

T.M.  
(043)53  
2021  
B 235



# Estudio de las Leyes de Cipolla en Redes Complejas

**Donny Rolando Barcenás Lara**

Instituto Balseiro  
Grupo de Física Estadística e Interdisciplinaria  
Centro Atómico de Bariloche, Rio Negro, Argentina

INVENTARIO: 24141

14.07.2021

Biblioteca Leo Falicov

# Estudio de las Leyes de Cipolla en Redes Complejas

**Donny Rolando Barcenás Lara**

Tesis o trabajo de grado presentada(o) como requisito parcial para optar al título de:  
**Magister en Ciencias Físicas**

Director(a):

Doctor Marcelo Kuperman, miembro del Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y  
Técnicas del Centro Atómico de Bariloche y del Instituto Balseiro

Línea de Investigación:

Grupo de Estudio de Problemas Sociales y Económicos a través de la Física

Grupo de Investigación:

División de Física Estadística e Interdisciplinaria

Instituto Balseiro

San Carlos de Bariloche, Río Negro, Argentina

2020



## Dedicatoria

A mi familia: son tiempos difíciles, pero vamos a salir adelante.

A mi abuela, quien está en mi mente todo el tiempo.

En especial, a Catalina, quien su amor incondicional me dio fuerzas en los momentos de mayor incertidumbre.

o

La preocupación por el hombre y su destino siempre debe ser el interés primordial de todo esfuerzo técnico. Nunca olvides esto entre tus diagramas y ecuaciones.

Albert Einstein



# Agradecimientos

Agradezco en primer lugar a la Comisión Nacional de Energía Atómica, *CNEA*, por la beca recibida para llevar a cabo este trabajo de tesis. Igualmente al Instituto Balseiro y a todo su personal por proveer las condiciones óptimas para llevar a cabo mi proyecto, así como por la formación recibida durante este proyecto.

También agradezco al doctor Marcelo Nestor Kuperman, quien diseñó la idea original del juego, y me dio la oportunidad de sacarla adelante en este proyecto de tesis.





## Resumen

En este trabajo se construyó un juego evolutivo inspirado en las leyes de Cipolla de la estupidez Humana. El juego expande los clásicos juegos evolutivos de dos estrategias arquetípicas: colaborador y no colaborador. En el juego se incluyen dos estrategias más que están inspiradas en la clasificación que hace Cipolla de las personas. Una de estas estrategias es que el jugador pueda ser estúpido. Según Cipolla, el estúpido es el tipo más peligroso de persona que hay y causa un mayor daño a la población. Al considerar un juego espacial y una dinámica de imitación que va más allá del paradigma del jugador racional, exploramos el impacto de las leyes de Cipolla y la extensión del daño que los estúpidos pueden causar en una población. Otra de las ideas de Cipolla es que los estúpidos son peligrosos porque sus acciones son sorpresivas. Para ello tomamos como parámetro adicional la probabilidad de que un jugador actúe de forma estúpida. Dicho parámetro induce una transición de fase en el estado estacionario de la población.

**Palabras clave:** *estupidez humana, teoría evolutiva de juegos, matriz de intercambio, ecuaciones de campo medio, redes complejas, equilibrio de Nash, parámetro de orden.*

## Abstract

In this work we present an evolutionary game inspired by the work of Carlo Cipolla entitled The Basic Laws of Human Stupidity. The game expands the classical scheme of two archetypical strategies, collaborators and defectors, by including two additional strategies. One of these strategies is associated with a stupid player that, according to Cipolla, is the most dangerous one as it undermines the global wealth of the population. By considering a spatial evolutionary game and imitation dynamics that go beyond the paradigm of a rational player we explore the impact of Cipolla's ideas and analyze the extent of the damage that stupid players inflict on the population. The probability of behaving stupidly acts as a parameter that induces a phase transition in the steady distribution of strategies among the population.

