



# Imagerie Tridimensionnelle Morphologique et Fonctionnelle en Multimodalité

Jean-Louis Dillenseger

► **To cite this version:**

Jean-Louis Dillenseger. Imagerie Tridimensionnelle Morphologique et Fonctionnelle en Multimodalité. Traitement du signal et de l'image. Université François Rabelais - Tours, 1992. Français. <tel-00133646>

**HAL Id: tel-00133646**

**<https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00133646>**

Submitted on 27 Feb 2007

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THESE

*Présentée devant*

L'UNIVERSITE FRANCOIS RABELAIS de TOURS  
UFR Médecine

*pour obtenir*

Le Titre de DOCTEUR DE L'UNIVERSITE FRANCOIS RABELAIS de  
TOURS

Mention : *SCIENCES DE LA VIE ET DE LA SANTE*

*par*

**Jean-Louis DILLESEGER**

**IMAGERIE TRIDIMENSIONNELLE MORPHOLOGIQUE  
ET FONCTIONNELLE EN MULTIMODALITE**

*Soutenue le 11 Décembre 1992 devant la commission d'examen :*

*Président*

J.P. ASSELIN DE BEAUVILLE

*Rapporteurs*

G. HEGRON

J. SEQUEIRA

*Examineurs*

A. BRUNO

J.L. COATRIEUX

L. M. LUO



L'art réside dans la nature ; qui peut l'en extraire le possède. Plus ton oeuvre, dans son aspect, sera conforme à la vie, meilleure elle sera.

Albrecht Dürer,  
*Traité des proportions du corps humain.*



## REMERCIEMENTS

Permettez moi d'exprimer ma gratitude à Monsieur Georges Vezzosi, Professeur à l'Université de Rennes I, de m'avoir accueilli au sein du Laboratoire de Traitements du Signal et de l'Image.

Il me faut exprimer une profonde reconnaissance à mon Directeur de Thèse, Jean-Louis Coatrieux, Directeur de Recherche à l'INSERM, pour le soutien scientifique et humain qu'il m'a accordé le long de ce travail.

Comment ne pas remercier pour son enthousiasme Monsieur Jean-Pierre Asselin de Beauville, Professeur à l'Université de Tours, qui m'a fait l'honneur de présider le jury de cette thèse.

L'occasion m'est donnée ici de témoigner ma reconnaissance à Monsieur Gérard Hégron, Professeur à l'Ecole des Mines de Nantes, ainsi qu'à Monsieur Jean Sequeira, Professeur à l'Université d'Aix-Marseille, pour l'intérêt qu'ils ont porté à cette thèse et d'avoir accepté d'en être les rapporteurs.

Un profond remerciement à Monsieur Alain Bruno, Maître de Conférence à l'Université de Rennes I, et à Luo Li Min, Professeur associé à Southeast University de Nanjing, Chine, pour avoir accepté de participer à mon jury. Leurs remarques m'ont aidé dans le contenu scientifique et la rédaction de cette thèse.

Sans oublier Monsieur Vasco Carrico et Jean-Paul Sinteff pour leur contribution scientifique à cette thèse, je remercie chaleureusement les différents membres du Laboratoire de Traitements du Signal et de l'Image.

Trugarez Vraz un' Vielmols Merci.



# *Table des matières*

<b>INTRODUCTION</b>	<b>1</b>
<b>CHAPITRE I PRIMITIVES ET REPRESENTATIONS EN IMAGERIE MEDICALE</b>	<b>5</b>
<b>I.1. ACQUISITION DE DONNEES</b>	<b>7</b>
1.1. PRESENTATION DE L'INFORMATION	7
1.2. MODALITES D'ACQUISITION	9
1.2.1. Données bidimensionnelles	10
1.2.1.1. Radiologie numérique	10
1.2.1.2. Endoscopie	11
1.2.2. Données tridimensionnelles	11
1.2.2.1. Tomodensitométrie TDM -Scanner X	11
1.2.2.2. Imagerie par Résonance Magnétique IRM	12
1.2.2.3. Tomographie par émission	13
1.2.2.4. Imagerie ultrasonore	14
1.2.2.5. Base tridimensionnelle de connaissances médicales	14
1.2.2.6. Techniques d'acquisition morphologique externe	15
1.2.2.6.1. Systèmes optiques	15
1.2.2.6.2. Capteurs de position	15
<b>I.2. REPRESENTATION DES PRIMITIVES UTILISEES EN IMAGERIE MEDICALE</b>	<b>16</b>
2.1. VOLUME 3D	17
2.1.1. Volume numérique 3D	17
2.1.1.1. Reconstitution du volume à partir de coupes tomographiques	17
2.1.1.2. Information contenue dans une base 3D	19
2.2. VOLUME EXTRAIT 3D - SEGMENTATION 3D	19

2.2.1. Structuration de la base de données-arbre octal	20
2.2.1.1. Codage de la scène 3D	21
2.2.1.2. Manipulation du volume	22
2.2.1.3. Visualisation d'un arbre octal	22
2.2.1.4. Avantages et inconvénients de l'arbre octal	22
2.2.2. Modélisation du volume	23
2.2.3. Représentation du volume	23
2.3. SURFACE GAUCHE	24
2.3.1. Surface implicite	25
2.3.1.1. Extraction de points	25
2.3.1.2. Modélisation des surfaces par approximation polygonale	25
2.3.1.2.1. Méthodes de triangulation de contours parallèles	26
2.3.1.2.2. Méthodes globales de triangulation	27
2.3.1.2.3. Géométrie des facettes	27
2.3.1.3. Modélisation par des surfaces gauches	28
2.3.1.4. Ajustement de surfaces	28
2.3.1.5. Modélisation de surfaces à partir de modèles continus de volume	29
2.3.1.6. Modélisation symbolique de surfaces	29
2.3.2. Surface explicite	29
2.3.2.1. Extraction de surfaces au niveau voxel	29
2.3.2.2. Extraction de surface avec une précision sous-voxel	30
2.3.3. Représentation de surfaces	32
2.4. PRIMITIVES 1D	32
2.4.1. Contours	33
2.4.2. Structures morphologiques 1D	33
2.4.3. Primitives 1D d'analyse	35
2.4.4. Primitive 1D externe	35
2.4.5. Problèmes liés à la visualisation 3D de primitives 1D	35
2.4.6. Résumé des formes de primitives 1D	36
2.5. PRIMITIVES 0D -POINTS	36
2.5.1. Points morphologiques	36
2.5.2. Points caractéristiques externes	37
2.6. RESUME DES PRIMITIVES DE CODAGE	38
2.7. RECALAGE D'IMAGES	39
2.8. FACTEUR TEMPS	40

## **CHAPITRE II TECHNIQUES DE VISUALISATION TRI ET MULTIDIMENSIONNELLE**

---

**41**

<b>II.1. VISUALISATION TRIDIMENSIONNELLE</b>	<b>42</b>
1.1. DEFINITION	42
1.2. REPRESENTATION PLANE	42
1.3. MODELE NUMERIQUE DE L'ECRAN	43
1.4. REPERE OBJET - REPERE ECRAN	44
1.5. ARITHMETIQUE DE PROJECTION	44
1.5.1. Projection orientée objet	46
1.5.1.1. Type de primitives	46
1.5.1.1.1. Objets définis de manière implicite	46

1.5.1.1.2. Objets définis de manière explicite	46
1.5.1.1.3. Gestion des occlusions	47
1.5.2. Projection orientée écran - Lancer de Rayons	48
1.6. PROCESSUS DE VISUALISATION TRIDIMENSIONNELLE EN IMAGERIE MEDICALE	50
<b>II.2. VISUALISATION MULTIDIMENSIONNELLE</b>	<b>53</b>
2.1. MODELES CONTINUS DE LA FONCTION MULTI-VARIABLES	54
2.1.1. Modélisation de données volumiques	55
2.1.2. Modélisation de fonctions surfaciques	56
2.1.2.1. Modélisation de la surface	56
2.1.2.2. Modélisation de la fonction sur la surface	56
2.2. MISE EN FORME DES DONNEES	57
2.2.1. Représentations volumiques	57
2.2.2. Représentations surfaciques	58
2.2.2.1. Surface d'un objet 3D	58
2.2.2.2. "Surface" d'une image (image 2 <sup>1/2</sup> D)	59
2.2.3. Représentation 2D	60
2.3. REPRESENTATION DES DONNEES MODELISEES	60
2.3.1. Couleur	60
2.3.1.1. Table de couleurs	60
2.3.1.2. Représentation des surfaces	62
2.3.2. Lignes topologiques	62
2.4. VISUALISATION SCIENTIFIQUE	63
<b>CHAPITRE III LANCER DE RAYONS</b>	<b>65</b>
<b>III.1. LANCER DE RAYONS - ETUDES BIBLIOGRAPHIQUES</b>	<b>66</b>
1.1. TECHNIQUES D'OMBRAGE	67
1.1.1. Modèles globaux d'illumination	67
1.1.2. Modèles d'illumination surfacique	68
1.1.2.1. Modèles empiriques	69
1.1.2.2. Modèles géométriques - Lancer de Rayons	71
1.1.2.3. Modèles analytiques	73
1.1.3. Modèles d'illumination volumique	76
1.2. DEFINITION D'UN RAYON	78
1.3. CONDITIONS D'INTERSECTION	79
1.4. TECHNIQUES D'ACCELERATION DU LANCER DE RAYONS	80
1.4.1. Cohérence des objets	81
1.4.1.1. Volume englobant	81
1.4.1.2. Subdivision spatiale	81
1.4.2. Cohérence des images	83
1.4.3. Cohérence des rayons	83
1.4.4. Cohérence inter-images	84
1.4.5. Autres techniques d'accélération	85
1.4.6. Tableaux de synthèse	85
1.5. LANCER DE RAYONS A USAGE MEDICAL	86
1.5.1. Techniques surfaciques	88
1.5.1.1. Phase de déplacement	88
1.5.1.2. Phase d'estimation de l'intersection	89

1.5.1.3. Phase d'ombrage	89
1.5.2. Techniques volumiques	90
<b>III.2. LANCER DE RAYONS MULTI-FONCTIONS</b>	<b>91</b>
2.1. PRINCIPE	91
2.2. DETECTION DE SURFACES PAR L'UTILISATION D'UN SCHEMA DE DETECTION-ESTIMATION STATISTIQUE	97
2.3. UTILISATION D'UN OPERATEUR 3D DE DETECTION DE SURFACES BASE SUR LES MOMENTS GEOMETRIQUES	101
2.3.1. Opérateur moment	101
2.3.2. Estimation de l'intersection rayon/surface	103
2.3.3. Evaluation des performances sur des données simulées et réelles le long du rayon	104
2.4. REDUCTION DU BRUIT SUR LE LANCER DE RAYONS	109
2.5. LANCER DE RAYONS A INTERPOLATION LOCALE	110
2.5.1. Lancer de rayons dans une image 3D anisotrope	111
2.5.2. Détection approximative de la surface des objets	111
2.5.3. Interpolation locale	113
2.5.4. Reparcours local dans la zone interpolée	114
2.5.5. Résultats et discussion	114
2.5.6. Conclusion	116
2.6. CONCLUSION	118
<b>III.3. LANCER DE RAYONS AVEC INCREMENT SPATIAL</b>	<b>119</b>
3.1. REPROJECTION DE L'INFORMATION	122
3.2. RECHERCHE DU COMPLEMENT D'INFORMATION	122
3.2.1. Approche globale	123
3.2.2. Cohérence image-connexité de la scène	123
3.2.2.1. Rotation autour d'axes remarquables	123
3.2.2.2. Rotation autour d'axes quelconques	124
3.2.3. Ombre	125
3.3. RESULTATS	127
3.4. CONCLUSION	131
<b>CHAPITRE IV RECALAGE D'IMAGES 3D</b>	<b>133</b>
<b>IV.1. MODELE DE RECALAGE GENERAL</b>	<b>136</b>
1.1. DEFINITION DU MODELE DE RELATION ENTRE LES DEUX SCENES	136
1.2. DEFINITION D'UN MODELE DE SIMILARITE	137
1.3. 1-3. ACTUALISATION DU MODELE DE RELATION PAR MESURE DE SIMILITUDE	138
<b>IV.2. METHODES DE RECALAGE EN IMAGERIE MEDICALE, ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE</b>	<b>140</b>
2.1. RECALAGE RIGIDE	140
2.1.1. Approches non basées sur un critère de similitude - Recalage d'images 3D à partir des moments d'inertie	140
2.1.2. Approches basées sur un modèle de similarité	142
2.1.2.1. Méthodes itératives de minimisation de la distance entre primitives	142
2.1.2.1.1. Mesure de distance	142
1.1. Distance entre points correspondants	142
1.2. Distances "forcées"	143
1.3. Distances minimales entre primitives	144

2.1.2.1.2. Minimisation de la distance	145
2.1.2.2. Méthodes de recalage à partir de la fonction d'intercorrélacion	146
2.1.2.2.1. Application à l'estimation de la translation dans $R^n$	146
2.1.2.2.2. Application à l'estimation de rotation 2D	147
2.1.2.2.3. Estimation d'une transformation rigide 3D par des outils de recalage 2D - méthode des silhouettes	149
2.1.2.2.4. Application à l'estimation de rotation 3D	149
2.2. RECALAGE ELASTIQUE	150
1.1. le recalage élastique global	150
1.2. le recalage élastique local	150
<b>IV.3. RECALAGE DE VOLUMES 3D BASE SUR UN FORMALISME DE QUATERNIONS</b>	<b>152</b>
3.1. DEFINITION DES QUATERNIONS	152
3.2. REPRESENTATION PARAMETRIQUE DES ROTATIONS	154
3.3. UTILISATION DES QUATERNIONS	155
3.4. RECALAGE DE VOLUME 3D	157
3.4.1. Détermination de l'axe de rotation dans $R^3$	158
3.4.1.1. Transformée de Hough	160
3.4.1.2. Droite de régression au sens des moindres carrés	162
3.4.1.3. Estimation de la droite de régression	163
3.4.2. Estimation de l'angle de rotation	163
3.4.3. Recalage en rotation	165
3.4.4. Evaluation du recalage	165
3.4.4.1. Précision de l'estimation de l'axe de rotation	166
3.4.4.1.1. Estimation de l'erreur due à l'orientation de l'axe	166
3.4.4.1.2. Estimation de l'erreur due à l'angle de rotation	171
3.4.4.2. Précision de l'estimation de l'angle de rotation	173
3.4.4.3. Evaluation sur données réelles	173
3.4.5. Discussion	175
3.5. CONCLUSION	176

**CHAPITRE V REPRESENTATION MULTI-VARIABLES EN MEDECINE : APPLICATION A L'IMAGERIE MORPHOLOGIQUE ET FONCTIONNELLE EN ELECTRO- ET MAGNETO-ENCEPHALOGRAPHIE** **177**

<b>V.1. REPRESENTATION MULTI-VARIABLES EN MEDECINE</b>	<b>177</b>
<b>V.2. ETUDE D'UNE IMAGERIE FONCTIONNELLE 3D : APPLICATION A LA FUSION DE DONNEES FONCTIONNELLES ET MORPHOLOGIQUES EN ELECTRO- ET MAGNETO-ENCEPHALOGRAPHIE</b>	<b>179</b>
2.1. PROBLEMATIQUE DE LA LOCALISATION DE SOURCES	179
2.2. LOCALISATION ET POSITIONNEMENT DES POINTS DE MESURE SUR LES STRUCTURES ANATOMIQUES	181
2.3. RESOLUTION DES PROBLEMES DIRECT ET INVERSE	182
2.3.1. Modélisation géométrique multi-couches	183
2.3.2. Modèles d'éléments de surface	184
2.3.3. Modèles aux éléments finis	186
2.3.4. Modélisation et représentation liées à la méthode des trois sphères concentriques	186
2.3.4.1. Modélisation des structures anatomiques	187
2.3.4.1.1. Extraction des points anatomiques	188

2.3.4.1.2. Ajustement des modèles	188
2.3.4.1.3. Evaluation de la modélisation	189
3.1. Ajustement sur un ensemble de points situés sur la partie frontale	189
3.2. Ajustement sur un ensemble de points disposés selon le système 10-20 International	191
2.3.4.1.4. Grandeurs morphologiques liées à la base de données	195
2.3.4.1.5. Discussion	195
2.3.4.1.6. Conclusion	195
2.3.4.2. Répartition des champs externes sur le modèle	195
2.3.4.3. Visualisation des champs de potentiels	196
2.3.4.3.1. Champs de potentiels externes	196
2.3.4.3.2. Champs de potentiels internes	198
2.4. CARTOGRAPHIE 3D DE SURFACE	200
2.4.1. Modèle de surface 3D	202
2.4.2. Schéma d'interpolation	203
2.4.2.1. Contexte géométrique	203
2.4.2.2. Fonctions d'interpolation	204
2.4.3. Projection-visualisation	206
2.4.4. Cartographie 3D fonctionnelle et morphologique de surface	207
2.4.4.1. Signaux morphologiques et fonctionnels	207
2.4.4.2. Extraction et projection de la surface	207
2.4.4.3. Interpolation	208
2.4.4.3.1. Prétraitement statique	209
2.4.4.3.2. Interpolation dynamique	209
2.4.4.4. Représentation	209
2.4.4.5. Application sur des données réelles	211
2.4.5. Conclusion	215
<b>V.3. CONCLUSION</b>	<b>215</b>
<b><u>CONCLUSION</u></b>	<b><u>217</u></b>
<b><u>REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES</u></b>	<b><u>219</u></b>
<b><u>ANNEXES</u></b>	<b><u>241</u></b>

# ***INTRODUCTION***

## Le corps mis en regard

Ce titre extrait de [LeBreton90] résume à lui seul la problématique de la recherche médicale actuelle. En raison de notre culture scientifique, l'accès à la connaissance passe de façon privilégiée par la voie du regard<sup>1</sup>. La médecine n'échappe pas à cette règle. Dès le XIV<sup>ème</sup> siècle, mais surtout à partir de Bichat, les anatomistes sondent et explorent le corps humain à travers l'autopsie. Celle-ci a permis d'établir des liens entre les symptômes d'une maladie et les anomalies marquant les organes. Ce regard est alors "invasif", c'est-à-dire lié à l'usage du scalpel. L'évolution des techniques d'observation a entraîné une mutation de ce regard sur le corps humain. L'imagerie en particulier a permis une pénétration plus profonde du regard vers des zones corporelles jusqu'alors inaccessibles et invisibles. Cette nouvelle "transparence du corps" présente en outre l'avantage de réduire les préjudices causés aux tissus humains. Depuis les années soixante, les techniques d'imagerie médicale n'ont cessé de se perfectionner en mettant en jeu les ressources de la physique et de l'informatique. La qualité des informations du point de vue résolution et discrimination de tissus ou de lésions rend aujourd'hui possible l'accès à des images tridimensionnelles (3D) dont l'analyse peut être conduite au moyen de méthodes de synthèse d'images. Leur généralisation a multiplié les mesures distinctes d'un seul corps - distinctes temporellement ou spatialement, distinctes également par la mesure physique effectuée. La prise en compte de cette multitude d'images est étroitement liée à des procédures de fusion d'informations [Coatrieux91]. Cette fusion dans l'espace tridimensionnel couvre la confrontation d'images multimodales, la mise en correspondance

---

<sup>1</sup>La mise en avant du sens visuel est somme toute relativement récente (à partir de la coupure épistémologique du XVI<sup>ème</sup> siècle). Au Moyen Age, l'ouïe était privilégiée. Il est cependant estimé que plus de 50% des neurones cérébraux sont associés à la vision. La vision est donc un des outils privilégiés pour la compréhension du monde

## Introduction

de processus physiologiques avec l'anatomie, l'étude des évolutions temporelles, la modélisation géométrique ou symbolique des structures,...

Les travaux présentés dans cette thèse s'inscrivent dans l'aire de recherche décrite précédemment. Ils concernent plus particulièrement le domaine de la visualisation de données anatomiques et fonctionnelles. Une technique de mise en correspondance de données acquises sous une modalité identique à des instants différents est également présentée.

Le Chapitre I essaye de dégager les différents facteurs qui caractérisent les techniques que nous allons étudier.

La constitution d'ensembles multimodaux (une modalité est indifféremment une source d'images, de signaux ou de modèles) où la représentation des données 3D mono- ou multi-variables passe généralement par une étape de modélisation ou d'extraction de certaines caractéristiques de l'information disponible. La fusion d'images 3D acquises par une même modalité ou par des modalités différentes est avant tout une mise en correspondance de primitives communes dans les deux bases de données.

Ce chapitre commence par une présentation sous forme d'une étude bibliographique des différentes formes de mesures 3D. L'accent est mis sur le type d'informations recueillies et sur la forme dans laquelle sont délivrées ces informations.

Le second paragraphe concerne différentes formes de primitives qui peuvent être extraites de l'acquisition 3D. Ce paragraphe a le double objectif de présenter d'une part les formes typiques des structures observées et d'autre part les différents modèles de représentation de ces primitives.

Le Chapitre II concerne plus particulièrement les techniques de représentation de données tri ou multidimensionnelles, présentées sous la forme d'une revue bibliographique.

En premier lieu une description des principes de passage d'un modèle 3D à une représentation plane est menée. Elle indique les cadres géométriques et les indices qui permettent de percevoir sur un plan le volume 3D.

Les approches de représentation de données multidimensionnelles sont les propos du paragraphe suivant. De telles données se retrouvent par exemple après la fusion d'images 3D en multimodalité ou lors de la mise en correspondance de processus physiologiques avec l'anatomie.

Le Chapitre III est plus axé sur la représentation morphologique par les techniques de synthèse d'image par lancer de rayons.

La tomodensitométrie et l'imagerie par Résonance Magnétique rendent aujourd'hui possible l'accès à des images tridimensionnelles (3D) dont l'analyse peut être conduite au moyen de méthodes de synthèse d'images. Parmi les différentes approches proposées pour la visualisation de structures anatomiques, la technique du lancer de rayons permet la simulation d'effets (segmentation locale, transparence, découpe de la structure anatomique, composition d'images) particulièrement intéressants pour l'utilisateur. Un accent particulier a été mis sur les modules de visualisation et d'analyse 3D. Ceci a nécessité l'introduction d'un nouveau concept : le lancer de rayons multi-opérateurs. Il permet d'intégrer lors de la progression du rayon, soit une séquence d'opérations, soit des opérations menées parallèlement. Ces opérations peuvent être, entre autres, le filtrage (débruitage), la recherche de l'intersection rayon/objet (détection), l'interpolation locale, la mesure

(localisation de points, caractérisation d'un voisinage de voxels,...). La meilleure flexibilité et les possibilités nouvelles apportées par la notion de multi-opérateurs se font toutefois au détriment du temps de calcul d'une image. Une technique originale, la synthèse d'images par lancer de rayons avec incrément spatial, permet une amélioration en temps de calcul d'environ 350% par image lors de l'exploration de base de données.

La fusion de données anatomiques est le propos du Chapitre IV. Cette confrontation n'est efficace qu'à condition d'opérer dans un même référentiel 3D. Le suivi thérapeutique nécessite également la confrontation dans le temps d'images issues de la même modalité d'acquisition. Cela suppose une mise à l'échelle et un recalage entre les bases de données représentant le même objet. Ce chapitre porte sur l'étude et la mise au point d'une technique originale de recalage 3D en rotation de volumes basée sur une formalisation utilisant les quaternions. Cette technique ébauchée dans [Flifla91] s'applique sur des volumes 3D relevant d'une même modalité. Le recalage est effectué sur les volumes. Une correspondance partielle est acceptable sur une telle méthode de recalage.

Le dernier chapitre concerne la fusion de données morphologiques et fonctionnelles 3D. Cette problématique se rapproche de l'imagerie multi-variables. Des informations de nature totalement différente doivent être mises en correspondance et visualisées.

La reconstitution dans l'espace anatomique des champs de potentiels électriques ou magnétiques issus de l'électro-encéphalographie (EEG) ou de la magnéto-encéphalographie (MEG) est représentative d'une telle fusion d'informations. La visualisation de ces signaux dans leur contexte anatomique peut être considérée comme d'une grande importance dans la méthodologie mise en oeuvre afin d'identifier les activités électriques au niveau du cortex. Différents éléments sont à prendre en considération pour la résolution des problèmes posés par cette imagerie morphologique et fonctionnelle. Citons la résolution du problème Direct ou Inverse (c'est-à-dire l'estimation des relations entre sources internes et mesures externes), la mise en correspondance de données propres aux signaux (position des capteurs) avec les données anatomiques, la représentation simultanée des deux types d'information,... Des solutions axées sur l'ajustement de modèles géométriques sur les données anatomiques, sur la représentation des signaux et la cartographie 3D de surface sont traitées dans ce dernier chapitre.



# **CHAPITRE I**

## **PRIMITIVES ET REPRESENTATIONS EN IMAGERIE MEDICALE**

Par tradition scientifique, depuis le XVI<sup>ème</sup> siècle, la connaissance des différents phénomènes qui régissent le monde est réglée par une première phase de mesure, suivie d'une phase de modélisation, puis d'une phase d'exploitation de ces modèles. Le domaine médical n'échappe pas à cette logique. Si les signes extérieurs, et la sémiologie clinique qui y est associée, permettent souvent une approche des pathologies, les examens techniques apportent une connaissance profonde des mécanismes sous-jacents. Ces examens sont de véritables outils d'investigation et suivent donc une méthodologie rigoureuse :

- (1) L'exploration commence en général par une acquisition -une mesure- de certains paramètres physiques ou physiologiques caractérisant l'être vivant. Le choix des paramètres découle de la modalité de l'acquisition et de l'objectif de l'investigation. Ce choix détermine la forme des données et l'information apportée.
- (2) Ces outils de mesure ne présentent qu'une forme simplifiée de la complexité réelle d'un phénomène. Les traitements postérieurs à l'acquisition permettent de dégager certains traits caractéristiques d'un organe, d'un phénomène ou d'une fonction humaine. La finalité des traitements consiste généralement à construire, un modèle topologique ou fonctionnel à partir des données de mesure.

(3) La représentation des données ou des modèles est effectuée en fin de chaîne de traitement. Son intérêt est double. Si elle permet d'appréhender au mieux les résultats des phases d'analyse, elle représente également un outil direct d'analyse des données. La forme et les techniques utilisées pour cette visualisation découlent de la nature de l'information issue de l'acquisition ou des phases de traitement.

Le contexte applicatif de la visualisation a une importance fondamentale dans la mise en oeuvre d'un système de modélisation et de représentation. Chaque contexte est lié à des contraintes spécifiques. Notre propos n'est pas de définir une liste des applications médicales des techniques de visualisation. Les lecteurs intéressés peuvent se référer à des numéros spéciaux [Coatrieux87] [Vannier88] pour une revue complète. Pierre Jannin [Jannin88] dans sa thèse les présente également et dégage les caractéristiques des modèles de représentation des données en fonction du contexte applicatif.

Pour notre part, nous avons préféré nous intéresser aux contraintes liées à l'information.

La première partie de ce chapitre concerne en particulier les types d'informations (leur signification physique et leur forme) fournis par les **modalités d'acquisition**. Ces modalités sont plus ou moins adaptées à une représentation tridimensionnelle. La signification des valeurs attribuées aux éléments de la base de données est directement liée aux principes physiques de l'acquisition.

Le paragraphe 2 sur les **primitives** et leur **modélisation** dans le domaine médical est un des points clé de notre étude. Ces techniques de visualisation sont étroitement liées à la forme des primitives à représenter. L'imagerie fonctionnelle ou la multimodalité nécessite des étapes de fusion entre des données de natures différentes. La mise en correspondance de ces données passe par la définition de primitives de forme ou de valeur identiques. La nature des primitives, de dimensions variables dans l'espace 3D ou 3D+t, prend donc toute son importance dans la méthodologie générale décrite ici.

## I.1. Acquisition de données

Par acquisition nous entendons en imagerie médicale l'ensemble des éléments (les méthodes, les procédés de mesure physique, les technologies,...) qui permettent d'établir une cartographie spatiale d'un ou de plusieurs paramètres caractérisant soit la morphologie, soit la physiologie d'une partie du corps humain. En omettant la technologie des machines d'acquisition et les logiciels de reconstruction de l'information, une chaîne d'acquisition peut se modéliser par un module de mesure de certaines propriétés physiques du corps exploré, suivi par un module de présentation de cette information (figure I-1). Les deux formes de représentation les plus répandues sont la projection dans un plan image et la discrétisation du volume par des coupes tomographiques.

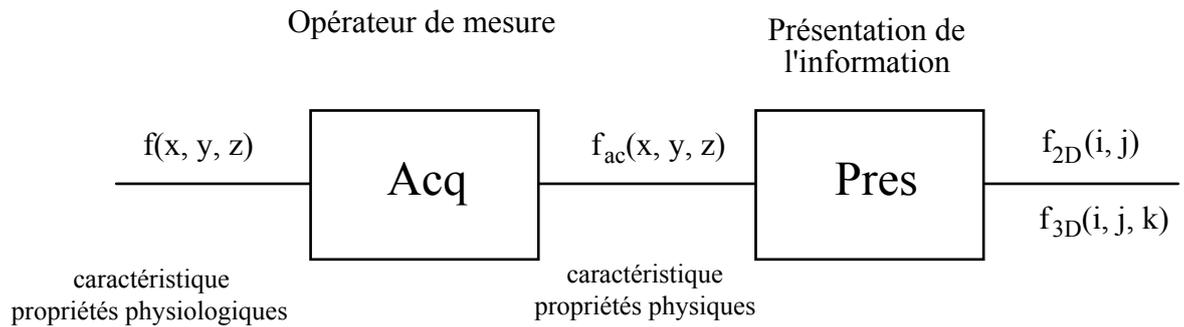


figure I-1  
Modélisation d'une chaîne d'acquisition

- $f(x, y, z)$  : fonction objet décrivant des propriétés anatomiques et physiologiques ;
- $f_{ac}(x, y, z)$  : fonction des paramètres physiques mesurés ;
- $F_{2D}(i, j)$  : projection sur un plan image ;
- $F_{3D}(i, j, k)$  : image 3D de la répartition spatiale.

$f(x, y, z)$  et  $f_{ac}(x, y, z)$  sont des fonctions continues. Les images 2D ou 3D sont généralement discrètes.

### 1.1. Présentation de l'information

Le module de présentation décrit la transformation géométrique entre la répartition spatiale des propriétés mesurées et l'image résultat. Il comprend des opérations d'intégration des mesures, de discrétisation, de calibration,... Certaines modalités comme l'Imagerie par Résonance Magnétique présente des problèmes de distorsion non négligeables. Les outils de calibration sont bien connus. Nous considérerons par la suite que la correction de la distorsion est effectuée par le module de présentation et que les images fournies par la mesure sont parfaitement calibrées.

Le module de présentation décide de la dimension topologique de l'espace de présentation des information :

-image 2D

Les images issues des techniques les plus anciennes (radiologies classiques ou numériques, scintigraphie,...) sont présentées sous la forme d'une projection et/ou d'une intégration des éléments de mesure sur le plan d'acquisition (l'écran). Une telle image est caractérisée par le modèle de projection (parallèle, conique,...) et par les principes de composition de l'information (transformée de Radon pour les rayons X [Herman80] par exemple).

-image 3D

L'essor actuel des techniques d'imagerie médicale est en grande partie dû à une acquisition tridimensionnelle de l'information (Scanner X, IRM, tomographie d'émission,...). Les données 3D sont souvent présentées sous la forme d'une série de coupes tomographiques. La résolution des coupes, leur position, leur épaisseur et la distance inter-coupes permettent de définir et de reconstruire le volume (voir figure I-2).

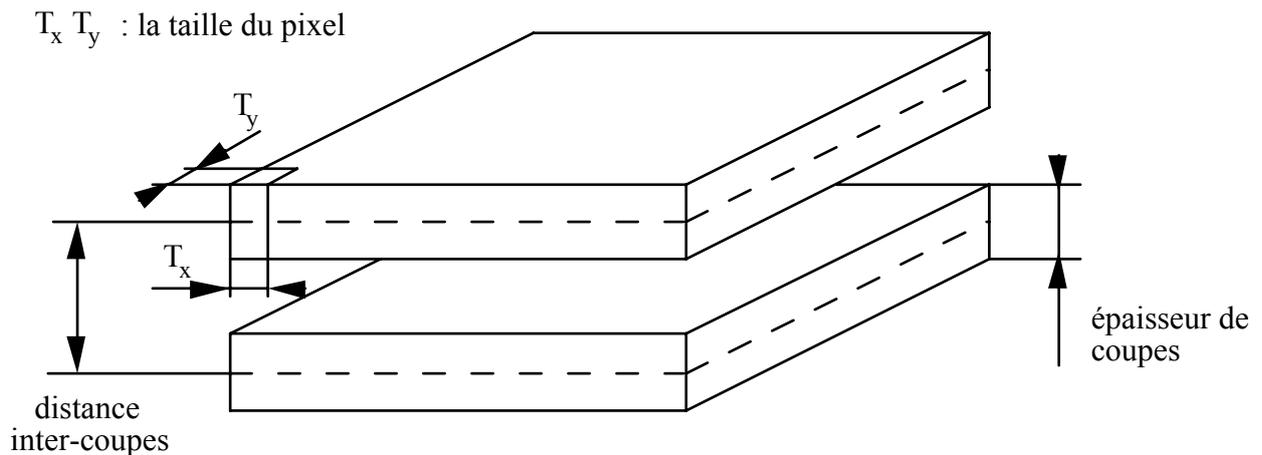


figure I-2  
Configuration des coupes

Le volume numérique issu de l'acquisition présente une forme discrète  $f_{3D}(i, j, k)$  de la répartition spatiale  $f_{ac}(x, y, z)$ . La valeur attribuée à un voxel du volume numérique correspond à la moyenne des valeurs comprises dans ce voxel.



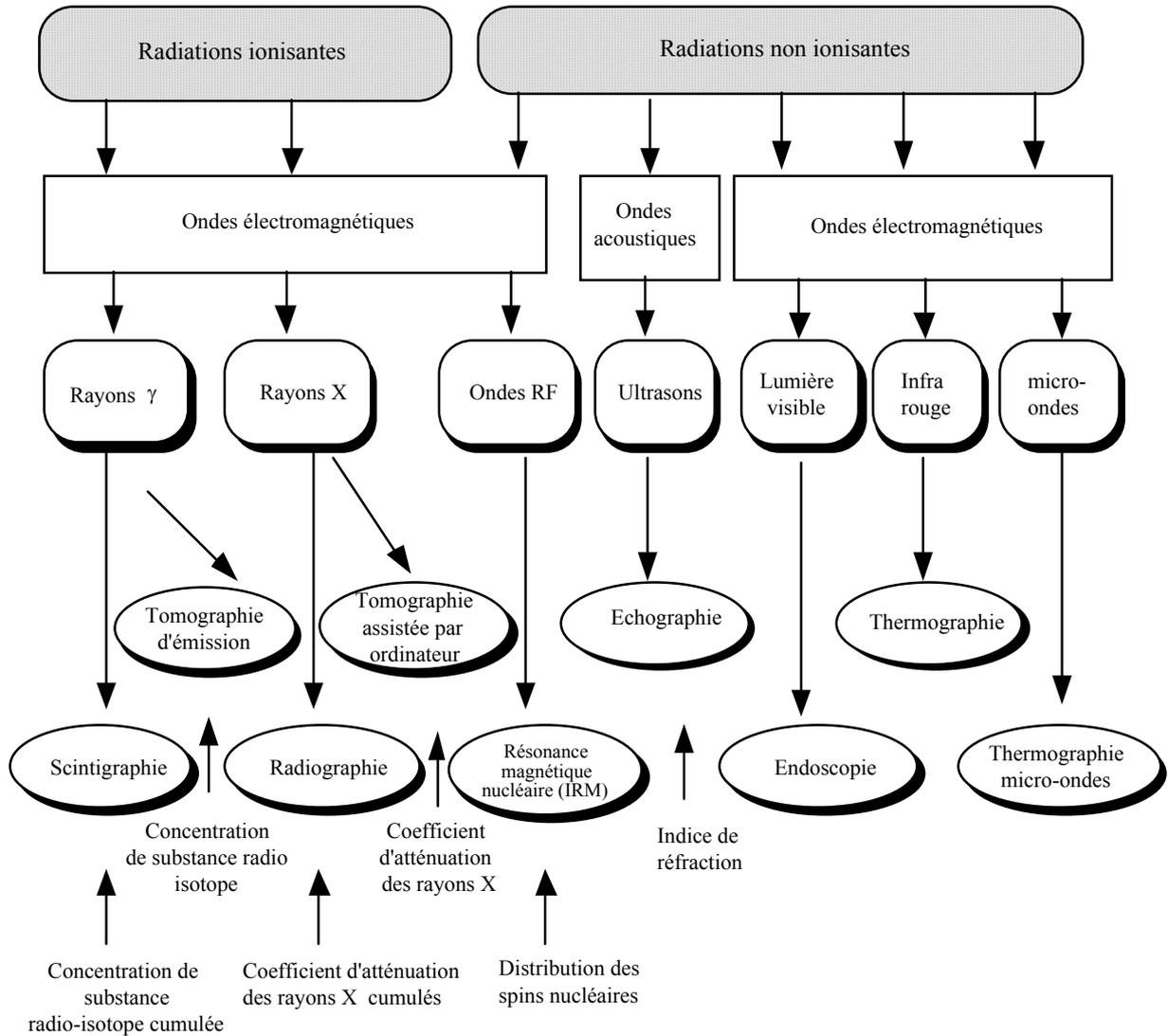


figure I-3  
Processus physiques de l'acquisition en imagerie médicale

### 1.2.1. Données bidimensionnelles

#### 1.2.1.1. Radiologie numérique

La radiologie par rayons X représente la technique la plus ancienne d'investigation non invasive de l'intérieur du corps humain. La formation d'une image radiographique résulte de l'absorption des rayons X par les différentes structures traversées. La radiologie numérisée diffère de la radiologie classique par sa chaîne d'acquisition. Celle-ci comprend un amplificateur de luminance qui transforme le rayonnement X en photons visibles et une optique de couplage liée à une caméra vidéo de haute performance. Le signal vidéo est numérisé, visualisé et stocké en mémoire informatique. L'exploitation tridimensionnelle des images de la radiologie X est difficile : les organes sont superposés sans aucune indication de position autre que leur projection sur l'écran.

Elle trouve toutefois une utilité pour la reconstruction de l'anatomie du système vasculaire à partir d'images angiographiques. Une radiographie est prise avant puis après l'injection d'un produit de contraste. La soustraction de ces deux images nous donne une projection des vaisseaux marqués.

Mais le produit de contraste diffuse rapidement et l'organe (le coeur par exemple) peut bouger. Il est donc impératif de disposer d'un échantillonnage temporel élevé, d'où la nécessité de travailler avec un nombre réduit de projections.

#### 1.2.1.2. Endoscopie

L'introduction d'un endoscope dans le corps humain fournit directement une information visuelle à l'oeil du praticien ou à une caméra vidéo. L'utilisation de l'endoscopie est encore peu répandue en imagerie médicale. Elle présente une image plane, fortement déformée par l'optique grand angle. De plus, la position spatiale du capteur optique est peu accessible. Notons toutefois le travail de Haigron [Haigron91] sur la mesure et la modélisation de la surface de la tête de fémur à partir d'une arthroscopie stéréoscopique.

### 1.2.2. **Données tridimensionnelles**

L'exploitation directe du volume en imagerie médicale est relativement récente. La tomographie par rayons X est représentative de cette évolution tardive : les rayons X ainsi que la théorie mathématique de reconstruction de la matrice à partir des projections (théorème de Radon 1917) sont connus dès le début du siècle. Sa réalisation a été assujettie au développement de calculateurs puissants et rapides.

L'information tridimensionnelle est fournie sous forme de coupes tomographiques. L'évolution actuelle des différentes modalités est orientée vers l'acquisition directe des données volumiques.

#### 1.2.2.1. Tomodensitométrie TDM -Scanner X

La tomographie assistée par ordinateur mesure les coefficients d'atténuation linéaire aux rayons X des tissus se trouvant dans le plan de coupe. Cette atténuation résulte de l'absorption partielle des rayons X par les tissus. Les coefficients dépendent de l'énergie du faisceau et de la densité atomique des organes traversés :  $f_{ac}(x, y, z) = k \cdot \rho(x, y, z)$  où  $\rho(x, y, z)$  représente la densité atomique en  $(x, y, z)$  et  $k$  est un coefficient de proportionnalité.

En pratique, la distribution spatiale des coefficients d'atténuation est reconstruite à partir des atténuations globales mesurées le long des rayons X qui traversent le volume pour différentes positions de la source et des détecteurs. Les techniques de reconstruction tomographique permettent la restitution de cette distribution dans la coupe.

Les caractéristiques courantes des coupes sont:

- la taille de l'image : 256 x 256 ou 512 x 512 pixels codés sur 12 bits ;
- la taille du pixel : de 0,25 à 2 mm ;
- l'épaisseur des coupes : variable de l'ordre de 1 à 10 mm ;
- la distance inter-coupes : variable dans le même ordre de grandeur que l'épaisseur de coupes, précision de l'ordre du mm ;
- le temps d'acquisition d'une coupe : de l'ordre de la seconde.

La technologie des Scanner X n'autorise que des coupes axiales.

Plusieurs projets d'acquisition directe en 3D sont en cours. Citons le Dynamic Spatial Reconstructor (DSR) de la Mayo Clinic [Ritman87]. Le DSR est composé d'un cylindre tournant comportant 14 couples source/détecteur. Sa capacité d'acquisition autorise des cadences allant jusqu'à 60 images/s pour des coupes 128 x 128 de 1,8 mm d'épaisseur environ. Le DSR, par ses capteurs linéaires, reste lié à la notion de coupes. Les recherches les plus récentes concernent des appareils et des algorithmes de reconstruction basées sur des détecteurs bidimensionnels (exploitant la géométrie conique) [Hamon90] [SaintFelix90]. L'acquisition volumique apporte une précision supplémentaire et un gain de temps d'examen, mais elle met aussi en oeuvre une technologie et une méthodologie complexes.

Le Scanner X représente une des modalités fondamentales pour l'exploration anatomique 3D en imagerie médicale. Il permet une bonne discrimination entre os et tissus mous. Des produits de contraste permettent d'améliorer la discrimination entre tissus mous. Si l'imagerie par résonance magnétique tend à remplacer peu à peu le Scanner X dans l'exploration volumique, ce dernier, par sa grande diffusion en milieu hospitalier, son prix de revient inférieur à l'IRM ou sa bonne discrimination osseuse reste un des outils principaux pour l'acquisition 3D.

#### 1.2.2.2. Imagerie par Résonance Magnétique IRM

Le principe de cette technique d'acquisition consiste à mesurer la concentration et les temps de relaxation de certains noyaux atomiques excités sous l'action d'un champ magnétique fixe et d'un champ radio-fréquence [Bernard87]. Un noyau soumis à un champ magnétique fixe  $H_0$  subit un mouvement de précession autour de la direction de  $H_0$  à une fréquence, dite fréquence de Larmor, caractéristique de l'élément considéré et de l'intensité de  $H_0$ . En présence d'un champ  $H_1$  tournant perpendiculairement à  $H_0$  à la fréquence de Larmor, les noyaux entrent en résonance. Cet état excité après coupure du champ radio-fréquence  $H_1$ , a une durée variable qui est fonction de l'environnement de l'atome. Le retour à l'équilibre est caractérisé par deux constantes de temps :  $T_1$  (temps de relaxation spins-réseau) et  $T_2$  (temps de relaxation spins-spins).

L'acquisition 3D repose sur la constatation suivante.

La fréquence de résonance des spins est proportionnelle à l'intensité de  $H_0$ . Une fréquence de résonance différente est attribuée à chaque élément de volume par l'établissement d'un gradient de champ magnétique selon les trois directions axiales. Ceci permet de relier la fréquence de résonance des spins des noyaux à une position dans l'espace. Une acquisition directe en 3D est ainsi possible.

Des séquences d'excitation des noyaux déterminent la composition des trois paramètres (la concentration  $p$  des noyaux -des protons, les temps de relaxation  $T_1$  et  $T_2$ ) sur l'image

$$\text{résultat : } f_{ac}(x, y, z) = f(x, y, z, p, T_1, T_2)$$

Les caractéristiques communes en IRM sont :

- la taille de l'image : 128 x 128 ou 256 x 256 pixels codés sur 12 bits ;
- la dimension du pixel : de l'ordre du mm ;
- l'épaisseur de la coupe : de l'ordre du mm ;
- le temps d'acquisition : 1 à 70 min selon les séquences d'impulsion.

L'intérêt de l'IRM est présenté dans [Bernard87]. Outre le fait d'être non ionisante, cette technique permet une bonne discrimination entre tissus (même de densité voisine) et le choix de plans de coupes quelconques. Le contraste entre tissus ainsi que certaines fonctions du corps peuvent être rehaussés par l'emploi de marqueurs. Notons également la possibilité de réaliser des images angiographiques 3D sans injection de produit de contraste. L'Angiographie IRM mesure les déplacements de liquide et non le réseau vasculaire en lui-même. Par contre, le réseau ainsi acquis présente une résolution moindre et des contrastes plus faibles que l'angiographie par rayons X.

Le champ d'application de l'IRM est large, limité plutôt par des problèmes d'accès à cette technique et par son coût. Les recherches actuelles sont focalisées sur des systèmes à bas champs (de l'ordre de 0,1T). Les systèmes présentent des coûts d'exploitation comparables au Scanner X.

### 1.2.2.3. Tomographie par émission

Dans ce procédé d'acquisition, un radio-élément est injecté au patient. Chaque radio-élément est spécifique à l'organe et à la fonction que l'on veut étudier (un isotope de l'iode pour la glande thyroïde, le thallium pour marquer les cellules en cardiographie,...). L'acquisition s'effectue en mesurant la répartition du radio-élément,  $f_{ac}(x, y, z) = A(x, y, z)$  où  $A$  est une fonction représentative de l'activité en  $(x, y, z)$ . Des techniques dynamiques permettent la mesure de la diffusion du radio-élément ou l'acquisition sur un organe en mouvement  $f_{ac}(x, y, z) = A(x, y, z, t)$

Deux grands principes sont utilisés en émission :

-l'émission de photons gamma uniques (Single Photon Emission Computed Tomography S.P.E.C.T.)

La source de rayonnement est un radioélément émetteur  $\gamma$ . Les photons gamma émis par le traceur sont recueillis par une caméra à scintillation rotative. La répartition du produit est mesurée dans les plans de coupes puis reconstruite dans le volume [Maze92].

Les caractéristiques courantes sont :

- la résolution d'une coupe : 128 x 128 pixels sur 8 bits ;
- la taille du pixel : 1 cm ;
- la distance inter-coupes : elle est équivalente à la distance entre pixels dans le plan de la gamma caméra qui vaut 1 cm ;
- le temps d'acquisition de l'ensemble du volume : 15 min.

Les valeurs de ces paramètres sont peu propices à une utilisation en reconstruction 3D. La base de données est de faible résolution et fortement bruitée.

-l'émission de positons (Positron Emission Tomography P.E.T.)

Le traceur émet des positons (rayonnement  $\beta$ ). Ceux-ci ne sont pas détectables directement. Cependant, lorsqu'un positon se recombine avec un électron, deux photons

gamma sont émis dans deux directions opposées. La détection de ces deux photons de part et d'autre du sujet, permet la localisation spatiale de l'annihilation  $e^- e^+$ .

Les caractéristiques du P.E.T. du L.E.T.I. sont :

- la résolution : 256 x 256 sur 8 bits ;
- la taille du pixel : 2 mm ;
- l'épaisseur de coupes : 18 mm ;
- le temps d'acquisition d'une coupe : >1s.

L'utilisation 3D de base de données issue du PET est possible. Mais comme cette technique demande une infrastructure lourde et chère (utilisation d'un cyclotron pour la fabrication du radioélément,...) très peu de centres de recherche possèdent un P.E.T.

Les différents radio-éléments se fixent spécifiquement sur certains organes en fonction de leur physiologie. Le grand intérêt de la tomographie par émission est de décrire non plus l'anatomie mais les processus fonctionnels mis en jeu.

#### 1.2.2.4. Imagerie ultrasonore

Un transducteur émet des ondes ultrasonores de fréquence égale à quelques MHz vers la zone à explorer. Le signal réfléchi recueilli correspond à la superposition des échos qui apparaissent aux ruptures d'impédance acoustique aux différentes frontières entre les organes.

Une image 2D est obtenue par balayage du faisceau dans un secteur plan. Une dimension est donnée par le balayage, l'autre par le temps de retour de l'écho.

La résolution géométrique d'une image est inférieure à celle obtenue en Scanner X et IRM. Ses avantages proviennent : (1) de sa cadence d'acquisition (de 10 à 15 images par seconde) qui permet l'exploration d'organes en mouvement ; (2) de sa grande résolution axiale, les coupes sont fixes, la contribution des structures dans la direction perpendiculaire à la coupe est réduite ; (3) de son caractère non ionisant (par opposition au Scanner X et à la médecine nucléaire) ; (4) de son faible prix.

La localisation spatiale d'une coupe est difficile à établir parce que le transducteur doit être en contact avec la peau du patient et l'orientation de la coupe déterminée manuellement par le praticien. Certaines recherches font état d'acquisition tridimensionnelle. Elles sont liées soit au développement des capteurs mobiles [McCann88] soit au suivi tridimensionnel de la main du praticien. La structure fortement bruitée des images ultrasonores pénalisent toutefois cette modalité dans l'exploration et l'analyse de structures par des outils de synthèse d'images.

#### 1.2.2.5. Base tridimensionnelle de connaissances médicales

Le praticien doit mettre en relation les données provenant des modalités précédentes avec des schémas et des modèles plus généraux de la morphologie, de la physiologie et de la pathologie humaines. Certaines de ces connaissances a priori issues d'études statistiques sont présentés sous forme tridimensionnelle. Citons :

- les connaissances anatomo-physiologiques de certains organes.

Ces études permettent la connaissance tant normale que pathologique des structures d'un organe. Elles identifient l'anatomie (modélisation des artères sous forme d'arbres, de la forme et des positions relatives des os du poignet,...) et la physiologie (échange entre organes, liaisons privilégiées inter-zones cérébrales,...). Ces modèles de connaissances utilisés par des techniques d'intelligence artificielle ont parfaitement leur place en imagerie médicale [Garreau88] [Siregar91].

-les modèles géométriques de type Atlas.

Pour certains organes, des coupes anatomiques fines et parallèles ont été découpées puis photographiées. Ces images présentent une résolution largement supérieure à celle des données issues des modalités classiques. Les coupes réelles acquises sur plusieurs patients ont fait l'objet d'études sur l'anatomie humaine et ont été présentées sous forme d'atlas. L'anatomie du cerveau par exemple est reportée dans différents atlas : Atlas de Talairach [Talairach88], Atlas de Schaltenbrand [Schaltenbrand77]. Chaque atlas est lié à un repère anatomique sur lequel sont inscrites les structures "moyennes". La variabilité de la morphologie humaine y est également référencée. La numérisation de ces images a permis d'obtenir des atlas informatisés.

#### 1.2.2.6. Techniques d'acquisition morphologique externe

Certains des problèmes qui apparaissent en imagerie médicale tridimensionnelle peuvent être résolus par des modalités autres que les techniques classiques d'acquisition. Citons l'estimation du positionnement du patient sur une table d'opération [Lavallée89] ou la planification et l'évaluation en chirurgie plastique faciale [Vannier91] qui utilisent la surface 3D digitalisée à partir de systèmes optiques. D'autres sources d'information (capteurs de position) peuvent également donner une image de la localisation de la surface.

##### 1.2.2.6.1. Systèmes optiques

L'imagerie par stéréovision [Ayache89] est capable techniquement de mesurer une surface gauche en 3D. Dans la pratique, elle rencontre des difficultés lors de l'extraction et l'appariement de structures remarquables entre images. Une solution consiste à rajouter physiquement des primitives caractéristiques qui permettent soit l'appariement, soit l'extraction directe des points de surfaces. Citons la projection de faisceaux de lumière à l'aide d'une source laser [Troussset87] [Lavallée89] [Vannier91] ou de l'ombre d'une grille [Lewis86] [Haigron91].

D'autres recherches ont été menées sur des techniques optiques d'acquisition de surface 3D : moiré de laser, méthodes holographiques,... (cf [Besl88a] pour une revue des systèmes optiques utilisés en robotique).

##### 1.2.2.6.2. Capteurs de position

Différentes technologies mises en oeuvre en robotique sont intégrables à l'imagerie médicale pour l'extraction de surfaces. Citons les palpeurs mécaniques pilotés par un bras de robot, les systèmes à ultrason [Roberts86] ou à infra-rouge,...

## I.2. Représentation des primitives utilisées en imagerie médicale

La modélisation d'une fonction est caractérisée par la dimension spatiale dans laquelle elle est représentée et par la dimension du modèle même. Besl [Besl88b] appelle entité la forme géométrique du modèle. Il présente, dans le tableau suivant, la relation qui existe entre les entités et la dimension spatiale dans laquelle elles sont décrites :

	Espace 1D	Espace 2D	Espace 3D	Espace-Temps 4D
Entité 0-D	Point	Point	Point	Point
	$x \in \mathbb{R}$	$(x, y) \in \mathbb{R}^2$	$(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$	$(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4$
Entité 1-D	Intervalle	Courbe 2D	Courbe 3D	Trajectoire du Point
Paramétrique:	$[a, b] \subset \mathbb{R}$	$f(u) \in \mathbb{R}^2; u \in [a, b]$	$f(u) \in \mathbb{R}^3; u \in [a, b]$	$f(t) \in \mathbb{R}^3$
Implicite:	$g(x) \leq 0$	$g(x, y) = 0$	$g(x, y, z) = 0 \in \mathbb{R}^2$	$g(x, y, z, t) = 0 \in \mathbb{R}^3$
Entité 2-D	-	Région	Surface	Trajec. d'une Courbe
Paramétrique:		$\Omega \subset \mathbb{R}^2$	$f(u, v) \in \mathbb{R}^3; (u, v) \in \Omega$	$f(u, t) \in \mathbb{R}^3; u \in [a, b]$
Implicite:		$g(x, y) \leq 0$	$g(x, y, z) = 0$	$g(x, y, z, t) = 0 \in \mathbb{R}^2$
Frontière:		$\delta\Omega = \text{Courbe 2D}$	$f(u, v) \in \mathbb{R}^3; (u, v) \in \delta\Omega$	$f(a, t), f(b, t)$
Entité 3-D	-	-	Volume	Trajec. de la Surface
Paramétrique:			$V \subset \mathbb{R}^3$	$f(u, v, t) \in \mathbb{R}^3; (u, v) \in \Omega$
Implicite:			$g(x, y, z) \leq 0$	$g(x, y, z, t) = 0$
Frontière:			$\delta V = \text{Surface}$	$f(u, v, t); (u, v) \in \delta\Omega$
Entité 4-D	-	-	-	Trajec. du Volume
Paramétrique:				$H \subset \mathbb{R}^4$
Implicite:				$g(x, y, z, t) \leq 0$

Les entités géométriques peuvent être représentées sous diverses formes :

-forme paramétrique.

Une forme paramétrique de dimension  $n$  représentée dans un espace de dimension  $m+n$  est donnée par  $\mathbf{x} = \mathbf{f}(\mathbf{u})$  où  $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^n$  et  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{m+n}$

par exemple : une courbe en 3D est décrite par  $(x(u), y(u), z(u))$ ,

une surface 3D par  $(x(u, v), y(u, v), z(u, v))$ .

$\mathbf{u}$  peut appartenir à un espace paramétrique autre que  $\mathbf{x}$ .

Les fonctions paramétriques sont largement utilisées en imagerie médicale.

-forme implicite.

Un objet de dimension  $n$  décrit dans un espace de dimension  $n$  s'écrit par  $g(\mathbf{x}) \leq 0$  où  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ .

L'inégalité traduit le fait que tous les points du modèle sont contenus à l'intérieur des (ou appartiennent aux) frontières de l'objet.

Un objet de dimension  $n$  décrit dans l'espace  $n+1$  est spécifié par  $g(\mathbf{x}) = 0$  ;  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{n+1}$  ainsi une surface dans  $\mathbb{R}^3$  vaut  $f(x, y, z) = 0$

Cet objet décrit dans  $\mathbb{R}^{n+2}$  est défini comme l'intersection de deux fonctions analytiques de  $\mathbb{R}^{n+2}$  :  $g_1(\mathbf{x}) + g_2(\mathbf{x}) = 0$  où  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{n+2}$  (cette fonction peut s'écrire  $\mathbf{g}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \in \mathbb{R}^2$ ).

Les fonctions implicites sont rarement utilisées en imagerie médicale. En effet, le degré du modèle croît en fonction du nombre des données.

-forme explicite.

Un objet de dimension  $n$  dans l'espace  $n+m$  est représenté par la liste de tous les points  $\in \mathbb{R}^{m+n}$  qui sont membres de l'objet. Cette forme de description demande une grande capacité de stockage. Elle est pourtant bien adaptée à l'imagerie médicale. L'acquisition des données fournit directement sont information sous cette forme explicite.

-modèles sous forme de solution.

Un objet de dimension  $n$  peut être modélisé par des systèmes d'équations dont l'unique solution est justement cet objet. Par exemple, un objet de dimension 1 dans un espace  $n+1$  peut être modélisé par une équation différentielle, un objet de dimension  $n$  dans l'espace  $n+1$  par une équation différentielle partielle,...

La classification des différents traitements qui apparaissent en imagerie médicale (recalage, segmentation, visualisation,...) peut être menée en fonction de la dimension des primitives (ou des modèles) sur lesquelles les traitements sont appliqués. Une description de ces primitives paraît nécessaire. Les principales modalités fournissent des informations simplement tridimensionnelles (avec un temps  $t$  considéré comme fixe). L'espace 3D représente une bonne base de description des primitives et des modèles. Les objets de dimension inférieure à 3 sont souvent extraits des données tridimensionnelles.

Le temps a toutefois son importance. Le monde réel est de dimension 4. Deux acquisitions à des temps  $t$  différents peuvent présenter des disparités. L'objet dynamique subit des déplacements et des déformations.

La situation est similaire en multimodalité. Une scène fait l'objet d'acquisitions complémentaires. Le temps n'intervient pas de façon explicite, mais les images des mêmes structures présentent des transformations équivalentes à celles d'un déplacement et à celles des déformations.

Ces cas sont présentés à la suite de la description des objets statiques.

## **2.1. Volume 3D**

### **2.1.1. Volume numérique 3D**

#### 2.1.1.1. Reconstitution du volume à partir de coupes tomographiques

Comme il a été précédemment indiqué, la plupart des modalités d'acquisition 3D présentent leur information sous la forme de coupes tomographiques. Ces images sont caractérisées par la dimension du pixel, l'épaisseur des coupes  $e$  et la distance inter-coupes  $d$ . Physiquement, plusieurs configurations d'acquisition sont possibles (voir figure I-4).

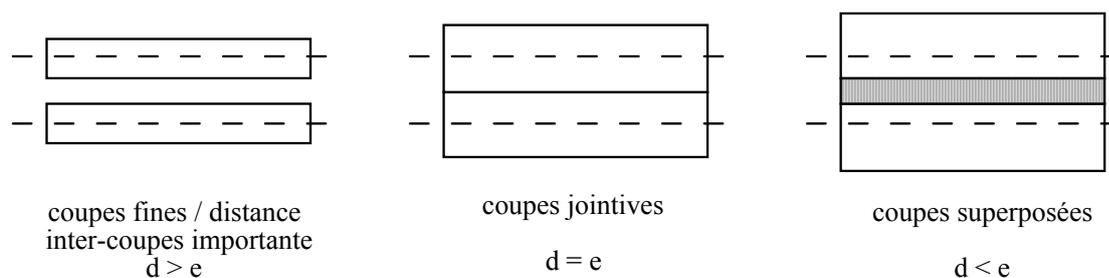


figure I-4  
Configuration des coupes

Les coupes sont approchées par le plan mathématique situé au milieu de la tranche. Dans la pratique, les coupes sont parallèles entre elles. Le volume est retrouvé par l'empilement de la série des coupes 2D. Une épaisseur est attribuée au pixel. L'extension 3D du pixel est appelé voxel (figure I-5).

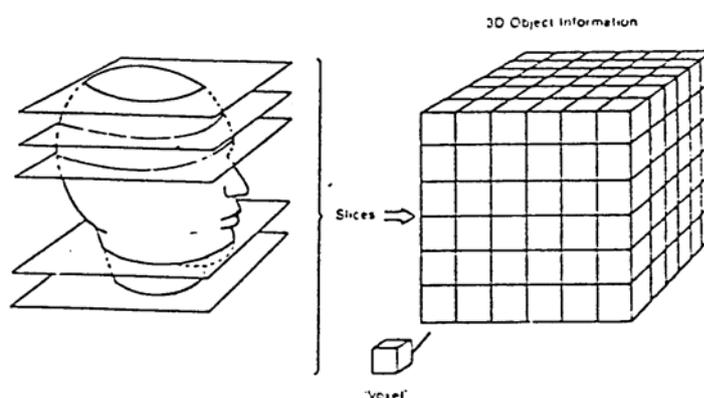


figure I-5  
Constitution d'une base de données volumique d'après [Maegher85]

L'échantillonnage spatial n'est généralement pas régulier. Pour réduire la durée de l'examen et des doses reçues par le patient, pour des raisons techniques, les examens sont souvent constitués de coupes épaisses avec des distances inter-coupes plus ou moins grandes. L'épaisseur des coupes intervient nullement dans l'échantillonnage spatial, mais une grande distance entre coupes produit un manque d'informations important dans la troisième direction.

Traditionnellement, les dimensions du voxel sont réajustées en effectuant soit une décimation dans le plan (avec la perte de résolution que cela entraîne), soit une interpolation inter-coupes. Cette dernière solution est la plus fréquemment préconisée. Différents interpolateurs sont utilisés en imagerie médicale [Luo87] [Hamitouche88 et 91b]. Ils vont de l'interpolation linéaire aux fonctions splines. L'interpolation se fait par morceau en tenant compte d'un degré de continuité plus ou moins important. Le choix du degré d'interpolation est déterminé par le facteur d'anisotropie (si  $p$  représente la taille du pixel et  $d$  la distance inter-coupes, le facteur d'anisotropie vaut  $e = d/p$ ). L'interpolation linéaire est justifiée pour un  $e$  faible ( $< 3$ ). Au-delà, seuls les interpolateurs d'ordre supérieur atténuent les artefacts "en escalier".

Trousset [Trousset87] démontre que ces artefacts sont inhérents à l'interpolation de valeurs de gris entre les coupes originales. L'information ainsi obtenue conduit à des erreurs dans la localisation et le calcul de l'orientation des surfaces. Il préconise de ne plus

interpoler "aveuglément" les densités mais de s'aider des connaissances sur la nature des objets présentés dans le volume numérique. Il décrit une solution originale d'interpolation durant le calcul de l'image de synthèse par mise en correspondance des informations qui apparaissent sur les coupes originales.

#### 2.1.1.2. Information contenue dans une base 3D

La base de données tridimensionnelle (l'image 3D) est caractérisée par le type d'information portée par les éléments de volume. Trois grandes classes de base de données se dégagent :

-la représentation scalaire.

L'échantillon spatial ne comporte qu'un seul type de valeur. Ce cas est le plus fréquent lors de la reconstitution d'un volume à l'aide des coupes d'acquisition. L'image 3D est le reflet de la grandeur mesurée en chaque point de l'espace : atténuation au rayon X pour le TDM, activité du marqueur en tomographie par émission,... L'exploitation des données dépend ainsi de la modalité d'acquisition, c'est-à-dire de son domaine de mesure.

-l'image vectorielle.

Par vecteur nous entendons la mesure en un point de différents paramètres dont les valeurs sont propres aux tissus étudiés. Ces différentes mesures forment un vecteur qui est attribué à la position spatiale du point. L'IRM illustre parfaitement cette notion de données vectorielles. Nous avons vu qu'une acquisition en IRM est dépendante de trois paramètres : la concentration en protons et les temps de relaxation  $T_1$  et  $T_2$ . Il est possible de former un espace paramétré par ces trois grandeurs. La mesure de celles-ci à chaque échantillon forme l'image 3D vectorielle  $\mathbf{V}(x, y, z)$  c'est-à-dire  $(p(x, y, z), T_1(x, y, z), T_2(x, y, z))$ .

-l'image multi-variables.

Cette image 3D résulte de la confrontation de diverses mesures effectuées par des modalités différentes d'acquisition. Chaque outil d'investigation fournit des informations de nature et de contraste propre aux principes physiques de mesure. Ces informations sont complémentaires entre elles. L'exploitation de cette palette nécessite une combinaison et une fusion de données dans un même référentiel : l'image multimodale. La constitution d'un tel espace multimodal oblige au recours à des techniques de recalage (cf chapitre III) par repérage des images dans un référentiel commun.

## **2.2. Volume extrait 3D - Segmentation 3D**

L'analyse du contenu du volume numérique qui décrit une scène peut conduire à l'extraction d'un certain type d'informations, c'est-à-dire à une segmentation de ce volume numérique. L'objectif d'une segmentation est l'identification, la localisation, l'étiquetage et l'attribution à une structure ou à une fonction des différents éléments qui sont observés dans un volume numérique. Les images par la nature même des données acquises in vivo (inhomogénéité spatiale) sont relativement difficiles à segmenter. La majeure partie des traitements ultérieurs (la visualisation, l'interprétation et la compréhension) dépendent de la qualité de la segmentation. Plusieurs stratégies ont été élaborées pour le traitement d'images médicales 3D [Hamitouche91b]. Les méthodes de segmentation sont étroitement

liées à la modalité et à l'objectif poursuivi. Deux grandes approches sont classiquement utilisées pour la mise en évidence des structures d'intérêt :

-la recherche et la localisation de régions.

Ces approches peuvent être basées sur l'homogénéité des valeurs attribuées aux voxels (seuillage et croissance de région [Rhodes87a]), sur la morphologie mathématique [Serra82], sur l'analyse de texture 3D (cf [Handels90] par exemple),...

-la détection et l'extraction des discontinuités dans la fonction des valeurs des voxels.

Différents outils différentiels 2D ont été généralisés en 3D. Ils sont basés sur :

\*le calcul du gradient : l'opérateur de Liu [Liu77], les gradients 3D [Barillot85a] [Höhne86], ceux de Zucker [Zucker81] et Morgenthaler [Morgenthaler81a] qui ajustent des modèles de surfaces, l'opérateur de Canny tronqué et généralisé en 3D [Monga88].

\*l'exploitation du laplacien : le Laplacien de la Gaussienne -LOG- a été utilisé en imagerie médicale par [Bomans90] .

Ces deux approches sont parfois combinées [Monga87] [Haddon90]. L'analyse et la segmentation des images font également à des modèles de connaissances [Clement90].

Le résultat de la phase de segmentation est présenté sous la forme de bases 3D où à chaque voxel est attribuée une appartenance à l'une des classes (segmentation binaire : appartient/n'appartient pas). Chaque classe peut être interprétée et conduire à autant de volumes binaires. Par opposition, la classification floue n'établit pas de décision catégoriques mais des fonctions d'appartenance utilisées à des fins de visualisation (cf § II-1-1-3, sur le rendu volumique) ou pour l'interprétation ou l'analyse des données par des systèmes experts.

### **2.2.1. Structuration de la base de données-arbre octal**

La représentation matricielle est souvent décriée en raison de la masse énorme de données qu'elle représente. Une grande partie de l'information est inutile à l'interprétation du volume (le fond entourant les structures par exemple).

L'englobement d'une région d'intérêt par un volume géométrique permet une réduction des données. Seuls les voxels contenus dans l'englobant sont mémorisés. La nouvelle matrice de voxels est tributaire de la forme de l'englobant.

Une solution différente de codage consiste à organiser hiérarchiquement le volume. L'objet est décomposé et répertorié en primitives élémentaires. Le but de cette organisation est de coder l'ensemble de l'objet et de le dissocier du reste de la scène 3D. Ce type de codage permet de réaliser une segmentation spatiale sur l'objet du fait de sa description tridimensionnelle. Ainsi, seul cet objet et non l'ensemble de la base de données sera traité. Les diverses techniques de description hiérarchique se caractérisent par la nature des primitives de décomposition [Samet88].

La robotique, la modélisation de scènes réalistes et la Conception Assistée par Ordinateur (C.A.O.) utilisent fréquemment des compositions de primitives géométriques - les arbres C.S.G. (Constructive Solid Geometry) par exemple. Ce type de codage est peu

adapté à l'imagerie médicale. Les formes à coder sont complexes et difficiles à décomposer en primitives géométriques.

Le codage par arbre octal ou octree [Jannin88] [Antoine88] exploite le codage initial de la base de données par une matrice de voxels. Le principe de ce codage repose sur une décomposition hiérarchique et récursive du volume de travail.

### 2.2.1.1. Codage de la scène 3D

Dès 1982, Meagher [Meagher82] proposa un algorithme de structuration d'une base de données binaires. Cette dernière, composée de voxels, est de forme cubique. Ses dimensions sont une puissance de 2 ( $2^n \times 2^n \times 2^n$ ).

Cet espace cubique est divisé en huit sous-cubes (octants) de volume égal. Chaque octant hétérogène est lui-même subdivisé en huit sous-octants. Cette division récursive est exécutée jusqu'à l'homogénéité de tous les octants -le voxel étant considéré comme homogène.

La décomposition peut être aussi bien menée sur un volume en niveau de gris que sur un volume binaire segmenté. La décomposition obtenue est représentée sous la forme d'un arbre. Les noeuds terminaux correspondent aux octants homogènes (vides ou pleins). Chaque noeud intermédiaire (région hétérogène) possède huit branches qui conduisent à ses huit fils. Des informations peuvent être stockées à chaque noeud de l'arbre octal, comme :

- le type du noeud (terminal ou intermédiaire) ;
- le niveau et la position du noeud (adresse du père, des huit fils, informations sur la position géométrique de la région décrite par le noeud,...) ;
- les propriétés du noeud (couleur, transparence, densité, appartenance à une région, une surface, un plan,...).

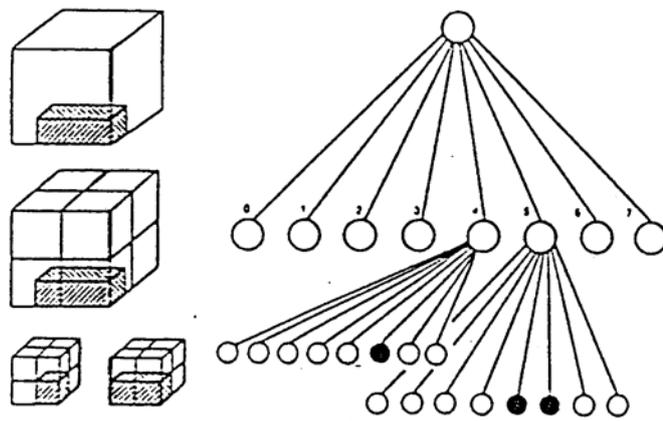


figure I-6  
Décomposition en arbre Octal [Meagher86]

L'implantation informatique de l'arbre octal peut s'effectuer selon deux principes :

- les représentations utilisant les pointeurs.

A chaque noeud père sont mémorisées les adresses des fils. Cette solution est relativement contraignante en place mémoire mais elle permet un accès direct à l'information et est plus adaptée à une implantation machine.

-les solutions sans pointeurs.

L'arbre est remplacé par une liste de noeuds. Son parcours est plus difficile mais son occupation mémoire est réduite.

#### 2.2.1.2. Manipulation du volume

Toutes les opérations de la scène 3D s'effectuent directement sur l'arbre octal. Certains algorithmes ou traitements sont particulièrement adaptés aux arborescences :

-les opérations géométriques.

Les translations se font par recodage des noeuds en fonction du vecteur de déplacement. Les rotations par des angles multiples de  $90^\circ$  s'effectuent simplement par permutation des étiquettes des noeuds. La modification du facteur d'échelle ou zoom 3D par une puissance de 2 est exécutée en changeant de niveau sur l'arbre.

-les opérations booléennes (intersection, différence, union,... entre deux arbres).

Ces opérations ne se réalisent pas voxel par voxel mais noeud par noeud -c'est-à-dire région par région. Les deux octree sont parcourus parallèlement et les noeuds sont comparés. Selon le résultat, un nouveau noeud avec ses paramètres sera créé ou non.

-le traitement ou l'analyse d'une base de données octree, c'est-à-dire les opérations suivantes :

- \*calcul de surfaces, de volumes ou de masses à partir des informations mémorisées aux noeuds ;
- \*détermination de centres de gravité, de moments d'inertie ;
- \*segmentation des images ou du volume ;
- \*recherche du squelette d'un objet ;
- \*découpe du volume de travail par des plans quelconques.

#### 2.2.1.3. Visualisation d'un arbre octal

Les algorithmes de visualisation les plus utilisés sont ceux qui transforment l'arbre octal en image 2D représentée par le quadtree qui lui est associé. L'élimination des faces cachées s'effectue en parcourant l'arbre octal dans un ordre prédéfini. Celui-ci est fonction des paramètres de vision. Ainsi le quadtree est-il d'abord rempli par les quadrants associés aux octants les plus proches, puis -s'il y a lieu- par les suivants.

#### 2.2.1.4. Avantages et inconvénients de l'arbre octal

Les intérêts de l'arbre octal se situent à six niveaux :

- la compression des images 3D (liste de noeuds) ;
- la structure des données hiérarchiques et les algorithmes spécialisés qui lui sont associés ;
- cette structure est adaptée à la segmentation spatiale récursive ;
- et aux opérations booléennes ;
- c'est une représentation facilement transportable sur un ordinateur (parallélisme) [Jannin91] ;
- la récursivité permet l'écriture d'algorithmes denses et évolués.

Toutefois, ce mode de codage n'est pas sans inconvénients. Un de ses points critiques est, par exemple, le manque d'efficacité de stockage des scènes très hétérogènes (ce qui est généralement le cas en imagerie médicale). De même, effectuer un parcours non hiérarchique des données ou avoir accès au voisinage n'est pas des plus aisés. Souvent des algorithmes spécialisés sont mis en œuvre.

### **2.2.2. Modélisation du volume**

Peu de recherches sont menées, pour l'instant, dans la modélisation du volume.

Citons le travail de Cinquin [Cinquin87] qui repose sur une modélisation continue du volume. Le résultat est présenté sous la forme de splines tricubiques. L'intérêt principal de la modélisation est lié aux propriétés de continuité (reformatage de coupes) et aux propriétés de dérivabilité (extraction de surfaces).

Quelques problèmes au niveau médical comme la planification du traitement en thérapie anti-cancéreuse ultrasonore [Frey91] ou électromagnétique [Piket-May92] [James92] ainsi que la localisation et la distribution de l'activité électrique cardiaque [Yamashita84] et cérébrale [Thevenet92] reposent sur une modélisation géométrique des tissus par des méthodes aux Éléments Finis. Ces structures sont maillées tridimensionnellement (méthodes des grilles, triangulation de Delaunay adaptative -cf la partie concernant la modélisation des surfaces par approximation polygonale). Le problème est formulé en terme d'éléments finis, c'est-à-dire que les inconnues sont discrétisées à travers le maillage des domaines. Cette formulation dépend du phénomène physique en lui-même et des propriétés des différents milieux.

L'étude d'un phénomène par des méthodes aux éléments finis conduit non seulement à créer un modèle (polyédrique) de l'anatomie mais également à formuler un modèle fonctionnel des processus sous-jacents.

### **2.2.3. Représentation du volume**

En conclusion, un volume peut être représenté par :

-une matrice non segmentée de voxels.

L'exploitation d'une telle base de données nécessite par la suite l'application de certains processus de segmentation, mais seulement au moment et à l'endroit où elle est réellement requise. Cette forme de codage préserve au maximum l'information acquise par les modalités d'acquisition.

-une matrice segmentée de voxels.

Cette base de données, codée sous une forme binaire, ou classifiée, est idéale pour certaines applications (Atlas médical 3D pour l'enseignement par exemple [Höhne92]). Cependant, le prétraitement entraîne une perte d'information de la base de données. Cette information est irrémédiablement perdue. Un changement des conditions de modélisation requiert un nouveau traitement de l'ensemble des données.

-le codage par octree.

Ce type de codage est avant tout motivé par un souci de place mémoire et par certaines propriétés liées au caractère hiérarchique des données (uniformité des procédures appliquées et de la décomposition,...).

-la modélisation de volume

Les modèles peuvent être paramétriques ou être constitués par un maillage 3D des structures.

### 2.3. Surface gauche

La notion de surface 3D reste encore d'un grand intérêt en imagerie médicale. Une surface représente la frontière d'un organe 3D et par cela même peut le caractériser (une certaine classe d'outils de segmentation est focalisée sur la recherche des frontières des structures). La visualisation 3D d'une scène est avant tout une représentation des surfaces de cette scène. Un grand nombre de techniques de recalage utilisent cette information de surface. Citons également la fabrication de prothèses personnalisées, la préparation de l'intervention en chirurgie faciale,... L'extraction et la modélisation de surfaces ont marqué et marquent encore l'imagerie médicale 3D.

Un certains nombres d'outils de mesure (optiques ou mécaniques) décrivent directement la surface externe du corps. Par contre, les surfaces internes doivent être extraites des bases de données tridimensionnelles. Or l'effet de volume partiel au niveau du voxel interdit toute description explicite d'une surface. Supposons que la surface S définisse la frontière entre deux régions a et b. Les voxels, échantillonnés respectivement dans a et dans b, possèdent une valeur représentative de leur région (f(a) et f(b)). La valeur attribuée à un voxel frontière entre a et b (un voxel traversé par S) est fonction de l'intégration des valeurs des régions a et b dans le volume du voxel (voir figure I-7).

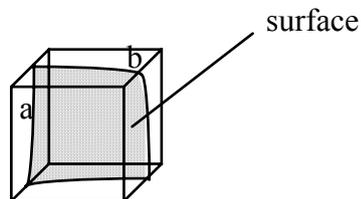


figure I-7

Voxel traversé par une surface

f(v) la valeur du voxel v vaut :

$$f(v) = V(a).f(a) + V(b).f(b)$$

où : V(x) représente le volume dans le voxel de la région x  
et f(x) la valeur attribuée à la région x.

Une surface dans une base 3D est caractérisée par une variation des valeurs des voxels. L'objectif de la modélisation ou de l'extraction de surface est la description la plus précise des surfaces à partir des informations des voxels.

Il existe deux grandes approches en imagerie médicale pour décrire la surface d'un objet :

-les surfaces implicites

L'enveloppe est recrée à partir de points extraits des frontières de l'objet.

-les surfaces explicites

L'enveloppe est extraite directement et localement des données 3D du volume.

Ces deux approches sont basées sur l'extraction et la localisation des points de surfaces. La première des méthodes peut être effectuée sur un échantillonnage relativement faible de points de surfaces. Les techniques de segmentation parallèle sont parfaitement adaptées à la modélisation. Une des caractéristiques de la modélisation consiste justement à lisser les données de départ.

Pour la seconde classe, la qualité de la surface dépend directement de la qualité de la segmentation. Celle-ci est souvent menée à partir de critères topologiques locaux (connexité, concavité,...).

### **2.3.1. Surface implicite**

Les techniques de modélisation suivent un schéma similaire : (1) extraction de points appartenant à la surface, (2) modélisation géométrique à partir de ce nuage de points.

#### 2.3.1.1. Extraction de points

Nous avons vu précédemment qu'une certaine classe d'outils de segmentation est spécialisée dans la recherche des frontières des différentes structures d'une scène. Ces outils sont basés sur l'utilisation de seuils ou d'opérateurs différentiels.

Le simple seuillage détermine l'appartenance d'un voxel à une certaine classe plutôt qu'à une surface. Supposons que deux seuils  $a_1$  et  $a_2$  permettent de discriminer clairement une classe A, cette dernière correspond à tous les voxels  $(x, y, z)$  tels que  $a_1 \leq f(x, y, z) < a_2$ . Par contre, un voxel frontière d'une classe possède une valeur inférieure à  $a_1$  et n'est donc pas attribué à la classe. Seule la prise en compte, dans le choix des seuils, de l'effet de volume partiel permet de discriminer des autres objets tous les éléments qui sont sûrs de lui appartenir (même les voxels de surface).

Une surface est caractérisée par une variation rapide des valeurs des voxels. Les voxels de surfaces sont détectés par un extremum dans la dérivée première ou par un passage par zéro dans la dérivée seconde.

Ces outils différentiels et le seuillage ont permis l'extraction de voxels susceptibles d'appartenir à la frontière des différentes classes. Divers problèmes apparaissent dans le cas d'images médicales bruitées et difficilement segmentables : l'élimination des points de bruit détectés par erreur, la connexion entre plusieurs segments de surfaces (frontières),...

#### 2.3.1.2. Modélisation des surfaces par approximation polygonale

Les premières représentations 3D en médecine suivaient le principe d'une modélisation des surfaces par des polygones, appelés facettes, à partir des contours des objets. Ce type de modélisation a été parfaitement justifié par les faits suivants. Les capacités de stockage étaient réduites, les coupes présentaient une forte distance entre elles. Il était facile de traiter le volume coupe par coupe, puis de modéliser la surface 3D à partir de l'information des coupes.

Cette modélisation se décompose en plusieurs phases :

-extraction des contours de l'objet.

Les outils de segmentation 2D sont parfaitement adaptés à l'extraction des structures.

-discrétisation des contours.

Afin de diminuer le nombre des données, les contours sont discrétisés soit de façon régulière, soit en exploitant des critères géométriques (rayon de courbure de la ligne de contour,...).

-triangulation à partir des points de surfaces.

Nous pouvons distinguer la triangulation à partir de coupes parallèles et les méthodes globales de triangulation.

#### 2.3.1.2.1. Méthodes de triangulation de contours parallèles

La surface est constituée du polyèdre élémentaire : le triangle (figure I-8).

Deux grandes classes de méthodes existent pour procéder à cette triangulation :

-les méthodes heuristiques.

La reconstitution s'effectue facette par facette, chaque nouveau triangle étant choisi en fonction de critères locaux (distance euclidienne, distance euclidienne relative au périmètre du contour,...).

-les méthodes basées sur le parcours de graphes.

Ces méthodes essaient d'optimiser un critère global sur tous les arrangements possibles entre les points des deux contours. Ce critère peut être :

\*la minimisation de l'aire des triangles composant la surface [Fuchs77],

\*celle de la longueur totale des arêtes des triangles,

\*la maximisation du volume du polyèdre délimité par la surface comprise entre deux contours convexes [Keppel75].

Toutefois, certaines configurations anatomiques (fourches, organes fortement coudés,...) entraînent de grandes difficultés de description fidèle des formes.

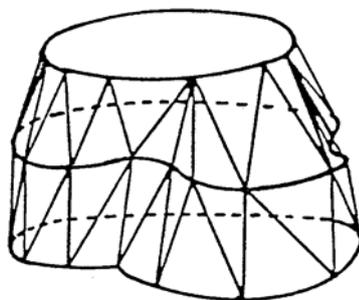


figure I-8.

Principe de triangulation de contours parallèles

2.3.1.2.2. Méthodes globales de triangulation

La triangulation se fait sur un canevas de points quelconques extraits de l'enveloppe de l'objet. Parmi les différentes méthodes, l'une des plus utilisées en imagerie médicale est la triangulation de Delaunay [Boissonnat84]. Celle-ci est basée sur une relation d'adjacence entre les points qui partagent une arête dans le diagramme des polyèdres de Voronoï.

