теплоснабжения и повышения эффективности их эксплуатации / А. А. Бобух, Д. А. Ковалев // Вода, экология, общество : материалы 3 международной науч.-практ. конф., Харьков, 9–11 февраля 2010 г. : тезисы докладов. – Харьков : ХНАГХ, 2010. – С. 159 – 160.

95. Бобух А. О. До питання керування проектами розробки автоматизованих систем керування параметрами технологічних процесів / А. О. Бобух, Д. О. Ковальов // Устойчивое развитие городов. Управление проектами и программами городского и регионального развития : материалы 8 международной науч.-практ. конф., Харьков, 19-21 мая 2010 г. : тезисы докладов. – Харьков: ХНАГХ, 2010. – С. 33 – 34.

96. Бобух А. О. Деякі питання вдосконалення об'єктів системи централізованого теплопостачання / А. О. Бобух, Д. О. Ковальов // Материалы 35 науч.-техн. конф. преподавателей, аспирантов и сотрудников ХНАГХ, Харьков, 21–23 апреля 2010 г. : тезисы докладов. – Харьков: ХНАГХ, 2010. – С. 104.

97. Бобух А. О. Перспективи енергозбереження при розробці автоматизованих систем керування параметрами технологічних процесів теплоспоживання / А. О. Бобух, Д. О. Ковальов // Проблеми, перспективи та нормативно-правове забезпечення енерго-, ресурсозбереження в житлово-комунальному господарстві : матеріали 2 міжнар. наук.-практ. конф., Алушта, 14–18 червня 2010 р. : тези доповідей. – Алушта, 2010. – С. 51 – 52.

98. Евдокимов А. Г. Моделирование и оптимизация потокораспределения в инженерных сетях / А. Г. Евдокимов. – Харьков: ХТУРЭ, 1990. – 236 с.

99. Евдокимов А. Г. Информационно-аналитические системы управления инженерными сетями жизнеобеспечения населения / А. Г. Евдокимов, В. А. Петросов. – Харьков: ХТУРЭ, 1998. – 412 с.

100. Основы технической диагностики / под общ. ред. П. П. Пархоменко. – М. : Энергия, 1976. – 463 с.

101. Мозгалеvский А. В. Техническая диагностика / А. В. Мозгалеvский, Д. В. Гаскаров. – М. : Высшая школа, 1975. – 200 с.

102. Дуэль М. А. Диагностирование состояния и условий эксплуатации энергооборудования ТЭС и АЭС / М. А. Дуэль, А. Л. Дуэль, В. А. Кострыкин и др. – Харьков: Укр. инж. пед. акад., 2006. – 284 с.

103. Бобух А. А. Диагностика аварийных ситуаций системы централизованного теплоснабжения / А. А. Бобух, Д. А. Ковалев // Внедрение инновационных технологий и перспективы развития систем теплогазоснабжения и вентиляции : материалы междунар. науч.-техн. конф., Харьков, 19–21 ноября 2008 г. : тезисы докладов. – Х. : ХНАГХ, 2008. – С. 82 – 83.

104. Бобух А. А. Разработка системы диагностики аварийных ситуаций объектов централизованного теплоснабжения / А. А. Бобух, Д. А. Ковалев // Коммунальное хозяйство городов : науч.- техн. сб. – К. : Техніка, 2008. – Вып. 84. – С. 167 – 172. – (Серия «Технические науки и архитектура»).

105. Тихонов А. Н. Методы решения некорректных задач / А. Н. Тихонов, В. Я. Арсенин. – М. : Наука, 1980. – 223 с.

106. Руденко О. Г. Основы теории искусственных нейронных сетей / О. Г. Руденко, Е. В. Бодянский. – Харьков : ТЕЛЕТЕХ, 2002. – 317 с.

107. Кадигроб С. В. Нечеткие полумарковские модели систем / С. В. Кадигроб, Т. И. Каткова // Системы обработки информации. – 2011. – № 4 (94). – С. 24 – 28.

108. King P. J. H. Decision tables. / P. J. H. King // The Computer Journal – 1967. – Vol. 10. – P. 135 – 142.

109. Kirk Y. W. Use of decision tables in computer programming / Y. W. Kirk // Comm. A.C.M. – 1965. – Vol. 8. – P. 41 – 43.

110. Дорф Р. Современные системы управления / Р. Дорф, Р. Бишоп. – М. : Лаборатория Базовых Знаний, 2004. – 832 с.

111. Шарков В. В. Исследование режимов отпуска и учет потребления теплоты в системах централизованного теплоснабжения: дис. ... канд. техн. наук / В. В. Шарков. – Днепропетровск, 1999. – 149 с.

112. Масаев И. В. Рациональное управление отпуском теплоты на отопительной котельной: дис. ... канд. техн. наук/ И. В. Масаев. – Харьков, 1997. – 154 с.

