



# VALIDATION D'UN CODE DE TRANSFERT DE CHALEUR ET D'HUMIDITÉ DANS UNE PAROI SELON LA NORME EN 15026

Sophie Moissette, Marjorie Bart

## ► To cite this version:

Sophie Moissette, Marjorie Bart. VALIDATION D'UN CODE DE TRANSFERT DE CHALEUR ET D'HUMIDITÉ DANS UNE PAROI SELON LA NORME EN 15026. IXème Colloque Interuniversitaire Franco-Québécois sur la Thermique des Systèmes, May 2009, Lille, France. pp.ART-23, 2009. <hal-00801341>

**HAL Id: hal-00801341**

**<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00801341>**

Submitted on 15 Mar 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# VALIDATION D'UN CODE DE TRANSFERT DE CHALEUR ET D'HUMIDITÉ DANS UNE PAROI SELON LA NORME EN 15026

Sophie **MOISSETTE**<sup>a</sup>, Marjorie **BART**<sup>a\*</sup>

<sup>a</sup> LGCGM Laboratoire de Génie Civil et Génie Mécanique, Equipe Matériaux Thermorhéologie, INSA, Rennes, France

## RÉSUMÉ

La simulation numérique des transferts de masse et de chaleur est devenue un outil important pour l'étude du comportement des parois d'un bâtiment que ce soit pour évaluer les performances de différents éléments constitutifs ou pour déterminer l'évolution globale d'un bâtiment dans son environnement. Devant le développement croissant des modèles mis en œuvre pour ces simulations numériques, la norme EN15026 permet de préciser les équations à mettre en œuvre pour le calcul du transfert d'humidité et de chaleur en régime instationnaire ainsi que leurs conditions d'utilisation. Cette norme propose également un exemple de référence destiné à valider un modèle numérique. Cet article présente le modèle numérique développé au laboratoire, nommé TMC et montre qu'il répond aux exigences de cette norme.

**Mots Clés :** *Transfert, Masse, Chaleur, Humidité, Simulation numérique.*

## NOMENCLATURE

### Symboles :

$C_0$  capacité thermique massique du matériau sec,  $J.kg^{-1}.K^{-1}$   
 $C_l$  capacité thermique massique de l'eau liquide,  $J.kg^{-1}.K^{-1}$   
 $C^*$  capacité thermique massique équivalente,  $J.kg^{-1}.K^{-1}$   
 $D_\phi$  coefficient de diffusion liquide,  $kg.m^{-1}.s^{-1}$   
 $g_v$  densité de flux de vapeur,  $kg.m^{-2}.s^{-1}$   
 $g_l$  densité de flux d'eau liquide,  $kg.m^{-2}.s^{-1}$   
 $H$  enthalpie du matériau humide,  $J.m^{-3}$   
 $H_0$  enthalpie du matériau sec,  $J.m^{-3}$   
 $H_l$  enthalpie de l'eau liquide contenue dans le matériau,  $J.m^{-3}$   
 $K$  conductivité liquide,  $kg.m^{-1}.s^{-1}.Pa^{-1}$   
 $K_l$  coefficient de conduction capillaire,  $kg.m^{-1}.s^{-1}.K^{-1}$   
 $l_v$  chaleur latente de changement de phase,  $J.kg^{-1}$   
 $p$  pression partielle de vapeur d'eau, Pa  
 $p_k$  pression de succion capillaire, Pa  
 $p_{sat}$  pression partielle de vapeur saturante, Pa  
 $q$  densité de flux de chaleur,  $W.m^{-2}$

$R_{H_2O}$  constante de gaz parfait de la vapeur d'eau,  $J.kg^{-1}.K^{-1}$   
 $S_v$  terme source,  $W.m^{-3}$   
 $t$  temps, s  
 $T$  température, K  
 $w$  teneur en eau,  $kg.m^{-3}$   
 $x$  coordonnée spatiale, m

### Lettres grecques :

$\delta_p$  perméabilité à la vapeur du matériau humide,  $kg.m^{-1}.s^{-1}.Pa^{-1}$   
 $\delta_a$  perméabilité à la vapeur de l'air,  $kg.m^{-1}.s^{-1}.Pa^{-1}$   
 $\phi$  humidité relative, -  
 $\rho_0$  masse volumique du matériau sec,  $kg.m^{-3}$   
 $\rho_w$  masse volumique de l'eau liquide,  $kg.m^{-3}$   
 $\lambda$  conductivité thermique du matériau humide,  $W.m^{-1}.K^{-1}$   
 $\mu$  facteur de résistance à la diffusion, -