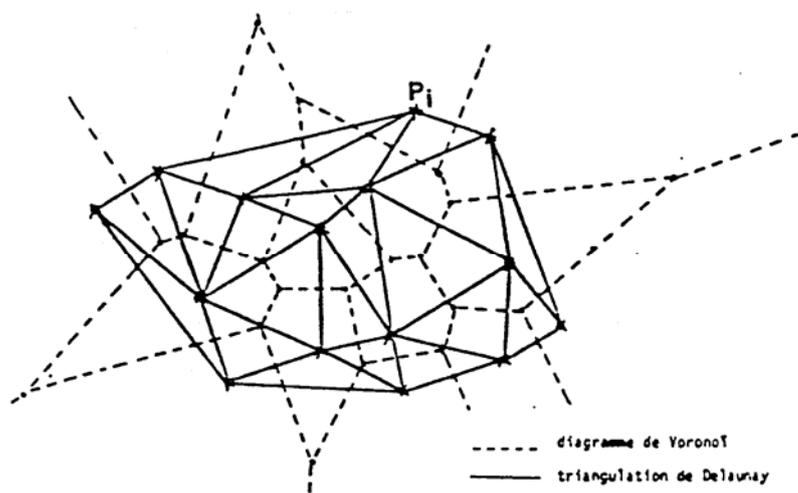


figure I-9

Diagramme de Voronoï et Triangulation de Delaunay, d'après [Boissonnat84]

Soit un ensemble  $P$  de  $m$  points  $P_i$  appartenant à un espace euclidien  $E$ .

Le polyèdre de Voronoï  $V_i$  associé au point  $P_i$  est défini par :

$$V_i = \{ p \in E, \forall j \in 1 \dots m, d(p, P_i) < d(p, P_j) \}$$

où :

$d$  représente la distance euclidienne.

La triangulation de Delaunay en 3D forme un recouvrement de l'enveloppe convexe avec des tétraèdres. Il faut donc éliminer les faces des tétraèdres n'appartenant pas à la surface -si celle-ci est convexe- ou "creuser" les tétraèdres du bord pour inclure les points de l'intérieur -si la surface est concave. Malheureusement ces dernières manipulations sont lourdes en temps de calcul.

Il n'existe aucune méthode fiable -fidèle dans tous les cas aux organes à visualiser- de triangulation 3D à partir de points quelconques répartis dans l'espace. Ceci explique les rares applications en imagerie médicale.

Boissonnat [Boissonnat88] propose un amalgame de la triangulation de Delaunay 3D et de celle basée sur les contours parallèles. Il applique une triangulation de Delaunay "2D<sup>1/2</sup>" sur des points extraits des coupes tomographiques.

2.3.1.2.3. Géométrie des facettes

Une facette est représentée par les trois points des surfaces qui forment les sommets du triangle 3D. La surface est totalement définie par une liste de points et par une liste de facettes.

Les représentations par facettes permettent des visualisations rapides. Le volume de ces données est relativement faible et la plupart des processeurs graphiques comportent des

outils de représentation par facettes. Cette rapidité est faite au détriment de la qualité du résultat, la représentation par facettes n'est qu'une grossière approximation des données (non polyédriques en imagerie médicale).

Un autre problème se pose pour la visualisation. La facette est plane, les points de cette partie de surface possèdent la même normale. L'ensemble de la facette est représentée sous une couleur identique qui fait ressortir la discrétisation de la surface. Un lissage du rendu à partir des couleurs des sommets (interpolation de Gouraud [Foley82]) ou des normales aux sommets (interpolation de Phong [Bui75]) adoucit les surfaces visualisées.

#### 2.3.1.3. Modélisation par des surfaces gauches

La surface entre les points extraits des contours est modélisée par une juxtaposition de carreaux de surfaces gauches (patches). Le plus souvent le patch est défini de manière paramétrique sur un maillage rectangulaire à l'aide d'un produit tensoriel de polynômes. Pour des raisons de simplicité, les patches bicubiques sont les plus utilisés. Citons les courbes de Bézier, B-Splines,  $\beta$ -Splines [Barsky86],...

La modélisation de la surface sous cette forme paramétrique présente plusieurs avantages :

- une compression d'informations supérieure à celle des facettes.
- la modification interactive de la forme de la surface (sans tenir compte de son équation) par simple manipulation des points de contrôle associés à chaque patch.
- la construction d'une surface à partir des points constitue à elle seule une phase d'interpolation.

#### 2.3.1.4. Ajustement de surfaces

La technique précédente repose sur une modélisation de surface à partir de points de la surface. Des techniques récentes basées sur des modèles déformables gèrent simultanément la segmentation et la modélisation.

Sequeira [Sequeira87-89] tente de modéliser des structures de conformation complexe à l'aide de solutions de type Conception Assistée par Ordinateur. Sa démarche consiste à prédéterminer des primitives géométriques 2D (dans les coupes) ou 3D dont le placement interactif approximatif sur l'objet est suivi de procédures d'optimisation, c'est-à-dire d'ajustements automatiques sur les objets. Ces primitives manipulées sont de forme libre (Bézier, B-Splines,...).

Une autre classe de méthodes utilise des modèles basés sur le principe des contours déformables (Snakes). Les méthodes utilisées en 2D pour l'extraction de contours [Kass87] ou 3D pour la modélisation de surface à partir d'images projectives [Terzopoulos88] commencent à être généralisées directement en 3D [Cohen91] [Leitner91]. Un modèle simple est superposé à l'image 3D. Des forces externes et internes déforment le modèle à partir de son état initial. Le processus est arrêté quand l'énergie atteint une valeur minimale (position d'équilibre). La fonction déformable est basée le plus souvent sur l'utilisation de B-Splines. L'objet est donc modélisé sous cette forme paramétrique.

#### 2.3.1.5. Modélisation de surfaces à partir de modèles continus de volume

Ce paragraphe fait référence au travail de modélisation continue de volume effectué par Cinquin (cf § I-2-1-4). Le volume est modélisé par des fonctions splines tricubiques. La surface de l'objet que l'on cherche à extraire est la solution stable d'un système d'équations différentielles [Marque90]. Les avantages de cette méthode résident dans le fait que la détection et la connexion des points frontières sont réalisées simultanément. Le résultat est présenté directement sous une forme paramétrique.

#### 2.3.1.6. Modélisation symbolique de surfaces

La description de surfaces par la concaténation de primitives simples est une forme puissante de compression et de compréhension d'une scène. Les structures anatomiques se prêtent difficilement à ce type de modélisation. Citons toutefois les travaux de Burdin [Burdin91] sur la représentation 3D de cubitus à partir de descriptions de formes (des descripteurs de Fourier dans ce cas). Les contours de chaque coupe transversale de l'os sont ainsi modélisés. La primitive entière est définie par la concaténation des descripteurs de coupes. Le passage d'une primitive à une autre correspond à l'apparition ou à la disparition de descripteurs dans la séquence qui décrit le contour.

### **2.3.2. Surface explicite**

Les techniques de modélisation, présentées précédemment, recréent la surface à partir d'un nombre relativement limité de points (par rapport à l'ensemble des voxels frontières). Par extraction de surfaces nous entendons les techniques qui définissent l'ensemble des voxels frontières et qui représentent (même sous forme de modèles) la surface ainsi déterminée.

Les outils de représentation classique ne suffisent plus. Ils déterminent, souvent en aveugle, la localisation de voxels de surfaces sans connexion entre-eux. La modélisation, à résolution plus faible que celle de la matrice, relie entre-eux les points frontières. Par contre, l'extraction d'une surface à une résolution égale à l'échantillonnage du volume nécessite un niveau d'informations supérieur -souvent des règles topologiques [Morgenthaler81b] [Luo86]. Ces règles fixent les définitions de surface, de voisinage, de connexité, de convexité,...

#### 2.3.2.1. Extraction de surfaces au niveau voxel

Ces méthodes reposent sur la description d'une surface dans un volume échantillonné à partir des éléments les plus simples possibles, à savoir les voxels ou les faces de voxels. La surface est ainsi décrite par un grand nombre d'éléments simples plutôt que par un nombre plus faible d'éléments complexes. Les travaux de recherche dans ce domaine sont largement inspirés des études menées par Herman et son équipe (une synthèse peut être trouvée dans [Herman83]).

Le problème posé est la récupération et la mise en forme de l'information de surface. L'extraction est donc effectuée sur un volume segmenté (binaire). Pour chaque voxel, une appartenance ou non à l'objet est connue.

Les algorithmes d'extraction de surfaces sont basés sur les étapes suivantes : (1) un premier voxel de surface est choisi comme point germe de l'extraction. (2) Ce point sert de

départ à un suivi de la surface, par connexité, élément par élément. (3) L'ensemble des éléments des surfaces détectées est codé sous forme de liste afin de former le modèle de représentation.

Ces méthodes se différencient par :

-le domaine spatial où l'extraction de surfaces est menée

\*coupe par coupe [Udupa82b] ;

le problème tridimensionnel est ramené à une suite de problèmes bidimensionnels plus simples.

\*globalement (en 3D) [Herman83] ;

Le suivi de la surface doit opérer en 3D sans direction privilégiée. Artzy [Artzy81] propose une méthode de détection et de codage de la surface basée sur un parcours de graphe. [Udupa82a] généralise cet algorithme au cas de dimension n quelconque.

-l'élément de surface extrait

\*l'élément de surface utilisé par l'équipe de Herman est le cubérille [Herman77]. Ce dernier est défini comme une face de voxels. Ce modèle polygonal présente des avantages et des inconvénients lors de la visualisation par synthèse d'images. Le cubérille, face de voxel, ne peut prendre que six orientations. Pour un point de vue donné, seules trois faces de voxel au plus sont visibles. Si les cubérilles sont classés en six groupes en fonction de leur orientation, ne seront projetés sur l'écran que les éléments de surface appartenant aux trois groupes visibles par l'observateur. Par contre, ce nombre très réduit d'orientations est préjudiciable pour le calcul de la normale. Chen [Chen85] propose un ombrage "contextuel" en fonction des cubérilles voisins.

\*Luo [Luo86] propose d'extraire directement les voxels et de mémoriser le gradient associé.

Une note à propos de l'échantillonnage spatial. La technique d'extraction de surfaces repose sur un échantillonnage isotrope (élément de taille identique dans les trois directions). Une interpolation préalable est effectuée. Nous avons vu au § II-2-1-1-1 que certains artefacts sont inhérents à l'interpolation à partir des valeurs des voxels des coupes originales. Troussset [Troussset87] préconise l'utilisation de la nature des objets. Cette idée a été exploitée par une nouvelle technique : l'interpolation basée sur les contours [Raya90] [Herman92]. Les coupes originales sont superposées et segmentées, les contours des objets sont connus. L'idée de base de cette méthode revient à remplacer les valeurs des voxels par la distance les séparant d'un contour. L'interpolation est faite à partir de ces valeurs. L'analyse des distances attribuées aux voxels interpolés permet une bonne détermination des contours des plans intermédiaires. Cette technique présente des résultats supérieurs à ceux de l'interpolation simple à partir des niveaux de gris. Sa contre-partie réside dans la segmentation préalable des données et dans l'estimation de la distance voxels/contours.

### 2.3.2.2. Extraction de surface avec une précision sous-voxel

La surface n'est plus composée d'éléments de la base 3D. Elle est extraite cependant des informations de la base avec une précision sous-voxels. L'extraction est basée sur la notion d'iso-surfaces (l'extension 3D des courbes de niveaux) :

-dans un premier temps une valeur représentative de la surface est estimée. Par exemple, nous cherchons à extraire la surface définie par la frontière entre les régions a et b représentées respectivement par des voxels de valeur  $f(a)$  et  $f(b)$ . La valeur attribuée aux points de la frontière vaut  $F = ( f(a)+f(b) ) / 2$ .

-l'étape suivante est consacrée à la recherche de l'iso-surface de valeur F, c'est-à-dire à la localisation des endroits de la base de données où cette valeur F peut apparaître. Cette recherche est effectuée à un niveau sous-voxel. Concrètement, la base de données est divisée en cube de recherche (figure I-10). Ce dernier est constitué à partir de la localisation des centres de huit voxels voisins de la base de données.

Le cube de recherche est souvent appelé voxel dans la littérature concernant ce type de modélisation. Par souci de clarté, nous conserverons le nom de cube de recherche pour cette construction et celui de voxel pour le volume élémentaire.

La recherche de l'iso-surface est menée de la façon suivante. Si tous les voxels du cube de recherche ont une valeur soit supérieure, soit inférieure à F, aucune surface ne traverse le cube. Dans le cas inverse (certains voxels ont une valeur supérieure, d'autres inférieure à F), le cube de recherche croise une surface. Cette dernière est ensuite modélisée dans le cube en fonction des valeurs des voxels sommet.

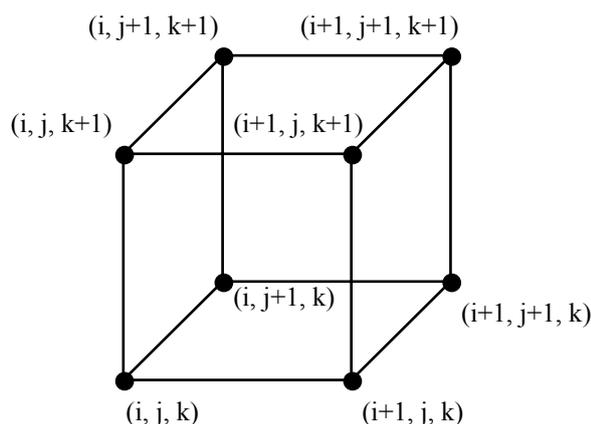


figure I-10  
Cube de recherche

Deux modèles de surfaces sont utilisés :

-facettes planes (Marching Cube).

La portion de surface dans le cube est décomposée en facettes. Le nombre et l'orientation des facettes dépendent de la disposition des voxels appartenant à une des deux classes d'objets et à leurs valeurs. Dans la pratique, seule la disposition des voxels est retenue. Par symétrie et inversion, la décomposition de la surface peut être réduite à 15 cas topologiques différents [Lorensen87]. Cette simplicité est exploitée par l'utilisation de Look-Up-Tables de situations topologiques, mais elle conduit cependant à des erreurs de reconstruction dans le cas de scènes complexes. Les variantes du Marching Cube ([Wilhelm90] pour une étude bibliographique) se distinguent par la prise en compte de ces erreurs.

Le nombre réduit de cas se traduit également par des configurations de facettes identiques (donc des orientations identiques, préjudiciables à la visualisation). Ce problème est

résolu par le calcul des normales au sommet des facettes à partir d'une interpolation des gradients 3D des voxels du cube de recherche (interpolation de Phong généralisée au cube).

-cubes (Dividing Cube) [Cline88]

Pour le Marching cube, la taille de la facette peut être inférieure à la taille du pixel ce qui rend difficile la visualisation. A ce niveau de résolution, la projection des points de surface sur l'écran est plus efficace que celle de facettes. Ainsi, (1) le cube de recherche est divisé en sous-cubes de même résolution que les pixels de l'écran. Les valeurs aux sommets de ces sous-cubes sont calculées par interpolation. (2) Les sous-cubes de surface sont estimés récursivement. (3) Un vecteur gradient est calculé par interpolation au centre de chaque sous-cube de surface. (4) Les centres des sous-cubes de surface sont finalement projetés sur l'écran.

Le Dividing Cube correspond en fait à une simple interpolation en sous-voxels. Cette opération n'apporte pas d'informations. Nous avons vu entre autres que l'interpolation pouvait biaiser le résultat.

### **2.3.3. Représentation de surfaces**

En résumé, la surface en imagerie médicale peut être représentée par :

- une liste de facettes
- une surface paramétrique
- une liste de faces de voxels
- une liste de voxels.

La description de surfaces par équations implicites est peu utilisée.

## **2.4. Primitives 1D**

La notion de primitive 1D dans l'espace 3D est relativement peu traitée dans la littérature concernant l'imagerie médicale. D'autres domaines, tels la robotique, l'imagerie satellitaire et aérienne,... se servent fréquemment d'une décomposition en primitive 1D (contours, droites remarquables,...).

L'imagerie médicale s'est rapidement focalisée sur la représentation surfacique. Toutefois, certains domaines sont liés aux courbes dans l'espace tridimensionnel. La forme monodimensionnelle de ces primitives est imposée par le domaine d'exploration (contours dans une coupe), par la forme de la structure (vaisseaux, intersection entre surfaces,...), par le résultat des outils d'analyse (lignes topologiques) ou par des référentiels externes (cadres stéréotaxiques).

### **2.4.1. Contours**

Par définition, le contour d'un organe dans une coupe tomographique est une primitive de dimension 1 dans un espace bidimensionnel. Les outils d'extraction des contours ont été décrits précédemment. Dans les tous premiers temps de l'imagerie tridimensionnelle, le contour servait de base d'analyse. Rapidement, les contours des différentes coupes ont été associés afin de définir et de modéliser la surface 3D des structures contenue dans la scène. Certains auteurs décrivent encore une surface comme une suite de contours ([Pelizzari89] en recalage de surface par exemple), mais cette représentation est souvent justifiée par un souci de place mémoire (la surface ou une portion de surface est aisément reconstruite à partir de l'information des contours).

### **2.4.2. Structures morphologiques 1D**

Des courbes remarquables sont présentes dans l'anatomie humaine. Nous pouvons citer en exemple les sutures des os du crâne qui apparaissent clairement sur les acquisitions en Scanner X. L'extraction de ces courbes, par des techniques de traitement d'images 3D, sont exploitables à des fins d'analyse ou de recalage en multi ou mono-modalité.

Certaines des structures anatomiques par leurs formes sont assimilées à des courbes dans l'espace. L'étude des réseaux vasculaires est des plus représentatives dans ce domaine. De par sa forme tubulaire, de faible diamètre par rapport à sa longueur, le vaisseau peut aisément être modélisé par une courbe représentant sa ligne centrale en 3D. L'étude des réseaux vasculaires est fondamentale en imagerie médicale. Outre le domaine diagnostic (recherche de sténoses et de malformations), cette recherche revêt une importance capitale dans la chirurgie interventionnelle. Les vaisseaux importants sont des structures vitales et fragiles qui doivent être évités lors de l'intervention. Les vaisseaux ont par ailleurs des dispositions spatiales intéressantes pour l'étude anatomique (le système coronarien est placé en surface du coeur [Ruan91], les vaisseaux superficiels du réseau cérébral sont nichés dans les sillons corticaux et donc représentatifs de leurs formes et de leurs orientations).

La modalité d'image offrant la meilleure description des réseaux vasculaires reste l'angiographie par rayons X. Elle ne fournit cependant que ses images de projection. Une reconstruction de l'objet 3D est donc nécessaire. Elle va dépendre du nombre d'angiographies acquises :

-Reconstruction à partir de projections multiples.

Si l'on possède un nombre moyen de projections (plus de dix), il est possible de restituer l'anatomie des vaisseaux en utilisant les différents algorithmes classiques de reconstruction tomographique mais étendue à la géométrie conique (méthodes analytiques [Hamon90] ou algébriques [Rougée88]).

Mais le problème de l'acquisition d'un nombre élevé de projections bidimensionnelles en un très court laps de temps exige une nouvelle génération de matériel (tomodensitomètre 3D ou morphomètre [StFelix92]).

-Reconstruction à partir d'un faible nombre de projections.

Les solutions utilisant un faible nombre de projections (2 à 4) permettent de faire face aux problèmes technologiques liés à l'acquisition.

Plusieurs stratégies de reconstruction ont fait ou font l'objet d'études :

\*les méthodes stéréoscopiques.

La faible différence angulaire permet de préserver la similitude des propriétés et des arrangements spatiaux des objets dans les plans de projection [Camillerap87]. La stéréoscopie est toutefois handicapée par un manque de précision de la reconstruction dans la direction perpendiculaire aux plans d'acquisition.

\*les méthodes utilisant des plans de projections à incidences angulaires plus importantes voire orthogonales.

La reconstruction à partir des plans à incidences angulaires importantes bénéficie d'une très bonne précision spatiale. Par contre les propriétés et les arrangements spatiaux sont considérablement modifiés d'un plan à l'autre. Le principe de similitude entre images ne peut plus être exploité. Tout l'art de la reconstruction consiste donc à mettre en correspondance les informations des différents plans. Dans le cas des deux plans cette recherche de mise en correspondance soulève de nombreuses ambiguïtés. Une des solutions proposées se sert de trois plans de projections coopérant de manière symétrique [Venaille90]. Une autre solution consiste à reconstruire l'arbre vasculaire à l'aide de deux plans de projections mais en intégrant un modèle de connaissances [Garreau88].

L'estimation de l'arbre vasculaire est limitée par la difficulté d'appariement des petits vaisseaux (voir les résultats obtenus par [Venaille90] pour l'arbre vasculaire cérébral). Une représentation précise nécessite alors une grande part d'interactivité [Gibaud84] [Barillot85b].

Plus récemment, le développement de l'Imagerie par Résonance Magnétique a permis l'acquisition du réseau vasculaire directement en 3D. Outre cette acquisition tridimensionnelle, l'angiographie IRM ne nécessite pas l'injection de produit de contraste. Par contre, le volume ainsi acquis présente une résolution moindre et des contrastes plus faibles que l'angiographie par rayons X. La valeur stockée sur un voxel ne dépend de la quantité de sang mais de sa vitesse. L'extraction des vaisseaux (leur orientation 3D locale et leur diamètre) doit être effectuée en 3D. Des différentes approches qui ont été proposées citons :

-une méthode de rehaussement et de segmentation, basée sur : un préfiltrage par un processus de diffusion non linéaire, ce préfiltrage lui-même suivi par une segmentation obtenue par convolution avec des dérivées gaussiennes suivant trois directions [Gerig91].

-l'utilisation de champ de Markov [Verbeeck91].

-la modélisation locale du vaisseau par un cylindre dont la localisation, l'orientation et le rayon sont calculés à l'aide de moments géométriques [Reuzé92].

Les vaisseaux sont souvent représentés sous la forme d'une liste de points 3D du squelette ainsi que des rayons du vaisseau en ces points.

### **2.4.3. Primitives 1D d'analyse**

Certaines primitives 1D peuvent servir à caractériser les objets et les surfaces 3D. Citons :

\*L'appariement entre deux surfaces nécessite l'extraction d'attributs géométriques invariants par rotation et translation de l'objet mais aussi invariants pour un ensemble de déformations légères [Bajsky89]. L'idée présentée dans [Ayache91] consiste à extraire des lignes topologiques (ligne de courbure principale, ligne parabolique,...) par des méthodes de géométrie différentielle sur des surfaces modélisées ou par des outils de topologie discrète.

\*L'extraction de lignes topologiques caractéristiques de structures dans une image 2D permet l'analyse et la classification sémantique d'un volume 3D [Yoo92].

### **2.4.4. Primitive 1D externe**

La corrélation entre l'anatomie d'un patient et l'acquisition qui en est faite sous différentes modalités a dans un premier temps été résolu par l'usage de référentiel externe. En neurochirurgie stéréotaxique par exemple, un cadre est fixé sur le crâne du patient. Des repères (métalliques pour l'acquisition en Scanner X, en carbone pour l'IRM) sont placés sur le cadre. Ces primitives 1D visibles entre les modalités servent également pour le repérage durant l'intervention. Cependant, l'utilisation du cadre nécessite des procédures chirurgicales post et pré-opératoires (pose et enlèvement du cadre) et implique un inconfort certain pour le patient. Certains auteurs préconisent l'emploi de cadres souples [Wilson89] moins contraignant que le cadre fixe mais dont l'immuabilité référentielle n'est pas assurée.

### **2.4.5. Problèmes liés à la visualisation 3D de primitives 1D**

Une primitive 1D projetée sur un écran apparaît plate, sans aucune impression de forme dans l'espace. Une courbe dans l'espace ne possède aucun des indices (cf § I-3-1) qui permettent au cerveau de restituer une localisation dans l'espace. Si nous considérons que la vision d'un monde extérieur provient de la réflexion de la lumière sur les différents objets, la forme de la courbe (uniquement linéaire), elle, est exempte de toute réflexion (une courbe ne possède pas de normale 3D). Sa visualisation passe par l'attribution d'un support spatial, c'est-à-dire une épaisseur [Hanson92]. Cette épaisseur peut être modélisée par la juxtaposition de primitives 3D (sphères, cylindres,...) ou par une forme 3D explicite ou paramétrique.

Les primitives 1D discrétisées dans une matrice de voxels possèdent une épaisseur de l'ordre du voxel. La mesure de la normale par l'intermédiaire du calcul des gradients 3D est biaisée par ce manque d'informations. La visualisation de telles courbes nécessite leur extraction suivie de leur modélisation. L'image I-1 présente l'association entre une représentation MIP d'une angiographie par IRM (cf Annexe A) et la modélisation de ces vaisseaux par la technique mise en oeuvre dans [Reuzé92].

Cependant, certains auteurs essaient de restituer la forme tridimensionnelle des primitives 1D projetées en les liant à une visualisation des structures 3D voisines (voir [Tiede90] pour la corrélation MIP et IRM).

#### **2.4.6. Résumé des formes de primitives 1D**

Dans la majorité des cas, la primitive 1D en imagerie médicale est présentée sous la forme d'une liste de points. Même si la primitive est codée dans une base de données en voxels, elle est caractérisée par son squelette (liste de points).

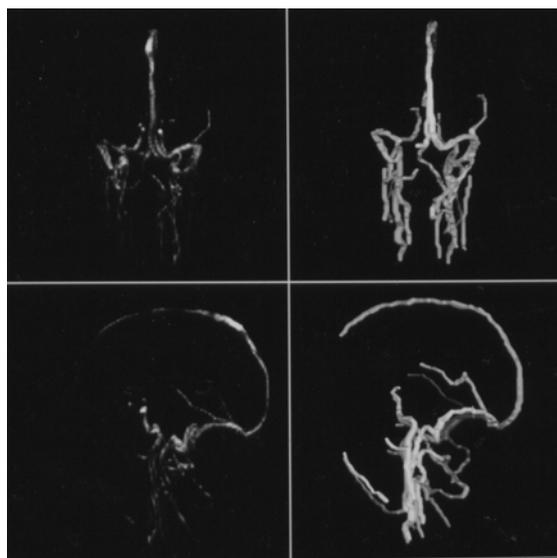
### **2.5. Primitives 0D -points**

La localisation robuste de points remarquables est utilisée pour la mise en relation d'images 3D. Il s'agit souvent d'extraire des ensembles de points sur les volumes à associer. La précision de la localisation est déterminante pour la procédure de recalage.

#### **2.5.1. Points morphologiques**

Certains points anatomiques (commissures antérieure et postérieure du cerveau,...) sont parfaitement repérables entre les images de modalités différentes. Ces points sont généralement extraits de manière interactive. Traditionnellement, ils sont désignés sur les coupes tomographiques. Une précision accrue est apportée par la visualisation 3D associée à des outils de pointage [Schiers89] [Toennis90], ou la visualisation multi-fonctions [Dillenseger91].

Ces points peuvent être estimés à partir d'informations géométriques. Par exemple, Bartoo et Hanson [Bartoo89] proposent d'extraire les centres de gravité de certaines régions de l'image 3D. Dans le même ordre d'idée, les outils topologiques, cités précédemment, sont à même de définir des points remarquables. De tels points sont localisés avec une précision inférieure à la taille du voxel.



(a)

(b)

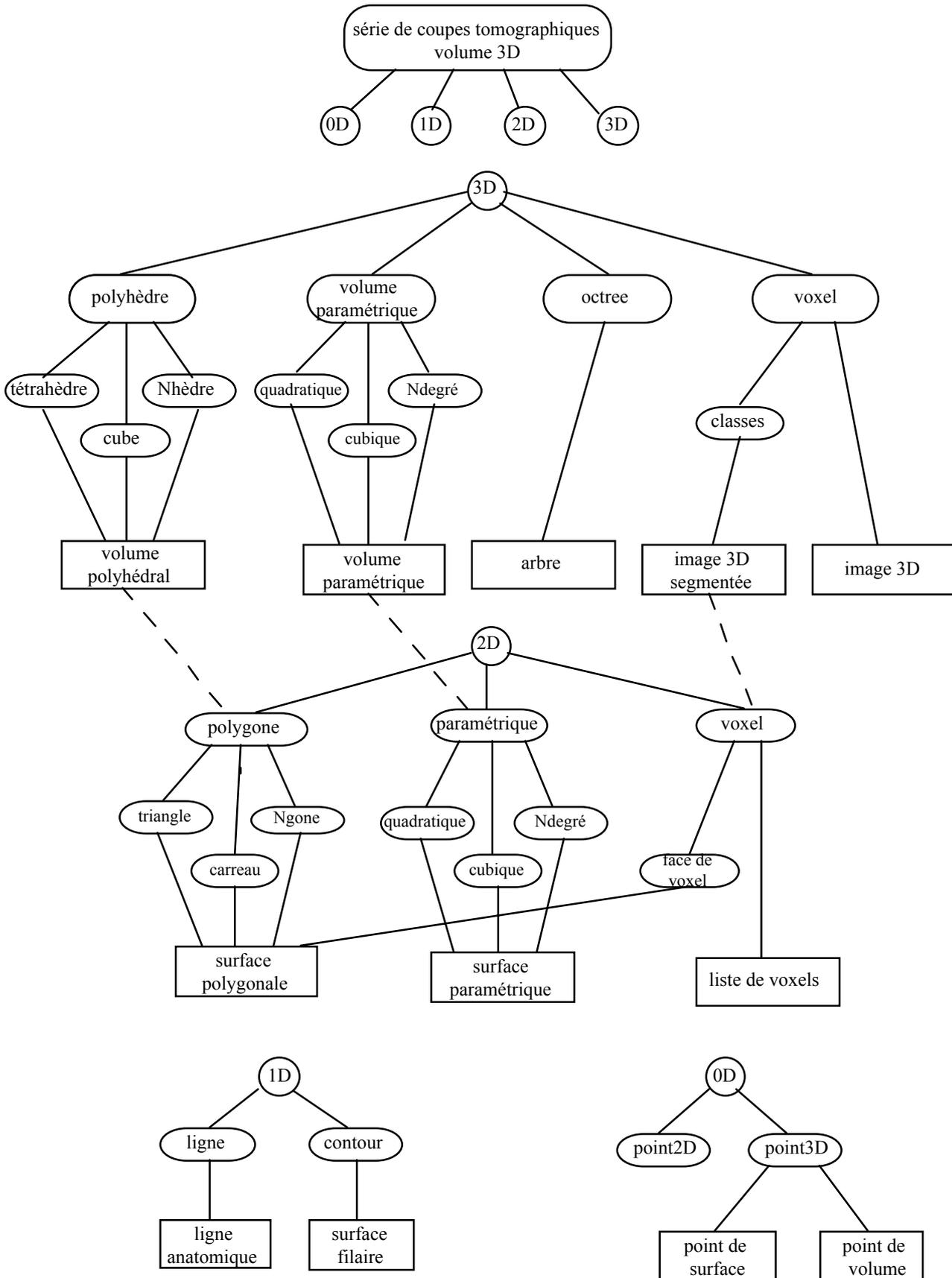
Image I-1

- a) représentation par "Maximum Intensity Projection" ;
- b) extraction des vaisseaux par l'opérateur moment avec une modélisation sphérique des vaisseaux.

### **2.5.2. Points caractéristiques externes**

Des marqueurs externes sont collés sur la peau du patient et visibles sur les différentes modalités. Ils permettent d'éviter le cadre stéréotaxique [Roberts86] ou de repérer la position des électrodes utilisées en électroencéphalographie [Myslodobodsky89], afin de les corrélérer aux structures internes.

## 2.6. Résumé des primitives de codage



## 2.7. Recalage d'images

Les différentes images d'investigation fournissent des informations de nature, de contraste et de résolution divers. Leur complémentarité conduit à les combiner et à les fusionner dans un même référentiel. Quatre classes de problèmes apparaissent en fonction des sources, des primitives utilisées pour le recalage et du contexte du recalage [Flifla91].

-recalage d'images de la même structure analysée par la même source à des instants différents.

$$f(x(t_2), y(t_2), z(t_2)) = f(x(t_1), y(t_1), z(t_1))$$

Outre un positionnement différent dû à l'acquisition qui se traduit par des relations de rotation et de translation entre deux acquisitions, la scène a pu évoluer dans le temps (déformation des structures). Le modèle de transformation globale entre les deux images peut s'écrire sous la forme :

$$[x(t_2), y(t_2), z(t_2)]^T = [T].[x(t_1), y(t_1), z(t_1)]^T$$

avec :

$$[T] = [R].[T_r].[E]$$

[R] matrice de rotation,

[T<sub>r</sub>] matrice de translation,

[E] matrice de déformations globales (ou homothétie).

Ce problème se rencontre lors d'un suivi de l'évolution d'une pathologie, de l'évaluation d'une thérapie ou de la réussite d'un geste opératoire.

-imagerie multimodalité

Les informations acquises sous des modalités différentes sont confrontées dans un même référentiel. Les acquisitions sont souvent effectuées dans une même période. La déformation des organes est souvent négligeable. Prenons  $f(x_1, y_1, z_1)$  et  $g(x_2, y_2, z_2)$ , deux images acquises par des modalités différentes. Les relations qui existent entre ces deux images sont de l'ordre :

$$[x_2, y_2, z_2]^T = [T].[x_1, y_1, z_1]^T$$

avec :  $[T] = [R].[T_r]$

La difficulté du recalage consiste à trouver des structures communes entre les deux modalités. Ceci est relativement aisé en (IRM, TDM). Par contre, l'imagerie fonctionnelle (PET, SPECT) ou l'angiographie ne porte que peu d'informations anatomiques.

-recalage entre images et modèles

Nous pouvons faire une distinction entre modèles numériques et modèles géométriques.

Le premier cas est illustré par l'imagerie stéréotaxique. Les cerveaux humains ont une typologie commune mais différente par certains détails. Outre les problèmes classiques de recalage (similaires à ceux de la multimodalité), l'atlas présente des données moyennes sur lesquelles doivent être ajustées (par déformations élastiques globales, régionales et locales) les images médicales.

Certaines des questions posées en génie biomédical ne sont résolubles qu'analytiquement sur des modèles géométriques simples (voir pour exemple l'estimation des sources épileptogènes, chapitre IV). La mise en relation entre ces solutions analytiques et la morphologie doit être effectuée par ajustement du modèle sur les données anatomiques.

-la médecine interventionnelle nécessite un recalage en temps réel des informations per-opératoires (images, position des instruments,...) sur les données pré-opératoires [Lavallée89]. Si pour les trois premiers cas, la contrainte de temps de calcul n'est pas déterminante (des méthodes sophistiquées de recalage sont utilisables), ce dernier cas repose sur l'utilisation de méthodes rapides, précises et fiables.

## **2.8. Facteur temps**

La plupart des acquisitions spatiales correspondent à un instant donné. Mais une des tendances d'évolution des techniques d'imagerie concerne les acquisitions dynamiques. Ainsi :

-l'imagerie monomodale. nous l'avons précédemment, les organes subissent une évolution légère dans le temps.

-l'imagerie fonctionnelle permet d'étudier l'évolution temporelle de certains paramètres. En médecine nucléaire par exemple, l'étude de la diffusion du marqueur donne une information sur la physiologie saine ou pathologique d'un organe. Nous pouvons citer, l'étude de la fonction rénale par scintigraphie dynamique [Aurengo91]. La morphologie étant invariante, ce cas peut se formaliser par  $f(x, y, z, t)$ .

-certains organes tels que le cœur sont en mouvement. Ces organes sont représentables par une fonction du type  $f(x(t), y(t), z(t))$ . Leur étude nécessite une acquisition rapide ou synchronisée sur le mouvement. Ainsi a-t-on vu apparaître la scintigraphie et l'IRM dynamique. Dans certains cas l'étude du mouvement facilite la reconstruction tridimensionnelle du réseau vasculaire [Rong89] [Ruan91].

L'imagerie tridimensionnelle dynamique (et donc les techniques de représentations qui y sont attachées) se traduit par une masse d'information à traiter sous une contrainte temporelle relativement serrée.

## ***CHAPITRE II***

# ***TECHNIQUES DE VISUALISATION TRI ET MULTIDIMENSIONNELLE***

Un grand nombre d'applications en médecine nécessitent une vision complète du volume. S'il est relativement aisé de représenter des surfaces, les données médicales sont elles généralement de degré supérieur et sont assimilables à des fonctions multi-variables. L'outil de représentation a pour objectif de transcrire ces données sous une forme compréhensible et de projeter cette forme sur le plan image.

L'objet de ce chapitre consiste à présenter les solutions pour la visualisation des données 3D, puis pour celle de données multidimensionnelles.

Dans le cas de la visualisation de données 3D, ce travail de mise en forme a été décrit précédemment (cf chapitre I). Le passage du modèle 3D à sa représentation sur le plan image fait l'objet du premier paragraphe de ce chapitre II. Celui-ci définit les paramètres et les techniques utilisées pour simuler la vision d'objet 3D sur un plan. Il se termine par une description des solutions utilisées pour l'exploration de scènes tridimensionnelles.

Les données multi-variables se retrouvent dans diverses situations en imagerie médicale. Citons simplement la représentation après fusion d'images 3D en multimodalité ou après fusion d'informations 3D anatomiques et fonctionnelles. La visualisation de telles données n'est pas propre à l'imagerie médicale. Certains domaines scientifiques, comme l'imagerie satellitaire, la météorologie ou la géophysique, se heurtent à des problèmes similaires. Le deuxième paragraphe tente de recenser les éléments qui interviennent dans les différentes techniques de représentation de données multidimensionnelles et indique les différentes approches proposées pour cette visualisation.

## **II.1. Visualisation tridimensionnelle**

### **1.1. Définition**

La visualisation d'une scène tridimensionnelle -ou synthèse d'images 3D- est la projection sur un plan 2-D -dit image- des surfaces de toutes les structures ou parties de structures appartenant à cette scène 3-D et visibles par un observateur physique [Foley82].

Un des buts de cette synthèse d'images est de donner à l'observateur une perception 3-D de la scène observée. Plusieurs éléments permettent au cerveau humain de restituer le volume [Wanger92] :

- l'occlusion : les surfaces en avant de la scène cachent la vue des structures situées derrière elles ;
- la perspective : les structures en avant de la scène apparaissent plus grandes que les structures plus éloignées ;
- la stéréoscopie : chaque oeil voit une image légèrement différente, décalée l'une par rapport à l'autre d'un angle de 6° environ. Le cerveau reconstitue la scène en ayant l'impression de volume [Graham65] ;
- le mouvement : le mouvement où la création rapide de plusieurs vues de la même scène a des incidences différentes facilite la compréhension volumique [Farell85] [Ney90] ;
- l'ombrage des surfaces en fonction des éclairages de la scène, de l'état de la surface et de la position de l'observateur ;
- la texture 3-D : elle modélise la matière dans laquelle l'objet est construit (bois, marbre,...) ou simule la rugosité ;
- la transparence ;
- la comparaison des structures à un référentiel extérieur,...

L'association de ces différents éléments sert à donner une vision réaliste de la scène à représenter.

### **1.2. Représentation plane**

La synthèse d'images 3D doit simuler la perception photographique.

Une des premières étapes de cette simulation est la compréhension du mécanisme de projection du monde physique (3-D) sur une surface tel qu'il apparaît dans l'oeil ou dans l'appareil photographique.

Le modèle le plus communément utilisé est la "camera oscura" ou chambre noire à sténopé (déjà étudiée par Léonard de Vinci).

Son principe est le suivant. Si dans une chambre (camera en italien) obscure un simple trou est percé sur l'une des faces, le monde extérieur se projette par ce trou inversé sur la face opposée. En effet, si le trou est infiniment fin, d'où le nom de sténopé ou trou d'épingle, un point de la face opposée ne peut recevoir de la lumière que d'une seule

direction, celle qui rejoint ce point au sténopé. L'illumination en ce point est donc l'expression du monde le long de ce rayon.

Si ce trou est agrandi, d'autres rayons apportent leur contribution à la luminance du point : l'image devient de plus en plus floue.

En infographie, par commodité, le plan de projection est placé en avant du sténopé, ce dernier étant appelé l'oeil. Le modèle de caméra impose le passage de chaque rayon lumineux par le sténopé c'est-à-dire par l'oeil. Cette modélisation se retrouve déjà chez Albrecht Dürer [Dürer] (voir figure II-1).

Il est à noter que cette invention représente les prémices de la technique du lancer de rayon.

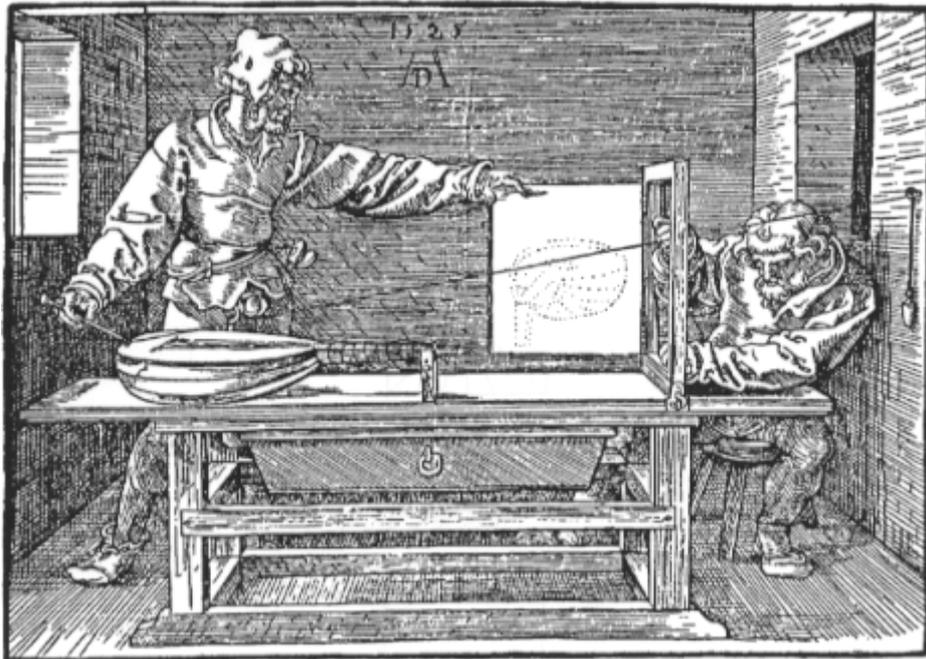


figure II-1  
Le Lancer de rayons vu par Dürer

### 1.3. Modèle numérique de l'écran

Dans son approximation numérique, un écran est composé de surfaces élémentaires appelées pixels. Un pixel peut être considéré comme une petite fenêtre localisée dans l'écran et possédant une certaine information (généralement la couleur). Classiquement, la position donnée au pixel sur l'écran correspond à celle de son centre. Le rôle des différentes techniques de représentation consiste à attribuer une couleur aux pixels en fonction de l'information lumineuse les traversant. La couleur peut, par exemple, être déterminée par le seul rayon lumineux passant par le centre du pixel (approximation d'ordre 0) ou bien par une moyenne de différents rayons traversant le pixel, etc...

L'écran est borné et rectangulaire. Les quatre lignes partant de l'oeil et passant par les coins de l'écran forment les arêtes de la pyramide de vision. Seuls les objets placés dans cette pyramide de vision et du côté de l'écran opposé à l'oeil peuvent être vus directement. Le volume 3-D visible par l'oeil est appelé "viewing frustum".

### 1.4. Repère objet - repère écran

La scène 3-D possède son propre repère  $(0_{ob}, x_{ob}, y_{ob}, z_{ob})$  appelé repère objet  $R_{ob}$ . Celui-ci dépend de la disposition des coupes tomographiques. Traditionnellement ces dernières sont considérées parallèles au plan  $(x_{ob}, y_{ob})$  et empilées selon l'axe  $z_{ob}$ .

L'autre système de coordonnées -le repère écran ou repère image  $R_{ec}$   $(0_{ec}, x_{ec}, y_{ec}, z_{ec})$ - est lié à la visualisation. L'écran représente le plan  $(x_{ec}, y_{ec})$ . La scène est placée du côté des  $z_{ec}$  positifs (voir figure II-2).

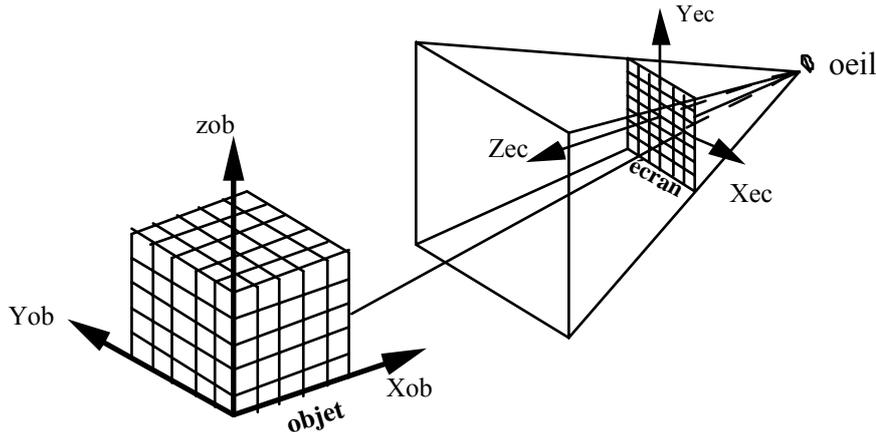


figure II-2  
Référentiels géométriques

Ces deux repères sont liés par des relations de déplacements rigides (rotation, translation et mises à l'échelle). Ces relations dépendent des paramètres de vision (voir annexe B).

La concaténation des différentes matrices permet de définir la matrice T des transformations géométriques entre le repère objet et écran :

$$[x_{ob}, y_{ob}, z_{ob}]^T = [T] \cdot [x_{ec}, y_{ec}, z_{ec}]^T$$

### 1.5. Arithmétique de Projection

Le modèle de la camera à sténopé est caractérisé par son centre optique (dans notre cas l'oeil), séparé par une distance f (longueur focale) de l'écran. Un point P de l'espace observé  $R_{ec}$  se projette sur le plan image en un point I (figure II-3)

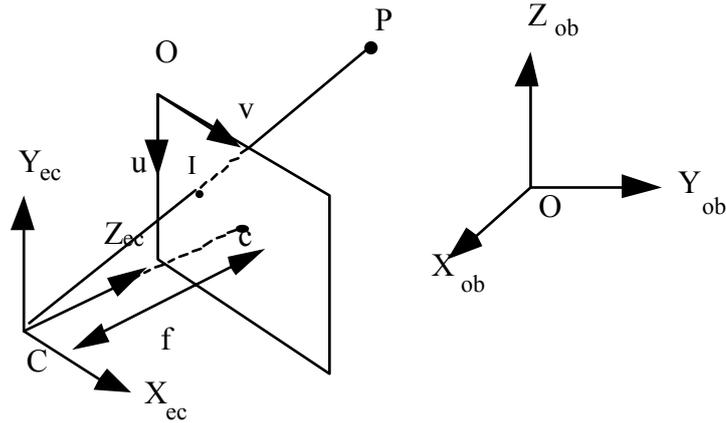


figure II-3  
Géométrie de projection

Le passage de P à I est modélisé par une transformation linéaire  $T_p$  en coordonnées projectives.

Si l'on note  $(u, v)^T$  les coordonnées I et  $(x, y, z)^T$  les coordonnées de P dans le repère écran, la projection est régie par :

$$I = S \cdot \begin{pmatrix} u \\ v \\ 1 \end{pmatrix} = T_p \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix}$$

$T_p$  est une matrice de dimension  $3 \times 4$  appelée matrice projective du modèle [Faugeras86b] et S un facteur d'échelle dépendant de P et  $T_p$ .

Si nous notons la relation entre les unités de  $X_{ec}$  et  $u$  et  $Y_{ec}$  et  $v$  par :

$$x = (u - u_0) / k_u \quad \text{et} \quad y = (v - v_0) / k_v$$

avec :

$k_u$  et  $k_v > 0$  et  $(u_0, v_0)$  les coordonnées de C sur l'écran.

Si  $\alpha_u = k_u \cdot f$ , la matrice  $T_p$  vaut :

$$T_p = \begin{bmatrix} \alpha_u & 0 & u_0 & 0 \\ 0 & \alpha_v & v_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$T_p$  peut être associée à T afin de lier chaque point 3-D appartenant au repère écran à sa projection sur l'écran.

### 1.5.1. Projection orientée objet

Chronologiquement, les techniques orientées objets sont apparues les premières. La philosophie de ce type de projection est la suivante :

l'ensemble de la scène 3D (les primitives formant la scène) est projeté sur la scène en fonction de paramètres de vision. La gestion des occlusions est effectuée sur l'écran lors de la composition de l'image. Les techniques se différencient par le type de primitives projetées et par la gestion de l'occlusion.

#### 1.5.1.1. Type de primitives

##### 1.5.1.1.1. Objets définis de manière implicite

Les algorithmes de projections sont souvent spécifiques au type des primitives décrivant les objets [Foley82]. Certaines constances toutefois ressortent. Les primitives présentent souvent une frontière connue. Dans un premier temps cette frontière est projetée sur l'écran. L'aire décrite par cette frontière est balayée pixel par pixel. La localisation des points de la surface 3-D qui se projettent sur ces pixels est ensuite estimée. Finalement, la normale en ce point détermine la couleur du pixel.

##### 1.5.1.1.2. Objets définis de manière explicite

Les objets ne sont plus définies analytiquement. Leur perception -leur visualisation- est le résultat de la projection sur l'écran des différents échantillons. La grille 3-D est parcourue voxel par voxel. Chaque voxel est projeté sur l'écran. Cette projection est rarement localisée exactement sur un pixel.

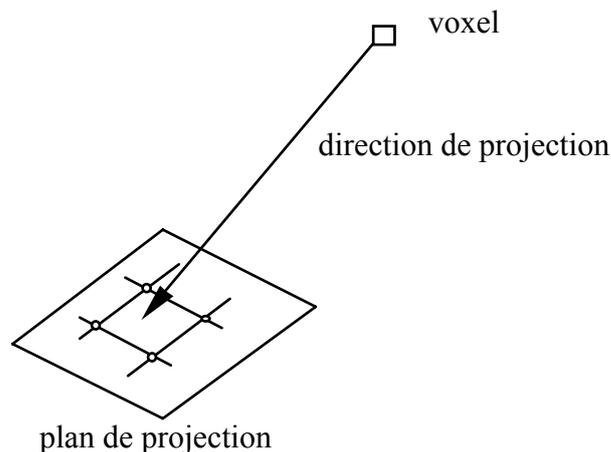


figure II-4  
Projection d'un voxel sur l'écran

Il existe plusieurs façons d'assigner les valeurs associées au voxel (valeurs, ombrages, profondeur) aux pixels de l'image. Outre l'attribution des valeurs du voxel au pixel le plus proche, [Jin91] propose deux méthodes :

-l'attribution des valeurs du voxel au quatre pixels adjacents par extrapolation bilinéaire ;

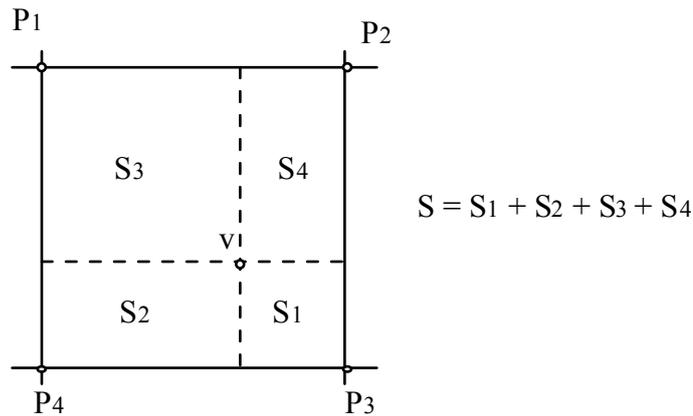


figure II-5  
Extrapolation bilinéaire

$$f(p_i) = (S_i/S) \cdot f(v)$$

où :

$p_i$  est le pixel  $i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) ;

$S_i$  la surface du rectangle comme indiqué sur la figure II-5.

$S$  la surface totale délimitée par les quatre pixels.

-l'attribution de la valeur à un certain voisinage.

La valeur affectée au pixel dépend des valeurs du voxel pondérées proportionnellement à l'inverse de l'exponentielle de la distance.

#### 1.5.1.1.3. Gestion des occlusions

Les morceaux de surface (ou les voxels) peuvent être cachés complètement ou partiellement par d'autres primitives plus proches de l'observateur. Il existe différentes solutions selon le type de la représentation. Deux grands principes ressortent : (1) le classement des entités sur l'écran pendant la projection ou bien (2) le classement des primitives selon leur éloignement avant projection (Depth Sort).

La technique du Z-Buffer (mémoire de profondeur) illustre le premier principe. La distance entre le point de surface (ou le voxel) et le plan image est stockée sur une mémoire associée à l'écran. Cette mémoire permet de discriminer les différents éléments le long de la ligne de vision (les plus proches cachant les autres). Pour une question de taille mémoire seule la localisation du point le plus proche est inscrite sur le Z-Buffer. La position d'un nouveau point est comparée à celle mémorisée sur le Z-Buffer. Si ce point s'avère plus proche, le pixel et le Z-Buffer sont remis à jour.

Le deuxième principe est par exemple appliqué à une base de voxels par le mode de balayage de la base de données. La projection Back-to-Front (BTF) [Frieder85] impose un parcours des données du point le plus éloigné de l'écran vers le plus proche. Ainsi, chaque nouveau voxel projeté écrase naturellement l'information plus éloignée. Cette technique nécessite l'exploration complète de la base de données.

Le principe inverse Front-to-Back (FTB) [Goldwasser85] parcourt la base de données du plus proche voxel au plus éloigné. La représentation s'arrête quand l'écran est rempli. Cette technique utilise toutefois un Z-Buffer pour ne pas écraser les informations sur l'écran.

Plusieurs points handicapent les projections orientées objets :

- l'ensemble des données est considéré qu'elles soient occultées ou non ;
- l'étape de gestion des occlusions augmente la taille mémoire ou/et le temps de calcul ;
- les données hors écran (clipping) nécessite des traitements supplémentaires ;
- l'information projetée sur l'écran présente des caractéristiques purement locales. La recherche d'une autre information est complexe (ombres portées, inter-réflexion,...).

### **1.5.2. Projection orientée écran - Lancer de Rayons**

Pour cette approche, appelée lancer de rayons, le processus de recherche de l'information a pour origine l'écran. Elle est caractérisée par des rayons lancés du point d'observation à travers l'écran vers la scène. Ces rayons accumulent, durant leur progression, l'information nécessaire à l'attribution de la couleur des pixels de l'écran. Le lancer de rayons gère l'occlusion de façon naturelle : les premières surfaces rencontrées représentent les objets visibles par l'observateur.

Cette technique par les effets qu'elle permet (ombres portées, réflexions et réfractions multiples,... -voir chapitre III) a largement contribué à la réalisation d'images de synthèse réalistes.

Si pour la projection orientée objets toute l'information est fournie à l'écran, les projections orientée écran sont en grande partie dédiées à la recherche de l'information dans la scène.

Pour une scène composée de primitives géométriques l'intersection est estimée de manière analytique. Pour les grilles 3-D de voxels, l'information doit être recherchée pas à pas le long du rayon. Plusieurs méthodes pour cette recherche sont décrites dans la littérature. Les rayons sont représentés par des lignes partant des pixels de l'écran. L'information peut être recueillie :

- lors de l'intersection du rayon avec les différentes coupes de la base de données [Siddon85] [Jin91]. L'information à ce point d'intersection est déterminée soit par l'attribution des valeurs du pixel (nous travaillons coupe par coupe) le plus proche ou bien par interpolation bilinéaire (ou d'ordre supérieur) des pixels voisins de la coupe ou des coupes adjacentes (figure II-6) ;
- par la contribution de la partie du voxel dans le volume entourant le rayon -un parallélépipède rectangle ayant comme base le pixel de départ du rayon [Jin91] (voir figure II-7) ;
- par la recherche des différents voxels traversés par le rayon (voir figure II-8). Ce cas se rapproche de l'extension 3-D du tracé incrémental de lignes élaboré par Bresenham [Fujimoto86] [Troussel87]. Cette approche a pour avantage de n'utiliser qu'une arithmétique entière (addition, soustraction, décalage,...) plus rapide que des traitements

en nombres réels. Cette technique impose toutefois une direction de rayons privilégiée, ce qui augmente la complexité algorithmique ;

-par des incréments réguliers le long du rayon (voir figure II-9). La valeur en ces incréments est déterminée par le type d'interpolateurs. Les plus courants sont soit d'ordre 0 (voxel le plus proche), soit d'ordre 1 (interpolation trilineaire à partir des voxels adjacents).

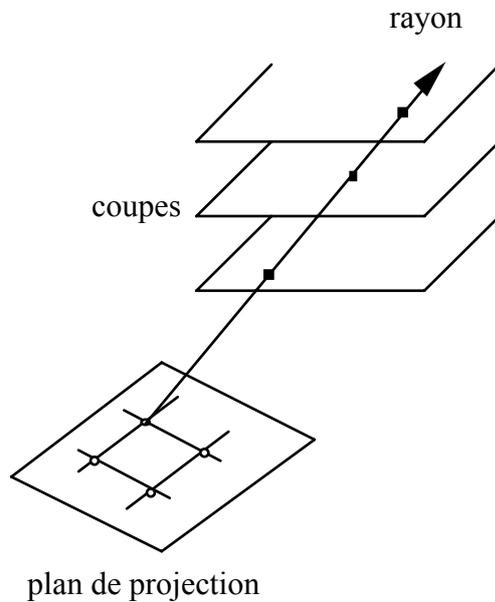


figure II-6  
Intersection rayon/coupes

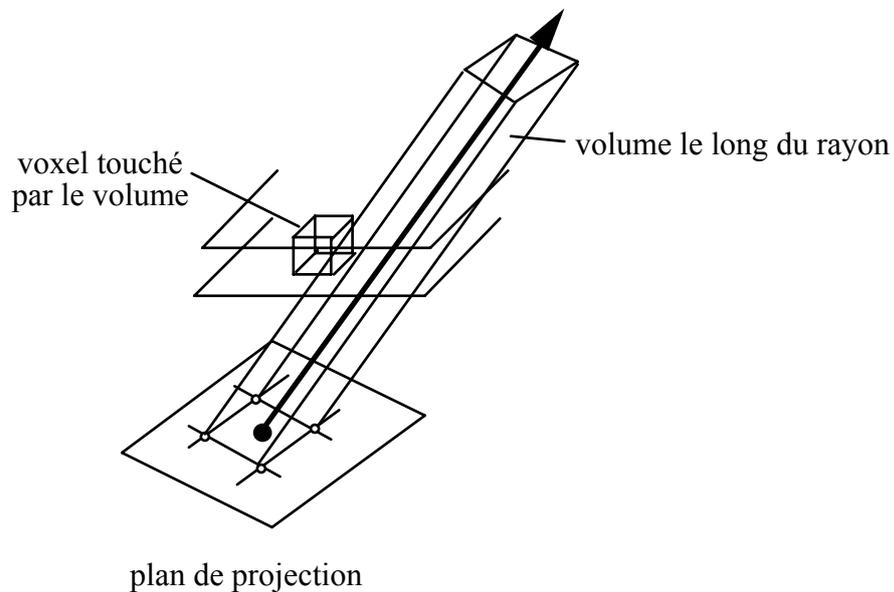


figure II-7  
Contribution du voxel dans le volume du rayon

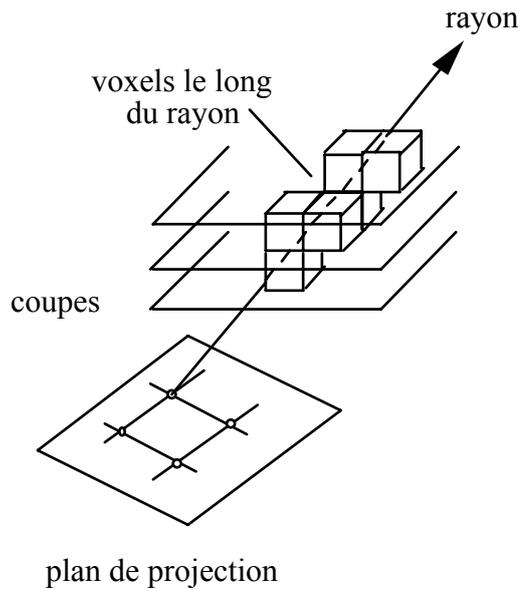


figure II-8  
Rayons entiers

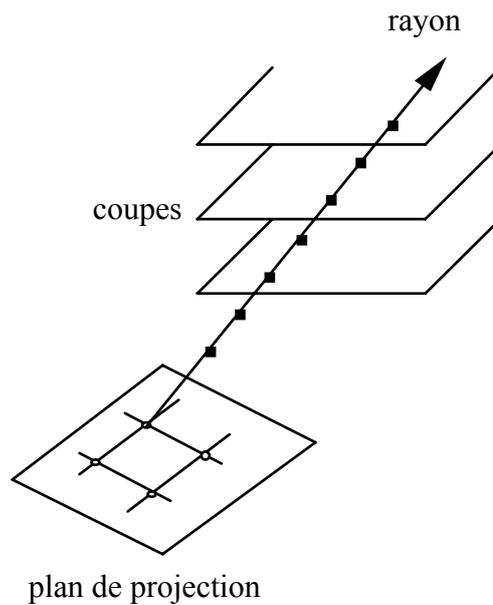


figure II-9  
Incréments le long du rayon

## 1.6. Processus de visualisation tridimensionnelle en imagerie médicale

L'information tridimensionnelle, ou du moins une partie de cette information, doit être visualisée par l'intermédiaire de l'écran. L'image formée n'est donc qu'une réduction de l'information 3D. Différentes solutions visuelles aident à la compréhension de la scène 3D :

-la visualisation des coupes.

L'acquisition est souvent composée d'une série de coupes tomographiques parallèles. L'exploration du volume la plus simple consiste à visualiser spatialement ou temporellement les coupes. Cette mise en parallèle des informations aide le médecin à reconstruire mentalement le volume.

-le reformatage des coupes.

Le volume, échantillonné sous forme de coupes, privilégie une direction. Le reformatage des coupes (par des plans obliques ou sur des surfaces définies interactivement [Robb89]) permet à l'utilisateur de visualiser le volume selon des orientations plus pertinentes au sens de l'anatomie. Ce type de visualisation repose sur les outils d'interpolation 3D.

-la visualisation 3D "directe".

Ce type de visualisation consiste à calculer l'image du volume selon une direction donnée à travers une fonction de transfert. Nous pouvons citer par exemple :

\*la projection et l'intégration sur l'écran de la fonction échantillonnée par les voxels [Jin91].

Cette technique permet la simulation de radiographie avec des points de vue différents, ou l'extraction de régions d'intérêt.

\*la Projection de l'Intensité Maximale (MIP en anglais).

La visualisation de vaisseaux échantillonnés dans une grille 3D (Angiographie IRM) pose des difficultés aux représentations surfaciques. Les diamètres des vaisseaux sont de l'ordre de grandeur de l'échantillonnage. Ce fait entraîne une segmentation malaisée (artefacts "en escalier") et la quasi-impossibilité d'estimer une normale par un opérateur discret. La projection de l'intensité maximale trouvée le long d'une ligne de vue correspond à une segmentation visuelle du vaisseau.

-la visualisation surfacique.

La projection des informations sur l'écran ne permet pas une appréhension directe du volume sur l'écran. La représentation des surfaces (leur position, leur orientation, l'occlusion des surfaces cachées, l'ombrage en fonction de sources d'éclairage,...) donne une image directement interprétable dans le volume. Elle rend une image "naturelle" des objets visualisés et a fait le succès de l'imagerie médicale. Ce mode de visualisation sous-entend une étape de segmentation avant ou pendant la visualisation.

-la représentation volumique

Elle devrait plutôt s'appeler représentation de surfaces par semi-transparence. Ces techniques sont basées sur une segmentation floue des différentes structures. Une opacité est ainsi attribuée à chaque classe de l'image 3D. Les surfaces sont ensuite rehaussées (opacifiées) et les zones homogènes rendues transparentes. L'intégration de l'opacité et de la couleur (représentative de la classe et de l'ombrage) des voxels le long de la ligne de vision produit des images où les diverses structures (leurs surfaces) sont vues par semi-transparence. Cette technique a pour intérêt de présenter et de distinguer entre eux les différents tissus. En outre elle permet la représentation d'organes difficilement segmentables.

-le mouvement

La perception tridimensionnelle est largement améliorée par le mouvement de la scène (ou de l'observateur). D'une part, un mouvement continu aide physiologiquement la perception 3D [Farrel85] [Ney90]. Ainsi, la géométrie d'un arbre vasculaire, visualisé par MIP, ne peut être perçue que par le mouvement.

D'autre part, l'analyse d'un objet en 3D est facilitée par la manipulation directe de la scène par l'observateur. Celui-ci tourne autour de la scène, choisit les points de vue intéressants,... Cette manipulation sous-entend des outils de visualisation interactive (choix du point de vue, calcul rapide d'une image,...).

-la stéréoscopie

La visualisation binoculaire est un des apports les plus importants à la perception tridimensionnelle des objets proches. Les premiers essais d'une telle vision sont relativement anciens. Il s'agit de la représentation en couleurs différentes des deux images sur un même écran et de la séparation des deux images au niveau des yeux par le port de lunettes filtrantes ou polarisées. Les recherches actuelles sont axées sur l'élaboration de récepteurs vidéo de petites tailles, visibles individuellement par chaque œil. Ces récepteurs sont fixés sur la tête du patient [Fisher88] ou sur un support externe présentant de forts degrés de liberté [Bryson92].

-la visualisation totalement interactive

La stéréoscopie, l'imagerie 3D en mouvement associée à des outils de manipulation spatiale (repérage de l'orientation de la vision, capteurs tactiles associés à la main,...) ont permis de plonger l'observateur dans un monde virtuel totalement interactif. L'observateur -plus exactement le manipulateur ou l'acteur- se déplace, interagit dans ce monde. Si ce type d'outils de visualisation est surtout élaboré pour les simulateurs (de vol,...) ou pour les jeux vidéo, il existe néanmoins quelques réalisations dans le domaine scientifique : essais en soufflerie virtuelle [Bryson92], imagerie médicale interactive [Fuchs90],...

Hormis ces trois dernières formes de représentation qui nécessitent un équipement perfectionné et rapide, ces différentes techniques sont présentes (ou le seront dans un futur proche) en routine médicale. La définition des domaines d'utilisation et de l'intérêt clinique font encore l'objet de controverse et doivent être évalués. Dans le domaine de la chirurgie osseuse, Vannier et autres [Vannier89] confrontent les différents modes de représentation et évaluent, sous forme de courbes ROC, leur utilité pour la détection et la caractérisation de synostoses crâniennes et de fractures de la hanche.

## **II.2. Visualisation multidimensionnelle**

Par représentation multidimensionnelle nous entendons la représentation de fonctions ou de données multidimensionnelles, c'est-à-dire leur manipulation et leur visualisation sous un format géométrique et non numérique. Ceci afin d'utiliser la capacité de notre cerveau à percevoir et à comprendre un environnement par l'intermédiaire de la vision.

Nous vivons dans un monde tridimensionnel. Notre esprit a appris à se référer à cette dimension. De cette constatation découle la difficulté à appréhender visuellement des données de dimension supérieure. En réalité, les images, par leur nature même, sont foncièrement bidimensionnelles. Les images de volume ne sont que les projections 2D remises mentalement dans leur dimension d'origine (les indices qui aident à cette reconstruction mentale sont présentés § II-1-1, voir également [Wanger92]). Ceci nous conduit à relativiser l'information 3D traitée par notre cerveau. Notre vision du monde extérieur se restreint à la perception des formes des objets, c'est-à-dire à leur surface (même transparente). La surface peut être considérée comme la frontière du domaine de définition de la fonction caractéristique de l'objet. Seules la couleur et la texture sont représentatives de cette fonction 3-D -limitée toutefois à la seule localisation sur la surface et transformée en fonction de la topologie de cette surface. Notre appréhension du monde 3D se restreint à la perception de surfaces 3D.

La quatrième dimension est souvent perçue à travers une évolution temporelle. Elle est présentée sous la forme d'une série d'images successives juxtaposées ou d'une animation.

La visualisation de données de dimension supérieure sur un écran 2D devient problématique. Aucune solution n'est généralisable.

Par visualisation multidimensionnelle nous incluons la représentation de phénomènes non visuels ou abstraits (forces, pressions, intensités acoustiques ou électriques, températures, vitesses,...). Le passage par le média visuel permet une appréhension plus concrète de tels phénomènes.

Le problème de visualisation multidimensionnelle est posé en termes de recherche de la forme de représentation sur un écran 2D qui permet l'appréhension et la compréhension spatiale d'un phénomène dont les propriétés ou les dimensions dépassent notre capacité de perception.

Le domaine de définition de l'écran comprend un plan discret divisé en surfaces élémentaires (appelées pixels). Le nombre maximal de valeurs supporté par un pixel définit la troisième dimension de l'écran, c'est-à-dire le nombre d'informations différentes (de couleurs) supporté par l'écran. La fonction liant les couleurs à la valeur de l'écran est appelée table de couleurs. Fréquemment un pixel est codé sur huit bits, l'écran ne peut afficher que 256 couleurs simultanément. Si le nombre maximum de couleurs affichées sur l'écran dépend de la résolution de la valeur des pixels, le choix des couleurs affichables est lié à la technologie de la station graphique. La difficulté de la visualisation multidimensionnelle consiste à transcrire au mieux les données à variables multiples dans l'espace borné de la représentation. Cette transcription peut être scindée en trois étapes :

-modèle continu de la fonction multidimensionnelle.

Si les données issues de l'analyse (mathématique ou modélisation de phénomènes physiques,...) sont continues ou discrétisées régulièrement, celles issues de la mesure physique sont localisées au point d'évaluation. Un modèle continu est souvent estimé à partir de cet échantillonnage inhomogène.

-mise en forme des données.

Les données ou les phénomènes multidimensionnels, que nous appellerons par la suite fonction multi-variables, sont généralement de dimensions élevées et modélisées sous un formalisme mathématique abstrait. La visualisation d'une telle fonction nécessite une transcription dans une dimension compréhensible visuellement.

-la représentation des données.

Le modèle précédent est adapté à la dimension spatiale du plan image. Les différentes ressources de cet écran sont mises en oeuvre afin de représenter le maximum d'informations sur la fonction multi-variables.

## **2.1. Modèles continus de la fonction multi-variables**

Ce cas se présente en majeure partie lors de la mesure de phénomènes physiques. Les différents capteurs (pressions, températures, champs électriques,...) sont dispersés dans le champ de mesure. Chaque capteur est caractérisé par sa localisation spatiale. La (ou les) fonction physique mesurée est échantillonnée spatialement et relativement à la position des capteurs. La fonction est caractérisée par des variables indépendantes (la localisation spatiale, le temps) et par une variable dépendante (la mesure, la fonction  $F$ ). Une mesure est généralement un phénomène spatio-temporel (3D+T). Les mesures de phénomènes multiples sont considérées comme autant de fonctions indépendantes. Une donnée volumique temporelle est caractérisée par une fonction  $F$  liée à la localisation spatiale et temporelle. Celles-ci peuvent être vues comme un point dans l'espace 3D,  $\mathbf{p} = (x, y, z)$ , à un instant  $t$  donné. La modélisation continue peut se formaliser par la recherche de la fonction  $F(\mathbf{p}, t) = F(x, y, z, t)$  approchant au mieux les échantillons de mesure  $(x_i, y_i, z_i, t_j, F_{ij})$  où  $i=1, \dots, N$  est le nombre de capteurs et  $j$  représente le numéro de l'échantillon temporel. Le passage à des fonctions de degré inférieur est obtenu :

\*par la constance d'un des paramètres indépendants.

$F(x, y, z)$  pour des données uniquement volumiques (en fait  $F(x, y, z, t_0)$  avec  $t_0 = \text{cst.}$ ) ou  $F(x, y, t)$  pour une image 2D dynamique.

\*les paramètres indépendants peuvent être liés entre-eux. Ce cas est illustré par les fonctions surfaciques  $F(x, y, z, t)$  obtenues à partir de  $(x_i, y_i, z_i, t_j, F_{ij})$ ,  $i=1, \dots, N$  où  $\mathbf{p}_i = (x_i, y_i, z_i) \in D$ ,  $D$  représente le domaine de mesures, la surface dans notre cas.

Pour la modélisation d'une fonction portée par une surface, la connaissance ou non du domaine influe sur le modèle de la fonction. Les deux aspects de la représentation surfacique sont donc : (1) la définition du modèle de surface 3D et (2) l'interpolation (la modélisation continue) de la fonction sur la surface définie par (1).

### 2.1.1. Modélisation de données volumiques

L'ensemble des données  $(x_i, y_i, z_i, F_i)$ ,  $i=1, \dots, N$  est souvent échantillonné dans l'espace de manière arbitraire. La modélisation part de cet échantillonnage inhomogène. Différents schémas d'interpolation sont présentés dans la littérature. Ils sont de degré 1 -linéaires- (la contribution des différents points de données est pondérée par l'inverse de la distance entre le point à interpoler et les points de mesure) ou basés sur des modèles d'ordre supérieur. Nielson et autres [Nielson91] proposent l'interpolation multiquadratique 3D formulée par Hardy et Goepfert :

$$F(\mathbf{p}) = \sum_{i=1}^N \alpha_i \left( \|\mathbf{p} - \mathbf{p}_i\|^2 + R^2 \right)^{1/2}$$

où :

$R^2 > 0$  est une constante;

$\mathbf{p} = (x, y, z)$  un point en 3D

$$\|\mathbf{p} - \mathbf{p}_i\|^2 = (x-x_i)^2 + (y-y_i)^2 + (z-z_i)^2$$

Les coefficients  $\alpha_i$  sont estimés par la résolution d'un système de N équations à N inconnues :

$$A.\alpha = F$$

où :

$$A = (a_{ij}) = \left( \|\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j\|^2 + R^2 \right)^{1/2} ;$$

$$\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N)^T ;$$

$$F = (F_1, F_2, \dots, F_N)^T.$$

Le passage d'une fonction spatiale à une fonction spatio-temporelle suit le schéma suivant :

$$F(\mathbf{p}, t) = \sum_{i=1}^N \alpha_i(t) \left( \|\mathbf{p} - \mathbf{p}_i\|^2 + R^2 \right)^{1/2}$$

avec :

$$A.\alpha(t) = F(t)$$

Nielson et al. proposent également des solutions dans les cas où le nombre de points est élevé ou quand la mesure est bruitée.

La modélisation à partir de données échantillonnées régulièrement en grille 3D est plus aisée. Les schémas d'interpolations classiques paramétriques (trilinéaires, splines,...) s'appliquent aisément.

### **2.1.2. Modélisation de fonctions surfaciques**

Les données se présentent sous la forme  $(x_i, y_i, z_i, F_i)$ ,  $i=1, \dots, N$  où  $\mathbf{p}_i = (x_i, y_i, z_i) \in D$ ,  $D$  représente une surface.

La modélisation peut être dissociée en deux problèmes :

- la modélisation de la surface à partir de  $(x_i, y_i, z_i)$ ,  $i=1, \dots, N$  ;
- la modélisation de  $F(x, y, z)$  sur le modèle de surface précédent.

#### 2.1.2.1. Modélisation de la surface

Deux cas se présentent à nous :

- le domaine de la fonction (la surface) est connu par une mesure topologique.

En imagerie médicale, ce cas est typique de la multimodalité. L'acquisition fonctionnelle 3D (PET, SPECT) est associée (par recalage) aux structures morphologiques. L'information de volume ou de surface est directement extraite de ce dernier type d'imagerie.

- la surface est modélisée à partir des points de mesures.

La seule information sur la surface concerne la localisation spatiale des points 3D de mesure. La surface est donc décrite à partir de ce nuage de points. Le choix d'un modèle dépend :

- \*du nombre de points de mesure disponibles ;
- \*de leur disposition spatiale (leur répartition) ;
- \*de la complexité géométrique accordée au modèle.

Parmi les différents modèles de surface citons des plus simples aux plus complexes :

- \*les primitives géométriques ajustées au nuage de points (sphère, ellipsoïde,...) ;
- \*la modélisation planes (facettes) ;
- \*les surfaces paramétriques (splines dans le cas d'une répartition relativement régulière des points, splines "plaques minces" ou snakes 3D de surface pour une dispersion irrégulière) ;
- \*la modélisation par des surfaces implicites,...

#### 2.1.2.2. Modélisation de la fonction sur la surface

La forme et le degré de complexité de la surface influent sur le choix du modèle d'interpolation.

Les fonctions appliquées sur des primitives géométriques simples ou sur des surfaces implicites bénéficient de la forme analytique de la surface. La modélisation de fonction sur des sphères a fait l'objet d'études récentes. Voir [Pottmann90] par exemple.

L'échantillonnage régulier des surfaces paramétriques est souvent utilisé pour l'interpolation paramétrique de la fonction. Si  $(u, v)$  sont les paramètres de l'échantillonnage avec  $x(u, v)$ ,  $y(u, v)$  et  $z(u, v)$  la surface, la fonction est calculée par  $F(u, v)$ .

L'interpolation sur des surfaces formées par une liste de facettes ou une liste de points de surface est plus problématique. La décomposition en éléments fait perdre la notion globale de surface. L'interpolation nécessite soit une modélisation supplémentaire sous

forme analytique (ou paramétrique), soit une recherche de la corrélation spatiale entre les différents éléments de surface et les points de mesure.

Les propos précédents concernent des fonctions échantillonnées de manière ponctuelle. Certaines appareils de mesures recueillent des signaux de dimensions spatiales supérieures (capteurs linéaires ou surfaciques). La modélisation spatiale de ces fonctions suit un schéma identique à celle effectuée à partir de données ponctuelles. Les domaines de mesure peuvent toutefois se recouper. Des problèmes de recalage entre capteurs doivent être résolus avant toute modélisation. Voir par exemple [Rosenblum89] en visualisation océanographique.

## **2.2. Mise en forme des données**

La fonction numérique de dimension  $n$  doit être mise sous forme visualisable, c'est-à-dire compréhensible par la vision humaine. En 3D, les primitives perçues par l'oeil sont : les volumes par intégration en semi-transparence des éléments internes et les surfaces 3D des objets. Une image 2D peut également être visualisée sous forme de surfaces (représentation appelée  $2^{1/2}D$ ). En 2D, seules les primitives sous forme d'une image sont représentées. La différenciation 2D/3D ne concerne pas le média de visualisation, purement 2D, mais s'applique à la dimension de la modélisation des données sous la forme visualisable avant projection sur l'écran.

### **2.2.1. Représentations volumiques**

Par représentation volumique nous entendons la transformation des données multi-variables en un volume visualisé par l'intégration des différents éléments le long des lignes de visée. Cette forme de vision se rapproche de la représentation volumique décrite au § III-1-1-3. La formule énoncée par Krüger (§ III-1-1-3) est parfaitement adaptée à la modélisation des fonctions multi-variables pour une visualisation volumique. La modélisation consiste à interpréter les paramètres de la formule (atténuation, distribution, sources internes,...) par rapport aux variables de la fonction.

La plupart des auteurs restreignent le nombre de paramètres attribués au volume à cinq : trois de localisation, un de couleur et un appelé opacité ou transparence.

Cette technique est souvent appliquée à des fonctions 3D du type  $(x, y, z, F(x, y, z))$ . Les couleurs et les opacités sont attribuées aux différents éléments de volume après une classification de la fonction  $F$ . Les paramètres de cette classification sont principalement fixés de manière interactive. Couleur et opacité sont attribuées aux différentes classes de la base de données en fonction d'une prévision de résultat visuel.

Les domaines scientifiques intéressés par cette technique de visualisation sont nombreux. Citons : la visualisation de molécules à partir de cartes de densité électronique simulée [Wolfe92] ou mesurée par diffraction par rayons X [Levoy88] [Godsell89], celle de données sismiques [Wolfe88], l'analyse de mesures ou de modèles physiques atmosphériques [Hibard89] [Upson88],... Les applications en imagerie médicale ont été présentées précédemment au § III-1-5-2.

L'intégration des couleurs et des opacités donne toutefois des images difficiles à interpréter. Elle gomme toute sensation de volume et les différentes régions translucides sont superposées. Dans le cas de fonctions 3D représentant plusieurs structures, la solution

consiste à rendre plus transparentes les régions homogènes et plus opaques les frontières (par la pondération du facteur d'opacité en fonction du gradient 3D). L'image résultat est composée des différentes surfaces (frontières des régions) vues en semi-transparence les unes par rapport aux autres.

Les techniques de représentation volumique ont pour principal inconvénient d'être relativement lentes (quoique les recherches récentes d'implantation de ces algorithmes sur machines spécialisées annoncent des temps de 3 images par seconde pour la visualisation de bases de données de  $128^3$  voxels [Fuchs89]). Cette lenteur (sur les stations de travail standards) est préjudiciable à l'interactivité, surtout pour le choix des correspondances entre données multi-variables et paramètres de vision.

Certaines solutions, permettant de visualiser des données volumiques de manière simple et rapide (donc interactive) sont décrites dans [Nielson91]. Ces données se présentent sous la forme d'une grille 3D. La valeur de cette fonction échantillonnée est visualisée par une couleur.

-la méthode appelée "tiny cubes" revient à décomposer la base de voxels en une série de cubes disjoints, séparés entre-eux par un espace. La couleur des faces de ces cubes est attribuée en fonction des voxels contenus dans les cubes. L'espace vide entre cubes permet de visualiser les différents niveaux de la base de données, entre autres les cubes localisés à l'intérieur de la base. L'échantillonnage de ces cubes dans la base de données (nombre de cubes, espace entre ces cubes) est choisie interactivement et permet l'exploration des données.

-la méthode appelée "vanishing cubes". La base de données est divisée en  $N_x \times N_y \times N_z$  plans perpendiculaires entre-eux. Ces intersections décomposent chaque plan en facettes (rectangles) semi-transparentes. Une couleur est attribuée à ces facettes en fonction de la valeur de  $F(x, y, z)$ . La semi-transparence permet la visualisation de l'ensemble de la fonction 3D. L'opérateur agit sur le nombre de plans par côtés et par le réglage interactif de la transparence.

### **2.2.2. Représentations surfaciques**

Nous devons discerner deux types de surface : la surface d'un objet 3D et la représentation en  $2^{1/2}D$  d'une image 2D.

#### **2.2.2.1. Surface d'un objet 3D**

Une fonction volumique peut être représentée par une succession d'iso-surfaces. Une surface d'iso-valeurs est l'extension 3D des courbes de niveau utilisées en cartographie topologique et météorologique. Pour une fonction 3D donnée, une surface d'iso-valeurs est l'ensemble des points de la fonction qui possèdent la même valeur. Elle peut être extraite par des algorithmes du type Marching-Cube [Lorensen87] ou par représentation volumique (les voxels de l'iso-surface sont opaques, les autres transparents [Levoy88]).

Certains algorithmes proposent d'extraire des données 3D plusieurs iso-surfaces - correspondant chacune à une valeur de la fonction. Une couleur différente est attribuée à chacune d'elles. La visualisation est finalement réalisée par semi-transparence.

Une surface peut également mettre en valeur l'évolution de données dans le volume (visualisation des couches d'air dans l'atmosphère, l'évolution 3D d'un filet d'air ou d'eau en mécanique des fluides [Helman91],...).

Dans le but de visualiser une fonction confinée dans un espace 3D, Payne et Toga [Payne90-92] proposent l'idée suivante : le volume est stratifié en diverses surfaces, puis la fonction est représentée sur ces surfaces internes. Ces surfaces sont construites à partir d'une technique appelée champ de distance (Distance Field). Prenons la surface externe d'un objet. Le champ de distance par rapport à cette surface est constitué par l'attribution à chaque point de l'espace 3D de la distance minimale entre ce point et la surface. Le champ de distance permet de définir des surfaces à iso-distance de la surface externe. Un objet est ainsi décomposé en couches d'iso-distance.

La visualisation d'hyper-surfaces (surfaces de dimension supérieure à 3) est fréquemment réduite à des représentations de surfaces 3D. Pour une hyper-surface de dimension 4  $-F(x, y, z, w) = 0$ , la solution consiste à fixer une des variables,  $w=w_0$  par exemple, et à visualiser  $f(x, y, z, w_0) = 0$  [Bajaj90]. Les courbes obtenues en faisant varier  $w$  sont visualisées simultanément sur le même écran donnant ainsi une idée de l'hyper-surface 4D. [Hanson92] propose de projeter une surface de dimension 4 dans un volume 3D (extension de la projection de surfaces 3D sur l'écran 2D) puis de visualiser la surface de cette projection 3D.