113. Андреев С. Ю. Рациональное управление системой теплоснабжения при ступенчатом изменении нагрузки на котельную / С. Ю. Андреев, Ф. А. Стоянов, А. Ю. Андреев // Містобудування та територіальне планування: нар.- техн. зб.. – К. : Техніка, 2005. – Вип. 21 – С. 3 – 9.

114. Згуровский М. З. Интегрированные системы рационального управления и проектирования / М. З. Згуровский. – К. : Вища школа, 1990. – 351 с.

115. Дикоп В. В. Компьютерные модели тепловых сетей и циркуляционных систем / В. В. Дикоп, В. А. Кудинов, А. Г. Коваленко и др. // Теплоэнергетика. – 2006. – №8. – С. 66 – 68.

116. Справочник по теории автоматического управления / под общ. ред. А. А. Красовского. – М. : Наука, 1987. – 75 с.

117. Андрийчук Н. Д. Пути совершенствования систем теплоснабжения / Н. Д. Андрийчук, В. И. Соколов, А. А. Коваленко, К. М. Дядичев. – Луганск: СНУ им. Даля, 2003. – 244 с.

118. Андрийчук Н. Д. Экспериментальное определение динамических характеристик объектов систем теплоснабжения / Н. Д. Андрийчук, С. В. Подлесная, Ю. В. Баранич – Луганск: СНУ им. Даля, 2003. – 188 с.

119. Романенко В. Д. Методи автоматизації прогресивних технологій / В. Д. Романенко. – К. : Вища школа, 1995. – 519 с.

120. Тепловой расчет котельных агрегатов / под общ. ред. Н. В. Кузнецова. – М. : Энергия, 1973. – 296 с.

121. Справочник по гидравлике / под общ. ред. В. А. Большакова. – К. : Вища школа, 1984. – 343 с.

122. Овчинников Л. С. Теплоснабжение. Котельное оборудование. Справочное пособие для персонала, обслуживающего тепловое оборудование / Л. С. Овчинников. – Минск: Дизайн ПРО, 2007. – 432 с.

123. Бузников Е. Ф. Производственные и отопительные котельные / Е. Ф. Бузников, К. Ф. Роддатис, Э. Я. Берзиньш. – М. : Энергоатомиздат, 1984. – 248 с.

124. Ковалев Д. А. Повышение эффективности эксплуатации источника тепловой энергии / Д. А. Ковалев // Энергосбережение Энергетика Энергоаудит. – 2010. – № 11 (81). – С. 48 – 54.

125. Шульга Н. А. Разработка многопараметрической линейной математической модели источника тепловой энергии – котельной / Н. А. Шульга, А. А. Бобух, Д. А. Ковалев // Коммунальное хозяйство городов : науч.- техн. сб. – К. : Техніка, 2006. – Вып. 67. – С. 206 – 211. – (Серия «Технические науки и архитектура»).

126. Васильев А. Н. Научные вычисления в Microsoft Excel / А. Н. Васильев. – М. : Издательский дом «Вильямс», 2004. – 512 с.

127. Хедли Д. Нелинейное и динамическое программирование / Д. Хедли – М. : Мир, 1967. – 342 с.

128. Шарапов В. И. Регулирование нагрузки систем теплоснабжения / В. И. Шарапов, П. В. Ротов. – М. : Новости теплоснабжения, 2007. – 164 с.

129. Пырков В. В. Особенности современных систем водяного отопления / В. В. Пырков. – К. : Такі справи, 2003. – 176 с.

130. Ратушняк Г. С. Енергозбереження та експлуатація систем теплопостачання / Г. С. Ратушняк, Г. С. Попова. – Вінниця: УНІВЕРСУМ, 2004. – 136 с.

131. Кондращенко В. Я. Автоматизация моделирования сложных тепло-энергетических установок / В. Я. Кондращенко, В. Д. Самойлов. – К. : Наук. думка, 1987. – 184 с.

132. Дуэль М. А. Автоматическое управление теплоэнергетическими установками тепловых и атомных электростанций / М. А. Дуэль, И. Г. Шелепов. – Харьков: Укр. инж. пед. акад., 2007. – 327 с.

133. Дубовой В. М. Контроль та керування в мережах теплопостачання / В. М. Дубовой, В. В. Кабачій, Ю. М. Поночишин. – Вінниця: УНІВЕРСУМ, 2005. – 189 с.

134. Ковалев Д. А. Некоторые аспекты экономии тепловой энергии в закрытой системе централизованного теплоснабжения / Д. А. Ковалев // Энергосбережение Энергетика Энергоаудит. – 2009. – № 7 (65). – С. 19 – 23.

135. Ковалев Д. А. Экономия тепловой энергии в системе централизованного теплоснабжения / Д. А. Ковалев // Энергосбережение Энергетика Энергоаудит. – 2009. – № 4 (62). – С. 63 – 69.