# Contenido

<b>Agradecimientos</b>	<b>vii</b>
<b>Resumen</b>	<b>ix</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
<b>2. Las Leyes de Cipolla de la Estupidez Humana</b>	<b>5</b>
2.1. Primera Ley: el número de estúpidos es una cantidad subestimada . . . . .	6
2.2. Segunda Ley: la estupidez humana es independiente de cualquier otro rasgo .	7
2.3. Tercera Ley: La Ley de Oro . . . . .	8
2.4. Cuarta Ley: El Poder de la Estupidez es Subestimado . . . . .	10
2.5. Quinta Ley: Los Estúpidos son los más Peligrosos . . . . .	12
<b>3. Teoría de Juegos Evolutivos</b>	<b>14</b>
3.1. El Dilema del Prisionero . . . . .	15
3.2. Terminos Básicos de la Teoría de Juegos . . . . .	16
3.3. Elementos de Teoría de Juegos Evolutivos . . . . .	18
3.4. Juego evolutivo con las leyes de Cipolla . . . . .	20
<b>4. Redes Complejas</b>	<b>24</b>
4.1. Red de Pequeños Mundos . . . . .	27
4.2. Dilema del Prisionero y Cacería de Alces en Diferentes Topologías . . . . .	31
4.3. Modelo de Agentes de las Leyes de Cipolla en Redes Complejas . . . . .	32
<b>5. Leyes de Cipolla en un Modelo de Agentes</b>	<b>34</b>
5.1. Dinámica Determinista . . . . .	35
5.1.1. Resultados en redes de pequeños mundos . . . . .	37
5.2. Dinámica Específica . . . . .	40
5.3. Dinámica especial . . . . .	43
<b>6. Trabajo a seguir y conclusiones</b>	<b>47</b>
6.1. Resultados preliminares de un próximo trabajo . . . . .	47
6.1.1. El juego de Cipolla con la cacería de ciervos . . . . .	47
6.1.2. Juego en una red libre de escalas . . . . .	48
6.1.3. Dinámica determinista con cacería de alces . . . . .	50

---

6.2. Conclusiones . . . . .	51
<b>A. Anexo A: Primera publicación aceptada</b>	<b>54</b>
<b>B. Anexo B: Segunda publicación aceptada</b>	<b>56</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>58</b>

# 1. Introducción

La inteligencia humana ha sido estudiada y sistematizada con el fin de hacer cada vez un mejor uso de ella. La obra de Howard Gardner, por ejemplo, ha clasificado la inteligencia humana en siete categorías, que abarcan aspectos individuales como la comprensión artística o matemática; así como la inteligencia interpersonal, que es el modo en el que una persona se relaciona con otras personas -[Gardner \(1993\)](#). Otro ejemplo destacable está en la obra de Piero Mella, donde la inteligencia es vista como la capacidad de tomar buenas decisiones y de construir modelos que expliquen la realidad a partir de la información del entorno -[Mella \(2012\)](#).

Por otra parte, la estupidez es uno de los rasgos más distintivos del hombre, mas sin embargo, no hay una literatura muy amplia sobre ella -[Pitkin \(1936\)](#). El único libro que trató por mucho tiempo la estupidez humana fue *Una Breve Introducción a la Estupidez Humana* de Walter Pitkin, que data en 1936, y su principal conclusión fue que la estupidez es el mal social supremo. En todo el libro, Pitkin se asombra ante la falta de estudio de este rasgo humano, y resalta que los hombres de estado deberían invertir en estudiar este mal supremo.

En 1976, 40 años después del libro de Pitkin, Carlo Cipolla, profesor de historia económica de la universidad de Berkeley, escribió un ensayo titulado *Las Leyes Básicas de la Estupidez Humana*. Al comienzo, el ensayo fue escrito como una sátira de la sociedad, pero el ensayo sería incluido posteriormente en su libro *Allegro ma non Troppo* de 1987 -[Livraghi \(2008\)](#).