#### 2.2.2.2. "Surface" d'une image (image $2^{1/2}D$ )

L'image 2D  $f(x, y)$  est considérée comme une surface définie par les points 3D  $(x, y, f(x, y))$ . Les résultats de certaines applications sont plus facilement interprétables sous la forme  $2^{1/2}D$  que sous celle d'une image en couleur ou niveau de gris [Robertson91]. Les variations dans l'image se traduisent en pics et en creux. L'illumination, les ombres portées qu'elle procure, rehaussent la perception de la topologie de la surface.

Dans le cas de deux fonctions liées aux mêmes paramètres  $-f(x, y)$  et  $g(x, y)$ -, une des fonctions peut être représentée en tant que surface  $(x, y, f(x, y))$ , la deuxième peut exprimer une couleur sur la surface précédente  $g(x, y, f(x, y))$ .

Les fonctions multi-variables sont également représentables par des surfaces  $2^{1/2}D$ . Ferner et Beshner [Ferner90] proposent pour la visualisation de surfaces multi-paramétriques de diviser le référentiel à  $n$  dimensions en hiérarchie de référentiels de dimension 3. Les référentiels "extérieurs" permettent de fixer des constantes dans les variables. Seuls les volumes associés au référentiel "intérieur" sont variables et servent à représenter les courbes en  $2^{1/2}D$ . L'intérêt de la méthode réside dans l'interactivité qui facilite l'attribution des valeurs constantes aux variables "extérieures".

Le principe énoncé pour les images  $2^{1/2}D$ , selon lequel une valeur  $f(x, y)$  est représentée par une hauteur, s'adapte également pour la représentation de fonctions sur une surface. Foley et autres [Foley90] présentent différentes solutions pour la visualisation de fonctions sur une sphère dont certaines sont basées sur le principe cité ci-dessus.

### **2.2.3. Représentation 2D**

L'image 2D, par sa simplicité même, présente un intérêt non négligeable pour la visualisation et l'exploration de fonctions multi-variables.

L'exploration de fonctions 3D par des plans de coupes manipulés interactivement est aisée et très rapide. Elle est encore largement utilisée.

La visualisation de fonctions à  $n$  dimensions peut être effectuée sur une image 2D en fixant des variables constantes ou en imposant une hiérarchie dans l'échantillonnage des axes [Mihalin91]. Comme dans toute structure hiérarchique, le résultat est dépendant de l'ordre d'examen des variables.

## **2.3. Représentation des données modélisées**

Nous ne nous attarderons pas sur les techniques d'intégration et de projection de données sur l'écran. Nous allons tâcher de définir les caractéristiques de l'image résultat qui conduisent à une discrimination optimale entre primitives, de la description et de l'interprétation de la fonction représentée sur l'écran. Les éléments géométriques qui contribuent à la formation des images sont (1) des primitives de type surface (c'est-à-dire des régions de l'écran caractérisé par une **couleur**) ou (2) celles de type **ligne** (contours de surfaces, lignes topologiques).

### **2.3.1. Couleur**

L'information portée par le pixel est traduite sur l'écran par une couleur. En fonction du modèle projeté sur l'écran, cette couleur a différentes interprétations. Pour un modèle de type image, la couleur est représentative de la fonction visualisée. La table de couleurs doit être axée sur la discrimination maximale entre valeurs de pixels proches. Pour un modèle de type surface, la couleur est consacrée à l'ombrage, c'est-à-dire à la traduction de l'orientation des portions de surfaces en information visuelle. Les représentations de fonctions sur une surface ou les représentations volumiques doivent mêler ces deux interprétations de la couleur : variation de couleur liée à la fonction et celle liée au rendu de surface.

#### **2.3.1.1. Table de couleurs**

Par table de couleur nous entendons un chemin 3D dans l'espace des couleurs. Le nom de table se réfère à la table de transcription entre la fonction et ce chemin.

L'espace des couleurs sur les stations graphiques est fréquemment référencé en coordonnées RGB (Red-Green-Blue ou RVB Rouge-Vert-Bleu). Cet espace RGB est particulier à l'écran et à ces phosphores. Cet espace est cubique, référencé sur chaque axe de 0 à 1. (0, 0, 0) représente le noir, (1, 1, 1) le blanc, (1, 0, 0) le rouge saturé,... Une table en couleur de gris peut être extraite de  $(x, x, x)$  où  $0 \leq x \leq 1$ . Ce référentiel est loin d'être optimal en ce qui concerne la discrimination entre couleurs et la possibilité de création de tables de couleurs. En fait toute manipulation interactive pour choisir une succession de couleurs est extrêmement mal aisée.

Une échelle de couleurs est caractérisée par sa résolution, par sa dynamique de nuances perceptibles et par le schéma d'interprétation de cette suite de couleurs : interprétation scientifico-intuitive (luminosité, saturation ou échelle liée à la couleur du métal en fusion) ou à perception sociale de ces couleurs (arc-en-ciel, chaud/froid, rouge-bleu ou plus simplement les échelles en noir et blanc).

La résolution de la table de couleurs ne dépend que de la technologie.

Le choix de la dynamique et du schéma d'interprétation nécessite l'emploi d'espaces de couleurs liés à la perception humaine et de surcroît aisés à manipuler. L'espace RGB ne répond à aucune de ces conditions.

La couleur est le reflet de la longueur d'ondes -de l'énergie- du rayon lumineux. Toutefois, il n'y a pas adéquation entre l'énergie lumineuse et le spectre visible par l'oeil. Des espaces de perception uniforme de la couleur ont fait l'objet de propositions de la Commission Internationale de l'Eclairage (CIE) tels l'espace CIELAB recommandé pour une image faisant intervenir des réflexions de la lumière et le CIELUV pour les sources de lumières additives (la référence citée sur ces espaces est [CIE78]). Par espace de perception uniforme nous entendons un espace où la répartition des couleurs, au lieu d'être une fonction uniforme de la longueur d'onde, est calibrée à la perception des couleurs par l'oeil.

Toutefois, pour des facilités d'utilisation, ces différents espaces sont fréquemment transformés sous forme de variables qui possèdent une signification dans la perception des couleurs, telles la teinte (Hue), la luminosité (Lightness) et la saturation (Saturation). L'espace HSL est souvent représenté sous forme de coordonnées cylindriques (ou bi-coniques) : L représente l'axe du cylindre, S le module entre le point et l'axe et H l'angle autour de l'axe. Un espace HSL peut être associé à chaque espace de couleur.

La définition de tables de couleurs est étroitement liée à l'espace des couleurs. Les tables de couleurs les plus couramment utilisées repose sur des approches intuitives. Citons les tables en niveau de gris (non linéaires  $C = RGB(x, x, x)$ , linéarisées  $C = LUV(x, 0, 0)$  où  $x$  est échantillonné régulièrement), le spectre des couleurs -appelé également arc-en-ciel- ( $C = HSL(x, a, b)$ , où  $a$  et  $b$  sont des constantes), les tables basées sur la couleur d'objets chauffés (cf [Levkowitz92] pour cette correspondance),... Les lecteurs peuvent trouver des comparaisons entre ces tables dans [Ware88]. Des tables qui présentent des dynamiques optimales dans le sens de séparation ou de discrimination des couleurs ont fait l'objet de recherches récentes [Robertson86] [Levkowitz92]. Paradoxalement, comme le montre Levkowitz, de telles tables de couleurs peuvent présenter de moins bons résultats en ce qui concerne la discrimination de données que certaines tables mieux adaptées à une tâche précise ou à l'histoire socio-culturelle des personnes tests.

Il est à noter que les tables de couleurs sont également utilisables dans la représentation de deux facteurs dans le même domaine ( $f(\mathbf{r}), g(\mathbf{r})$ ) [Robertson86-88].

La définition de tables de couleurs est essentielle pour la visualisation de fonctions. Cependant, elle est délicate et peut créer des artefacts dus à l'interprétation socio-culturelle des couleurs ou à la variation brutale des couleurs sur la table qui fait ressortir des frontières inexistantes dans des zones continues.

### 2.3.1.2. Représentation des surfaces

Les différentes équations d'ombrage présentées au chapitre III gèrent la variation de la couleur d'une surface en fonction des couleurs d'éclairage et de l'orientation de la surface. Les tables de couleurs associées aux écrans doivent être capables d'engendrer cette palette de couleurs. Celle-ci est réduite par l'hypothèse d'éclairage en lumière blanche. Dans ce cas, la teinte de l'élément de surface reste invariante. Seule la luminosité et la saturation varient.

Sous cette contrainte, nous considérerons le schéma suivant de représentation de fonction sur une surface. Les teintes (Hue) des éléments de surface sont définies par les valeurs de la fonction. La représentation spatiale, le rendu 3D de la surface sont simulés par une variation en luminosité (L) et saturation (S) des couleurs des éléments de surfaces. Ce schéma peut être étendu également aux représentations de volume.

### 2.3.2. Lignes topologiques

Différentes interprétations peuvent être attribuées à la ligne dans l'image résultat :

-la ligne d'iso-valeur.

Ce type de lignes se substitue à la couleur pour la représentation d'une fonction. Si la fonction est continue dans son espace de définition, les points de valeurs égales sont reliés entre-eux par une ligne, la ligne d'iso-valeur. Les lignes de niveau en cartographie sont des lignes d'iso-hauteur. Le tracé de telles lignes n'est pas restreint à l'imagerie plane, elle permet également la représentation de fonctions sur des surfaces 3D.

L'interprétation de la fonction à partir de lignes est plus délicate que celle issue d'une représentation en couleur. Elle demande un effort d'abstraction plus élevé. La nature différente des deux techniques autorise leur association pour la représentation de deux fonctions dépendantes du même domaine ( $f(\mathbf{r})$ ,  $g(\mathbf{r})$ ).  $f$  est visualisé en couleurs et  $g$  par des lignes, par exemple.

Une application différente consiste à rehausser certaines propriétés de surface ( $2^{1/2}D$ , 3D) après intersection de cette surface et une primitive géométrique. Rappelons simplement que l'intersection entre deux surfaces est une courbe.

-la ligne de surface.

Nous avons vu précédemment la difficulté de représentation de fonctions sur une surface 3D. L'information de surface peut être rehaussée par des lignes ou des quadrillages épousant la surface (référentiel géodésique pour une sphère,...) ou marquant les arêtes [Saito90]. La stratégie suivante est concevable : la fonction appliquée sur une surface est représentée par des couleurs, alors que la surface (son orientation, sa forme) est rendue par des lignes 3D.

## **2.4. Visualisation scientifique**

La liste précédente des différents éléments qui entrent en compte dans la représentation de fonctions multi-variables est loin d'être exhaustive. Chaque application donne lieu à des solutions particulières de modélisation et de segmentation. Le choix entre les différentes approches est souvent intuitif ou le résultat de tâtonnements. Certains auteurs, tel Robertson [Robertson91], proposent des méthodologies pour le choix de la représentation. Celle de Robertson repose sur différentes étapes qui guident le choix final :

-l'extraction des structures et de la nature de chaque variable.

Sa dimension, son type (ordinal, nominal, discret/continu,...).

-l'interprétation des variables.

Les relations entre elles (variables liées/indépendantes) et leurs interprétations physiques.

-le but de l'interprétation.

Ceci permet de définir l'attribut appliqué aux données (valeur ponctuelle, distribution locale ou globale), les corrélations entre les attributs des différentes variables, leur importance relative (ordre de priorité) et les formes de représentation en fonction de l'objectif.

-la modélisation et la représentation en fonction des buts indiqués par l'étape précédente.

Robertson suggère dans un premier temps d'élaborer une représentation qui optimise les contraintes et les priorités de l'analyse, puis d'élargir cette représentation en fonction des buts de la représentation en autorisant des manipulations interactives dans l'ordre des priorités et des choix de représentation.

De telles techniques permettent de guider le choix de l'utilisateur ou servent de règle pour des applications en intelligence artificielle. Certains travaux ont déjà portés sur la modélisation des traitements [Upson89].



## **CHAPITRE III**

# **LANCER DE RAYONS**

Parmi les différentes formes de représentation décrites au chapitre précédent, nous nous sommes intéressés en particulier à la technique de lancer de rayons. La projection orientée objet répond en effet aisément aux demandes des praticiens et à l'ensemble des manipulations requises. L'écran (d'où part la projection) forme l'intermédiaire entre objet et utilisateur.

Le premier paragraphe de ce chapitre est une revue de l'état de l'art dans la technique de lancer de rayons. Il présente les différents principes de la visualisation et des techniques d'accélération du lancer de rayons tous domaines d'application confondus.

Un nouveau concept "le lancer de rayons multi-fonctions" est présenté dans le deuxième paragraphe. Le lancer de rayons multi-fonctions est une généralisation de la technique du lancer de rayons dans un objectif de visualisation et de traitement de bases de données 3D médicales. Le cadre général est basé sur la combinaison de différents algorithmes le long du rayon. Quatre applications particulières sont présentées afin de montrer les avantages d'une telle combinaison.

La notion de multi-fonctions facilite et améliore les diverses applications à usage médical en contre-partie d'un ralentissement du temps de calcul d'une image. Le dernier paragraphe propose une technique, le lancer de rayons avec incrément spatial, qui accélère le temps de synthèse dans le cas de séquences d'images.

### **III.1. Lancer de rayons - études bibliographiques**

La perception -la vision- que l'homme a du monde extérieur provient des différentes stimulations lumineuses de l'oeil, stimulations provoquées par les photons émis, réfléchis ou transmis par l'environnement.

L'idée de la technique de synthèse d'images par lancer de rayons direct consiste à suivre les photons des sources lumineuses jusqu'à l'utilisateur. En reprenant le modèle de vision décrit chapitre II § 3-2, l'image est construite en fonction des photons traversant l'écran et atteignant l'oeil fictif.

Les rayons lumineux -les photons-, prennent naissance obligatoirement d'une source lumineuse (soleil, lampe, etc...). Ces photons peuvent dans la plupart des cas, soit être dispersés ou absorbés, soit atteindre directement l'oeil, ou soit y accéder après réflexion, transmission ou absorption partielle sur les différents objets de la scène selon leur nature physique.

Pour le lancer de rayons direct, l'objectif est de suivre la progression du photon de son lieu de création jusqu'au point d'observation (s'il l'atteint). Cette opération est répétée pour tout photon créé jusqu'à la formation complète de l'image.

Cette technique est toutefois impossible à appliquer dans la pratique. Chaque seconde, une source lumineuse émet des millions de photons de fréquence et de direction différentes. Trop peu de ces photons atteignent l'oeil, à travers l'écran, avec suffisamment d'énergie pour contribuer à la formation de l'image (les autres sont soit dispersés, soit absorbés). Le suivi de tous les photons, utiles ou non, rend le calcul de l'image excessivement coûteux en temps de calcul.

Une solution plus réaliste consiste à inverser ce problème afin de ne considérer que les photons qui contribuent à la formation de l'image -ceux qui atteignent l'oeil fictif à travers l'écran. Il suffit pour cela de suivre le cheminement inverse des photons du point d'observation vers les sources lumineuses.

Le principe du lancer de rayons inverse est le suivant : des rayons sont lancés du point d'observation vers la scène en traversant le plan image. Ces rayons seront suivis jusqu'aux sources lumineuses. Ainsi seuls les rayons "utiles" à la formation de l'image sont considérés. Comme le lancer de rayons direct est difficile, voire impossible, à mettre en oeuvre, le terme "lancer de rayons" correspond, en infographie, uniquement au lancer de rayons inverse. La différence entre inverse et direct illustre les deux manières d'appréhender la technique du lancer de rayons. Le lancer de rayons direct est avant tout focalisé sur la détermination de la couleur de l'écran, nous pouvons également l'appeler lancer de rayons passif. Il représente un outil d'ombrage. Le lancer de rayon inverse doit aller à l'encontre de la scène et des sources lumineuses (lancer de rayons actif). Il peut être considéré comme un outil de recherche de l'information contenue dans cette scène. Le terme de lancer de rayons est associé dans la littérature à une technique évoluée d'ombrage. En imagerie médicale, par contre, le lancer de rayons est principalement une quête d'informations.

La première partie de ce paragraphe décrit les différentes techniques d'ombrage (y compris le lancer de rayons dans son appellation classique). La géométrie du rayon et l'extraction de l'intersection rayon/objet seront présentées par la suite. Ce paragraphe se poursuit par une description des techniques d'accélération de lancer de rayons. Ceci permet

de situer la technique du lancer de rayons avec incrément spatial (§III-4). Les applications médicales font l'objet du dernier point de cette étude bibliographique.

## 1.1. Techniques d'ombrage

### 1.1.1. Modèles globaux d'illumination

L'illumination en un point est le résultat de la distribution des photons partant de ce point, distribution qui peut être caractérisée par l'énergie des photons et leur interaction avec le milieu physique depuis la source. Cette caractérisation fait partie d'une classe plus générale posant les problèmes de transport de particules. Le transport de particules [Arvo90] apparaît dans plusieurs domaines -transport de neutrons en physique nucléaire, transport de photons lors de transfert de chaleur,... Dans beaucoup de ces domaines, le transport des particules est décrit par des opérations dérivant de la formule de Boltzmann sur la cinématique des gaz ou de sa formulation linéaire simplifiée. Plusieurs auteurs [Kajiya86] [Immel86] [Krüger90] ont proposé des équations "générales" d'illuminations basée sur cette théorie de transport linéaire de particules. Ces équations définissent l'intensité  $I(x, x'; E)$  comme le nombre de particules d'énergie (de couleur)  $E$  qui partent du point  $x'$  et atteignent le point  $x$ , ou bien  $I(x', s; E)$  l'intensité partant de  $x'$  dans la direction  $s$ .

Indépendamment Kajiya [Kajiya86] et Immel [Immel86] ont proposé un modèle de transfert de particules entre surfaces, modèle où le milieu de propagation n'intervient pas :

$$I(x, x'; E) = \varepsilon(x, x'; E) + \int_S \rho(x, x', x'') I(x', x''; E) dx''$$

où :

$\varepsilon(x, x'; E)$  : énergie (intensité) émise de  $x'$  vers  $x$  ;

$\rho(x, x', x'')$  : fonction de phase de la redistribution. Elle est l'image de la portion de l'intensité de lumière émise de  $x''$  redistribuée à  $x'$  vers  $x$  (cf [Blinn92]) ;

$S$  : représente tout point de la base (surfaces et émetteurs de lumière).

Plus récemment, Krüger [Krüger90] a défini une modélisation de transfert de particules dans un milieu hétérogène et amorphe. Non seulement les surfaces mais également le milieu entre  $x'$  et  $x$  contribuent au transport de lumière :

$$I(x, x'; E) = e^{-\tau(x, x'; E)} \varepsilon(x, x'; E) + \int_x^{x'} e^{-(\tau(x, x'; E) - \tau(x, x''; E))} \left( q(x, x''; E) + \sigma_s(x''; E) \int_V \rho(x, x'', x''') I(x'', x'''; E) dx''' \right) dx''$$

avec :

- $e^{-\tau(x, x'; E)}$  : l'atténuation du milieu modélisée par la loi de Bouguer ;
- $q(x, x')$  : source interne émettant de  $x'$  vers  $x$  ;
- $\sigma_S$  : coefficient de distribution ;
- $V$  : représente l'ensemble des points de la scène.

Ces deux modèles globaux seront repris par la suite.

Ces modèles présentés ainsi sont difficilement exploitables. Les équations globales d'ombrage ne présentent pas de solutions analytiques. Leur résolution numérique est extrêmement lourde à mettre en oeuvre.

Plusieurs méthodes sont toutefois citées pour la résolution approximative de ces modèles globaux d'illumination, telles que le développement en série de Neumann, l'utilisation de méthodes de Monte-Carlo [Kajiya86, Krüger90, Arvo90] ou bien la radiosité [Immel86].

Ces modèles globaux d'éclairage n'ont pour l'instant que peu d'intérêt en imagerie médicale du fait, entre autres, de la lourdeur de calcul. Ils présentent toutefois un cadre permettant de définir les différents modèles approchés d'illumination.

Ceux ci peuvent être classés en deux catégories :

- les modèles surfaciques (pouvant se référer au modèle de Kajiya et Immel). Ces modèles supposent que le milieu de propagation de la lumière est homogène et ne participe pas à la redistribution de la lumière. Le milieu peut atténuer l'intensité lumineuse mais les seules actions sur les rayons lumineux se produisent sur les surfaces des objets ;
- les modèles volumiques où, outre les surfaces, le milieu de propagation agit sur la redistribution de la lumière. Ces modèles peuvent se référer à l'équation proposée par Krüger.

### **1.1.2. Modèles d'illumination surfacique**

Ils essayent d'estimer l'interaction de la lumière avec les différentes surfaces de la scène. Ces modèles supposent donc que les surfaces (leurs localisations, leur normales,...) soient définies ou définissables durant la visualisation [cf chapitre I]. La figure III-1 nous montre le contexte géométrique définissant le calcul d'ombrage.

La plupart des modèles d'illumination sont basés sur certaines approximations du modèle global [Hall86] :

- une source de lumière contribue à l'illumination d'une scène non seulement en tant qu'émetteur d'énergie lumineuse mais aussi en tant qu'émetteur de lumière ambiante dans toutes les directions et endroits de cette scène. Cette lumière ambiante modélise les interactions lumineuses multiples et complexes dans la scène. Elle est généralement considérée comme une constante s'ajoutant aux modèles d'illumination ;
- la contribution d'une source de lumière (en tant qu'émetteur d'énergie) à l'illumination en un point est divisée en deux composantes : diffuse et spéculaire. La composante diffuse

modélise une réflexion ou une transmission d'égale intensité dans toutes les directions de l'espace. La composante spéculaire est une réflexion ou une transmission de la lumière sur une surface polie (focalisée dans une direction) ;

-une dernière simplification est souvent apportée par la décomposition du spectre d'énergie -la couleur- de la lumière en différentes bandes traitées séparément. Typiquement en infographie, la lumière est séparée en trois composantes (Rouge, Verte et Bleue). Les modèles d'illumination sont uniquement appliqués à ces trois fréquences, la couleur finale est obtenue par la recombinaison des différents résultats.

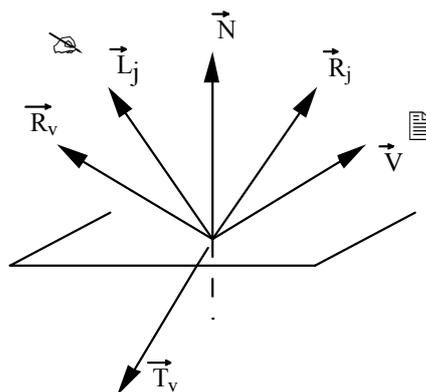


figure III-1  
contexte géométrique de l'ombrage

- $\vec{N}$  : normale à la surface au point d'éclairage ;
- $\vec{V}$  : vecteur unitaire indiquant la direction entre le point de surface et le point d'observation ;
- $\vec{L}_j$  : vecteur unitaire indiquant la direction entre le point de surface et la source incidente  $j$  ;
- $\vec{R}_j$  : vecteur unitaire indiquant la direction principale de réflexion de la source incidente  $j$  ;
- $\vec{R}_v$  : vecteur unitaire indiquant la direction principale de réflexion de l'incidence de vision.
- $\vec{T}_v$  : vecteur unitaire indiquant la direction principale de transmission de l'incidence de vision.

Les modèles d'illumination -les techniques d'ombrages- peuvent être séparés en trois classes [Hall86] : les modèles empiriques, les modèles géométriques de propagation de la lumière et les modèles analytiques.

#### 1.1.2.1. Modèles empiriques

Les premiers modèles d'illumination utilisés en infographie étaient empiriques. Ils peuvent se présenter sous la forme :

$$I(\lambda) = f(d) (\text{ambient} + \text{diffus} + \text{spéculaire})$$

-f(d) est une fonction qui simule l'atténuation par le milieu de la lumière entre l'observateur et la surface à visualiser. d représente la distance observateur/surface. Cette fonction est souvent fixée empiriquement à  $f(d) = 1/d$  ou  $1/d^2$ .

-le terme ambiant est modélisé par l'expression  $k_a(\lambda)I_a$  où :

\* $k_a(\lambda)$  le coefficient de réflexion à la lumière ambiante de la surface. Ce coefficient peut être dépendant de la longueur d'onde  $\lambda$  ;

\* $I_a$  est l'intensité ambiante (constante).

-le terme diffus représente la lumière absorbée par une surface puis rediffusée uniformément dans l'espace. Il est décrit par l'expression  $k_d(\lambda)I_d$  où :

\* $k_d(\lambda)$  représente le coefficient de réflexion diffus de la surface. Il modélise l'absorption par la surface d'une partie du spectre des sources incidentes, c'est-à-dire la couleur de la surface ;

\* $I_d$  correspond à l'intensité diffuse, proportionnelle à l'énergie lumineuse atteignant la surface. Cette énergie est estimée par la loi de Lambert :

$$I_d(\lambda) = \sum_{j=1}^{L_s} (\vec{N} \cdot \vec{L}_j) I_j(\lambda)$$

avec :

$L_s$  : nombre de sources lumineuses,

$I_j$  : intensité lumineuse de la source j.

-le terme spéculaire représente la lumière réfléchiée dans une seule direction par la surface.

Théoriquement cette réflexion spéculaire de la lumière suit la loi de Snell : le rayon réfléchi se trouve dans le plan d'incidence et l'angle de réflexion est égal à l'angle d'incidence. De même la réfraction spéculaire suit la loi de Descartes [Descartes] : le rayon transmis se trouve dans le plan d'incidence et l'angle de réfraction est donné par  $n_1 \cdot \sin\Theta_i = n_2 \cdot \sin\Theta_r$ ,  $n_i$  : indice de réfraction de la matière i. Les modèles considèrent plutôt qu'un rayon lumineux réfléchi par une surface est focalisé dans la direction principale de réflexion. L'énergie réfléchiée est maximale dans la direction principale de réflexion et diminue plus ou moins rapidement lorsque nous nous en éloignons. Phong [Bui75] a modélisé cette décroissance par l'expression :

$$I_s(\lambda) = \sum_{j=1}^{L_s} (\vec{V} \cdot \vec{R}_j)^n I_j(\lambda)$$

avec :

n : exposant spéculaire. Ce paramètre indique le degré de brillance (la focalisation autour de la direction principale de réflexion) de la surface.

Comme pour les autres termes, l'intensité  $I_s$  est pondérée par un coefficient de réflexion spéculaire  $k_s(\lambda)$ .

La somme de ces trois termes nous donne le modèle bien connu de Phong :

$$I(\lambda) = k_a(\lambda)I_a + \sum_{j=1}^{L_s} \left( k_d(\lambda) (\vec{N} \cdot \vec{L}_j) + k_s(\lambda) (\vec{V} \cdot \vec{R}_j)^n \right) I_j(\lambda)$$

Les différents coefficients, outre leur rôle de modélisation de la couleur de la surface, servent également à pondérer la contribution de chaque type de réflexion.

Il est à noter que la loi de Lambert et le modèle spéculaire de Phong peuvent être ramenés dans l'expression globale de Kajiya à des fonctions de phases particulières entre l'observateur et les sources de lumière.

Les modèles empiriques, par leur simplicité, ont été bien adaptés aux premiers logiciels développés en infographie. Ils ont pour principaux inconvénients de ne traiter que l'illumination primaire des sources de lumière et de n'être appliqués que dans un contexte géométrique limité, uniquement local (méconnaissance des inter-réflexions, de la transmission de la lumière, des ombres portées,...). Toutefois certains modèles empiriques sont encore développés actuellement ([Strauss90] par exemple). Ils sont dédiés à des descriptions simples et intuitives des matériaux, ceci dans un souci de rapidité et de facilité d'utilisation (utilisation par des non spécialistes en CAO).

### 1.1.2.2. Modèles géométriques - Lancer de Rayons

Ces modèles essaient de résoudre le problème de l'illumination en fonction des géométries des objets, de l'observateur et des sources lumineuses. La lumière d'une source lumineuse atteint une surface non seulement de manière directe mais aussi après réflexion ou réfraction sur d'autres surfaces. Le modèle d'illumination peut se mettre sous la forme :

$$I(\lambda) = \text{ambient} + \text{diffus} + \text{réflexion (spéculaire)} + \text{transmission}$$

Les deux premiers termes sont identiques à ceux des modèles empiriques, hormis que, pour le terme diffus, l'occultation d'une source lumineuse par d'autres surfaces est testée (ombre portée).

Le terme de réflexion (précédemment réflexion spéculaire) est séparé en deux composantes :

$$I_s(\lambda) = I_r(\lambda) + \sum_{j=1}^{L_s} f_r(\vec{V}, \vec{L}_j, \vec{N}, \sigma) I_j(\lambda)$$

où :

$I_r$  représente l'intensité de lumière provenant de la direction de réflexion ( $\vec{R}_v$  sur la figure III-1).

Le deuxième terme représente la réflexion spéculaire de la lumière directe (cf modèles empiriques).

La transmission est traitée de la même manière que la réflexion spéculaire :

$$I_T(\lambda) = I_t(\lambda) + \sum_{j=1}^{L_s} f_t(\vec{V}, \vec{L}_j, \vec{N}, \sigma) I_j(\lambda)$$

où :

$I_t$  représente l'intensité de la lumière provenant de la réflexion  $\vec{T}_v$ .  
 $f_r$  et  $f_t$  sont des fonctions locales d'illumination (Phong ou autres).

Ce modèle a été rendu possible par la technique du lancer de rayons et plus particulièrement par la technique du lancer de rayons récursif [Whitted80].

Les rayons sont lancés du point d'observation, à travers le plan image vers la scène. La couleur attribuée aux pixels du plan image dépend de la couleur des rayons le traversant. Ces rayons sont appelés rayons primaires. La luminance au point de rencontre rayon/surface est estimée par le modèle d'illumination cité plus haut.

De ce point, des rayons sont envoyés vers les différentes sources lumineuses. Ces rayons vérifient l'occlusion ou non des sources par d'autres surfaces. Si ces rayons ne rencontrent pas d'autres surfaces, les termes de réflexion diffuse, de réflexion spéculaire et de transmission de la lumière peuvent être calculés. Dans le cas contraire, le point reste dans l'ombre. Les termes  $I_r$  et  $I_t$  (intensité lumineuse provenant de la direction de réflexion et réfraction) sont estimés par un lancer de rayons appelés rayons secondaires- ayant comme origine le point de surface et comme direction respectivement  $\vec{R}_v$  et  $\vec{T}_v$ , d'où la récursivité (figure III-2).

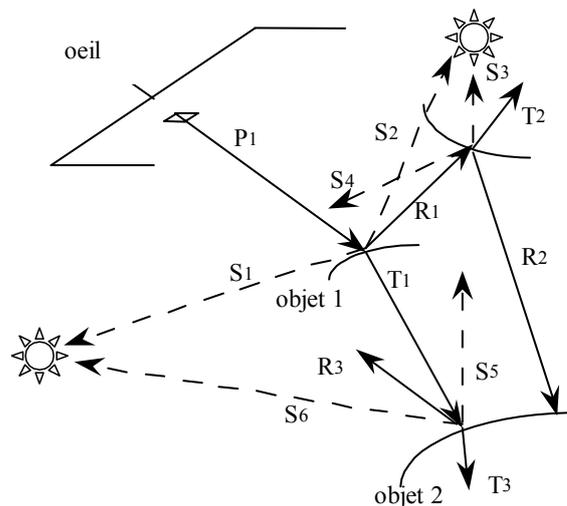


figure III-2  
Géométrie du lancer de rayons

Le processus récursif est souvent décrit sous la forme d'un arbre. Voir figure III-3.

Les critères d'arrêt de cet arbre récursif peuvent être de différents ordres :

- le rayon quitte la scène 3D. Dans ce cas, la couleur du fond lui est généralement attribué ;
- la contribution d'un nouveau rayon est trop faible (inférieure à un seuil) ;
- l'arbre est limité à une certaine profondeur.

Il faut noter que la technique du lancer de rayons a largement permis l'approximation du modèle de Kajiya [Kajiya86].

Les premiers modèles de synthèse d'images par lancer de rayons présentent toutefois quelques inconvénients :

- les rayons suivent une géométrie stricte durant la réflexion ou pour l'estimation de l'ombre portée ;
- les surfaces sont considérées comme des réflecteurs idéaux ;  
Ceci entraîne une surbrillance et une recherche d'informations pour les seules directions de réflexion et de transmission. Les ombres portées sont nettes. Il n'y a pas d'effets de pénombre.
- les rayons ont une stricte localisation géométrique (une ligne) ;  
La recherche d'informations est limitée à une recherche le long de la ligne. Les effets décrits au point précédent sont renforcés et l'image peut présenter un aliassage important.

Ces conditions ont étendu la notion de rayon à celui de faisceau. Le rayon n'est plus considéré de façon individuelle mais sous forme de collection de rayons. Cook et autres [Cook84] distribuent des rayons autour de ceux évalués par la méthode classique. Amanatides [Amanatides84] étudie les réflexions non de rayons mais de cônes issus de l'oeil et englobant le pixel de départ. Heckbert [Heckbert84] définit une technique de faisceaux dans le cas de rendu de scène composée d'éléments polygonaux. Un faisceau est défini par la position de l'oeil et par un polygone. Ces faisceaux peuvent toucher des surfaces et donc être réfléchis ou réfractés. Shinya [Shinya87] propose une méthode représentant un intermédiaire entre faisceaux et lancer de rayons. Le faisceau est vu sous la forme d'un "pinceau" de rayons, c'est-à-dire d'un ensemble de rayons se trouvant à proximité d'un rayon particulier.

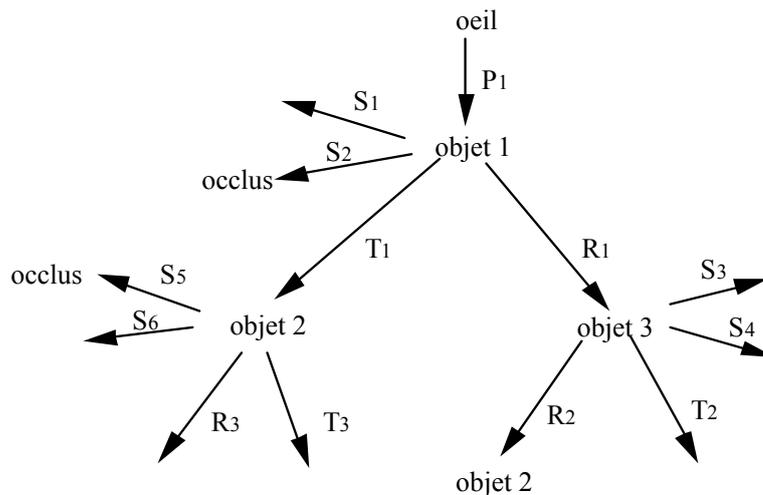


figure III-3  
Arbre associé au lancer de rayons précédent

La notion de faisceau représente un premier pas vers les techniques de rendu qui modélisent les équilibres d'énergies lumineuses. Le résultat visuel est surtout amélioré par des réflexions et ombres portées plus douces et plus naturelles.

### 1.1.2.3. Modèles analytiques

Les différents modèles d'illumination reposent sur l'étude de l'équilibre de l'énergie lumineuse. Une bonne approximation des phénomènes d'équilibre nécessite un flot

d'informations que ne peuvent retrouver les techniques citées précédemment. De nouvelles approches basées sur l'équilibre de l'énergie lumineuse ont dû être développées :

-le modèle de Torrance-Sparrow [Cook82] ;

Il est basé sur l'énergie lumineuse et non sur l'intensité atteignant et quittant la surface. Ce modèle considère que chaque surface est composée d'un grand nombre de microfacettes réflecteurs parfaits dont l'orientation est définie selon une fonction de probabilité. Comme pour le modèle précédent, l'énergie réfléchie est divisée en composantes diffuses et spéculaires. La composante diffuse -c'est-à-dire l'énergie distribuée après inter-réflexions multiples entre facettes ou/et pénétration de la lumière incidente dans la couche superficielle de la matière- est toujours estimée à partir de la loi de Lambert. L'intensité radiante réfléchie spéculairement (les ondes lumineuses réfléchies directement par les microfacettes) est estimée par :

$$I_{sr}(\lambda) = \frac{F(\lambda, \theta)}{\Pi} \cdot \frac{D(\alpha) G(\vec{N}, \vec{V}, \vec{L})}{(\vec{N} \cdot \vec{L})(\vec{N} \cdot \vec{V})}$$

où :

$F(\lambda, \theta)$  représente le coefficient de réflexion de Fresnel des microfacettes. Ce coefficient tient compte de la fréquence de l'onde lumineuse,

$D(\alpha)$  représente la fonction de distribution de l'orientation des microfacettes dirigées vers H. Cook préconise la distribution de Beckmann,

$G(\vec{N}, \vec{V}, \vec{L})$  est un facteur d'atténuation géométrique. G modélise la perte de réflexion spéculaire due à une inter-réflexion entre facettes.

-la radiosité ;

Chronologiquement, la technique de radiosité a été la première à utiliser le concept de transfert et d'équilibre d'énergie. La radiosité est définie comme le flux total d'énergie partant d'une surface [Goral84]. Elle est composée par l'énergie émise par la surface et par l'énergie provenant d'autres surfaces (sources lumineuses ou surfaces réfléchissantes). La technique de radiosité fut en premier lieu appliquée aux inter-réflexions dans une scène composée de surfaces uniquement régies par la loi de la réflexion diffuse. La radiosité émise par une surface j vaut :

$$B_j = E_j + \rho_j \sum_{i=1}^N B_i F_{ij}$$

avec :

$B_j$  : la radiosité, le flux d'énergie quittant la surface j

$E_j$  : l'énergie émise par la surface j

$\rho_j$  : réflexivité de la surface j -la fonction de lumière incidente- réfléchie par la surface vers l'environnement ;

$F_{ij}$  : facteur de forme qui représente la fonction de l'énergie quittant i et atteignant j

N : nombre de surfaces ou d'éléments de surfaces

Le facteur de forme entre deux surfaces finies  $A_i$  et  $A_j$  vaut :

$$F_{A_i - A_j} = F_{ij} = \frac{1}{A_i} \iint_{A_i \rightarrow A_j} \frac{\cos\theta_i \cos\theta_j V_{ij} dA_i dA_j}{\Pi r^2}$$

$V_{ij}$  est égal à 1 ou 0 selon que  $A_i$  est visible ou non de  $A_j$ .

La radiosité d'une surface dépend de la radiosité des autres surfaces. Le problème est résolu de manière globale (N équations à N inconnues). La méthode de radiosité est indépendante de la position de l'observateur.

Immel et autres [Immel86] ont introduit une méthode résolvant l'équation d'équilibre d'énergie quel que soit le type de réflexion. L'équation qu'ils proposent est de la forme :

$$I(x, x'; E) = e(x, x'; E) + \int_S \rho(x, x', x'') I(x', x''; E) \cos\theta_{x''x'} dx''$$

où :

$\rho$  représente la réflectance bidirectionnelle de la surface  $x'$ .

Immel propose une réflectance basée sur la loi de Phong qui tient compte de la réflexion spéculaire et diffuse pondérée de façon à inclure la conservation de l'énergie. Cette approche de l'équation générale de l'illumination est issue de travaux sur la radiosité : un grand nombre d'équations simultanées sont formées afin de définir toutes les énergies lumineuses partant de toutes les surfaces dans toutes les directions. Si cette méthode semble correcte dans le cas de scènes à dominantes diffuses, le nombre d'équations s'accroît énormément dans le cas de surfaces à dominantes spéculaires.

-l'équation globale de Kajiya ;

Simultanément à Immel, Kajiya [Kajiya86] propose son équation globale d'illumination :

$$I(x, x'; E) = g(x, x'; E) \cdot \left[ e(x, x'; E) + \int_S \rho(x, x', x'') I(x', x''; E) dx'' \right]$$

où :

$g(x, x' ; E)$  représente une fonction d'atténuation fixée de manière empirique à  $1/d$  ou  $1/d^2$  ( $d$  la distance entre  $x$  et  $x'$ ).

La similarité entre cette équation et celle proposée par Immel est évidente. La différence vient essentiellement de la méthode de résolution. Kajiya propose une approche basée sur le lancer de rayons. Afin de tenir compte de l'illumination diffuse globale, l'exploration de la scène est effectuée à l'aide d'une technique stochastique de type Monte-Carlo. Toutefois un grand nombre de rayons doivent être lancés afin de converger vers une solution.

-méthode hybride radiosité-lancer de rayons.

Wallace et autres [Wallace87] ont proposé un algorithme en deux passes, consistant à calculer dans un premier temps la réflexion diffuse de la lumière par la méthode de radiosité, puis, lors de l'affichage, la réflexion spéculaire par lancer de rayons.

### 1.1.3. Modèles d'illumination volumique

Les approches surfaciques sous-entendent que la scène est formée de surfaces (surfaces définies lors de la création ou surfaces extraites des informations contenues dans la scène). Il existe toutefois une classe d'objets présentant la particularité de ne pas être homogènes ou solides, ou d'être amorphes (nuages, brume,...). D'un autre côté, des techniques récentes d'investigation ou de simulation de phénomènes (en physique, médecine, géologie,...) ont conduit à des données volumiques appelées également données vectorielles 3D. Ces données volumiques correspondent fréquemment à des valeurs ou des vecteurs placés sur une grille dans l'espace tridimensionnel. Dans la majeure partie des cas, la grille est rectiligne et les données sont des valeurs placées aux noeuds (voxels) de la grille.

De nouvelles techniques de rendu ont d es être élaborées afin de simuler certains effets naturels ou de visualiser l'information complexe contenue dans les bases de données tridimensionnelles. Ces techniques portent généralement l'appellation de rendu de volume par opposition au rendu de surface. Nous ne traiterons des techniques de rendu de nuages ou brume [Blinn82, Kajiya84, Max86, Nishita87] que dans la mesure où elles apportent une contribution au rendu de volume. La plupart des algorithmes de rendu de volumes sont caractérisés par :

- les lois choisies pour l'interaction ;
- la façon de transformer le champ de données en paramètres de visualisation du mode de progression dans les bases volumiques.

L'article de Krüger [Kr ger90] présente le cadre le plus général des techniques de rendu volumique. Sa formulation, issue de la théorie du transport de particules, englobe la quasi totalité des différentes méthodes. Ce modèle considère la lumière en tant que particules virtuelles passant à travers le champ de données et inter-agissant avec lui en fonction de lois physiques ou choisies de façon artificielle. Son modèle est basé sur l'équation suivante :

$$I(x, x'; E) = e^{-\tau(x, x'; E)} \varepsilon(x, x'; E) + \int_x^{x'} e^{-(\tau(x, x'; E) - \tau(x, x''; E))} \left( q(x, x''; E) + \sigma_s(x''; E) \int_V \rho(x, x'', x''') I(x'', x'''; E) dx''' \right) dx''$$

avec :

$e^{-\tau(x, x'; E)}$  : l'atténuation du milieu entre  $x$  et  $x'$ . Elle est modélisée par la loi de Bouguer [Nishita87] ;

$q(x, x')$  : source interne émettant de  $x'$  vers  $x$  ;

$\sigma_s$  : coefficient de distribution ;

$V$  : représente l'ensemble des points de la scène ;

$\tau$  : la profondeur optique définie par  $\tau(x, x'; E) = \int_x^{x'} \sigma_t(x''; E) dx''$  ;

$\sigma_t$  : coefficient d'atténuation total du milieu  $\sigma_t = \sigma_a + \sigma_s$ ,  $\sigma_a$  coefficient d'absorption du milieu.

L'expression précédente peut être écrite sous la forme  $I = I_0 + K.I_i$  où  $I_0$  est l'intensité directement reçue par l'écran le long de la ligne de vision.  $K.I_i$  représente les distributions multiples.

$I_0$  est donnée par l'expression précédente en négligeant le terme de distribution.

Pour le terme de distribution, Krüger -et Kajiya avant lui- préconise dans certains cas favorables un développement des termes de distribution en série de Neumann, puis un lancer de rayons stochastiques par une méthode de Monte-Carlo [Kajiya86].

La plupart des articles sur le rendu de volume ne traitent que de  $I_0$  (composition de l'émission et atténuation le long de la ligne de visée). Une distribution d'ordre 1 (ombrage simple) est cependant ajoutée [Levoy88, Upson88, Drebin88] afin de mieux discerner les surfaces et les volumes.

$I_0$  est décrite par la forme :

$$I_0 = e^{-\tau(x, x'; E)} I_s + \int_x^{x'} e^{-(\tau(x, x'; E) - \tau(x, x''; E))} \left( q(x, x''; E) + \sigma_s(x''; E) \prod_{i=1}^{L_s} f_e(x'', \vec{N}_{x''}, \vec{L}_j) \right) dx''$$

où :

$L$  représentent les sources de lumière et  $f_e$  la fonction d'éclairément.

Les différences entre les méthodes de rendu de volume proviennent de la façon d'interpréter les données 3D -que nous appellerons  $F(x)$ - en paramètres de visualisation :

-Sabella [Sabella88] modélise ces données en tant que densité d'émetteur de lumière. Ceci revient à dire que la source interne en  $x$  vaut  $q(x'; E) = c(E).F(x)$  où  $c(E)$  est une constante de normalisation. Cette solution consiste à additionner les contributions de chaque émetteur (chaque vecteur) le long de la ligne de vision. Il en résulte une perte de la perception du volume et la suppression de détails. L'image résultat apparaît similaire à une image en tomographie d'émission.

-[Levoy88, Drebin88, Upson88] ne considèrent pas le milieu comme émetteur mais comme atténuateur de lumière ( $q(x; E) = 0$ ). L'énergie lumineuse contenue dans la scène provient du fond et des différentes sources lumineuses réfléchies par les données.

L'atténuation ( $e^{-\tau(x, x', E)}$ ) est souvent approchée de manière linéaire par un produit de coefficients d'atténuation ponctuelle appelée opacité.

L'attribution d'une opacité à un vecteur est faite de manière empirique chez Levoy. Drebin essaie de classer les données puis d'attribuer des opacités par l'utilisation d'outils statistiques.

La seule utilisation de l'atténuation (opacité) conduit à des images similaires à des rayons X [Ney90].

Les différents auteurs ont ajouté à leur modèle une distribution de la lumière des sources lumineuses. Ils attribuent une couleur (sous la forme d'un ombrage) aux différents voxels de la base de données. La notion de gradient 3D dans le champ des données a permis la détermination de "surfaces internes" -c'est-à-dire la détermination d'une normale pour le calcul de l'ombrage (modèle empirique de Phong)- et l'utilisation de l'amplitude du

gradient pour augmenter l'opacité (par l'intermédiaire de  $\sigma_s$ ) aux différentes frontières entre les classes de données. Le but avoué est de visualiser les différentes "surfaces" dans une même représentation.

L'approximation de l'atténuation par des opacités a fait en sorte que l'estimation de la lumière le long de la ligne de visée suive la loi de composition décrite par Porter et Duff [Porter84]. Cette loi peut s'écrire sous la forme récursive (dans le cas discret) suivante :

$$I_o(x+\Delta s) = \alpha(x+\Delta s)I_o(x) + \sigma_s(x+\Delta s) \sum_{i=1}^{L_s} f_e(x+\Delta s, \vec{N}_{x+\Delta s}, \vec{L}_j)$$

Upson propose une composition plus douce utilisant l'intégration par trapèzes :

$$I_o(x+\Delta s) = \frac{1}{2}(\alpha(x) + \alpha(x+\Delta s)) \left( I_o(x) + \sigma_s(x) \sum_{i=1}^{L_s} f_e(x, \vec{N}_{x+\Delta s}, \vec{L}_j) \right) + \frac{1}{2} \sigma_s(x+\Delta s) \sum_{i=1}^{L_s} f_e(x+\Delta s, \vec{N}_{x+\Delta s}, \vec{L}_j)$$

Les méthodes se distinguent également par leur mode d'exploration de l'espace 3D. Si [Levoy88], [Sabella88], [Krüger90], [Tiede90] explorent la scène par lancer de rayons intégrant directement les différents paramètres durant la visualisation, [Drebin88] projette ces informations sur l'écran après rotation de la scène. [Upson88] préconise les deux méthodes selon les cas : lancer de rayons pour la visualisation sur des machines conventionnelles de scènes à dominante opaque, projection dans le cas de machines parallèles.

## 1.2. Définition d'un rayon

Un rayon dans un espace tridimensionnel est défini par :

- un point de départ ;
- une droite affine passant par ce point.

Une droite dans  $R^3$  peut être déterminée soit par l'intersection de deux plans, soit par un vecteur partant d'un point de la droite, soit par deux points ;

- un sens de parcours le long de la droite.

Classiquement, en infographie, le rayon est fixé par son point de départ  $R_o(x_o, y_o, z_o)$  et par un vecteur directeur  $\mathbf{d}$  représenté par la matrice  $[x_d, y_d, z_d]^T$ .  $\mathbf{d}$  indique la direction et le sens du rayon.

Le rayon s'écrit sous une forme paramétrique (ou explicite) :

$$R(t) = R_o + \mathbf{d}.t$$

Si  $\mathbf{d}$  est unitaire, le paramètre  $t$  représente la distance entre l'origine du rayon et le point courant.

Dans le cas de la visualisation de données vectorielles 3D, les objets sont caractérisés par un échantillonnage 3D. La scène doit être parcourue voxel par voxel. La recherche de l'information s'effectue le long du rayon pas à pas. Si  $\Delta t$  représente le pas de progression le long du rayon, ce dernier peut s'écrire sous la forme récursive suivante :

$$R(t+\Delta t) = R(t) + \mathbf{d} \cdot \Delta t$$

Des techniques incrémentales de tracés de lignes du type de l'algorithme de Bresenham peuvent être utilisées [Fujimoto86] [Troussel87] pour le parcours du rayon à travers la grille formée de voxels. Le rayon n'est plus considéré comme une simple ligne mais comme l'ensemble des voxels traversés par ce rayon.

### **1.3. Conditions d'intersection**

La difficulté du lancer de rayons réside dans l'estimation du point d'intersection entre les rayons et les primitives contenues dans la scène. La technique utilisée pour cette estimation dépend de la nature des primitives.

L'infographie s'est intéressée en premier lieu à la visualisation de scène 3D modélisée par des primitives géométriques. La scène est souvent composée de surfaces ou d'objets définis soit par une formulation implicite (plan dont les facettes, coniques, cubiques,...), soit par une formulation explicite (patches de degrés divers). L'estimation de l'intersection se déroule ainsi :

- (1) pour un rayon donné, l'intersection rayon/surface (d'équation connue), si elle existe, est calculée pour toute la liste d'objets (voir les chapitres de Haines et Hanrahan dans [Glassner89] pour le détail des calculs en fonction de la surface) ;
- (2) en fonction de la nature du rayon, soit la surface la plus proche est recherchée, soit l'occlusion de sources de lumière est vérifiée (intersection avec une surface entre le point de départ du rayon et la source lumineuse).

Dans le cas de la visualisation de données vectorielles 3D, les objets contenus dans la scène ne sont connus que par les échantillons de la grille 3D. Le processus d'estimation d'une interaction est le suivant :

- (1) le rayon est parcouru pas à pas depuis son origine ;
- (2) les conditions d'intersection rayons/objets sont vérifiées à chaque incrément le long du rayon.

Dans une base de voxels, la surface est souvent la frontière entre deux régions. Le critère d'intersection le plus simple est la comparaison de la (ou des) valeur(s) du voxel courant avec un (ou des) seuil(s) indiquant l'appartenance ou non à une région. D'autres informations peuvent être également nécessaires pour l'estimation de la surface. Nous pouvons citer l'information issue d'outils différentiels (gradient 3D, Laplaciens 3D,... , cf [Hamitouche91b] pour une revue plus détaillée), l'utilisation d'heuristiques,... L'estimation de l'intersection correspond plus à un travail de segmentation à partir des données contenues dans la base. Un premier travail dans ce sens a été réalisé par Troussel [Troussel87] sous le nom de lancer de rayons actif (voir § III-1-5-1-2 pour plus de détails).

## **1.4. Techniques d'accélération du lancer de rayons**

La technique de lancer de rayons est considérée comme relativement coûteuse, en particulier le modèle d'illumination proposé par Whitted [Whitted80]. Les différents éléments le plus souvent cités qui contribuent à cette charge de calcul sont :

- le temps de calcul de l'évaluation de l'intersection rayon/objets ;
  - \*dans le cas de scènes composées de primitives géométriques, Whitted estime que le coût de cette opération peut atteindre 95% du coût total de calcul pour des scènes complexes ;
  - \*dans le cas de visualisation de données vectorielles, le temps mis par l'estimation de l'intersection rayons/objets est dû à la recherche de la surface pas à pas le long des rayons ;
- la taille de la base de données ;

Le nombre d'objets de la scène ou la taille des données vectorielles.
- le nombre de pixels du plan de projection ;
- le nombre de rayons (primaires, secondaires,...).

Arvo, dans [Glassner89], suggère trois grandes stratégies en dehors de l'utilisation de machines spécialisées :

- la réduction du coût moyen de l'intersection avec son environnement ;

Cette réduction peut être obtenue par une recherche rapide de l'intersection (par simplification des primitives ou par la réduction du chemin parcouru le long du rayon dans le cas d'une progression pas à pas). Elle peut l'être aussi en réduisant le nombre d'intersections rayons/objets (par la diminution du nombre de primitives à tester, ou par un meilleur choix des rayons lancés -ceux qui sont sûrs de toucher une primitive).
- la réduction du nombre de rayons (par un contrôle de la profondeur de l'arbre ou par un échantillonnage adaptatif de l'écran) ;
- l'utilisation de rayons généralisés (voir § III-1-5-6).

Les différentes techniques d'accélération se servent souvent d'un amalgame de ces stratégies. Pour notre part, nous allons essayer de classer les techniques non par rapport à la stratégie mise en oeuvre mais par rapport aux différentes formes de cohérence utilisées.

La cohérence est définie comme le domaine dans lequel un environnement ou une image est localement constant. Cette propriété est souvent inhérente aux différents modèles de bases de données. Sutherland et autres [Sutherland74] ont identifié différents types de cohérence utilisés en infographie. Les techniques d'accélération du lancer de rayons exploitent en majeure partie les cohérences suivantes :

- la cohérence des objets (cohérence 3D) ;

De celle-ci découlent les autres types de cohérence. Un objet est défini par différentes parties ou structures connectées et liées entre elles dans l'espace 3D. Deux objets distincts sont clairement séparés entre eux.
- la cohérence des images (cohérence 2D) ;

Elle est la conséquence de la cohérence des objets projetés sur le plan image 2D. La connexité est du même degré que celle trouvée sur l'objet 3D.
- la cohérence de rayons ;

Cette cohérence traduit le fait que des rayons voisins touchent le même objet donc se comportent de la même façon (même direction, même réflexion,...). Cette cohérence découle également de la cohérence des objets.

-la cohérence inter-images (cohérence temporelle 2D+t).

Cette cohérence est le développement temporel de la cohérence des images lors de scènes animées. La projection d'une scène change de manière continue dans le temps. Si le laps de temps entre deux scènes est court, les projections sont relativement similaires.

### **1.4.1. Cohérence des objets**

L'exploitation de la cohérence des objets a rapidement permis l'élaboration des premières techniques d'accélération.

#### 1.4.1.1. Volume englobant

Un des outils fondamentaux utilisés pour l'accélération du lancer de rayons est le volume englobant. C'est un volume de géométrie élémentaire contenant un objet donné et permettant d'effectuer des calculs d'intersection simples (rapides). Le test d'intersection est dans un premier temps effectué sur les englobants. L'estimation de l'intersection est menée uniquement sur les objets contenus dans les englobants touchés par le rayon.

Pour la visualisation de données vectorielles, le volume englobant permet en outre de réduire le nombre de rayons lancés dans la base de données et la longueur du rayon [Dillenseger89]. Pour chaque rayon, l'intersection avec le volume englobant est estimée de manière analytique. Un rayon sera lancé vers la scène si l'intersection est vérifiée (diminution du nombre de rayons). Le point d'intersection rayon/volume englobant sert de départ à la progression du rayon dans la base de données en voxels. Deux schémas peuvent se présenter :

-soit le rayon touche un objet ;

-soit il est arrêté dans sa progression à la sortie du volume englobant (diminution de la longueur du rayon).

Différents volumes englobants simples sont décrits dans la littérature (sphère [Whitted80], parallélépipède rectangle [Rubin80],...). Weghorst et autres [Weghorst84], en conciliant précision de l'englobant et coût de l'intersection, essaient de déterminer le volume englobant optimal en fonction de l'objet. Un meilleur ajustement est obtenu par l'intersection de différents volumes englobants autour du même objet. Kay et Kajiya [Kay86] ajustent le volume englobant (une enveloppe 3D convexe) vue après vue.

La notion de hiérarchie de volume englobant a été introduite [Rubin80] afin de diminuer le nombre d'intersections avec le volume englobant. Cette hiérarchie est construite par l'englobement de plusieurs volumes par un volume plus large. Ainsi, si le rayon ne touche pas le volume "père", il est inutile de chercher l'intersection avec les volumes "fils". Une hiérarchie peut être construite sur ce principe.

#### 1.4.1.2. Subdivision spatiale

Ces techniques sont basées sur le principe de subdivision de l'espace 3D en un ensemble de volumes. A chacun d'eux est assigné un ensemble d'objets qui sont totalement ou partiellement inclus.

Cette subdivision utilise elle aussi la notion d'englobants pour déterminer les objets candidats à l'intersection. La différence fondamentale entre une hiérarchie de volumes englobants et la subdivision spatiale réside dans le fait que la première détermine l'espace occupé par un certain nombre d'objets alors que la deuxième citée détermine le nombre d'objets compris dans un espace donné. Si pour les hiérarchies de volumes les tests d'intersection sont menés pour des objets ou englobants ne se trouvant pas sur le chemin du rayon, les techniques de subdivision spatiale permettent de déterminer directement les espaces (donc les objets) se trouvant le long du rayon.

L'espace est souvent subdivisé en cubes de tailles variables, appelés cellules.

Deux grandes classes de subdivision spatiale sont citées :

-la subdivision non uniforme ;

Non uniforme car les différentes parties de l'espace n'est pas subdivisé régulièrement.

La structure des données la plus couramment utilisée est l'arbre octal [Meagher82] (voir chapitre I). Glassner [Glassner84] a élaboré une variation de l'octree utilisable en lancer de rayons de scènes composées de primitives géométriques. Les cellules issues de la subdivision soit contiennent une liste d'objets, soit sont vides (figure III-4-1).

Les données vectorielles sont déjà composés de cellules élémentaires uniformes (voxel). L'algorithme de Meagher peut être directement utilisé pour la création de l'octree. La visualisation peut toutefois se faire par lancer de rayons [Levoy89] (représentation orientée écran).

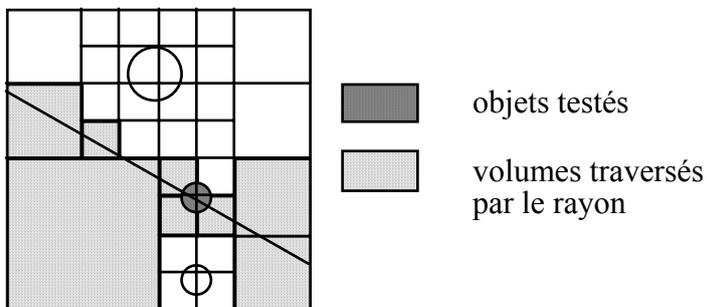
L'inconvénient majeur de l'utilisation de techniques de lancer de rayons dans des espaces non uniformes décrits sous forme hiérarchique réside dans la difficulté de passer d'une cellule à une autre.

-la subdivision uniforme.

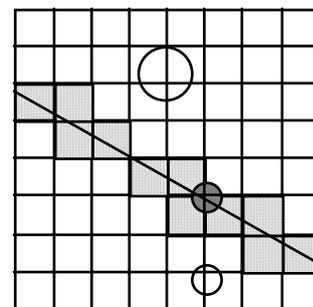
L'inconvénient cité ci-dessus a conduit à une nouvelle approche de la subdivision spatiale. Fujimoto et autres [Fujimoto86] subdivisent son espace de manière régulière (voir figure III-4-2). Les cellules voisins sont immédiatement accessibles. La régularité de la grille permet en outre une progression dans la base de données par des techniques de tracé incrémental de lignes de type Bresenham.

Il est à noter que si la résolution d'une telle subdivision augmente, nous nous retrouvons rapidement dans un cas de figure similaire à des données vectorielles.

Les principaux inconvénients de cette approche résident dans la place mémoire occupée par la base de données et dans le fait que cette technique ne tient pas compte de la structuration de la scène.



(1) subdivision non uniforme



(2) subdivision uniforme

figure III-4  
Subdivisions spatiales

### **1.4.2. Cohérence des images**

La cohérence des objets se traduit par le fait que l'image projetée (cohérente) ne présente que des changements graduels de pixel à pixel. L'indépendance des rayons rend toutefois difficile l'exploitation de cette cohérence.

Weghorst et autres [Weghorst84] utilisent cette cohérence en tant que prétraitement pour la détermination des rayons primaires.

Une autre approche basée sur la cohérence des images pour l'accélération du lancer de rayons est issue des travaux d'échantillonnage adaptatif contre l'aliassage (voir [Mitchell87] pour une revue des différentes méthodes). Certains auteurs [Levoy89] [Akimoto91] sous-échantillonnent de façon régulière l'écran lors du lancer de rayons. La couleur des autres pixels est déterminée soit par interpolation 2D si la région est homogène, soit par une adaptation de l'échantillonnage de l'écran en fonction de la complexité de la scène. Si cette technique est fiable pour la visualisation de structures massives et homogènes, elle pose des problèmes pour la représentation d'objets fins.

### **1.4.3. Cohérence des rayons**

Les rayons généralisés [Amanatides84] [Heckbert84] [Shinya87] (voir paragraphe III-1-1-2-2) sont basés sur l'utilisation de cette cohérence. Ces techniques, dont le but initial était l'anti-aliassage, sont aussi adaptées à produire une accélération du temps de calcul d'une image.

Le travail de Speer et al. [Speer86] exploite plus directement la cohérence des rayons. Ces auteurs partent du principe que des rayons voisins ont des arbres similaires. Ils se servent de l'arbre d'un rayon trouvé de manière classique pour en déduire ceux des rayons voisins. La difficulté de cette approche réside dans la définition de la zone de voisinage qui réagit de façon cohérente. Speer et al. supposent une cohérence pour les rayons qui touchent les mêmes objets à une position sur l'arbre identique.

Arvo et Kirk dans [Glassner89] mettent en avant différentes techniques qui utilisent la direction des rayons pour des opérations dépassant le seul cadre d'un rayon individuel :

- le "light-buffer" [Haines86] permet, par un prétraitement, de déterminer les objets "vus" par les sources de lumière, donc d'accélérer les calculs de pénombre et d'ombres portées ;
- [Ohta87] propose une méthode basée sur le "théorème de cohérence des rayons" ;

Son idée principale est de créer, pour les différents objets de la scène (surfaces, sources de lumière, oeil), une liste de candidats à l'intersection pour les différentes directions des rayons partant de ces objets. Cette liste élaborée lors d'un prétraitement permet de trouver rapidement les objets touchés par un rayon réfracté ou réfléchi, ou de déterminer les ombres portées.

- Arvo et Kirk [Arvo87] proposent une nouvelle idée appelée "classification des rayons".

Elle est basée sur l'observation suivante : un rayon en 3D possède cinq degrés de liberté (un point dans  $R^3$  et une direction dans  $S^2$ ,  $S^2$  étant la sphère unitaire dans  $R^3$ ). Ce rayon peut être décrit comme un point dans l'espace à cinq dimensions  $R^3 \times S^2$ . Des rayons voisins sont codés dans un hyper-cube 5D auquel est associée la liste des objets candidats à une intersection. Le calcul de l'intersection d'un rayon avec l'environnement se résume à trouver la localisation du rayon dans l'hyper-cube 5D et à tester l'intersection avec les objets contenus dans la liste de candidats. L'inconvénient majeur de cet algorithme réside dans l'immense place mémoire occupée par l'espace 5D. Arvo et Kirk proposent d'exploiter la cohérence de la scène par subdivision spatiale 5D (un hyper-octree).

#### **1.4.4. Cohérence inter-images**

Cette cohérence se retrouve aisément dans une séquence animée d'une scène. Deux images successives d'une telle scène présente une même apparence. Cette similarité existe également si certaines propriétés de la scène (couleur ou position de la lumière, propriétés physiques des surfaces) changent légèrement. Le temps de calcul de la nouvelle scène peut être diminué par l'utilisation des informations contenues dans la scène précédente.

Sequin et Smyrl [Sequin89] proposent un algorithme -le lancer de rayons paramétriques- dans le cas où seules les propriétés physiques des surfaces de la scène ou la couleur des sources lumineuses sont changées. Lors de la première création de l'image d'une scène, les différents paramètres qui interviennent dans le calcul de la couleur des rayons (couleur et intensité de la lumière, couleur, rugosité, pondération entre réflexion spéculaire et diffuse de la surface) sont mémorisés sur l'arbre. Si l'un de ces paramètres change, l'arbre est parcouru afin d'estimer la nouvelle couleur. Cette technique demande une grande place mémoire. Sequin propose différentes solutions pour la réduction de la taille mémoire : partage d'un arbre par plusieurs rayons (cohérence des rayons), zone de l'écran similaire (cohérence de l'écran),...

Murakami et Hirota [Murakami90] se servent de la cohérence inter-écrans afin d'accélérer le temps de calcul après déplacement des objets dans une scène échantillonnée régulièrement en cellules (ces cellules sont à comprendre au sens de la subdivision uniforme de la scène). Cet algorithme, appelé lancer de rayons incrémental, outre les informations d'intersections stockées sur l'arbre des rayons à la manière de Sequin, associe à chaque cellule un historique décrivant ces intersections. Seules les cellules où apparaît un mouvement des objets et les rayons les traversant sont considérés lors du calcul de l'image.

Deux auteurs [SigBadt88] [Rhodes88] ont traité indépendamment de l'accélération du temps de calcul d'une image dans le cas de séquence animée. Si les positions d'observateurs entre deux images successives se trouvent proches l'une de l'autre, les deux images sont relativement similaires. L'idée de ces deux auteurs consiste à reporter l'information contenue sur le premier écran sur le deuxième. La première image doit contenir, outre l'information de la couleur des pixels, la position 3D des surfaces visibles de l'observateur (touchées par les rayons primaires). Connaissant la différence de position entre les deux points d'observation, les points de surfaces visibles sur la première image sont projetés sur la deuxième image (reprojetés selon les termes des auteurs).

En imagerie médicale, Rhodes se sert de l'information ainsi projetée afin d'estimer les points de départ de rayons les plus proches possibles des surfaces à visualiser.

Sig Badt estime la valeur attribuée au pixels en fonction de l'information reprojétée. Toutefois, des rayons classiques sont lancés dans les zones peu pourvues en information reprojétée (zones inconnues dans l'image précédente) ou trop pourvues (zones inhomogènes).

#### **1.4.5. Autres techniques d'accélération**

D'autres techniques d'accélération sont souvent citées dans la littérature.

Ces techniques sont spécifiques à la description de la scène. Des traitements particuliers d'intersection rayons/objets ont été appliqués en fonction des primitives géométriques. Nous pouvons citer en exemple [Hanrahan83] dans le cas de scènes décrites par des surfaces algébriques, [Kajiya83] pour des surfaces fractales, des prismes et des surfaces de révolution,... Certaines caractéristiques de la scène sont utilisables directement pour l'accélération du temps de calcul (voir le paragraphe sur l'optimisation pour arbres C. S. G. dans le chapitre d'Arvo et Kirk dans [Glassner89]).

D'autres techniques limitent le nombre de rayons en fonction de la dégénérescence de l'information apportée par eux. Nous pouvons citer le contrôle adaptatif de la profondeur de l'arbre [Hall83], les optimisations statistiques du lancer de rayons [Kajiya86] ou des techniques d'anti-aliasage [Mitchell87].

Un grand pas dans l'accélération du processus de lancer de rayons a été accompli par l'implantation des différents algorithmes sur des machines présentant des possibilités de vectorisation des codes [Plunkett85], des machines générales multiprocesseurs ou de machines spécialisées. Cette implantation a été rendue possible par le fort taux de parallélisme de la technique du lancer de rayons (chaque rayon peut être traité indépendamment). Il est à noter que pour la visualisation sur des machines générales à multiprocesseurs, Green et Paddon [Green89] ont introduit un nouveau type de cohérence : "la cohérence des données" qui matérialise le fait que les primitives voisines dans l'espace 3D sont souvent proches dans la mémoire de la machine.

Les différentes techniques peuvent parfaitement se combiner en associant leurs avantages respectifs. Des volumes englobants à l'intérieur des cellules issues d'une décomposition hiérarchique par exemple. De même, la cohérence des images, le lancer de rayons adapté à la complexité de la scène peuvent parfaitement être utilisés sur des scènes codées par des cellules englobantes ou décomposées hiérarchiquement. Un travail de quantification de l'apport des différentes techniques de la scène devrait apporter des réponses sur les avantages respectifs et sur l'intérêt de les combiner.

#### **1.4.6. Tableaux de synthèse**

COHERENCE DES OBJETS

volume englobant	calcul d'intersection rayons/objets rapides diminution du domaine de recherche réduction du nombre de rayons
hiérarchie de volume	réduction du nombre de calcul d'intersections réduction du nombre de rayons
subdivision spatiale	réduction du nombre de calcul d'intersections réduction du nombre de rayons <i>augmentation de la taille mémoire</i>

#### COHERENCE DES IMAGES

lancer adaptatif de rayons	réduction notable du nombre de rayons
----------------------------	---------------------------------------

#### COHERENCE DES RAYONS

rayons généralisés	recueil de plus d'information <i>calculs d'intersection complexes</i>
cohérence des rayons	réduction du nombre de rayons
technique directionnelle	réduction du nombre de calcul d'intersections <i>augmentation de la taille mémoire</i>

#### COHERENCE INTER-IMAGES

rayons paramétriques lancer incrémental reprojection	réduction du nombre de rayons diminution du domaine de recherche <i>augmentation de la taille mémoire</i>
--	---

### 1.5. Lancer de rayons à usage médical

La visualisation de scènes à usage médical est profondément marquée par la nature des données et par l'usage qui en est fait.

Nous l'avons vu, les données après acquisition se trouvent traditionnellement sous la forme de coupes tomographiques. L'épaisseur et la distance inter-coupes ont fréquemment des dimensions supérieures à celles de la résolution dans les coupes. Le volume est reconstruit à partir des coupes tomographiques (par interpolation) et se présente sous la forme d'une grille 3D de volumes élémentaires (voxels) possédant chacun une localisation spatiale et une ou plusieurs valeurs associées à cette position.

Nous nous intéresserons par la suite à la visualisation du contenu d'une telle base de données par des techniques de type lancer de rayons.

Certains auteurs préconisent une extraction et une visualisation des surfaces à partir de la base de voxels. Les éléments de surface ainsi obtenus peuvent être visualisés par les techniques classiques de rendu de surfaces (projection orientée objet, lancer de rayons).

Une telle représentation convient à certains besoins (enseignement, planning thérapeutique [Barillot87], création de prothèses personnalisées [Rhodes87] [Murphy88], etc..).

L'exploration d'une scène et l'interactivité homme/machine qui y est attachée rendent difficile la pré-extraction de surface. Seules des techniques de visualisation de type volumique (volumique dans le sens où toute l'information est accessible) permettent de répondre aux exigences des praticiens.

Ces techniques, pour être pleinement interactives, doivent séparer le moins possible les phases de segmentation et de visualisation. Nous nous proposons donc d'étudier les approches basées sur le lancer de rayons qui permettent à la fois la segmentation et la visualisation d'un ensemble de voxels.

Chronologiquement, les premiers outils de visualisation basés sur ce principe étaient des approches de type rendu de surface. Différentes caractéristiques différencient toutefois ces méthodes des algorithmes traditionnels de lancers de rayons (nous notons par traditionnelles les techniques à usage non médical de rendu de scène de synthèse, voir [Glassner89]) :

- pour des scènes quelconques, la recherche des éléments intersectés par un rayon nécessite des tests pour chaque élément de la scène. En imagerie médicale, ces tests d'intersection sont strictement appliqués aux voxels traversés par un rayon. La structure spatiale des voxels permet de déterminer directement l'ensemble des éléments situés le long d'un rayon donné.
- en général, les objets sont connus explicitement. Dans le domaine médical, les objets ne sont disponibles que par leur échantillonnage 3D. Si la localisation d'un voxel est bien connue, son appartenance à une classe d'objets dépend uniquement de la ou des valeurs associées aux voxels. Ceci entraîne un test d'intersection en chaque voxel traversé par le rayon en fonction de ces valeurs associées.
- pour les applications médicales, seuls les rayons primaires (partant de l'écran) sont considérés. Les rayons secondaires, qui produisent des réflexions, des réfractions et des ombres portées, sont omis. De tels effets, outre qu'ils allongent considérablement le temps de calcul, n'apportent rien à l'interprétation des données, mais au contraire, sont des sources potentielles d'artefacts.
- la projection est calculée en perspective parallèle (l'observateur est situé à l'infini). Plusieurs caractéristiques de la scène justifient ce choix :
  - \*la scène est limitée dans l'espace, les objets qui y sont confinés se trouvent approximativement sur le même plan ;
  - \*la scène ne comporte qu'un nombre réduit d'objets souvent massifs. Une discrimination spatiale par la perspective n'est pas nécessaire ;
  - \*la perspective, déformant les objets, peut conduire à des artefacts nuisibles à une interprétation de la scène ;
  - \*la projection en perspective parallèle entraîne moins d'aliassage que la perspective conique.

Ces spécificités ont conduit à une unification plus ou moins grande des méthodes de synthèse d'images. La phase de visualisation est souvent précédée d'une phase de prétraitement (figure III-5). Celle-ci consiste en un filtrage ou/et un ré-échantillonnage de la base de données dans le sens des coupes. En effet, les méthodes de lancer de rayons sont appliquées sur des scènes à voxels cubiques afin de rendre une perception isotrope des données. Or, les voxels obtenus par l'acquisition ne le sont pas : généralement l'épaisseur

des coupes et surtout la distance entre deux coupes sont supérieures à la taille des pixels. Le ré-échantillonnage isotrope est nécessaire pour obtenir des voxels cubiques. Généralement, si le rapport distance inter-coupes/taille du pixel est relativement faible (inférieur à dix), l'interpolation est du type linéaire. D'autres interpolations, d'ordre supérieur ( $1/d$ ,  $1/d^2$ , B-Splines) peuvent être considérées [Luo86] [Hamitouche88].

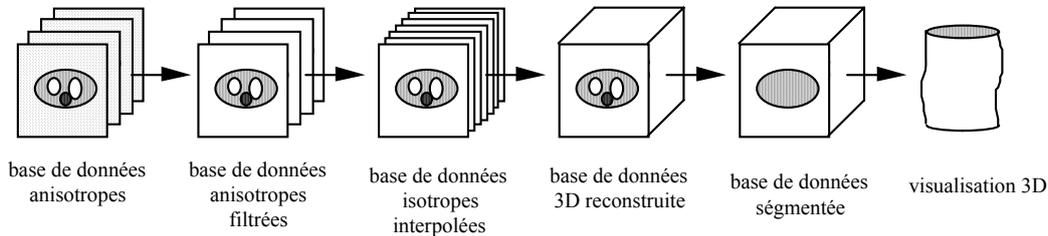


figure III-5  
Chaîne de prétraitements avant visualisation

### 1.5.1. Techniques surfaciques

Le processus de visualisation se déroule de la manière suivante : les rayons primaires sont lancés de chaque pixel de l'écran. La projection étant orthogonale, les rayons possèdent la même direction. Le lancer de rayons en lui-même se décompose en trois phases : une phase de déplacement du plan image vers la scène, une phase de recherche de l'intersection rayon/objet et, l'intersection constatée, une phase d'ombrage.

#### 1.5.1.1. Phase de déplacement

Cette phase permet le parcours de la base le long du rayon. Le § I-2-4-2. décrit les différentes possibilités de progression dans une grille de voxels.

Les deux méthodes les plus souvent citées dans la littérature sont :

-l'échantillonnage régulier le long du rayon [Tuy84] [Höhne87] [Robb88] ;

L'incrément le long du rayon est de l'ordre de grandeur du pixel de l'écran. Dans le cas où l'objet et l'écran sont de même résolution, l'approximation la plus répandue consiste à attribuer à la position courante le long du rayon la valeur du voxel le plus proche. Une résolution supérieure de l'écran (zoom 3D) nécessite une recherche de l'information par interpolation.

-le déplacement de voxel en voxel le long du rayon ;

Le problème est similaire à la génération d'un segment de droite dans un plan quadrillé [Bresenham65]. Trouset [Trouset87] a élaboré un algorithme de synthèse d'images qui comporte la limitation suivante : si la scène est référencée par le repère  $(O_{ob}, x_{ob}, y_{ob}, z_{ob})$  -les coupes tomographiques sont parallèles au plan  $(x_{ob}, y_{ob})$ - les rayons ne sont lancés que dans les plans  $(x_{ob}, y_{ob})$ . Les traitements 3D sont décomposés en une série (empilée) de traitement 2D. L'algorithme 2D de Bresenham (modifié pour tenir compte de tous les voxels traversés par le rayon) trouve ainsi une application directe. D'autres auteurs [Fujimoto86] [Schlusselberg88] utilisent une extension 3D appelée 3D DDA (3D Digital Difference Analyser) de l'algorithme de Bresenham.

#### 1.5.1.2. Phase d'estimation de l'intersection

Le processus de visualisation est mené sur le volume non segmenté. La phase de recherche d'information a pour but de définir la classe du voxel courant le long du rayon. Elle correspond en fait à une phase de segmentation durant la visualisation. La plupart des auteurs décident de l'appartenance d'un voxel à une classe en fonction de la valeur associée. Cette valeur est comparée à des seuils définissant ces classes d'appartenance.

Le lancer de rayons actif de Troussset [Troussset87] représente un premier pas vers une segmentation du volume plus évoluée durant la visualisation. Dans un premier temps, un voxel candidat est estimé de façon classique (comparaison avec des seuils). La phase d'intersection proprement dite a pour but de déterminer si une surface d'objets existe réellement au niveau du voxel alerte (élimination du bruit) et dans le cas d'une alerte valide, de trouver le meilleur point d'intersection possible. A partir du voxel candidat cette phase d'intersection est décomposée en plusieurs étapes :

-identification du segment candidat ;

Cette étape identifie de manière précise l'ensemble des voxels le long du rayon qui sont des candidats possibles à l'intersection. Ce sous-ensemble est appelé segment candidat.

-relation avec des surfaces détectées ;

Cette étape vérifie si l'alarme courante correspond à la continuation d'une surface déjà détectée (par les rayons précédents) ou à une surface nouvelle.

-validation du segment candidat ;

Les informations utilisées par la validation sont les valeurs des voxels et leurs gradients 3D. Cette étape permet d'éliminer les alertes causées par du bruit. Si le segment est valide la phase d'intersection est poursuivie.

-classification du segment candidat ;

Cette étape décide si l'information gradient est fiable le long du segment.

-sélection du point d'intersection.

Le choix de la méthode utilisée pour définir le meilleur point d'intersection est fonction des relations aux surfaces déjà détectées et de la classification du segment candidat.

#### 1.5.1.3. Phase d'ombrage

L'ombrage en imagerie médicale conditionne la compréhension du comportement des surfaces et donc l'impression de volume.

Chronologiquement, la première méthode d'ombrage utilisée en imagerie médicale 3D [Herman83] [Vannier83] faisait dépendre la couleur attribuée au pixel de la distance entre le point de surface et l'observateur. Les images résultantes sont trop lisses pour conduire à une perception de relief.

Les méthodes d'ombrage plus élaborées (cf les modèles empiriques § III-1-1-2-1) nécessitent de connaître la normale à la surface. Les premières techniques estimaient cette normale par un post-traitement de l'image des distances surfaces/observateur [Gordon85]. Mais ce type d'ombrage a connu son essor par l'estimation de la normale par des opérateurs de gradient 3D appliqués aux valeurs des voxels [Barillot85a] [Höhne86]. Plus récemment, Tiede et al [Tiede90], après détection de la surface, modélisent cette dernière

par un polygone selon l'algorithme Marching Cube [Lorensen87] ; la normale à cette surface est considérée pour le calcul de l'ombrage.

Le modèle de Phong [Bui75] s'adapte aisément au calcul de l'ombrage en imagerie médicale. Ce type d'ombrage permet de visualiser finement les variations de la surface, de dégager les différentes structures et de percevoir le volume de façon réaliste.

### **1.5.2. Techniques volumiques**

Depuis quelques années, une nouvelle classe de techniques de visualisation, basées sur la segmentation floue, est apparue en imagerie médicale [Levoy88] [Drebin88] [Tiede90]. Ces algorithmes ont en commun :

- d'assigner une opacité à certaines classes de valeurs des voxels ;
- de pondérer l'opacité en fonction du gradient 3D afin de faire ressortir les voxels de surface ;
- de composer une vue semi-transparente de la scène par l'intégration des différentes opacités et l'ombrage des voxels.

Le paragraphe III-1-1-3 fournit plus de détails sur ces techniques volumiques.

Cette classe d'algorithmes autorise la visualisation par semi-transparence des différentes structures d'une scène.

La segmentation floue amoindrit les artefacts dus à l'aliasage. Elle semble plus adaptée à la visualisation d'objets fins (vaisseaux, os minces,...).

Le rendu de volume apporte une solution pour la représentation de scènes difficiles à segmenter. Il permet de faire ressortir sur l'écran certaines structures impossibles à extraire et à visualiser différemment.

Les limitations attribuées au rendu du volume concernent :

- l'attribution des opacités par rapport aux valeurs des voxels doit être fixée à l'aide d'heuristiques et peut être amenée à produire des images différentes d'une même scène ;
- l'exploration de l'ensemble du volume pénalise le temps de calcul d'une image ;
- la composition floue et l'intégration des opacités le long du rayon suppriment toute notion d'objets. Les structures n'apparaissent que lors et par la visualisation ce qui interdit toute autre appréhension de la scène.

## **III.2. Lancer de rayons multi-fonctions**

### **2.1. Principe**

Le lancer de rayons à usage médical reste confiné à quelques utilisations (voir [Höhne90] pour quelques exemples). Le rendu de surfaces, par son schéma simple (déplacement, recherche de l'intersection, ombrage) est dédié à la visualisation de scènes dont les structures sont aisément segmentables (surfaces externes et os en scanner X,...). Associée à quelques outils d'exploration (comme la définition de plans de coupes obliques) cette technique permet une bonne appréhension de la scène 3D tout en préservant le contact (la possibilité de pratiquer des mesures, d'estimer les surfaces) avec les structures visualisées.

Le rendu de volume intervient soit dans les situations où la représentation devient difficile (certaines structures ressortent durant la visualisation, des surfaces sont adoucies,...), soit pour situer entre elles les différentes structures (par semi-transparence).

Nous proposons un schéma unifié, le lancer de rayons multi-fonctions, pour la visualisation et l'exploitation de base de données à usage médical. L'objectif poursuivi est la généralisation des différentes fonctionnalités de base qui apparaissent en imagerie médicale (manipulation, dissection, mesures,...) durant le processus de synthèse d'images, ceci pour éviter tout prétraitement de données.

Les contraintes de l'imagerie médicale prise en compte dans cette approche unifiée concernent :

-la nature des données ;

Un voxel peut être affecté d'une seule valeur (imagerie morphologique traditionnelle, scanner ou IRM), d'un vecteur décrivant certaines caractéristiques des objets (en IRM différents paramètres -densité des protons, temps de relaxation T1 et T2- peuvent conduire à la formation de base de données vectorielles) ou d'une information complémentaire issue de la multimodalité.