### Indices / Exposants :

$i$  position suivant  $x$   
 $n$  incrément de temps

## 1. INTRODUCTION

Le transfert de masse et de chaleur au sein des matériaux de construction poreux est une préoccupation essentielle pour le confort des habitants. En effet, l'accumulation d'eau dans le matériau peut engendrer divers problèmes : diminution de l'isolation thermique,

moisissure, mauvaise qualité de l'air intérieur,... Il est ainsi nécessaire d'analyser les différents mécanismes de transfert de masse et de chaleur. Les études expérimentales étant longues et relativement coûteuses, beaucoup de modèles ont vu le jour afin de prédire et de résoudre les problèmes liés à l'humidité. Devant le développement croissant des modèles mis en œuvre

\* auteur correspondant

Adresse électronique : [marjorie.bart@univ-rennes1.fr](mailto:marjorie.bart@univ-rennes1.fr)

pour ces prédictions numériques, la norme EN15026 [1], publiée en avril 2008, permet de préciser les équations à mettre en œuvre pour le calcul du transfert d'humidité et de chaleur en régime instationnaire ainsi que leurs conditions d'utilisation. Cette norme propose également un exemple de référence destiné à valider un modèle numérique.

Cet article présente le modèle numérique développé au laboratoire, nommé TMC. Il rappelle ensuite l'exemple de référence fourni par la norme. Les résultats numériques du code TMC ainsi que la solution analytique de la norme sont ensuite comparés.

## 2. PRESENTATION DU MODELE

### 2.1. Hypothèses

Le modèle mis en œuvre est pour l'instant limité à la modélisation du transfert de chaleur et d'humidité en régime instationnaire, au sein d'un matériau poreux monocouche, en configuration 1D. La présence d'eau sous forme solide et le transfert d'air au sein du matériau ne sont pas pris en compte. La température  $T$  et l'humidité relative  $\varphi$  ont été choisies comme potentiels gouvernant ces transferts, conformément aux travaux de Kunzel [2].

On rappelle que l'humidité relative est définie par :

$$\varphi = \frac{p}{p_{\text{sat}}} \quad (1)$$

### 2.2. Equation de conservation de chaleur

Sous les hypothèses définies au 2.1, l'équation de conservation de chaleur prend la forme suivante :

$$\frac{\partial H}{\partial t} = -\frac{\partial q}{\partial x} + S_v \quad (2)$$

Le premier terme traduit l'accumulation de chaleur au sein du matériau humide. Il correspond à la variation de la somme de l'enthalpie du matériau sec  $H_0$  et de l'enthalpie de l'eau contenue dans le matériau sous forme vapeur ou liquide. Compte tenu de sa faible masse volumique, la contribution liée à la présence d'eau sous forme vapeur est négligeable devant les autres termes. Ces enthalpies s'expriment en fonction des capacités thermiques massiques, soit :

$$H_0 = \rho_0 \cdot C_0 \cdot T \quad (3)$$

$$H_1 = w \cdot C_1 \cdot T \quad (4)$$

On obtient donc :

$$H = (\rho_0 \cdot C_0 + w \cdot C_1) T \quad (5)$$

que l'on écrit sous la forme :

$$H = \rho_0 \cdot C^* \cdot T \quad (6)$$

avec

$$C^* = C_0 + \frac{w}{\rho_0} \cdot C_1 \quad (7)$$

Le deuxième terme, peut s'explicitier par la loi de Fourier définissant la densité de flux de chaleur suivant la relation :

$$q = -\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \quad (8)$$

La conductivité thermique du matériau humide est prise comme une relation, le plus souvent linéaire, de la conductivité thermique du matériau sec  $\lambda_0$  en fonction de la teneur en eau volumique  $w$  [3], [4], [5]. En pratique, cette relation est établie à partir de mesures de conductivité thermique réalisées sur le matériau à différentes humidités.

Le dernier terme correspond au terme source  $S_v$ , définissant le flux d'enthalpie dû au mouvement d'humidité et au changement de phase vapeur/eau liquide. Il s'écrit :

$$S_v = -I_v \cdot \frac{\partial g_v}{\partial x} \quad (9)$$

La chaleur latente  $I_v$  de changement de phase est prise égale à 2500 kJ.kg<sup>-1</sup>.

