

# 江陵张家山竹简《算数书》初探

杜石然

(中国科学院自然科学史研究所)

## 内 容 提 要

1984年江陵县张家山西汉早期墓葬中出土的竹简算书,其成书年代比《九章算术》早一个半世纪多,是新发现的一部中国古代最早算书。它大致上亦为问题集的形式,其中有些文句与《九章算术》极相类似。该算书的出土,引起了学术界对《九章算术》中均输等算法源流的讨论。

1983年12月至1984年1月,考古工作者在中国湖北省江陵县西北大约1.5公里处的张家山(位于著名的楚都纪南城遗址西南),发掘了三座西汉古墓(编号分别为M247、M249、M258),出土了许多文物,其中有大量竹简。在M247中出简最多,有一千余支,尤为珍贵。这批竹简(除特殊说明外,均出自M247),经整理,有下列内容:

汉律:五百余支,可与云梦秦简中的“秦律”相媲美,律名中有“均输律”等;

《奏瀛书》:约二百支,是与法律、案例有关的书;

《盖庐》:兵阴阳家言;

《脉书》:可补马王堆帛书《五十二病方》卷前佚书;

《引书》:可与马王堆帛书《导引图》相互参看。

此外还有择日吉凶的《日书》(出自M249)、历谱(M258也有历谱出土)和遗册。

第247号墓中还出土了一部《算数书》,引起了各地数学史研究工作者的极大注意。

据推断,M247的下葬时间,大约是在吕后(公元前187—前180年在位)至文帝(公元前179—前157年在位)初年。M247出土的竹简“历谱”,在惠帝元年(公元前194年)条下记有“病免”二字。出土竹简中还有医书、兵书、吕后时期的律令。再以遗册和实物相对照,还有算筹、笔砚和鸿杖等物。可见,M247的墓主当是一位能书会计,亦文亦武,曾经作过官的长者。

过去,通常人们认为《九章算术》是中国最早的一部数学著作,据钱宝琮考证,大约成书于公元1世纪的下半叶<sup>①</sup>。但此次出土的《算数书》却要比《九章算术》早一个半世纪以上;而且《九章算术》是辗转传抄的传世本,《算数书》则是当时竹简算书原物。因此,《算数书》引起各方面学者、专家的注意是理所当然的。

① 钱宝琮主编:《中国数学史》,科学出版社,1964年,第33页。

由于在地下埋藏过久,竹筒叠压在一起,揭剥整理工作十分困难,加之还有一些其他原因,整理工作至今尚未完成,简文全部也尚未发表。因此本文大部分还只能依靠发掘报告等已公布的资料<sup>①</sup>,只能算是一次“初探”。

《算数书》大约有竹筒二百支,其中180余支较完整,10余支已残破,总字数约为七千余字。据谈在一支竹筒的背面发现写有“算数书”三个字,当是此书的书名。图1是已发表的两支《算数书》竹筒<sup>②</sup>。在竹筒上还可隐约辨认出当初把竹筒编在一起的韦编的痕迹,可知当时此书是成卷下葬的。因在地下年久,韦编断绝,又经水浸,竹筒漂浮,竹书散乱。图1所示的两条简文中,有一条是关于分数的内容。具体简文是:

“增减分 增分者增其子,减分者增其母”

写在筒头的“增减分”是一个标题,下隔一、二字之后,便是此条标题下的简文内容。《算数书》的全部竹筒,大都采取了这种形式,当然也有只有简文而未附小标题的情况。《算数书》已整理出的部分,共发现小标题有60余个。和上述“增减分”类似,还有“分乘”、“相乘”、“合分”、“经分”等小标题,它们都是以算法的内容来命名的;此外还有“里田”、“方田”、“税金”、“金价”、“程禾”等小标题,它们则是以当时社会需要的各种具体算题来命名的。从简文的内容上看,上述“增减分”一条讲述的是“增减分”算法的一般法则(分子增加可使分数增值,分母增加可使分数减值)并未引具体算题;而《算数书》更多的简文内容,则是一些具体的算题以及答案和解法。这也就是说,《算数书》也是各种具体数学算题的汇集。此点与《九章算术》极相类似。不仅如此,《算数书》中的某些算题和《九章算术》中相应的算题,其中的文句也都是基本相同的。下面分左右两侧给出《算数书》“少广”小标题下的简文和《九章算术》“少广”第一题的文字:



图1 《算数书》竹简

《算数书》

“少广: 广一步半步。以一为二, 半为

《九章算术·少广·第一题》

“今有田广一步半, 求田一亩, 问从(纵)几

<sup>①</sup> 荆州地区博物馆: “江陵张家山三座汉墓出土大批竹简”; 张家山汉墓竹简整理小组: “江陵张家山汉简概述”, 此文均载《文物》, 1985年第1期。又见李学勤: “中国数学史上的重大发现”, 《文物天地》, 1985年第1期。