-l'échantillonnage des diverses fonctions qui représentent les objets ;

Traditionnellement, les outils de visualisation opèrent sur des données isotropes. Or la plupart des sources d'acquisition fournissent des données anisotropes.

-la position de l'observateur ;

Certaines techniques restreignent les possibilités dans ce domaine [Troussset87].

-la nature du rendu (surfaccique ou volumique) ;

-les demandes des utilisateurs ;

Outre la visualisation, nous pouvons citer le filtrage, des possibilités nouvelles de segmentation, des mesures,...

Différentes particularités de la modélisation des données et du mode de représentation justifient le choix de la technique de synthèse d'images par lancer de rayons sur des grilles 3D de voxels en tant que cadre généralisé de visualisation en imagerie médicale.

L'utilisation de modèles de surfaces (modélisation par facettes polygonales ou fonction polygonale, extraction des voxels ou des cuberilles,...) suppose par définition des phases de prétraitement (segmentation de la scène et construction du modèle). Cette séparation entre prétraitement et visualisation entraîne un appauvrissement de l'information présentée sur l'écran et handicape fortement l'interactivité. Supposons que l'utilisateur, après une première visualisation, veuille changer des paramètres dans une zone de la scène. Il devra appliquer à nouveau une phase de segmentation et de modélisation à l'ensemble du volume avant la projection.

Les approches volumiques autorisent les traitements sur les volumes non segmentés. Les différents traitements sont applicables aux moments et aux endroits réellement requis. Un changement dans les conditions d'utilisation n'entraîne de modification que dans les traitements et non dans les données.

Le mode de codage des données non segmentées (arbre octal ou matrice de voxels) intervient dans le choix de la représentation. L'emploi d'un codage par arbre octal requiert toutefois une légère phase de segmentation (différenciation de l'information utile de celle qui est inutile) et une phase de codage. La décomposition et le codage restent par la suite indépendants de la visualisation et des traitements. La structure des données en arborescence induit une perte de la notion de voisinage. La plupart des traitements 3D nécessitent la connaissance de l'information de l'environnement proche. Des algorithmes de recherche des voxels voisins à un noeud ont dû être développés à cet effet. Cette contrainte remet en cause l'intérêt d'une décomposition par arbre octal dans notre cadre général.

La matrice de voxels nous semble la forme de codage la plus appropriée. Les données d'acquisition sont présentées sous la forme de coupes composées d'une matrice de pixels. La constitution de la grille 3D qui décrit le volume est obtenue par empilement de la série de coupes tomographiques (nous verrons par la suite que l'interpolation peut constituer une des opérations de la visualisation multi-fonctions). L'information du volume est ainsi disponible sans prétraitement à sa résolution d'acquisition. Les relations de voisinage entre voxels sont préservées. Aucune restriction spatiale n'est ainsi appliquée aux différents opérateurs. L'inconvénient majeur de ce type de codage tient à sa simplicité : l'ensemble de l'information (même inutile) est mémorisé.

Le lancer de rayons est préféré à la projection de la matrice de voxels sur l'écran. Ses avantages sont multiples :

- les rayons partent de l'écran. Les traitements ne sont appliqués qu'au moment et à l'endroit où ils sont requis par l'observateur.
- la souplesse et la facilité de manipulation. Ce point concerne le changement de point de vue de l'observateur, la possibilité d'intégrer les opérateurs -à la demande- le long du rayon.
- l'indépendance ou la cohérence des rayons. Des traitements différents peuvent être affectés indépendamment des rayons voisins. Cependant, la cohérence des rayons voisins

autorise l'exploitation d'une information volumique dépassant le domaine strict d'un rayon isolé.

-le lancer de rayons peut être considéré également comme un mode de parcours de la scène 3D privilégiant l'écran. La projection orientée objets nécessite dans un premier temps une phase de projection et dans un deuxième temps les opérations de recueil et d'intégration de cette information sur l'écran. Pour le lancer de rayons, l'information le long de la ligne de vue est recueillie et intégrée directement en fonction des pixels sur l'écran, donc de l'observateur.

La généralisation dont il est question ici sous-entend l'implantation, durant la représentation, de différents opérateurs et l'élaboration de stratégies les combinant. Diverses caractéristiques permettent de définir complètement les applications qui entrent dans ce schéma unifié :

-la nature des opérateurs ;

Ce point regroupe la quasi totalité des traitements qui interviennent en imagerie médicale. Ces opérateurs concernent la réduction de bruit, l'interpolation ou la segmentation des données. Celle-ci peut être décomposée en opérateurs de rehaussement des structures, de détection de surfaces, de reconnaissance de régions,... D'autres traitements sont plus proches de la visualisation tels les opérateurs d'ombrage, les techniques de composition (par exemple, opacités et couleurs dans les techniques de rendu de volume [Levoy89]). Les opérations de mesures et d'extraction des caractéristiques trouvent également leur place dans le schéma généralisé.

La description des opérateurs est complétée par un classement en récursif/non récursif, séparable/non séparable et linéaire/non linéaire.

-la dimension spatiale des traitements ;

Les opérateurs peuvent être restreints au cas monodimensionnel (traitements uniquement restreints aux valeurs le long du rayon) ou étendu à des dimensions supérieures (2D, 3D).

-la localisation des traitements ;

Certains traitements ne doivent être appliqués que dans des zones bien délimitées de la scène (régions d'intérêt). Les masques logiques qui définissent ces régions sont soit liés à la base tridimensionnelle (volumes englobants ou régions d'intérêt déterminés interactivement ou automatiquement), soit à l'écran (zones de l'écran à partir desquelles certains rayons sont lancés).

-le mode de progression le long des rayons ;

Traditionnellement, le rayon est parcouru d'avant en arrière de la scène. Certaines situations peuvent imposer un parcours inverse (arrière vers l'avant), une marche alternée et même un cheminement itératif.

-les règles de combinaison des différents traitements ;

Ces règles définissent en fonction de stratégies les séquences d'opérations propres à répondre à la demande de l'utilisateur.

Le premier et les deux derniers points représentent les éléments clés de l'approche unifiée. Ils contrôlent et définissent en grande partie les traitements et les opérations effectués par le lancer de rayons multi-fonctions.

En vue d'expliciter notre cadre général de visualisation, deux situations sont présentées : les opérations séquentielles le long du rayon et la composition de fonctions.

-opérations séquentielles le long du rayon.

Les différents modules de traitement des données sont appliqués séquentiellement le long du rayon durant la visualisation (figure III-6).

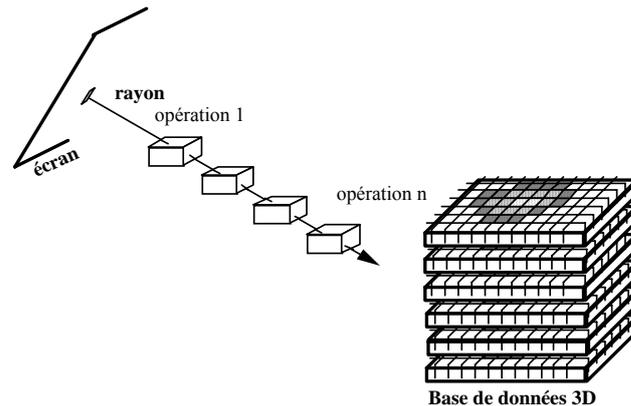


figure III-6  
opérations séquentielles le long du rayon

L'ensemble des opérations est formalisé par :

$$F_n( F_{n-1} \dots F_2( F_1(I) ) \dots )$$

où : I représente les données courantes sur le rayon et  $F_1$  la première fonction appliquée aux données.

Les valeurs issues de  $F_1$  servent de paramètres d'entrée à  $F_2$  et ainsi de suite. Ces résultats peuvent représenter des données traitées (après filtrage par exemple), des informations complémentaires (mesures physiques, relations topologiques,...), des réponses logiques,...

Le rendu de surface par lancer de rayons en imagerie médicale illustre clairement ce type de procédure séquentielle.

La représentation d'une surface comprend les étapes suivantes :

(a) une phase de déplacement  $F_1$  qui de  $(x_1, y_1, z_1)$  indique le point suivant le long du rayon :

$$(x_2, y_2, z_2) = F_1 (x_1, y_1, z_1).$$

(b) une phase de recherche d'intersection  $F_2$  qui estime si le point  $(x_2, y_2, z_2)$ , donné par  $F_1$ , appartient ou non à une structure d'intérêt. La réponse de  $F_2$  contient la position  $(x_2, y_2, z_2)$  et un booléen  $B$  (Appartient=1/N'appartient pas=0) :

$$(B, x_2, y_2, z_2) = F_2(x_2, y_2, z_2).$$

(c) une phase d'ombrage en fonction de  $B$ . Si  $B=1$ , la couleur du pixel est calculée. Cette phase d'ombrage peut être séparée en deux sous-opérateurs suivants :

(c-1) calcul de la normale en  $(x_2, y_2, z_2)$  :

$$\mathbf{N} = F_3(x_2, y_2, z_2, B)$$

(c-2) calcul de la couleur du pixel en fonction de  $\mathbf{N}$ , des conditions de vision  $\mathbf{V}$  et d'éclairage  $\mathbf{E}$ . Ces deux derniers paramètres d'entrée sont constants pour tout le calcul de l'image. La couleur  $c$  du pixel de départ de l'écran vaut :

$$c = F_4(\mathbf{N}, \mathbf{V}, \mathbf{E})$$

Le rendu de surface à partir d'un point  $(x, y_1, z_1)$  se formalise par :

$$c(x_2, y_2, z_2, B) = F_4(F_3(F_2(F_1(x_1, y_1, z_1))))$$

Le lancer de rayons peut aisément se présenter sous une forme récursive de cette séquence d'opérations.

- Composition de fonctions

Les fonctions sont calculées parallèlement ou indépendamment les unes des autres sur des domaines différents. Le résultat escompté découle de la composition des valeurs de ces fonctions. Cette composition s'exprime par :

$$C(F_1, \dots, F_n)$$

Nous avons volontairement omis les arguments des fonctions.

La composition peut prendre diverses formes :

\*l'association et la pondération des résultats multiples de fonctions d'analyse

$$c = \alpha_1 F_1 + \alpha_2 F_2 + \alpha_3 F_3 \dots$$

\*le contrôle par des masques de l'espace 3D ou des arguments des fonctions.

\*l'association des paramètres dans un espace vectoriel (multi-paramétrique). Nous avons vu précédemment (§ I-1) que l'IRM, par ses trois paramètres d'acquisition  $(p, T_1, T_2)$ , peut se mettre sous une forme vectorielle. Chaque tissu est ainsi discriminé au mieux dans cet espace multi-paramétrique.

Plus globalement, une application précise du lancer de rayons peut se caractériser par le nombre d'opérations distinctes qu'elle comporte. Par opérations distinctes, nous entendons un ensemble de fonctions associées afin de répondre à un objectif donné. La liste des opérations concernant l'imagerie médicale tridimensionnelle contient : la mise en forme des données (interpolation,...), la segmentation (ce terme est pris dans son sens le plus général, c'est-à-dire la reconnaissance et la classification des divers éléments d'une scène), la représentation de l'information, les mesures topologiques ou physiologiques,... Cette liste est loin d'être exhaustive, mais elle présente une palette des fonctions intégrables sur le lancer de rayons multi-fonctions.

Nous définissons le **lancer de rayons multi-fonctions d'ordre (n)** comme l'intégration de  $n+1$  opérations distinctes le long du rayon. Cette notion d'ordre permet la caractérisation des différents algorithmes existants et des applications présentées par la suite.

-le lancer de rayons d'ordre 0 (une opération) est typiquement représenté en imagerie médicale par les outils de visualisation intégrant l'information le long du rayon.

L'algorithme Maximum Intensity Projection (MIP) fait partie de cette catégorie : la valeur maximale des voxels se trouvant le long des rayons est attribuée au pixel de départ.

Le lancer de rayons volumique rentre également dans cette classe de rayons multi-fonctions. Ce rendu de "volume" est axé principalement sur la visualisation. La discrimination de tissus qu'elle procure paraît bonne mais ce n'est qu'une segmentation visuelle.

De manière plus générale, les techniques de lancer de rayons que nous avons appelées traditionnelles <sup>1</sup>, c'est-à-dire celles qui sont développées par le rendu hyper-réaliste de scènes de synthèse, sont d'ordre 0. La scène est définie, le seul objectif du lancer de rayons consiste à estimer au mieux la fonction d'éclairage de la scène.

-le lancer de rayons d'ordre 1 (intégration de deux opérations).

Nous avons intégré le lancer de rayons utilisé pour la représentation des surfaces d'une base de voxels dans cette classe. Cette représentation, du fait de son objectif unique -la visualisation de structures-, paraît être d'ordre 0. Cependant elle est d'ordre 1 car l'opération de segmentation est intégrée durant la visualisation. Ces outils de segmentation fournissent des informations exploitables non seulement pour la représentation mais également pour la caractérisation des tissus observés. Un tel type de lancer de rayons est véritablement d'ordre 1 si, en plus de la visualisation, il fournit à l'utilisateur les informations topologiques ou une classification. Le schéma de visualisation/extraction des points de surface est représentatif d'un lancer d'ordre 1. La seule visualisation surfacique par lancer de rayons sur une base de voxels est considérée toutefois d'ordre 1, car si la fonction de segmentation n'est pas explicite (dans le sens d'un résultat autre que visuel), elle est indispensable à la représentation. Une simple modification des algorithmes permet l'exploitation directe de cette information.

Cette notion de lancer de rayons d'ordre 1 est illustrée par la suite dans le paragraphe concernant la détection de surface par l'utilisation d'un schéma de détection/estimation

---

<sup>1</sup> Les lecteurs peuvent se référer au paragraphe II-1-5 pour leur définition.

statistique (§ III-2-2) ou par une modélisation basée sur les moments géométriques (§ III-2-3).

La première technique citée permet la visualisation (donc l'extraction) de surfaces difficiles à segmenter de manière totalement automatique. Elle met en oeuvre une série de fonctions ou de tests statistiques afin de déceler la surface d'intérêt et la représenter.

La seconde technique modélise un voxel de surface par un plan à l'aide d'un opérateur basé sur les moments géométriques. L'intersection rayons/surfaces et l'estimation de la normale à la surface sont ainsi affinées. L'intégration de l'opérateur moment dans la suite d'opérations séquentielles le long du rayon autorise une perception et une estimation plus fines (au niveau sous-voxel) des surfaces d'une scène.

-le lancer de rayons d'ordre 2 : l'intégration de trois opérations distinctes.

A notre connaissance, les applications actuelles du lancer de rayons n'atteignent pas cet ordre. Elles sont pratiquement restreintes à la seule visualisation de scènes. Les opérations de mise en forme ou de mesure des données 3D font l'objet de traitements antérieurs ou postérieurs à la représentation. Si ces fonctions sont intégrées directement à la représentation, seule l'information strictement nécessaire à la visualisation est traitée.

Nous proposons diverses applications d'ordre 2 qui concernent soit la mise en forme et la représentation simultanée des données, soit la préparation et la visualisation des données morphologiques et fonctionnelles.

Le premier type d'application (mise en forme/représentation) est illustré par le lancer de rayons avec réduction du bruit (cf § III-2-5) et par le lancer de rayons sur des données anisotropes (cf § III-2-5). Le premier cas concerne la représentation surfacique de données 3D bruitées. Ce schéma comporte, outre les opérations habituelles de segmentation et représentation, une fonction de réduction du bruit des données. Le second, le lancer de rayons sur des bases de données 3D anisotropes, permet de s'affranchir d'une interpolation préalable des données (économie de place mémoire) et réduit cette opération aux seuls endroits nécessaires. Il est à noter que ces applications (débruitage et interpolation) peuvent être intégrées ensemble dans un lancer de rayons d'ordre 3.

L'application présentée au § VI-2-2-2-5 concerne la mise en forme et la visualisation de champs de potentiels surfaciques électriques ou magnétiques sur la morphologie du patient. Le lancer de rayons met en oeuvre des fonctions d'extraction du modèle de surface, de calcul du schéma d'interpolation des champs de potentiels sur ce modèle et la projection/représentation de cette information.

Ces trois applications illustrent parfaitement des situations où des opérations de nature totalement différente sont combinées afin de répondre à certains objectifs.

## **2.2. Détection de surfaces par l'utilisation d'un schéma de détection-estimation statistique**

Les techniques de représentation que nous avons choisies sont axées sur la définition de structures dans le volume, suivie d'une phase de visualisation de ces surfaces. Compte tenu de la nature relativement difficile des données, la détection et l'estimation de ces surfaces font partie des problèmes clés de l'imagerie médicale 3D.

Une surface représente une frontière entre deux classes de données dans le volume. Elle se traduit par un passage d'un niveau de valeurs (représentant une des classes) à un autre. Nous pouvons faire une analogie entre l'estimation d'une telle surface et les méthodes de détection de rupture dans un modèle utilisé en traitement de signal monodimensionnel [Basseville87-91] [Carrault90]. Ces modèles sont basés sur la désignation de marqueurs stochastiques indiquant un changement (dans notre cas une frontière, une rupture) et de règles statistiques. Il s'agit de décider entre deux hypothèses "changement du modèle ( $H_1$ )/sans changement du modèle ( $H_0$ )" et d'estimer la localisation spatiale des changements.

Une classe d'objets en imagerie médicale est souvent caractérisée par la moyenne des valeurs associées aux voxels appartenant à cette classe. Une surface est alors estimée par la détection d'une rupture (d'un saut) de moyenne. Une structure est considérée comme une zone de valeur constante perturbée par un bruit blanc ( $\varepsilon_n$ ) de moyenne nulle et de variance  $\sigma_\varepsilon^2$ .

Prenons une séquence d'observation  $v_n$  le long du rayon ( $v_n$  représente la valeur des voxels traversés par le rayon à l'échantillon  $n$ ) qui présente un changement de valeur moyenne à une position  $r$  :

$$v_n = \mu_n + \varepsilon_n$$

avec :

$$\mu_n = \begin{cases} \mu_0 & \text{si } n < r \\ \mu_1 & \text{si } n \geq r \end{cases}$$

où  $\mu_0$  et  $\mu_1$  représentent la moyenne des deux classes avant et après le saut.

Les hypothèses composées précédentes s'expriment alors par  $H_0$ , "l'observation est sans changement de moyenne" et  $H_1$  "l'observation présente un changement de moyenne à la position  $r$ ". Soit encore :

$$\begin{aligned} H_0 : & \quad v_k = \mu_0 + \varepsilon_k \quad \text{pour : } k \leq n \\ H_1 : & \quad \begin{cases} v_k = \mu_0 + \varepsilon_k & \text{pour : } k < r \\ v_k = \mu_1 + \varepsilon_k & \text{pour : } r \leq k \leq n \end{cases} \end{aligned}$$

Dans notre cas, les moyennes avant et après le saut sont connues. Le problème de détection se ramène à un test entre les hypothèses de non changement  $H_0 : n < r$ , et l'hypothèse de changement  $H_1 : n \geq r$ . La décision peut être formulée au sens du maximum de vraisemblance et le saut de la moyenne estimé par le critère d'arrêt de Page-Hinkley, appelé également test de somme cumulée (CUSUM) [Basseville91].

Dans un cas plus réaliste, nous supposons que seule  $\mu_0$  est connue (ou estimée en ligne),  $\mu_1$  et  $\delta$  (l'amplitude du saut) restent inconnues. La solution proposée consiste à élaborer deux détecteurs en parallèle correspondant à un choix a priori d'un saut minimum d'amplitude  $\delta_m$  pour détecter soit des croissances, soit des décroissances dans la moyenne.

L'algorithme qui estime une décroissance de la moyenne correspond à :

$$\left\{ \begin{array}{l} T_0=0 \\ T_n = \sum_{k=1}^n \left( v_k - \mu_0 + \frac{\delta_m}{2} \right) \\ M_n = \max_{0 \leq k \leq n} T_k \\ \text{détection quand } M_n - T_k \geq \lambda \quad (\lambda: \text{seuil de décision}) \end{array} \right.$$

La croissance :

$$\left\{ \begin{array}{l} U_0=0 \\ U_n = \sum_{k=1}^n \left( v_k - \mu_0 - \frac{\delta_m}{2} \right) \\ m_n = \min_{0 \leq k \leq n} U_k \\ \text{détection quand } m_n - U_k \geq \lambda \quad (\lambda: \text{seuil de décision}) \end{array} \right.$$

L'instant de changement  $r$  est estimé lorsque  $T_n$  et  $U_n$  passent respectivement par un maximum ou un minimum (figure III-7).

Les avantages de cette méthode résident dans sa simplicité et dans son faible coût. En outre, ce détecteur apparaît efficace et robuste au bruit [Basseville91].

Dans le cas tridimensionnel, les surfaces sont estimées par détection de ruptures dans les moyennes le long du rayon. L'information est recueillie pas à pas durant le parcours. Une dimension spatiale supplémentaire peut être rajoutée par le calcul de la moyenne des valeurs sur un voisinage 3D (figure III-8).

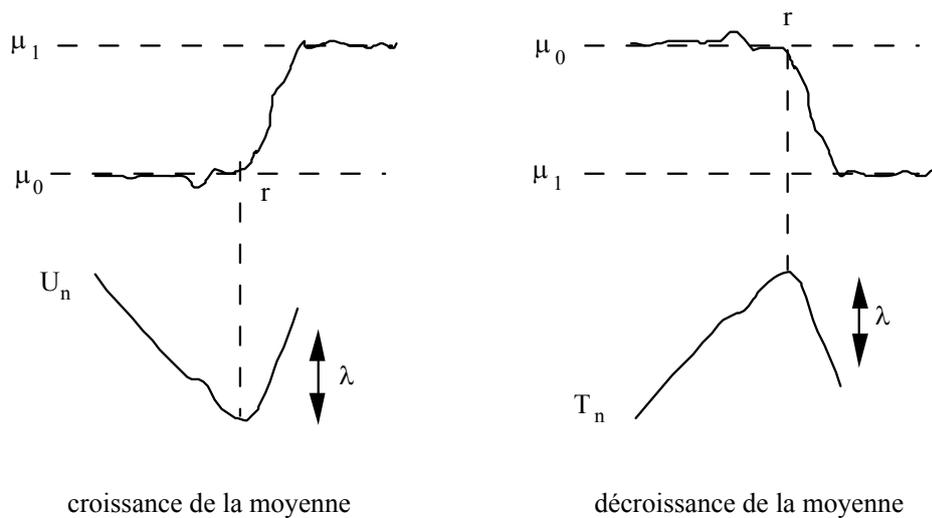


Figure III-7  
Détection de ruptures

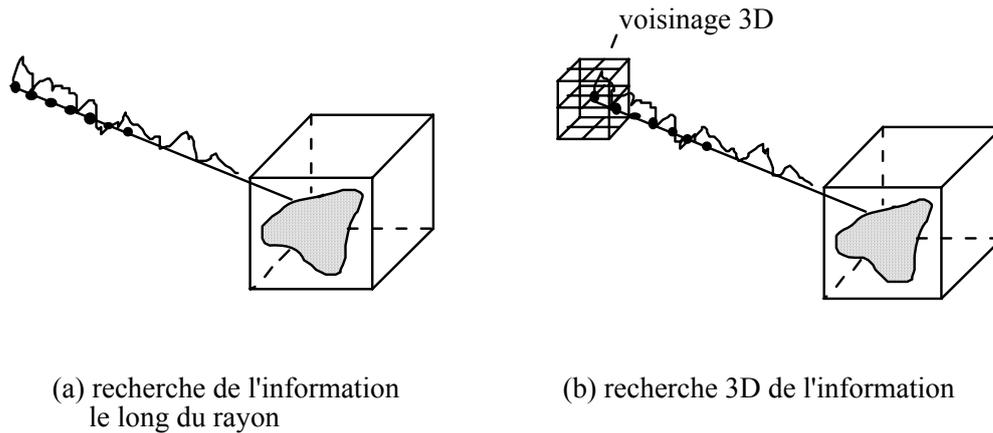


Figure III-8  
Recueil de l'information

L'algorithme de détection est le suivant :

-la moyenne le long du rayon est estimée à chaque pas de façon récursive par :

$$\mu_i = \mu_{i-1} + 1/i \cdot (v_i - \mu_{i-1})$$

où :

$\mu_{i-1}$  est la moyenne précédente et

$v_i$  l'échantillon présent (ou la moyenne du voisinage 3D).

-le test de détection de rupture est appliqué à chaque pas.

Après détection, le processus est ré-initialisé et un nouveau test est opéré. La moyenne est soit fixée à la valeur de la rupture, soit estimée sur un horizon à court terme le long du rayon.

Le choix du couple  $(\delta, \lambda)$  s'avère délicat en pratique. Toutefois, l'utilisateur possède une connaissance a priori de la distribution des niveaux de gris. Ceci lui permet de spécifier un saut minimal  $\delta_m$  tel qu'un saut de moyenne supérieur soit l'indicateur d'une surface. Des outils interactifs peuvent faciliter le choix des paramètres.

Cette méthode est appliquée sur une base de données IRM 3D représentant une tête. Les objectifs à atteindre sont l'extraction et la visualisation de la surface du cortex. La nature bruitée des données, le faible contraste des tissus rendent difficile une extraction automatique des gyri. Certaines structures, comme les parties "molles" du crâne, présentent les mêmes valeurs que le cortex. Des paramètres  $\lambda$  et  $\delta_m$  sont choisis de manière à ignorer ces structures.

L'image III-1 présente le résultat de la détection de surfaces par saut de moyenne. La base de données est quantifiée sur 12 bits, les paramètres de décision choisis sont  $\delta_m=150$  et  $\lambda=750$  pour le test d'arrêt. La détection est appliquée à l'intérieur d'une fenêtre 2D définie interactivement.

Cet exemple illustre la concaténation de masques 2D, d'opérations de détection et localisation de surfaces, d'estimation de normale et de calcul d'ombrage.



Image III-1  
Détection de surfaces par saut de moyenne

### **2.3. Utilisation d'un opérateur 3D de détection de surfaces basé sur les moments géométriques**

Nous avons vu précédemment que la notion de surface n'existe pas vraiment dans une base de voxels. La valeur d'un voxel  $v$  traversé par une frontière entre deux objets ( $a$  et  $b$ ) est le résultat de l'intégration des valeurs des régions sur tout le voxel.

Les techniques de segmentation (seuils, opérateurs différentiels,...) permettent la détection de voxels supposés traversés par une surface (nous les noterons voxels de surface). La localisation de la surface se restreint souvent à l'estimation de ces voxels. Certaines applications (extraction d'objets fins, visualisation de surfaces "difficiles",...) demandent une estimation de la surface plus fine avec une meilleure précision.

Certains algorithmes, basés sur la technique des Marching Cubes [Lorensen87], effectuent une triangulation de la surface au niveau sous-voxel. Cette technique et ses variantes (voir [Wilhelms90] pour une bibliographie des méthodes) ont en premier lieu été utilisées pour l'extraction globale des surfaces (une surface est considérée comme l'ensemble des iso-valeurs). Cette technique a été adaptée localement pour une estimation de la normale à la surface par l'équipe de Höhne [Höhne90]. Par souci de simplicité, les facettes sont limitées à des orientations et des positions bien définies entre les voxels. La normale en un point quelconque d'une de ces facettes est estimée par une interpolation de Phong [Bui75] des gradients des voxels environnants.

Nous proposons l'utilisation d'un opérateur 3D basé sur les moments géométriques [Luo93]. Pour un voxel donné, la surface entre une structure de valeur  $a$  et une autre de valeur  $b$  est modélisée localement par un plan séparé d'une distance  $h$  du centre du voxel. Les structures peuvent représenter des objets, le fond,...

#### **2.3.1. Opérateur moment**

La définition de l'opérateur moment est tirée de [Luo93].

Soit W une sphère de rayon R (le choix d'un voisinage sphérique est fondé sur les propriétés de symétrie et d'isotropie de l'opérateur). Cette sphère est traversée par un plan séparant les deux structures de valeur a et b respectivement. La normale au plan est définie par les angles  $\alpha$  et  $\beta$ . Le plan est séparé par une distance h du centre de symétrie (figure III-9).

L'opérateur 3D utilisant les moments géométriques d'ordre 2 permet de déterminer, pour un voxel donné, les paramètres de ce modèle de surface, c'est-à-dire son orientation ( $\alpha$ ,  $\beta$ ), sa localisation sous-voxel (h) et son contraste ( $c = a-b$ ) en fonction des valeurs des voxels du voisinage sphérique.

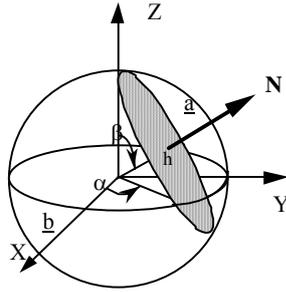


figure III-9  
modèle de surface

Par rapport au centre  $(x_v, y_v, z_v)$  d'un voxel v, les moments géométriques d'ordre  $p+q+r$  d'une fonction  $f(x, y, z)$  sont définis par :

$$M_{pqr} = \iiint (x - x_v)^p (y - y_v)^q (z - z_v)^r f(x, y, z) dx dy dz$$

Pour le modèle de surface plane, l'orientation ( $N$ ,  $\alpha$  et  $\beta$ ) est caractérisée par les moments d'ordre 0 et 1 :

$$N = k.(M_{100}, M_{010}, M_{001})$$

où :

$$k = -1/M_{000} \quad \text{par exemple}$$

ou bien :

$$\tan \alpha = \frac{n_y}{n_x} = \frac{M_{010}}{M_{100}}$$

$$\tan \beta = \frac{\sqrt{n_x^2 + n_y^2}}{n_z} = \frac{\sqrt{M_{100}^2 + M_{010}^2}}{M_{001}}$$

Les moments d'ordre 2 permettent d'exprimer la distance h et le contraste c :

$$h = \frac{1}{4M_b^3} \left[ 5(M_{200}M_{100}^2 + M_{020}M_{010}^2 + M_{002}M_{001}^2) - R^2M_{000}M_b^2 + 10(M_{001}M_{010}M_{011} + M_{001}M_{100}M_{101} + M_{010}M_{100}M_{110}) \right]$$

$$c = \frac{4}{\pi} \frac{M_b}{(R^2 - h^2)^2}$$

où :

$M_b$  est le module de la normale avant normalisation  $M_b = \sqrt{M_{100}^2 + M_{010}^2 + M_{001}^2}$   
 et  $R$  le rayon de la fenêtre sphérique.

Voir l'article [Luo93] pour les détails concernant les principes, l'implantation et l'évaluation de cet opérateur.

Des études comparatives montrent une meilleure précision pour l'estimation de la normale par l'opérateur moment que par la majorité des opérateurs de détection employés en imagerie médicale (gradient, Zucker,...). Le paramètre translation peut en outre être utilisé pour une meilleure estimation du point d'intersection entre le rayon et la surface.

### 2.3.2. Estimation de l'intersection rayon/surface

Le long du rayon, les outils de segmentation classiques indiquent si une surface traverse ou non le voxel testé. Aucune information supplémentaire n'est donnée sur cette surface. Pour certains cas critiques (structures fines, bords perpendiculaires à la direction de vision), les tests d'intersections sur le voxel courant indiquent une surface et arrêtent par conséquent le rayon, alors que cette intersection rayon/surface n'a pas lieu d'être. La figure III-10 illustre en 2D une situation où la localisation de la surface d'un objet par simple seuillage est erronée.

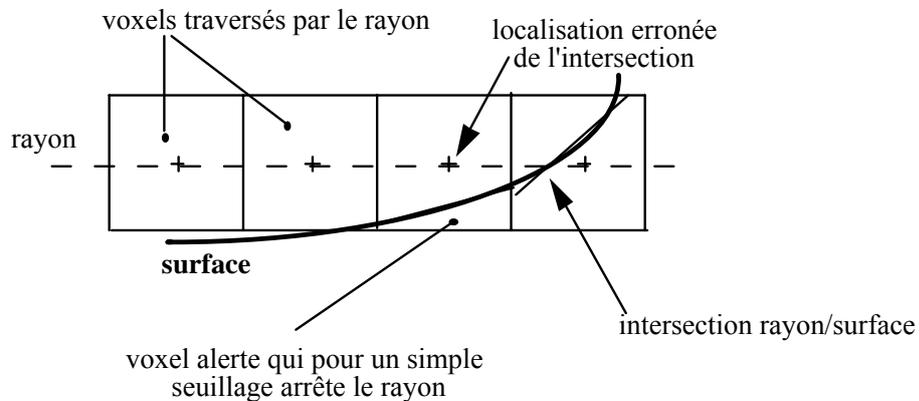


figure III-10  
 exemple de localisation erronée

L'opérateur moment apporte, par le modèle de surface qu'il propose, une meilleure précision du point d'intersection.

Supposons que le rayon défini par son origine  $R_{or}(x_0, y_0, z_0)$  et par son vecteur directeur  $\mathbf{d}$ , représenté par  $[d_x, d_y, d_z]^T$ , rencontre un voxel  $v$ , localisé en  $(x_v, y_v, z_v)$ , qui réponde aux conditions d'intersection classique. L'opérateur moment appliqué en  $(x_v, y_v, z_v)$  fournit quatre paramètres supplémentaires : les angles  $\alpha$  et  $\beta$  de la normale, la translation  $h$  et le contraste  $c$ .

Les trois premiers paramètres cités nous permettent de définir l'équation du plan modélisant localement la surface :

les composantes de la normale  $\mathbf{N}$  sont :

$$\begin{aligned}N_x &= \cos\alpha \cdot \cos\beta \\N_y &= \sin\alpha \cdot \cos\beta \\N_z &= \sin\beta\end{aligned}$$

L'équation d'un plan perpendiculaire à la normale est de la forme :

$$N_x \cdot x + N_y \cdot y + N_z \cdot z - D = 0$$

Nous savons que le point  $P = (x_v + N_x \cdot h, y_v + N_y \cdot h, z_v + N_z \cdot h)$  appartient au plan. La constante  $D$  est déterminée par :

$$D = N_x \cdot (x_v + N_x \cdot h) + N_y \cdot (y_v + N_y \cdot h) + N_z \cdot (z_v + N_z \cdot h) = N_x \cdot x_v + N_y \cdot y_v + N_z \cdot z_v + h$$

L'intersection entre le rayon  $(x_0 + d_x \cdot t, y_0 + d_y \cdot t, z_0 + d_z \cdot t)$  et le plan se résout analytiquement. La position ainsi calculée permet de confirmer ou d'infirmer l'alerte au voxel courant. Dans le premier cas, les composantes de la normale sont retenues pour le calcul de l'ombrage, dans le second, la recherche de la surface est poursuivie.

### **2.3.3. Evaluation des performances sur des données simulées et réelles le long du rayon**

Plusieurs tests ont été effectués sur des données 3D simulées et réelles. Pour les simulations, ces tests incluent des comparaisons entre les caractéristiques analytiques de la surface (normale, position, contraste) à leurs équivalents estimés par les opérateurs de détection le long du rayon. Les caractéristiques de la base de données utilisée lors de la simulation sont les suivantes (voir annexe A) : sa taille est de 90 X 90 X 90 voxels, elle représente une sphère de rayon  $R=40$ , elle est coupée par un plan  $2 \cdot x + (3/2) \cdot y + z = 0$  construit avec une résolution sous-voxel de 1/10 (le niveau de gris de chaque voxel est déterminé par le moyennage de 1000 sous-voxels). Pour chaque voxel de surface, nous disposons à la fois de son niveau de gris et de sa position, ainsi que des positions et normales géométriques calculées analytiquement, le contraste de la surface étant de 200.

Le tableau III-11 présente les erreurs d'estimation de la surface pendant le lancer de rayon par rapport à la surface analytique. La comparaison est effectuée entre un simple seuillage et la localisation sous-voxel utilisant l'opérateur moment. Le tableau montre l'erreur maximale (ME) et l'erreur moyenne quadratique (RMS) de la localisation sur la sphère entière, le plan seul et l'objet complet (sphère tronquée). Les deux premiers domaines d'évaluation sont de géométrie continue. L'objet complet présente en outre des arêtes. Les erreurs sont mesurées en voxels. L'intérêt de l'opérateur moment apparaît nettement dans cette évaluation.

Opérateurs	Sphère		Plan		Objet complet	
	Max	RMS	Max	RMS	Max	RMS
Moment	0.849	0.365	0.310	0.187	1.172	0.291
seuillage	2.858	0.881	0.500	0.307	2.858	0.694

Tableau III-11  
Erreur d'estimation de la surface pendant le lancer de rayon

Les déviations entre normales analytiques et normales estimées par divers opérateurs implantés sur le rayon sont regroupées dans le tableau III-12. Hormis pour l'opérateur moment, l'intersection rayon/surface est estimée par simple seuillage. Les déviations sont exprimées en degré.

Opérateurs	Sphère		Plan		Objet complet	
	Max	RMS	Max	RMS	Max	RMS
Moment	2.320	0.748	0.612	0.411	44.715	6.000
Canny $\alpha=1.6$	9.536	2.596	0.839	0.678	40.306	6.301
Zucker	9.232	3.764	2.723	2.521	37.642	7.387
Gradient simple	9.128	4.514	3.436	3.194	37.744	7.861

Tableau III-12  
Déviations entre normales analytiques et normales estimées

Les images III-2 et III-3 illustrent les résultats obtenus sur l'objet géométrique test respectivement pour l'opérateur gradient (surface estimée par un seuil) et pour l'opérateur moment. Chaque image contient : l'objet analytique (haut à gauche), l'image de synthèse par lancer de rayons portant l'opérateur à évaluer (bas à gauche). Au centre sont présentées l'image des déviations (haut) et l'histogramme de ces déviations (milieu). A droite, l'image des erreurs de localisation de la surface et leur histogramme. Les pics observables sur les histogrammes sont dus à la discrétisation spatiale de l'objet.

Une comparaison sur données réelles entre le schéma classique (seuil et gradient) et celui utilisant l'opérateur moment est illustrée par les images III-4 et III-5.

La première base de données visualisée représente un coeur injecté provenant de la Mayo Clinic (Annexe A). L'objet est relativement massif et régulier. Des structures fines sont toutefois présentes à la surface (vaisseaux, creux,...). Le schéma de détection/ombrage basé sur l'opérateur moment (image III-4 à droite) fait ressortir de façon plus nette ces structures fines, en particulier les vaisseaux de surface et les détails en haut à droite de l'image.

La seconde base de données représente un cortex extrait d'une tête acquise en I.R.M. provenant de l'Université de Caroline du Nord (Annexe A). Les circonvolutions forment un banc de test idéal pour l'évaluation des opérateurs. Une fenêtre dans l'image résultat a été agrandie d'un facteur deux afin de comparer les détails issus du schéma seuillage et opérateurs gradient (fenêtre du haut) à ceux provenant de l'opérateur moment (fenêtre du bas). Dans ce cas également l'opérateur moment présente de meilleures performances en localisation de la surface (les creux et les sillons sont plus marqués, les circonvolutions sont affinées). Quelques erreurs de détection sont toutefois à noter (artefacts en point noir).

Les caractéristiques de l'opérateur moment ont été intégrées dans le lancer de rayons multi-fonctions. Cet opérateur améliore le calcul de la normale. La totalisation sous-voxel du modèle de surface autorise une meilleure estimation de l'intersection rayon/structures.

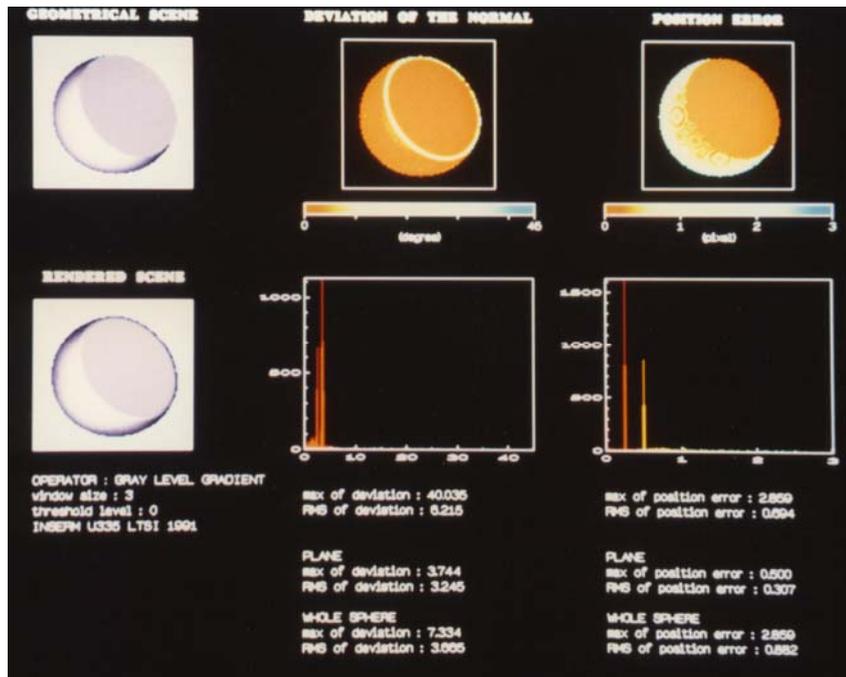


Image III-2  
Opérateur gradient

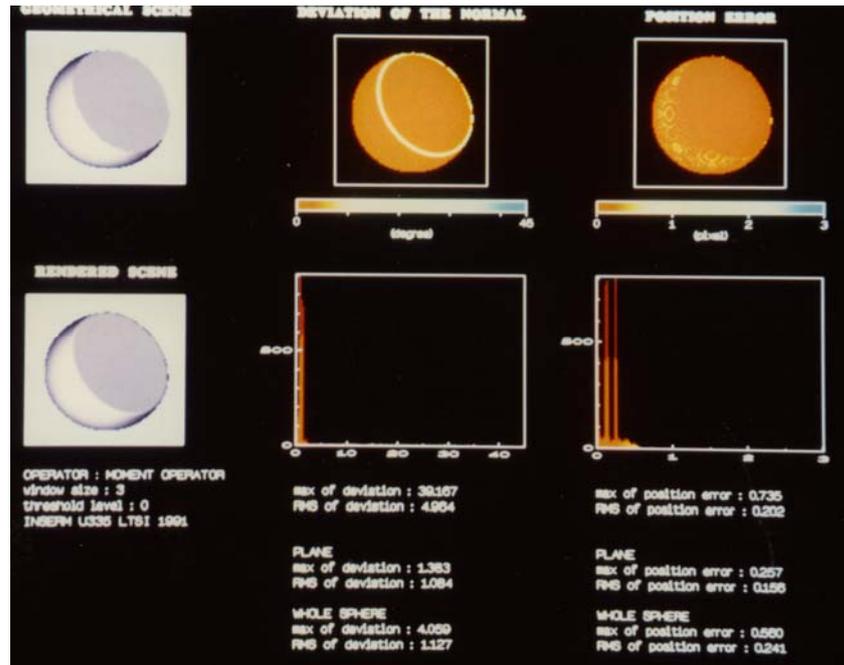
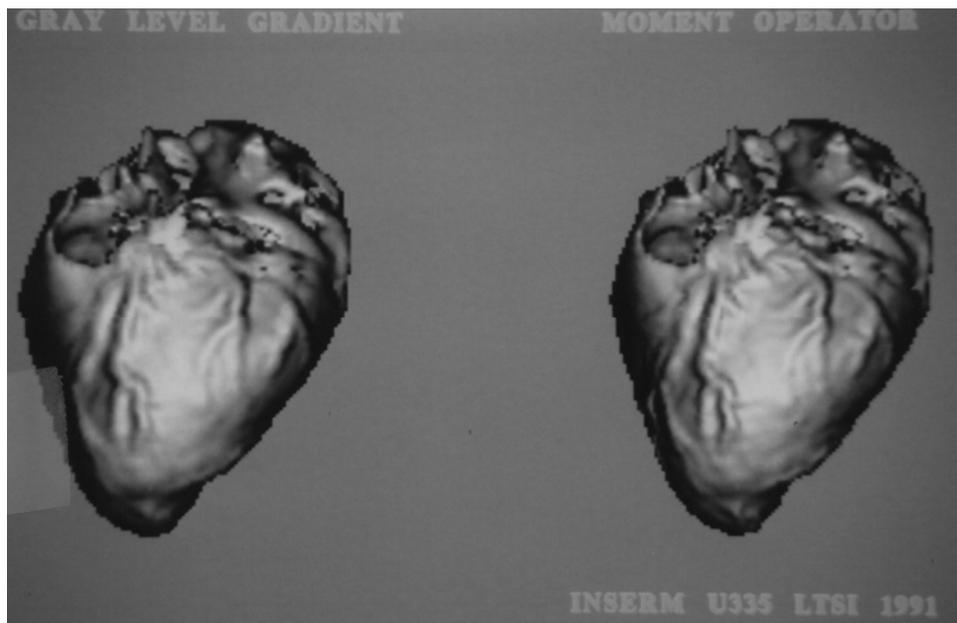


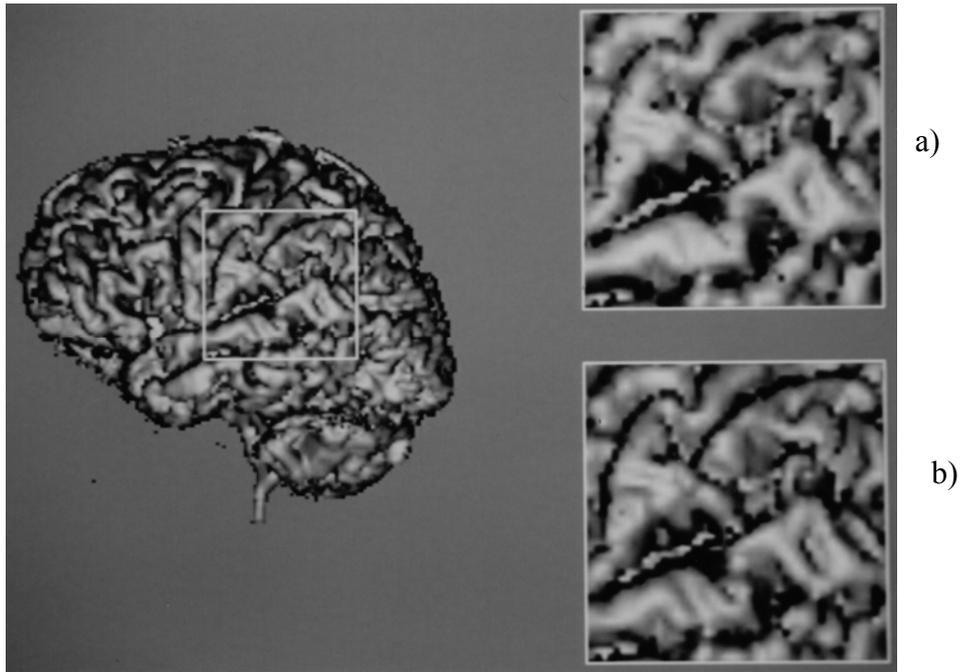
Image III-3  
Opérateur moment



a : Gradient 3D

b : opérateur moment

Image III-4  
Comparaison sur données réelles : Cœur



a : Gradient 3D

b : opérateur moment

Image III-5  
Comparaison sur données réelles : Cortex

## 2.4. Réduction du bruit sur le lancer de rayons

La qualité des images médicales est liée à la réduction du bruit. Ces images présentent plusieurs types de bruit (bruit d'acquisition -sources, déplacements,...-, artefacts de reconstitution,...). La réduction de ce bruit fait l'objet d'un prétraitement global. L'objectif que nous poursuivons consiste à visualiser les structures d'intérêt contenues dans la base de données bruitées. Cette réduction de bruit intervient à plusieurs niveaux : le long de la progression sur les rayons et, une fois l'intersection rayon/objet constatée, sur le voisinage du point de surface afin d'estimer l'orientation de la normale à cette surface.

Pour chaque voxel le long du rayon, l'algorithme comporte les étapes suivantes :

- filtrage du voxel courant.

Le filtre doit avoir un caractère local.

- estimation de l'intersection rayon/objet.

La vérification des conditions d'intersection sur le voxel courant entraîne l'étape suivante :

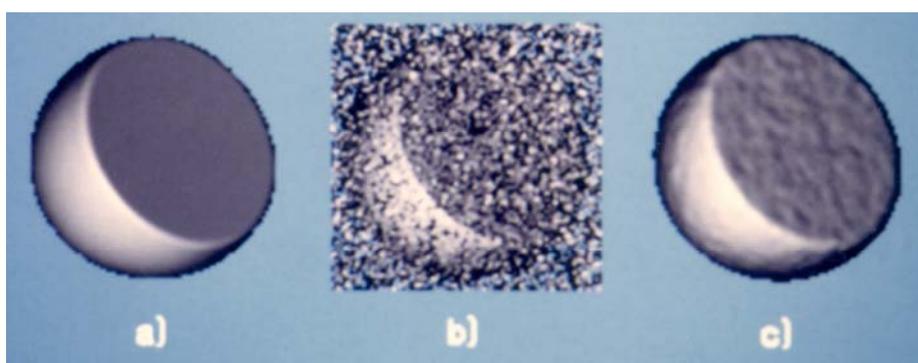
- filtrage du voisinage immédiat du voxel courant.

- calcul de la normale au point courant à l'aide de l'information filtrée.

- calcul de l'ombrage.

Un opérateur de détection plus fine (seuil sur la normale, extraction des maxima locaux) a également été intégré dans ce schéma [Hamitouche91].

Le lancer de rayons avec réduction de bruit a été évalué sur une base de données 3D de synthèse représentant une sphère coupée par un plan (voir l'image III-6-a, l'annexe A et le paragraphe III-6 pour plus de détails). Un bruit blanc gaussien de moyenne nulle est ajouté à cette base avec un rapport SNR de 5 dB. L'image III-6 présente la base bruitée à l'aide du lancer de rayons classiques (III-6-b) et la réduction du bruit par un filtre médian 3x3x3 opérant le long du rayon (III-6-c).



a : Base sans bruit    b : base bruitée SNR = 5dB    c : Réduction de bruit sur le rayon

Image III-6  
Réduction de bruit sur le rayon

## **2.5. Lancer de rayons à interpolation locale**

L'objectif poursuivi par la procédure de lancer de rayons à interpolation locale est l'exploitation de bases de données tridimensionnelle anisotrope à des fins de visualisation et de manipulation. Cette méthode s'affranchit par là de l'augmentation des ressources mémoire exigées par une interpolation pratiquée de façon globale. Une description isotrope au moyen de voxels cubiques est sans doute la mieux adaptée en terme de précision mais, inversement, la plus exigeante en place mémoire. Un tel échantillonnage est rarement respecté dans la pratique. En effet, pour réduire la durée de l'examen et les doses reçues par le patient ou pour pallier aux problèmes techniques (refroidissement et durée de vie des tubes en Scanner X,...), les examens sont souvent constitués de coupes épaisses, partiellement superposées ou pas, et avec des distances inter-coupes plus ou moins grandes. Cette particularité oblige, pour se replacer dans des conditions d'échantillonnage homogène de l'espace, à recourir aux techniques d'interpolation. Si cette interpolation n'apporte aucune nouvelle information, elle constitue cependant un élément important dans le rendu et le réalisme des objets visualisés [Hamitouche91b]. Inversement, le nombre de voxels à mémoriser augmente proportionnellement au facteur d'anisotropie des données d'acquisition.

Pour y remédier, il nous paraît avantageux de réaliser une synthèse par lancer de rayons directement sur les données 3D anisotropes.

Trousset [Trousset87] propose une solution dans le cas où les rayons sont lancés parallèlement aux coupes tomographiques. Cette façon de procéder simplifie le calcul de l'image projetée. Celui-ci se réduit à l'interpolation 2D des lignes de l'écran correspondant à chaque coupe. Trousset part de la constatation suivante : les techniques simples d'interpolation linéaires réalisées de façon globale conduisent à des erreurs dans le calcul des positions et des orientations des contours. Il propose une correction qui consiste à estimer les normales de plans intermédiaires par interpolation des normales pour les plans originaux, en essayant de préserver les continuités entre ces coupes. Le gradient est estimé avec une taille suffisamment large pour atténuer les effets dûs à l'interpolation.

Le lancer de rayons à interpolation locale [Dillenseger91a] a pour objectif de généraliser le principe de lancer de rayons sur les coupes originales en préservant l'ensemble des fonctionnalités -de la visualisation (incidence quelconque) à la manipulation des données. Il est organisé à partir des opérations suivantes :

- la délimitation sur l'écran du domaine de recherche par la projection du volume englobant et la définition du rayon (estimation de son point de départ et de la longueur dans la base de données anisotrope). Cette opération met en oeuvre des masques 2D et 3D ;
- le lancer de rayons à travers la scène anisotrope (opérations de progression dans une base de données) ;
- la détection approximative d'une surface des objets contenus dans la scène ;
- le ré-échantillonnage isotrope sur un voisinage volumique du point estimé (opérations d'interpolation) ;
- la recherche plus fine du point de la surface sur le rayon dans la zone ré-échantillonnée (reparcours local et estimation de surface) ;
- l'ombrage de la normale à la surface estimée dans la zone isotrope.

### 2.5.1. Lancer de rayons dans une image 3D anisotrope

L'échantillonnage du repère  $R_{Ob}$  n'est plus isotrope. Si  $D$  représente la distance inter-coupes et  $p$  la taille d'un pixel des coupes originales, le rapport de compression (noté  $e$ ) de  $R_{Ob}$  selon l'axe  $z_{Ob}$  vaut :

$$e = D/p$$

Le ré-échantillonnage isotrope, par interpolation de  $e-1$  coupes fictives entre deux coupes originales, définit un nouveau repère appelé  $R_{ISO}$ . La transformation entre  $R_{ISO}$  et  $R_{Ob}$  est soumise à une matrice de mise à l'échelle  $E$ , avec :

$$E = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/e \end{vmatrix}$$

$E$  concaténée à la matrice de transformation géométrique  $T$  donne une nouvelle matrice  $T_a$ . Chaque échantillon le long du rayon est ainsi localisé dans le repère objet par :

$$[x_{ob}, y_{ob}, z_{ob}]^T = [T_a] \cdot [x_{ec}, y_{ec}, z_{ec}]^T$$

### 2.5.2. Détection approximative de la surface des objets

Si pour les coupes d'origines l'information est bien présente, pour les coupes "intermédiaires" (coupes qui auraient été créées par interpolation) une surface encore inexistante doit être détectée.

L'interpolation sur un voisinage volumique est gourmande en temps de calcul. La réduction de ce voisinage impose une estimation de la position de la surface la plus précise possible.

Le module de détection approchée est le suivant :

$$p^a(x^a_{ob}, y^a_{ob}, z^a_{ob}) = p_{ob}(x^a_{ob}, y^a_{ob}, z^a_{ob}) \in \text{Ray}(x_{ec}, y_{ec})$$

si  $\text{DET\_APP}(x^a_{ob}, y^a_{ob}, z^a_{ob})$  est vérifiée

avec :

- $p^a(x,y,z)$  : point de détection approché de la surface,
- $p_{ob}(x_{ob}, y_{ob}, z_{ob})$  : point dans  $R_{ob}$  de position  $(x_{ob}, y_{ob}, z_{ob})$ ,
- $\text{Ray}(x_{ec}, y_{ec})$  : rayon lancé du pixel  $(x_{ec}, y_{ec})$ ,
- $\text{DET\_APP}(x,y,z)$  : module de détection de la position approchée de la surface au point  $(x,y,z)$ .

Plusieurs modèles de la fonction  $\text{DET\_APP}$  sont étudiés, qui font intervenir des critères géométriques et les propriétés physiques des structures.

### Premier modèle

Ce premier modèle utilise une approximation d'ordre 0. La valeur attribuée à la position courante le long du rayon est celle du voxel  $R_{ob}$  le plus proche. Les conditions d'intersection sont vérifiées sur cette valeur. Les voxels (anisotropes) de la surface sont détectés de manière classique, dès qu'un rayon les pénètre.

Cette condition de détection approchée s'écrit :

$DET\_APP(x_{ob}^a, y_{ob}^a, z_{ob}^a)$  est vérifiée  
si  $COND\_INT( e(x_{ob}^a), e(y_{ob}^a), e(z_{ob}^a) )$  est vérifiée

où :

$COND\_INT$  est la fonction issue de la synthèse classique qui vérifie si un voxel appartient ou non à la surface,  
 $e(x)$  représente la partie entière la plus proche de  $x$ .

### Deuxième modèle

La position courante sur ce rayon est entourée de voxels appartenant aux coupes originales et pouvant répondre aux conditions d'intersection. Il est donc possible de définir dans le voisinage discret du rayon les différents points de la surface de l'objet. La position approchée de l'intersection du rayon avec l'objet peut se déduire par interpolation des coordonnées de ces points discrets de la surface.

En fait, seule l'interpolation selon  $z_{ob}$  est déterminante. Le nombre de points discrets de la surface peut se réduire à deux : celui qui se trouve au-dessus du rayon ( $z$  entier supérieur) et celui qui se trouve en dessous ( $z$  entier inférieur).

L'estimation de la position approchée de la surface se déroule comme suit: Les points discrets sont recherchés par  $COND\_INT( e(x_{ob}^a), e(y_{ob}^a), s(z_{ob}^a) )$  pour le point supérieur et par  $COND\_INT( e(x_{ob}^a), e(y_{ob}^a), i(z_{ob}^a) )$  pour le point inférieur.  $s(x)$  et  $i(x)$  représente respectivement la partie entière supérieure et inférieure de  $x$ .

La position approchée est représentée par l'intersection du rayon et de la ligne définie par les deux points d'intersection trouvés. Pour les bords, où seul un de ces points peut être trouvé, le premier modèle sera appliqué.

### Troisième modèle

Le premier modèle peut être affiné. Le paramètre physique associé au point détecté est calculé par interpolation linéaire des valeurs des coupes environnantes. Si cette valeur répond aux conditions d'intersection, ce point est retenu, sinon le rayon est incrémenté.

$DET\_APP(x_{ob}^a, y_{ob}^a, z_{ob}^a)$  est vérifiée  
si  $COND\_INT( v(x_{ob}^a, y_{ob}^a, z_{ob}^a) )$  est vérifiée

avec :

$$v(x, y, z) = (1-d) \cdot v_{ob}(e(x), e(y), i(z)) + d \cdot v_{ob}(e(x), e(y), s(z))$$

$v_{ob}(x, y, z)$  : valeur au voxel  $(x, y, z)$

$d$  : distance entre la position courante et le voxel inférieur dans  $R_{ob}$  :  $d = z - i(z)$

### 2.5.3. Interpolation locale

Autour du point estimé par l'opérateur de détection approchée, la reconstitution locale de l'image 3-D sur un réseau de discrétisation isotrope est effectuée. Par souci d'économie de temps de calcul et de place mémoire, la région reconstruite doit être réduite au maximum.

Dans cette région, toutes les techniques d'interpolation à partir de données locales sont utilisables. Classiquement l'interpolation trilinéaire fournit un bon compromis entre qualité de l'approximation et charge de calcul. Elle peut même se ramener à une interpolation monodimensionnelle selon l'axe  $z_{ob}$  (supposé perpendiculaire aux plans de coupes). Nous montrons ici que des procédures plus élaborées, faisant appel aux fonctions splines, peuvent aussi s'appliquer.

#### Support de l'interpolation locale

Différent critères permettent de définir la région environnant  $P_a$  sur laquelle l'interpolation locale est menée :

-la confiance dans la qualité de l'approximation ;

Elle dépend :

\*du modèle de détection approché ;

\*du rapport  $e$  (si  $e$  est faible -2 ou 3- la position approchée est voisine de la surface "réelle") ;

-la technique d'interpolation retenue ;

Il s'avère que les points estimés par l'un des opérateurs de détection précédents sont proches de la surface de l'objet après interpolation linéaire. Si la technique d'interpolation locale est linéaire, la région sera composée des proches voisins connexes du voxel détecté. Pour les techniques d'ordre supérieur cette région doit être étendue.

-la direction de visée ;

La région doit être étendue selon la direction de visée (celle du rayon).

-la méthode de calcul de l'ombrage

L'interpolation doit fournir les valeurs des voxels voisins susceptibles d'appartenir à la surface et nécessaires au calcul du gradient.

#### Interpolation par B-Splines

Les fonctions splines sont largement utilisées en modélisation et en synthèse d'images [Barsky86]. Parmi elles, les B-Splines (ou Blended splines), polynôme de degré trois, présentent suffisamment de flexibilité pour répondre aux contraintes fondamentales de continuité d'ordre 1 et 2 (tangente et courbure) [Cinquin87].

Leur expression monodimensionnelle est la suivante :

$$C_i(t) = [t^3 t^2 t 1] \cdot \frac{1}{6} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P_{i-1} \\ P_i \\ P_{i+1} \\ P_{i+2} \end{bmatrix} = T \cdot M_B \cdot G_B^i \quad (A)$$

- $i$  :  $i^{\text{ème}}$  échantillon.
- $C_i$  : courbe entre les échantillons  $i$  et  $i+1$ .
- $t$  : variable comprise entre 0 et 1.
- $P_i$  : point de contrôle associé à l'échantillon  $i$ .
- $M_B$  : matrice des B-Splines
- $G_B^i$  : vecteur d'information géométrique contenant les points de contrôle de la courbe spline.

Nous remarquons, d'après (A), qu'un segment B-Splines n'interpole pas nécessairement ou ne passe pas par tous les points. Pour y remédier, il est possible de chercher des points de contrôle à partir des noeuds  $C_i(0)$ . La technique utilisée est la méthode itérative de Gauss-Seidel.

La représentation bivariable est obtenue à partir de la représentation univariable. Une des méthodes les plus employées est le produit tensoriel de splines. Ceci est réalisé en supposant que chaque point de contrôle de  $G_B^i$  est fonction d'un paramètre  $u$  ( $0 < u < 1$ ). Ainsi :

$$S_{i,j}(t,u) = T \cdot M_B \cdot G_B^{ij} \cdot M_B^T \cdot U^T$$

où

$$G_B^{ij} : \text{matrice d'information géométrique} : \begin{vmatrix} P_{i-1,j-1} & \cdots & P_{i-1,j+2} \\ \vdots & & \vdots \\ P_{i+2,j-1} & \cdots & P_{i+2,j+2} \end{vmatrix}$$

L'extension au cas volumique suit une procédure identique [Hamitouche88] et conduit à :

$$V_{i,j,k}(t,u,v) = T \cdot M_B \cdot G_B^{ijk}(v) \cdot M_B^T \cdot U^T$$

#### 2.5.4. Reparcours local dans la zone interpolée

Le rayon est reparcouru de manière classique (recherche de la surface, ombrage, ...) dans le voisinage calculé par interpolation.

Il est à noter que l'ombrage qui présente le meilleur rapport "qualité du rendu / temps de synthèse" semble être celui qui suit la loi de Lambert :  $I = \mathbf{E} \cdot \mathbf{N}$  avec  $\mathbf{E}$ , direction d'éclairage, et  $\mathbf{N}$ , normale à la surface (voir § III-1-1-2-1).

#### 2.5.5. Résultats et discussion

L'évaluation a été réalisée sur un ordinateur HP 9000 série 800 travaillant sous UNIX. Elle a été effectuée sur deux plans :

- l'appréciation subjective des différences entre images par comparaison visuelle ;
- l'analyse quantitative des valeurs issues des procédures proposées.

Cette dernière pouvait être menée directement dans l'espace 3-D interpolé après détection. La valeur locale des comparaisons et la complexité de mise en oeuvre ont conduit à préférer une comparaison des images projetées sous différents points de vue.

La procédure appliquée est la suivante :

- 1) acquisition des bases de données 3-D anisotropes ;
- 2) interpolation globale et visualisation sous un angle d'incidence particulier ;
- 3) pour le même point de vue, calcul de l'image par interpolation locale sur le rayon ;
- 4) soustraction point par point des images obtenues en (2) et (3) et statistiques des différences.

Cette validation a été faite pour des nombres de coupes interpolées variables, en utilisant les méthodes de détection décrites précédemment et différents schémas d'interpolation. Les résultats après parcours local du rayon ne présentant pas de différences significatives, seuls les points de détection approchée ont été utilisés, ce qui a comme intérêt de simplifier la méthode.

L'une des bases de données ayant fait l'objet de tests est présentée sur l'image III-7. Il s'agit d'un coeur excisé et injecté provenant de la Mayo Clinic dont la résolution est 128 x 128 x 136 (volume isotrope), la densité étant quantifiée sur 8 bits. La suppression d'une coupe sur deux ayant été effectuée, la base de données réduite a été visualisée par lancer de rayons (3<sup>ème</sup> méthode de détection approchée, interpolation linéaire). Elle est présentée sur l'image III-8. Les histogrammes des différences entre l'image originale (base de données isotrope) et les images produites à partir des différentes méthodes de détection approchée sont reportés figure III-13. Il montre que le troisième modèle de détection donne les meilleurs résultats et que ceux-ci sont très proches de ceux de l'interpolation globale. L'image III-9 présente le résultat obtenu en supprimant des coupes intermédiaires par paquets de cinq ( $e=6$ ). L'image III-10 représente les différences en valeurs de gris, rehaussées par un changement de dynamique, entre l'image précédente et celle de la base de données originale. Elle met en évidence que les écarts les plus importants se situent sur les bords de la structure et sur les reliefs correspondant aux vaisseaux superficiels.

Des conclusions générales peuvent être tirées de ces tests. Le facteur de compression  $e$  est significatif du pas d'échantillonnage selon l'axe  $z_{ob}$ . L'effet d'aliassage augmente pour des valeurs de  $e$  croissantes et s'accompagne de pertes de détails par rapport à l'image 3-D originale. Les histogrammes des différences font apparaître un comportement identique du troisième modèle de détection et d'une interpolation globale quel que soit le facteur  $e$ . Le pourcentage des pixels dont la valeur absolue de la différence est inférieure à 5 varie de 80% à 40% pour  $e$  allant de 2 à 6 (les écarts type correspondants étant de 18 et 42). Le premier modèle fournit des résultats de qualité légèrement inférieure, le second s'en éloignant sensiblement (70% et 30% avec des écarts type de 25 et 58). Dans les trois cas, l'appréciation visuelle ne différencie pas ces méthodes (sauf peut être la deuxième) par rapport au résultat d'une interpolation globale.

Les effets d'aliasage sont particulièrement réduits par interpolation B-Splines sans recherche de points de contrôle (ceux-ci n'apportent aucun gain au niveau du rendu mais pénalisent en temps de calcul). Cependant, une interpolation  $1/d$  ou  $1/d^2$  conduit à des résultats tout à fait satisfaisants. Ce type de méthodes présente le meilleur rapport "qualité/temps de synthèse", la plus rapide restant l'interpolation linéaire monodimensionnelle.

Pour une méthode d'interpolation locale donnée (interpolation linéaire par exemple) les temps de visualisation liés aux trois modèles de détection sont augmentés d'un facteur 1,3 - 3 - 1,4 respectivement par rapport au temps de synthèse de la base globalement isotrope (7s temps CPU pour environ 18000 rayons lancés). Le troisième modèle reste le plus satisfaisant : il produit un meilleur lissage que le premier, en préservant les détails et en réduisant les artefacts de bords plus accentués dans le second modèle. Ce troisième modèle présente donc le meilleur compromis "fidélité de l'image / temps de synthèse".

L'interpolation locale a également été menée sur une base anisotrope ( $e=2$ ) dès l'acquisition. Cette base représente l'image d'une vertèbre extraite (voir Annexe A). Les différences entre l'image de la vertèbre ayant subi une interpolation globale préalable (image III-11) et celle issue de l'interpolation locale (image III-12) ne sont pas perceptibles de manière qualitative.

### **2.5.6. Conclusion**

Les méthodes qui viennent d'être présentées s'affranchissent d'une interpolation globale. Elles produisent des résultats tout à fait comparables en terme de précision. Sa contrepartie est d'augmenter sensiblement le temps de calcul d'une image.

Le lancer de rayon avec interpolation locale illustre parfaitement les objectifs de la visualisation multi-fonctions. Divers opérateurs complexes de nature différente y sont combinés et interagissent entre eux. Ce lancer de rayons évite en outre la phase de prétraitement qu'aurait nécessité l'interpolation globale préalable.



Image III-7  
Image de la base isotrope

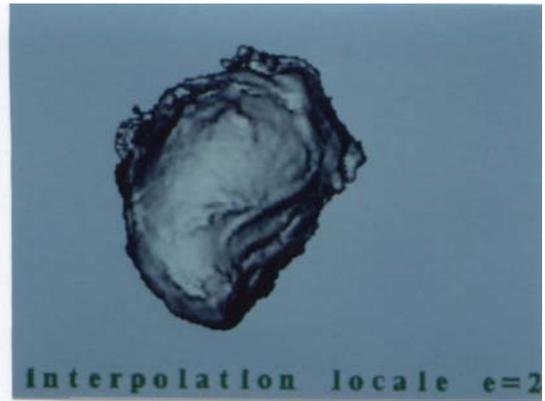


Image III-8  
Interpolation locale  
Image de la base anisotrope  $\epsilon = 2$

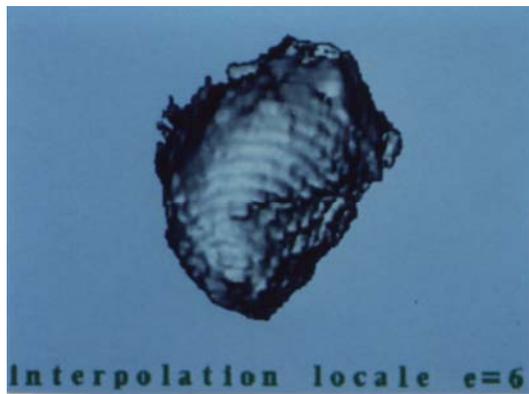


Image III-9  
Interpolation locale  
Image de la base anisotrope  $\epsilon = 6$

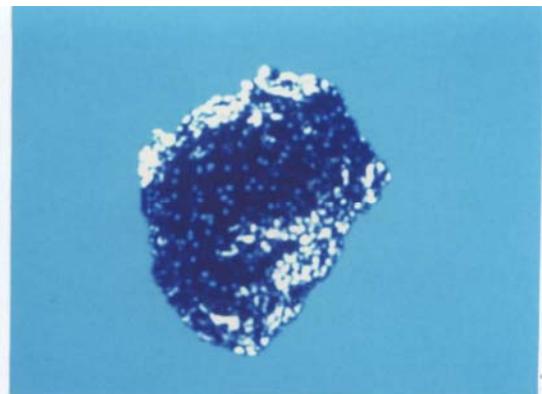


Image III-10  
Image des erreurs

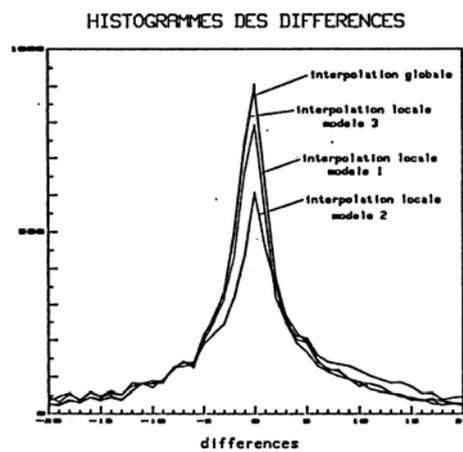


Figure III-13  
Histogrammes des erreurs entre l'image de la base isotrope et  
l'image de la base anisotrope après interpolation locale



Image III-11

Image 3D d'une vertèbre acquise en TDM.  $e=2$ . Interpolation globale.



Image III-12

Image 3D d'une vertèbre acquise en TDM.  $e=2$ . Interpolation locale.

## 2.6. Conclusion

Une nouvelle approche appelée "lancer de rayons multi-fonctions" a été présentée. Cette approche intègre différents opérateurs le long du rayon, afin de visualiser et d'analyser des données médicales 3D. Les diverses applications présentées dans ce paragraphe ont mis en oeuvre des combinaisons (séquentielles ou non) d'opérateurs de nature et de fonction distinctes, plus particulièrement des outils d'interpolation, de débruitage, de classification binaire (détection de surfaces) et de modélisation. L'application décrite dans le chapitre V met également en oeuvre des opérations d'extraction de données et de combinaisons d'information morphologique et fonctionnelle.

Les différents algorithmes appliqués sur des données réelles ont permis de démontrer la viabilité et l'intérêt du lancer de rayons multi-fonctions dans le domaine médical. La réponse à une demande précise consiste à choisir les opérateurs adéquats et à définir le schéma de combinaison de ces opérateurs.

Une telle démarche peut être guidée par des outils d'Intelligence Artificielle qui intègrent une bibliothèque d'opérateurs et des bases de connaissance permettant d'établir le choix et la combinaison optimale en réponse à une situation précise. Une première tentative dans cette direction a fait l'objet de recherche au sein de notre laboratoire [LeMerrer92]. L'objectif est identique à celui de l'application présentée au § III-2-2, c'est-à-dire la visualisation et l'extraction du gyrus derrière le scalp sur une base IRM. Cette étude a porté sur la combinaison d'opérateurs, guidés par des heuristiques. Le pilotage du lancer de rayons multi-fonctions à l'aide de l'Intelligence Artificielle semble être une solution efficace pour répondre à différents problèmes existant en imagerie médicale 3D.

### **III.3. Lancer de rayons avec incrément spatial**

Le principal inconvénient de la technique de lancer de rayons, en particulier le lancer de rayons multi-fonctions, reste le temps de calcul prohibitif des bases de données de grande taille. Or l'analyse d'une scène, avec les contraintes qui y sont liées, nécessite un temps de synthèse rapide.

L'accélération du processus de visualisation peut provenir des spécificités du lancer de rayons dans le domaine médical :

-seuls les rayons primaires sont considérés ;

Cette spécificité réduit de manière importante le nombre de rayons lancés dans une scène.  
-la projection est orthogonale.

Certaines des techniques d'accélération issues de méthodes classiques de visualisation sont adaptables au domaine médical :

-les volumes englobants (voir § III-1-4-1-1) ;

La définition (automatique ou interactive) du volume englobant permet de discriminer les zones contenant de l'information de celles du fond. Des régions d'intérêts peuvent également être mises en valeur par un englobant.

La visualisation de scènes 3D composées de voxels tire des avantages supplémentaires du volume englobant :

(1) les englobants sont relativement peu nombreux et entourent la scène à visualiser. Il paraît judicieux de les projeter sur l'écran et de limiter le lancer de rayons aux pixels contenus dans ces projections (voir figure III-14). Ceci conduit à une réduction du nombre de rayons lancés.

(2) Les intersections rayons/englobants sont estimées de manière analytique. Elles permettent de délimiter la zone d'intérêt le long du rayon (de l'entrée du rayon dans le volume englobant à sa sortie). La progression et la recherche de l'informations ne se déroulent que dans la zone d'intérêt (voir figure III-14). Il y a réduction du parcours du rayon.

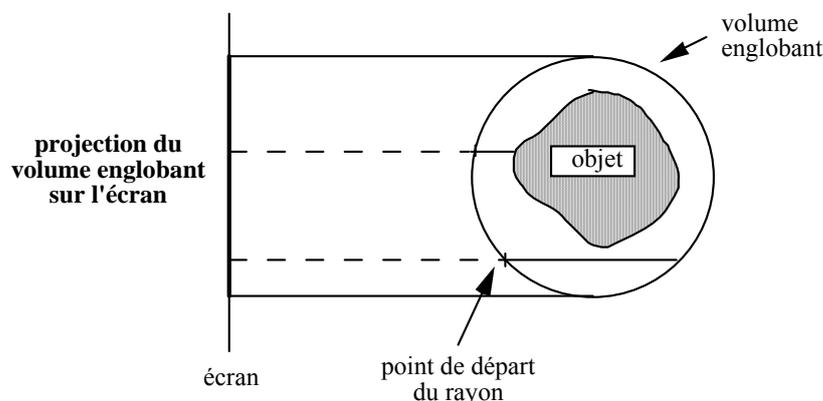


figure III-14  
volume englobant

arbres octaux ;

Le caractère cubique de la base de voxels favorise le codage de la scène par des arbres octaux. Levoy [Levoy89] se sert de l'arbre octal pour définir au mieux les zones d'intérêt avant la visualisation. Outre les difficultés inhérentes à cette technique (le passage d'un octant à un autre lors du lancer de rayons), un bon compromis devra être trouvé entre le temps de codage-décodage de la scène et les gains dans le nombre et le parcours des rayons.

-échantillonnage adaptatif de l'écran.

(voir § III-1-4-2)

Nous proposons une nouvelle approche : le lancer de rayons avec incréments spatiaux basés sur l'exploitation de la cohérence inter-images d'une séquence temporelle.

Une telle situation se rencontre dans certains protocoles d'analyse de scènes médicales qui consistent à tourner celles-ci, si possible en temps réel [Farrel85] [Ney90]. Cette rotation, outre qu'elle améliore la compréhension de la scène en délivrant des informations de points de vue différents, apporte une meilleure appréhension du volume des objets visualisés. Ainsi :

- la perception 3D est rehaussée du fait que les structures sont vues sous différents angles ;
- si la rotation est centrée sur un objet, les structures en avant de la scène se distinguent de celles du fond car elles se déplacent en sens opposé sur l'image ;
- des fragments disjoints d'une même structure peuvent être vus comme faisant partie d'un ensemble car se déplaçant de manière cohérente.

Ce mouvement de rotation est obtenu par décomposition en plusieurs images d'incidences de vision peu éloignées les une des autres que nous appelons **incrément spatial**. Ces images visualisées chronologiquement donnent l'impression de mouvement.

Les auteurs cités plus haut préconisent un calcul préalable (long) des images de la séquence suivi par une visualisation rapide. Cette solution nous semble incompatible avec une utilisation clinique. Les différents points qui vont à l'encontre d'un tel choix sont : (1) la lenteur du calcul préalable ; (2) l'énorme place mémoire nécessaire à la mémorisation des images résultats ; (3) l'absence totale d'interactivité. En effet la séquence est figée aux vues issues du pré-calcul. L'exploration selon d'autres points de vue jugés utiles nécessite la synthèse lente de ces nouvelles images afin de les intégrer dans la séquence.

Une solution plus judicieuse consiste à accélérer le processus de visualisation pour rendre l'utilisateur maître de l'exploration de la scène. Le protocole d'analyse de la scène citée précédemment remplit les conditions assurant une **cohérence inter-images** [SigBadt88] [Rhodes88] (voir § III-1-4-4). Cette cohérence traduit la similitude entre deux images de la séquence, séparées par un simple incrément spatial. Une grande part de l'information contenue dans une image est également contenue dans la suivante (de l'ordre de 90%). La cohérence spatiale permet d'exploiter l'information de la première image (que nous appellerons par la suite l'Image I) afin d'accélérer le calcul de la seconde (l'Image II).

Observons les changements entre l'Image I et l'Image II (voir figure III-15).

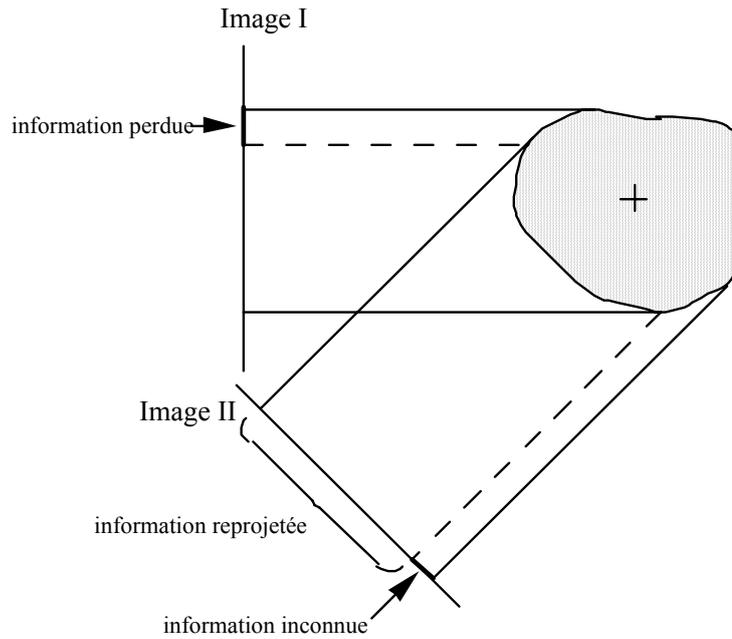


figure III-15  
informations après rotation de l'écran

Si l'information commune représente la majeure partie des deux images, différents phénomènes apparaissent aux frontières des représentations. Lors de la rotation, une partie de l'enveloppe des objets visibles sur l'Image I disparaît par occlusion sur l'Image II. Cette **information** est **perdue** pour le calcul de l'Image II. D'autre part, certaines surfaces cachées sur l'Image I apparaissent sur l'Image II. La visualisation de cette **information inconnue** nécessite la mise en oeuvre de techniques classiques de synthèse d'images. La figure III-16 présente les différentes opérations du lancer de rayons avec incrément spatial :

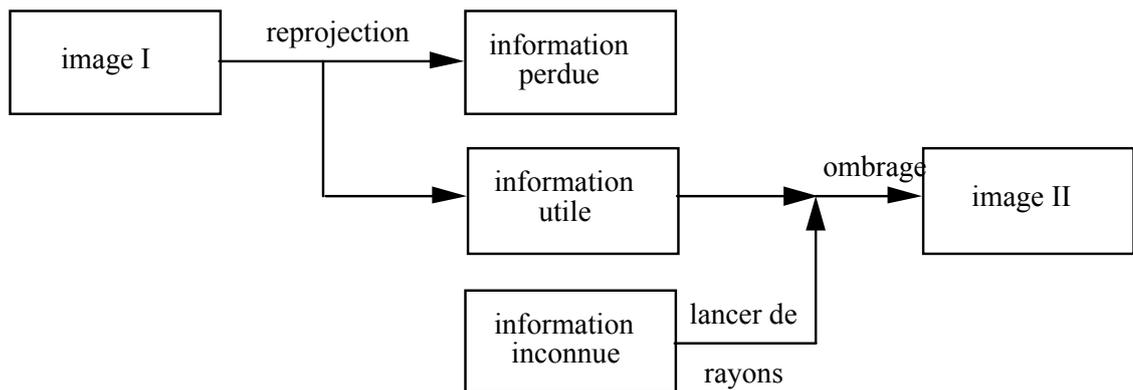


figure III-16  
lancer de rayons avec incrément spatial

-une phase de reprojection de l'information contenue dans l'Image I vers l'Image II. Ce traitement 2D détermine la part utile au calcul de l'image et la part perdue -occluse- de cette information. La projection et la discrimination des différentes zones sont liées à la

connaissance tridimensionnelle des surfaces vues sous l'incidence de l'Image I. La localisation de ces points représente l'information minimale à stocker sur l'image.

-une phase de recherche du complément d'information nécessaire à l'Image II. Des outils de visualisation 3D sont mis en oeuvre pour la visualisation des zones restées inconnues sur l'Image II.

### **3.1. Reprojection de l'information**

Le but de cette opération est la détermination dans l'Image II des coordonnées des points qui apparaissent dans l'Image I.

Appelons  $[T_1]$  et  $[T_2]$  les matrices des transformations géométriques entre le repère objet et respectivement l'écran I et l'écran II. La matrice des transformations géométriques  $[T']$  entre les deux écrans vaut :

$$[T'] = [T_2] \cdot [T_1]^{-1}$$

Nous connaissons la localisation des points des surfaces vues par l'Image I. Le point  $P_1(x_1, y_1, z_1)$  de l'Image I aura pour coordonnées  $(x_2, y_2, z_2)$  dans l'Image II avec ::

$$[x_2, y_2, z_2]^T = [T'] \cdot [x_1, y_1, z_1]^T$$

L'exploitation de la reprojection change selon les auteurs [SigBadt88] [Rhodes88] (voir § III-1-4-4).

Une solution plus économique pour le temps de calcul consiste à intégrer directement dans l'Image II les points issus de la reprojection. Le plus simple est l'attribution de ces points aux pixels les plus proches :

$$f(x_{ec2}, y_{ec2}, z_{ec2}) = f(e(x_{ec2}), e(y_{ec2}), z_{ec2})$$

où :

$e(x)$  représente l'entier le plus proche de  $x$ .