Compte tenu des relations (2), (6), (8) et (9), l'équation de conservation de la chaleur prend alors la forme classique suivante :

$$\rho_0 C^* \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + I_v \frac{\partial}{\partial x} (g_v) \quad (10)$$

### 2.3. Equation de conservation de la masse

L'équation de conservation de la masse prend, sous les hypothèses définies au 2.1, la forme suivante :

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} (g_l + g_v) \quad (11)$$

La diffusion de vapeur d'eau dans l'air, en supposant que l'air humide soit un gaz parfait, est décrite suivant la loi de Fick par :

$$g_v = -\delta_a \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \quad (12)$$

Cette relation reste valable si le matériau offre des pores de très grande taille. Dans le cas contraire, il faut tenir compte du phénomène d'effusion (collision entre les molécules de vapeur et les parois des pores). Cet effet de la structure porale du matériau est pris en compte par l'introduction d'un facteur de résistance de diffusion noté  $\mu$ . L'équation (12) devient :

$$g_v = -\frac{\delta_a}{\mu} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} = -\delta_p \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \quad (13)$$

Des études expérimentales ont montré que la perméabilité à la vapeur  $\delta_p$  dépend de la teneur en eau  $w$  du matériau [6], [7].

Basé sur la loi de Darcy décrivant l'écoulement laminaire à travers des milieux poreux saturés, le transfert d'eau liquide peut s'écrire :

$$g_l = K \frac{\partial p_k}{\partial x} \quad (14)$$

La pression capillaire  $p_k$  est liée à l'humidité relative par la loi de Kelvin :

$$\varphi = \exp\left(\frac{-p_k}{\rho_w R_{H_2O} T}\right) \quad (15)$$

En supposant que le transfert d'eau liquide sous gradient de température est négligeable devant le transfert sous gradient d'humidité, les relations (14) et (15) conduisent à :

$$g_l = -K_1 \frac{T}{\varphi} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial x} = -D_\varphi \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial x} \quad (16)$$

Le coefficient de diffusion liquide  $D_\varphi$  est modélisé de façon empirique en fonction du degré d'humidité du matériau conformément aux propositions de Kunzel [2]. Cependant pour la simulation du cas de référence de la norme, ce coefficient est calculé directement à partir des données fournies, sans nécessiter l'appel à ces modèles.

Compte tenu des relations (11), (13) et (16), l'équation de conservation de la masse est donnée par :

$$\frac{dw}{d\varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \delta_p \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( D_\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) \quad (17)$$

La dérivée  $dw/d\varphi$  est obtenue à partir des isothermes de sorption et des courbes de succion définissant la relation  $w = f(\varphi)$  qui décrit le stockage de l'humidité au sein du matériau.

Selon les relations (1), (10), (13) et (17), les équations de conservation de masse et de chaleur forment un système d'équations couplées qui, dans le cas général, ne présente pas de solution analytique. Ce système d'équation s'écrit sous la forme :

$$\rho_0 C^* \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + I_v \frac{\partial}{\partial x} \left( \delta_p \frac{\partial (\varphi \cdot p_{sat})}{\partial x} \right) \quad (18)$$

$$\frac{dw}{d\varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \delta_p \frac{\partial (\varphi \cdot p_{sat})}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( D_\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) \quad (19)$$

#### 2.4. Discrétisation des équations différentielles

La résolution numérique du système d'équations couplées est basée sur une discrétisation selon la méthode des volumes finis associée à un algorithme de résolution de type TDMA.

La figure 1 indique les notations utilisées. La discrétisation temporelle est basée sur une formulation implicite et un schéma centré d'ordre un est adopté pour la discrétisation spatiale.

Les discrétisations temporelle et spatiale de l'équation (18) donnent la relation suivante :

$$T_i^{n+1} \cdot a(i) = T_{i+1}^{n+1} \cdot b(i) + T_{i-1}^{n+1} \cdot c(i) + d(i) \quad (20a)$$

avec

$$d(i) = \rho_0 C_i^* \frac{\delta x}{\delta t} T_i^n + S_v(i) \quad (20b)$$

$$c(i) = \frac{\lambda_w}{\delta x_w} \quad (20c)$$

$$b(i) = \frac{\lambda_e}{\delta x_e} \quad (20d)$$

$$a(i) = \frac{\lambda_e}{\delta x_e} + \frac{\lambda_w}{\delta x_w} + \rho_0 C_i^* \frac{\delta x}{\delta t} \quad (20e)$$

$$S_v(i) = I_v \cdot \delta_{pe} \cdot \frac{\varphi_{i+1} P_{sat,i+1} - \varphi_i P_{sat,i}}{\delta x_e} - I_v \cdot \delta_{pw} \cdot \frac{\varphi_i P_{sat,i} - \varphi_{i-1} P_{sat,i-1}}{\delta x_w} \quad (20f)$$