<sup>②</sup> 同<sup>①</sup>。

一，同之三，以为法。即直(置)二百卅(四十)步，亦以一为二，除如法得从(纵)步，为从(纵)百六十步。”

何？  
答曰：一百六十步。  
术曰：下有半，是二分之一。以一为二，半为一，并之得三，为法。置田二百四十步，亦以一为二乘之，为实。实如法得从步。”<sup>①</sup>

除此条之外，据谈还有与《九章·少广》第二至九、《九章·衰分》第四、二十等问相类似的简文。《算数书》比《九章》成书早，且有上述一些极相类似的文句，二书之间可能有某些传承关系。但是二书不同之处也十分明显，例如其一名为“算数”，而另一则为“算术”，其一有 60 几个小标题而未分章，另一则已分为九章。

关于《九章算术》的源流，刘徽曾写道：

“周公制礼而有九数，九数之流则九章是矣。往者暴秦焚书，经术散坏，自时厥后，汉北平侯张苍、大司农中丞耿寿昌皆以善算命世。苍等因旧文之遗残，各称删补，故校其目则与古或异，而所论者多近语也。”<sup>②</sup>

其中“周公制礼而有九数”，本源自《周礼·地官·司徒·保氏》，东汉郑玄释为：“九数：方田、粟米、……盈不足、旁要，今有重差、夕桀、句股”。显然郑玄是以《九章》来解释“九数”的。再参见《汉书·艺文志》中未曾注录《九章》而仅有“《许商算术》二十六卷、《杜忠算术》十六卷”等情况，可见《九章算术》成书年代不会太早。在张苍、耿寿昌、许商、杜忠等人中，耿、许、杜三人生活年代均在 M247 墓主之后，只有张苍高祖六年(公元前 202 年)封北平侯，吕后八年(公元前 180 年)为御史大夫，与张家山 M247 号墓主是生活在同一时代的人。可惜的是，我们还不知道张苍和《算数书》之间是否存在任何关系。

如上文已述 M247 出土竹简汉律中，有关于“均输律”的简文出现。在过去，一般都认为汉武帝太初元年(公元前 104 年)郡国始置均输官，施行均输法，《九章》中均输章的问题，应在太初元年之后。此次张家山竹简汉律中均输律的出现，使这一论断需要进行修改。其实均输问题的产生，实可推至先秦。《周礼·地官·大司徒》中述及“大司徒之职”时说：大司徒“……以土会之法，辨五地之物生……；以土宜之法，辨十有二土之名物……以土均之法，辨五物九等，制天下之地征，以作民职，以令地贡，以敛财赋，以均齐天下之政”，并设有“均人”的官职：“均人掌均地政、均地守、均人民牛马车辇之力政”(郑玄注：“政读为征，地征谓地守地职之税也”。)<sup>③</sup>。上述大司徒的“土均之法”和“均人”的职责，实际上都含有均输的内容。因此可以认为《九章》中的均输算法，和《九章》中许多其他算法一样，都可能是早已有了的。

综上所述，可以看出这部比《九章算术》还早的竹简《算数书》的出土，其意义确实十分重大。它完全可以和巴比伦的泥板算书以及古埃及的纸草算书相媲美。从《算数书》中的 60 余个标题来看，其内容包含了整数、分数的四则运算，各种比例问题，各类面积、体积的计算等等。我们希望整理工作能够早日结束，以便使全世界的数学史工作者得以一睹其全貌。

① 钱宝琮校点：《算经十书》上册，中华书局，1963 年，第 144 页。

② 刘徽：《九章算术注·原序》，钱宝琮校点《算经十书》上册，中华书局，1963 年，第 91 页。

③ 《十三经注疏》上册，中华书局，1979 年影印，第 702—704 页、730 页。

**A BRIEF INTRODUCTION OF SUAN SHU SHU (A BOOK  
ON ARITHMETIC) WRITTEN ON ZHANGJIASHAN  
BAMBOO STRIPS**

**Du Shiran**

**Abstract**

In 1984, a mathematical work on bamboo strips dating from the first half of 2nd century BC was excavated from a tomb (M. 247) of Western Han Dynasty at Zhangjiashan (张家山) near Jiangling (江陵) in Hubei province. The name of this mathematical work was written on the back of one of the bamboo strips. *Nine Chapters on the Mathematical Art* (《九章算术》) has long been regarded as the earliest mathematical writing of ancient China. But the situation now has been changed.

There is a lot of similarity between these two mathematical works. This article is a preliminary research on the mathematical work on bamboo strips found at Zhangjiashan.