La composante en  $z$  discrimine les points reprojétés qui possèdent la même localisation sur l'Image II (technique du Z-buffer). L'information cachée est ainsi définie et éliminée. Cette technique est d'autant plus économique si, en plus des coordonnées des points, les composantes des normales sont mémorisées sur l'Image I. Ainsi après reprojection, seul l'ombrage reste à calculer.

### **3.2. Recherche du complément d'information**

Cette étape est caractérisée par la recherche de l'information qui, après la phase de reprojection, reste encore inconnue dans l'Image II. Un premier algorithme estime cette information de manière systématique **-globale-** sur l'Image II. Deux principes permettant

l'optimisation de cette recherche sont présentés, l'un utilisant la cohérence image (**connexité**), l'autre **l'ombre** des structures de la scène.

### **3.2.1. Approche globale**

Après reprojexion des points de l'Image I, l'Image II est balayée de manière classique. Au départ de chaque pixel vierge de tout point reprojété, un rayon est lancé vers la scène afin de visualiser l'information manquante.

### **3.2.2. Cohérence image-connexité de la scène**

La cohérence des objets échantillonnés dans une matrice de voxels se traduit par la connexité des différents voxels qui décrivent ces objets.

Quelques définitions tirées de [Luo86] :

Connexité : "Deux voxels  $v$  et  $w$  sont dits connexes dans  $S$  (sous-ensemble de la scène formée par l'objet) s'il existe un chemin entre  $v$  et  $w$  composé entièrement de voxels appartenant à  $S$ . La connexité est une classe d'équivalence."

Surface : "La surface d'un objet  $S$  est composée par les faces des voxels qui séparent  $S$  de  $S^c$  ( $S^c$  complémentaire de  $S$  dans la scène)". La surface d'un objet connexe est elle-même connexe.

En extrapolant ces définitions, nous pouvons dire que la projection sur un plan d'un ensemble connexe est aussi connexe.

Anatomiquement, la surface des structures est fermée et continue. Après échantillonnage, les voxels décrivant une structure sont connexes entre-eux. De même, sur l'image 2D, la projection de ces voxels possède les mêmes propriétés.

Ainsi, après une faible rotation, l'image des régions inconnues est connexe à celle des régions connues. Nous allons utiliser cette propriété dans un premier temps lors de rotations autour d'axes remarquables. Puis nous l'étendrons par la suite à des rotations quelconques de l'organe.

#### 3.2.2.1. Rotation autour d'axes remarquables

Lors d'une rotation de l'objet autour d'un axe, l'information perdue disparaît sur un bord de l'image de l'objet et l'information inconnue apparaît sur l'autre.

Si le balayage de l'écran est perpendiculaire à la projection de l'axe de rotation, et s'il est effectué du côté de l'information perdue vers le côté de l'information inconnue, plusieurs caractéristiques sont alors exploitables :

- le bord de l'objet, du côté où l'information a disparu, est forcément connu;
- la région inconnue se trouve, dans le sens du balayage, après la région trouvée par le prétraitement.

Le processus de synthèse d'une ligne de l'image se déroule de la manière suivante :

- la ligne est balayée, sans lancer de rayons, jusqu'à ce qu'un pixel contenant de l'information connue soit atteint,
- le balayage se poursuit en ombrant les pixels en fonction des informations reprojétées,

- dès qu'une région inconnue est atteinte, des rayons sont lancés,
- si cette région est dépassée (les rayons ne rencontrent plus d'objet 3D), le balayage se poursuit jusqu'à la fin de la ligne (d'autres régions peuvent apparaître).

Cette technique sera appelée CONNEX1 par la suite.

### 3.2.2.2. Rotation autour d'axes quelconques

Le balayage de l'écran n'est plus perpendiculaire à la projection de l'axe de rotation.

Trois solutions se présentent à nous :

- la décomposition du mouvement en deux rotations.

La synthèse d'images se fait alors en deux temps, une rotation dont l'axe est perpendiculaire aux lignes de l'écran suivit d'une autre perpendiculaire aux colonnes. Ce double balayage nous paraît incompatible avec la recherche maximale de l'accélération de la vitesse de construction d'une image.

- la projection de l'axe de rotation sur l'écran suivi d'un balayage perpendiculaire à cette projection.

Ce balayage ne présente plus une orientation privilégiée par rapport à la discrétisation de l'écran. Cette difficulté peut être contournée par une rotation de l'image (par interpolation bilinéaire ou bien des méthodes à deux passes [Fant90] par exemple) afin de ramener l'axe de rotation perpendiculaire aux lignes ou aux colonnes. L'image est ensuite retournée à son orientation de départ.

Cette solution n'a pas fait l'objet de tests.

- la synthèse d'images après une rotation quelconque.

Lors d'une rotation quelconque, la caractéristique énoncée au paragraphe précédent (la région inconnue se trouve, dans le sens du balayage, après la région trouvée par le prétraitement) n'est plus de mise. Si nous conservons le balayage selon les lignes ou les colonnes, à un moment le pointeur traversera une zone inconnue avant de toucher la zone issue de la reprojektion (voir figure III-17).

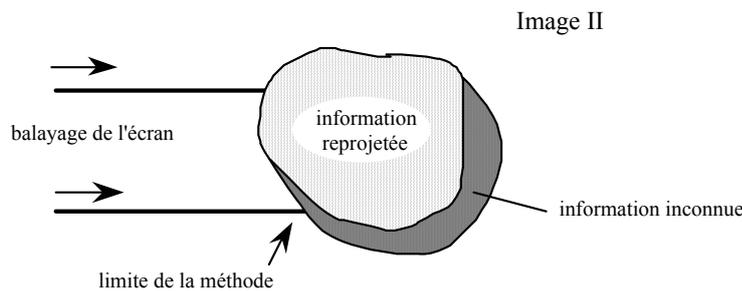


figure III-17

Limites de la technique présentée § 3-2-2-1

La connexité de l'objet nous fournit à nouveau une solution : la surface de l'objet étant fermée, les bords de la projection sont continus. Si pour une ligne  $x_i$  de l'image, le bord de l'image a pour coordonnées  $y_i$ , pour une ligne  $x_{i+1}$ , le bord a pour coordonnées  $y_i + \Delta y$ . Si nous suivons l'hypothèse de connexité,  $\Delta y$  sera petit.

L'algorithme précédent peut être modifié comme suit :

Fixons-nous un intervalle de voisinage  $\Delta_y$ , connaissant les coordonnées du bord de l'objet pour la ligne précédente  $(x_i, y_i)$ , les coordonnées du bord pour la nouvelle ligne seront comprises entre  $(x_{i+1}, y_i - \Delta_y)$  et  $(x_{i+1}, y_i + \Delta_y)$ . Des rayons seront lancés à partir de  $(x_{i+1}, y_i - \Delta_y)$ . Si un rayon atteint l'objet dans cette plage, l'algorithme se poursuivra de manière classique. Si aucun rayon ne rencontre d'objet jusqu'à  $(x_{i+1}, y_i + \Delta_y)$ , nous considérerons que l'ultime bord de la scène sera atteint.

Cette technique sera appelée CONNEX2 par la suite.

### 3.2.3. Ombre

En morphologie mathématique [Serra82], l'Umbrage  $U$  d'une structure  $Y$  est définie ainsi :

$$U(Y) = Y + [0, -\infty] = \{ (x, t') : (x, t) \in Y ; t' \leq t \}$$

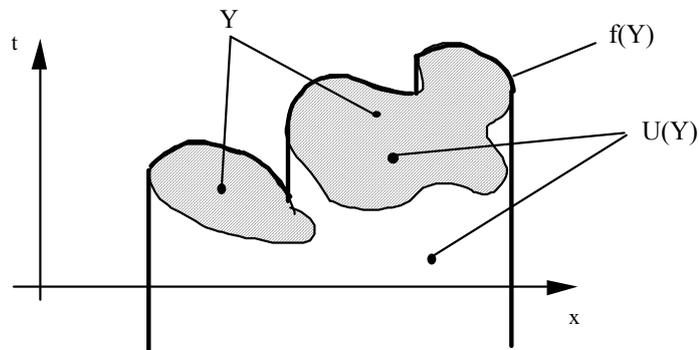


figure III-18  
Exemple de l'Umbrage [Serra82]

Si  $Q(S)$  est la surface visible de l'objet  $S$ , l'ombre de  $Q(S)$  selon la direction perpendiculaire à l'écran (dans le référentiel écran) est :

$$U(Q(S)) = \{ (x, y, z) : (x, y, z') \in Q(S) ; z \leq z' \}$$

L'Umbrage correspond à l'ombre projetée par l'organe. Une particularité peut en être déduite :

$$(x, y, z) \in S \Rightarrow (x, y, z) \in U(Q(S)).$$

Toutes les parties non visibles se trouvent dans cette ombre.

Dans notre cas, l'information inconnue après reprojection appartient à l'ombre de l'image précédente. S'il était possible de faire apparaître cette ombre dans la nouvelle image, l'information inconnue y serait localisée. Il suffirait donc de lancer des rayons dans cette ombre pour parachever notre synthèse

La matérialisation du principe est impossible sous son aspect formel, l'ombre s'étend jusqu'à  $-\infty$ .

La connexité de l'organe nous fournit une réponse : la surface de l'objet étant fermée, il est possible de placer derrière lui un plan qui délimite l'ombre. Si ce plan a pour équation  $z=A=$ constante, l'Umbrage s'écrit :

$$U'(Q(S)) = \{ (x, y, z) : (x, y, z') \in Q(S) ; A \leq z \leq z' \}$$

En fait, le traitement du volume de l'ombre serait trop long (traitement 3D). Un traitement bidimensionnel est plus rapide. Si  $(X)$  est la projection de  $X$  sur l'Image II, et  $R_c$  la région cachée dans l'Image I et visible dans l'Image II, alors :

$$R_c \in U'(Q(S)) \Rightarrow \text{pr}(R_c) \in \text{pr}(U'(Q(S))).$$

L'image que nous cherchons ( $\text{pr}(R_c)$ ) est incluse dans la projection de l'ombre. Il suffit de faire apparaître cette dernière pour délimiter la zone prévisible de l'information cachée (voir figure III-19).

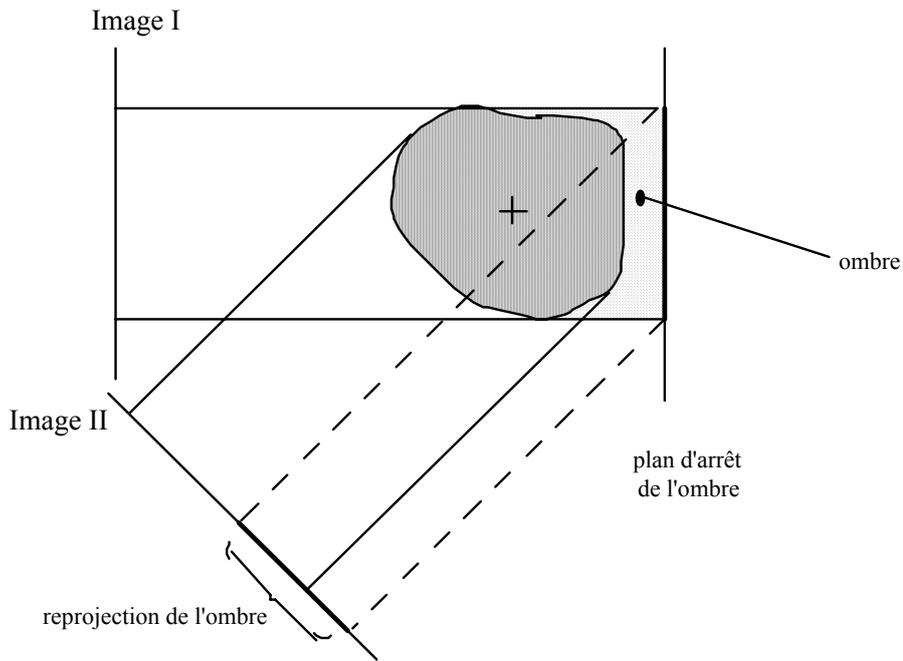


figure III-19  
Umbrage

Le processus de synthèse de l'image se déroule comme suit :

dans l'Image I, un plan est placé derrière l'organe. Celui-ci recueille la projection de l'ombre. Durant le prétraitement, cette projection subit les mêmes transformations géométriques que l'Image I. Ainsi, sur l'image intermédiaire apparaît la projection de cette ombre sur laquelle se superpose celle de l'organe. Pour compléter l'Image II, les rayons sont lancés à partir de la projection de l'ombre.

### 3.3. Résultats

Deux caractéristiques principales ont été retenues pour l'évaluation et la comparaison des méthodes :

(1) d'une part, la qualité et la fidélité des images.

Les images provenant des différentes méthodes sont comparées à celles issues de synthèses classiques afin de déceler les inexactitudes, les dégradations et les artefacts de calcul d'images.

(2) d'autre part le gain de temps de calcul des différentes méthodes.

La séquence spatiale servant à cette évaluation est constituée d'une série de dix images. L'incidence de départ est  $\phi = \theta = 0^\circ$  (figure III-20), celle d'arrivée  $\phi = \theta = 45^\circ$ . L'incrément spatial entre deux images successives est de  $\Delta\phi = \Delta\theta = 5^\circ$ . Ceci correspond à une rotation de l'ordre de  $7^\circ$  autour d'un axe parallèle à l'écran dont la projection présente un angle de  $45^\circ$  environ avec les lignes. L'orientation de la séquence a été choisie de sorte à ne favoriser aucun balayage de l'écran. CONNEX1 toutefois impose un balayage orthogonal à la projection de l'axe de rotation. Cette technique est évaluée sur deux séquences spatiales distinctes l'une partant de  $\phi = \theta = 0^\circ$  à  $\phi = 0^\circ, \theta = 45^\circ$ , l'autre de  $\phi = 0^\circ, \theta = 0^\circ$  à  $\phi = \theta = 45^\circ$ . Les caractéristiques différentes de ces deux séquences empêchent une comparaison stricte avec les autres méthodes. Les résultats concernant CONNEX1 indiqués dans les différents tableaux représentent les moyennes de ces deux séquences. Ces chiffres ne sont donnés qu'à titre indicatif.

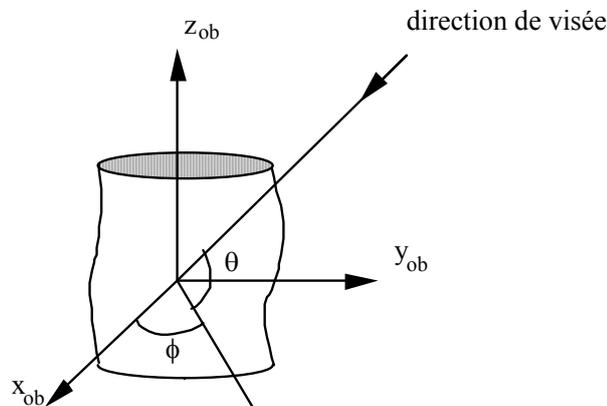


figure III-20  
Définition de la direction de visée

Diverses bases de données ont servi à cette évaluation (voir Annexe A pour les caractéristiques des données). Le coeur est une structure massive présentant des détails fins (vaisseaux) en surface. La vertèbre est un objet de forme complexe. Le canal rachidien permet d'estimer le comportement des méthodes en face de trous dans les structures. La dernière base -une tête acquise en TDM- est elle aussi une structure massive. Plusieurs détails fins (le nez, les oreilles,...) se détachent pendant la rotation.

Le protocole d'évaluation est le suivant :

- (1) la première image est calculée par le procédé classique de lancer de rayons ;
- (2) cette image sert de départ au calcul des images de la séquence spatiale par les différentes méthodes. Chaque image calculée sert d'image de base pour l'incidence spatiale suivante ;
- (3) chaque séquence est comparée en qualité et en temps de calcul à une séquence spatiale similaire obtenue par une synthèse classique.

Toutes ces méthodes ont bénéficié de techniques d'accélération classiques (rayons parallèles entre eux, volumes englobants,...).

Qualité de la reconstitution :

Les images obtenues par les différentes techniques sont de bonnes qualités générales quel que soit le type de structures à visualiser. Les détails et les formes générales, même complexes, sont conservés dans leur ensemble. Une légère dégradation est à noter dans la zone reprojctée par rapport à celle issue de synthèse classique. Cette dégradation est due au rééchantillonnage d'une image à l'autre lors de la reprojction.

Toutefois, selon Sig Badt [SigBadt88] cette dégradation est peu préjudiciable à l'exploitation de la séquence. L'oeil, lors d'une rotation rapide de la scène, ne perçoit que la forme générale des structures. Celles-ci restent conservées par la reprojction. Les détails dans leur juste forme peuvent être restitués par synthèse classique à l'arrêt de la séquence. Le scénario suivant est imaginable. L'opérateur explore interactivement la scène sous différentes orientations (à l'aide d'un track-ball par exemple). Le calcul des images est accéléré par les méthodes proposées. Pour un point de vue jugé intéressant, l'exploration est arrêtée et l'image correspondant à cette orientation est recalculée par synthèse classique.

Gain en temps de calcul :

Le temps moyen de calcul d'une image et les gains en temps par rapport à une synthèse classique en fonction des méthodes de reconstitution sont présentés dans le tableau III-21.

Le tableau III-22 montre la contribution de la reprojction pour le calcul d'une image. Il indique :

- le nombre moyen de pixels de l'image potentielle. Cette image potentielle représente la surface de la projection sur l'écran du volume englobant la scène (parallélépipède rectangle, sphère,... cf § III-1-4-1-1). Les structures de la scène sont obligatoirement incluses dans l'image potentielle. Ceci permet de restreindre le domaine de recherche sur l'écran ;
- le rapport moyen entre le nombre de pixels représentant sur l'écran les surfaces visualisées et l'image potentielle. Ce rapport est représentatif du confinement des structures dans le volume englobant ;

-le nombre moyen de pixels calculés par reprojection d'une image à l'autre par rapport à l'image potentielle et la surface projetée des structures respectivement.

Les tableaux III-23 et III-24 expriment le rôle joué par la lancer de rayons pour les différentes méthodes d'accélération proposées. Ils indiquent respectivement les rapports moyens entre le nombre de rayons lancés et l'image potentielle, et ceux du nombre de rayons touchant l'objet par rapport au nombre de rayons lancés. L'image III-4 représente la synthèse de la base de données du coeur. Pour la même incidence, les images de III-13 à 15 présentent la localisation sur l'écran des rayons lancés vers la scène pour la reprojection puis recherche globale, CONNEX2 et UMBRA. Les pixels au départ des rayons sont représentés en blanc.

Les disparités des résultats entre les différentes bases dépendent de la forme des objets et de leur confinement dans les volumes englobants. Cependant, certaines tendances générales ressortent :

-la reprojection seule assure un gain de l'ordre de 1,35, c'est-à-dire un temps de synthèse de 35% plus rapide. Ces chiffres sont équivalents à ceux cités par Rhodes. Le gain est obtenu par l'économie de rayons sur la zone estimée par reprojection.

-les tableaux font ressortir une corrélation entre le nombre de rayons lancés vers la scène et les gains en temps de calcul.

Pour CONNEX2 et UMBRA la recherche de l'information tridimensionnelle est restreinte à une zone entourant les structures. La réduction de ce domaine de recherche est à l'origine d'un gain de l'ordre de 2,6 (160%). Curieusement le domaine de recherche de UMBRA est inférieur à celui de CONNEX2, alors que cette dernière technique présente un gain légèrement supérieur. Cette différence peut être expliquée par la reprojection : pour UMBRA, outre l'enveloppe des structures, l'ombre est projetée également. Cette opération allonge le temps de synthèse globale de cette technique.

CONNEX1 présente le meilleur gain (380 en moyenne, soit 280%). La recherche tridimensionnelle est réduite au minimum. La quasi-totalité des rayons lancés touchent les structures de la scène. L'utilisation est toutefois limitée à certaines rotations particulières. CONNEX2 sera préférée dans le cas de rotations quelconques.

-les images de localisation de zones de recherche indiquent une disparité entre les différentes méthodes. CONNEX2 présente une zone de recherche plus importante aux endroits où l'information disparaît (bas gauche des structures sur nos images). UMBRA se focalise aux endroits où la nouvelle information paraît (bas droit). Un amalgame des deux méthodes devrait diminuer l'ampleur de ces zones.

Ces images montrent la localisation sur l'écran des rayons lancés vers la scène. Les pixels de départ d'un rayon sont représentés en blanc.



Image III-13  
Reprojection



Image III-14  
CONNEX2



Image I-15  
Umbra

Tableau III-21 : Temps de construction d'une séquence spatiale de 10 images et gain de temps (second chiffre) par rapport à la synthèse classique. Les temps indiqués sont en seconde CPU.

nom	synthèse classique	reprojection	CONNEX 1	CONNEX 2	UMBRA
coeur	71s	54,4s /1,31	18,9s /3,75	28,8s /2,36	27,7s /2,55
vertèbre	140s	105s /1,32	30,5s /4,58	47,7s /2,93	48,8s /2,86
tête	161s	116s /1,38	51,0s /3,15	65,5s /2,45	73,3s /2,19
gain moyen		1,34	3,83	2,61	2,53

Tableau III-22 : Contribution de la reprojction.

nom	image potentielle	objet / im. pot. en %	reproj. / im. pot. en %	reproj. / objet en %
coeur	17000 pixels	48	34	73
vertèbre	22500 pixels	38,5	25,5	69
tête	35800 pixels	66,5	45,5	68,5

im. pot. : Chaque objet est entouré d'un volume englobant. La projection sur l'écran de l'objet est incluse dans la projection du volume englobant. L'exploration de l'image n'est effectuée qu'à partir de cette projection appelée image potentielle.

objet : Nombre de pixels représentant la surface visualisée.

reproj. : Nombre de pixels issus de la reprojction de l'information de l'image précédente.

Les chiffres indiqués sont les moyennes des différentes incidences de la séquence.

Tableau III-23 : nombre de rayons lancés / image potentielle (en %).

nom	synthèse classique	reprojctio n	CONNEX 1	CONNEX 2	UMBRA
coeur	100	66,2	15	21,6	18,6
vertèbre	100	73,5	12,5	21,1	19,1
tête	100	54,5	22	26,9	25,6

Tableau III-24 : nombre de rayons touchant l'objet / nombre de rayons lancés (en %).

nom	synthèse classique	reprojctio n	CONNEX 1	CONNEX 2	UMBRA
coeur	48	62	≈99	82,4	84,4
vertèbre	38,5	50,5	≈99	90,9	92,9
tête	76,5	87,5	≈99	94,1	95,4

### 3.4. Conclusion

Dans le cadre d'un protocole d'exploration d'une scène 3-D (rotation rapide de cette scène), la cohérence des images séparées par un incrément spatial peut être exploitée afin d'accélérer le processus de visualisation. La reprojction des images en premier lieu puis l'utilisation soit de la cohérence de l'objet soit de son ombre ont permis d'atteindre des gains en vitesse assez conséquents. Les meilleurs gains ont été réalisés par l'emploi successif de la reprojction et de la cohérence (connexité) de l'objet, que ce soit par un protocole particulier d'exploration de la scène (rotation autour d'axes dont la projection sur l'écran est perpendiculaire au balayage) ou non. Les différentes techniques ont en outre l'avantage de pouvoir intégrer les simplifications classiques (perspective parallèle, volume englobant, parcours rapide du rayon, ...) de la synthèse d'images médicale par lancer de rayons.



## **CHAPITRE IV**

# **RECALAGE D'IMAGES 3D**

L'essor des outils d'acquisition permet la constitution d'images 3D de caractéristiques différentes (morphologiques, fonctionnelles) d'un même objet physique. Ces examens sont également utilisés pour le suivi temporel des patients. La confrontation efficace de ces images passe par la mise en oeuvre de procédures de recalage.

Ces procédures supposent une image 3D de référence (ou son référentiel associé) représentant une scène. Le recalage d'une représentation différente de la scène consiste à trouver la meilleure transformation (au sens le plus général) qui amène cette scène à occuper une position aussi conforme que possible à celle occupée par la scène de référence [Flifla91].

En imagerie médicale, différents contextes peuvent nécessiter l'emploi de techniques de recalage. Chaque classe de problèmes est assujettie à des contraintes propres concernant les informations à mettre en correspondance. Le choix des techniques et des modèles de recalage y est étroitement lié.

-suivi temporel.

Ce type de problèmes concerne la confrontation d'images issues d'une même modalité représentant une région d'intérêt identique. L'analyse est menée à des instants différents.

Cette configuration se retrouve fréquemment dans les domaines de l'imagerie médicale tels que le suivi de l'évolution d'une pathologie, l'évaluation d'une thérapie

(interventionnelle ou non), l'étude fonctionnelle (mouvement cardiaque, diffusion d'un marqueur,...).

L'acquisition monomodale attribue des valeurs identiques dans le temps aux objets contenus dans la scène. Le recalage consiste à apparier des images représentant, aux transformations près, les mêmes caractéristiques. L'évolution temporelle a toutefois des conséquences sur la forme et les propriétés tissulaires des organes. L'évolution morphologique ainsi que la pathologie peut entraîner des déformations locales plus ou moins importantes. Globalement toutefois les images 3D sont liées par des transformations rigides.

#### -imagerie multimodalité

La région d'intérêt est analysée par des sources diverses. En imagerie morphologique, chaque modalité est "spécialisée" dans la caractérisation de certains tissus ou organes : le Scanner X fait ressortir les structures osseuses alors que celles-ci disparaissent en IRM. Par contre cette dernière modalité discrimine bien entre eux les tissus mous et permet d'imager les structures vasculaires comme la Radiologie par Soustraction. La combinaison et la fusion des images 3D de ces différentes modalités dans un même référentiel donne une excellente description anatomique du patient [Schiers89].

L'imagerie fonctionnelle, surimposée sur une telle base anatomique, fournit des indications supplémentaires sur la pathologie et la physiologie. Pour nous donner une idée des avantages d'une telle fusion d'informations, Maguire et autres [Maguire91] citent : l'analyse de l'activité cérébrale pour l'étude de schizophrénie (fusion TDM et PET), la localisation de carcinomes colo-rectaux (TDM, SPECT), l'évaluation de la maladie d'Alzheimer (PET, SPECT, TDM, IRM),...

Les situations thérapeutiques (radiothérapie [Raimbaud90], chirurgie assistée par ordinateur [Lavallée89]), nécessitent la connaissance du positionnement du patient afin de corréliser le référentiel opératoire aux images pré-opératoires. Ceci fait appel aux techniques externes de mesure de surfaces.

Si les acquisitions sur les différentes modalités sont proches temporellement les unes des autres, les déformations des structures anatomiques (hormis les organes dynamiques) sont réduites.

Par contre, si les acquisitions sont opérées sur une même région, les informations mesurées sont de natures diverses. La difficulté du recalage consiste à trouver des référentiels communs aux différentes modalités. Deux classes de méthodes se distinguent par l'utilisation de référentiels externes (cadre rigide ou souple [Wilson89], marqueurs externes [Kovacic89]) ou par celui de référentiel anatomique.

Cette dernière solution passe par la caractérisation de structures communes entre les deux images à apparier. Ces attributs doivent être invariants lors de la transformation de la scène. En général, les structures communes sont modélisées par des représentations géométriques extraites de la scène. La dimension des objets détermine en grande partie l'outil de recalage :

\*le volume est souvent utilisé sous une forme segmentée et binarisée. Le recalage est effectué à partir de la forme de cette structure.

\*la corrélation entre surfaces communes. Si les modalités ont des représentations différentes des structures, les frontières entre ces structures peuvent être respectées (surtout en imagerie anatomique). L'usage de la surface externe (de la peau) est fréquent pour le recalage TDM/IRM.

\*l'utilisation de primitives 1D (arêtes, droites remarquables) est fréquente dans les domaines hors médical. Les structures humaines, par contre, sont difficilement

modélisables sous forme de courbes simples. Il est vrai cependant que les contours des coupes ont souvent servi pour le recalage 2D entre coupes, mais l'information des contours est une information de surface en 3D. Certains travaux cités dans [Ayache91] font état de l'extraction de courbes topologiques remarquables de la surface et d'un appariement en fonction de ces attributs géométriques.

\*le recalage à partir de points remarquables est largement répandu. Ces points peuvent soit être caractéristiques de la forme tridimensionnelle des structures (centre de gravité,...), soit avoir une importance anatomique de par leur stabilité. La manipulation de points 3D est aisée. Souvent seuls certains points anatomiques remarquables sont communs aux sources d'imagerie médicale. L'imagerie fonctionnelle est souvent dissociée de toute information anatomique, l'apport de marqueurs externes visibles des différentes modalités est nécessaire à l'appariement.

-recalage d'images 3D par rapport à des modèles.

Différents cas peuvent se présenter : soit l'ajustement de modèles géométriques simples, soit le recalage entre images 3D et modèles anatomiques. Si le premier cas correspond à un simple ajustement de modèles, le second est plus problématique. Prenons l'exemple de la neurochirurgie stéréotaxique. Le modèle anatomique est un atlas du cerveau humain obtenu statistiquement à partir de plusieurs patients. Globalement, les cerveaux présentent une typologie commune. Mais pour un niveau de représentation inférieur (au niveau des régions), chaque individu a un dimensionnement morphologique particulier (les atlas traduisent ce fait par des courbes de variabilité). D'un point de vue local, la disparité peut être complète. Le recalage entre atlas et images 3D, outre les transformations rigides habituelles, doit tenir compte de déformations aux niveaux global, régional et local.

-recalage en médecine interventionnelle.

Une intervention est souvent préparée à partir d'images pré-opératoires. Ces images permettent le diagnostic, la définition du cadre anatomique et la préparation du geste (stratégie opératoire, simulation,...) [Lavallée89]. La confrontation des images et des informations de positions durant l'intervention aux images pré-opératoires est soumise à une contrainte temporelle déterminante. La résolution de ce problème doit passer par des techniques fiables et néanmoins rapides.

Différents paramètres entrent en compte pour le choix d'une méthodologie pour l'appariement d'images 3D :

- l'homogénéité ou l'hétérogénéité des divers paramètres physiques associés aux données ;
- les correspondances partielles ou totales entre les informations des bases de données ;

Si une correspondance totale de forme et de valeurs physiques existe en monomodalité, la multimodalité est restreinte à la seule correspondance de forme. La déformation des structures se traduit par des correspondances partielles.

En outre l'image 3D, par définition, est un espace borné. La corrélation entre une structure représentée sur les deux images 3D ne peut qu'être partielle (à l'intersection des deux domaines d'acquisition).

- le caractère rigide ou déformable des objets à recaler ;
- les applications cliniques (diagnostic, thérapeutique).

## IV.1. Modèle de recalage général

Notre propos est le recalage entre deux ensembles d'informations représentant la même scène. Le recalage -c'est-à-dire la définition des transformations qui existent entre ces deux ensembles- peut être décomposé en trois étapes :

- définition du modèle de relation entre les deux scènes
- définition d'une mesure de similarité entre les deux scènes
- actualisation du modèle de relation par la mesure de similarité.

### 1.1. Définition du modèle de relation entre les deux scènes

Besl [Besl88b] essaie de formaliser de la manière la plus générale possible le problème de recalage entre la représentation d'un objet par un système d'acquisition et cet objet dans un référentiel lié au monde physique. Cette modélisation générale est formulée dans un espace de dimension 4 (les trois dimensions spatiales et une dimension temporelle) sans aucune contrainte sur la dimension des modèles géométriques utilisés pour le recalage. Ces modèles géométriques qui décrivent l'objet sont appelés entités (voir tableau I-2 pour une liste des différentes entités).  $X_j(t)$  est la variation temporelle de la  $j^{\text{ème}}$  entité de l'objet (décrite dans le référentiel de départ).

La description de ce modèle, par un outil d'acquisition, est donnée par :  $Y_i(t)$  c'est-à-dire la  $i^{\text{ème}}$  entité du référentiel d'acquisition. La relation entre le modèle de départ et son image peut être écrite sous la forme :

$$Y_i(t) = I( X_j(t) ) + N(t)$$

où :

- $N(t)$  est un bruit additif de report
- $I( X_j(t) )$  l'image de mesure de  $X_j(t)$  :

$$I( X(t) ) = D( O(t, P( E(t).R(t).X(t) + \mathbf{T}(t) ) ) )$$

- $E(t)$  est l'évolution temporelle d'une matrice d'homothétie
- $R(t)$  est l'évolution temporelle d'une matrice 3x3 de rotation
- $\mathbf{T}(t)$  est l'évolution temporelle du vecteur de translation
- $P(.)$  est l'opérateur d'acquisition de l'image 3D (voir chapitre d'acquisition). Cet opérateur intègre toutes les notions de distorsion et de bruits d'acquisition.
- $O(t, .)$  est l'opérateur d'occlusion. Il peut être vu comme un masque variant temporellement et cachant une partie de l'image acquise.
- $D(.)$  est l'opérateur de modélisation géométrique de l'image de  $P(.)$  en entités géométriques.

La transformation affine  $Y = E.R.X + \mathbf{T}$  est souvent exprimée par une matrice 4x4 de transformation linéaire :  $Y = H.X$ . Les relations en rotation et translation sont habituellement estimées séparément. Nous gardons donc la formulation explicite de la transformation affine. Par souci de simplicité d'écriture, Besl assume que l'opérateur d'acquisition n'extrait du modèle que les entités géométriques nécessaires au recalage. L'image de mesure de  $I(.)$  devient :

$$( X(t) ) = O(t, P( E(t).R(t).X(t) + \mathbf{T}(t) ) )$$

Le cas de l'imagerie médicale concerne plus généralement le recalage entre deux images acquises à des instants différents et pouvant présenter des caractéristiques diverses :

$$Y_i(t_1) = I_1( X_j(t_1) ) + N_1(t_1)$$

$$Z_k(t_2) = I_2( X_j(t_2) ) + N_2(t_2)$$

avec :

$$I_a( X_a(t) ) = O_a(t, P_a( E_a(t).R_a(t).X(t) + \mathbf{T}_a(t) ) )$$

où

a = 1 et 2 respectivement

La définition explicite des relations entre  $Y_i(t_1)$  et  $Z_k(t_2)$  nécessite la connaissance des différentes fonctions  $O_a(t_a)$  et  $P_a$ , des transformations géométriques  $R_a(t_a)$ ,  $E(t_a)$  et  $T(t_a)$ , ainsi que de la relation entre  $X_j(t_1)$  et  $X_j(t_2)$ .

Cette formulation regroupe les cas rencontrés en imagerie médicale :

- le recalage entre primitives rigides fait abstraction de toute évolution temporelle de X ;
- les relations de déformation sont régies par X(t) ;
- la multimodalité est décrite par les fonctions  $P_a$ .

Les fonctions  $O_a(t)$  ont une grande influence sur la correspondance partielle ou totale entre les bases de données : le recalage global est effectué sur des objets non occlus (O est alors négligé dans la formulation), contrairement au recalage local qui considère que des parties distinctes des primitives sont masquées d'une base à une autre.

Dans la pratique, la recherche de relations entre Y et Z passe par la définition de certains modèles de transformation pouvant se noter  $Z = H(Y)$ . Ces modèles sont soit paramétriques (matrices de transformation ou modèles polynomiaux dans le cas d'images statiques), soit expriment un ensemble de relations locales (fonctions splines, modèles élastiques).

## 1.2. Définition d'un modèle de similarité

L'estimation des transformations entre deux scènes doit être confirmée par un critère de similitude après recalage de la deuxième scène. Les critères les plus souvent utilisés sont :

- les fonctions de corrélation (dans le cas de recalage global). Nous retrouvons dans cette classe les fonctions d'intercorrélation, d'intercorrélation normalisée,...) ;
- la Somme en Valeur Absolue des Différences. Ce critère de similarité a été souvent utilisé de manière intuitive. Dans sa formulation, Besl estime la ressemblance au sens de maximum de vraisemblance. Le critère à maximiser est la probabilité conditionnelle suivante :  $P(Y_j/X_i)$  pour  $Y_j = I( X_i ) + N$ . Si le bruit additif est stationnaire et gaussien (moyenne nulle, covariance  $\Sigma$ ) et si les objets sont similaires (ni mouvements et ni déformations) alors :

$$P(Y_j/X_i) = (2\pi)^{-n/2} \cdot \det(\Sigma)^{-1/2} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left( Y_j - I(X_i) \right)^T \Sigma^{-1} \left( Y_j - I(X_i) \right)}$$

n est la dimension de Y et  $\det(\Sigma)$  le déterminant de la matrice de covariance.

Si les composantes du bruit sont indépendantes et distribuées de manière égale (même variance  $\sigma$ , même distribution spatiale  $\Sigma = \sigma \cdot [I]$ ), alors  $P(Y_j/X_i)$  dépend uniquement de  $\|Y_j - I(X_i)\|$  où  $\|\cdot\|$  représente la distance euclidienne.

- le critère de changement de signe basé non sur les valeurs attribuées aux primitives respectives mais sur le changement de signe des différences entre ces valeurs [Venot84].
- le critère de recouvrement de régions. Kim et autres [Kim91] maximisent une équation d'erreur  $E = (\text{imageA} \cup \text{imageB}) - (\text{imageA} \cap \text{imageB})$ . Chiron [Chiron89] a développé un critère appelé Surface Overlapping Criterion (SOC) qui caractérise le recouvrement des régions entre deux images décalées en translation.

### 1.3. 1-3. Actualisation du modèle de relation par mesure de similitude

La recherche de la relation entre deux scènes à apparier passe par la recherche du maximum du critère de ressemblance après recalage. Si R représente la relation de transformation entre les deux bases et S(a, b) le critère de similitude entre a et b, l'estimation de la transformation globale G entre Y et Z est donnée par :

$$G(Z, Y) = \max_{\text{sur } R} [ S(Z, R(Y)) ]$$

c'est-à-dire la maximisation du critère de similarité en respectant les contraintes du modèle.

Le recalage local L entre Y et Z passe par la définition d'un sous-ensemble  $W \subset Y$ . Le recalage est estimé par :

$$L(Z, Y) = \max_{\text{sur } W \subset Y} \max_{\text{sur } R} [ S(Z, R(W)) ]$$

Les approches de recalage se caractérisent pas l'emploi du critère de similitude dans la recherche de la transformation optimale entre deux scènes. Nous pouvons dissocier deux cas :

- la mesure de similitude sert de critère à l'estimation de la relation entre les deux scènes. L'estimation de  $G(Z, Y)$  (ou de  $L(Z, Y)$ ) est en fait la recherche de la transformation R qui maximise la similitude. Cette recherche est menée sur tous les choix possibles de transformation R. Deux approches permettent d'estimer R entre les deux scènes :

\*une recherche exhaustive dans l'espace des R (espace de toutes les transformations possibles) de la relation qui maximise le critère de similarité. La similitude, mesurée par intercorrélation par exemple, est calculée pour tout point de l'espace discret des transformations possibles. Nous verrons toutefois que la fonction d'intercorrélation peut être calculée dans certains cas pour tout le domaine des transformations à la fois.

\*les algorithmes de recherche itérative basés sur la maximisation du critère de similitude. Le critère de la Somme Absolue des Distances, par exemple, est parfaitement adapté à une recherche par minimisation au sens des moindres carrés de la somme de la distance entre deux scènes.

-approches non basées sur les critères de similarité.

La similarité de forme est présumée a priori. Ce recalage est effectué à partir de caractéristiques globales liées aux objets et qui sont invariantes (relativement à l'objet) durant la transformation. Les méthodes basées sur l'utilisation des moments géométriques illustrent cette approche. A chaque objet est fixé un référentiel relatif à sa forme. Ce référentiel subit des transformations mais reste invariant par rapport à la forme des objets. Le recalage consiste alors à estimer la relation entre ces référentiels relatifs.

## **IV.2. Méthodes de recalage en imagerie médicale, étude bibliographique**

Les différentes configurations présentées en introduction ne sont pas résolues à l'heure actuelle. Les principales études ont été menées sur l'estimation des transformations rigides entre objets. Plus récemment, le caractère déformable des déplacements a été intégré dans certains modèles de relations. L'étude bibliographique qui va suivre reprend ces deux classes de transformation. Elle n'a pas la prétention d'être exhaustive (en particulier, elle néglige les aspects de recalage entre coupes 2D). Elle essaie simplement d'illustrer les méthodes les plus répandues pour le recalage de base de données 3D en imagerie médicale.

Nous reprenons la distinction entre approches basées ou non sur un critère de similitude. La nature des données utilisées pour le recalage (leurs dimensions,...) sera précisée dans la description des approches.

### **2.1. Recalage rigide**

Le modèle de recalage entre deux scènes statiques  $Y(X)$  et  $Z(X)$  de dimension  $n$  au sens le plus général est le suivant [Flifla91] :

$$Z(X) = Y( H(X) ) + N'$$

avec :

$$\begin{aligned} [X] &= [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \\ H(X) &= [E].[R].[X]+[T]+[N] \end{aligned}$$

où :

- E est une homothétie de rapport  $k_i$  avec  $i = 1, 2, \dots, n$
- R est une matrice de rotation
- T est un vecteur de translation
- N et N' sont des vecteurs de bruit (supposés blancs et gaussiens)

Nous supposerons par la suite que le problème de déformation globale (décrit par la matrice [E]) est résolu par prétraitement. La calibration des outils d'acquisition corrige les déformations de mesure et définit la résolution de l'image 3D. Les bases de données sont alors reformatées et présentées sous une résolution isotrope commune. Ainsi, la transformation à estimer s'écrit sous la forme :  $H(X)=[R].[X]+[T]$

Ce modèle pose comme hypothèse l'absence totale de déformations ou les néglige par rapport à la précision requise.

#### **2.1.1. Approches non basées sur un critère de similitude - Recalage d'images 3D à partir des moments d'inertie**

Le principe de ces méthodes consiste à définir un référentiel intrinsèque à chaque objet. L'origine et l'orientation du référentiel sont caractéristiques de la forme et de la nature de l'objet. Ainsi, ce référentiel subit les mêmes transformations que l'objet. Recaler les référentiels revient à recalculer les objets.

Dans l'espace, un objet peut être décrit par sa masse, son centre de masse et le tenseur d'inertie rapporté au centre de masse. La notion de moments invariants introduite par Hu [Hu62] est utilisée pour la reconnaissance de formes [Lo89] ou pour l'analyse de scènes [Teh88].

L'estimation des transformations rigides ne requiert que des moments d'inertie d'ordre 2 (cf [Faber88] pour une application en médecine). Les axes principaux d'inertie et le centre de masse forment un référentiel qui, relativement à l'objet, reste invariant lors de transformations rigides. Pour chaque objet de dimension  $n$ , le centre de masse  $G$  et le tenseur d'inertie rapporté au centre de masse sont calculés. Ce dernier est défini par :

$$M = \begin{bmatrix} M_{xx} & .. & M_{xn} \\ \vdots & & \vdots \\ M_{nx} & .. & M_{nn} \end{bmatrix}$$

où :

$M_{ii}$  représente le moment d'inertie de l'objet autour de l'axe  $i$  du référentiel d'observation ;

$M_{ij}$  représente les produits d'inertie de l'objet par rapport au plan  $(i, j)$  du référentiel d'observation,  $M_{ij}=M_{ji}$ .

La matrice d'inertie est symétrique et définie positive. Les vecteurs propres de cette matrice (les axes principaux d'inertie) forment une base orthonormée.

La relation entre l'objet référence (de centre de masse  $G$  et d'axes d'inertie  $U$ ) et l'objet à recalculer (de centre de masse  $G'$  et d'axes d'inertie  $U'$ ) est déterminée par :

-la translation  $T$  qui amène  $G'$  sur  $G$  ;

-la rotation  $R$  qui amène les axes d'inertie en coïncidence. C'est-à-dire :  $U'=R.U$

Si  $U$  et  $U'$  sont les matrices respectives des vecteurs propres  $U$  et  $U'$ , alors  $R$  est défini par :

$$R=U.U'^T$$

Il est à noter que les valeurs propres et les vecteurs propres permettent également de déterminer la matrice d'homothétie [Bajcsy89].

La matrice de rotation ainsi obtenue n'est pas unique. Chaque vecteur propre génère une indétermination de signe. Nous pouvons déduire huit rotations différentes. Le choix d'un repère orienté (le repère de vecteurs propres est direct) réduit le nombre de rotations possibles à quatre. Lo et Don [Lo89] préconisent de lever l'ambiguïté à partir de moments d'ordre supérieur. L'utilisation d'une fonction de similarité est également envisageable. Cette indétermination n'est pas réellement contraignante en imagerie médicale : les patients ont une position plus ou moins déterminée durant l'acquisition, le décalage est donc connu grossièrement et permet de lever l'indétermination.

L'inconvénient majeur provient des formes des objets :

-la mise en place d'un référentiel stable dépend de la bonne discrimination des valeurs propres. Des problèmes de recalage apparaissent pour les objets de forme cylindrique (deux valeurs propres proches) ou sphérique (trois valeurs propres).

-les objets en présence doivent impérativement posséder une forme identique. Les dissemblances locales se traduisent par une modification de référentiel. Ceci limite la méthode au recalage d'objets entiers (donc de taille faible) ou à celui d'objets présentant un volume similaire dans les deux examens.

Les avantages sont liés au caractère global des recalages :

-les primitives utilisées doivent refléter la forme de l'objet. Il peut s'agir du volume numérique, du volume segmenté et binarisé, ou simplement de la surface des objets.

-le caractère global de cette caractérisation de l'objet la rend moins sensible au bruit .

### **2.1.2. Approches basées sur un modèle de similarité**

Nous reprenons la distinction précédente entre : (1) les algorithmes adaptatifs de recherche du maximum du critère de similarité et (2) les méthodes pour lesquelles le modèle de transformation est estimé de manière exhaustive. Le premier cas est illustré par les méthodes itératives de minimisation de la distance entre deux images 3D. Le second est illustré par les méthodes de recalage à partir de la fonction d'intercorrélation.

#### 2.1.2.1. Méthodes itératives de minimisation de la distance entre primitives

Ce paragraphe regroupe la totalité des méthodes de recalage basées sur la minimisation d'un critère de distance. La classification habituelle de ces méthodes est faite sur la dimension des primitives à recaler. Ainsi existe-t-il des algorithmes d'appariement de points caractéristiques présentant une correspondance explicite, d'autres qui considèrent les points non correspondants, les approches de recalage de points sur des surfaces,...

Les efforts d'unification et de formalisation de ces approches ([Bes188b] par exemple) amène à considérer d'autres critères de classification. Ces techniques unifiées, généralisées à des dimensions  $n$ , peuvent être appliquées indifféremment aux primitives géométriques qu'elles que soient leurs dimensions spatiales. L'algorithme "Itérative Closest Point" (ICP) présenté dans [Bes192] illustre ce concept.

Les méthodes se différencient par la formulation du critère (cette formulation est souvent dépendante de la forme des primitives) et par la technique numérique de minimisation du critère d'erreur.

##### 2.1.2.1.1. Mesure de distance

###### 1.1. Distance entre points correspondants

Ces techniques consistent à apparier deux ensembles de points, l'un de l'image de référence, l'autre de l'image à recaler. Les images sont de dimension  $n$ . Chaque point de l'image 1 a un correspondant défini et localisé dans l'image 2. Les méthodes se

différencient par le type de points retenus et par la technique d'extraction de cette information (voir le paragraphe I-2-4 sur la primitive OD, chapitre I). La pose des marqueurs externes ou la sélection interactive de points permettent de maîtriser la correspondance des points et l'uniformité de leur répartition spatiale.

Soit  $(p_{1i}, p_{2i})$ ,  $i = 1, \dots, N$ ,  $N$  couples de points correspondants respectivement sur l'image 1 et l'image 2, où  $P_{ji}$  est de la forme  $[x_{i1}, \dots, x_{in}]^T$ . Ces deux ensembles sont liés par  $p_{2i} = R \cdot p_{1i} + T + N$  ( $N$  décrit les bruits de l'image et les erreurs d'estimation du point correspondant. Il est supposé blanc, gaussien et de moyenne nulle).

La distance à minimiser est :

$$d^2 = \sum_{i=1}^N \|p_{2i} - (R \cdot p_{1i} + T)\|^2$$

L'approche directe consiste à minimiser au sens des moindres carrés cette fonction non linéaire à six paramètres (trois pour la rotation, trois pour la translation).

Dans la pratique, les méthodes proposées découplent l'estimation de la translation de celle de la rotation. Lin et autres [Lin86] démontrent que si  $\hat{R}$  et  $\hat{T}$  sont les solutions au sens des moindres carrés, alors l'ensemble de  $p_{2i}$  et celui des  $\hat{R} \cdot p_{1i} + \hat{T}$  ont même centre de masse. Le problème de la translation est résolu en référençant les nuages de points par rapport aux centres de masse respectifs  $P_{1c}, P_{2c}$ . Ainsi :

$$q_{1i} = p_{1i} - P_{1c} \quad \text{et} \quad q_{2i} = p_{2i} - P_{2c}$$

Après changement de variable nous avons comme distance :

$$d^2 = \sum_{i=1}^N \|q_{2i} - \hat{R} \cdot q_{1i}\|^2$$

La relation recherchée (la matrice  $\hat{R}$ ) est une transformation orthonormale entre les deux images de points. Les propriétés d'orthonormalité sont utilisées pour une estimation directe de  $\hat{R}$  (par des méthodes de décomposition en valeurs singulières SVD [Arun87] ou par l'utilisation de quaternions [Faugeras86a]).

La translation est déduite à partir de :

$$\hat{T} = p_2 - \hat{R} \cdot p_1$$

### 1.2. Distances "forcées"

Par distances forcées nous entendons des mesures de distances selon certaines directions choisies arbitrairement. Parmi ces méthodes, nous pouvons citer :

-recalage entre images 2 D binaires dans le cas de méthodes de silhouettes [Huang91] (cf § IV-2-1-2-2-3). Le centre de masses d'une des silhouettes est choisi. A partir de ce centre

des rayons sont lancés tous les  $2^\circ$ . La distance entre les contours des deux silhouettes est mesurée le long du rayon. La minimisation est effectuée sur la norme des valeurs absolues de ces 180 distances.

-recalage entre deux surfaces 3D. Deux méthodes sont à retenir :

\*La première surface est modélisée par les contours des coupes tomographiques. La seconde par des points extraits de la surface [Pelizzari89]. Des rayons sont lancés des points vers le centre de masse de la première surface. Les distances au sens des moindres carrés sont celles qui séparent les points de la surface modélisée par les contours. Ce choix de direction arbitraire de mesure des distances est parfaitement justifié par le contexte dans lequel s'opère le recalage, c'est-à-dire l'ajustement des surfaces de la tête (forme globalement sphérique). Pour le cas de surfaces internes, de formes complexes, le choix du barycentre pour diriger la mesure de distance est plus critiquable.

\*La surface de l'objet de référence est approchée par des polygones après triangulation à partir de points  $p_{1i}$  de la surface. Cette surface ne doit pas être fermée. Il doit exister un plan P tel qu'il y ait bijection entre les points de surface et leurs projetés orthogonaux sur ce plan P [Flifla88]. Des points  $p_{2i}$  sont extraits de la deuxième surface (l'échantillonnage spatial de ce second nuage de points peut présenter une résolution beaucoup plus faible). La rotation R et la translation T doivent minimiser la distance entre  $p_{2i}$  et la surface modélisée, ceci dans une direction perpendiculaire au plan P. Cette méthode présente l'avantage d'être fiable (même en présence de bruits [Flifla91]). Par contre, elle est surtout pénalisée par la contrainte de bijection entre la surface et le plan de projection. La majeure partie des organes en imagerie médicale présentent une surface fermée. L'utilisation de cette méthode impose donc de travailler sur des demi-organes de forme convexe.

### 1.3. Distances minimales entre primitives

Le problème posé concerne le recalage d'objets de forme libre. Ces formes sont similaires mais ne sont pas décrites par des primitives géométriques identiques. Aucune correspondance, hormis les formes elles-mêmes, n'existe entre les primitives. L'approche proposée par Besl et McKay [Besl92] concerne un appariement entre points non correspondants ou celui entre surfaces 3D décrites indifféremment par : un nuage de points, des courbes 3D (segments de droite, courbes implicites ou paramétriques) ou bien par des modèles de surfaces 3D (polygones, surfaces implicites ou paramétriques). Cet algorithme appelé "Itérative Closest Point" (ICP) peut être décrit de la manière suivante :

Prenons un nuage de points P de l'image à recaler et le modèle géométrique X décrivant la surface référence (points, lignes, surfaces).

(1) Pour chaque point de P, le point le plus proche appartenant à X est recherché. Si nous appelons Y le nuage résultat de points  $\square X$  et C l'opérateur de recherche du point le plus proche, nous avons :  $Y_k = C(P_k, X)$ , k est l'indice de l'itération.

(2) La matrice de transformation H est estimée par un algorithme de minimisation au moindre carré. Si Q est cet opérateur et d l'erreur après minimisation, l'opération est formulée par :  $(H_k, d_k) = Q(P_0, Y_k)$ .

$P_0$  est le nuage de points  $P$  à l'itération 0.

(3)  $T_k$  est appliquée à  $P_0$  :  $P_{k+1} = [H_k].P_0$

(4) La convergence est estimée par rapport à un seuil  $\tau$  si  $d_k - d_{k-1} < \tau$   
 Besl démontre que la convergence vers un minimum local est toujours assurée.

L'opérateur  $Q$  sera décrit au paragraphe suivant.

L'algorithme ICP dépend de l'opérateur  $C$ , c'est-à-dire de l'estimation de la distance minimale entre un point et une primitive  $X$ .  $C$  est différent selon la nature de  $X$ . Si  $C$  est relativement aisé à calculer pour  $X$  composée de points (plus petite distance euclidienne), de droites ou de facettes (calcul analytique de la distance point/droite ou point/plan), le calcul de la distance entre point et entités paramétriques ou implicites, nécessite l'utilisation d'algorithmes de minimisation non linéaires (Newton-Raphson, système d'équations de Lagrange [NRC88]).

L'approche par minimisation itérative des distances les plus courtes a pour avantage de pouvoir s'appliquer sur n'importe quel type de primitives décrivant l'objet. Contrairement aux outils de recalage à partir des points remarquables correspondants, elle est moins dépendante de la précision de la localisation des primitives. L'estimation de la transformation repose sur la forme et non sur des points.

Cette méthode est toutefois soumise aux mêmes contraintes que les autres approches par minimisation des distances. Le nombre d'opérations augmente considérablement en fonction du nombre de primitives et de leur dimension. Le choix de la position initiale a également une importance. Elle détermine la rapidité et la qualité de la convergence (un mauvais choix de départ peut amener une convergence vers un minimum local).

#### 2.1.2.1.2. Minimisation de la distance

Prenons  $f(X)$  et  $g(X)$  avec  $X \in \mathbb{R}^n$ . Les algorithmes présentés ici ont pour but d'estimer la transformation  $H$  qui lie  $f(X)$  et  $g(X)$  :  $(f(X) = g( H(X) ) + N)$

La mesure de distance équivaut à définir en chaque point  $p_{1i}$  de  $f(X)$  un correspondant  $p_{2i}$  dans  $g(X)$ .

Le critère à minimiser -la somme des distances- vaut :

$$d^2 = \sum_{i=1}^N \|p_{2i} - H \cdot p_{1i}\|^2$$

Cette fonction présente six paramètres (trois de rotation, trois de translation) et est non linéaire.

La résolution numérique d'un tel système met en oeuvre des algorithmes de minimisation itératifs non linéaires du type Newton-Raphson ou autres.

Deux techniques ont permis la résolution explicite de la minimisation du critère d'erreur :

-La solution préconisée par [Arun87] consiste à découpler rotation et translation. Après changement de variables par rapport au centre de masse, la distance à minimiser devient :

$$d^2 = \sum_{i=1}^N \|q_{2i} - R \cdot q_{1i}\|^2$$

où :

R est la matrice de rotation.

Cette matrice R est une matrice orthogonale. Les propriétés de cette orthogonalité permettent d'estimer R de manière explicite. La matrice de covariance croisée  $\Sigma_{q1q2}$  entre les  $q_{1i}$  et  $q_{2i}$  est donnée par :

$$\Sigma_{q1q2} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (q_{1i} \cdot q_{2i}^T)$$

Cette matrice est décomposée à partir du calcul des valeurs singulières (SVD) en :

$$\Sigma_{q1q2} = U \Lambda V^T$$

La rotation R est simplement donnée par :

$$R = V U^T$$

-Une autre méthode non itérative, basée sur la théorie des quaternions (popularisée par l'équipe de Faugeras [Faugeras86a]) est souvent citée dans la littérature. Cette formulation sera explicitée ultérieurement dans le paragraphe plus ciblé sur le formalisme par quaternions (voir § IV-3-3).

#### 2.1.2.2. Méthodes de recalage à partir de la fonction d'intercorrélacion

La fonction d'intercorrélacion entre deux images numériques  $f(X)$  et  $g(X)$ , définies dans  $R^n$  s'exprime comme suit :

$$C_{fg}(T) = \sum_X g(X) f(X+T)$$

avec :

$$X = [x_1, \dots, x_n]^T \text{ et } T = [t_1, \dots, t_n]^T$$

T est défini dans  $R^n$ . La fonction  $C_{fg}(T)$  est calculée pour toutes les valeurs de  $T \in R^n$ . Elle atteint un maximum lorsque les deux objets sont identiques pour une valeur  $T = T_0$ .

##### 2.1.2.2.1. Application à l'estimation de la translation dans $R^n$

La translation  $T=[t_1, \dots, t_n]^T$  est une transformation linéaire de l'objet  $f(X)$  qui amène le point  $X=(X_1, \dots, X_n)$  à prendre la position  $X+T = (x_1+t_1, \dots, x_n+t_n)$ . C'est-à-dire :  $g(X)=f(X+T)$ .

La fonction d'intercorrélation :

$$C_{fg}(T) = \sum_X g(X) \cdot f(X+T)$$

présente tout naturellement un maximum pour T.

La recherche du maximum impose une mesure de corrélation pour toutes les transformations T de l'espace de recherche.

Dans le cas de l'estimation d'une translation, la fonction d'intercorrélation peut être calculée directement pour tout point T par l'intermédiaire des transformées de Fourier (TF). La TF d'une fonction d'intercorrélation s'écrit :

$$\hat{C}_{fg}(U) = \sum_X C_{fg}(T) e^{-2\pi i(UX)} = \hat{g}(U) \hat{f}^*(U)$$

c'est-à-dire le produit entre la TF des deux images, dont l'une est le complexe conjugué. La TF inverse de  $\hat{C}_{fg}(U)$  donne directement  $C_{fg}(T)$  pour tout le domaine des T.

L'utilisation de l'algorithme rapide (FFT) rend plus attractif le calcul indirect de  $C_{fg}(T)$ . Par exemple, le nombre d'opérations pour le calcul de la fonction d'intercorrélation entre deux images de dimension NxN est en  $O(N^3)$  par la méthode directe et en  $O(N^2 \cdot \text{Log}_2(N))$  par la méthode indirecte par TF [Flifla91].

Dans la pratique, la valeur maximale de  $C_{fg}$  et sa localisation dans l'espace des T sont affectées par :

-la présence de bruit [Pratt74].

Comme toute méthode globale, l'estimation de la translation est relativement robuste au bruit. Celui-ci peut toutefois masquer le pic de corrélation.

-les modifications des structures (déformation ou occlusion).

L'affectation des formes a pour conséquence d'aplanir la  $C_{fg}(T)$ .

L'utilisation de la fonction de corrélation est réservée davantage à l'estimation de la translation entre structures identiques (mêmes formes, mêmes valeurs de la fonction  $f(X)$ ). Le recalage entre deux primitives 3D binaires ou deux surfaces est également envisageable. L'information retenue (les frontières des objets) est quantitativement plus faible que celle du premier cas cité.

#### 2.1.2.2.2. Application à l'estimation de rotation 2D

La relation d'angle  $\theta$  ( $R(\theta)$ ) entre deux images de taille NxM supposées recalées en translation (fonction d'intercorrélation, centre de masses) est estimée par :

$$C_{fg}(\theta) = \sum_{x=1}^N \sum_{y=1}^M f(x,y) \cdot g(R_\theta(x,y))$$

Cette formulation revient à calculer  $C_{fg}(\theta)$  pour tous les angles  $\theta$  possibles en recherchant maximum.

Il semble intéressant d'étendre la méthode indirecte (obtention de la fonction de corrélation pour tout le domaine de transformation) à l'estimation de la rotation. Pour cela, nous utilisons l'isomorphisme entre l'ensemble  $O$  des rotations de centre  $O$  dans  $R^2$  et l'ensemble  $U$  des nombres complexes de module 1 [Flifla91]. Un élément de  $U$  peut s'écrire  $z = a + i.b$  avec  $(a, b) \in R^2$  et  $a^2+b^2=1$ . L'isomorphisme entre  $U$  et  $O$  se traduit par une bijection qui associe à tout complexe de  $U$  ( $z = a + i.b$ ) la rotation centrée en  $O$  qui amène le point  $(1, 0)$  en  $(a, b)$ . La matrice de rotation est alors :

$$\begin{bmatrix} a & -b \\ b & a \end{bmatrix}$$

L'inverse de cette bijection associe toute rotation d'angle  $\alpha$  au complexe  $z = e^{i\alpha} = \cos\alpha + i.\sin\alpha$ .

Si  $\circ$  désigne la composition des fonctions,  $R' \circ R$  est alors une rotation de centre  $O$  image du complexe  $z \times z'$  ( $x$  est l'opérateur produit des nombres complexes). Les groupes commutatifs  $(U, \times)$  et  $(O, \circ)$  sont isomorphes.

Prenons un point  $M(x, y)$  quelconque de  $R^2$ . Un nombre complexe  $z$  peut lui être associé :  $z = x + i.y = \rho e^{i\theta}$  avec :  $\rho = (x^2 + y^2)^{1/2}$  et  $\text{tang}\theta = y/x$ . Si nous notons  $z_\alpha$  le complexe unitaire associé à une rotation d'angle  $\alpha$ , cette rotation centrée en  $O$  appliquée à  $M$  s'écrit :

$$z \times z_\alpha = \rho e^{i(\theta+\alpha)}$$

Dans ce formalisme, appliquer une rotation d'angle  $\alpha$  à un point  $M$  revient à **ajouter** l'angle  $\alpha$  à la phase du nombre complexe associé à ce point. L'opérateur rotation équivaut à une **translation** angulaire.

Le changement de coordonnées des points des images d'une représentation cartésienne à une représentation polaire permet d'appliquer le résultat précédent au recalage en rotation de deux images centrées en  $O$ .

Ainsi l'égalité  $f(x, y) = g(R(x, y))$ , où  $R$  est une rotation d'angle  $\alpha$ , devient en représentation polaire :  $f(\rho, \theta) = g(\rho, \theta + \alpha)$ . La fonction d'intercorrélation appliquée sur  $f(\rho, \theta)$  et  $g(\rho, \theta)$  estime aisément le décalage  $\alpha$ .

Cette méthode présume que les images sont centrées. [Capodiferro87] préconise pour le recalage rigide entre deux images, l'algorithme itératif suivant :

- \*estimation à l'aide de  $C_{fg}(T)$  d'un vecteur translation ;
  - \*application de la translation sur l'image à recaler ;
  - \*estimation de l'angle  $\alpha$ , à l'aide de  $C_{fg}(\alpha)$ , à partir des représentations polaires ;
  - \*application de la rotation de centre  $O$  et d'angle  $\alpha$  à l'image à recaler.
- Cette procédure est réitérée jusqu'à convergence.

Kim et autres [Kim91] appliquent cette approche itérative pour le recalage (IMR/PET) d'images 2D cardiaques en prenant comme primitive la cavité pulmonaire. La différence

principale avec Capodiferro réside dans l'estimation de la translation par le recalage des centres de masse (cette méthode est jugée plus rapide).

2.1.2.2.3. Estimation d'une transformation rigide 3D par des outils de recalage 2D -méthode des silhouettes

Flifla [Flifla91-92] propose une technique de recalage d'images 3D par l'utilisation des outils 2D décrits précédemment. Cette méthode repose sur l'exploitation des silhouettes des objets 3D. Prenons un objet de référence  $f(x, y, z)$  du repère  $(O, \mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$ . Les silhouettes de cet objet correspondent aux projections binaires orthogonales de l'objet sur les plans  $(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ ,  $(\mathbf{y}, \mathbf{z})$ ,  $(\mathbf{z}, \mathbf{x})$ . Ainsi  $f(x, y, z)$  devient  $f(x, y)$ ,  $f(y, z)$ ,  $f(z, x)$  respectivement. L'objet à recalculer est projeté de la même manière :  $g(x, y, z) \rightarrow g(x, y)$ ,  $g(y, z)$ ,  $g(z, x)$ .

Par rapport au repère,  $(O, \mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$ , une rotation  $R$  quelconque centrée en  $O$  peut être décomposée en trois rotations successives d'angle  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$  autour des axes  $\mathbf{x}$ ,  $\mathbf{y}$  et  $\mathbf{z}$  respectivement (angles d'Euler).  $R_{\alpha\beta\gamma} = R(\alpha) \cdot R(\beta) \cdot R(\gamma)$ . La translation est définie par un vecteur  $\mathbf{T}(x_0, y_0, z_0)$ .

Le recalage est effectué itérativement en 2D sur les trois plans :

-estimation de la translation

La translation est calculée sur chaque plan à l'aide de la fonction d'intercorrélation 2D. Le recalage en translation entre  $f(x, y)$  et  $g(x, y)$  donne le décalage  $x_0$ ,  $y_0$ . Chaque composante du vecteur translation est estimé deux fois. La moyenne entre ces deux valeurs est appliquée sur l'image 3D.

-estimation de la rotation

La rotation est calculée plan après plan à l'aide de la fonction d'intercorrélation sur les représentations polaires des images. Chaque rotation ( $R_\alpha$ ,  $R_\beta$ ,  $R_\gamma$ ) ainsi trouvée est appliquée sur l'image 3D. La rotation sur le plan suivant est estimée sur les nouvelles silhouettes après transformation.

Ces calculs (translation et rotation) sont réitérés jusqu'à convergence. Flifla note une convergence quelles que soient les positions de départ des deux structures. Une certaine connaissance a-priori permet cependant d'accélérer la convergence.

Une approche similaire basée sur le recalage 2D des silhouettes est décrite dans [Huang91]. La différence principale réside dans l'estimation 2D des transformations. Huang et al. utilisent un algorithme de minimisation des distances entre les contours des deux projections.

La méthode des silhouettes s'applique à toute structure 3D qu'elle que soit la modalité d'acquisition. Seule, la forme des objets (primitives 3D, surfaces 3D) intervient. Le recalage est effectué sur des primitives intermédiaires communes (les projections binaires).

2.1.2.2.4. Application à l'estimation de rotation 3D

L'extension de la méthode indirecte à l'estimation des rotations dans  $\mathbb{R}^3$  nécessite de développer l'isomorphisme existant entre l'ensemble des nombres complexes unitaires et l'ensemble des rotations dans  $\mathbb{R}^2$  aux rotations d'axes concourants dans  $\mathbb{R}^3$ .

L'étude menée au paragraphe IV-3 est basée sur cette idée.

## 2.2. Recalage élastique

Le recalage élastique intervient à des niveaux différents :

### 1.1. le recalage élastique global

Il est traité par l'addition d'une matrice d'homothétie dans le modèle de transformation rigide. Les approches basées sur les moments ainsi que certaines des méthodes de minimisation de distance permettent d'évaluer cette homothétie. Plus simplement, certaines techniques comme la méthode proportionnelle de Talairach [Talairach88] effectuent un recalage élastique global par l'application sur chaque axe du référentiel d'une homothétie de rapport spécifique.

Le recalage global est avant tout une première approximation du problème de recalage élastique local.

### 1.2. le recalage élastique local

Cette approche consiste à prendre en compte les déformations locales des structures. Le formalisme de Besl (voir § IV-1-1) tient bien compte de ces déformations par l'intégration du facteur temps dans l'objet de référence, mais il ne définit aucune relation entre les images de cet objet acquises à des instants différents.

Le problème de recalage élastique est posé sous la forme de la recherche d'une fonction (discrète ou continue) associant les points de la première image  $f$  à ceux de la seconde  $g$  :

$$g(x, y, z) = \mathcal{F}(x, y, z, f(x, y, z))$$

où :

$\mathcal{F}$  représente la fonction de déformation locale en chaque point de l'espace.

Deux approches sont présentées dans la littérature :

-appariement élastique de points caractéristiques [Dai91].

Des points caractéristiques correspondants sont extraits des deux bases de données à recaler. Nous devons apparier  $N$  couples de points ( $\mathbf{p}_{1i}$ ,  $\mathbf{p}_{2i}$ ) qui doivent vérifier :

$$\mathbf{p}_{2i} = \mathcal{F}(\mathbf{p}_{1i}), i=1, \dots, N.$$

$\mathcal{F}$  est définie par des fonctions splines (splines "plaques minces" dans le cas de Dai et d'autres, les approches de type snake sont également envisageables). Ce modèle est propagé par interpolation à l'ensemble du domaine.

La difficulté de ce type d'approches consiste à définir un nombre suffisamment élevé de couples de points.

-recalage élastique de volume

Bajcsy et al [Bajcsy89] ont proposé une méthode de recalage élastique de volume entre deux bases de données, l'une acquise en TDM et l'autre représentant un atlas. Ces auteurs affectent à chaque structure de l'atlas une densité (donc une valeur) réaliste proche de celle d'une acquisition en TDM. Par la suite, des contraintes d'élasticité sont attribuées aux structures de l'atlas. Ceci permet de pratiquer des déformations sur ces structures afin de les faire coïncider à leur équivalent en TDM. Le processus de déformation est décrit par les équations de Navier qui expriment l'état d'équilibre d'un solide déformable soumis à des forces externes. L'estimation de ces forces externes, qui déforment la structure de l'atlas pour la conformer à celle de la TDM, est effectuée de manière itérative en minimisant un critère de similarité.

Cette méthode semble efficace mais extrêmement lourde en temps de calcul. Les constantes d'élasticité sont fixées de manière empirique, alors qu'elles influent énormément sur le résultat. Les niveaux de gris attribués aux structures de l'atlas présument que les milieux sont homogènes. Cependant cette technique paraît extrêmement prometteuse, surtout de par son caractère volumique pour traiter les déformations locales.

### IV.3. Recalage de volumes 3D basé sur un formalisme de quaternions

Nous avons vu précédemment (§ IV-2-1-2-2-2) que dans  $\mathbb{R}^2$  la composition des rotations centrées en O, l'addition des angles de rotation et le produit de complexes unitaires constituent trois aspects du même problème. Cet isomorphisme permet de paramétrer l'ensemble des rotations dans  $\mathbb{R}^2$  à l'aide des complexes unitaires. Une propriété simple a été dégagée de cette correspondance : une rotation d'angle  $\alpha$  centrée en O équivaut à une translation angulaire dans le domaine complexe.

Il paraît intéressant d'étendre de telles propriétés aux rotations d'axes concourants dans  $\mathbb{R}^3$ . Tels ont été les propos de Sir William R. Hamilton (1805-1865). Pendant une trentaine d'années, il tenta vainement de construire des trinions lui permettant de contrôler l'espace des rotations sur  $\mathbb{R}^3$ . Cette étude se heurtait à la non-commutativité du produit de rotation. Ces recherches le menèrent aux quaternions qui forment l'extension des nombres complexes et qui sont associés à  $\mathbb{R}^4$ . Cette formulation rend possible la paramétrisation des rotations dans  $\mathbb{R}^4$ .

#### 3.1. Définition des quaternions

Les lecteurs peuvent se référer à [DeCasteljau87] [LeBorgne87] [Simo89] et [Reyes-Avila90].

Les quaternions forment un corps non commutatif Q ainsi construit :

-l'ensemble sous-jacent est  $\mathbb{R}^4$  avec la base canonique  $\{1, i, j, k\}$ .

-l'addition est celle de  $\mathbb{R}^4$

$$\lambda_1 = a_1 + i.b_1 + j.c_1 + k.d_1$$

$$\lambda_2 = a_2 + i.b_2 + j.c_2 + k.d_2$$

$$\lambda_1 + \lambda_2 = (a_1 + a_2) + i.(b_1 + b_2) + j.(c_1 + c_2) + k.(d_1 + d_2)$$

l'ensemble  $(\mathbb{R}^4, +)$  est un groupe additif commutatif.

-l'opération produit que nous noterons \* est obtenue en prolongeant par linéarité les formules suivantes :

$$1.1 = 1 ; \quad 1.i = i ; \quad 1.j = j ; \quad 1.k = k ;$$

$$i^2 = j^2 = k^2 = -1 ;$$

$$i.j = -j.i = k ; \quad j.k = -k.j = i ; \quad k.i = -i.k = j ;$$

$(\mathbb{R}^4, *)$  est un groupe multiplicatif non commutatif.

Considérons les sous-espaces vectoriels de  $Q$  suivants :

$$Q_R = \{(a, 0, 0, 0) : a \in \mathbb{R}\} \subset Q$$

$$Q_V = \{(0, b, c, d) : b, c, d \in \mathbb{R}\} \subset Q$$

$Q_R$  et  $Q_V$  sont isomorphes respectivement à  $\mathbb{R}$  et  $\mathbb{R}^3$ . Nous définissons deux transformations  $T_R : Q_R \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $T_V : Q_V \rightarrow \mathbb{R}^3$  où :

$$T_R(a, 0, 0, 0) = a \qquad \forall (a, 0, 0, 0) \in Q_R$$

$$T_V(0, b, c, d) = (b, c, d) \qquad \forall (0, b, c, d) \in Q_V$$

$T_R$  et  $T_V$  sont des isomorphismes.

Ainsi tout élément  $p \in Q$  peut être représenté sous la forme :

$$p = p_R + p_V, \quad p_R \in Q_R, \quad p_V \in Q_V$$

En accord avec les isomorphismes  $T_R : Q_R \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $T_V : Q_V \rightarrow \mathbb{R}^3$ , nous pouvons dire que  $p_R$  et  $p_V$  sont respectivement la partie réelle et imaginaire de  $p \in Q$ . La représentation suivante est envisageable :

$$p = (r, \mathbf{p})$$

où :

$$r \in \mathbb{R} \text{ partie réelle de } p,$$

$$\mathbf{p} \in \mathbb{R}^3 \text{ partie imaginaire pur de } p.$$

Tout vecteur de  $\mathbb{R}^3$  peut être associé à un quaternion imaginaire pur.

La multiplication de deux quaternions  $q_1 = (r_1, \mathbf{p}_1)$ ,  $q_2 = (r_2, \mathbf{p}_2)$  peut s'écrire maintenant par :

$$q_1 * q_2 = (r_1, \mathbf{p}_1) * (r_2, \mathbf{p}_2) = (r_1 \cdot r_2 - \langle \mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2 \rangle, \mathbf{p}_1 \times \mathbf{p}_2 + r_1 \cdot \mathbf{p}_2 + r_2 \cdot \mathbf{p}_1)$$

$\langle \cdot, \cdot \rangle$  représente le produit scalaire et  $\times$  le produit vectoriel dans  $\mathbb{R}^3$ .

L'opérateur de conjugaison est défini comme pour les complexes :

$$q = (r, \mathbf{p}), \quad \bar{q} = (r, -\mathbf{p})$$

La norme d'un quaternion vaut :  $\|q\|^2 = \bar{q} * q = a^2 + b^2 + c^2 + d^2$

L'élément inverse d'un quaternion  $q$  vaut :

$$q^{-1} = \frac{\bar{q}}{\|q\|^2}$$

Un quaternion unitaire est défini par :  $\|q\| = 1$ .

Pour tout quaternion unitaire :  $q^{-1} = \bar{q}$

### 3.2. Représentation paramétrique des rotations

L'objectif du formalisme par quaternion est l'unification des diverses formes utilisées en mécanique pour représenter de façon paramétrique les rotations de milieu continu, tant rigide que déformable. Pour cela les différents auteurs définissent la transformation linéaire R suivante :

$$R(p, \cdot) : Q \times Q \rightarrow Q \quad \text{où } p \in Q \text{ est fixé}$$

$$R(p, q) = p * q * p^{-1} = \frac{1}{\|q\|^2} (p * q * \bar{p})$$

Cette transformation est linéaire, orthogonale. Si  $q \in Q_V$ , alors  $R(p, q) \in Q_V$

La matrice associée à une telle transformation dans la base canonique de  $R^4$  est celle des rotations dans  $R^4$ . Par identification, nous pouvons passer de la structure algébrique des quaternions à celle correspondant à l'espace vectoriel de matrice d'ordre  $4 \times 4$ .

Le groupe de quaternions unitaires est la sphère  $S^3$  de dimension 3. Ce groupe appliqué sur le corps des quaternions pour l'opération R est :

$$S^3 \times Q_V \rightarrow Q_V$$

$$(\lambda, q) \rightarrow \lambda * q * \lambda^{-1}$$

où  $\lambda$  est un quaternion unitaire.

La restriction de R à  $R^3$  est une rotation r de  $R^3$ . En effet, une des propriétés de cette application spécifie que pour toute rotation  $r \in SO^3$ , il existe un quaternion  $\lambda \in S^3$  tel que  $r = R(\lambda, \cdot)$  [LeBorgne87]. Nous avons donc une application  $\Pi$  de la sphère  $S^3$  sur le groupe de rotations de  $R^3$  défini par  $\Pi(\lambda) = R(\lambda, \cdot)$ .

Nous nous proposons de déterminer les éléments géométriques d'une rotation  $\Pi(\lambda)$  représentée par le quaternion unitaire  $\lambda = (r, \mathbf{n})$ .

Prenons le quaternion imaginaire pur  $q = (0, \mathbf{n})$ . Un calcul direct montre que :  $\lambda * q * \lambda^{-1} = q, \forall \lambda \in S^3$ . Ceci sous-entend que le vecteur  $\mathbf{n} \in R^3$  reste invariant durant la rotation, donc appartient à l'axe de rotation.

Cette conclusion se retrouve dans la représentation de la rotation par les angles d'Euler. Le produit de trois rotations autour des axes  $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$  d'un repère fixe prédéfini correspond à une seule rotation autour d'un axe invariant. Mais dans le formalisme des quaternions l'axe de rotation ( $\mathbf{n}$  en l'occurrence dans notre cas) apparaît explicitement.

Prenons maintenant un vecteur unitaire  $\mathbf{u}$  perpendiculaire à  $\mathbf{n}$  et  $\theta$  l'angle de rotation mesuré dans le plan orthogonal à  $\mathbf{n}$  orienté par le vecteur normal  $\mathbf{n}$ .

Alors :

$$\cos\theta = \langle \mathbf{u}, r(\mathbf{u}) \rangle \quad \text{et} \quad \mathbf{u} \times r(\mathbf{u}) = \frac{\mathbf{n}}{\|\mathbf{n}\|} \sin\theta$$

Le Borgne [LeBorgne87] montre que les produits vectoriel et scalaire dans  $\mathbb{R}^3$  peut s'exprimer par les produits de quaternions suivants :

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle &= -1/2 (\mathbf{u}^* \mathbf{v} + \mathbf{v}^* \mathbf{u}) \\ \mathbf{u} \times \mathbf{v} &= 1/2 (\mathbf{u}^* \mathbf{v} - \mathbf{v}^* \mathbf{u}) \end{aligned}$$

Ainsi :

$$\begin{aligned} \cos\theta &= -1/2 (\mathbf{u}^* \lambda^* \mathbf{u}^* \lambda^{-1} + \lambda^* \mathbf{u}^* \lambda^{-1} \mathbf{u}) \\ &= r^2 - \|\mathbf{t}\|^2 \\ \frac{\mathbf{n}}{\|\mathbf{n}\|} \sin\theta &= 1/2 (\mathbf{u}^* \lambda^* \mathbf{u}^* \lambda^{-1} - \lambda^* \mathbf{u}^* \lambda^{-1} \mathbf{u}) \end{aligned}$$

c'est-à-dire :

$$\begin{aligned} \cos\theta &= r^2 - \|\mathbf{n}\|^2 \\ \sin\theta &= 2.r.\|\mathbf{n}\| \end{aligned}$$

Parallèlement nous savons que  $\lambda$  est un quaternion unitaire, alors  $r^2 + \|\mathbf{n}\|^2 = 1$ . Il est possible d'écrire que  $r = \cos\phi$  et que  $\|\mathbf{n}\| = \sin\phi$ . Par analogie avec les relations précédentes,  $\theta = 2\phi$ .

En conclusion, si une rotation  $r$  est donnée par un axe de vecteur unitaire  $\mathbf{n}$  et par un angle de rotation  $\theta$  autour de cet axe, cette rotation peut être représentée par le quaternion unitaire :

$$\lambda = (\cos(\theta/2), \sin(\theta/2).\mathbf{n})$$

Le passage de la représentation quaternion à la représentation matricielle et le passage inverse sont décrits en Annexe D.

En fait,  $-\lambda$  est également une représentation de la rotation. Le passage de l'une à l'autre correspond à un changement d'orientation de l'axe de rotation.

Cette représentation décrit une rotation à l'aide de quatre paramètres, représentation qui peut paraître non minimale. En réalité, les trois composantes du vecteur unitaire de l'axe sont liées :  $\|\mathbf{n}\| = 1$ . Deux paramètres suffisent à le définir.

### 3.3. Utilisation des quaternions

Outre les domaines de l'analyse, les quaternions ont principalement été utilisés en mécanique et en robotique. Ils ont permis de résoudre un certain nombre de problèmes pratiques de contrôle sur le groupe de rotation tels que les changements de l'orientation d'un bras de robot [Reyes92], les changements d'altitude d'un satellite [LeBorgne87],...

Cette utilisation dans la paramétrisation est justifiée par les avantages suivants [Ayache89] :

- il est possible de définir un atlas à deux cartes seulement de la sphère  $S^3$  des quaternions unitaires [LeBorgne87].
- la dérivation des quaternions est particulièrement simple [Stuelpnagel64] [LeBorgne87]. La dérivation de l'application  $\Pi$  et le quaternion dérivé qui en découle permettent de contrôler vitesse et accélération de la rotation. L'aspect différentiel des quaternions est également utilisé pour traiter des questions de mécanique ou de commande dans  $SO_3$  en utilisant des interprétations mécaniques. L'espace des efforts dans  $R^3$  peut être lié à un espace d'efforts sur les quaternions et ainsi traiter des problèmes de moments et d'inertie.
- le maniement des quaternions peut se faire à l'aide de l'algèbre matricielle [DeCasteljau87], donc permet de bénéficier de ces avantages.

Dans le monde virtuel, certains auteurs en infographie usent des quaternions pour contrôler le déplacement d'objets en animation Dans le même ordre d'idée, [Shoemake85] définit des trajectoires 3D de caméra en suivant des courbes 3D de Bézier pilotées par des quaternions.

Dans les domaines du recalage d'images 3D, les quaternions ont surtout été popularisés dans les techniques de minimisation de critères de distance. En effet, cette minimisation, formulée par les quaternions, admet une solution explicite [Hebert83] [Faugeras86a]. Reprenons le problème posé § IV-2-1-2-2. Nous voulons recalcr deux images de N points  $Q_1$  et  $Q_2$  correspondants. La rotation R doit minimiser les distances au carré entre l'ensemble des  $q_{2i}$  et l'image après rotation de  $q_{1i}$  :  $q'_{2i} = R \cdot q_{1i}$ . Ce critère s'écrit :

$$d^2 = \sum_{i=1}^N \|q_{2i} - R \cdot q_{1i}\|^2$$

Notons  $\lambda$  le quaternion unitaire associé à R et identifions  $q_{2i}$  et  $q_{1i}$  à des quaternions imaginaires purs. La distance au carré s'exprime sous :

$$\begin{aligned} d^2 &= \sum_{i=1}^N \|q_{2i} - \lambda * q_{1i} * \lambda^{-1}\|^2 \\ d^2 &= \sum_{i=1}^N \|q_{2i} - \lambda * q_{1i} * \lambda^{-1}\|^2 * |\lambda|^2 \\ d^2 &= \sum_{i=1}^N \|q_{2i} * \lambda - \lambda * q_{1i}\|^2 \end{aligned}$$

$q_{2i} * \lambda - \lambda * q_{1i}$  peut se mettre sous la forme  $A_i \cdot \lambda$  où  $A_i$  est une matrice de dimension 4x4 dépendant de  $q_{1i}$  et  $q_{2i}$ . Minimiser  $d^2$  revient à minimiser :

$$d^2 = \sum_{i=1}^N [A_i \cdot \lambda]^T [A_i \cdot \lambda] = \lambda^T \left[ \sum_{i=1}^N A_i^T A_i \right]$$

sous la contrainte  $\|\lambda\| = 1$ .