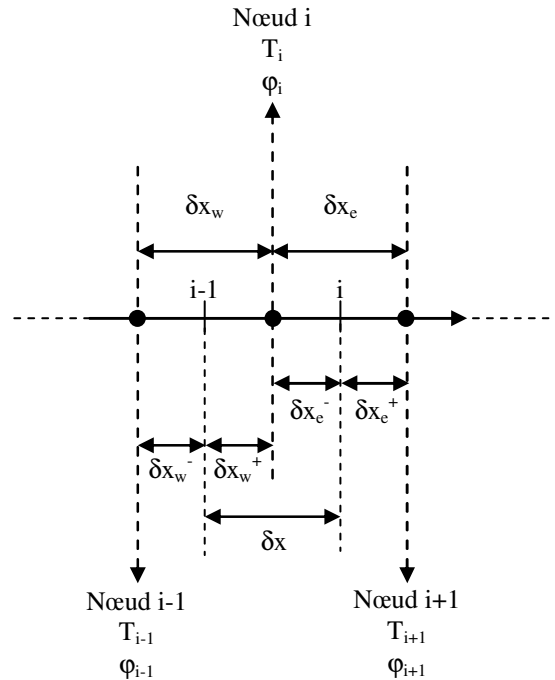


Figure 1 : Schéma de discrétisation spatiale

Les discrétisations temporelle et spatiale de l'équation (19) donnent :

$$\varphi_i^{n+1} \cdot a(i) = \varphi_{i+1}^{n+1} \cdot b(i) + \varphi_{i-1}^{n+1} \cdot c(i) + d(i) \quad (21a)$$

Avec

$$d(i) = \left( \frac{dw}{d\phi} \right)_i \cdot \frac{\delta x}{\delta t} \cdot \phi_i^n \quad (21b)$$

$$c(i) = \frac{D_{\phi w}}{\delta x_w} + \frac{\delta_{pw}}{\delta x_w} \cdot P_{\text{sat},i-1} \quad (21c)$$

$$b(i) = \frac{D_{\phi e}}{\delta x_e} + \frac{\delta_{pe}}{\delta x_e} \cdot P_{\text{sat},i+1} \quad (21d)$$

$$a(i) = \frac{D_{\phi e}}{\delta x_e} + \frac{\delta_{pe}}{\delta x_e} \cdot P_{\text{sat},i+1} + \frac{D_{\phi w}}{\delta x_w} + \frac{\delta_{pw}}{\delta x_w} \cdot P_{\text{sat},i-1} + \left( \frac{dw}{d\phi} \right)_i \cdot \frac{\delta x}{\delta t} \quad (21e)$$

Soit un paramètre scalaire  $k$  ( $\lambda$ ,  $\delta_p$  ou  $D_\phi$ ), les valeurs  $k_w$  et  $k_e$  sont définies par :

$$\frac{\delta x_e}{k_e} = \frac{\delta x_e^+}{k_{i+1}} + \frac{\delta x_e^-}{k_i} \quad (22)$$

$$\frac{\delta x_w}{k_w} = \frac{\delta x_w^+}{k_i} + \frac{\delta x_w^-}{k_{i-1}} \quad (23)$$

Dans le cas d'une application du modèle à une paroi de bâtiment, les conditions limites sur la température et sur l'humidité relative sont de la 3<sup>ème</sup> espèce (conditions de Fourier). Cependant, pour les besoins de l'application du modèle à l'exemple de référence proposé par la norme, des conditions de 1<sup>ère</sup> espèce (conditions de Dirichlet) ont été utilisées.

Le système discrétisé est résolu par une procédure itérative : les champs de température et d'humidité relative sont obtenus par une procédure de type TDMA, les propriétés du matériau en tous points du domaine sont mises à jour et les champs de température et d'humidité relative sont recalculés. On procède ainsi jusqu'à atteindre les critères de convergence (ici, résidus sur la température et l'humidité relative inférieurs à  $10^{-6}$ ).