Tal vez basado en el utilitarismo, Cipolla concebió las interacciones entre seres humanos como transacciones de a pares -bien sean monetarias o de algún otro tipo- que pueden resultar tanto en beneficios o en pérdidas para cualquiera de las dos partes. Según el resultado de sus acciones, las personas se pueden clasificar en **inteligentes**, **bandidos**, **incautos** o **estúpidos**. Esta clasificación tiene la ventaja de que no define la inteligencia o la estupidez con las capacidades intelectuales de una persona, sino por el resultado de sus acciones al interactuar con otras personas. De este modo, una persona es inteligente cuando al interactuar con otras personas realiza una acción que es beneficiosa para ella misma y para el resto del grupo. Si la acción de la persona perjudica a los demás y a sí misma, esta persona será estúpida. Alguien es malvado cuando realiza una acción en la que salga beneficioso, perjudicando a las otras personas. Finalmente, una persona es incauta cuando realiza una acción que produce un beneficio a otras personas, a expensas de perjudicarse a sí misma (un altruista se puede ver

como un incauto, bajo esta clasificación). Con todo esto, las leyes de Cipolla de la estupidez humana son:

- *El número de estúpidos presentes en una comunidad no se puede cuantificar, pero dicho número tiende a crecer o a permanecer constante.*
- *La estupidez de una persona es independiente de cualquier otra característica.*
- *Una persona estúpida es alguien cuyas acciones perjudican a los demás y a sí misma.*
- *Las personas no estúpidas subestiman las acciones destructivas de las personas estúpidas.*
- *El estúpido es el tipo más peligroso de persona que existe.*

Cipolla especifica que las ganancias o pérdidas que experimenta una persona luego de interactuar con otra persona pueden ser objetivas -dinero, por ejemplo- o subjetivas -daños psicológicos, por ejemplo. Para evitar esta ambigüedad, vamos a cuantificar dichas ganancias o pérdidas que un agente por medio de un puntaje, que será la suma de la ganancia o pérdida que produce para sí mismo y la ganancia o pérdida que le produce otro agente. Por ejemplo, si dos individuos  $A$  y  $B$  interactúan, siendo  $A$  inteligente y  $B$  un bandido, entonces vamos a suponer que  $A$  recibe un puntaje  $x_I + y_B$ , donde  $x_I$  es el puntaje que obtiene  $A$  por haber sido inteligente, mientras que  $y_B$  es el puntaje que  $A$  obtiene de  $B$ , y este último actuó como un bandido. De igual modo,  $B$  obtiene un puntaje  $x_B + y_I$ . Así los cuatro tipos de personas en la clasificación de Cipolla se pueden organizar por los valores  $x - y$  como

- I:  $x_I > 0, y_I > 0$ .
- B:  $x_B > 0, y_B < 0$ .
- U:  $x_U < 0, y_U > 0$ .
- S:  $x_S < 0, y_S < 0$ .

donde  $I$  es inteligente,  $B$  es bandido,  $U$  es incauto y  $S$  es estúpido.

Con esta clasificación vamos a diseñar un juego evolutivo de  $N$  jugadores que nos permitan responder preguntas como

1. ¿son más perjudiciales los estúpidos que los bandidos a largo plazo?
2. ¿se podría determinar una fracción crítica de estúpidos que muestren un cambio drástico en un grupo de personas?

3. ¿qué ocurre si en una sociedad personas que normalmente no son estúpidas se comportan de forma estúpida de forma repentina?
4. ¿cambia el daño que le hacen los estúpidos a la comunidad cuando ocupan una posición de poder con respecto a cuando no lo hacen?
5. ¿influye en los resultados el modo en que están organizadas las personas en una comunidad?

Los resultados de las interacciones entre dos personas se van a reunir en una matriz de pagos -o de *payoff*- teniendo en cuenta los valores  $x$  e  $y$  para cada uno de los cuatro grupos. Para definir los puntajes, vamos a hacer una primera consideración: que ser bandido tiene un incentivo ligeramente mayor que el resto. En el capítulo 3 analizaremos un primer juego donde todos los jugadores adopten uno de los cuatro comportamientos, y todos tendrán la oportunidad de interactuar con todos al azar.

La segunda consideración es imaginar que si la población consistiera solamente en inteligentes y malvados, ellos entrarían en un dilema de cooperación. En este juego, vamos utilizamos el *dilema del prisionero*. No obstante, al final tenemos unos resultados previos para una *lala cacería de ciervos*.