136. Бобух А. А. Усовершенствование объектов системы централизованного теплоснабжения и повышения эффективности их эксплуатации / А. А. Бобух, Д. А. Ковалев // Коммунальное хозяйство городов : науч.-техн. сб. – К. : Техніка, 2010. – Вып. 93. – С. 404 – 407. – (Серия «Технические науки и архитектура»).

137. Шульга Н. А. К вопросу эффективности управления технологическими процессами индивидуального теплового пункта / Н. А. Шульга, А. А. Бобух, Д. А. Ковалев // Проблемы, перспективы и нормативно-правовое обеспечение энерго-, ресурсосбережения в жилищно-коммунальном хозяйстве : материалы междунар. науч.-практ. конф., Алушта, 8–12 июня 2009 г. : тезисы докладов. – Алушта, 2009. – С. 43 – 45.

138. Шульга Н. А. К вопросу разработки математических моделей центрального теплового пункта / Н. А. Шульга, А. А. Бобух, Д. А. Ковалев // Материалы 34 науч.-техн. конф. преподавателей, аспирантов и сотрудников ХНАГХ, Харьков, 12–14 мая 2008 г. : тезисы докладов. – Харьков: ХНАГХ, 2008. – С. 105 – 106.

139. Шульга Н. А. К вопросу применения метода наименьших квадратов для разработки математических моделей объектов управления технологическими процессами инженерных систем / Н. А. Шульга, А. А. Бобух, Д. А. Ковалев // Материалы 33 науч.-техн. конф. преподавателей, аспирантов и сотрудников ХНАГХ, Харьков, 11–13 мая 2006 г. : тезисы докладов. – Харьков, 2006. – С. 223.

140. Шульга Н. А. К вопросу исследования закрытой системы централизованного теплоснабжения как сложного объекта управления / Н. А. Шульга, А. А. Бобух, Д. А. Ковалев // Проблемы та перспективи енерго-ресурсозбереження житлово-комунального господарства : матеріали 2 всеукраїнської наук.-практ. конф., Алушта, 5–9 червня 2006 р. : тези доповідей. – Алушта: ХОНТТКГ та ПО, ХНАМГ, 2006. – С. 47 – 48.

141. Беллман Р. Динамическое программирование и современная теория управления / Р. Беллман, Р. Калаба. – М. : Мир, 1969. – 118 с.

142. Беллман Р. Динамическое программирование и уравнения в частных производных / Р. Беллман, Э. Эдвард – М. : Мир, 1974. – 207 с.

143. Хвостенко Е. С. Динамическое программирование / Е. С. Хвостенко. – Днепропетровск : ДГУ, 1980. – 92 с.

144. Соколов Ю. Н. Компьютерное проектирование ПИД-регуляторов / Ю. Н. Соколов. // Авиационно-космическая техника и технология. – 2010. – № 1 (68) . – С. 43 – 45.

145. Дикусар Ю. Г. Разработка метода определения параметров настройки цифровых регуляторов / Ю. Г. Дикусар, Г. В. Фарафонов // Сб. науч. тр. СНУЯЭиП. – Севастополь: СНУЯЭиП, 2010. – Вып. 4 (28). – С. 21 – 26.

146. Адонін О. В. Активно-адаптивне керування динамічними об'єктами за наявності обмежень на фазові зміни: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.13.03 / Адонін Олег Валерійович ; Харківський національний університет радіоелектроніки. – Харків, 2005. – 20 с.

147. Поляк Б. Т. Сравнение скорости сходимости одношаговых и многошаговых алгоритмов оптимизации при наличии помех / Б. Т. Поляк // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика – 1977. – № 1. – С. 9 – 12.

*Наукове видання*

**БОБУХ** Анатолій Олексійович  
**КОВАЛЬОВ** Дмитро Олександрович

**КОМП'ЮТЕРНО-ІНТЕГРОВАНА СИСТЕМА  
АВТОМАТИЗАЦІЇ ТЕХНОЛОГІЧНИХ  
ОБ'ЄКТІВ КЕРУВАННЯ ЦЕНТРАЛІЗОВАНИМ  
ТЕПЛОПОСТАЧАННЯМ**

(Рос. мовою)

**МОНОГРАФІЯ**

Відповідальний за випуск *А. О. Алексахін*

*За авторською редакцією А. О. Бобуха*

Комп'ютерне верстання *І. В. Волосожарова*

Дизайн обкладинки *Т. Є. Клочко*

Підп. до друку 04.04.2013  
Друк на ризографі.  
Зам. №

Формат 60x84/16  
Ум. друк. арк. 13,4  
Тираж 500 пр.

Видавець і виготовлювач:  
Харківський національний університет  
міського господарства імені О. М. Бекетова,  
вул. Революції, 12, Харків, 61002  
Електронна адреса: [rectorat@ksame.kharkov.ua](mailto:rectorat@ksame.kharkov.ua)  
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:  
ДК № 4064 від 12.05.2011р.