La solution est donnée par le vecteur propre de norme 1 associé à la plus petite valeur propre de la matrice de dimension 4x4 suivante :

$$B = \sum_{i=1}^N A_i^T A_i$$

L'incertitude sur les vecteurs  $q_{1i}$  et  $q_{2i}$  est prise en compte en calculant au premier ordre et au voisinage d'une solution approchée  $\lambda$ , la matrice de covariance  $\Sigma_{q_{1i}q_{2i}}$ . Le critère à minimiser est :

$$d^2 = \sum_{i=1}^N [A_i \cdot \lambda]^T \Sigma_{q_{1i}q_{2i}}^{-1} [A_i \cdot \lambda]$$

comme précédemment en remplaçant la matrice B par :

$$B' = \sum_{i=1}^N A_i^T \Sigma_{q_{1i}q_{2i}}^{-1} A_i$$

Il est également possible de résoudre de façon explicite ce critère sur les transformations faisant intervenir une rotation et une translation appliquées à des points [Faugeras86a]. Se basant sur ces travaux, Horn [Horn87] formule différemment ce critère d'erreur afin d'estimer la valeur singulière la plus grande de la matrice 4x4 au lieu de la plus petite.

### 3.4. Recalage de volume 3D

Nous nous proposons d'utiliser la paramétrisation et les particularités physiques des rotations dégagées par le formalisme des quaternions, dans le but de recalcr entre eux deux volumes 3D. Nous supposons que la translation a été estimée au préalable de manière indépendante (recalage des centres de masses, intercorrélation,...). Les deux objets  $f(X)$  et  $g(X)$  sont centrés, seule une transformation en rotation les lie :

$$g(X) = f(R(X)).$$

Une rotation dans  $R^3$  se décompose en une rotation d'angle  $\theta$  autour d'un axe de vecteur directeur  $\mathbf{n}$ . Il est à noter que la paramétrisation de rotations par le formalisme de Rodriguez est également basée sur cette constatation (voir Annexe E).

L'estimation d'une rotation centrée dans  $R^3$  peut être décomposée en deux étapes :

- (1) la détermination de l'axe de rotation dans  $R^3$  (ou des composantes du vecteur directeur  $\mathbf{n}$  de cet axe).
- (2) l'estimation de l'angle de rotation  $\theta$  autour de l'axe issu de l'étape (1).

### 3.4.1. Détermination de l'axe de rotation dans $\mathbb{R}^3$

Prenons l'axe de rotation de vecteur directeur  $\mathbf{n}$ . Cet axe reste stationnaire dans  $\mathbb{R}^3$  durant la rotation. Soit  $q$  un quaternion imaginaire pur associé à un vecteur colinéaire à l'axe de rotation :

$$q = (0, a.\mathbf{n}) \quad \text{avec : } a \text{ un scalaire } \in \mathbb{R}.$$

La rotation  $R$  d'angle  $\theta$  autour de  $\mathbf{n}$  est décrite par le quaternion unitaire  $\lambda = (\cos(\theta/2), \sin(\theta/2).\mathbf{n})$ . Un simple calcul montre que :

$$\lambda * q * \lambda^{-1} = q \quad \forall a \in \mathbb{R}$$

Les points qui appartiennent à l'axe et les valeurs portées par ces points sont stationnaires durant la rotation. L'estimation de l'axe de rotation découle directement de la recherche des points invariants entre l'image 3D de départ et celle après transformation.

La recherche de l'axe apparaît dans [Lin86] pour le recalage de deux nuages de points  $P_1$  et  $P_2$  sans correspondance. Ces deux nuages de points sont dans un premier temps centrés autour de leur barycentre respectif :

$$\mathbf{q}_{1i} = \mathbf{p}_{1i} - \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \mathbf{p}_{1k}$$

$$\mathbf{q}_{2i} = \mathbf{p}_{2i} - \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \mathbf{p}_{2k}$$

Seule la rotation intervient entre  $Q_1$  et  $Q_2$ .

Deux fonctions 3D  $g_1(\mathbf{q})$  et  $g_2(\mathbf{q})$  sont définies par :

$$g_1(\mathbf{q}) = \sum_{i=1}^N \delta(\mathbf{q} - \mathbf{q}_{1i}) \quad \text{et} \quad g_2(\mathbf{q}) = \sum_{i=1}^N \delta(\mathbf{q} - \mathbf{q}_{2i})$$

où  $\delta(\mathbf{q})$  est une fonction de Dirac.

Si  $\hat{g}_1(\mathbf{f})$  et  $\hat{g}_2(\mathbf{f})$  sont les transformées de Fourier (TF) de  $g_1(\mathbf{q})$  et  $g_2(\mathbf{q})$ , elles sont liées par :

$$\hat{g}_2(\mathbf{f}) = \hat{g}_1(\mathbf{R}^T \mathbf{f})$$

La rotation est reportée dans l'espace fréquentiel. Les auteurs proposent de corrélérer les valeurs de  $\hat{g}_1(\mathbf{f})$  et  $\hat{g}_2(\mathbf{f})$  le long de tous les axes possibles. Ils utilisent pour cela une intercorrélation normalisée sur les trois variables  $a, b, c$  :

$$C_1(a, b, c) = \frac{G_{12}(a, b, c)}{[G_{11}(a, b, c) \cdot G_{22}(a, b, c)]^{1/2}}$$

avec :

$$G_{mn}(a, b, c) = \int_{-A}^{+A} \hat{g}_n(f) \hat{g}_m^*(f) dr \Big|_{f=r \begin{matrix} a \\ b \\ c \end{matrix}}$$

où : a, b, c sont les cosinus directeurs de l'axe ( $c = (1-a^2-b^2)^{1/2}$ ) et A une constante qui contrôle le degré de lissage de  $C_1$ .

$C_1$  est calculée pour tout (a, b, c) sous la contrainte  $a^2+b^2+c^2 = 1$ . Le triplet (a, b, c) qui maximise  $C_1$  représente le vecteur directeur de l'axe de rotation.

Cette recherche de l'axe par la fonction d'intercorrélation est généralisable en 3D pour le recalage de volume. Toutefois, le calcul d'une fonction de corrélation pour deux variables indépendantes paraît extrêmement lourd en temps de calcul.

Plaçons-nous dans le contexte de la **monomodalité**. La scène est explorée par la même modalité à des instants différents. L'étude de cette évolution temporelle nécessite le recalage de ces scènes. Nous supposons que les appareils sont bien calibrés. Ainsi, un organe présente des valeurs identiques dans le temps (aux déformations locales près). Si les deux scènes sont bien recalées en translation, les points qui se situent sur l'axe de rotation sont porteurs de valeurs identiques entre les deux images. L'axe de rotation peut être trouvé par simple soustraction (classique ou logarithmique) des deux images 3D. Les points égaux (à un seuil  $\tau$  près) forment l'axe recherché. En fait, le résultat de la soustraction se présente sous la forme d'un nuage de points 3D qui entoure l'axe de rotation avec quelques points éparpillés dans l'ensemble de l'image 3D de la soustraction. Ces derniers points correspondent à des cas où les mêmes valeurs sont portées par des points différents de la base. Il existe alors un risque statistique que ces points soient superposés après rotation. Ceux-ci apparaissent similaires à un bruit (non blanc) autour de l'agglomérat de points entourant l'axe.

Le problème est l'estimation de l'orientation de l'axe à partir des informations de l'image des différences. La stratégie que nous avons mis en oeuvre est la suivante :

nous sommes en présence de deux images 3D  $Q_1(i, j, k)$  et  $Q_2(i, j, k)$  avec  $i = 1, \dots, N_i$ ,  $j = 1, \dots, N_j$ ,  $k = 1, \dots, N_k$

(1) l'image des différences est construite par :

$$D(i, j, k) = | Q_1(i, j, k) - Q_2(i, j, k) |$$

(2) l'image des différences est seuillée par rapport à un écart maximum  $\tau$  puis inversée :

$$D(i, j, k) = \begin{cases} \text{Max } -D(i, j, k) & \text{si } D(i, j, k) < \tau \\ 0 & \text{autrement} \end{cases}$$

Max est la valeur maximale supportée par l'image 3D.

(3) l'image des différences est filtrée par un opérateur non linéaire basé sur le degré de connexité des voxels du nuage de points : un point est retenu si un nombre  $\lambda$  de ces voisins appartient à la même classe.

Le filtrage affine le nuage de points décrivant l'axe.

(4) l'estimation de la droite de régression du nuage de points. Deux techniques sont majoritairement utilisées dans la littérature pour l'estimation de l'équation d'une droite à partir de points : la transformée de Hough et l'estimation d'une droite de régression par minimisation au sens des moindres carrés des distances points/droite.

#### 3.4.1.1. Transformée de Hough

L'utilisation de la transformée de Hough est relativement courante pour la détection de primitives géométriques et de courbes dans l'espace 2D. Des références bibliographiques peuvent être trouvées dans [Illingworth87-88] [Lopez88] [Grimson90] [Niblack90]. D'une manière générale, la transformée de Hough repose sur le principe suivant :

-soit P un ensemble de N points  $P = \{p_1, \dots, p_N\}$ .

-la primitive cible (celle qui doit être extraite) est caractérisée par certains paramètres liés à sa forme. Par exemple, une droite dans l'espace 2D est décrite par le couple (a, b) représentatif de l'équation  $y = a.x + b$  ou par le couple (p,  $\theta$ ) pour l'équation  $p = x.\cos\theta + y.\sin\theta$  en coordonnées polaires. Nous appelons A l'ensemble de ces paramètres.

-soit n le nombre de points nécessaires pour déterminer l'équation de la primitive (deux pour une droite). Un n-points (ensemble de n points de P) permet d'estimer un ensemble de paramètres A qui est reporté dans l'espace des paramètres. A est calculé pour chacun des n-points formés à partir de P, puis reporté dans l'espace des paramètres.

-l'examen de l'espace paramétrique permet de dégager les paramètres les plus représentés (nuage de points, intersection,...) et ainsi d'estimer ceux de la primitive recherchée.

Dans un premier temps, la transformée de Hough a été utilisée pour la recherche des lignes (définition et extraction de contours, détection du réseau routier,...), de cercles ou d'autres objets paramétriques (paraboles, ellipses,...). Elle a été généralisée à la caractérisation de contours complexes, ce qui l'autorise à des applications dans la reconnaissance de formes 2D ou 3D [Grimson90] et dans le recalage (voir [Chiron89] p. 38).

Notre objectif est la caractérisation d'une droite de régression dans l'espace 3D. Ceci nous amène à paramétrer une droite affine de  $\mathbb{R}^3$ . De manière générale, une droite est définie par six (ou cinq) paramètres (trois pour la localisation du point de départ et trois pour le vecteur directeur de la droite -ces derniers sont réduits à deux si nous considérons un vecteur directeur unitaire). La transformée de Hough est une transposition des primitives dans l'espace paramétrique. Pour des raisons de place mémoire et de temps de calcul, l'espace paramétrique doit être réduit au minimum. [Ayache89] décrit plusieurs représentations minimales à quatre paramètres. Une particularité de notre problème réduit

cette représentation à deux paramètres. Rappelons-nous que la rotation est centrée. L'axe de rotation est concourant au centre. Ainsi, trois des paramètres usuels de la droite sont définis. Seule l'orientation (deux paramètres) doit être déterminée.

En coordonnées cartésiennes,  $a$ ,  $b$ ,  $c$  sont les composantes de  $\mathbf{n}$  le vecteur directeur de l'axe. Le paramétrage conduit à considérer l'espace 2D suivant  $(O, \mathbf{a}, \mathbf{b})$  avec la contrainte  $a^2+b^2+c^2=1$ . En coordonnées polaires, l'espace paramétrique est remplacé par  $(O, \phi, \theta)$  avec :

$$\text{tang}\phi=a/b \quad \text{et} \quad \sin\theta=c$$

La transformée de Hough se déroule de la manière suivante :

Soit le nuage  $P$  de  $N$  points  $P=\{p_1, \dots, p_N\}$ ,  $p_i=(x_i, y_i, z_i)$

(1) L'espace paramétrique est rempli par :

$$a_i = x_i / (x_i^2 + y_i^2 + z_i^2)^{1/2}$$
$$b_i = y_i / (x_i^2 + y_i^2 + z_i^2)^{1/2}$$

ou par :

$$\phi_i = \text{atan}(y_i, x_i)$$
$$\theta_i = \text{asin}(z_i)$$

Nous choisissons cette dernière solution car plus facile à interpréter physiquement. Les  $\phi_i$  et  $\theta_i$  sont accumulés dans l'espace  $(O, \phi, \theta)$ .

(2) L'axe est estimé par la recherche dans l'espace  $(O, \phi, \theta)$  de la localisation de l'accumulation maximale. Une localisation plus précise peut être estimée après lissage de l'espace paramétrique. La précision de la solution dépend de la discrétisation de l'espace paramétrique.

Les solutions qui améliorent la précision de la transformée de Hough ne manquent pas. Citons :

- l'amélioration du rapport signal à bruit en fonction de la longueur de la droite [Maitre86] ;
- la compensation de la discrétisation [Lopez88] ;
- le lissage et le sur-échantillonnage de l'image des paramètres [Niblack90] ;
- la transformée de Hough Adaptative [Illingworth87].

Par souci de simplicité, nous avons choisi de délimiter une région voisine de la première estimation. Un cercle de rayon  $r=10^\circ$  centré sur la première estimation. L'axe retenu est défini par le barycentre de cette région.

### 3.4.1.2. Droite de régression au sens des moindres carrés

Cette solution, plus connue que la transformée de Hough, consiste à trouver la droite qui minimise une mesure de la distance entre cette droite et les points du nuage. C'est une méthode relativement efficace dans la majorité des cas en termes de précision et temps de calcul. En particulier, si la dispersion des points est caractérisée par un bruit gaussien centré, le calcul des paramètres de la droite par moindres carrés correspond à une estimation au sens du maximum de vraisemblance.

Un tel bruit ne caractérise pas notre image 3D des différences. D'une part, il y a un bruit non uniforme de fond (soustraction de points de valeur similaire n'appartenant pas à la même structure). D'autre part la forme du nuage de points est elle-même variable et dépend de l'angle de rotation. L'homogénéité locale des scènes à recalcr fait en sorte qu'une rotation faible entraîne un nuage de points important et, inversement, pour une rotation importante, l'image des différences se réduit principalement à l'axe de rotation. Un troisième type de bruit découle de la discrétisation et de la distribution qu'elle engendre.

L'estimation de la droite de régression dépend d'une mesure de distance :

-la distance minimale entre un point et une droite est mesurée le long de la perpendiculaire à la droite passant par les points. Le critère d'erreur :

$$d^2 = \sum_{i=1}^N d(p_i, D)^2$$

conduit à une équation aux paramètres non linéaires minimisables par des algorithmes itératifs de recherche numérique.

-une droite affine dans  $\mathbb{R}^3$  ( $O, \mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}$ ) peut être représentée comme l'intersection d'un plan parallèle à l'axe des  $y$  avec un plan parallèle à l'axe des  $x$  (voir [Ayache89] p.198). Elle est définie par :

$$\begin{cases} x = a.z + p \\ y = b.z + q \end{cases}$$

La recherche de paramètres ( $a, b, p, q$ ) peut être scindée en deux sous-problèmes 2D :

- \*la recherche de ( $a, p$ ) pour la projection sur le plan ( $\mathbf{x}, \mathbf{z}$ ) ;
- \*la recherche de ( $b, q$ ) pour la projection sur le plan ( $\mathbf{y}, \mathbf{z}$ ).

En 2D, l'estimation de la droite de régression par la mesure des distances parallèlement à un axe conduit à la minimisation d'un critère linéaire, c'est-à-dire résoluble analytiquement (par inversion généralisée de matrices par exemple). Le choix des plans de projection et de l'axe parallèle à la mesure des distances influe sur le résultat. Ce choix peut être rendu optimal par une connaissance a priori de l'orientation générale de la droite.

Les algorithmes de minimisation par moindres carrés sont adaptés dans les cas de bruits gaussiens de moyenne nulle sur les points. Leur efficacité décroît rapidement dans le cas de bruits de fond. Les points du fond sont éloignés de la droite. Les distances par rapport à

cette droite sont énormes relativement au nuage de points. La somme carrée de ces grandes distances masque les faibles variations durant la minimisation. La résolution de ce problème amène deux stratégies :

- (1) l'utilisation d'algorithme de régression robuste basé sur une pondération itérative des points [Hubert81].
- (2) l'élimination des points éloignés.  
Cette dernière solution exige également une connaissance a priori de l'orientation générale de la droite de régression.

### 3.4.1.3. Estimation de la droite de régression

Pour l'estimation de la droite de régression du nuage de points de l'image des différences, nous proposons l'algorithme suivant :

- (1) transformée de Hough 3D de  $D(x, y, z)$  dans l'espace paramétrique  $(O, \phi, \theta)$ ,  $-\phi$  et  $\theta$  correspondent à l'orientation de l'axe en coordonnées polaires.
- (2) lissage et estimation de l'accumulation maximale dans  $(O, \phi, \theta) \rightarrow \phi_1, \theta_1$ .
- (3) délimitation d'une région A autour de  $\phi_1$  et  $\theta_1$ , puis recherche du barycentre dans  $A \rightarrow \phi_2, \theta_2$ .
- (4) filtrage de  $D(x, y, z)$  par exclusion des points éloignés de plus d'une distance d de l'axe estimé dans (2) ou (3).
- (5) estimation de la droite de régression au sens des moindres carrés à l'aide des résultats (2) ou (3) sur le résultat de (4)  $\rightarrow \phi_3, \theta_3$ .

### 3.4.2. Estimation de l'angle de rotation

Nous supposons que l'axe de rotation  $\mathbf{n}$  est déterminé par l'étape précédente.

Un vecteur orthogonal à  $\mathbf{n}$  subit une rotation d'angle  $\theta$  dans le plan perpendiculaire à  $\mathbf{n}$ .

Lin et autres [Lin86] définissent une fonction d'intercorrélation normalisée et explorent l'espace des rotations possibles. Le maximum de cette fonction correspond à l'angle à estimer.

Comme dans le cas 2D (cf § IV-2-1-2-2-2), nous essayons de définir une transformation qui permette l'estimation de la fonction d'intercorrélation de manière indirecte. Pour cela, effectuons un changement de repère qui rende colinéaires l'axe  $\mathbf{n}$  et l'axe  $\mathbf{z}$  du repère cartésien. Ainsi  $\mathbf{n} = [0, 0, 1]^T$ . Le quaternion  $\lambda$  associé à une rotation d'angle  $\theta$  autour de l'axe  $\mathbf{n}$  vaut :

$$\lambda = (\cos(\theta/2), 0, 0, \sin(\theta/2)).$$

Prenons un plan parallèle à  $(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  qui coupe l'axe  $\mathbf{z}$  à une valeur a. Prenons un point  $p(u, v, a)$  -u, v,  $\in \mathbb{R}^2$ - appartenant au plan précédent. Les coordonnées (u, v) peuvent s'écrire par rapport aux coordonnées polaires (p,  $\phi$ ) de la manière suivante :

$$\begin{cases} u = \rho \cdot \cos \phi \\ v = \rho \cdot \sin \phi \end{cases}$$

avec :

$$\rho = (u^2+v^2)^{1/2} \text{ et } \tan\phi = v/u$$

Le quaternion  $q$  associé à  $p$  vaut :  $q = (0, \rho \cdot \cos\phi, \rho \cdot \sin\phi, a)$ .

La rotation s'écrit :  $q' = \lambda * q * \lambda^{-1}$ .

Un calcul simple donne  $q' = (0, \rho \cdot \cos(\phi + \theta), \rho \cdot \sin(\phi + \theta), a)$ .

La rotation 3D revient à considérer un décalage (une translation) angulaire dans le plan perpendiculaire à l'axe de rotation.

Cette particularité est exploitée par une transformation des deux images 3D des coordonnées cartésiennes  $(O, \mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$  en coordonnées cylindriques  $(O, \mathbf{r}, \phi, \mathbf{z}')$ . L'axe  $\mathbf{z}'$  est fixé colinéaire à  $\mathbf{n}$  le vecteur directeur de l'axe de rotation (voir figure IV-1).

Estimer le décalage angulaire de la rotation revient à estimer le vecteur translation entre les deux images 3D selon l'axe  $\phi$ .

Cette translation est calculée à l'aide des outils classiques d'estimation de translation 3D ou 2D (dans les plans  $(\mathbf{r}, \phi)$ ,  $\mathbf{z}'$  étant fixé ou dans les plans  $(\phi, \mathbf{z}')$ ,  $\mathbf{r}$  étant fixé). La dernière solution - $\mathbf{r}$  fixé- est préférée car l'échantillonnage de  $\phi$  et  $\mathbf{z}'$  est constant dans l'espace  $(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$ . Par contre l'échantillonnage cylindrique 3D ou celui du plan  $(\mathbf{r}, \phi)$  sont inhomogènes dans  $(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$ . Parmi les outils d'estimation de translation, citons l'utilisation de la fonction d'intercorrélation (§ IV-2-1-1-1) ou le recalage sur les barycentres (§ IV-2-1-2-2-1).

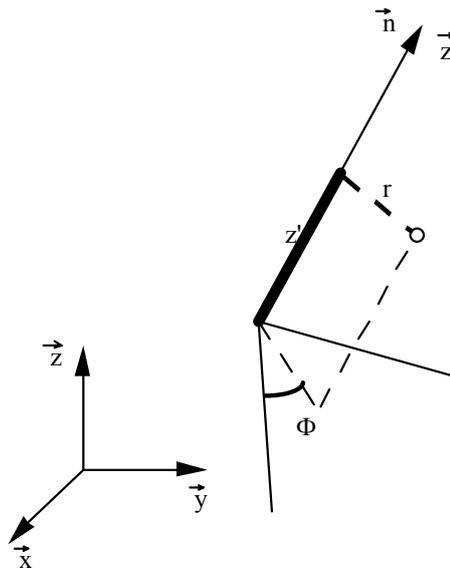


figure IV-1  
Coordonnées sphériques

### **3.4.3. Recalage en rotation**

Le recalage en rotation est décomposé en deux opérations :

- (1) estimation de l'axe de rotation de vecteur directeur  $\mathbf{n}$ 
  - soustraction des images 3D
  - extraction de l'axe de rotation à partir des points invariants de l'image des différences.
- (2) estimation de l'angle de rotation
  - transformation des images 3D de coordonnées cartésiennes en coordonnées sphériques  $(\mathbf{r}, \phi, \mathbf{z}')$  où  $\mathbf{z}'$  est colinéaire à  $\mathbf{n}$ .
  - extraction de l'angle de rotation par recalage en translation dans le référentiel sphérique.

### **3.4.4. Evaluation du recalage**

Les objets servant à l'évaluation du recalage doivent répondre aux conditions d'homogénéité ou plus exactement d'inhomogénéité locale. Nous avons choisi de créer une image 3D à partir d'une image 2D présentant une texture inhomogène. Cette image, tirée des textures références de Brodatz, représente une vue de gazon. L'image 3D de résolution  $101^3$  voxels codés sur un octet a été construite par superposition et décalage de l'image  $256^2$  de départ. Pour éviter toute corrélation entre le résultat et la forme de l'objet, l'image 3D est masquée par une sphère de rayon  $R = 45$ . Tout voxel à l'extérieur de cette sphère centrée en  $x_0 = y_0 = z_0 = 50$  est mis à 0. Les différentes coupes extraites des plans perpendiculaires aux axes montrent que l'inhomogénéité de l'image de texture 2D est équirépartie dans le volume.

L'évaluation de la technique de recalage concerne :

- la précision de l'estimation de l'axe. Plusieurs facteurs peuvent influencer sur la précision :
  - \* l'orientation de l'arbre.  
Du fait de la discrétisation des données, certains axes paraissent privilégiés.
  - \* l'angle de rotation.  
Un angle de rotation faible entraîne un nuage de points invariant plus important qu'une rotation d'angle plus grand.
- la précision de l'estimation de l'angle de rotation.

La figure IV-2 présente les différents paramètres qui décrivent l'axe et l'angle de rotation. L'axe de rotation passe par le centre de rotation de la base de données (la translation est estimée au préalable, le centre de rotation -centre de gravité- est connu). Il suffit donc de définir le vecteur unitaire de l'axe. Nous choisissons de décrire ce vecteur par les angles  $\alpha$  et  $\beta$  issus des coordonnées sphériques.

L'angle  $\phi$  décrit la rotation orientée par le vecteur directeur de l'axe.

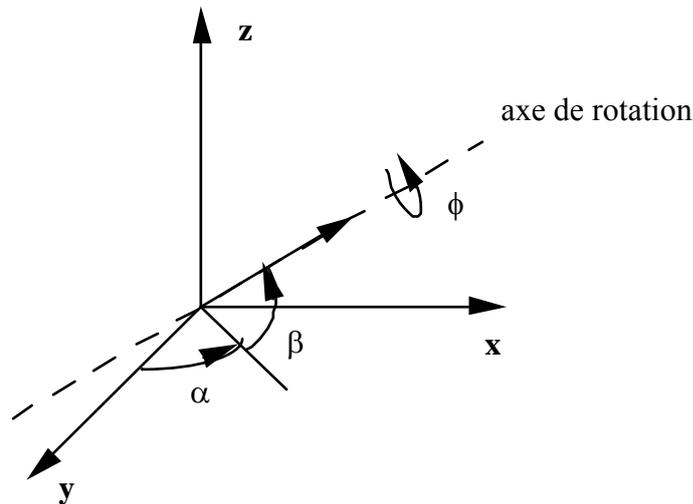


figure IV-2  
paramètres de la rotation

### 3.4.4.1. Précision de l'estimation de l'axe de rotation

#### 3.4.4.1.1. Estimation de l'erreur due à l'orientation de l'axe

Le protocole d'évaluation est le suivant :

l'image 3D subit des rotations d'angles constants mais d'orientations différentes. Les orientations de l'axe sont choisies de manière à balayer l'ensemble du domaine angulaire. L'axe de rotation est estimé par notre méthode puis comparé à l'axe effectif. La mesure de l'erreur est faite sur l'écart angulaire des deux axes. Pour que les valeurs de l'image 3D influent au minimum sur les résultats, la scène 3D est tournée au préalable afin qu'elle présente une forme identique face à l'axe de rotation. La rotation préalable puis la rotation proprement dite nécessitent un rééchantillonnage effectué par interpolation trilineaire. Cette solution nous semble approcher au mieux le rééchantillonnage spatial des outils d'acquisition. Deux rotations angulaires  $\phi=10^\circ$  et  $\phi=20^\circ$  ont été choisies.

En résumé, l'algorithme de l'évaluation est le suivant :

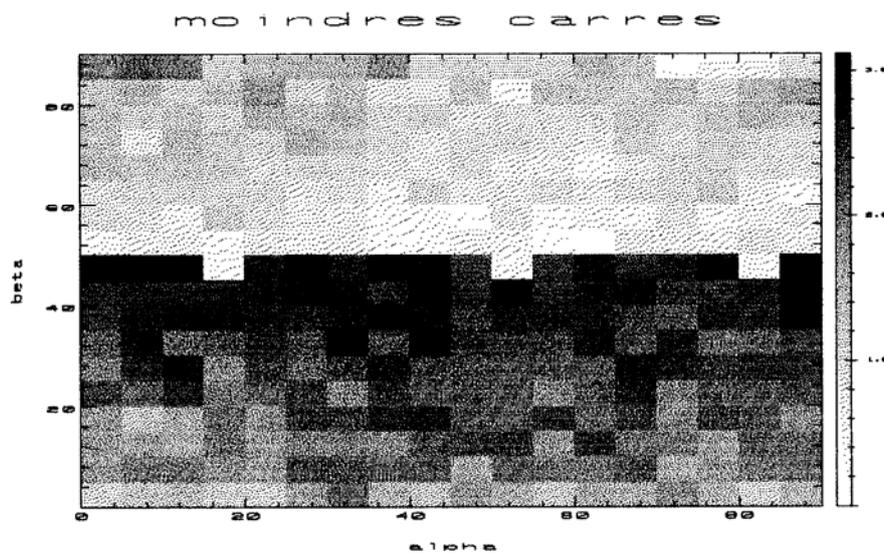
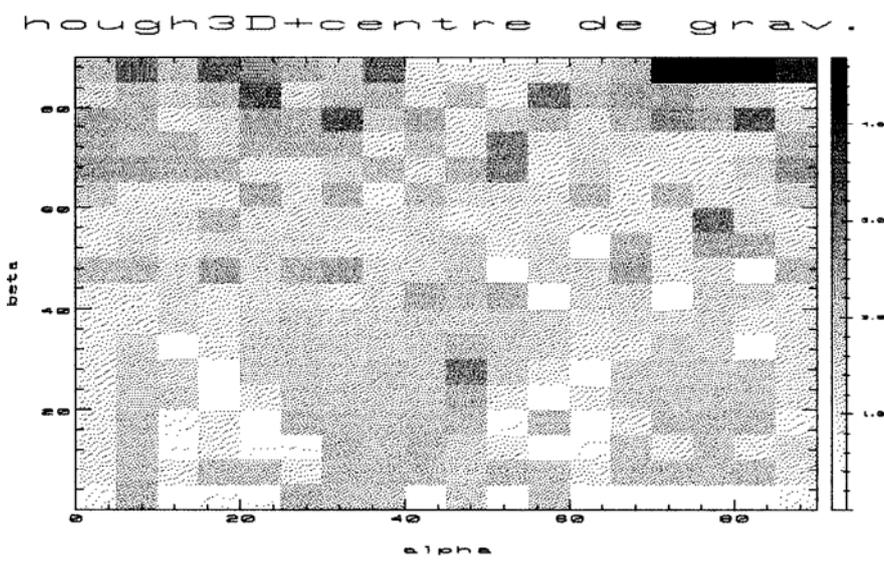
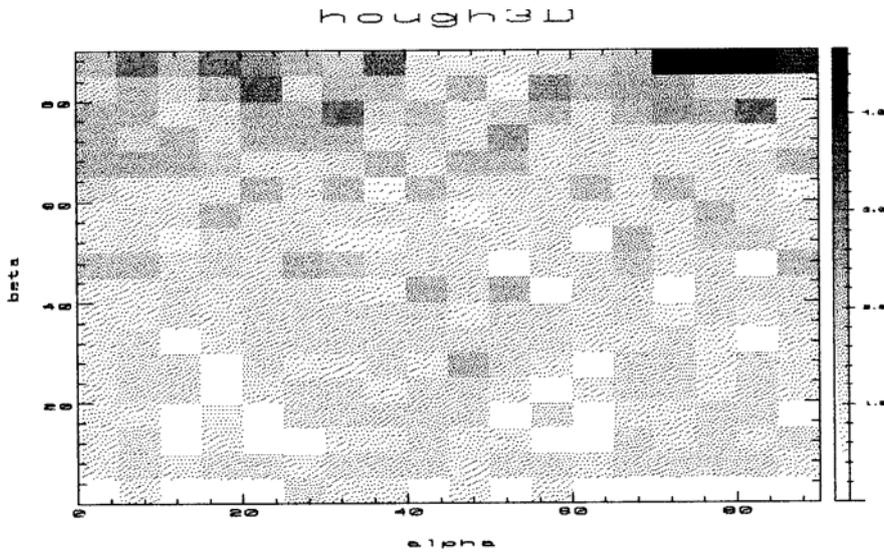
- constitution de l'image 3D de départ  $f(x, y, z)$
- pour tout angle  $\alpha$  et  $\beta$  compris entre 0 et  $90^\circ$ .  $\phi$  et  $\theta$  sont les angles en coordonnées polaires de l'axe de rotation (voir figure IV-2).  
faire :
  - rotation de  $\alpha$  et  $\beta$  de  $f(x, y, z) \rightarrow f'(x, y, z)$   
 $f'(x, y, z)$  représente l'image de référence
  - rotation de  $f'(x, y, z)$  d'un angle  $\phi$  autour de l'axe orienté en  $\alpha$  et  $\beta \rightarrow g(x, y, z)$
  - évaluation de l'axe de rotation entre  $f'(x, y, z)$  et  $g(x, y, z) \rightarrow \alpha'$  et  $\beta'$
  - mesure de la différence angulaire entre l'axe orienté  $(\alpha, \beta)$  et l'axe  $(\alpha', \beta')$ .

Pour des raisons de durée de calcul, un pas de  $\Delta\alpha = \Delta\beta = 5^\circ$  a été choisi.

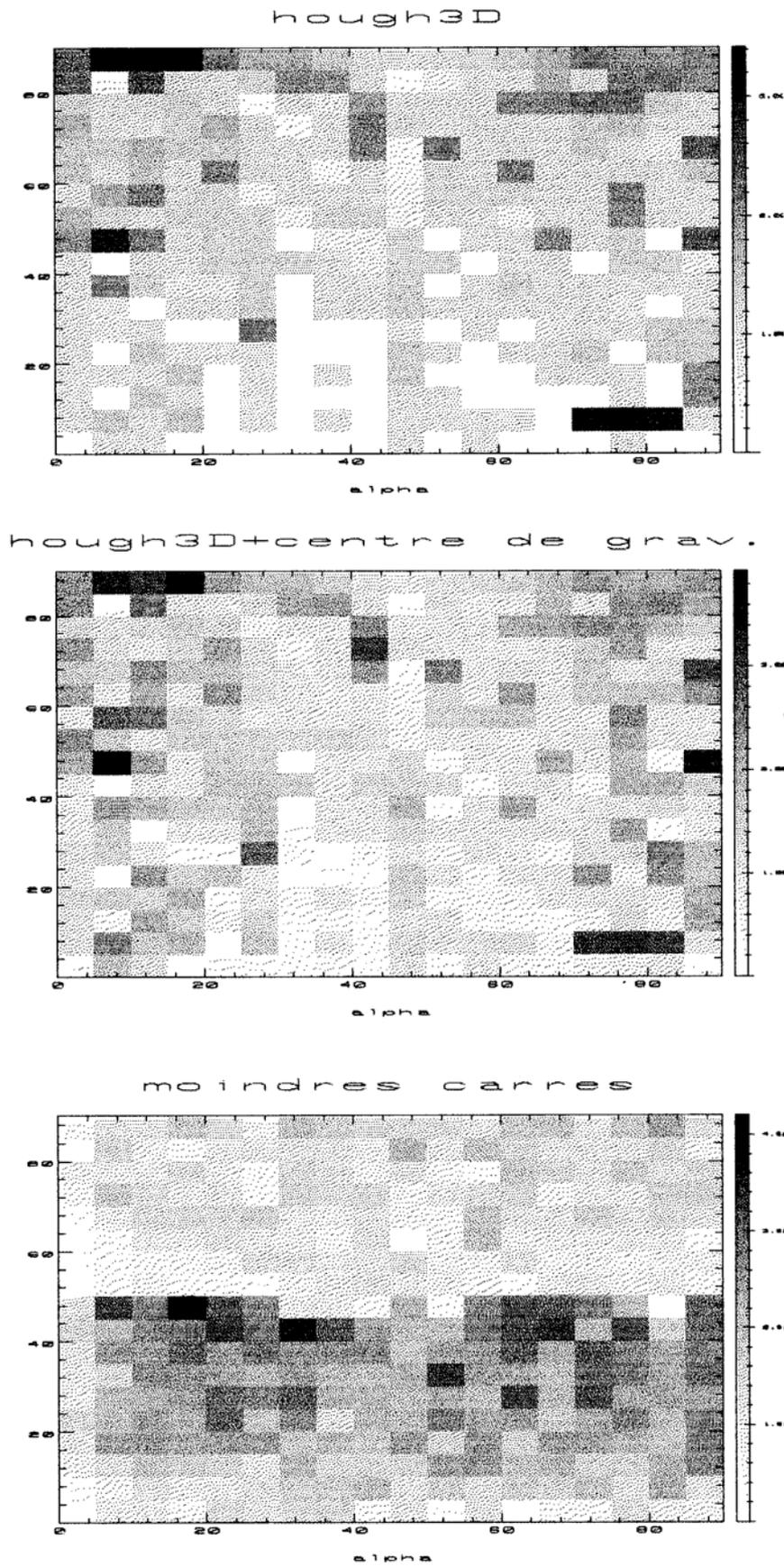
Nous avons décomposé l'estimation de l'axe par les trois techniques de recherche de la droite de régression : Transformée de Hough 3D (qui est notée dans les résultats Hough 3D), estimation du barycentre dans l'espace paramétrique de Hough 3D (Hough 3D + centre de gravité ou Hough 3D + cdg) et droite de régression au sens des moindres carrés (mdc).

Les images IV-1 et IV-2 montrent la répartition des erreurs dans l'estimation de l'axe respectivement pour  $\phi = 10^\circ$  et  $\phi = 20^\circ$ , les angles  $\alpha$  et  $\beta$  variant entre  $0^\circ$  et  $90^\circ$ . Chaque image présente cette répartition pour (a) Hough 3D, (b) Hough 3D + cdg et (c) moindres carrés. Les histogrammes des erreurs sont présentés sur la figure IV-3 ( $\phi = 10^\circ$ ) et IV-4 ( $\phi = 20^\circ$ ). Les erreurs maximales en  $^\circ$  sont :

$\phi$	Hough3D	Hough3D + cdg	moindres carrés
10	4,66	4,73	3,86
20	4,23	3,99	5,12



Images IV-1  
Répartitions des  
erreurs sur  $\alpha$  et  $\beta$   
pour  $\phi=10^\circ$



Images IV-1  
Répartitions des  
erreurs sur  $\alpha$  et  $\beta$   
pour  $\phi=20^\circ$

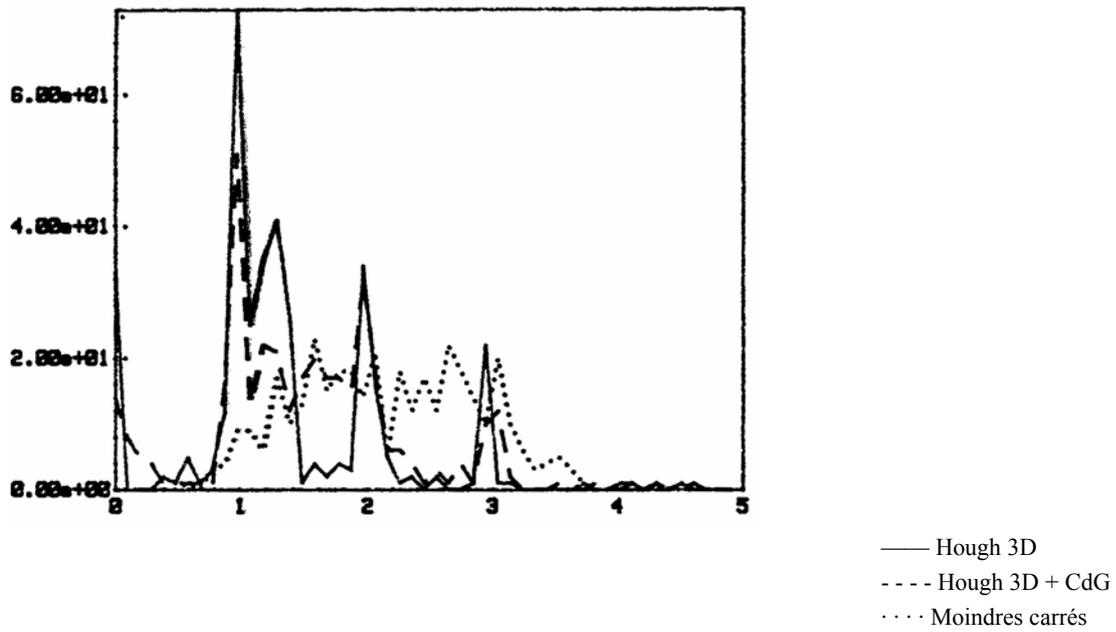


Figure IV-3  
Histogramme des erreurs sur  $\alpha$  et  $\beta$  pour  $\phi=10^\circ$

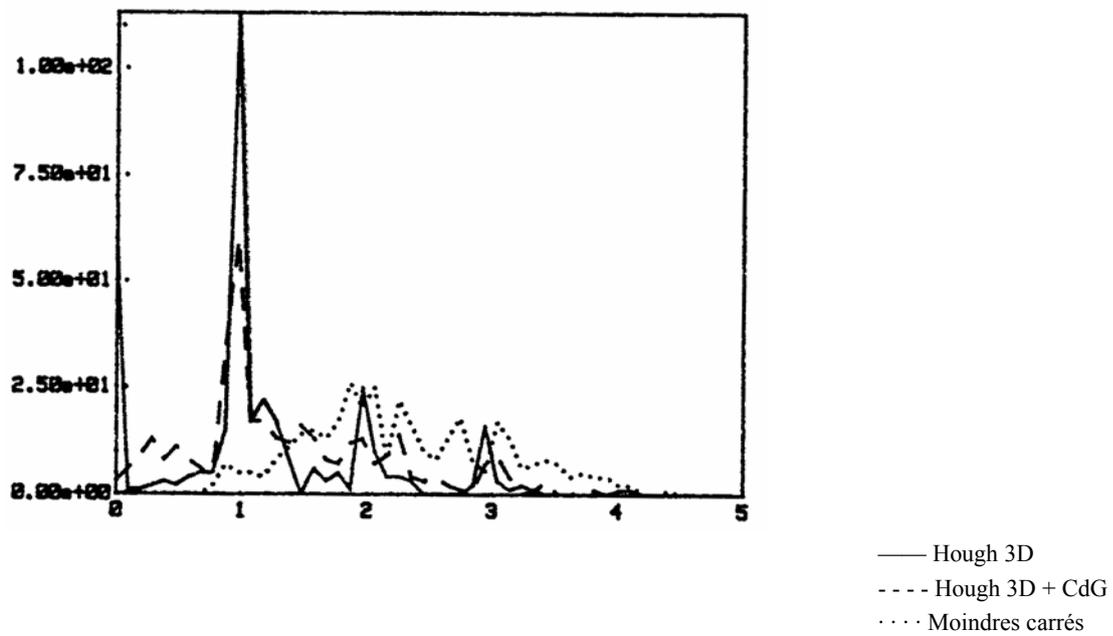


Figure IV-4  
Histogramme des erreurs sur  $\alpha$  et  $\beta$  pour  $\phi=20^\circ$

Les différents modes qui apparaissent sur les histogrammes de Hough 3D et Hough 3D+cdg sont dus à la discrétisation de l'espace paramétrique de la Transformée de Hough. L'estimation de l'axe de rotation par le barycentre sur l'espace de Hough a pour effet de lisser les histogrammes des erreurs.

Sur la figure de la répartition des erreurs, nous constatons une croissance des erreurs en fonction de l'angle  $\beta$ . Nous expliquons ce phénomène par l'échantillonnage irrégulier de l'espace paramétrique (en  $\alpha$  et  $\beta$ ) de la Transformée de Hough 3D. Théoriquement, cet espace est sphérique. Le passage à une représentation plane entraîne les erreurs habituelles de la projection cartographique. Ces erreurs deviennent disproportionnées pour un  $\beta$  proche de  $90^\circ$ . Par exemple, les points  $p_1(0^\circ, 85^\circ)$  et  $p_2(45^\circ, 85^\circ)$  sont séparés de  $45^\circ$  sur l'espace plan  $(0, \alpha, \beta)$  et de  $4^\circ$  sur la sphère. La Transformée de Hough 3D provoque une dispersion dans l'accumulation des points dans l'espace paramétrique pour des  $\beta$  élevés. Cette dispersion est semble-t-il à l'origine des erreurs d'estimation des angles de l'axe de rotation. Une précision accrue peut être obtenue en référant  $\beta$  non par rapport au plan  $(0, x, y)$  mais par rapport à  $z$ . Nous proposons l'algorithme suivant : une première estimation est effectuée sur l'espace de Hough 3D décrit précédemment. Si l'angle  $\beta$  de l'axe est supérieur à  $45^\circ$ , une seconde estimation est faite en référant  $\beta$  par rapport à  $z$ . L'erreur maximale pourrait être réduite environ de moitié.

La recherche de la droite de régression au sens des moindres carrés présente un histogramme des erreurs plus uniforme. L'image des répartitions des erreurs indique une augmentation des biais à mesure que  $\beta$  se rapproche de  $45^\circ$ .  $\beta=45^\circ$  correspond en fait au cas le plus défavorable de la méthodologie mise en oeuvre afin d'estimer de manière directe la droite de régression au sens des moindres carrés. L'erreur relativement élevée pour  $\beta < 45^\circ$  paraît plus surprenante et ne répond à aucune logique. Les tests analytiques sur l'algorithme ne corroborent pas cette répartition d'erreurs. Des études plus poussées quant à la cause de cette répartition doivent être menées.

#### 3.4.4.1.2. Estimation de l'erreur due à l'angle de rotation

Les différences entre la répartition des erreurs pour  $\phi = 10^\circ$  et  $20^\circ$  démontrent l'influence de l'angle de rotation sur l'estimation de l'axe de rotation.

Les figures IV-5 présentent l'erreur d'estimation de l'axe de rotation pour  $\phi$  variant de  $0$  à  $90^\circ$ .  $\alpha$  et  $\beta$  ont été fixés à  $20^\circ$ . Les deux figures se différencient par les valeurs du seuil  $\tau$  et le nombre de voisins  $\lambda$  utilisés pour l'extraction des points de l'axe à partir de l'image des différences. Les seuils et le nombre de voisins sont respectivement  $\tau=1, \lambda=15$  pour les tableaux de gauche et  $\tau=2, \lambda=10$  pour les tableaux de droite.

Les valeurs  $\tau=1, \lambda=15$  permettent de dégager plus finement l'axe de rotation du "bruit ambiant" de l'image 3D des différences.

Pour  $\tau=2$  et  $\lambda=10$ , le nombre de points de l'image des différences est plus important mais des particules de "bruit" sont également présentes.

Les comparaisons des courbes d'erreurs pour  $\tau=1, \lambda=15$  et pour  $\tau=2$  et  $\lambda=10$  montrent que les premières valeurs sont plus appropriées pour l'estimation de l'axe pour des  $\phi$  faibles ( $< 20^\circ$ ). Les secondes valeurs couvrent un domaine d'estimation acceptable plus étendu ( $\phi < 60^\circ$ ) Cette constatation semble logique. Pour  $\phi < 20^\circ$ , les différences entre les deux bases de données sont faibles,  $\tau=1$  et  $\lambda=15$  permettent de réduire et d'affiner le nuage de points. Pour  $\phi > 20^\circ$ , les différences autour de l'axe s'accroissent. Les valeurs  $\tau$  et  $\lambda$

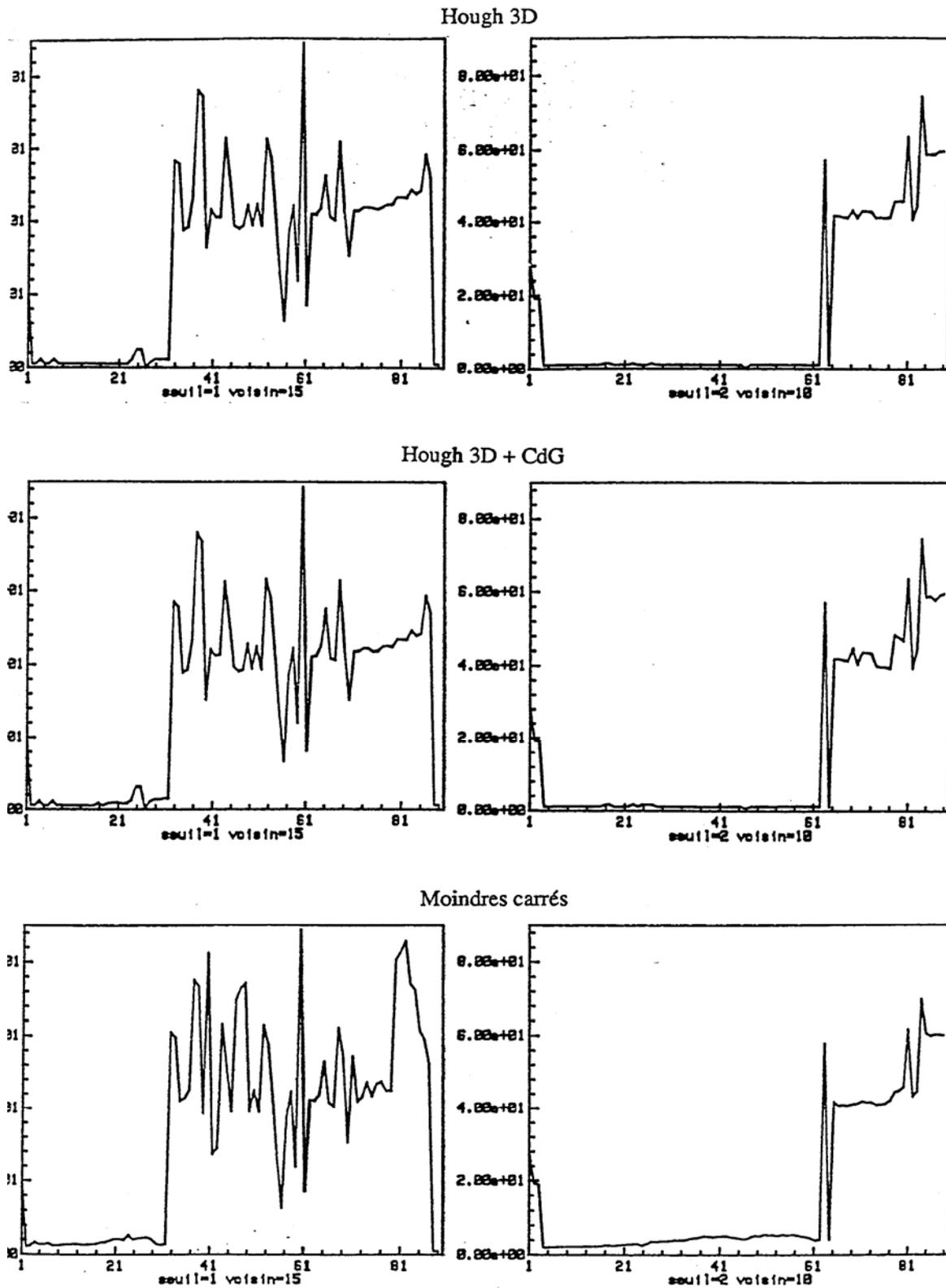


Figure IV-5  
 Erreur d'estimation de l'axe de rotation pour  $\phi$  variant de 0 à 90°

précédentes filtrent de trop l'image des différences.

Nous constatons que les trois algorithmes réagissent de façon similaire. Le décrochage pour l'estimation de l'axe à  $\phi = 20^\circ$  et  $\phi = 60^\circ$  respectivement pour les deux couples de valeurs indique bien le rôle du filtrage et non celui des algorithmes.

#### 3.4.4.2. Précision de l'estimation de l'angle de rotation

L'estimation de l'angle de rotation a été rendue possible par l'estimation de la translation 2D dans un plan  $(\Phi, \mathbf{z}')$  de l'espace cylindrique  $(0, \mathbf{r}, \Phi, \mathbf{z}')$  pour  $r = \text{cst}$ . Les meilleurs résultats sont obtenus pour un échantillonnage de  $(\Phi, \mathbf{z}')$  proche de celui des bases de données à recalcer. Si cette condition est respectée, la précision de l'estimation de la translation dans  $(\Phi, \mathbf{z}')$  est simplement liée à l'échantillonnage de ce plan. Cette adéquation entre échantillonnage des données et celui du plan  $(\Phi, \mathbf{z}')$  est obtenue pour  $r = 30$  et  $\Delta\phi = 2^\circ$ , en effet,  $30 \cdot \sin(2) = 1,05$ . Un tel échantillonnage entraîne une précision de l'estimation de l'angle de rotation de l'ordre du degré.

L'introduction de l'erreur dans l'estimation de l'axe de rotation n'a semble-t-il pas d'incidence dans la recherche de l'angle de rotation. Pour  $\alpha = \beta = 20^\circ$ , nous avons fait varier les angles  $\alpha_0, \beta_0$  du vecteur directeur de  $\mathbf{z}'$  de  $\alpha_0 = \alpha \pm 5^\circ$  et  $\beta_0 = \beta \pm 5^\circ$ . L'angle de rotation a été estimé correctement à chaque fois.

L'erreur maximale commise pour l'estimation de la rotation entre deux bases de données est de  $e_{\text{axe}} = 5^\circ$  pour l'axe de rotation et  $e_{\text{angle}} = 1^\circ$  pour l'angle. Ces erreurs correspondent respectivement à un décalage de 2,6 voxels et de 0,5 voxel pour un point à 30 voxels du centre de rotation. Nous avons vu que  $e_{\text{axe}}$  peut se réduire à  $3^\circ$  (1,5 voxels).

#### 3.4.4.3. Evaluation sur données réelles

Bien que l'objet de synthèse précédent soit fabriqué à partir d'un objet réel, nous avons évalué notre méthode sur une image 3D issue de l'acquisition en TDM. L'objet, un coeur (Annexe A), est constitué du muscle cardiaque -de texture locale relativement inhomogène- entourant les cavités. Celles-ci présentent des valeurs similaires à celles du fond de l'image 3D et n'interviennent pas dans l'évaluation

Nous ne disposons que d'une seule base de données. La seconde base est donc créée par rotation de la première (rotation et rééchantillonnage par interpolation trilineaire). Les images IV-3 et 4 montrent une série de coupes de l'image 3D de référence après seuillage et filtrage.

L'image IV-3 illustre le cas où  $\alpha = -20^\circ$  et  $\beta = 10^\circ$ . Le seuillage et le filtrage ont bien extrait un nuage de points entourant l'axe. L'inclinaison de cet axe fait en sorte que le nuage de points se retrouve et évolue dans plusieurs coupes.

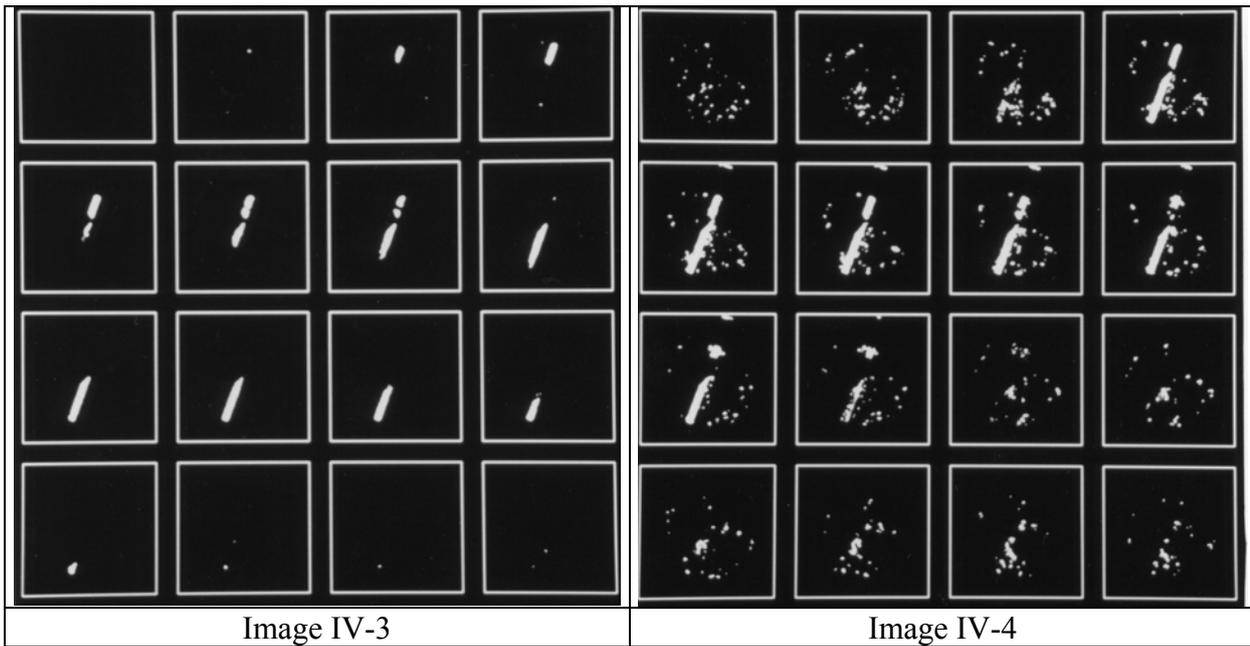
La seconde image IV-4 est représentative d'une rotation d'axe  $\alpha = -20^\circ$  et  $\beta = 0^\circ$ . Les seuils et les filtres sont volontairement sous-évalués afin d'illustrer le "bruit" environnant l'axe.

L'image IV-5 présente l'espace paramétrique après Transformée de Hough. Le plan image est référencé en  $\alpha$  et  $\beta$ . La hauteur est l'image de l'accumulation de points. Le pic

autour de  $\alpha = -20^\circ$  et  $\beta = 5^\circ$  permet d'estimer un axe de rotation dont le vecteur directeur possède ces valeurs.

La précision des estimations de l'axe et de l'angle de rotation est du même ordre de grandeur que l'évaluation sur des données de synthèse. La forme et la morphologie de l'organe peuvent influencer cette précision. Par exemple, si l'axe de rotation passe à travers les cavités cardiaques, l'image des différences se présente sous la forme de segments de nuages de points.

La présence de cavités diminue également les valeurs significatives des plans ( $\Phi, z'$ ) utilisés pour l'estimation de l'angle de rotation.



Nuages de points autour de l'axe de rotation.  $\alpha = -20^\circ$  et  $\beta = 10^\circ$  pour l'image IV-3 et  $\alpha = -20^\circ$  et  $\beta = 0^\circ$  pour l'image IV-4

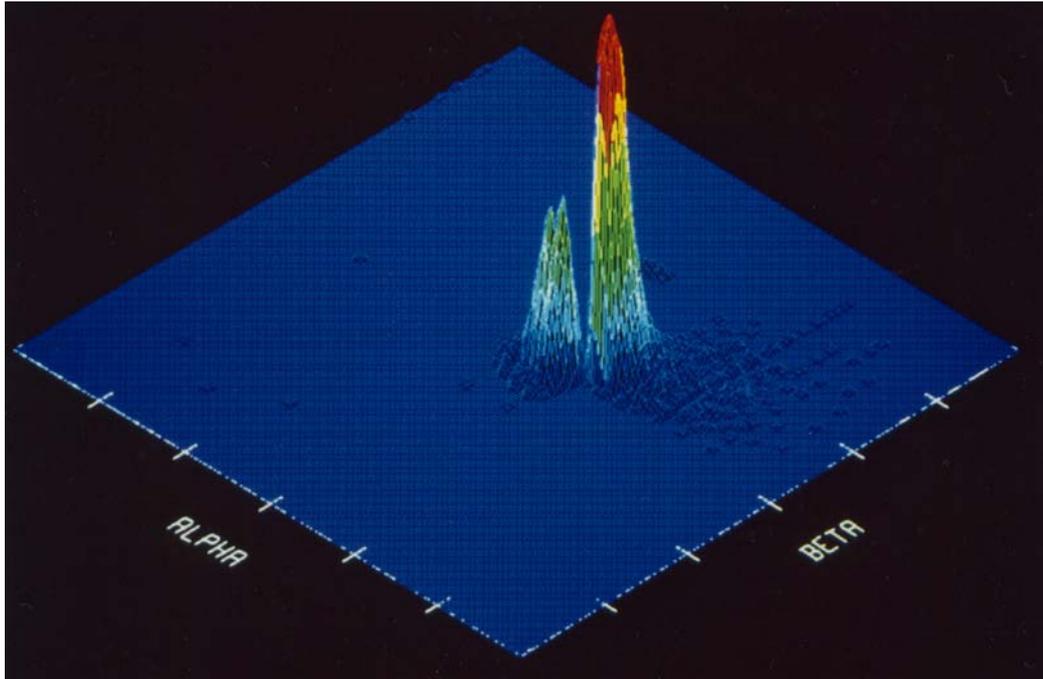


Image IV-5

Espace paramétrique de la Transformée de Hough. Accumulation de points autour de  $\alpha = -20^\circ$  et  $\beta = 5^\circ$

### 3.4.5. Discussion

Plusieurs constatations découlent de cette évaluation.

Cette méthode présente une précision de recalage inférieure aux autres méthodes (moments, points caractéristiques,...). L'erreur maximale commise peut atteindre de 1,5 à 2,5 voxels pour un point à 30 voxels du centre de rotation, c'est-à-dire une erreur angulaire de  $4^\circ$  environ. L'évaluation des différentes méthodes de recalage menée dans [Flifla91] font état d'erreurs angulaires inférieures à  $10^{-6}^\circ$  pour des données analytiques et une précision de l'ordre du degré pour des données réelles.

Le principe de l'extraction de l'axe de rotation par la recherche de points invariants restreint cette méthode au recalage de scènes similaires dans des valeurs attribuées aux différents objets. En monomodalité, les appareils de mesure après calibration répondent théoriquement à cette contrainte.

Le nombre de points invariants est lié au degré d'homogénéité des objets à recalcer. Si ceux-ci sont globalement homogènes (de valeurs proches sur l'ensemble de la forme), un grand nombre de points semblent invariants rendant impossible toute extraction d'axes de rotation. La scène idéale est composée soit d'objets distincts en valeur, soit d'un organe qui, même globalement homogène, présente des variations locales relativement importantes.

Notre évaluation n'a pas porté sur la robustesse au bruit de la méthode. De manière intuitive, nous pouvons dire que les résultats ne peuvent que se dégrader rapidement. Notre méthode est basée sur le recalage en rotation à partir du contenu des données et non par rapport à la forme des objets. Les données sont plus sensibles au bruit que les formes. L'estimation de l'axe de rotation dépend en outre de la similarité des données le long de l'axe. Le bruit peut altérer fortement l'invariance des points, donc l'extraction de l'axe.

Les points forts de cette méthode sont de plusieurs ordres :

-le recalage en rotation est effectué directement sur la base de données 3D. Aucun prétraitement (extraction de surfaces ou de points) n'est nécessaire.

-la stricte similarité de forme n'est pas exigée. L'estimation de l'axe de rotation est parfaitement viable pour des objets présentant simplement des correspondances partielles (objets tronqués par occlusion par exemple).

-Le caractère global de l'estimation de l'angle de rotation dans le référentiel sphérique permet aussi la prise en compte de bruits ou d'une correspondance partielle.

-la rapidité relative des traitements.

La méthodologie mise en oeuvre est directe (par opposition aux méthodes itératives) et les opérations sont simples ((1) construction des deux bases, (2) seuillage et filtrage de l'image des différences, (3) Transformée de Hough 3D, (4) création du plan ( $\Phi, \mathbf{z}'$ ), (5) estimation de translation 2D). Seules les opérations (1-3) sont véritablement 3D, donc lourdes en temps de calcul, mais elles restent simples.

### **3.5. Conclusion**

Une nouvelle méthode de recalage en rotation de scènes similaires a été présentée. Cette technique a l'avantage d'être directe (aucun prétraitement n'est nécessaire hormis l'extraction de la translation). La stricte similarité de formes n'est pas exigée. Ses inconvénients principaux proviennent de la méthode d'estimation de l'axe de rotation et de la précision qui y est liée. Cette méthode est réservée au recalage de scène acquise sous la même modalité. Cette technique présente en outre une imprécision importante dans l'estimation de la matrice de rotation. Les contraintes et les imprécisions font que cette méthode paraît relativement inadaptée pour une utilisation en clinique.

## **CHAPITRE V**

# **REPRESENTATION MULTI-VARIABLES EN MEDECINE : APPLICATION A L'IMAGERIE MORPHOLOGIQUE ET FONCTIONNELLE EN ELECTRO- ET MAGNETO-ENCEPHALOGRAPHIE**

### **V.1. Représentation multi-variables en médecine**

L'imagerie médicale, par la complexité du sujet, est un laboratoire et un banc de test idéal pour des techniques de visualisation multi-variables. L'acquisition 3D par sa nature volumique ( $v=f(x, y, z)$ ) est composée de quatre variables (trois variables spatiales indépendantes  $x, y, z$  et une variable dépendante  $v$ ). La visualisation de telles images a mis en oeuvre des techniques de type surfacique et volumique (voir chapitre II). Certains auteurs [Farell85] [Ney90] [Wunderlich91] préconisent une discrimination entre les organes par des couleurs différentes.

La confrontation entre bases anatomiques de modalités différentes (TDM/IRM, TDM/ultrasons) est caractérisée par la superposition d'organes de formes identiques (aux déformations locales près) mais possédant des informations d'intérêt complémentaires. La solution la plus courante consiste à extraire et à fusionner les informations des différentes modalités qui décrivent le mieux les structures (os pour le TDM, tissus mous pour l'IRM,

vaisseaux en angiographie). Un exemple d'une telle base de données est présentée dans [Schiers89].

L'exploitation de l'imagerie fonctionnelle (physiologique) n'est optimale que s'il y a une correspondance avec l'imagerie anatomique (morphologique). Nous avons vu dans le chapitre III que le recalage entre elles est problématique. Diverses caractéristiques guident le choix de la représentation :

-la localisation de la fonction physiologique.

Elle peut s'étendre sur l'ensemble d'un organe, n'être représentée que localement dans l'organe ou mesurée ponctuellement.

-la nature de la fonction physiologique.

Citons :

\*le marquage d'une zone pathologique (la fonction est une région). Ce cas se rencontre en médecine nucléaire lors de la délimitation de lésions ou de tumeurs. La partie ciblée ressort par rapport à l'ensemble de l'organe [Valentino91].

\*la visualisation d'une fonction de la physiologie de l'organe. Les valeurs des signaux recueillis ne sont plus liées directement à l'anatomie, mais dépendent d'une des fonctionnalités de l'organe. L'étude de l'équipe de Toga [Toga87] sur la consommation du glucose et de l'oxygène dans le cerveau illustre ce type de représentation.

-la dimension de la fonction physiologique.

La plupart des fonctions sont mesurées en 3D.

Certaines toutefois sont restreintes à la surface des objets telles la modélisation de la vision au niveau du cortex visuel [Schwartz88] ou la cartographie des potentiels épicaudiques en cardiologie [d'Alche90].

La mesure de certaines fonctions est plus réduite spatialement. L'Electromyographie par exemple est échantillonnée en certains points. Des corrélations spatiales (3D) peuvent cependant être relevées.

La simulation et la mise en oeuvre de stratégies opératoires en médecine interventionnelle nécessitent une imagerie liée aux fonctions de l'intervention. La radiothérapie est représentative de ce type d'imagerie. Le cadre morphologique est donné par différentes acquisitions à partir de modalités centrées sur l'anatomie (TDM, IRM). La fonction liée à l'intervention (la dose de radiation subie par le patient) doit être reportée sur les données anatomiques. Des exemples de visualisation d'iso-doses peuvent être trouvés dans [Bauer-Kirpes87] ou dans [Levoy90].

Les différentes références citées dans ce paragraphe font état des techniques de représentations adaptées à leur problématique. Nous allons nous attacher à un domaine plus particulier, l'imagerie morphologique et fonctionnelle liée à l'Electro et la Magnéto-encéphalographie (EEG et MEG respectivement). L'objectif général concerne la localisation de sources électro-magnétiques internes. Ce problème peut être scindé en différents sous-problèmes. L'intérêt de la visualisation et les solutions mises en oeuvre y sont présentés.

## **V.2. Etude d'une imagerie fonctionnelle 3D : application à la fusion de données fonctionnelles et morphologiques en Electro- et Magnéto-encéphalographie**

L'apparition des techniques récentes d'acquisition en imagerie médicale a permis la description tridimensionnelle sous une bonne résolution des structures anatomiques. Si ces bases de données morphologiques apportent des avantages indéniables à l'analyse et au diagnostic, elles servent également de support à une mise en parallèle de l'anatomie et des aspects fonctionnels des processus observés. Nous nous intéresserons à la reconstitution et à la description dans l'espace anatomique cérébral des champs de potentiels électriques ou magnétiques mesurés respectivement par l'EEG et la MEG. Les principales contraintes de ces modalités concernent d'une part leur stricte localisation ponctuelle dans l'espace anatomique et d'autre part l'évolution temporelle des signaux mesurés. Le but visé par cette application est une meilleure compréhension des activités électro-magnétiques fonctionnelles en termes de localisation et de mode de propagation, ceci dans le cadre d'une étude des crises épileptiques. L'analyse et l'interprétation de ces données sont étroitement liées à certains modes de représentation. Nous pouvons dire que la visualisation de ces signaux dans leur contexte anatomique constitue une des étapes fondamentales -voire un des objectifs principaux- de la méthodologie générale mise en oeuvre pour la localisation et l'identification des sources à l'origine des champs électriques et magnétiques. Nous présentons ici la problématique générale de la localisation des sources et la façon dont intervient la représentation dans le cadre de l'imagerie fonctionnelle tridimensionnelle.

### **2.1. Problématique de la localisation de sources**

Dans le traitement de certaines épilepsies, le recours à la chirurgie nécessite l'identification et la localisation précise des foyers épileptogènes. L'évaluation pré-opératoire comporte en général la sémiologie clinique, l'EEG, les potentiels évoqués, accompagnés d'examens morphologiques (Scanner X, IRM). L'ambiguïté des résultats impose souvent le recours à des méthodes d'exploration invasive (telles la stéréo-électroencéphalographie -SEEG- et l'électro-corticographie -ECoG). Des traitements additionnels de l'EEG et la MEG permettent semble-t-il de s'affranchir de ces techniques invasives. L'objectif poursuivi est la localisation et l'interprétation des champs inter-crébraux à l'aide de mesures externes comme l'EEG et la MEG.

La résolution générale de l'étude des phénomènes épileptogènes nécessite la mise en parallèle de recherches multi-disciplinaires. Les signaux recueillis en amont sont traités et interprétés par des approches de type traitement de signal.

Cinq points sont à prendre en compte pour le choix des modèles de visualisation de cette cartographie 3D des potentiels :

(1) la stratégie de résolution du problème Direct et Inverse.

La résolution du problème Inverse, c'est-à-dire la localisation des sources internes en fonction des potentiels mesurés en surface, dépend généralement de la manière dont est

défini le problème Direct. Ce dernier consiste à calculer les potentiels à la surface d'un modèle de conducteurs en tenant compte de certaines conditions à l'intérieur du modèle même.

Si les potentiels externes sont exprimés en fonction des sources, le problème Inverse consiste à estimer les paramètres de ces sources (localisation spatiale, moments,...) en fonction des mesures de surface. La résolution de tels problèmes est basée sur des hypothèses concernant : les sources (dipôle, dipôles multiples), les propriétés électriques ou magnétiques des tissus (conductivités,...) et des approximations géométriques du volume crânien (sphère concentrique, maillage,...). En accord avec ces hypothèses, des solutions intégrales ou numériques sont proposées. Le choix du modèle de représentation dépend en grande partie des approximations géométriques déterminées par la résolution des problèmes Direct et Inverse.

(2) la description des données morphologiques.

Nous avons vu dans le chapitre I les différentes formes de description de structures tridimensionnelles. Elles sont basées sur la représentation de surfaces (fonctions de premier ordre ou d'ordre supérieur, listes de voxels) ou sur celle de volumes (voxels,...). Le modèle de codage des données morphologiques peut découler directement de la solution préconisée pour la résolution du problème Inverse. Une classe de solutions repose sur le maillage tridimensionnel des surfaces ou des volumes anatomiques par exemple.

(3) le positionnement et le report des points de mesure des signaux électriques et magnétiques sur le référentiel de l'image anatomique.

Cette étape est cruciale car elle permet l'extension de la fonction mesurée ponctuellement à l'ensemble de l'anatomie. Elle est à l'origine de la représentation morphologique et fonctionnelle dans un référentiel commun. Le recalage concerne également dans certains cas l'ajustement de modèles (issus de l'étape 1) sur les données anatomiques.

(4) la représentation fonctionnelle.

La fonction est échantillonnée spatialement sur l'anatomie. L'extension de la fonction sur l'ensemble du domaine lié à l'anatomie nécessite la mise en oeuvre de techniques d'interpolation. Nous rappelons que le choix d'un schéma d'interpolation est réglé par la localisation et la répartition des points de mesure, par le domaine géométrique sur lequel le champ potentiel est étendu et par la fonction d'interpolation de cette extension.

(5) la technique de visualisation retenue.

Le choix de la technique dépend du modèle de description des structures anatomiques et du degré de réalisme souhaité.

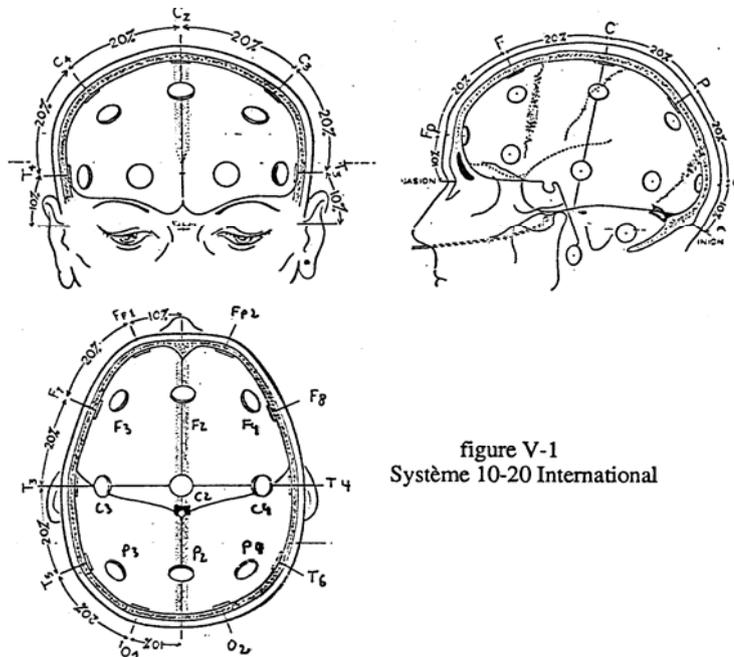
Parmi les différentes solutions qui permettent la résolution de ces points, certains choix ont été établis au sein de l'étude de notre laboratoire. Ces choix et leurs implications dans la problématique générale sont passés en revue et mis en parallèle avec d'autres solutions.

Quelques uns de ces points, telles la représentation des structures morphologiques ou les techniques de visualisation, ont été traités dans d'autres chapitres de ce mémoire. Ils seront donc simplement cités par la suite.

## 2.2. Localisation et positionnement des points de mesure sur les structures anatomiques

Une des contraintes de départ que nous nous sommes fixée consiste en l'exploration et l'analyse des champs inter-crâniens par le biais de mesures restrictives, constituées par le recueil des signaux externes. Le placement des électrodes par rapport aux structures internes et leur répartition sur le scalp constituent un des problèmes-clé de la méthodologie générale. La qualité des traitements postérieurs, en termes de rehaussement, d'estimation et d'interprétation des potentiels internes, y est étroitement liée.

Cette information peut être utilisée sous forme de cartographie topographique les phénomènes électro-physiologiques recueillis sur le scalp. Certaines dispositions des électrodes favorisent ce type de représentation et ont mené à des montages standards référencés à la morphologie humaine. Le système 10-20 International, par exemple, est un des montages les plus couramment utilisés pour la cartographie de surface [Jasper58]. Ce système est reporté sur la morphologie du patient par rapport à deux points anatomiques remarquables : l'inion et le nasion. Les schémas de la figure V-1 indiquent les répartitions entre les différentes électrodes. Les noms normalisés des électrodes y sont indiqués. Ce montage comprend 19 électrodes (ou 23 si nous considérons les quatre électrodes situées vers les apophyses mastoïdes), espacées les unes des autres de 5 à 7 cm. La corrélation entre la localisation des électrodes de surface et les structures cérébrales internes ont fait l'objet d'études ([Myslobodsky85] [Steinmetz89] par exemple) qui mettent en avant les variabilités entre individus. Les progrès des stations de mesure, le souhait de mesures plus précises et les demandes d'échantillonnages spatiaux plus fins, afin de résoudre les problèmes inverses, ont conduit à des montages de l'ordre de 30 électrodes (voir [Koles89] pour une application à 31 électrodes), dont la répartition sur le scalp répond à des critères d'optimalité [Spilzer89].



Si les positions théoriques des électrodes sur l'anatomie humaine sont bien déterminées, une imprécision demeure dans la pratique. Le placement des électrodes sur le patient est

effectué par un opérateur ou par la pose d'un casque souple. Certaines variations existent donc entre positionnement théorique et réel.

Le report des points de mesure sur l'imagerie anatomique peut suivre plusieurs stratégies :

- les techniques de synthèse d'images décrites précédemment permettent la visualisation et la manipulation de l'image 3D aussi aisément que sur un volume réel. Elles autorisent une saisie interactive de la position des électrodes d'une façon identique à la pose des électrodes par un opérateur (avec une précision comparable). [Uebler91] préconise également une méthode interactive mais dans le cadre d'un référentiel stéréotaxique.
- une solution semi-interactive consiste à repérer sur l'image 3D les points anatomiques qui servent de référence au système choisi (inion, nasion et un point du plan de symétrie par exemple pour le système 10-20 International). Les électrodes sont ensuite projetées sur la surface de l'image anatomique en respectant la disposition du montage. Il est à noter que ces points caractéristiques par leur forme pourront être localisés anatomiquement par une caractérisation morpho-typologique de l'image 3D.
- la localisation des électrodes sur le patient par des systèmes optiques ou mécaniques (voir § II-1-2-2-6). Cette solution se rapproche des problèmes de recalage qui se posent en Chirurgie Assistée par Ordinateur [Lavallée89]. Les points ou les morceaux de surface qui contiennent les électrodes sont recalés sur le volume ou sur la surface de l'image morphologique 3D (cf chapitre III).
- les électrodes après l'acquisition des signaux électro-magnétophysiologiques sont remplacées à la même localisation par des marqueurs externes visibles par la modalité d'acquisition anatomique [Uebler91]. La méthodologie présentée dans [Myslobodsky85] est parfaitement adaptée à la localisation des positions des électrodes dans les modalités anatomiques.

Si les deux dernières solutions présentent les meilleures garanties quant à la précision du report de la localisation des électrodes sur l'image 3D morphologique, elles nécessitent la mise en oeuvre d'une technologie d'acquisition relativement lourde. Hormis cet aspect, ces deux méthodologies ne présentent pas de réelles difficultés de mise en application. Ne possédant pas ces facilités d'acquisition, nous avons préféré nous restreindre aux deux premières solutions. L'image V-9 présente le positionnement, par la méthode semi-interactive, des électrodes sur une base de données acquise en Scanner X. Les caractéristiques de la base sont fournies en Annexe A. L'inion et le nasion ont été déterminés de manière interactive par un outil de pointage associé au lancer de rayons multi-fonctions. La position des électrodes a été projetée sur la surface suivant le système 10-20 International.

### **2.3. Résolution des problèmes Direct et Inverse**

L'objectif du problème Inverse est la détermination des sources internes à partir de la mesure des champs à la surface du corps. Il suppose au préalable que le problème Direct

soit résolu. Ce dernier est caractérisé par certaines hypothèses concernant l'anatomie et les phénomènes électro-physiologiques . La formulation du problème direct dépend donc du choix de modèles qui définissent :

-la géométrie de la tête.

Les différents composants de l'anatomie céphalique peuvent être représentés sur des primitives géométriques simplifiées ou par des modèles plus réalistes.

-les propriétés physiques associées aux différents milieux.

Plusieurs choix de conductivités et d'anisotropies dans ces conductivités sont présentés dans la littérature. [Thévenet92] donne un aperçu des valeurs utilisées par certains auteurs.

-le type et le nombre de sources.

Les modèles dipolaires (dipôle ponctuel, feuillet dipolaire, distribution de sources) sont fréquemment cités.

Le sujet de notre thèse ne concerne pas directement la connaissance des méthodologies de résolution des problèmes Direct et Inverse. Les lecteurs intéressés pourront se référer à [Siregar92]. Chaque méthode est toutefois caractérisée par une modélisation géométrique qui représente le domaine de définition des fonctions d'estimation de la distribution interne des potentiels. Les techniques de représentation de cette distribution sont étroitement dépendantes du choix du modèle géométrique.

Trois grands types de description des milieux conducteurs de la tête sont utilisés pour former la base anatomique des techniques de résolution des problèmes Direct et Inverse [Thévenet92] :

-la modélisation géométrique (sphère, ellipsoïde) multi-couches ;

-les modèles réalistes utilisés par les méthodes des éléments de surface ;

-les modèles réalistes volumiques issus des méthodes aux différences ou aux éléments finis.

Chaque modèle présente des avantages et des contraintes vis-à-vis des problèmes posés et de l'exploitation des résultats par les techniques de visualisation. La description qui suit tente de présenter les contraintes et les solutions envisageables pour la représentation. L'étude menée au sein du laboratoire est basée sur une modélisation par trois sphères concentriques et par la résolution du problème inverse par déconvolution spatiale [Siregar89]. Certaines des solutions graphiques sont présentées à la suite de la description des trois types de modèle.

### **2.3.1. Modélisation géométrique multi-couches**

Les modèles sphériques furent parmi les premières descriptions relativement réalistes de la tête. Les différents milieux sont représentés sous forme de couches (concentriques ou non). Un modèle sphérique à trois couches a déjà été proposé en 1968 [Rush69]. La couche extérieure représente la peau du crâne -le scalp-, la seconde l'os et la troisième (sphère interne) le tissu nerveux.

Pour l'EEG, cette discrimination en différentes couches est relativement importante. Chaque milieu possède une conductivité électrique propre. Les surfaces entre milieux représentent une rupture de conductivité et des sources secondaires de potentiels y sont localisées. Les techniques de résolution du problème direct en terme de source équivalente utilisent largement ce modèle sphérique [Siregar89]. Plus récemment, ce modèle a évolué vers des représentations qui proposent davantage de couches (4 ou 5 avec une dissociation cortex/Liquide Céphalo-Rachidien -LCR-, ou celle entre matière blanche et grise ; cf les références [9-14] dans [Stok87]).

Des propriétés physiques (conductivité anisotrope selon les directions radiales ou tangentielles) ont été intégrées dans ce type de modèle [DeMunk88].

Certains auteurs proposent des formes ellipsoïdales [Huerta83].

Il est à noter que pour l'étude du problème en MEG les sauts de perméabilité magnétique entre milieux sont faibles et la composante radiale du champ est uniquement liée à la source primaire. Le problème Direct pour la composante normale de champ peut être ramené à un modèle à une sphère de milieu homogène infini.

Les avantages des modèles sphériques sont de plusieurs ordres. Ces modèles sont simples à mettre en oeuvre. Les dipôles internes sont calculés **analytiquement** quelle que soit leur localisation.

Ce modèle paraît être un bon compromis entre une trop grande simplicité et la lourdeur de calcul qu'implique un modèle plus élaboré.

Cette simplicité est exploitée pour la résolution du problème inverse. Les deux grandes approches concernent :

- la déconvolution spatiale [Siregar89] ;
- les sources "mobiles" ([Stok87] [Uebler91]). La distribution de potentiel de surface est calculée à partir d'une source interne. Cette distribution est comparée à celle acquise sur le patient. Un critère d'erreur entre ces deux distributions (différences quadratiques entre modèle et mesures par exemple) est minimisé par la variation itérative des paramètres de la source. Le minimum est obtenu pour la source qui, par sa localisation, son orientation et son amplitude, explique au mieux les mesures.

Son inconvénient demeure sa trop grande simplicité. La sphère (ou l'ellipsoïde) est relativement éloignée de la forme réelle d'une tête. Les milieux et les épaisseurs sont supposés constants (ceci n'est pas vérifié sur l'anatomie). [Thévenet92] montre également les imperfections du calcul de la distribution sur une sphère fermée alors que la morphologie présente des ouvertures entre milieux (yeux, cou). Parallèlement, il cite une étude menée par Cuffin et al. [Cuffin91] qui estiment l'erreur moyenne de la localisation de la source à 1,1 cm dans le cas d'un modèle à 4 couches et 32 électrodes.