La pregunta número cinco mencionada arriba nos da el siguiente paso en el juego, que es considerar que los jugadores no interactúan con todos los jugadores sino con un número fijo de vecinos. Diversos trabajos han mostrado que el modo en que los jugadores interactúan con otros, o la **topología de la red**, influye en los resultados. Por ejemplo, en un grupo donde todos interactúen con todos, que se conoce como **campo medio**, al cabo de muchas rondas todos los jugadores adoptarían un comportamiento de malvado. Por otra parte, en ciertas topologías, los inteligentes (o cooperadores) podrían sobrevivir- [Kuperman and Risau-Gusman \(2012\)](#); [Nowak et al. \(1994\)](#); [Roca et al. \(2009\)](#); [Santos and Pacheco \(2005\)](#).

Basados en estos resultados, vamos a estudiar cómo la topología afecta la dinámica del juego. En este caso, cada jugador va a tener información de sus vecinos solamente, y con base en esta información actualizará sus estrategias.

Hay varias posibilidades de elección de la topología de la red. Por ejemplo, Nowak usó una red cuadrada, [Nowak et al. \(1994\)](#), mientras que Santos y Pacheco usaron una red de pequeños mundos y una red en forma de anillo, [Santos and Pacheco \(2005\)](#).

Vamos a usar dos redes. Una red de **pequeños mundos** nos permitirán simular una sociedad sin una autoridad central, mientras que una red **libre de escalas** nos permitirá observar una dinámica donde algunos jugadores tienen más peso que otros. En el capítulo 4, explicaremos

estas redes con mayor detalle.

El siguiente paso es definir una dinámica de imitación, o qué acciones toma un jugador luego de interactuar con sus vecinos. Una vez más, hay una gran familia de posibles dinámicas. Vamos a considerar una dinámica **determinista**, es decir que en una ronda, un jugador interactúa con todos sus vecinos, y estos hacen lo mismo en sus respectivos vecindarios. El nodo compara su puntaje con aquél que haya obtenido mayor puntaje, siempre y cuando dicho vecino haya obtenido un puntaje mayor que el del nodo.

Otra dinámica posible es una dinámica estocástica, donde un jugador elige a uno de sus vecinos al azar e imita la estrategia de dicho vecino con una probabilidad proporcional a la diferencia de los dos puntajes. Roca, Cuesta y Sánchez discuten tres funciones probabilísticas muy usadas. No obstante, una dinámica estocástica podría ocultar detalles topológicos del juego- [Kuperman et al. \(2020\)](#).

El problema con la dinámica anterior es que todos los jugadores actuarían de forma racional, mientras que las leyes de Cipolla dicen que el estúpido es irracional. Para ello, vamos a incluir dos dinámicas que reflejen el grado de irracionalidad de los estúpidos.

Otro inconveniente está en la primera ley de Cipolla, que impide saber con exactitud la cantidad de estúpidos en circulación. Así que el juego tendrá como primera variable la fracción inicial de estúpidos en el grupo.

La segunda variable será un parámetro de desorden  $\pi_d$  que nos permitirá pasar de una red regular de vecinos cercanos a una red totalmente aleatoria. Dicho parámetro sale del trabajo de Strogatz y Watts que ampliaremos en el capítulo 4 [S. and Watts \(1998\)](#).

La pregunta 2 la estudiaremos por medio de una dinámica en la que todos los jugadores sean inteligentes, incautos o malvados, y en algún momento, alguno de ellos pudiera adoptar un comportamiento de estúpido con una probabilidad que será variable.

El trabajo está organizado como sigue. En el capítulo 2, se ampliará la discusión de las leyes de Cipolla y esbozaremos nuestro modelo de juego. En el capítulo 3, se amplía la relación entre el dilema del prisionero; también expondremos elementos de la teoría de juegos evolutivos, y desarrollaremos un cálculo matemático de la evolución de las estrategias por medio de la ecuación del replicador en una población aleatoria. En el capítulo 4, expondremos las redes usadas en el modelo, así como los resultados obtenidos por Nowak y por Santos del dilema del prisionero en un juego espacial. Finalmente, en el capítulo 5, ampliaremos las dinámicas descritas arriba y discutiremos los resultados obtenidos.