### 3. PRESENTATION DE L'EXEMPLE DE REFERENCE

#### 3.1. Description

Le cas test proposé par la norme concerne l'absorption d'humidité sur un mur semi-infini constitué d'une seule couche de matériau homogène.

Initialement, le matériau est en équilibre avec une ambiance extérieure constante égale à  $T=20^\circ\text{C}$  et  $\phi=50\%$ . A l'instant  $t=0$ , les nouvelles conditions climatiques extérieures sont  $T=30^\circ\text{C}$  et  $\phi=95\%$ .

Le but de la simulation numérique est de préciser la répartition de l'humidité ainsi que la température à 7 jours, 30 jours et 365 jours.

#### 3.2. Propriétés du matériau

Les caractéristiques du matériau en fonction de sa teneur en eau sont fournies par les équations suivantes. Isotherme de sorption :

$$w = \frac{146}{\left( 1 + \left( -8 \times 10^{-8} \cdot R_{\text{H}_2\text{O}} T p_w \ln(\phi) \right)^{1,6} \right)^{0,375}} \quad (24)$$

Cette équation est équivalente à la relation de Kelvin (15) dont la pression de succion capillaire serait donnée par :

$$p_k = 0,125 \times 10^8 \left( \left( \frac{146}{w} \right)^{\frac{1}{0,375}} - 1 \right)^{0,625} \quad (25)$$

Perméabilité de vapeur :

$$\delta_p = \frac{M_w}{R_{\text{H}_2\text{O}} T} \frac{26,1 \times 10^{-6}}{200} \frac{1 - \frac{w}{146}}{0,503 \left( 1 - \frac{w}{146} \right)^2 + 0,497} \quad (26)$$

Conductivité thermique :

$$\lambda = 1,5 + \frac{15,8}{1000} w \quad (27)$$

Capacité thermique pour le matériau sec :

$$\rho_0 c_0 = 1,824 \times 10^6 \text{ J.K}^{-1} \cdot \text{m}^{-3} \quad (28)$$

Conductivité liquide :

$$K = \exp(A_0 + A_1 W + A_2 W^2 + A_3 W^3 + A_4 W^4 + A_5 W^5) \quad (29)$$

avec

$$W = w - 73,$$

$$A_0 = -39,2619,$$

$$A_1 = 7,0400 \times 10^{-2},$$

$$A_2 = -1,7420 \times 10^{-4},$$

$$A_3 = -2,7953 \times 10^{-6},$$

$$A_4 = -1,1566 \times 10^{-7},$$

$$A_5 = 2,5969 \times 10^{-9}.$$

Suivant les équations (14) et (16), le coefficient de diffusion liquide  $D_\phi$  est lié à la conductivité liquide. Il est calculé par la relation :

$$D_\phi = K \frac{\partial p_k}{\partial w} \frac{\partial w}{\partial \phi} \quad (30)$$

### 3.3. Paramètres de la simulation

Pour représenter le domaine semi-infini de l'exemple, on utilise un mur d'une épaisseur de 20 mètres. A  $t=0$ , ce mur est soumis d'un côté aux conditions extérieures fixées par la norme ( $T=30^\circ\text{C}$  et  $\phi=95\%$ .) et de l'autre côté aux conditions initiales ( $T=20^\circ\text{C}$  et  $\phi=50\%$ .).

Le maillage utilisé est un maillage irrégulier à 95 noeuds, resserré au niveau de la frontière avec l'extérieur (50 mailles sont utilisées sur les 15 premiers centimètres).

Le pas de temps est fixé à une heure et la simulation est menée sur 375 jours.

## 4. RESULTATS

Les résultats de la simulation numérique donnés par TMC et ceux donnés par la norme NF EN 15026 sont présentés sur les figures 2 et 3, respectivement pour la température et la quantité d'eau au sein du matériau. Le code TMC reproduit de façon satisfaisante le comportement du mur soumis aux sollicitations imposées par la norme et ce pour les différents instants proposés : 7 jours, 30 jours et 365 jours. Les traits courts indiquent l'intervalle de tolérance spécifié par la norme, notre code de calcul répond de plus à ces exigences.

## 5. CONCLUSION

Ce travail permet de valider le comportement du code de calcul mis en place pour un cas simplifié de transfert de chaleur et d'humidité en régime instationnaire. Cette validation nous permet maintenant d'envisager la simulation de cas plus proches du comportement d'une paroi réelle sur de bonnes bases, notamment en s'intéressant au comportement d'un matériau HQE du bassin rennais : la bauge. En parallèle, nous pouvons également entamer le développement d'aspects tels que la prise en compte de la pluie sur la paroi ou la modélisation de parois multicouches.