La corrélation entre modèle et anatomie nécessite une phase d'ajustement. Le recalage modèle/morphologie et les techniques de visualisation mises en oeuvre seront présentés ultérieurement (paragraphe V-2-2-3-4-1).

### **2.3.2. Modèles d'éléments de surface**

Cette approche, appelée également méthode de résolution à partir d'équations intégrales, permet d'estimer le potentiel électrique sur **une surface** à partir de la fonction

de densité volumique de courant ou de potentiel source [Barnard67]. Ce modèle considère l'anatomie comme constituée de structures homogènes séparées par des surfaces notées  $S_1, \dots, S_N$ . Le potentiel  $V^i$  du point  $\mathbf{r}$  de la surface  $S_i$  est donné par [Barnard67] :

$$(\sigma_i^- + \sigma_i^+) \cdot V_i(\mathbf{r}) = 2 \cdot V_0(\mathbf{r}) + \frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^N (\sigma_j^- + \sigma_j^+) \cdot \int_{S_j} V_j(\mathbf{r}') \cdot d\Omega_{\mathbf{r}}(\mathbf{r}') \quad (\text{A})$$

où  $V_0(\mathbf{r})$  est le potentiel créé par un dipôle dans un milieu homogène infini de conductivité  $\sigma = 1$ . Les conductivités normalisées de part et d'autre de la surface  $S_j$  sont notées  $\sigma_j^+$  et  $\sigma_j^-$ .  $d\Omega_{\mathbf{r}}(\mathbf{r}')$ , l'angle solide sous-tendu en  $\mathbf{r}$  par l'élément de surface  $d\mathbf{S}$  vu de  $\mathbf{r}'$  (position de la source dipolaire) s'écrit :

$$d\Omega_{\mathbf{r}}(\mathbf{r}') = \frac{\mathbf{r}' - \mathbf{r}}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}|^3} \cdot d\mathbf{S}_j(\mathbf{r}')$$

L'équation A peut être résolue numériquement après échantillonnage des surfaces par un maillage formé de facettes. Le problème peut ainsi se mettre sous la forme d'un système linéaire. Les potentiels aux noeuds du maillage sont calculés par inversion matricielle. Cette méthode s'applique à des modèles plus réalistes des surfaces anatomiques. Ces dernières sont extraites de la base de données morphologiques puis modélisées par facettes planes (voir chapitre I sur les techniques de triangulation). Cette modélisation présente un double intérêt : d'une part, elle permet l'estimation des potentiels sur les différentes surfaces, d'autre part elle fournit une base idéale pour la visualisation des potentiels.

Le schéma suivant de représentation est envisageable :

- le modèle anatomique est extrait de la base de données et triangulé. L'estimation de sources en EEG nécessite la décomposition en 3 ou 4 couches.
- la source interne est localisée en suivant le schéma itératif des "sources mobiles" déjà décrit précédemment pour les méthodes utilisant les modèles sphériques [Oostendorp89].
- la visualisation des potentiels de surface est relativement aisée. Les potentiels aux différents noeuds sont convertis en couleur. La visualisation réaliste est obtenue par la modification de ces couleurs en fonction des paramètres de vision et d'éclairage, suivie par un remplissage de facettes par interpolation de Gouraud ou de Phong.
- la représentation de la source interne nécessite une première étape de modélisation visuelle du dipôle (flèche, sphère bicolore,...) [Soufflet91]. Ce modèle localisé et orienté dans la base de données est ensuite visualisé par semi-transparence à travers les éléments de surface.

La méthode aux éléments de surface présente de nombreux avantages de par son plus grand réalisme et la prise en compte des formes morphologiques (les erreurs entre modèles sphériques et modèles plus proches de l'anatomie sont présentées dans [Cuffin90] et [Thévenet92]). Ainsi, l'inhomogénéité de l'épaisseur de l'os, la discontinuité due au cou,... sont intégrées dans ce modèle. La limitation de cette méthode concerne l'hypothèse sur la

conductivité constante au sein d'une même structure. Par exemple, l'anisotropie des conductivités est impossible à prendre en considération.

### **2.3.3. Modèles aux éléments finis**

Ces méthodes sont fréquemment utilisées dans le domaine industriel pour des problèmes mécaniques ou thermiques par exemple. Elles ont été naturellement appliquées dans le milieu médical pour la planification des traitements en thérapie anticancéreuse [Frey91] [Piket-May92] [James92].

En cardiologie, [Yamashita84] et [Pilkington85] ont adapté le principe des éléments finis à l'étude de la distribution de potentiels à l'intérieur du torse à partir des générateurs cardiaques, ainsi qu'à la résolution du problème Inverse afin d'estimer les potentiels épicaux.

Thévenet [Thévenet92] propose la modélisation de l'activité cérébrale par la méthode aux éléments finis.

Les volumes conducteurs sont alors approchés par un ensemble d'éléments de volumes contigus et de formes géométriques simples (tétraèdre ou prisme droit,...). Ce maillage tridimensionnel met en oeuvre des algorithmes de décomposition en grilles, en polyèdres de Voronoï ou en tétraèdres associés de Delaunay [Boissonat84]. La fonction inconnue (la distribution de potentiels dans notre cas) est discrétisée dans le domaine en appliquant des transformations qui donnent lieu à des formes intégrales dites "faibles" et "discrétisées". Ces transformations permettent de passer des équations aux dérivées partielles à des équations algébriques (en présentation matricielle) qui pourront être résolues par des techniques numériques [Thévenet92].

Cette formulation dépend du phénomène physique en lui-même et des propriétés des différents milieux. Les anisotropies de conductivité, les inhomogénéités des structures et les frontières de forme irrégulière peuvent être prises en compte en assignant des conductivités distinctes selon les axes des éléments et en utilisant des éléments de volume de formes différentes.

Ce modèle conditionne également la visualisation. Les surfaces sont définies par la face extérieure des polyèdres situés à la frontière de la surface. L'extraction de ces facettes revient à effectuer une triangulation de Delaunay. Certains auteurs, lors du maillage 3D, traitent explicitement les zones frontières par une extraction de surfaces de type Marching-Cubes [Frey91]. Les valeurs des potentiels sur les faces des triangles -les couleurs qui y sont attribuées- sont estimées par interpolation. Les algorithmes de synthèse d'images d'objets composés de facettes planes sont parfaitement adaptés à la visualisation de la distribution de potentiels de surface.

La représentation de la distribution interne nécessite des techniques volumiques. Deux solutions sont envisageables : soit l'attribution d'une couleur et d'une transparence aux faces des éléments volumiques, soit un ré-échantillonnage des potentiels (couleurs et opacité) dans une grille régulière.

### **2.3.4. Modélisation et représentation liées à la méthode des trois sphères concentriques**

Parmi les différentes options possibles pour la résolution du problème inverse, le choix de l'étude menée au sein du laboratoire s'est fixé à une modélisation par trois sphères

concentriques et à l'estimation du champ des potentiels internes par déconvolution spatiale [Siregar92].

L'utilisation de cette méthode se trouve confrontée à des problèmes distincts qui concernent la modélisation du volume étudié à partir des données anatomiques, la répartition des potentiels de surface sur le modèle et la visualisation des champs de potentiels aux frontières et dans le volume.

#### 2.3.4.1. Modélisation des structures anatomiques

La particularité de cette étude repose sur le fait que le modèle d'étude (trois sphères concentriques) et l'anatomie sont connus. La dernière citée a fait l'objet d'une acquisition préalable par une modalité anatomique (Scanner X et IRM). La corrélation modèle/anatomie met en oeuvre des techniques de recalage ou d'ajustement globaux. Son but est :

- (1) le report sur le modèle de la localisation des électrodes de surface et des signaux qui y sont associés.
- (2) le choix des paramètres géométriques du modèle (les rayons associés à chaque couche) en fonction de la morphologie du patient.  
La plupart des articles qui traitent des modèles sphériques multi-couches font état d'une configuration géométrique établie plus ou moins empiriquement et rigoureusement constante quel que soit le patient (les mesures de [Geddes67] et de [Rush69] sont souvent citées, voir également les variations de paramètres entre les différentes couches dans [Thévenet92]).
- (3) le report sur l'anatomie des champs de potentiels internes estimés par la résolution du problème inverse.

L'ajustement de modèles sur l'anatomie permet de vérifier les hypothèses de concentricité des couches, d'estimer la concentricité ou l'excentricité du modèle par rapport à l'anatomie et de quantifier les erreurs géométriques lorsque des modèles sphériques (concentriques ou non) ou ellipsoïdaux sont ajustés sur les structures morphologiques.

En ce qui concerne le centrage et l'excentricité des sphères par rapport à la morphologie, c'est-à-dire le caractère global ou local de l'ajustement des sphères, Meijs et Peters [Meijs87] ont montré que :

- \*en EEG, un modèle excentrique conduit à de meilleurs résultats lorsque les dipôles à localiser sont superficiels.
- \*en MEG, il n'y a pas de différences appréciables entre modèles centrés et modèles excentrés.

L'étude menée conjointement avec Vasco Carrico [Carrico91] évalue la pertinence du modèle sphérique concentrique par rapport à d'autres modèles géométriques. Cette méthodologie est en outre exploitée pour la mise en correspondance des modèles et des données. Le support anatomique de cette étude est fourni par une base de données acquises en TDM. Le choix de cette acquisition est justifié par la bonne discrimination peau/os et

os/cortex+LCR. La discrimination cortex/LCR pour un modèle à 4 couches nécessite une acquisition en IRM recalée à la base TDM.

La méthodologie employée repose sur deux étapes : l'extraction des points anatomiques et l'ajustement des modèles sur ces points.

#### 2.3.4.1.1. Extraction des points anatomiques

L'opérateur choisit de manière interactive une liste de points situés sur la surface externe de la tête. Ces points peuvent suivre un montage classique ou se focaliser sur une zone de l'anatomie (modélisation de sphères excentrées [Meijs87]).

L'extraction de points sur les surfaces internes (os/peau et os/LCR) nécessite un premier ajustement du modèle sur les points externes. Les points internes sont recherchés le long des rayons qui relient les points externes au centre du modèle externe. Cette type d'extraction permet la composition de trois listes de points correspondants situés respectivement sur les trois surfaces entre les couches.

#### 2.3.4.1.2. Ajustement des modèles

Cet ajustement repose sur la minimisation d'une fonction d'erreur au sens des moindres carrés. La fonction d'erreur correspond pour une liste donnée, à la somme des distances entre points et modèle.

##### \*modèle sphérique

Une sphère est décrite par quatre paramètres : les coordonnées au centre ( $x_n, y_n, z_n$ ) et le rayon  $R_n$ . La fonction  $F_n$  d'erreur pour  $N$  points vaut, au rang  $n$  de l'itération :

$$F_n = \sum_{i=1}^N R_n^2 - ((x_i - x_n)^2 + (y_i - y_n)^2 + (z_i - z_n)^2)$$

##### \*ellipsoïde

De manière globale, un ellipsoïde est décrit au minimum par 12 paramètres : son centre ( $x_n, y_n, z_n$ ), 6 paramètres pour deux des axes de l'ellipsoïde (le troisième est perpendiculaire aux deux autres) et les rayons ( $a, b, c$ ) le long des 3 axes. Deux hypothèses ont été retenues afin de diminuer le nombre de paramètres :

- (1) les axes de l'ellipsoïde sont colinéaires au référentiel de la base anatomique. Le nombre de paramètres est alors réduit à six (le centre et les trois rayons).
- (2) l'ellipsoïde est symétrique par rapport au plan sagittal. Cette hypothèse ne rajoute qu'un paramètre (l'inclinaison du grand axe dans le plan de symétrie) à la description précédente.

Quel que soit le type d'ellipsoïde, la fonction d'erreur  $F_n$  (que nous minimisons) ne représente pas la distance minimale modèle/points, mais un majorant plus aisé à calculer (voir figure V-2) :

$$F_n = \sum_{i=1}^N |CP_i - CE_i|$$

$$= \sum_{i=1}^N \left( (x_{pi} - x_{ci})^2 + (y_{pi} - y_{ci})^2 + (z_{pi} - z_{ci})^2 \right)^{1/2} - \frac{\left( a^2(x_{pi} - x_{ci})^2 + b^2(y_{pi} - y_{ci})^2 + c^2(z_{pi} - z_{ci})^2 \right)^{1/2}}{\left( (x_{pi} - x_{ci})^2 + (y_{pi} - y_{ci})^2 + (z_{pi} - z_{ci})^2 \right)^{1/2}}$$

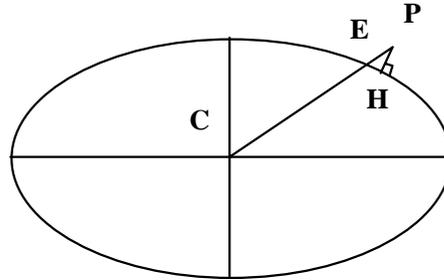


Figure V-2  
Estimation des erreurs sur l'ellipsoïde

#### 2.3.4.1.3. Evaluation de la modélisation

Nous avons évalué notre technique sur une base de données TDM de 150 coupes de 256<sup>2</sup> pixels (voir annexe A). L'étude n'a porté que sur une seule image 3D et ne peut donc servir de base statistique. Le patient est plutôt brachycéphale, cas favorable pour une modélisation par des sphères. Les données sont isotropes de résolution de 1 mm<sup>3</sup>. Les résultats sont exprimés en mm.

#### 3.1. Ajustement sur un ensemble de points situés sur la partie frontale

Des points ont été définis interactivement sur la partie frontale du visage. Ces points ont été reportés sur les couches internes par les méthodes proposées dans ce paragraphe.

#### Ajustement par des sphères

Nous nous trouvons dans le cas du modèle de sphères excentrées [Meijs87]. Le tableau V-3 indique les valeurs (centre et rayons) des modèles ajustés sur les différents milieux. Sont également présentés l'écart-type et la moyenne des erreurs mesurées sur une zone frontale définie interactivement (voir l'image V-2). Le tableau décrit aussi les écarts entre les centres respectifs des trois modèles. La grande différence entre le centre d'une des sphères ajustées à la peau ou à l'os et celui de la sphère ajustée à la surface interne de l'os est due à l'épaississement de la calotte crânienne au niveau du sinus frontal. L'hypothèse de sphère concentrique est vérifiée. Le centre du modèle ajusté à la peau est imposé aux deux autres modèles. Les rayons respectifs et les erreurs sont reportés sur le tableau.

SUR LA PEAU			
Coordonnées du centre de la sphère	( 121.5 , 124.5 , 59.8 )		
Rayon de la sphère	75.3 mm		
Ecart type	0.5 mm		
Erreur moyenne	0.4 mm		
POUR LA SURFACE EXTERNE DU L'OS			
Coordonnées du centre de la sphère	( 122.5 , 124.0 , 58.3 )		
Rayon de la sphère	73.6 mm		
Ecart type	0.7 mm		
Erreur moyenne	0.6 mm		
POUR LA SURFACE INTERNE DE L'OS			
Coordonnées du centre de la sphère	( 125.1., 123.8 , 64.8 )		
Rayon de la sphère	62.2 mm		
Ecart type	1.4 mm		
Erreur moyenne	1.2 mm		
Ecart entre les centres 1-2		1.9 mm	
Ecart entre les centres 1-3			6.2 mm
Ecart entre les centres 2-3			7.0 mm
Calcul des rayons et des erreurs pour des sphères concentriques en imposant le premier centre			
Rayon des trois sphères	75.3 mm	72.1 mm	64.7 mm
Ecart type	0.5 mm	0.4 mm	2.1 mm
Erreur moyenne	0.4 mm	0.6 mm	1.9 mm

tableau V-3  
Résultats de l'ajustement de sphères sur la zone frontale de la tête

L'image V-1 illustre l'ajustement des trois modèles aux différents milieux. La localisation des erreurs sur une zone frontale définie interactivement est présentée sur l'image V-2.

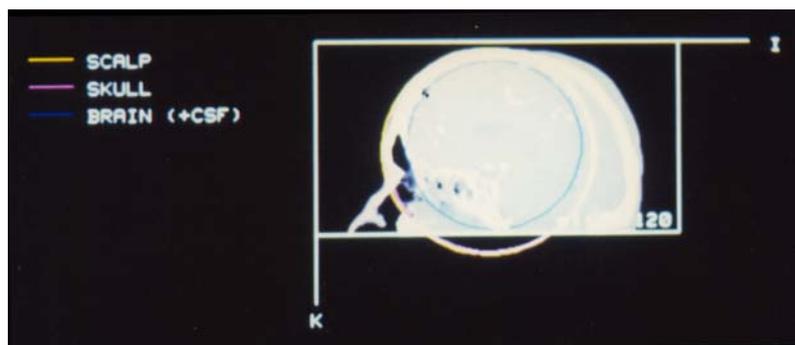


Image V-1  
Ajustement des sphères sur la zone frontale de l'anatomie

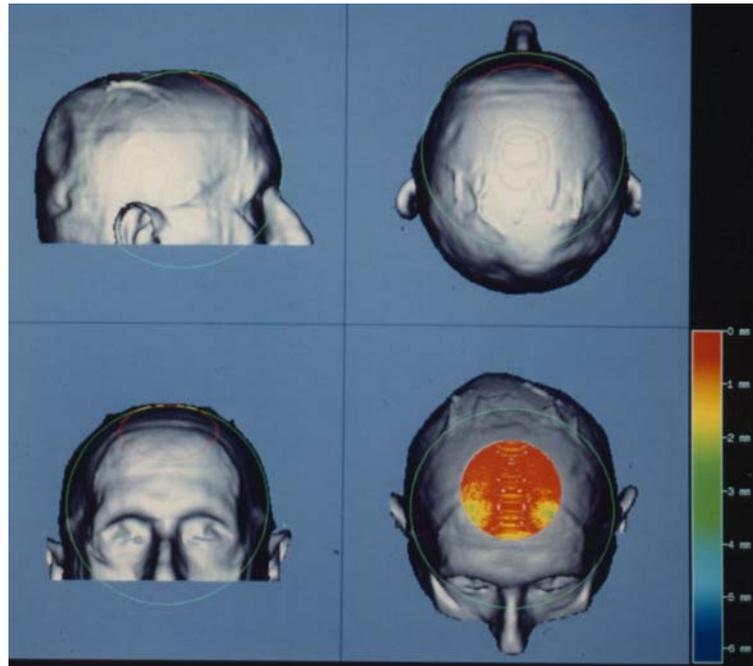


Image V-2  
Erreurs entre modèle sphérique et données anatomiques.

Ajustement par des ellipsoïdes

Les paramètres et les erreurs sont présentés dans le tableau V-4.

SUR LA PEAU	
Coordonnées du centre de l'ellipsoïde	( 122.1 , 124.6, 73.1 )
Grandeurs des axes sur x y z	70.7 mm 69.6 mm 61.3 mm
Majorant de l'Ecart type	0.4 mm

SUR LA PEAU	
Coordonnées du centre de l'ellipsoïde	( 121.3 , 124.6, 74.2 )
Grandeurs des axes sur x y z	60.2 mm 69.0 mm 69.8 mm
Angle de rotation autour de l'axe y	-87 degrés
Majorant de l'Ecart type	0.4 mm

tableau V-4  
Résultats de l'ajustement d'ellipsoïdes sur la zone frontale de la tête

3.2. Ajustement sur un ensemble de points disposés selon le système 10-20 International

Ces points ont été disposés de manière semi-automatique : localisation interactive de l'inion et du nasion, projection des électrodes sur la surface.

Nous suivons la méthodologie décrite au point précédent avec respectivement le tableau V-5 pour les modèles de sphères, l'image V-3 pour la visualisation des sphères ajustées, l'image V-4 des erreurs, les tableaux V-5 et 6 des deux modèles d'ellipsoïdes. L'image V-5 représente simultanément la sphère et l'ellipsoïde ajustés sur la surface extérieure (la peau).

SUR LA PEAU			
Coordonnées du centre de la sphère	(139.0 , 124.3 , 50.6)		
Rayon de la sphère	87.5 mm		
Ecart type	4.8 mm		
Erreur moyenne	4.2 mm		
POUR LA SURFACE EXTERNE DE L'OS			
Coordonnées du centre de la sphère	(137.3 , 123.5, 51.3)		
Rayon de la sphère	81.9 mm		
Ecart type	4.8 mm		
Erreur moyenne	4.0 mm		
POUR LA SURFACE INTERNE DE L'OS			
Coordonnées du centre de la sphère	(137.3 , 124.4 , 51.2)		
Rayon de la sphère	76.7 mm		
Ecart type	5.4 mm		
Erreur moyenne	4.1 mm		
Calcul des rayons et des erreurs pour des sphères concentriques en imposant le premier centre			
Rayon des trois sphères	87.5 mm	81.9 mm	76.6 mm
Ecart type	4.8 mm	5.0 mm	5.5 mm
Erreur moyenne	4.2 mm	4.1 mm	4.1 mm
Ecart entre centres 1-2	2.0 mm	1.8 mm	0.9 mm
Ecart entre centres 1-3			
Ecart entre centres 2-3			

tableau V-5  
Résultats de l'ajustement de sphères sur la zone frontale de la tête

SUR LA PEAU			
Coordonnées du centre de l'ellipsoïde	(138.0 , 124.5 , 46.7)		
Longueurs des axes sur xyz	95.à mm 77.9 mm 92.1 mm		
Majorant de l'Ecart type	2.3 mm		
POUR LA SURFACE EXTERNE DE L'OS			
Coordonnées du centre de la sphère	(135.8, 123.8, 51.2)		
Longueurs des axes sur xyz	89.6 mm 71.6 mm 88.6 mm		
Majorant de l'Ecart type	2.0 mm		
POUR LA SURFACE INTERNE DE L'OS			
Coordonnées du centre de la sphère	(135.8 , 124.6 , 47.7)		
Longueurs des axes sur xyz	86.1 mm 65.1 mm 80.0 mm		
Majorant de l'Ecart type	1.8 mm		
Ecart entre centres 1-2	2.4 mm	2.3 mm	2.0 mm
Ecart entre centres 1-3			
Ecart entre centres 2-3			

ellipsoïde à axes colinéaires à ceux du référentiel

SUR LA PEAU			
Coordonnées du centre de l'ellipsoïde	(138.4 , 124.5 , 47.5)		
Longueurs des axes	97.7.à mm 78.0 mm 91.0 mm		
Angle de rotation autours de l'axe y	-9°		
Majorant de l'Ecart type	2.3 mm		
POUR LA SURFACE EXTERNE DE L'OS			
Coordonnées du centre de la sphère	(138.9, 123.9, 52.1)		
Longueurs des axes sur xyz	89.6 mm 72.0 mm 79.2 mm		
Angle de rotation autours de l'axe y	-27°		
Majorant de l'Ecart type	1.6 mm		
POUR LA SURFACE INTERNE DE L'OS			
Coordonnées du centre de la sphère	(134.7 , 124.5 , 45.7)		
Longueurs des axes sur xyz	87.2 mm 64.9 mm 81.8 mm		
Angle de rotation autours de l'axe y	-76°		
Majorant de l'Ecart type	1.8 mm		
Ecarts entre centres 1-2 1-3 2-3	4.6 mm	2.3 mm	2.0 mm

ellipsoïde présentant un plan de symétrie

tableaux V-6

Résultats de l'ajustement d'ellipsoïdes sur la zone frontale de la tête

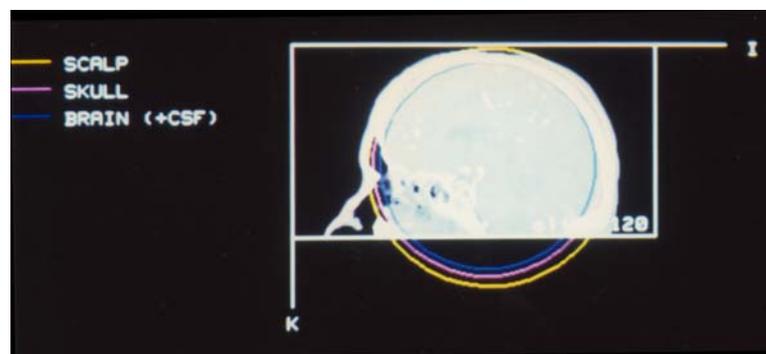


Image V-3

Ajustement des sphères sur l'anatomie. Ajustement sur le système 10-20 International

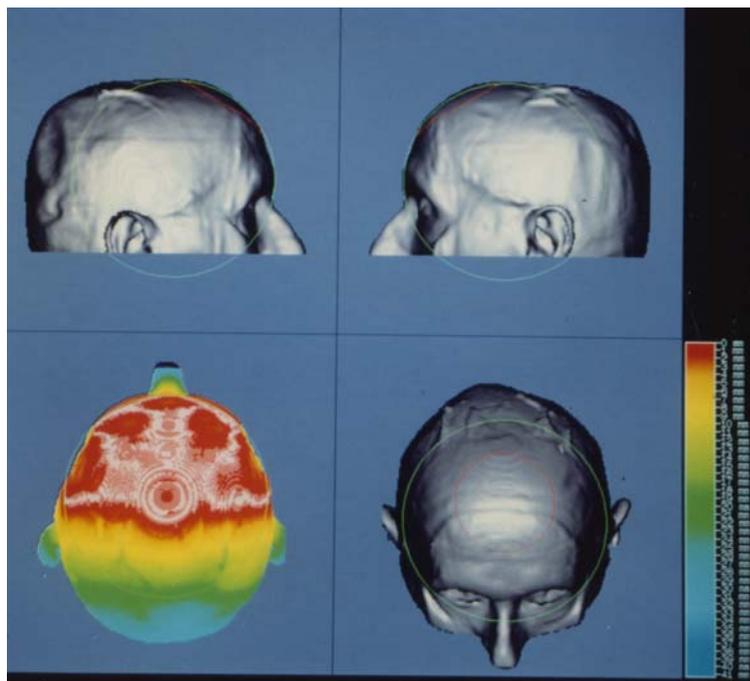


Image V-4  
Erreurs entre modèle sphérique et données anatomiques.

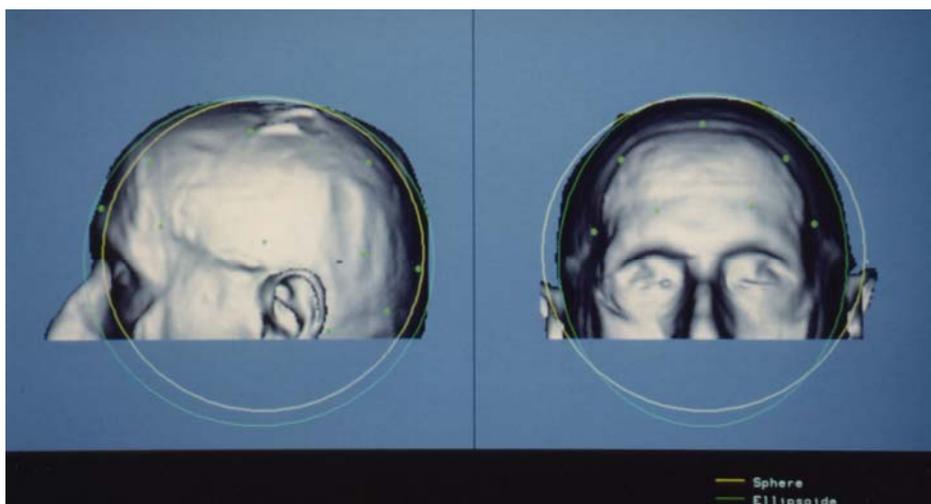


Image V-5  
Ajustement d'une sphère et d'une ellipsoïde sur la peau.  
Ajustement sur le système 10-20 International

2.3.4.1.4. Grandeurs morphologiques liées à la base de données

Une répartition statistique de 575 points est définie sur la surface de l'ensemble de la tête. Le report des points sur les deux autres couches servent à la mesure de l'épaisseur du scalp et de l'os. Les mesures sont inscrites dans le tableau VI-7.

	épaisseur moyenne	écart-type d'épaisseur	min / max en épaisseur	val. moy. des voxels	écart-type des valeurs	épaisseur vs. rayon
peau	5 mm	2,4 mm	1,12/14,17 mm	128	21	1/17
os	5,7 mm	2 mm	1,14/11,6 mm	225	41,2	1/15

tableau V-7  
Mesures anatomiques des différentes couches

2.3.4.1.5. Discussion

A travers les tableaux précédents, il apparaît que les modèles géométriques simples fournissent une bonne approximation des milieux d'intérêt. La contrainte de sphères concentriques n'apporte qu'un faible accroissement des erreurs. Ces remarques ne concernent que l'image 3D ayant servi à l'évaluation. Des tests supplémentaires comprenant une palette plus importante de cas morphologiques (données anatomiques de patients dolichocéphales par exemple) devront confirmer ces résultats.

L'étude des caractéristiques morphologiques indique une grande variation des épaisseurs des diverses couches. Les milieux présentent cependant des densités homogènes (si nous considérons la relation de proportionnalité entre densité et coefficient d'atténuation aux rayons X).

2.3.4.1.6. Conclusion

Cette étude est axée sur la validité des modèles géométriques simples. Elle met en oeuvre une méthodologie de mise en correspondance des modèles géométriques utilisés pour l'estimation des champs de potentiels avec la morphologie du patient. La position des capteurs, ainsi que les potentiels qui y sont associés, sont reportés sur le modèle. Réciproquement cette mise en correspondance permet de situer les potentiels internes par rapport à l'anatomie.

2.3.4.2. Répartition des champs externes sur le modèle

La résolution du problème inverse est basée sur la déconvolution spatiale à partir des champs de potentiels de la surface de la couche externe. L'étape précédente a permis le report des électrodes (donc des potentiels qui y sont associés) sur le modèle. La répartition des champs sur l'ensemble de la surface met en oeuvre des schémas d'interpolation à partir de mesures ponctuelles. Nous nous trouvons ici confrontés à un problème similaire à la cartographie des potentiels de surface. Cette dernière sera traitée ultérieurement au § V-2-2-5. Notons toutefois que le résultat de la déconvolution spatiale dépend beaucoup de la précision de l'interpolation. Ceci impose des interpolateurs relativement élaborés.

### 2.3.4.3. Visualisation des champs de potentiels

La représentation des champs de potentiels sur le modèle ne présente pas de difficultés. La forme et la fonction qui y est associée se projettent analytiquement ou sont décomposables en facettes planes [Siregar89]. Le report des champs de potentiels sur l'anatomie est plus problématique. Nous traiterons en premier lieu la représentation des potentiels des surfaces, suivie de celle des potentiels internes.

#### 2.3.4.3.1. Champs de potentiels externes

La projection des potentiels de la surface des sphères sur celle de l'anatomie est un problème similaire à la projection d'une information contenue sur une surface vers une autre. Ce problème a fréquemment fait l'objet d'études en projection de textures [Heckbert86]. Bier et autres [Bier86] ont décrit les mécanismes de projection de l'information associée à une surface géométrique sur un objet 3D. Ils présentent les techniques de projections suivantes (figure V-8) :

\*le rayon réfléchi : un rayon lancé de l'oeil vers l'objet.

Ce rayon réfléchi (ou réfracté) par l'objet touche le modèle géométrique. La couleur du point d'intersection est attribuée au point de réflexion (ou de réfraction) sur l'objet 3D.

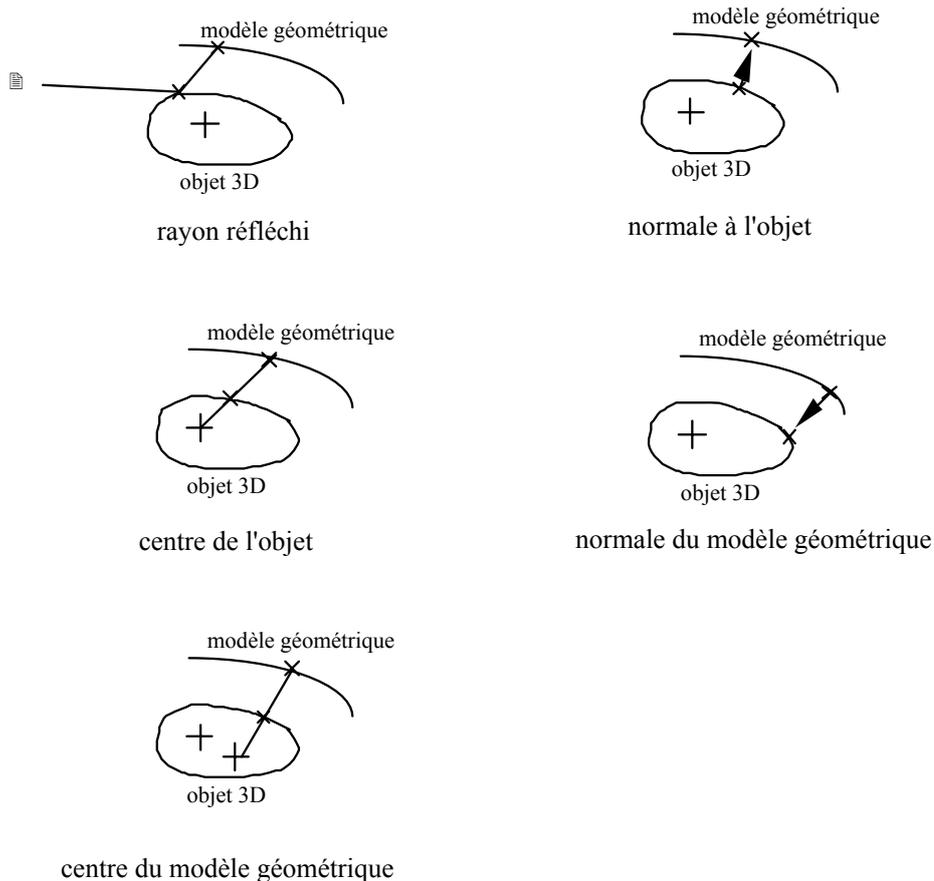


Figure V-8  
Projection d'informations d'une surface à une autre

\*la normale de l'objet.

La projection s'effectue le long de la ligne partant d'un point de l'objet, dans la direction de la normale à la surface de l'objet en ce point, vers le modèle.

\*le centre de l'objet.

La ligne de projection est dirigée vers le centre (de gravité) de l'objet 3D.

\*la normale de la surface géométrique.

La projection est effectuée le long des normales à la surface du modèle.

Les auteurs ont négligé de mentionner les projections dirigées vers le centre du modèle géométrique.

Le choix de la technique dépend de divers facteurs :

\*l'indépendance ou non de la projection en fonction de la direction de visée ;

\*la bijectivité ou non de la projection (l'inversion possible de cette projection) ;

\*la continuité de l'information projetée sur l'objet ;

\*l'effet de la distorsion de l'information sur l'objet,...

Dans notre cas, le modèle et l'objet sont convexes (limité à la calotte crânienne). Les problèmes de discontinuité et de bijection ne se posent pas. Seule la technique du rayon réfléchi est à écarter du fait de sa dépendance avec le point de vision. Les quatre autres techniques sont envisageables et ont des résultats très similaires. Par souci de simplicité, nous avons choisi de centrer la projection sur le modèle (projection radiale des potentiels du modèle).

Par contre la technique utilisant la normale de l'objet pose des problèmes pour la projection de signaux sur le cortex. Les circonvolutions rendent l'objet localement concave et provoquent des discontinuités d'information projetée pour cette méthode. L'image V-6 présente le résultat de la projection du potentiel issu du modèle sur la surface externe de la base de données anatomique TDM utilisée précédemment. Les potentiels sont calculés à partir de la résolution du problème direct.

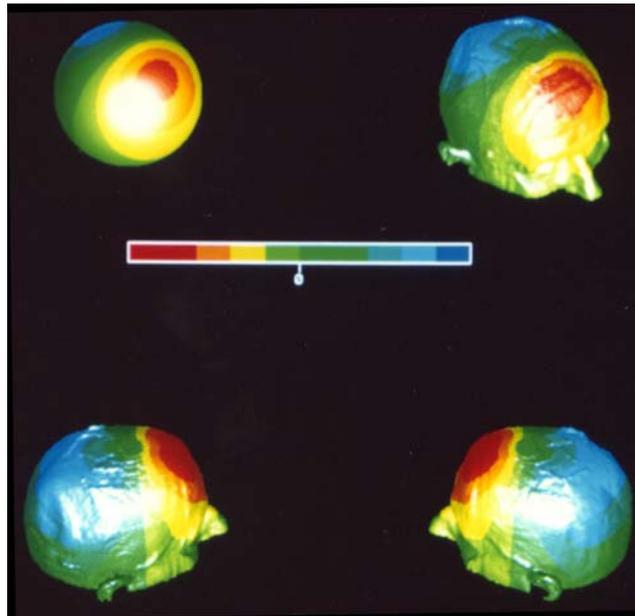


Image V-6  
Projection de la fonction de potentiel du modèle anatomique  
vers la surface de l'image 3D

#### 2.3.4.3.2. Champs de potentiels internes

La représentation des potentiels internes équivaut à la visualisation d'une **fonction 3D** définie dans la sphère et mise en correspondance avec la **fonction 3D** de l'imagerie anatomique. La visualisation volumique est relativement efficace pour la perception de fonctions aux frontières marquées (les frontières sont représentées en tant que surfaces). Le cas contraire (fonctions continues) se traduit par une intégration et une superposition des différentes valeurs sur l'écran difficilement interprétables sur une image statique. La visualisation 3D nécessite sur un pixel de l'image l'intégration de toute l'information morphologique et fonctionnelle contenue le long de la ligne de visée. Seule, une diminution de la quantité d'informations que doit contenir un pixel peut résoudre ce problème de discrimination de données.

Une des possibilités de représentation de données 3D consiste à afficher une série de coupes adjacentes (obliques ou non) tirées du volume. Chaque pixel des coupes est localisé spatialement dans le volume des données. Les seules informations que doit discriminer un pixel concernent les valeurs de la fonction de potentiels et celles de l'imagerie morphologique, associées toutes deux à la position spatiale du pixel. Le plan image doit représenter une fonction de deux variables dépendantes  $a=f(x, y)$  et  $b=m(x, y)$ , où  $f$  et  $m$  sont respectivement les fonctions physiologiques et morphologiques reformatées dans le plan de coupe  $(0, \mathbf{x}_c, \mathbf{y}_c)$ .

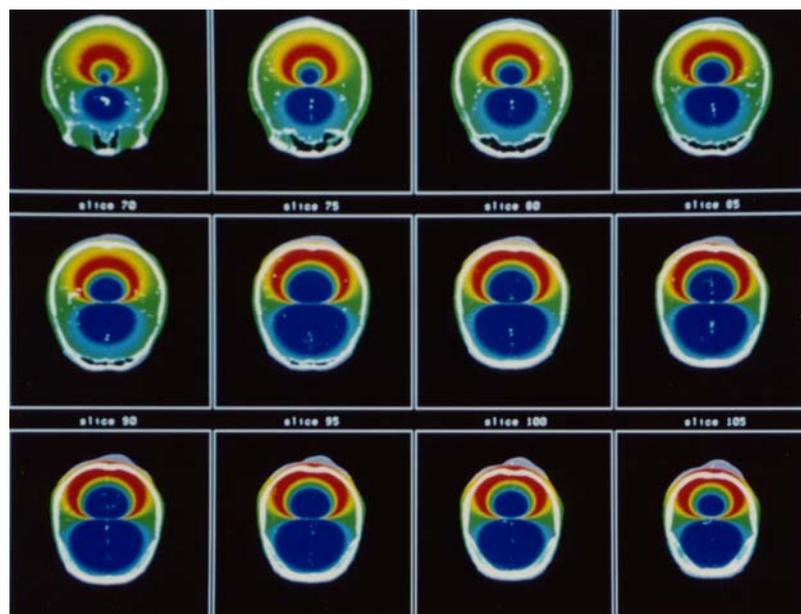
Différentes solutions ont été présentées au paragraphe II-2-2 : représentation  $2D^{1/2}$  + couleurs ou représentation 2D avec table de couleurs bivariées. Cette dernière solution ne fixe pas de hiérarchie entre les deux variables indépendantes. Dans notre application, la table de couleurs est issue de l'étude sur la cartographie de surface 3D (§ V-2-2-5-4). Cette table de couleurs est associée à un espace HSL de couleur. Une des variables (les

potentiels) est représentée par une variation de la teinte (l'axe H), l'autre variable (la valeur portée par l'image morphologique) par la luminosité et la saturation de la teinte (les axes S et L). Plus de détails sont fournis au paragraphe V-2-2-5-4. Cette table de couleurs permet la représentation simultanée des potentiels sur l'anatomie. Les images V-7 et 8 présentent les potentiels magnétiques sur différentes coupes du volume anatomique. Les potentiels sont les résultats de la résolution du problème direct.

Cette étude est pour l'instant limitée à la visualisation de potentiels dans un plan de coupes. Différentes stratégies sont envisageables pour une visualisation 3D des potentiels internes. Parmi celles-ci nous pouvons citer la création d'iso-surfaces de potentiels reportées dans l'espace anatomique. Ces représentations "tiny" cubes and "vanishing" cubes [Nielson91] basées sur une table de couleurs bivariées peuvent donner de bons résultats.

Les diverses solutions présentées dans ce paragraphe fournissent des moyens de représentation de la répartition des potentiels estimés sur un modèle sphérique et reportés sur l'anatomie du patient. L'intérêt de cette approche vient de la création d'un modèle possédant quelques aspects réalistes tout en conservant la rapidité de calcul d'un modèle analytique. Les résultats (du moins leur représentation dans l'espace anatomique) ne sont que des **indications** sur la répartition des potentiels. Ceci est largement illustré par les images de coupes où l'écart modèle/anatomie apparaît clairement. Les lecteurs peuvent également se reporter à l'iconographie de [VanDenElsen91] où des dipôles localisés sur des modèles à sphères concentriques apparaissent en dehors de la structure anatomique. La méthodologie basée sur un modèle à sphères concentriques paraît adaptée à la recherche rapide de dipôles (n'oublions pas que le signal électro-magnétophysologique présente une évolution temporelle).

Une recherche plus fine pour la localisation des sources peut ensuite être menée sur des modèles plus exacts de l'anatomie (éléments de surface, éléments finis,...) ou par des techniques d'exploration invasives (implantation d'électrodes en profondeur,...).



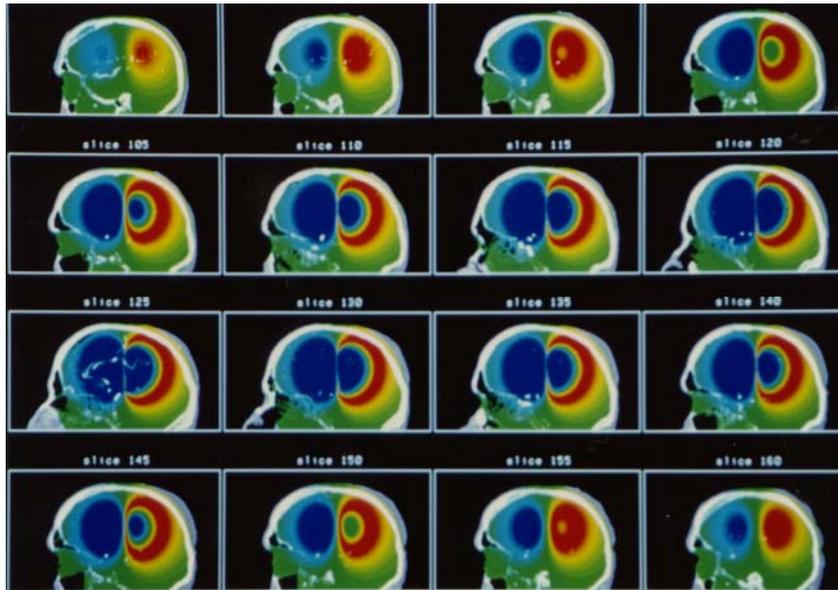


Image V-7 et 8

Superposition dans des plans de coupes de l'information morphologique et fonctionnelle.  
Les champs magnétiques internes sont obtenus par un modèle de source dipolaire appliqué sur un modèle anatomique à une sphère.

## 2.4. Cartographie 3D de surface

Ce paragraphe est une illustration du quatrième point de la problématique générale de localisation de sources qui concerne le schéma d'interpolation d'une fonction définie à partir de la position des capteurs et des signaux qui y sont associés. Nous définissons la cartographie 3D de surface comme la représentation sur la surface externe du scalp d'une fonction liée à la physiologie de l'encéphale humain.

L'analyse et l'interprétation de signaux issus de l'EEG ou de la MEG dépend étroitement des techniques de représentation. Le développement de logiciels de cartographie de surface attestent de l'intérêt que procure cette information spatiale [Coppola82] [Duffy86].

La cartographie et la distribution spatiale de potentiels apparaissent souvent en fin de chaîne de traitement de signal électrique ou magnétique. La fonction finale visualisée est alors le reflet des traitements qui font ressortir certaines caractéristiques du signal de départ. Parmi les différentes chaînes de traitement qui se concluent par une phase de représentation nous pouvons citer :

-l'analyse du signal de départ à des fins diagnostiques.

Dans le cas des potentiels évoqués, la cartographie peut souligner les disfonctionnements de certaines aires perceptives.

Dans le cas de certaines épilepsies, l'analyse de la cartographie temporelle permet une première estimation de la localisation et de la diffusion (selon certaines voies de propagation) de signaux caractéristiques (pointes, pointes ondes,...).

-l'extraction et la superposition de signes caractéristiques en épilepsie (pointes) rehaussent le rapport signal/bruit. La présentation topographique de l'onde ainsi extraite apporte des informations complémentaires sur le champ des pointes [Thickbroom86].

-la représentation spatiale des rythmes cérébraux.

D'un point de vue statistique, le signal EEG est considéré comme une série temporelle localement stationnaire. Dans la réalité clinique, des changements permanents sont observables (ondes  $\alpha$  de 8 à 13 Hz,  $\mu$  de 9 à 11 Hz,  $\beta$  de 14 à 40 Hz,  $\theta$  de 9 à 7 Hz ou plus rarement  $\lambda$ ). Chaque rythme a une forme et une fréquence caractéristiques. Un rythme est lié à l'état du patient et possède en outre une localisation précise. L'analyse et la représentation spatiale des rythmes après décomposition en fréquence (Transformée de Fourier) accentuent les anomalies de l'activité cérébrale. Les lecteurs peuvent se référer à [Lehmann87] pour l'exploitation de cartographies de l'onde  $\alpha$ .

-la transformation du signal en une grandeur différente peut faire ressortir certains schémas de fonctionnement cachés ou rehausser les signes caractéristiques. Parmi ces transformations, nous évoquons le calcul des densités de courant du scalp (Scalp Current Density -SCD) à partir de la DPS [Perrin87] ou l'analyse temps/échelle par décomposition en ondelettes [Senhadji92].

-l'analyse quantitative des propriétés statistiques du signal apporte des indications sur le processus qu'il décrit. Elle est basée sur des hypothèses de corrélation processus/signal telles que :

- \*le changement des propriétés statistiques du signal traduit le changement d'état de la structure étudiée ;
- \*le degré de synchronisation entre deux signaux recueillis dans des régions distinctes montre une dépendance fonctionnelle des structures. La cartographie n'est plus seulement le reflet d'une fonction répartie sur la surface mais elle doit porter les signes de variations ou de dépendance entre signaux,...

Hormis le dernier cas cité, les différents traitements conduisent à la visualisation d'une fonction (qui est le reflet du traitement) sur la surface externe du scalp. Nous posons le problème de la cartographie de la façon suivante :

-la fonction surfacique 3D est échantillonnée en N points (position des électrodes). Elle se présente sous la forme de N fonctions  $F_i(t)$  avec  $i=1, \dots, N$ .

-la surface 3D, que nous noterons D, est représentée par une liste de points  $\mathbf{p} = (x, y, z) \in D$ .

Ce choix de description peut s'obtenir facilement des différents types de modèle de surface : forme paramétrique ( $f(u, v) \in \mathbb{R}^3$  avec u et v les paramètres) ; forme implicite ( $f(x, y, z) = 0$ ), matrice 3D de voxels,...

La surface est obtenue à partir des données anatomiques soit par modélisation soit par extraction. Le choix de la représentation de la surface est un des éléments-clé de la cartographie 3D.

-la position des électrodes est localisée sur D par  $\mathbf{p}_i = (x_i, y_i, z_i) \in D$   $i=1, \dots, N$ .

Cette localisation a fait l'objet du paragraphe V-2-2-1.

-le signal échantillonné spatialement et temporellement est entièrement décrit par  $F_i(x_i, y_i, z_i, t)$  ou  $F_i(\mathbf{p}_i, t)$  avec  $i=1, \dots, N$ . Le signal sera noté par la suite  $F_i(t)$ .

-la reconstitution de la distribution du signal sur la surface externe D du scalp. Le calcul des potentiels entre les points de mesure  $\mathbf{p}_i$  nécessite l'emploi de schémas d'interpolation et même d'extrapolation en dehors du maillage des  $\mathbf{p}_i$ . L'interpolation au point  $\mathbf{p}$  consiste à estimer une fonction  $F(\mathbf{p}, t)$  connaissant  $F_i(t)$ ,  $i=1, \dots, N$ .  $F(\mathbf{p}, t)$  généralement s'écrit sous la forme :

$$F(\mathbf{p}, t) = \sum_{i=1}^N \alpha_i(\mathbf{p}, t) \cdot F_i(t)$$

où :  $\alpha_i(\mathbf{p}, t)$  est le terme de pondération au point  $\mathbf{p}$  de la fonction localisée à  $\mathbf{p}_i$  à l'instant  $t$ .  $\alpha_i(\mathbf{p}, t)$  dépend aussi bien du support représentatif de la surface que de la fonction d'interpolation sur ce support.

-la représentation plane de la fonction 3D.

### **2.4.1. Modèle de surface 3D**

Nous retrouvons les différents modèles utilisés pour l'extraction des champs de potentiels internes (sphères, ellipsoïdes, modélisation par facettes, extraction de surfaces,...). Les algorithmes actuels sont basés sur un modèle sphérique et présentent donc une cartographie approchée. Les électrodes sont placées de manière idéale en suivant la géométrie du montage. La sphère est vue du dessus et développée lors de la projection.

Des études plus récentes ([ArabiaGuidet91] par exemple) font état d'une cartographie sur une surface modélisée par une ellipsoïde de révolution d'équation :  $x^2/a^2 + y^2/b^2 + z^2/c^2 = 1$  où  $a$  et  $b=c$  sont respectivement le grand et les petits rayons. L'excentricité de l'ellipsoïde (le rapport des rayons) est ajustée en fonction de la morphologie du patient.

La surface peut être reconstruite de manière paramétrique par des fonctions splines. Le quadrillage des électrodes est régulier et sert d'espace paramétrique. La surface est alors paramétrée par  $x(u, v)$ ,  $y(u, v)$  et  $z(u, v)$ . La position des points intermédiaires entre les électrodes est issue de l'interpolation splines des positions des électrodes (splines de surfaces).

La méthode des éléments de surface est basée sur une description de surface par un modèle polygonal (facettes). La représentation par facettes est relativement fidèle à l'anatomie. Soufflet et al. [Soufflet91] ont créé une base anatomique polygonale de la surface de la tête. Les potentiels des différents patients sont visualisés sur ce modèle. Il est à noter, comme le soulignent les auteurs, que la surface peut être extraite des acquisitions anatomiques pré-opératoires (TDM, IRM) et donc être personnalisée au patient.

Les modèles de surfaces les plus réalistes sont fournis par les algorithmes d'extraction de surfaces : cuberilles, voxels, surfaces d'iso-valeurs,... (§ I-2-2-2). Pour notre part, nous avons adapté le lancer de rayons multi-fonctions à l'extraction des voxels des surfaces vues

par l'observateur et à leur projection sur le plan image. Cette solution revient à effectuer l'extraction/projection des surfaces.

### 2.4.2. Schéma d'interpolation

Nous avons formulé l'interpolation sous la forme  $F(\mathbf{p},t) = \sum_{i=1}^N \alpha_i(\mathbf{p},t)F_i(t)$ . La difficulté consiste à estimer les coefficients  $\alpha_i(\mathbf{p}, t)$  en fonction de la géométrie de D et de l'interpolateur choisi. Le calcul du potentiel en un point  $\mathbf{p}_a$  à un instant  $t_a$  donné en fonction des  $F_i$  peut être scindé en deux étapes : (1) l'extraction de la position de  $\mathbf{p}_a$  par rapport aux  $\mathbf{p}_i$  et (2) le calcul de  $F(\mathbf{p}_a)$  à l'aide de la fonction d'interpolation et de  $F_i$ .

#### 2.4.2.1. Contexte géométrique

L'étape (1), l'estimation de la position de  $\mathbf{p}_a$  par rapport à  $\mathbf{p}_i$  est nécessaire pour fixer les relations géométriques entre le point d'interpolation et la position des capteurs. Ces relations sont fréquemment données par le support géométrique. Certaines simplifications ne sont pas à exclure. Les relations entre  $\mathbf{p}_a$  et les  $\mathbf{p}_i$  peuvent être déterminées sous des formes :

-linéaires.

$\mathbf{p}_a$  est référencé aux  $\mathbf{p}_i$  par la distance euclidienne.  $d_i(\mathbf{p}_a) = d(\mathbf{p}_i, \mathbf{p}_a)$  où  $d(\mathbf{a}, \mathbf{b})$  est la distance euclidienne  $((x_a-x_b)^2+(y_a-y_b)^2+(z_a-z_b)^2)^{1/2}$ . Cette simplification est viable pour les zones de surface relativement plate. Pour la cartographie des potentiels du scalp, ce cas est représentatif de l'interpolation localisée : la valeur en un point n'est estimée qu'à partir de celles portées par les quatre plus proches voisins. Le rayon de courbure de la surface entre quatre points voisins est relativement faible ce qui minimise les erreurs de la simplification plane.

-sphériques.

La tête est globalement sphérique ou modélisée par une sphère.  $\mathbf{p}_a$  est référencé aux  $\mathbf{p}_i$  par l'angle  $\theta_i(\mathbf{p}_a) = \widehat{\mathbf{p}_a\mathbf{O}\mathbf{p}_i}$  ou par la distance angulaire (arc de sphère)  $d_i(\mathbf{p}_a) = R.\theta_i(\mathbf{p}_a)$ . O et R sont respectivement le centre et le rayon de la sphère.

Un point sur une sphère est également localisable par le référentiel latitude-longitude. Cette décomposition possède l'inconvénient de ne pas être uniforme.

-surface paramétrique.

La surface est paramétrique :  $x(u, v)$ ,  $y(u, v)$  et  $z(u, v)$  où  $x, y, z$  sont les points de la surface et  $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ , est le référentiel paramétrique. Un point quelconque  $\mathbf{p}_a$  est associé à sa position dans l'espace paramétrique  $u_a, v_a$ .

Considérons maintenant le cas où la surface est décrite par une liste de points extraits de l'image anatomique. Si les électrodes suivent un montage classique (10-20 International par exemple), le développement plan de leur position se présente sous la forme d'une grille aisée à paramétrer et dont les noeuds sont formés par les électrodes. Les portions de surfaces entre les noeuds sont modélisées à partir des positions aux noeuds, à l'aide de fonctions d'interpolation (B-Splines,  $\beta$ -Splines,...). Un point de la surface paramétrique

est appelé  $\mathbf{p}_m(u, v) \in \mathbb{R}^3$  ou bien  $(x_m(u, v), y_m(u, v), z_m(u, v))$ . Prenons maintenant un point  $\mathbf{p}_s$  de la surface extraite de la base anatomique. Ce point n'appartient pas au modèle de surface. Le report de  $\mathbf{p}_s$  dans l'espace paramétré consiste à trouver le point  $\mathbf{p}_m$  de la surface modélisée le plus proche de  $\mathbf{p}_s$ . La localisation dans l'espace paramétrique de  $\mathbf{p}_m$  ( $u_m, v_m$ ) est attribuée à  $\mathbf{p}_s$ . Cette recherche du point le plus proche se fait analytiquement ou numériquement par minimisation de la distance  $d(\mathbf{p}_s, \mathbf{p}_m)$  en fonction de  $u_s$  et  $v_s$ . Cette approximation est valable pour des surfaces relativement lisses et continues.

-respect du contexte anatomique.

Ce point concerne autant la liste de points extraits de l'image 3D anatomique que la modélisation par facettes. Une des possibilités de référencer un point  $\mathbf{p}_s$  de la surface par rapport à un point  $\mathbf{p}_i$  consiste à estimer le chemin minimal, la distance géodésique, sur la surface entre ces deux points. Ce problème est relativement complexe, un grand nombre de chemins étant possibles entre ces points. La recherche du chemin minimal est souvent résolue par des techniques du type "graph-searching" (parcours de graphes). Cette technique a pour principal avantage de rester fidèle à l'anatomie du patient. Ce parcours est par contre extrêmement lent quant au temps de calcul. N'oublions pas que la tête est relativement sphérique (ou ellipsoïdale). Les hypothèses simplificatrices sont justifiées.

#### 2.4.2.2. Fonctions d'interpolation

L'étape (2) consiste à calculer la fonction  $F(\mathbf{p}, t)$  au point  $\mathbf{p}$  à l'instant  $t_a$ . Nous avons formulé ce problème par  $F(\mathbf{p}, t) = \sum_{i=1}^N \alpha_i(\mathbf{p}, t) F_i(t)$  afin de le rendre indépendant de la fonction d'interpolation utilisée. Deux cas peuvent se présenter selon que  $\alpha_i(\mathbf{p}, t)$  varie ou non en fonction du temps.

Dans le premier cas,  $\alpha_i(\mathbf{p}, t)$  dépend simultanément du contexte géométrique et de la forme de la fonction au temps  $t_a$  :  $\alpha_i(\mathbf{p}, t_a) = f(\mathbf{p}, F_i(t_a))$ . Les valeurs aux électrodes ne sont pas indépendantes entre elles. La cartographie temporelle nécessite un calcul des  $\alpha_i(\mathbf{p})$  à chaque incrément temporel.

Dans le second cas,  $\alpha_i(\mathbf{p}, t)$  est constant dans le temps :  $\alpha_i(\mathbf{p}, t) = \alpha_i(\mathbf{p}), \forall t$ . Les coefficients de pondération  $\alpha_i$  ne sont liés qu'à la géométrie de la surface. Ce cas n'est pas une interpolation de fonction au sens strict du terme. Les électrodes sont considérées indépendantes (sans corrélation explicite entre elles, dans le cas précédent la corrélation était assurée par le modèle de la fonction). La dépendance entre signaux est implicite et assurée par la forme de la surface. Cette hypothèse a pour conséquence de simplifier l'algorithme d'une cartographie temporelle. Les  $\alpha_i(\mathbf{p})$  sont calculés dès le départ en fonction de la forme de la surface.  $F(\mathbf{p}, t)$  à chaque instant dépend uniquement des  $F_i(t)$  :

$$F(\mathbf{p}, t) = \sum_{i=1}^N \alpha_i(\mathbf{p}) \cdot F_i(t)$$

Ce paragraphe n'a pas la prétention d'être exhaustif dans la description des fonctions d'interpolation. Il reprend les schémas les plus simples ou les plus employés en cartographie des surfaces.

\*interpolation linéaire.

Cette fonction d'interpolation peut être considérée comme l'extension sur une surface 3D de l'interpolation bilinéaire classique. Pour une surface paramétrée, l'interpolation bilinéaire est appliquée dans l'espace des paramètres.

Pour une surface quelconque, les différents coefficients  $\alpha_i(\mathbf{p})$  sont estimés en fonction de la distance entre  $\mathbf{p}$  et  $\mathbf{p}_i$ . Le point précédent a fait état des différentes possibilités d'estimer cette distance (distance euclidienne, axe de sphères, distance géodésique,...). Si  $d(\mathbf{p}, \mathbf{p}_i)$  représente cette distance, alors :

$$\alpha_i(\mathbf{p}) = \frac{1/d(\mathbf{p}, \mathbf{p}_i)}{\sum_{j=1}^N 1/d(\mathbf{p}, \mathbf{p}_j)}$$

le dénominateur normalise les  $\alpha_i(\mathbf{p})$ .

L'interpolation linéaire est purement locale. Il est donc possible de se restreindre aux électrodes les plus proches de  $\mathbf{p}$ , les quatre voisins par exemple.

\*interpolation quadratique

Le schéma précédent peut être repris en pondérant en fonction de  $1/d^2$ . Ainsi :

$$\alpha_i(\mathbf{p}) = \frac{1/d^2(\mathbf{p}, \mathbf{p}_i)}{\sum_{j=1}^N 1/d^2(\mathbf{p}, \mathbf{p}_j)}$$

Ce type d'interpolation a pour but de rehausser les régions proches d'une électrode. La seule information est portée par les électrodes, l'interpolation n'apporte aucune information au sens traitement du signal. Le fait de rehausser l'information au voisinage des électrodes est ainsi justifié. Certains auteurs [Pottmann90] [Nielson91] proposent la modélisation de fonctions sur une sphère par une méthode multiquadratique :

$$F(\mathbf{p}) = \sum_{i=1}^N \beta_i \cdot (1 + R^2 - 2R \cdot \langle \mathbf{p}, \mathbf{p}_i \rangle)^{1/2}$$

$\langle \mathbf{p}, \mathbf{p}_i \rangle$  produit scalaire entre les points portés sur une sphère unitaire, R une constante (voir § II-2-1-1) et les coefficients  $\beta_i$  sont les solutions d'un système d'équations linéaires qui attribuent à chaque  $F(\mathbf{p}_i)$  la valeur  $F_i$   $i=1, \dots, N$ . Cette méthode multiquadratique est l'illustration du cas décrit précédemment où les coefficients de pondération  $\alpha_i(\mathbf{p}, t) = f(\mathbf{p}, F_i(t))$ . En fait :

$$F(\mathbf{p}, t) = \sum_{i=1}^N \beta_i(t) \cdot (1 + R^2 - 2R \cdot \langle \mathbf{p}, \mathbf{p}_i \rangle)^{1/2}$$

**\*interpolation cubique**

Nous citerons dans ce chapitre les fonctions splines. Bien que ces données peuvent être de degré quelconque, les modèles les plus utilisés sont les splines cubiques. Une spline est une fonction polynomiale par morceau. Sa particularité est de posséder une propriété de minimisation de l'énergie de flexion. La spline cubique (splines d'ordre 2) est un polynôme de degré 3 dont la continuité de la fonction et de ses dérivées premières et secondes est assurée.

Cette fonction par morceau est bien adaptée à des interpolations dans des espaces où les échantillons sont disposés régulièrement (espace paramétrique).

La surface et la fonction qui y est associée sont paramétrées par  $u$  et  $v$ . Les  $x_i, y_i, z_i, f_i$  sont connus. Nous avons vu précédemment que la position de  $p_a(x_a, y_a, z_a)$  permet de trouver les paramètres  $u_a$  et  $v_a$  qui y sont associés. L'interpolation consiste à calculer  $f_a = F(u_a, v_a)$ .

Il existe plusieurs types de fonctions splines (courbes de Bézier, B-Splines,  $\beta$ -Splines,...). Les B-Splines sont parmi les plus utilisées. Elles ont été présentées au § II-2-5-3 dans leur version cubique, bicubique et tricubique. La fonction surfacique nécessite 16 voisins pour estimer une valeur. L'ambiguïté sur les bords du maillage est levée en imposant comme contrainte la continuité de la dérivée troisième. La fonction spline, de par sa représentation matricielle, est aisément adaptable à la formulation que nous avons choisie.

Toutefois, comme il est noté au § II-2-5-3, un morceau de surface B-Splines ne passe pas par tous les points. Pour y remédier, des points de contrôle sont estimés à partir des noeuds  $F_i$  (par la méthode itérative de Gauss Seidel par exemple). Ce calcul revient à corrélérer les coefficients de pondération  $\alpha_i(\mathbf{p})$  aux  $F_i(t)$ . Si nous souhaitons que l'information aux électrodes soit préservée, il faut calculer tous les  $\alpha_i(\mathbf{p}, t)$ . Dans le cas inverse, c'est-à-dire lissage de la fonction sur la sphère, les simples  $\alpha_i(\mathbf{p})$  suffisent.

Perrin et al. [Perrin89] ont utilisé une variante des splines "plaques minces" de degrés divers pour l'estimation des densités de courant sur un modèle sphérique du scalp. L'évaluation de leur méthode dans le cas de cartographie de densité de courant ont montré que les splines de degré 3 donnent déjà de bons résultats.

### **2.4.3. Projection-visualisation**

La tradition, en matière de cartographie, consiste en une projection radiale du modèle de sphère vu du dessus. La projection radiale permet d'appréhender l'ensemble de la géométrie crânienne. Pour plus de "réalisme", des repères schématisés (oreilles et nez) sont rajoutés à la projection de la sphère. Dans certains cas précis, ces algorithmes de cartographie se risquent à des vues de face ou de profil.

Les représentations à partir de modèles réalistes [Soufflet91] [Dillenseger92] permettent des points de vue variés. Leur fidélité à l'anatomie peut représenter un handicap. La tête est de forme sphérique, les bords externes sont tangents à la direction de vision et il devient difficile de discerner la fonction ajustée sur l'anatomie. Cet inconvénient est contourné par l'affichage simultané de différents points de vue de la scène.

Sur la projection, les valeurs sont soit représentées par des lignes d'iso-valeurs (les lecteurs peuvent se référer à l'iconographie de [Lehmann87] et [Perrin89]), soit par des couleurs. Dans le cas d'une représentation par un modèle réaliste, nous retrouvons la difficulté à discerner simultanément informations de surface et fonction.

#### **2.4.4. Cartographie 3D fonctionnelle et morphologique de surface**

Ce paragraphe présente une étude sur un algorithme de cartographie réaliste de fonction sur une surface 3D. L'objectif poursuivi est la création d'un outil de représentation de fonctions électro-magnétiques préservant un maximum de correspondances avec l'espace anatomique. Le domaine d'utilisation d'un tel outil englobe la visualisation de signaux à des fins d'analyse ou de validation visuelle des traitements effectués sur ces signaux. Les caractéristiques de cette imagerie doivent être proches de celle des techniques déjà existantes (rapidité, bonne discrimination des champs de la fonction), tout en y apportant une localisation topologique des phénomènes de surface **personnalisée** au patient.

##### 2.4.4.1. Signaux morphologiques et fonctionnels

Nous supposons que l'anatomie du patient est décrite par une acquisition 3D obtenue par une modalité morphologique (TDM, IRM).

Le signal électromagnétique a été recueilli en des positions qui peuvent être reportées sur l'imagerie anatomique (marqueurs externes, montage standard). L'image morphologique et fonctionnelle se résume par une description  $g(x, y, z)$  de la surface anatomique et des signaux  $F_i$   $i=1, \dots, N$  localisés spatialement dans le référentiel anatomique par  $\mathbf{p}_i = (x_i, y_i, z_i)$ . Pour le report des électrodes sur l'image anatomique nous avons mis en oeuvre la solution semi-interactive présentée au § V-2-2-1.

##### 2.4.4.2. Extraction et projection de la surface

Le modèle de surface réaliste doit posséder une haute résolution, équivalente à celle de l'image 3D d'acquisition. Sur la base de l'expérience acquises en représentation d'images 3D morphologiques, nous avons adapté le lancer de rayons multi-fonctions à la modélisation de la surface. Pour une orientation donnée, certaines des fonctions portées par le rayon sont spécialisées dans l'extraction et le stockage des voxels (des points) des surfaces vues par l'observateur. Il est ainsi possible de réaliser une image 2D des positions 3D des surfaces visibles. Seule la portion de surface nécessaire au point de vue est extraite. De ce fait, non seulement le support géométrique est réduit à l'information congrue, mais l'interpolation de la fonction est également limitée aux points de ce support. D'autres

informations utiles à la représentation réaliste de la cartographie, telles les composantes de la normale, sont extraites simultanément. Le lancer de rayons multi-fonctions permet l'extraction et la projection de la surface.



où  $x_{ec}$  et  $y_{ec}$  sont les coordonnées sur le plan image.

Les différents traitements 3D (interpolation, codage en couleur,...) sont menés sur les données paramétrées en  $x_{ec}$  et  $y_{ec}$ .

#### 2.4.4.3. Interpolation

Le choix du modèle d'interpolation a été déterminé par la contrainte de rapidité de la cartographie temporelle. Les modèles d'interpolation ont été formalisés sous deux formes :

$$F(\mathbf{p}, t) = \sum_{i=1}^N \alpha_i(\mathbf{p}, t) \cdot F_i(t) \tag{A}$$

et

$$F(\mathbf{p}, t) = \sum_{i=1}^N \alpha_i(\mathbf{p}) \cdot F_i(t) \tag{B}$$

La première forme est handicapée par le calcul des  $\alpha_i(\mathbf{p}, t)$  effectués à chaque incrément temporel.

La formule (B) est préférée : les coefficients de pondération  $\alpha_i$  ne dépendent que des critères géométriques et sont estimés en début de séquence. La distance géométrique, quoique la plus fidèle à l'anatomie, a été écartée en raison de sa lourdeur en temps de calcul et par le caractère purement local des surfaces référencées en  $x_{ec}$  et  $y_{ec}$ .

Le souci de rapidité nous a fait réduire le nombre d'électrodes, pris en compte par l'interpolation, aux quatre voisins les plus proches. Si les points  $\mathbf{p}_i$ ,  $i=1, \dots, 4$  sont les positions de ces quatre électrodes, alors :

$$\alpha_i(\mathbf{p}) = \frac{1/d(\mathbf{p}, \mathbf{p}_i)}{\sum_{j=1}^N 1/d(\mathbf{p}, \mathbf{p}_j)} \quad \text{ou} \quad \alpha_i(\mathbf{p}) = \frac{1/d^2(\mathbf{p}, \mathbf{p}_i)}{\sum_{j=1}^N 1/d^2(\mathbf{p}, \mathbf{p}_j)}$$

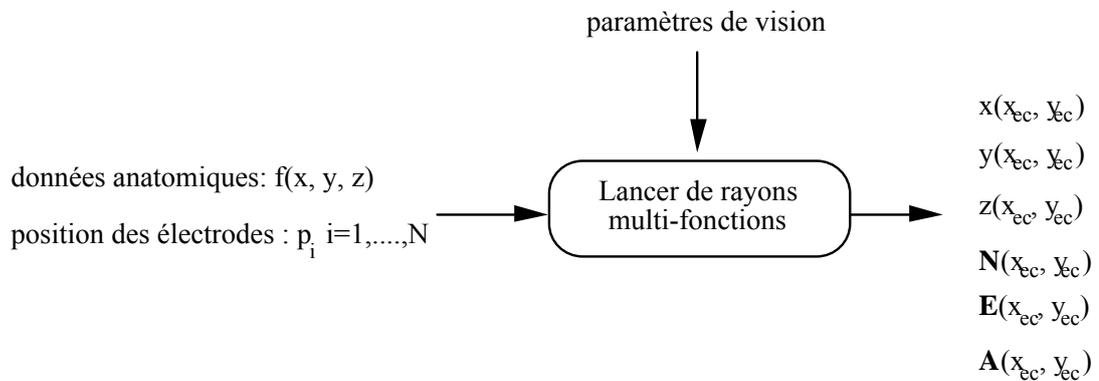
Ces hypothèses simplificatrices ne sont valables que dans le cadre strict de la cartographie de surface. Nous avons axé notre technique sur la représentation **globale** de la répartition spatiale des champ de surface et non sur la mesure **précise** des potentiels aux différents points de cette surface. L'information localisée aux électrodes reste pour nous prépondérante. L'interpolation ne fait qu'augmenter le lien entre des électrodes portant des valeurs proches ou, le cas échéant, elle les discrimine mieux.

Par contre, un tel schéma d'interpolation n'est pas viable dans le cas de la résolution du problème inverse. La déconvolution spatiale par exemple nécessite une estimation fine du champ des potentiels de surface, c'est-à-dire l'emploi de fonctions interpolantes plus précises.

2.4.4.3.1. Prétraitement statique

L'étape préliminaire à l'interpolation consiste à calculer l'image des  $\alpha_i(\mathbf{p})$  pour les points de surface référencés en  $x_{ec}$  et  $y_{ec}$ . A chaque point 3D  $\mathbf{p}(x_{ec}, y_{ec})$ , les numéros des quatre électrodes les plus proches sont déterminés et stockés sous forme d'un vecteur  $\mathbf{E}(x_{ec}, y_{ec})$ . Les  $\alpha_i(\mathbf{p})$  correspondant à ces électrodes sont calculés et également stockés sous un vecteur  $\mathbf{A}(x_{ec}, y_{ec})$ .

Toutes les opérations précédentes (extraction de surfaces, détermination des électrodes voisines et calcul des coefficients de pondération) sont menées par le lancer de rayons multi-fonctions.



2.4.4.3.2. Interpolation dynamique

Si  $\mathbf{E}(x_{ec}, y_{ec}) = (N_1, N_2, N_3, N_4)^T$  représente le vecteur des numéros des quatre électrodes les plus proches et  $\mathbf{A}(x_{ec}, y_{ec}) = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4)^T$  celui des coefficients de pondération associés respectivement à ces électrodes, le calcul de la valeur de la fonction au point  $\mathbf{p}$  3D  $x(x_{ec}, y_{ec}), y(x_{ec}, y_{ec}), z(x_{ec}, y_{ec})$  de la surface, à un instant  $t_a$  donné, équivaut à :

$$F(x_{ec}, y_{ec}, t_a) = \sum_{i=1}^4 \alpha_i(x_{ec}, y_{ec}) \cdot F_{N_i(x_{ec}, y_{ec})}(t_a)$$

L'opération extraction/projection a ainsi ramené la dimension de la cartographie 3D+t en un traitement temporel bidimensionnel.

2.4.4.4. Représentation

La dernière étape de la cartographie a pour objectif la visualisation réaliste de la fonction sur la surface 3D. Les difficultés d'un tel type de représentation concernent l'amalgame de deux informations distinctes :

-le codage sous une forme visuelle de la fonction  $F(\mathbf{p})$ .

Les algorithmes habituels font usage d'une table de couleurs partant du bleu (valeurs négatives) au vert (valeurs nulles) puis au rouge (valeurs positives).

-la représentation réaliste de la surface.

Les techniques d'ombrage (cf § II-1-1) procurent un rendu réaliste des volumes en fonction des modèles à la surface. Certains des modèles d'ombrage conduisent à la seule modification de la luminosité en un point et non celle de sa teinte. Nous considérerons donc que pour un point  $\mathbf{p}$ , l'ombrage modifie la luminosité de la teinte définie par  $F(\mathbf{p})$ .

La table de couleurs des coordonnées HSL est idéale pour la représentation simultanée de ces deux informations.  $F(\mathbf{p})$  définit la teinte selon l'axe H, l'ombrage est référencé sur les axes S et L en fonction de  $\mathbf{N}$ ,  $\mathbf{V}$  et  $\mathbf{L}$  respectivement les vecteurs unitaires de la normale à la surface, la direction de vision et de l'éclairage (figure II-1). Nous nous sommes toutefois heurté à la résolution en profondeur de l'écran. Seules 256 valeurs de couleurs (parmi 16 million) sont disponibles simultanément. Cette résolution permet théoriquement d'établir un tableau bivariable de 16x16 nuances. Sans perte notable pour la représentation de surface nous avons opté pour une table de couleurs comprenant 30 teintes (rouge  $\emptyset$  vert  $\emptyset$  bleu) qui caractérisent l'information fonctionnelle associées à 8 variations de luminosité et saturation. Les autres couleurs ont été réservées au rendu en niveau de gris des surfaces externes au domaine d'interpolation. La table de couleurs est présentée sur l'image V-10. L'axe horizontal indique la variation de teintes, les nuances verticales sont significatives du rendu de surfaces 3D<sup>1</sup>.

Différentes formes de représentation de l'information spatio-temporelle sont envisageables :

-la juxtaposition spatiale sous la forme d'une série de médaillons. Chaque médaillon est l'image de la cartographie à un instant donné. Cette forme permet la vision simultanée des différents états temporels.

-la juxtaposition temporelle (une animation). La cartographie est présentée par une image unique évoluant dans le temps. Ce type de figuration est utile pour l'appréhension des diffusions de potentiels sur le scalp.

L'affichage simultané d'une cartographie vue sous des incidences différentes permet une compréhension complète des processus physiologiques liés précisément à l'anatomie.

---

<sup>1</sup>Il est à noter que cette table de couleurs a également servi à la représentation d'images bivariées. Voir par exemple § V-2-3-5-3-2 pour la visualisation de potentiels dans une coupe. L'information fonctionnelle est associée aux teintes, l'information morphologique (les valeurs des pixels de la coupe) est associée à la variation de luminosité et saturation.

#### 2.4.4.5. Application sur des données réelles

L'évaluation de notre méthode a été effectuée sur une base 3D de 150 coupes de  $256^2$  pixels, issue de la TDM et représentant le haut d'une tête (cf annexe A).

Les signaux de surface ont été acquis avec une disposition des électrodes suivant le système 10-20 International à 19 électrodes (figure V-1). Le signal recueilli présente des pointes épileptiques. Nous nous sommes focalisés sur l'étude de ces pointes (la zone d'intérêt est matérialisée par les deux curseurs verticaux).

L'image V-9 indique la position des électrodes reportées sur l'anatomie.

L'image V-10 représente la cartographie pour quatre points de vue différents au même instant.

L'image V-11 montre une série de médaillons qui permettent la visualisation de l'évolution temporelle des signaux.

Une étude parallèle sur la représentation de signaux traités a été menée sur le même référentiel anatomique. Les signaux précédents sont transformés dans un espace temps/échelle par décomposition en ondelettes non orthogonales [Senhadji92]. Le recours à cette transformation a mis en évidence des interprétations de signaux différentes selon l'échelle. Notre contribution à cette étude consiste à représenter simultanément, en 3D, le signal original et certains niveaux de décomposition. L'image V-12 illustre la cartographie du signal brut (en haut), les suivantes indiquent l'évolution temporelle de certains niveaux de décomposition. Les échelles de couleurs sont légèrement différentes pour le signal original et traité. Le signal original est visualisé par l'échelle de couleurs précédente. Le module de la décomposition est lui strictement positif. L'échelle de couleurs associée est la suivante : bleu (0)  $\emptyset$  vert  $\emptyset$  rouge (valeur maximale).

Notre étude a pour objectif une représentation rapide des cartographies. Nous avons vu que l'extraction de la surface, l'interpolation et la projection sont menées dans une phase de prétraitement par le lancer de rayons multi-fonctions. La cartographie se résume, à un instant donné, au calcul de la fonction aux points 3D projetés, suivi du transcodage en couleur de cette information corrélée à la géométrie de la surface 3D.

Le calcul et l'affichage des 20 médaillons de l'image V-10 ont nécessité un temps CPU de 3,4 s. sur un calculateur HP9000 série 835.

Les différences entre cartographie plane et cartographie 3D sont illustrées sur l'image V-13. Ces deux vues sont calculées au même instant, avec un schéma d'interpolation identique. L'information de surface de la cartographie est négligée en V-13-a, seule l'information anatomique en-dessous de la zone interpolée est représentée en rendu de surface et peut donner une impression 3D à l'ensemble de l'image. L'image V-13-b intègre information fonctionnelle et anatomique.

Nous avons précédemment fait état de différents schémas d'interpolation adaptables à notre type de cartographie : l'interpolation en  $1/d$  et celle en  $1/d^2$  où la distance  $d$  est soit euclidienne soit un arc de sphère. Les images V-14-a et V-14-b représentent l'interpolation

en  $1/d$  avec respectivement  $d$  distance euclidienne et arc de sphère. V-14-c et V-14-d suivent la même configuration avec un interpolateur en  $1/d^2$ . La faible différence entre distance euclidienne et arc de sphère provient du rayon de courbure important de la surface entre quatre électrodes. L'erreur en distance qui est commise par le calcul d'une distance euclidienne par rapport à celle de l'arc de sphère est négligeable face à la discrétisation du résultat par la table de couleurs. De grandes différences sont toutefois visibles entre interpolation en  $1/d$  et en  $1/d^2$ . Ce dernier cas met plus d'emphase sur l'information des points de mesure.

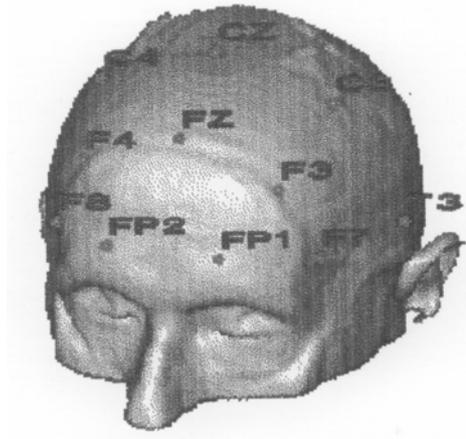


Image V-9  
Report des électrodes sur les données anatomiques

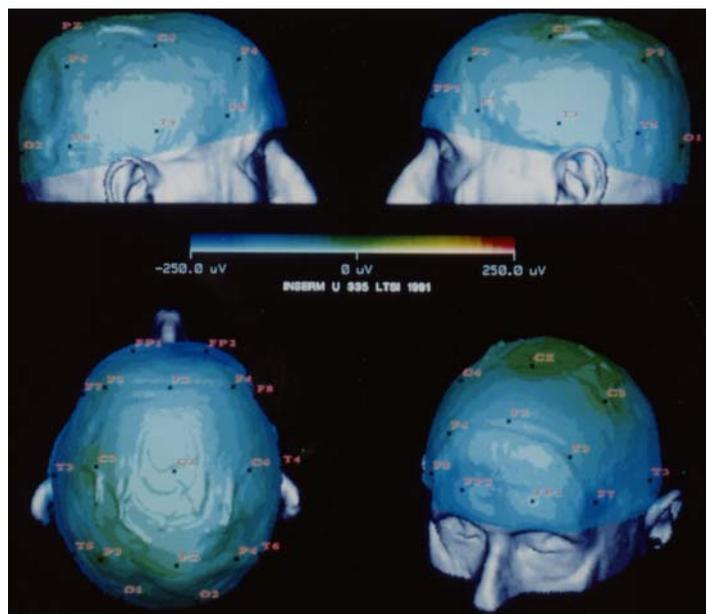


Image V-10  
Cartographie 3D morphologique : 4 points de vue différents au même instant

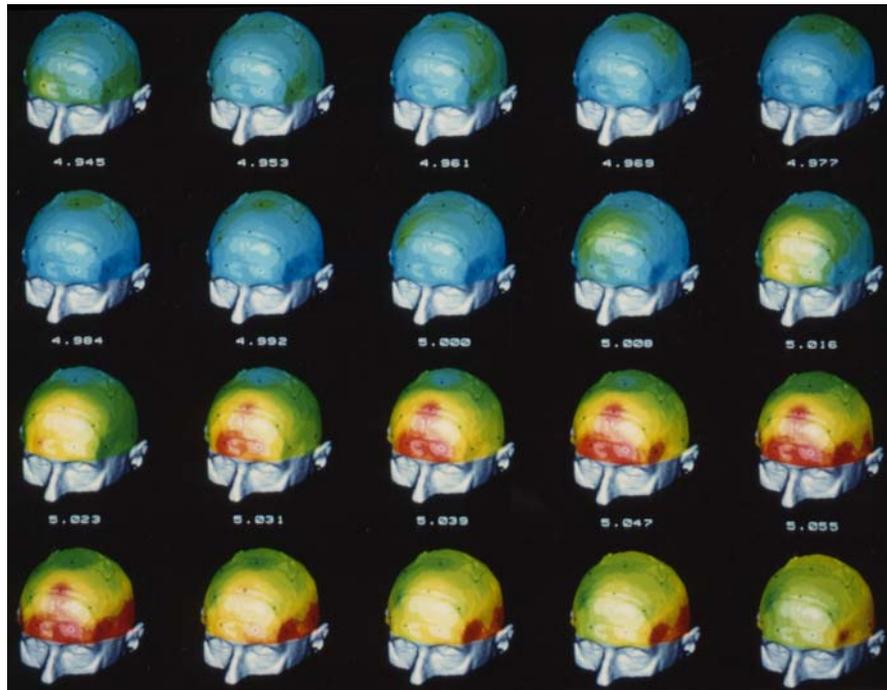


Image V-11  
Cartographie 3D morphologique : séquence temporelle

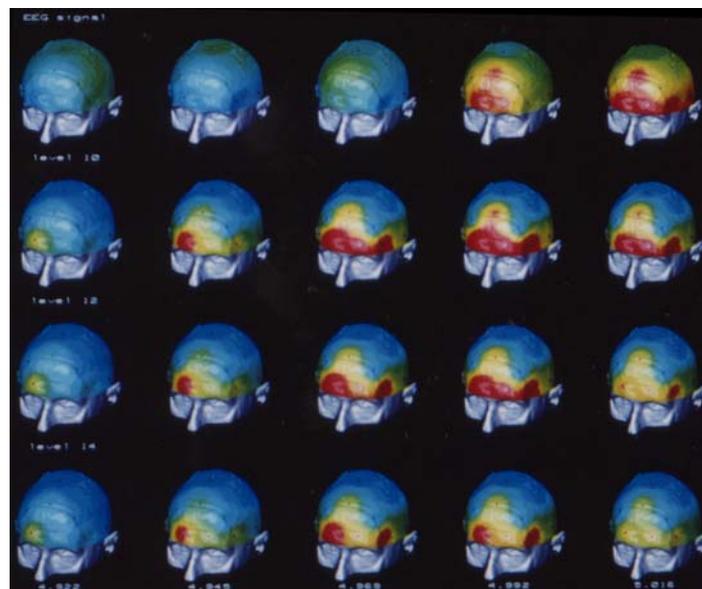
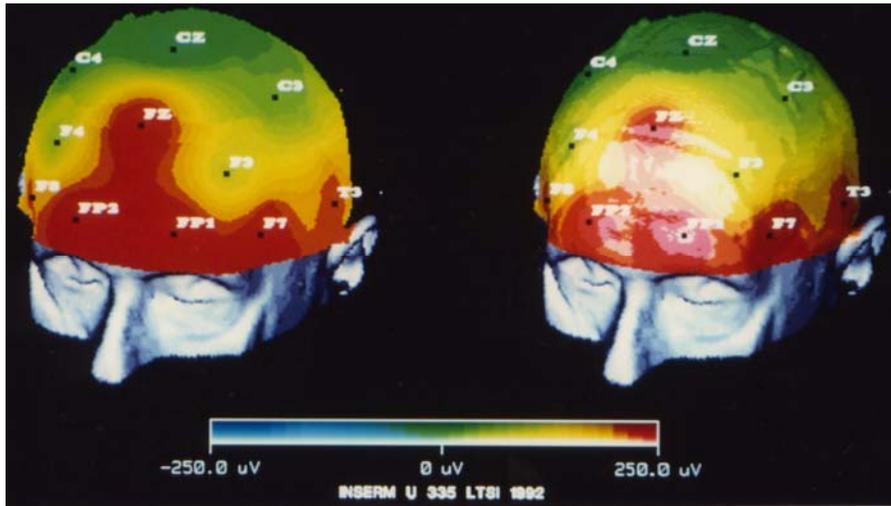


Image V-12  
Mise en parallèle du signal EEG (haut) et de 3 niveaux de décomposition par transformée par ondelettes (3 lignes du bas)



(a) information seule      (b) information fonctionnelle et anatomique

Image V-13

Fusion ou non de l'information morphologique et fonctionnelle

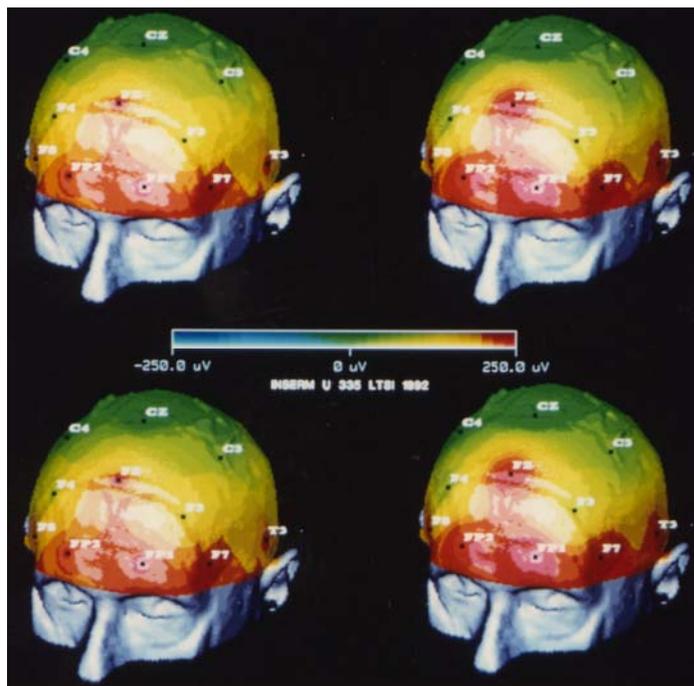


Image V-14

4 Schémas d'interpolation

a | b

c | d

a) interpolation en  $1/d$  d : distance euclidienne

b) interpolation en  $1/d^2$  d : distance euclidienne

c) interpolation en  $1/d$  d : arc de sphère

d) interpolation en  $1/d^2$  d : arc de sphère

### **2.4.5. Conclusion**

Une représentation 3D morphologique et fonctionnelle des champs électriques ou magnétiques externes a été présentée. Elle assure une meilleure compréhension et interprétation des activités fonctionnelles en relation directe avec la morphologie du patient.

## **V.3. Conclusion**

La fusion d'images 3D anatomiques et de signaux fonctionnels reste en grande partie un problème ouvert. L'application présentée, fusion et visualisation de données fonctionnelles et anatomiques en électro et magnéto-encéphalographie, est représentative de ces limitations.

Dans le cas d'une cartographie de surfaces de la distribution de potentiels, il est relativement aisé de passer d'un graphisme schématique 2D à la représentation 3D morphologique et fonctionnelle externe.

L'estimation des champs de potentiels inter-crâniens, par contre, se heurte à certains obstacles. Ces obstacles peuvent être d'ordre méthodologique (résolution du problème Direct et Inverse, choix d'un modèle géométrique de l'anatomie, hypothèses sur les sources et les conductivités,...), mais ils apparaissent également lors de la représentation de champs internes.

La visualisation directe et simultanée en 3D d'une fonction continue et d'une information morphologique n'est pas encore résolue. Les techniques de visualisation proposées passent fréquemment par une représentation dans une dimension inférieure (fonction sur une surface gauche, représentation simultanée de la fonction et de l'information morphologique dans un plan de coupe, iso-valeurs de la fonction,...), permet une appréhension des phénomènes localisés au seul support anatomique extrait du volume. Cette énorme perte d'information peut être compensée par une grande interactivité dans la définition du support anatomique de la fonction et dans l'exploration du volume.

Deux axes de recherche doivent être suivis pour la représentation de la fusion entre image anatomique et fonctionnelle :

- l'étude de modes de représentation simultanée des informations multiples issues de cette fusion;
- l'étude de modes de représentations plus restreintes mais dont la perte d'information est compensée par la possibilité d'explorer interactivement et rapidement l'ensemble du volume des données morphologiques et fonctionnelles.

Conclusion

## **CONCLUSION**

Les études menées ont eu pour objectif de répondre à certaines des questions de la problématique générale liée à l'exploitation et à l'interprétation des données tridimensionnelles en imagerie médicale. Trois sujets distincts ont été abordés plus particulièrement. Ils concernaient les domaines du rendu 3D de structures anatomiques, de la fusion d'images 3D (leur recalage dans un référentiel commun) et la fusion de signaux multidimensionnels sur des images 3D anatomiques.

Le domaine de la représentation de données 3D est relativement bien traité dans la littérature. Les diverses approches se caractérisent par la forme de codage de l'information 3D (extraction ou modélisation de la surface, codage du volume,...) et par le mode de projection (orienté objet ou orienté écran -lancer de rayons). Notre choix s'est porté sur la technique de lancer de rayons sur une matrice de voxels. Notre étude dans ce domaine a concerné la mise en place d'un nouveau concept : le lancer de rayons multi-fonctions. Cette approche consiste à intégrer les différentes fonctionnalités de bases (manipulation, dissection, mesures,...) qui apparaissent en imagerie médicale durant le processus de synthèse d'images. Différentes applications ont illustré et démontré la validité de ce nouveau concept. Elles concernaient les domaines aussi variés que le rehaussement et la détection de surface, l'interpolation de données, le débruitage, les mesures et l'extraction de données,... Des développements futurs sur la base de cette notion sont envisageables. Une application particulière se caractérise par un choix d'opérateurs et par celui du schéma de combinaison de ces opérateurs. L'élaboration de la stratégie opératoire peut avoir recours à des outils d'Intelligence Artificielle. Une de nos futures directions de recherche est menée dans ce sens.

Cette souplesse d'utilisation se fait au détriment d'une lourdeur de calcul. Une technique d'accélération du processus de visualisation -le lancer de rayons avec incrément spatial- a été proposée dans le cas de séquences temporelles ou spatiales. Cette technique a permis

### Conclusion

des gains d'environ 2,5 à 3 pour le temps de calcul d'une séquence de rotation autour de la scène.

Dans le domaine de la fusion d'images 3D, nous avons présenté une technique originale de recalage en rotation de données issues d'une même modalité. Les différentes contraintes liées à cette technique la cantonnent à certains usages précis tels le suivi temporel de scène composées de structures relativement inhomogènes. Son avantage principal réside dans le fait qu'une stricte similarité de forme n'est pas exigée. Cette technique peut s'intégrer dans des approches mixtes de recalage ou bien servir de première approximation à des techniques plus précises.

La dernière étude réalisé a présenté les différents éléments qui entrent dans la reconstitution dans l'espace anatomique des champs de potentiels électriques ou magnétiques.

Cette étude a conduit à la fusion sur la morphologie du patient des modèles anatomiques utilisés pour l'estimation des sources internes. Certaines solutions de visualisation de ces champs internes ont été proposées. Cette étude a toutefois montré clairement les limites des techniques actuelles de rendu 3D pour la représentation simultanée de deux fonctions volumiques.

Parallèlement, la cartographie 2D classique a été généralisée en 3D et adaptée à la morphologie du patient. Cette technique a conduit à une représentation réaliste des phénomènes et des relations spatio-temporelles de l'activité électro-magnétique.

Ces travaux n'offrent que quelques éléments de réponse à l'élaboration de la chaîne de traitement et d'analyse d'images médicales 3D. Leur insertion dans des outils diagnostiques et thérapeutiques entraîne des contraintes supplémentaires en termes de précision, de temps de calcul et de facilité de manipulation.

L'intégration de ces opérateurs élémentaires dans une chaîne cohérente de traitements nécessite l'amélioration des outils d'assemblage (du type du Lancer de Rayons Multi-Fonctions). Des avantages indéniables sont à attendre des systèmes experts qui tirent des bénéfices de la connaissance des différents opérateurs mais également de la connaissance liée à la scène.

## ***REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES***

- [Akimoto91] Akimoto T., Mase K., Suenaga Y., "Pixel-Selected Ray Tracing", IEEE Comp. Graph & Appl., 11, 4, July 1991, pp. 14-22.
- [Amanatides84] Amanatides J., "Ray Tracing with Cones", Computer Graphics (proc. SIGGRAPH), 18, 3, July 1984, pp. 129-135.
- [Antoine88] Antoine M., "Les techniques algorithmiques du codage octree appliquées à l'analyse des volumes tridimensionnels de données numériques", Thèse de l'Université de Grenoble I, Avr. 1988.
- [Appel68] Appel A., "Some Techniques for Shading Machine Rendering of Solids", SJCC (AFIPS conf. proc.), 32, 1968, pp. 37-45.
- [Arabia-Guidet91] Arabia-Guidet C., Pidoux B., Poirot F., "Adaptation d'une cartographie tridimensionnelle dynamique de potentiels évoqués cérébraux à la morphologie du crâne", Innov. et Tech. en Biol. et Med., 12, 5, 1991, pp. 596-604.
- [Argyris82] Argyris J., "An Incursion into Large Rotations-Computer Methods", Applied Mech. and Eng., 32, 1982, pp. 85-155.
- [Artzy81] Artzy E., "Boundary Detection in Three-Dimensions with a Medical Application", Computer Graphics, 15, 1981, pp. 92-123.
- [Arun87] Arun K. S., Huang T. S., Blostein S. D., "Least-Squares Fitting of Two 3-D Points Sets", IEEE trans. on PAMI, 9, 5, Sept. 1987, pp. 698-700.
- [Arvo87] Arvo J., Kirk D., "Fast Ray Tracing by Ray Classification", Computer Graphics (proc. SIGGRAPH), 21, 4, July 1987, pp. 55-64.

Références bibliographiques

- [Arvo90] Arvo J., Kirk D., "Particle Transport and Image Synthesis", Computer Graphics (proc. SIGGRAPH), 24, 4, Aug. 1990, pp. 63-66.
- [Aurengo91] Aurengo A., Froin F., Bazin J.-P., Di Paola R., "Analyse factorielle des séquences d'images", Bulletin de liaison de la recherche en informatique et automatisme, 132, INRIA, 1991, pp. 29-32.
- [Ayache89] Ayache N., "Vision stéréoscopique et perception multi-sensorielle - Application à la robotique mobile", Interedition, Paris, 1989.
- [Ayache91] Ayache N., Boissonnat J.-D., "Vers l'interprétation automatique des images tridimensionnelles", Bulletin de liaison de la recherche en informatique et automatisme, 132, INRIA, 1991, pp. 2-11.
- [Bajaj90] Bajaj C. L., "Rational Hypersurface Display", Computer Graphics, 24, 2, March 1990, pp. 117-127.
- [Bajsky89] Bajsky R., Kovacic S., "Multiresolution Elastic Matching", CVGIP, 46, 1989, pp. 1-21.
- [Barillot85a] Barillot C., Gibaud B., Luo L. M., Scarabin J.-M., "3-D Representation of Anatomic Structures for CT Examinations", proc. SPIE, vol. 602, Biostereometric'85, Cannes, France, Dec. 1985, pp. 307-314.
- [Barillot85b] Barillot C., Scarabin J.-M., Gibaud B., Coatrieux J.-L., "3D Recognition of Cerebral Blood Vessels", IEEE Comp. Graph & Appl., 5, 12, Dec. 1986, pp. 13-19.
- [Barillot87] Barillot C., Gibaud B., Le Certen G., Bouliou A., Collorec R., Velut S., "Modélisation 3-D et synthèse d'images : une approche pour l'enseignement et le planning thérapeutique", Innov. et Tech. en Biol. et Med., 8, 1, 1987, pp. 122-132.
- [Barnard67] Barnard A. C. L., Duck J. M., Lynn M. S., Timlake W. P., "The Application of Electromagnetic Theory to Electrocardiology II. Numerical Solution of the Integral Equation", Biophys. J., 7, 1967, pp. 463-491.
- [Barsky86] Barsky B. A., "Parametric Spline Curves and Surfaces", IEEE Comp. Graph & Appl., 6, 2, Feb. 1986.
- [Bartoo89] Bartoo G. T., Hanson W. A., "Multimodality Image Registration using Centroid Mapping", proc. IEEE-EMBS, Seattle, Nov. 1989, pp. 550-551.
- [Basseville83] Basseville M., Benveniste A., Design and Comparative Study of some Sequential Jump Detection Algorithms for Digital Signals, IEEE trans. on ASSP, 31, 3, 1983, pp. 521-535.
- [Basseville87] Basseville M., "Detecting Changes in Signals and Systems", Rapport de recherche N° 658, Unité de recherche INRIA-Rennes, Avril 1987

Références bibliographiques

- [Basseville91] Basseville M. et autres, "Segmentation de signaux : fiches descriptives d'algorithmes", rapport du GDR Traitement du Signal et Images, GT2 : Reconnaissance et Ruptures, GRECO, GDR 134, Mai 1991.
- [Bauer-Kirpes87] Bauer-Kirpes B., Schlegel W., Boesecke R., Lorenz W., "Display of Organs and Isodoses as Shaded 3-D Objects for 3-D Therapy Planning", *Int. J. Radiation Oncology Biol. Phys.*, 13, 1987, pp. 135-140
- [Bernard87] Bernard A.-M., De Certaines J., Lejeune J.-J., "Abrégé de Résonance Magnétique Nucléaire", collection Abrégés de Médecine, Masson, Paris, 1987.
- [Besl88a] Besl P. J., "Active Optical Range Imaging Sensors", *Machine Vision and Applications*, 1, 1988, pp. 127-152.
- [Besl88b] Besl P. J., "Geometric Modeling and Computer Vision", *Proceedings of the IEEE*, 76, 8, Aug. 1988, pp. 936-958.
- [Besl92] Besl P. J., McKay N. D., "A method for Registration of 3-D Shapes", *IEEE trans. on PAMI*, 14, 2, Feb. 1992, pp. 239-256.
- [Bier86] Bier E. A., Sloan K. E., "Two-Part Texture Mappings", *IEEE Comp. Graph & Appl.*, 5, 9, Sept. 1986, pp. 40-53.
- [Blinn82] Blinn J. F., "Light Reflection Function for Simulation of Clouds and Dusty Surfaces", *Computer Graphics (proc. SIGGRAPH)*, 16, 3, July 1982, pp. 116-124.
- [Boissonnat84] Boissonnat J. D., "La triangulation de Delaunay et la représentation des formes bi et tridimensionnelles", *proc. AFCET-INRIA*, Paris, Janv. 1984, pp. 279-293.
- [Boissonnat88] Boissonnat J. D., "Surface Reconstruction from Planar Cross-sections", *Comp. Graph. & Im. Proc.*, 44, 1988, pp. 1-29.
- [Bomans90] Bomans M., Höhne K.-H., Tiede U., Riemer M., "3D Segmentation of MR Images of the Head for 3D Display", *IEEE trans. on Med. Imag*, 9, 2, June 1990, pp. 177-183.
- [Bresenham68] Bresenham J. E., "Algorithm for Computed Control of a Digital Image", *IBM System Journal*, 4, 1, 1968, pp. 25-30.
- [Bryson92] Bryson S., Levit C., "The Virtual Wind Tunnel", *IEEE Comp. Graph & Appl.*, 12, 4, July 1992, pp. 25-34.
- [Bui75] Bui T. P., "Illumination for Computer Generated Pictures", *comm. of ACM*, 18, 6, June 1975, pp. 331-317.
- [Burdin91] Burdin V., De Bougrenet de la Tocnaye J.-L., Roux C., Lefevre C., "Une représentation de structures osseuses tridimensionnelles par un diagramme polaire plan de descripteurs de Fourier", *Innov. et Tech. en Biol. et Med.*, 12, 3, 1991, pp. 256-267.

Références bibliographiques

- [Camillerapp87] Camillerapp J., Leplumey I., Walter A., "Acquisition d'un modèle tridimensionnel du réseau vasculaire cérébral à partir d'un couple Stéréoscopique", proc. AFCET RFIA, Antibes, 1987, pp. 341-349.
- [Capodiferro87] Capodiferro L., Cusani R., Jacovitti G., Vascotto M., "A Correlation Based Technique for Shift, Scale and Rotation Independent Object Identification", proc. IEEE ICASP, 1987, pp. 221-225.
- [Carrault90] Carrault G., Senhadji L., Bellanger J.-J., Le Pichon J.-P., "ECG Segmentation by Means of Change Detection Theory", proc. of IEEE-EMBS, Philadelphie, Nov. 1990, pp. 817-818.
- [Carrico91] Carrico V., Dillenseger J.-L., Coatrieux J.-L., Siregar P., "Modèles géométriques pour la localisation de sources électriques et magnétiques cérébrales. Validation sur des bases d'images 3D", rapport interne, Laboratoire Traitement du Signal et de l'Image, Université de Rennes I, Nov. 1991, 20 pages.
- [Chen85] Chen L. S., Herman G. T., Reynolds R. A., Udupa J. K., "Surface Shading in the Cuberille Environment", IEEE Comp. Graph & Appl., 5, 12, Dec. 1985, pp. 33-43.
- [Chiron89] Chiron P., "Mise en correspondance et critère de similitude en imagerie médicale", Thèse ENSM, Nantes, Oct. 1989.
- [CIE78] "CIE Recommendations on Uniform Color Spaces-Color Difference Equations, Psychometric Color Terms", CIE Publ. N° 15, (E-1.3.1) 1971/ (TC-1.3) 1978, Supplement 2, pp. 9-12.
- [Cinquin87] Cinquin P., "Application des fonctions splines au traitement d'images", Thèse d'Etat, Université de Grenoble, Sept. 1987.
- [Clement90] Clement V., "Raisonnements cognitifs appliqués au pilotage d'algorithmes de traitements d'images", Thèse de l'Université de Nice-Sophia Antipolis, Janv. 1990.
- [Cline88] Cline H. E., Lorensen W. E., Ludke S., Crawford C. R., Teeter B. C., "Two Algorithms for Three-Dimensional Reconstruction of Tomograms", Medical physics, May/June, 1988, pp. 320-327.
- [Coatrieux87] Coatrieux J.-L. , Scarabin J.-M., "Computer Graphics in Medicine", Innov. et Tech. en Biol. et Med., 8, 1, 1987.
- [Coatrieux90] Coatrieux J.-L., Barillot C., "A Survey of 3D Display Techniques to Render medical Data", 3-D Imaging in Medicine (proc. of NATO Adv. Res. Works. on 3-D Imaging in Medicine, Travemünde), NATO ASI, vol. F60, Springer Verlag, June 1990, pp.175-195.
- [Coatrieux91] Coatrieux J.-L., "Fusion d'informations en imagerie médicale tridimensionnelle", Bulletin de liaison de la recherche en informatique et automatisme, 132, INRIA, 1991, pp. 12-16.

- [Cohen92] Cohen L., Cohen I., "Finite Element Methods for Active Contour Models and Balloon from 2D to 3D", CEREMADE, cahier de mathématiques de la décision, n°9124, (partially published in the proc. of Computer Vision and Pattern Recognition, Urbana Champaign), June 1992.
- [Cook82] Cook R. L., Torrance K. E., "A Reflectance Model for Computer Graphics", ACM trans. on Graphics, 1, 1, Jan. 1982, pp. 7-24.
- [Cook84] Cook R. L., Porter T., Carpenter L., "Distributed Ray Tracing", Computer Graphics (proc. SIGGRAPH), 19, 3, July 1984, pp. 137-145.
- [Coppola82] Coppola R., "Topographic Methods of Functional Cerebral Analysis", IEEE trans. on BME, 29, 1982.
- [Cuffin90] Cuffin B. N., "Effect of the Shape on EEG's and MEG's", IEEE trans. on BME, 37, 1, Jan. 1990, pp. 44-52.
- [Cuffin91] Cuffin B. N., Cohen D., Yunokuchi K., Maniewsky R., Purcell C., Cosgrove G. R., Ives J., Kennedy J., Schomer D., "Test of EEG localization Accuracy using Implanted Sources in the Human Brain", Ann. Neurol., 29, 1991, pp. 132-138.
- [d'Alche90] d'Alche P. Morel M., Gauthier V., "Cartographie automatisée des potentiels électriques cardiaques (système SATAPEC)", Innov. Tech. Biol. Med., 11, 2, 1990, pp. 183-195.
- [Dai91] Dai W., Collins L., Marret S., Evans A. C., "Three-Dimensional Warping of a Computerized Brain Atlas", proc. of IEEE EMBS, Orlando, Nov. 1991, pp. 1326-1328.
- [DeCasteljau87] De Casteljau P., "Les quaternions", Hermes, Paris, 1987.
- [DeMunck88] De Munk J. C., "The potential Distribution in a Layered Anisotropic Spherical Volume Conductor", J. Appl. Phys., 64, 2, 1988, pp. 464-470.
- [Descartes] Descartes R., "La Dioptrique", 1<sup>ère</sup> édition Leyde 1636, premier et deuxième discours.
- [Dillenseger89] Dillenseger J.-L., "Synthèse d'images par lancer de rayons avec incrément spatial", rapport de stage de D.E.A. Signaux et Images en Biologie et Médecine, Université de Tours, Sept. 1989.
- [Dillenseger91a] Dillenseger J.-L., Hamitouche C., Coatrieux J.-L., "Visualisation d'images tridimensionnelles par lancer de rayons avec interpolation locale", Innov. et Tech. en Biol. et Med., 12, 3, 1991, pp. 244-255.
- [Dillenseger91b] Dillenseger J.-L., Hamitouche C., Coatrieux J.-L., "An Integrated Multi-purpose Ray Tracing Framework for the Visualization of Medical Images", proc. IEEE-EMBS, Orlando, Nov. 1991, pp. 1125-1126.

Références bibliographiques

- [Dillenseger92] Dillenseger J.-L., Coatrieux J.-L., "Functional and Morphological Data Fusion in Electroencephalography", proc. of IEEE-EMBS, Paris, Nov. 1992, pp. 2022-2023.
- [Drebin88] Drebin R. A., Carpenter L., Hanrahan P., "Volume Rendering", Computer Graphics (proc. SIGGRAPH), 22, 4, Aug. 1988, pp. 65-74.
- [Duffy86] Duffy F. H., "Topographic Mapping and Brain Electrical Activity", Butherworth, London, London, 1986.
- [Dürer] Dürer A., "Unterweysung der Messung", Nüremberg, 1225-38, Cabinet des Estampes, Bibliothèque Nationale, Paris.
- [Faber88] Faber T. L., "Orientation of 3-D Structures in Medical Images", IEEE trans. on PAMI, 10, 5, Sept. 1988, pp. 626-633.
- [Fant86] Fant K. M., "A Nonaliasing Real-time Spatial Transform Technique", IEEE Comp. Graph. & Appl., 6, 11, Jan. 1986, pp. 71-80
- [Farell85] Farell E. J., Yang W. C., Zupella R. A., "Animated 3-D CT Images", IEEE Comp. Graph. & Appl., 5, 12, Dec 1985, pp. 26-32
- [Faugeras86a] Faugeras O., Hebert M., "The Representation, Recognition and Location of 3D Objects", Int. J. Robotics Res., 5, 3, 1986, pp. 27-52.
- [Faugeras86b] Faugeras O., Toscani G., "The Calibration Problem for Stereo", proc. of IEEE-CVPR, Miami Beach, June 1986, pp. 15-20.
- [Feiner90] Feiner S., Beshers C., "Visualizing n-Dimensional Virtual Worlds with n-Vision", Computer Graphics, 24, 2, March 1990, pp. 37-38.
- [Fisher88] Fisher S. et al., "Virtual Environments Interface Workstation", proc. Human Factors Soc. Ann. Meeting 1988.
- [Flifla88] Flifla J., Collorec R., Bouliou A., Coatrieux J.-L., "Three-Dimensional Positioning from Multimodality Medical Imaging", proc. of IEEE-EMBS, New Orleans, Nov. 1988, pp. 422-423.
- [Flifla91] Flifla J., "Contribution au recalage d'images 2D et 3D; application en biologie et médecine", Thèse de l'Université de Rennes I, 1991.
- [Flifla92] Flifla J., Dillenseger J.-L., Haigron P., Coatrieux J.-L., "Quaternion based Registration Method in Medical Imaging", proc. of International Biomedical Engineering Days, Istanbul, Aug. 1992, pp. 161-165.
- [Foley82] Foley J. D., Van Dam A., "Fundamentals of Interactive Computer Graphics", Addison-Wesley ed., 1982.
- [Foley90] Foley T. A., Lane D. A., Nielson G. M., Ramaraj R., "Visualizing a Function over a Sphere", IEEE Comp. Graph. & Appl., 10, 1, Jan. 1990, pp. 32-40.

- [Frederick90] Frederick C., Schwartz E. L., "Brain Peeling : Viewing the Inside of a Lamina Three-Dimensional Solid", *The Visual Computer*, 6, 1990, pp. 37-49.
- [Frey91] Frey P., Gautherie M., "Génération automatique d'un maillage 3D dans un ensemble de voxels", *Innov. et Tech. en Biol. et Med.*, 12, 4, 1991, pp. 428-442.
- [Frieder85] Frieder G., Gordon D., Reynolds R. A., "Back-to-Front Display of voxel-Based Objects", *IEEE Comp. Graph. & Appl.*, 5, 1, Jan. 1985, pp. 52-60.
- [Fuchs77] Fuchs H., Kedem Z. M., Uselton S. P., "Optimal Surface Reconstruction from Planar Contours", *comm. of ACM*, 20, 10, Oct. 1977, p. 693.
- [Fuchs89] Fuchs H. et al., "Pixel-Plane 5 : A Heterogeneous Multiprocessor Graphics System Using Processor-Enhanced Memory", *Computer Graphics (proc. SIGGRAPH)*, 23, 3, July 1989, pp. 79-88.
- [Fuchs90] Fuchs H., "Systems for Display of Three-Dimensional Medical Image Data", *3-D Imaging in Medicine (proc. of NATO Adv. Res. Works. on 3-D Imaging in Medicine, Travemünde)*, NATO ASI, vol. F60, Springer Verlag, June 1990, pp. 315-331.
- [Fujimoto86] Fujimoto A., Tanaka T., Iwata K., "ARTS : Accelerated Ray-Tracing System", *IEEE Comp. Graph. & Appl.*, 6, 4, April 1986, pp. 16-26.
- [Garreau88] Garreau M., "Signal, image et intelligence artificielle. Application à la décomposition du signal électromyographique et à la reconstruction et l'étiquetage 3-D des structures vasculaires", *Thèse de l'Université de Rennes I*, Oct. 1988.
- [Geddes67] Geddes L. A., Baker L. E., "The Specific Resistance of Biological Materials - A Compendium of Data for the Biomedical Engineer and Physiologist", *Med. Biol. Eng.*, 5, 1967, pp. 271-293.
- [Gerig90] Gerig G., Kikinis R., Jolesz F. A., "Image Processing of Routine Spin-echo MR Images to Enhance Vascular Structures : Comparison with MR Angiography", *3-D Imaging in Medicine (proc. of NATO Adv. Res. Works. on 3-D Imaging in Medicine, Travemünde)*, NATO ASI, vol. F60, Springer Verlag, June 1990.
- [Gibaud83] Gibaud B., "Etude et réalisation d'un système d'analyse d'informations radiologiques tridimensionnelles tomodensitométriques stéréotaxiques et stéréoscopiques", *Thèse de l'Université de Rennes I*, 1983.
- [Glassner84] Glassner A. S., "A Space Subdivision for Fast Ray-Tracing", *IEEE Comp. Graph & Appl.*, 4, 10, Oct. 1984, pp. 15-22.
- [Glassner89] Glassner A. S., "An Introduction to Ray Tracing", *Academic Press*, 1989.
- [Goodsell89] Goodsell D. S., Mian S., Olson A. J., "Rendering Volumetric Data in Molecular systems", *J. of Mol. Graphics*, 7, March 1989, pp. 41-47.

Références bibliographiques

- [Goldwasser85] Goldwasser S. M., Reynolds R.A., Bapty T., Barraff D., Summers S., Talton D. A., Walsh E., "Physician's Workstation with Real-Time Performances", IEEE Comp. Graph. & Appl., 5, 12, Dec. 1985, pp. 44-56.
- [Gordon85] Gordon D., Reynolds R. A., "Image Shading of Three-Dimensional Objects", CVGIP, 39, 1985, pp. 361-376.
- [Gorral 84] Gorral C. M., Torrance K. E., Greenberg D. P., Bataile B., "Modeling the Interaction of Light between Diffuse Surfaces", Computer Graphics (proc. SIGGRAPH), 18, 3, July 1984, pp. 213-221.
- [Graham65] Graham C., "Vision and Visual Perception", Wiley, New-York, 1965.
- [Green89] Green S. A., Paddon D. J., "Exploiting Coherence for Multiprocessor Ray Tracing", IEEE Comp. Graph. & Appl., 9, 6, Nov. 1989, pp. 12-26.
- [Hadden90] Hadden J. F., Boyce J. F., "Image Segmentation by Unifying Region and Boundary Information", IEEE trans. on PAMI, 12, 10, Oct. 1990, pp. 929-948.
- [Haigron91] Haigron P., Collorec R., "Numérisation automatique à partir de vues stéréoscopiques fortement déformées", proc. 13<sup>ème</sup> colloque GRETSI, Juan-les-Pins, Sept. 1991, pp. 801-804.
- [Haines86] Haines E. A., Greenberg D. P., "The Light-Buffer : a Shadow Testing Accelerator", IEEE Comp. Graph. & Appl., 6, 9, Sept. 1986, pp. 6-16.
- [Hall83] Hall R., Greenberg D. P., "A Test Bed for Realistic Images", IEEE Comp. Graph. & Appl., 3, 10, Oct. 1983, pp. 10-20.
- [Hall86] Hall R., "A Characterization of Illumination Models and Shading Techniques", the Visual Computer, 2, 1986, pp. 261-277.
- [Hamitouche88] Hamitouche C., "Modélisation de courbes, de surfaces et de volumes : application à l'imagerie médicale", Rapport de D.E.A. de Traitement du Signal, Université de Rennes I, Juin 1988.
- [Hamitouche91a] Hamitouche C., Dillenseger J.L., Bruno A., Coatrieux J.L., "Combining 3-D Processing and Ray Tracing", poster, CAR 91, Berlin, Juil. 1991.
- [Hamitouche91b] Hamitouche C., "Analyse d'images médicales tridimensionnelles : application à l'extraction de structures anatomiques", Thèse de l'Université de Rennes I, Nov. 1991.
- [Handels90] Handels H., Hiestermann A., Tolxdorff T., Thron A., Bohndorf K., Manfredeis M., "Automatic Segmentation of Tissue in 3D Voxel Space Based on Multidimensional MR Parameters Histogram", Society of Magnetic Resonance in Medicine (SMRM), 1990, p. 556.
- [Hanrahan83] Hanrahan P., "Ray Tracing Algebraic Surfaces", Computer Graphics (proc. SIGGRAPH), 17, 3, July 1983, pp. 83-90.

- [Hanson92] Hanson A. J., Heng P. A., "Illuminating the Fourth Dimension", IEEE Comp. Graph. & Appl., 12, 4, July 1992, pp. 54-62.
- [Hebert83] Hebert M., "Reconnaissance de formes tridimensionnelles", Thèse de l'Université de Paris Sud, Orsay, 1983.
- [Heckbert84] Heckbert P. S., Hanrahan P., "Beam Tracing Polygonal Objects", Computer Graphics (proc. SIGGRAPH), 18, 3, July 1984, pp. 119-127.
- [Heckbert86] Heckbert P. S., "Survey of Texture Mapping", IEEE Comp. Graph. & Appl., 6, 11, Nov. 1986, pp. 56-67.
- [Helman91] Helman J. L., Hesselink L., "Visualizing Vector Fields Topology in Fluid Flows", IEEE Comp. Graph. & Appl., 11, 3, May 1991, pp. 36-46.
- [Herman77] Herman G. T., Liu H. K., "Display of 3-D Information in Computed Tomography", J. Comp. Ass. Tomog., 1, 1977, pp. 155-160.
- [Herman80] Herman G. T., "Image Reconstruction from Projections. The Fundamentals of Computerized Tomography", Academic Press, New-York, 1980.
- [Herman83] Herman G. T., Udupa J. K., "Display of 3-D Digital Images : Computational Foundation and Medical Applications", IEEE Comp. Graph. & Appl., 3, 5, May 1983, pp. 34-46.
- [Herman92] Herman G. T., Zheng J., Bucholtz C. A., "Shape Based Interpolation", IEEE Comp. Graph. & Appl., 12, 3, May 1992, pp. 69-79.
- [Hibbard89] Hibbard W., Santek D., "Visualizing Large Data Sets in the Earth Sciences", IEEE Computer, 22, 8, Aug. 1989, pp. 53-57.
- [Höhne86] Höhne K.-H., Bernstein R., "Shading 3D-images from CT using Gray Level Gradients", IEEE trans. on Med. Imag., 1, March 1986, pp. 45-47.
- [Höhne87] Höhne K.-H., "3-D Bildverarbeitung und Computer-Graphik in der Medizin", Informatik Spectrum, 10, 1987, pp. 192-204.
- [Höhne90] Höhne K.-H., Bomans M., Pommert A., Riemer M., Tiede U., Wiebecke G., "Rendering Tomographic Volumer Data: Adequacy of Methods for Different Modalities and Organs", 3-D Imaging in Medicine (proc. of NATO Adv. Res. Works. on 3-D Imaging in Medicine, Travemünde), NATO ASI, vol. F60, Springer Verlag, June 1990, pp. 197-215.
- [Höhne90] Höhne K.-H., Bomans M., Riemer M., Schubert R., Tiede U., Lierse W., "A volume-based Anatomical Atlas", IEEE Comp. Graph. & Appl., 12, 4, July 1992, pp. 72-79.
- [Horn87] Horn B. K. P., "Closed Form Solution of Absolute Orientation using Unit Quaternions", J. Opt. Soc. Am., 4, 4, April 1987, pp. 629-642.

- [Hu62] Hu M. K., "Visual Pattern Recognition by Moment Invariants", IRE Trans. Inform. Theory, 8, Feb. 1962, pp. 179-187.
- [Huerta83] Huerta M. A., Gonzales G., "The Surface Potentials Produced by Electric Sources in Stratified Spherical and Prolate Spheroid Volume Conductors", Int J. Electronics, 54, 1983, pp. 657-671.
- [Huang91] Huang Y., Steinmetz H., Knorr U., Herzog H., "3-D Matching of Structural (CT, MR) and Functional (PET) Brain Image Data", proc. CAR'91, Berlin, 1991, pp. 229-233.
- [Hubert81] Hubert P. J., "Robust Statistics", John Wiley and Sons, New-York, 1981.
- [Immel86] Immel D.S., Cohen M. F., Greenberg D. P., "A Radiosity Method for Non-Diffuse Environment", Computer Graphics (proc. SIGGRAPH), 30, 4, July 1986, pp. 133-142.
- [James92] James B. J., Sullivan D. M., "Creation of Three-Dimensional Patient Models for Hyperthermia Treatment Planning", IEEE trans. on BME, 39, 3, March 1992, pp. 238-242.
- [Jannin88] Jannin P., "Modélisation, visualisation et manipulation de données volumiques par arbre octal en imagerie médicale", Thèse de l'Université de Rennes I, Juil. 1988.
- [Jannin91] Jannin P., Prevost G., Le Noach R., Coatrieux J.-L., "Conception d'architectures spécialisées pour des stations de travail interactives à base d'octree en imagerie médicale", Innov. et Tech. en Biol. et Med., 12, 2, Avril 1991, pp. 224-232.
- [Jasper58] Jasper H. H., "Report of the Committee on Methods of Clinical Examinations in Electroencephalography", Electroenceph. and Clinic. Neurophys., 10, 1958, pp. 370-375.
- [Jin91] Jin X., Kimaru M., Yokoi S., Toriwaki J.-I., "An Interactive Visualization System for Three Dimensional Medical Images Based on the Density Reprojection Method", Journal of Visual Communication and Image Representation, 2, 4, Dec. 1991, pp. 355-364.
- [Kajiya83] Kajiya J. T., "New Techniques for Ray Tracing Procedurally Defined Objects", Computer Graphics (proc. SIGGRAPH), 17, 3, July 1983, pp. 91-102.
- [Kajiya84] Kajiya J. T., Van Herzen B. P., "Ray Tracing Volume Densities", Computer Graphics (proc. SIGGRAPH), 18, 3, July 1984, pp. 165-174.
- [Kajiya86] Kajiya J. T., "The Rendering Equation", Computer Graphics (proc. SIGGRAPH), 20, 4, Aug. 1986, pp. 143-150.
- [Kass87] Kass M., Witkin A., Terzopoulos D., "Snakes : Active Contour Models", proc. Int. Conf. on Comp. Vision, London, 1987, pp. 259-268.

- [Kay86] Kay T. L., Kajiya J. T., "Ray Tracing Complex Scenes", Computer Graphics (proc. SIGGRAPH), 20, 4, Aug. 1986, pp. 256-278.
- [Keppel75] Keppel E., "Approximating Complex Surfaces by Triangulation of Contour Lines", IBM J. Res. Dev., 12, 2, 1975, pp. 2-11.
- [Kim90] Kim R., Aw T., Bacharach S., Bonow R. O., "Correlation of Cardiac MRI and PET Images using Lung Cavities as Landmark", proc. IEEE Computer in Cardiology, 1990, pp. 49-52.
- [Koles89] Koles Z. J., Kasmia A., Paranjape R. B., McLean D. R., "Computed Radial-Current Topography of the Brain: Patterns Associated with the Normal and Abnormal EEG", Electroenceph. and Clinic. Neurophys., 72, 1989, pp. 41-47.
- [Kovacic89] Kovacic S., Gee J. C., Ching W. S. L., Reivich M., Bajcsy R., "Three-Dimensional Registration of PET and CT Images", proc. IEEE-EMBS, Seattle, Nov. 1989.
- [Krüger90] Krüger W., "Volume Rendering and Data Feature Enhancement", Computer Graphics, 24, 5, Nov. 1990, pp. 21-26.
- [Lavallée89] Lavallée S., "Gestes Médico-chirurgicaux Assistés par Ordinateurs : application à la neurochirurgie stéréotaxique", Thèse de l'Université de Grenoble I, Déc. 1989.
- [LeBreton90] Le Breton D., "Anthropologie du Corps et Modernité", Sociologie d'aujourd'hui, PUF, Paris, Fev. 1990.
- [LeBorgne87] Le Borgne M., "Quaternions et contrôle sur l'espace des rotations", Rapport de recherche n° 377, Unité de recherche INRIA-Rennes, Oct. 1987, 56 pages.
- [Lehmann87] Lehmann D., Ozaki H., Pal I., "EEG Alpha Map Series : Brain Micro-States by Space-Oriented Adaptive Segmentation", Electroenceph. and Clinic. Neurophys., 67, 1987, pp. 271-288.
- [Leitner91] Leitner F., Cinquin P., "Dynamic Segmentation : Detection of Complex Topology 3D-Objects", proc. IEEE-EMBS, Orlando, Nov. 1991, pp. 295-296.
- [Levkowitz92] Levkowitz H., Herman G. T., "Color Scales for Image Data", IEEE Comp. Graph. & Appl., 12, 1, Jan. 1992, pp. 72-80.
- [Levoy88] Levoy M., "Display of Surfaces from Volume Data", IEEE Comp. Graph. & Appl., 8, 3, May 1988, pp. 29-37.
- [Levoy89] Levoy M., "Display of Surfaces from Volume Data", Thesis, University of North Carolina at Chapel Hill, 1989.
- [Levoy90] Levoy M., "A Hybrid Ray Tracer for Rendering Polygon and Volume Data", IEEE Comp. Graph. & Appl., 10, 2, March 1990, pp. 33-40.

Références bibliographiques

- [Lewis86] Lewis J. R. T., Sopwitch T., "Measuring the Human Chest with Structured Lightning", *Patt. Rec. Letters*, 4, 5, 1986, pp. 359-366.
- [Lin86] Lin Z. C., Huang T. S., Blostein S. D., Lee H., Margerum E. A., "Motion Estimation from 3-D Points Sets with and without Correspondences", *proc. of IEEE-CVPR*, Miami, 1986, pp. 194-197.
- [Liu77] Liu H. K., "Two and Three Dimensional Boundary Detection", *Comp. Graph. & Im. Proc.*, 6, 1977, pp. 123-134.
- [Lo89] Lo C. H., Don H. S., "3-D Moment Forms : Their Construction and Application to Object Identification and Positioning", *IEEE trans. on PAMI*, 11, 10, Oct 1989, pp. 1053-1064.
- [Lorensen87] Lorensen W. E., Cline H. E., "Marching Cube: a High Resolution 3D Surface Construction Algorithm", *Computer Graphics (proc. SIGGRAPH)*, 21, 4, July 1987, pp. 163-169.
- [Luo86] Luo L. M., "Reconstruction tridimensionnelle en imagerie médicale à partir de coupes parallèles - Application en imagerie Scanner X et RMN", Thèse de l'Université de Rennes I, juin 1986.
- [Luo92] Luo L. M., Hamitouche C., Dillenseger J.-L., Coatrieux J.-L., "A Moment Based Three Dimensional Edge Operator", accepté à *IEEE trans on BME*.
- [Maze92] Maze A., "Correction non uniforme de l'atténuation en tomographie à émission simple photon", Thèse de l'Université de Rennes I, Oct. 1992.
- [McCann88] McCann H. A., Sharp J. C., Kinter T. M., Neil McEwan C., Barillot C., Greenleaf J. F., "Multidimensional Ultrasonic Imaging for Cardiology", *Proceedings of the IEEE*, 76, 9, Sept. 1988, pp. 1063-1073.
- [Macovski83] Macovski A., "Medical Imaging Systems", *Information and System Sciences Series*, Prentice-Hall, 1983.
- [Maegher82] Maegher D. J., "Geometric Modeling using Octree Encoding", *Comp. Graph. & Im. Proc.*, 10, 1982, pp. 129-147.
- [Maegher85] Maegher D. J., "Application of Octree Techniques to 3-D Medical Imaging", *proc. of IEEE-EMBS*, Chicago, Nov. 1985, pp. 612-615.
- [Maguire91] Maguire G. Q., Noz M. E., Rusinek H., Jaeger J., Kramer E. L., Sanger J. J., Smith G., "Graphics Applied to Medical Image Registration", *IEEE Comp. Graph. & Appl.*, 11, 2, March 1991, pp. 20-28.
- [Marque90] Marque I., "Segmentation d'images médicales tridimensionnelles basée sur une modélisation continue du volume", Thèse de l'Université de Grenoble I, Dec. 1990.

Références bibliographiques

- [Max86] Max N. L., "Light Diffusion through Clouds and Haze", CVGIP, 33, 1986, pp. 280-292.
- [Meijs87] Meijs J. W. H., Peters M. J., "The EEG and MEG, Using a Model of Eccentric Spheres to Describe the Head", IEEE trans. on BME, 34, 12, Dec. 1987.
- [Mitchell87] Mitchell D., "Generating Antialiased Images at Low Sampling Densities", Computer Graphics (proc. SIGGRAPH), 21, 4, July 1987, pp. 65-72.
- [Mihalisin91] Mihalisin T., Timlin J., Schwegler J., "Visualizing Multivariate Functions, Data and Distributions", IEEE Comp. Graph. & Appl., 11, 3, May 1991, pp. 28-35.
- [Monga87] Monga O., Wrobel B., "Segmentation d'images : vers une méthodologie", Traitement du signal, 4, 3, 1987, pp. 169-193.
- [Monga88] Monga O., Deriche R., "3D Edge Detection using Recursive Filtering : Application to Scanner Images", Rapport de recherche N° 930, INRIA, Nov. 1988.
- [Morgenthaler81a] Morgenthaler D.G., Rosenfeld A., "A Multidimensional Edge Detection by Hypersurface Fitting", IEEE trans. on PAMI, 3, 4, July 1981, pp. 482-486.
- [Morgenthaler81b] Morgenthaler D.G., Rosenfeld A., "Surfaces in Three-dimensional Digital Images", Information Control 51, 1981, pp. 227-247.
- [Murakami90] Murakami K., Hirota K., "Incremental Ray Tracing", Eurographics Workshop on Photo Simulation, Realism and Physics in Computer Graphics, Rennes, France, June 1990, pp 15-29.
- [Murphy88] Murphy S. B., Kijewsky P. K., Millis M. B., Hall J. E., Simon S. R., Chandler H. P., "The Planning of Orthopaedic Reconstructive Surgery using Computer-Aided Simulation and Design", Comp. Med. Imag. and Graphics, 12, 1, 1988, pp. 33-45.
- [Myslobodsky89] Myslobodsky M. S., Bar-Ziv J., "Locations of Occipital EEG Electrodes Verified by Computed Tomography", Electroenceph. and Clinic. Neurophys., 72, 1989, pp. 362-366.
- [Ney90] Ney D. R., Fischman E. K., Magid D., Drebin R. A., "Volumetric Rendering of Computing Data : Principles and Techniques", IEEE Comp. Graph. & Appl., 10, 2, March 1990, pp. 24-32.
- [Niblack90] Niblack W., Petkovic D., "On Improving the Accuracy of Hough Transform", Machine Vision and Applications, 3, 1990, pp.87-106.
- [Nielson91] Nielson G. M., Foley T. A., Hamann B., Lane D., "Visualizing and Modeling Scattered Multivariate Data", IEEE Comp. Graph. & Appl., 11, 3, May 1991, pp. 47-55.

*Références bibliographiques*

- [Nishita87] Nishita T., Miyawaki Y., Nakamae E., "A Shading Model for Atmospheric Scattering Considering Luminous Intensity Distribution of light sources", Computer Graphics (proc. SIGGRAPH), 21, 4, July. 1987, pp. 303-310.
- [NRC88] Press W. H., Flannery B. P., Teukolsky S. A., Vetterling W. T., "Numerical Recipes in C", Cambridge University Press, 1988.
- [Ohta87] Ohta M., Maekawa M., "Ray Coherence Theorem and Constant Time Ray Tracing Algorithm", Computer Graphics, (proc. of CG International'87), ed. Kunni T. L., 1987, pp. 303-314.
- [Oostendorp89] Oostendorp T. H., Van Oosterom A., "Source Parameter Estimation in Inhomogeneous Volume Conductors on Arbitrary Shape", IEEE trans. on BME, 36, 3, March 1989, pp. 382-391.
- [Parmett91] Parmett S., Laxminarayan S., Majidi M., Reantragoon S., Blumenfrucht S., Coatrieux J.-L., Dillenseger J.-L., Jessup M., "3D Visualization Program for Medical Imaging Applications in Clinical Medicine and Education", proc. of IEEE-EMBS, Orlando, Nov. 1991, pp. 1135-1136.
- [Payne90] Payne B. A., Toga A. W., "Surface Mapping Brain Function on 3D Models", IEEE Comp. Graph. & Appl., 10, Sept. 1990, pp. 33-41.
- [Payne92] Payne B. A., Toga A. W., "Distance Field Manipulation of Surface Models", IEEE Comp. Graph. & Appl., 12, 1, Jan. 1992, pp. 65-71.
- [Pelizzari89] Pelizzari C. A., Chen G. T. Y., Spelbring D. R., Weichselbaum R. R., Chen C. T., "Accurate Three-Dimensional Registration of CT, PET and/or MR Images of the Brain", J. Comp. Ass. Tomog., 13, 1989, pp. 20-26.
- [Perrin87] Perrin F., Bertrand O., Pernier J., "Scalp Current Density Mapping : Value and Estimation from Potential Data", IEEE trans. on BME, 34, 4, April 1987, pp. 283-288.
- [Perrin89] Perrin F., Pernier J., Bertrand O., Echallier J.-F., "Spherical Splines for Scalp Potential and Current Density Mapping", Electroenceph. and Clinic. Neurophys., 72, 1989, pp. 184-187.
- [Piket-May92] Piket-May M. J., Taflove A., Lin W.-C., Katz D. S., Sathiaselan V., Mittal B. B., "Initial Results for Automated Computational Modeling for Patient-Specific Electromagnetic Hyperthermia", IEEE trans. on BME, 39, 3, March 1992, pp. 226-237.
- [Pilkington85] Pilkington T. C., Morrow M. N., Stanley P. C., "A Comparison of Finite Element Method and Integral Equation Formulations for Calculation of Electrocardiographic Potentials", IEEE trans. on BME, 32, 1985, pp. 166-173.
- [Plunkett85] Plunkett D. J., Bailey M. J., "The Vectorization of a Ray Tracing Algorithm for Improved Execution Speed", IEEE Comp. Graph. & Appl., 5, 8, Aug. 1985, pp. 52-60.

Références bibliographiques

- [Porter84] Porter T., Duff T., "Compositing Digital Images", Computer Graphics (proc. SIGGRAPH), 18, 3, July 1984, pp. 253-259.
- [Pottmann90] Pottmann H., Eck M., "Modified Multiquadratic Method for Scattered Data Interpolation over a Sphere", Computer Aided Geometric Design, 7, 1-4, June 1990, pp. 313-322.
- [Pratt74] Pratt W., "Correlation Techniques of Image Registration", IEEE trans. on AES, 10, 3, May 1974, pp. 353-358.
- [Raimbaud90] Raimbaud P., "Irradiation stéréotaxique multifaisceaux de deuxième génération", Thèse CNAM, Rennes, Mars 1990.
- [Raya90] Raya S., Udupa J. K., "Shape-based Interpolation of Multidimensional Objects" IEEE trans. on Med. Imag., 9, 1, March 1990, pp. 33-42.
- [Reuzé92] Reuzé P., Dillenseger J.-L., Coatrieux J.-L., "Détection et quantification de vaisseaux en IRM par l'utilisation des moments géométrique 3D", rapport interne, Laboratoire Traitement du Signal et de l'Image, Université de Rennes I, Août. 1992, 19 pages.
- [Reyes-Avila90] Reyes-Avila L., "Quaternions : une représentation paramétrique systématique des rotation finies", Rapport de recherche n° 1303, Unité de recherche INRIA-Rocquencourt, Oct. 1990, 43 pages.
- [Reyes-Avila90] Reyes-Avila L., "Quaternions : une représentation paramétrique systématique des rotation finies. Partie II quelques applications", Rapport de recherche n° 1454, Unité de recherche INRIA-Rocquencourt, Juin. 1991, 43 pages.
- [Rhodes87a] Rhodes M. L., Kuo Y. M., Rothman S. L. G., Woznick L., "An Application of Computer Graphics and Networks to Anatomic Model and Prosthesis Manufacturing", IEEE Comp. Graph. & Appl., 7, 2, Feb. 1987, pp. 12-15.
- [Rhodes87b] Rhodes M. L., Kuo Y. M., Rothman S. L. G., Woznick L., "Computer Graphics and Communication for Anatomic Model and Prosthesis Manufacturing", Innov. et Tech. en Biol. et Med., 8, 1, 1987, pp. 52-66.
- [Rhodes88] Rhodes M. L., Kuo Y. M., "Simple 3D Image Synthesis Techniques from Serial Planes", SPIE, vol. 914, Medical Imaging II, 1988, pp. 1286-1290.
- [Ritman87] Ritman E. L., "Three-Dimensional Anatomy and Function of the Pulmonary Artery Tree : Overview of Results with the Dynamic Spatial Reconstructor", Innov. et Tech. en Biol. et Med., 8, 1, 1987, pp. 55-63.
- [Robb88] Robb R., Barillot C., "Interactive 3-D Display and Analysis", SPIE, vol. 939, Hybrid Image and Signal Processing, 1988, pp. 173-202.
- [Robb89] Robb R., Barillot C., "Interactive Display and Analysis of 3-D Medical Images", IEEE trans on Medical Imaging, 8, 3, Sept. 1989, pp. 217-226.

*Références bibliographiques*

- [Roberts86] Roberts D. W., Strohbein J. W., Hatch J. F. et al., "A Frameless Stereotactic of Computerized Tomographic Imaging and the Operating Microscope", *J. Neurosurg.*, 65, 1986, pp. 545-549.
- [Robertson86] Robertson P. K., O'Callaghan J. F., "The Generation of Color Sequences for Univariate and Bivariate Mapping", *IEEE Comp. Graph. & Appl.*, 6, 2, Feb. 1986, pp. 24-32.
- [Robertson88] Robertson P. K., "Visualizing Color Gamuts : A User Interface for the Effective Use of Perceptual Color Spaces in Data Display", *IEEE Comp. Graph. & Appl.*, 8, 5, Sept. 1988, pp. 50-64.
- [Robertson91] Robertson P. K., "A Methodology for Choosing Data Representation", *IEEE Comp. Graph. & Appl.*, 11, 3, May 1991, pp. 56-66.
- [Rong89] Rong J. H., "Estimation et caractérisation du mouvement en coronarographie", Thèse de l'Université de Rennes I, Oct. 1989.
- [Rosenblum89] Rosenblum L. J., "Visualizing Oceanographic Data", *IEEE Comp. Graph. & Appl.*, 9, 3, May 1989, pp. 14-19.
- [Rougée88] Rougée A., Hanson K., Saint Felix D., "Comparison of Algorithms for Vascular Reconstruction", *proc. SPIE, Medical Imaging 2*, Newport Beach, 1988, pp. 397-405.
- [Roux90] Roux C., Coatrieux J.-L., "Some Trends in 3D Medical Imaging", tutorial 7, V<sup>th</sup> European Signal Processing Conference, Barcelone, Sept. 90, pp. 55-63.
- [Ruan92] Ruan S., Bruno A., Collorec R., Coatrieux J.-L., "3D Motion and Reconstruction of Coronary Networks", *proc. IEEE-EMBS*, Paris, Nov. 1992, pp. 2048-2049.
- [Rubin80] Rubin S., Whitted T., "A Three-Dimensional Representation for Fast Rendering of Complex Scenes", *Computer Graphics*, 14, 3, July 1980, pp. 110-116.
- [Rush69] Rush S., Discoll D. A., "EEG Electrode Sensivity - An Application of Reciprocity", *IEEE trans. on BME*, 16, 1, 1969, pp. 15-22.
- [Sabella88] Sabella P., "A Rendering Algorithm for Visualizing 3D Scalar Fields", *Computer Graphics (proc. SIGGRAPH)*, 22, 4, Aug. 1988, pp. 51-58.
- [StFelix90] Saint-Felix D., Troussset Y., Picard C., Rougée A., "3D Reconstruction of High Contrast Objects using a Multi-Scale Detection/Estimation Scheme", *3-D Imaging in Medicine (proc. of NATO Adv. Res. Works. on 3-D Imaging in Medicine, Travemünde)*, NATO ASI, vol. F60, Springer Verlag, June 1990, pp. 147-158.
- [StFelix92] Saint-Felix D., Picard C., Ponchut C., Roméas R., Rougée A., Troussset Y. et al., "A New System for 3D Computerized X-Ray Angiography : First In Vivo Results", *proc. IEEE-EMBS*, Paris, Nov. 1992, pp. 2051-2052.

- [Saito90] Saito T., Takahashi T., "Comprehensible Rendering of 3-D Shapes", *Computer Graphics (proc. SIGGRAPH)*, 24, 4, Aug. 1990, pp. 197-206.
- [Samet88] Samet H., Webber R. E., "Hierarchical Data Structures and Algorithms for Computer Graphics, Part I: Fundamentals/Part II: Applications", *IEEE Comp. Graph. & Appl.*, 8, 5/6, May/July 1988, pp. 48-68/59-75.
- [Schallenbrand77] Schallenbrand G., Wahren W., "Atlas for Stereotaxy of the Human Brain", Thieme, Stuttgart, 1977.
- [Schiers89] Schiers C., Tiede U., Höhne K.-H., "Interactive 3-D Registration of Image Volumes from Different Sources", *proc. CAR'89*, Berlin, 1989, pp. 666-670.
- [Schlüsselberg86] Schlüsselberg D. S., Smith W. K., "Three Dimensional Display of Medical Image Volumes", *proc. NCGA'86*, Anaheim, CA, vol. III, May 1986, pp. 114-123.
- [Schlüsselberg88] Schlüsselberg D. S., Smith W. K., Woodward D. J., Parkey R. W., "Use of Computed Tomography for a Three-Dimensional Treatment Planning System", *Comp. Med. Imag. and Graphics*, 12, 1, 1988, pp. 25-32.
- [Schwartz88] Schwartz E. L., Merker B., Wolfson E., Shaw A., "Applications of Computer Graphics and Images Processing to 2D and 3D Modeling of the Functional Architecture of Visual Cortex", *IEEE Comp. Graph. & App.*, 8, 4, July 1988, pp. 13-23.
- [Senhadji92] Senhadji L., Carrault G., Bellanger J.-J., Passariello G., "Some New Applications of the Wavelet Transforms", *proc. IEEE EMBS*, Paris, Nov. 1992, pp. 2592-2593.
- [Sequeira87] Sequeira J., Conort P., "Application de la modélisation tridimensionnelle assistée par ordinateur à l'exploration rénale", *Innov. et Tech. en Biol. et Med.*, 8, 1, 1987, pp. 82-91.
- [Sequeira89] Sequeira J., "Modeling Human Organs with Free-Form Surface", *proc. IEEE EMBS*, Seattle, Nov. 1989, p. 1932.
- [Sequin89] Sequin C. H., Smyrl E. K., "Parameterized Ray Tracing", *Computer Graphics (proc. SIGGRAPH)*, 23, 3, July 1989, pp. 307-312.
- [Serra82] Serra J., "Image Analysis and Mathematical Morphology", Academic Press, London, 1982, p. 428.
- [Shinya87] Shinya M., Takahashi T., Naito S., "Principles and Applications of Pencil Tracing", *Computer Graphics (proc. SIGGRAPH)*, 21, 4, July. 1987, pp. 45-54.
- [Shoemake85] Shoemake K., "Animating Rotation with Quaternion Curves", *Computer Graphics (proc. SIGGRAPH)*, 19, 3, July. 1985, pp. 245-254.

*Références bibliographiques*

- [Simo89] Simo J. C., Marsden J. E., Krishnaprasad P. S., "The Hamilton Structure of non Linear Elasticity ; The Material and Convective Representations of Solids, Rods and Plates", *Archive for Rational Mech. and Anal.*, 1989.
- [Sinon85] Sinon R. L., "Fast Calculation of Exact Radiological Path for a Three-Dimensional CT Array", *Medical Physics*, 12, 2, March 1985, pp. 252-255.
- [SigBadt88] Sig Badt Jr, "Two Algorithms for Tacking Advantage of Temporal Coherence in Ray Tracing", *the Visual Computer*, 4, 1988, pp. 123-132.
- [Siregar89] Siregar P., Le Noach R., Scarabin J.-M., Coatrieux J.-L., "Problème inverse et stabilité en électro-encéphalographie", *Innov. et Tech. en Biol. et Med.*, 10, 6, 1989, pp. 642-658.
- [Siregar91] Siregar P., Le Moulec F., "Modeling the Heart's Electrical Activity : A Qualitative-Analog Approach", *proc. IEEE-EMBS*, Orlando, Nov. 1991, pp. 1092-1093.
- [Siregar92] Siregar P., "Imagerie fonctionnelle électrique du cerveau et modèles de connaissance quantitatifs et qualitatifs. Propositions pour une approche intégrée", Thèse de l'Université de Renne I, Mars 1992.
- [Soufflet91] Soufflet L., Toussaint M., Luthringer R., Gresser J., Minot R., Macher J.-P., "Image Processing on a New Brain Mapping Representation", *Digital Signal Processing - 91*, 1991, pp. 620-625.
- [Speer86] Speer L. R., De Rose T. D., Barsky B. A., "A Theoretical and Empirical Analysis of Coherent Ray Tracing", *Computed Generated Images (proc. of Graphic Interface'85)*, May 1986, pp. 21-25.
- [Spitzer89] Spitzer A. R., Cohen L. G., Fabrikant J., Hallet M., "A Method for Determining Optimal Inter-electrode Spacing for Cerebral Topographic Mapping", *Electroenceph. and Clinic. Neurophys.*, 72, 1989, pp. 356-361.
- [Steinmetz89] Steinmetz H., Fürst G., Meyer B.-U., "Craniofacial Topography within the International 10-20 System", *Electroenceph. and Clinic. Neurophys.*, 72, 1989, pp. 499-506.
- [Stock87] Stock C. J., "The influence of Model Parameters on EEG/MEG Single Dipole Estimation", *IEEE trans. on BME*, 34, 4, April 1987, pp. 289-296.
- [Strauss90] Strauss P. S., "A Realistic Lighting Model for Computer Animators", *IEEE Comp. Graph. & Appl.*, 10, 6, Nov. 1990, pp. 56-64.
- [Sutherland74] Sutherland J. F., Sproull R. F., Shumaker R. A., " A Characterization of Ten Hidden-Surface Algorithms", *Computing Surveys*, 6, 1, March 1974, pp. 1-55.
- [Stuelpnagel64] Stuelpnagel J., "On the Parametrization of the Three Dimensional Rotation Group", *SIAM Review*, 6, 4, 1964, pp. 422-430.

- [Talairach88] Talairach J., Tournoux P., "Co-Planar Stereotactic Atlas for the Human Brain", Springer Verlag, Stuttgart, 1988.
- [Teh88] Teh C. H., Chin R. T., "On Image Analysis by the Method of Moments", IEEE trans. on PAMI, 10, 4, April 1988, pp. 469-513.
- [Terzopoulos88] Terzopoulos D., Witkin A., Kass M., "Constraints on Deformable Models : Recovering 3D Shape and Non Rigid Motion", Artificial Intelligence, 36, 1988, pp. 91-123.
- [Thevenet92] Thevenet M., "Modélisation de l'activité électrique cérébrale par la méthode des éléments finis", Thèse de l'INSA de Lyon, 1992.
- [Thickbroom86] Thickbroom G. W., Davies H. D., Carroll W. M., Mastaglia F. L., "Averaging, Spatio-Temporal Mapping and Dipole Modeling of Focal Epileptic Spikes", Electroenceph. and Clinic. Neurophys., 64, 1986, pp. 274-277.
- [Tiede90] Tiede U., Höhne K.-H., Boomans M., Pommert A., Riemer M., Wiebecke G., "Investigation of Medical 3D Rendering Algorithms", IEEE Comp. Graph. & Appl., 10, 2, March 1990, pp. 41-53.
- [Toennies90] Toennies K., Udupa J. K., Herman G. T., Wornom III I. L., Buchman S. T., "Registration of 3D Objects and Surfaces", IEEE Comp. Graph. & Appl., 10, 3, May. 1990, pp. 52-64.
- [Toga87] Toga A. W., Arnica-Sulze T. L., "Three Dimensional Reconstruction of Brain Physiology", Innov. et Tech. en Biol. et Med., 8, 1, 1987, pp. 92-103.
- [Trousset87] Trousset Y., "Visualisation d'objets médicaux tridimensionnels", Thèse de l'ENST Paris, Sept 1987.
- [Tuy84] Tuy H. K., Tuy L. T., "Direct 2-D Display of 3-D Objects", IEEE Comp. Graph. & Appl., 4, 10, Nov. 1984, pp. 32-34.
- [Udupa82a] Udupa82 J. K., Srihari S. N., Herman G. T., "Boundary Detection in Multidimension", trans. on PAMI, 4, 1, Jan., 1982, pp. 41-50.
- [Udupa82b] Udupa J. K., "Interactive Segmentation and Boundary Surface Formation for 3-D Digital Images", Comp. Graph. & Im. Proc., 18, 1982, pp. 213-225.
- [Uebler91] Uebler J., Abraham-Fuchs K., Gebhardt M., Röhrlein G., Schneider S., "Functional Diagnosis by Combining Biomagnetic Source Localization and Digital Images", proc. of CAR'91, Berlin, 1991, pp. 234-239.
- [Upson88] Upson C., Keeler M., "V-Buffer. Visible Volume Rendering", Computer Graphics (proc. SIGGRAPH), 22, 4, Aug. 1988, pp. 59-64.
- [Upson89] Upson C., Faulhaber T., Kamins D., Laidlaw D., Schleger D., Vroom J., Gurwitz R., Van Dam A., "The Application Visualization System : A Computational

Références bibliographiques

- Environment for Scientific Visualization", IEEE Comp. Graph. & Appl., 9 4, July 1989, pp. 30-42.
- [Valentino91] Valentino D. J., Mazziotta J. C., Huang H. K., "Volume Rendering of Multimodal Images : Applications to MRI and PET Imaging of the Human Brain", IEEE trans. on Medical Imaging, 10, 4, Dec. 1991, pp. 554-561.
- [VanDenElsen91] Van Den Elsen P. A., Viergever M. A., "Fusion of Electromagnetic Source Data and Tomographic Image Data", proc. CAR'91, Berlin, 1991, pp. 240--246.
- [Vannier83] Vannier M. W., Marsh J. L., Warren J. O., "Three-Dimensional Computer Graphics for Craniofacial Surgical Planning and Evaluation", Computer Graphics (proc. SIGGRAPH), 17, 3, July 1983, pp. 263-266.
- [Vannier88] Vannier M. W., Marsh J. L., Biondetti P. R., "Three Dimensional Imaging", Special Issue of Computerized Medical Imaging and Graphics, 12, 1, 1988.
- [Vannier89] Vannier M. W., Pilgram T., Hildebolt C., Marsh J. L., Gilula L., "Diagnostic Evaluation of Three Dimensional CT Reconstruction Methods", proc. CAR'89, Berlin, 1989, pp. 87-91.
- [Vannier91] Vannier M. W., Pilgram T., Bhatia G., Brundsen B., Commean P., "Facial Surface Scanner", IEEE Comp. Graph. & Appl., 11, 6, Nov. 1991, pp. 72-80.
- [Venaille90] Venaille C., "Reconstruction tridimensionnelle de réseaux vasculaires en vision trinoculaire", Thèse de l'ENST Paris, Nov. 1990.
- [Venot84] Venot A., Lebruchec J.-F., Roucayrol J.-C., "A new Class of Similarity Measures for Robust Image Registration", CVGIP, 28, 1984, pp. 176-184.
- [Verbeek91] Verbeek R., Baart A., Marshal G., Gijbels J., Oosterlink A., Svetens P., Vandermeulen D., Delaere D., Bosmans H., "Enhancement of Vascular Network Structures in 3D MRA", Annual Report, Electric Engineering Department, Université Catholique de Louvain, 1991, pp. 179-182.
- [Wallace87] Wallace A. R., Cohen M. F., Greenberg D. P., "A Two Pass Solution to the Rendering Equation : a Synthesis of Ray Tracing and Radiosity Approach", Computer Graphics (proc. SIGGRAPH), 21, 4, July. 1987, pp. 311-320.
- [Wanger92] Wanger L. R., Ferwerda J. A., Greenberg D. P., "Perceiving Spatial Relationships in Computer-Generated Images", IEEE Comp. Graph. & Appl., 12, 3, May 1992, pp. 44-58.
- [Ware88] Ware C., "Color Sequences for Univariate Maps : Theory, Experiments and Principles", IEEE Comp. Graph. & Appl., 8, 5, Sept. 1988, pp. 41-49.
- [Weghorst84] Weghorst H., Hooper G., Greenberg D., "Improved Computational Methods for Ray Tracing", ACM trans. on Graphics, 3, 1, Jan. 1984, pp. 52-69.

*Références bibliographiques*

- [Whitted80] Whitted T., "An Improved Illumination Model for Shaded Display", Comm. of ACM, 23, 6, 1980, pp. 343-349.
- [Wilhelms90] Wilhelms J., Van Gelder A., "Topological Considerations in Isosurface Generation Extended Abstract", Computer Graphics, 24, 5, Nov. 1990, pp. 79-85.
- [Wilson89] Wilson M. W., Mountz J. M., "A Reference System for Neuroanatomical Localization on Functional Reconstructed Cerebral Images", J. Comp. Ass. Tomog., 13, 1, Jan./Feb. 1989, pp. 174-178.
- [Wolfe88] Wolfe R. H., Liu C. N., "Interactive Visualization of 3D Seismic Data : A Volumetric Method", IEEE Comp. Graph. & Appl., 8, 6, July 1988, pp. 24-30.
- [Wolfe92] Wolfe R. H., Needels M., Arias T., Joannopoulos J. D., "Visual Revelations from Silicon Ab Initio Calculations", IEEE Comp. Graph. & Appl., 12, 4, July 1992, pp. 45-52.
- [Wunderlich91] Wunderlich A. P., Strotzer M., Gemeinwieser J., Gerhardt P., "Color-Coded 3D-Reconstruction of Abdominal Organs and Vessels", proc. CAR'91, Berlin, 1991, pp. 187-193
- [Yamashita84] Yamashita Y., Takahashi T., "Use of the Finite Element Method to Determine Epicardial Potentials due to Dipole under a Realistic Torso Model", IEEE trans. on BME, 31, 9, Sept. 1984, pp. 611-621.
- [Yoo92] Yoo T. S., Neumann U., Fuchs H., Pizer S. M., Cullip T., Rhoades J., Whitaker R., "Direct Visualization of Volume Data", IEEE Comp. Graph. & Appl., 12, 4, July 1992, pp. 63-71.
- [Zucker81] Zucker S. W., Hummel R. A., "A Three Dimensional Edge Operator", IEEE trans. on PAMI, 3, 3, May 1981, pp. 324-331.



# ***ANNEXES***

Annexes

**Annexe A**

**Bases de données tridimensionnelles**

organe	1	taille	2	dimension	traitement	utilisation	provenance
coeur	TDM	128 <sup>2</sup> x133	8	p <sub>x</sub> =p <sub>y</sub> =p <sub>z</sub> =e		II-2-3 II-2-5 II-3 III-3	Mayo Clinic Rochester USA
vertèbre	TDM	256 <sup>2</sup> x50	12	p <sub>x</sub> =p <sub>y</sub> =1mm p <sub>z</sub> =e=2mm		II-2-5	Hôpital Sud Rennes
		256 <sup>2</sup> x100	12	p <sub>x</sub> =p <sub>y</sub> =1mm p <sub>z</sub> =e=1mm	interpolation	II-2-5 II-3	
tête	TDM	512 <sup>2</sup> x250	8	p <sub>x</sub> =p <sub>y</sub> =0,5mm p <sub>z</sub> =e=1mm			GE/CGR Paris
		256 <sup>2</sup> x250	8	p <sub>x</sub> =p <sub>y</sub> =1mm p <sub>z</sub> =e=1mm	sous échantil- lonnage des coupes	II-3	
		256 <sup>2</sup> x150	8	" " "	suppression de 100 coupes	IV	
tête	IRM	256 <sup>2</sup> x105	12	base anisotrope		II-2-2 II-2-3	Université de Caroline du Nord Chapel Hill USA
tête	angio IRM	128 <sup>2</sup> x64	12				Magnetech
sphère coupée par un plan		90 <sup>3</sup>	8	base isotrope		objet test II-2-3 II-2-4	image 3D de synthèse

1 : modalités d'acquisition

2 : quantification (nombre de bits)

Dimension :

p<sub>x</sub>, p<sub>y</sub> : taille du pixel

p<sub>z</sub> : distance inter-coupes

e : épaisseur de coupe

**Annexe B**

**Matrices de transformations géométriques**

La matrice de translation  $T_r$  est le reflet du déplacement des centres des deux repères. Si  $\mathbf{t} = (t_x, t_y, t_z)$  est le vecteur entre  $O_{ob}$  et  $O_{ec}$  (§ II-1-4),  $T_r$  s'écrit :

$$T_r = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & 0 & t_y \\ 0 & 0 & 1 & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

La direction de l'observation est exprimée par une matrice de rotation  $R$  entre les deux repères. Elle peut s'écrire en fonction des angles de rotation autour des trois axes :

$$R_{ox}(\theta) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad \text{pour une rotation d'angle } \theta \text{ autour de l'axe } ox$$

$$R_{oy}(\phi) = \begin{vmatrix} \cos \phi & 0 & -\sin \phi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin \phi & 0 & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad \text{pour une rotation d'angle } \phi \text{ autour de l'axe } oy$$

$$R_{oz}(\gamma) = \begin{vmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma & 0 & 0 \\ -\sin \gamma & \cos \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad \text{pour une rotation d'angle } \gamma \text{ autour de l'axe } oz$$

La matrice de mise à l'échelle  $E$  :

$$E = \begin{vmatrix} e_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

où  $(e_x, e_y, e_z)$  sont les facteurs d'échelle associés aux trois axes.

## Annexe C

### Arithmétique du lancer de rayons

Le rayon est une droite dans le repère écran  $R_{ec}$ . Les paramètres de ce rayon sont :

- son point de départ  $P_0 (x_0, y_0, z_0)$ ,
- son vecteur directeur  $\mathbf{d} = [d_x, d_y, d_z]^T$ ,
- une variable  $t$  représentant la position le long du rayon.

Son équation s'écrit :

$$\begin{cases} x(t) = x_0 + d_x.t \\ y(t) = y_0 + d_y.t \\ z(t) = z_0 + d_z.t \end{cases}$$

Si les rayons sont parallèles entre eux et à l'axe  $z_{ec}$ ,  $\mathbf{d}$  vaut  $[0,0,1]^T$ , l'équation du rayon se ramène à :

$$\begin{cases} x(t) = x_0 \\ y(t) = y_0 \\ z(t) = z_0 + t \end{cases}$$

c'est à dire :

$$[x_{ec}(t), y_{ec}(t), z_{ec}(t)] = [x_0, y_0, z_0+t]$$

où :

$x_0$  et  $y_0$  sont les coordonnées du pixel de départ.

Soit  $[R]$  la matrice de rotation et  $\mathbf{T}$  le vecteur de translation qui lient le repère écran  $R_{ec}$  et le repère objet  $R_{ob}$ , les coordonnées du rayon dans le repère objet, pour un  $t$  donné, sont :

$$[x_{ob}(t), y_{ob}(t), z_{ob}(t)] = [R].[x_0, y_0, z_0+t] + \mathbf{T}$$

Cette opération se décompose en trois termes :

$$\begin{cases} x_{ob}(t) = x_0.r_{11} + y_0.r_{21} + (z_0+t).r_{31} + t_x \\ y_{ob}(t) = x_0.r_{12} + y_0.r_{22} + (z_0+t).r_{32} + t_y \\ z_{ob}(t) = x_0.r_{13} + y_0.r_{23} + (z_0+t).r_{33} + t_z \end{cases}$$

avec  $r_{ij}$  les composante de la matrice  $[R]$  et  $t_i$  les valeurs du vecteur  $\mathbf{T}$

La transformation des coordonnées à chaque pas du rayon ralentit le processus. Nous incrémenterons donc directement le rayon dans le repère objet. Cet incrément vaut :

$$\begin{cases} x_{ob}(t_i) - x_{ob}(t_{i-1}) = (t_i - t_{i-1}).r_{31} \\ y_{ob}(t_i) - y_{ob}(t_{i-1}) = (t_i - t_{i-1}).r_{32} \\ z_{ob}(t_i) - z_{ob}(t_{i-1}) = (t_i - t_{i-1}).r_{33} \end{cases}$$

Si nous considérons  $\Delta t = t_i - t_{i-1}$  (pas du rayon), alors nous avons:

$$[x_{ob}(t_i), y_{ob}(t_i), z_{ob}(t_i)] = [x_{ob}(t_{i-1}), y_{ob}(t_{i-1}), z_{ob}(t_{i-1})] + [r_{31}, r_{32}, r_{33}].\Delta t$$

## Annexe D

### Passage de la représentation quaternion à la représentation matricielle

Soit  $q = (\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$ , le quaternion associé à une rotation. La matrice de rotation  $R$  dans la base  $\{i, j, k\}$  est :

$$\begin{bmatrix} \lambda_0^2 + \lambda_1^2 - \lambda_2^2 - \lambda_3^2 & 2(\lambda_1 \lambda_2 - \lambda_0 \lambda_3) & 2(\lambda_0 \lambda_2 + \lambda_1 \lambda_3) \\ 2(\lambda_1 \lambda_2 + \lambda_0 \lambda_3) & \lambda_0^2 + \lambda_2^2 - \lambda_1^2 - \lambda_3^2 & 2(\lambda_2 \lambda_3 - \lambda_0 \lambda_1) \\ 2(\lambda_1 \lambda_3 - \lambda_0 \lambda_2) & 2(\lambda_2 \lambda_3 + \lambda_0 \lambda_1) & \lambda_0^2 + \lambda_3^2 - \lambda_1^2 - \lambda_2^2 \end{bmatrix}$$

### Passage de la représentation matricielle à la représentation quaternion

Soit  $R$  la matrice de rotation, la matrice est unitaire et positive. Les identifications suivantes :

$$\begin{aligned} \text{tr}(R) &= 1 + 2 \cdot \cos\phi \\ 1/2 (R - R^T) &= \sin\phi \cdot \mathbf{n} \end{aligned}$$

où :

$\text{tr}(R)$  représente la trace de  $R$ ,  $\mathbf{n}$  le vecteur unitaire de l'axe de rotation et  $\phi$  la mesure de l'angle de rotation dans l'orientation donnée par  $\mathbf{n}$ ,

nous permettent de définir :

$$\lambda_0 = \sqrt{1 + \text{tr}(R)}$$

$$\text{AS} \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{2 \sqrt{1 + \text{tr}(R)}} (R - R^T)$$

**Annexe E**

**Formalisme de Rodriguez**

Toute rotation vectorielle  $R$  de  $\mathbb{R}^3$  a un axe invariant, de vecteur directeur normé noté  $\mathbf{n}$ . Les vecteurs colinéaires à  $\mathbf{n}$  sont invariants par  $R$ , tandis que les vecteurs orthogonaux subissent une rotation dans le plan orthogonal à  $\mathbf{n}$  d'angle  $\theta$ . On notera  $R(\mathbf{n}, \theta)$  la rotation d'angle  $\theta$  autour de l'axe  $\mathbf{n}$ .

Considérons la figure A-I dans laquelle on considère l'image  $\mathbf{v}'$  d'un vecteur  $\mathbf{v}$  par la rotation  $R$  d'axe  $\mathbf{n}$  et d'angle  $\theta$ . On peut décomposer  $\mathbf{v}$  sous la forme :

$$\mathbf{v} = (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) \mathbf{n} + (\mathbf{v} - (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) \mathbf{n})$$

où :

$\wedge$  et  $\cdot$  représentent les produits vectoriel et scalaire usuels de  $\mathbb{R}^3$ .

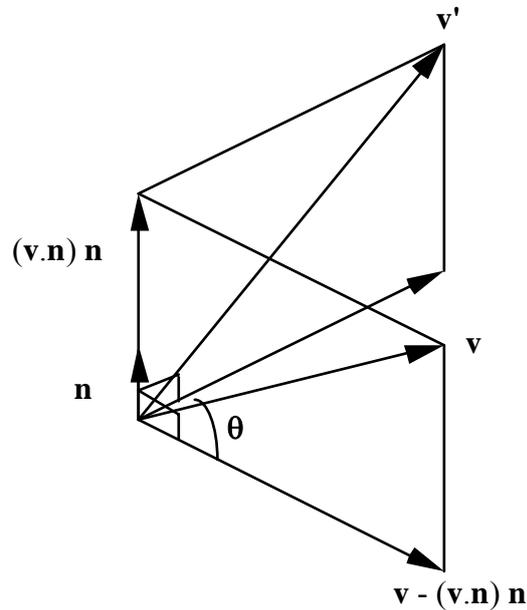


figure A-I

Le premier terme, colinéaire à  $\mathbf{n}$  est invariant par  $R$ , tandis que le second, appartenant au plan perpendiculaire à  $\mathbf{n}$ , subit une rotation plane d'angle  $\theta$  que l'on peut écrire :

$$\cos\theta \cdot (\mathbf{v} - (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) \mathbf{n}) + \sin\theta (\mathbf{n} \wedge (\mathbf{v} - (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) \mathbf{n}))$$

Cela donne :

$$\mathbf{v}' = \cos\theta \cdot \mathbf{v} + \sin\theta \mathbf{n} \wedge \mathbf{v} + (1 - \cos\theta) \mathbf{n} \wedge (\mathbf{n} \wedge \mathbf{v})$$

Ainsi la rotation  $R(\mathbf{n}, \theta)$  peut s'écrire

$$R(\mathbf{n}, \theta) = I + \sin\theta X(\mathbf{n}) + (1 - \cos\theta) X(\mathbf{n})^2$$

où :

$X(\mathbf{n})$  est l'opérateur produit vectoriel par  $\mathbf{n}$ , c'est-à-dire la matrice antisymétrique formée à partir des composantes  $(n_x, n_y, n_z)$  de  $\mathbf{n}$

$$X(\mathbf{n}) = \begin{bmatrix} 0 & -n_z & n_y \\ n_z & 0 & n_x \\ -n_y & n_x & 0 \end{bmatrix}$$

qui permet d'écrire  $\mathbf{n} \wedge \mathbf{v}$  sous la forme du produit matriciel  $X(\mathbf{n}) \mathbf{v}$ .