## RÉFÉRENCES

- [1] Norme **NF EN 15026**, Evaluation du transfert d'humidité par simulation numérique, Performance hygrothermique des composants et des parois de bâtiments, *AFNOR*, Avril 2008.
- [2] **KUNZEL**, H.M., Simultaneous heat and moisture transport in building components, *Fraunhofer IRB Verlag Stuttgart*, ISBN 3-8167-4103-7, (1995).
- [3] **CAMMERER**, J., **ACHTZIGER**, J., Effect of the moisture content on the thermal conductivity of building materials and insulation products, *Kurzberichte aus der Bauforschung, Bericht N° 115*, p 491-494, (1985).

- [4] **KUNZEL**, H. M., Does the volume-related or the mass-related moisture content determine the thermal conductivity of building materials?, *Bauphysik 8*, Vol. 2, p. 33-39, (1986).
- [5] **COLLET F.**, **BART M.**, **MOISSETTE S.**, **SERRES L.**, Conductivité thermique de matériaux à faibles impacts environnementaux – Modélisation par méthode auto-cohérente, *VIIème Colloque Interuniversitaire Franco-Québécois (CIFQ) – Thermique des systèmes*, Saint-Malo, France, p. 449-454, (2005).
- [6] **MCLEAN**, R. C., **GALBRAITH**, G. H., **SANDERS**, C., Moisture transmission testing of building materials and the presentation of vapour permeability values, *Building Research and Practice. The journal of CIB*, n°2, (1990).
- [7] **COLLET F.**, **BART M.**, **SERRES L.**, **MIRIEL J.**, Porous structure and water vapour sorption of hemp-based materials, *Construction and Building Materials*, vol. 22, p 1271-1280, 2008.

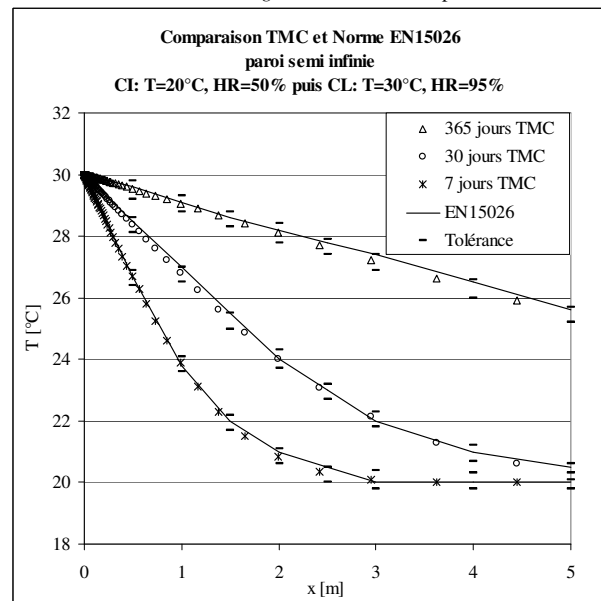


Figure 2 : Profils de température du cas de référence

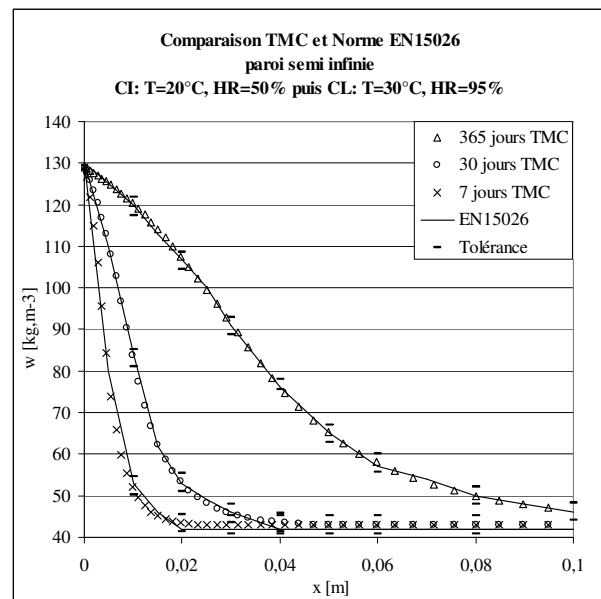


Figure 3 : Profils d'humidité du cas de référence