## 2. Las Leyes de Cipolla de la Estupidez Humana

En la literatura y entre grandes pensadores se han encontrado reflexiones sobre la estupidez humana, por ejemplo, en una cita famosa de Bertrand Russell: *El problema del mundo es que los estúpidos están seguros de sí mismos, mientras que los inteligentes están llenos de dudas*. No obstante, no se han encontrado libros que se dediquen a un estudio sistemático de la estupidez humana.

En 1932, Walter Pitkin escribió *A Short Introduction to the History of Human Stupidity*, con el fin de hacer un estudio sistemático de lo que él consideró como el mal supremo de la humanidad. Las tres razones principales, afirma Pitkin, son que los estúpidos forman una legión, que los cargos de poder están en manos de personas estúpidas y que las altas habilidades están ligadas con la estupidez humana.

Walter Pitkin escribió su libro cuando aún se sentían los efectos de la Gran Depresión de 1929. La frase que sirve como preámbulo de su libro es

*«De este modo, declaro que la mayor empresa de la raza humana debería ser el autoanálisis, y éste debe empezar con una búsqueda de las influencias dominantes del desplome del orden económico y social».*

Incluso, Pitkin se atrevió a hacer una estimación del número de estúpidos: *al menos tres de cada cuatro miembros de nuestra especie son bastante estúpidos para merecer una deshonorable mención aquí* -Pitkin (1936). En sus 300 páginas, el libro en general muestra diversos ejemplos de las consecuencias de las acciones de personas incompetentes en la sociedad norteamericana, y el autor separó las personas en inteligentes y estúpidas. Durante más de 40 años, no se volvería ver un escrito dedicado exclusivamente a la estupidez humana.

Carlo Cipolla fue un historiador económico italiano, profesor emérito de la Universidad de California en Berkeley. Sus análisis de historia económica tienen un enfoque más humanista, e incluso irónico, sin limitarse a mostrar solamente una cadena de hechos. Un ejemplo de su estilo es el primer ensayo de su libro *Allegro ma non Troppo* titulado *El Papel de las Especies en el Desarrollo Económico de la Edad Media*. En él describe cómo la pimienta se



volvió un bien cada vez más raro y costoso en los siglos VII y VIII cuando las relaciones comerciales entre occidente y oriente declinaron luego de la caída del imperio Romano, y cómo el deseo de Occidente de obtener esta preciada especia fue una razón de peso para las cruzadas cristianas (Cipolla (1987)). Pero el segundo ensayo de ese libro sería el que le diera el mayor reconocimiento.

En la navidad de 1978, Carlo Cipolla escribió *Las Leyes de la Estupidez Humana*, que originalmente fue enviado como una carta a sus amigos, donde describía la sociedad de forma satírica (Livraghi (2008)). Sin embargo, el ensayo sería publicado en 1987 en su libro *Allegro Ma Non Troppo*. En él, Cipolla formuló cinco leyes que explicaban la estupidez humanas deducidas de observaciones en diversos círculos sociales, y muy conectadas con el sentido común. Originalmente, Cipolla no quería que este ensayo fuera tomado en serio, e incluso no quería publicarlo. Sin embargo, fue tal el impacto que finalmente decidió incluirlo en *Allegro*, y hasta la fecha se siguen tomando como la explicación sistemática de la estupidez humana.

La genialidad de estas leyes es su sentido, ya que definen la estupidez en relación a las acciones que realizan las personas. En este aspecto, guarda relación con el análisis de Pitkin. No obstante, Cipolla fue un poco más allá que dividir de forma radical a las personas en competentes o estúpidos. En el segundo párrafo introduce el poder de la estupidez, que es muy parecido a la descripción de Pitkin:

*...Los seres humanos, sin embargo, poseen el privilegio de tener que cargar de una dosis de tribulaciones cotidianas, causadas por un grupo de personas que pertenecen al propio género humano. Este grupo es más complejo que la mafia, que el complejo industrial-militar o que la Internacional Comunista. Se trata de un grupo no organizado, que no se rige por ninguna ley, que no tiene jefe, ni presidente, ni estatuto, pero que consigue, no obstante, actuar en perfecta sintonía, como si estuviese guiado por una mano invisible, de tal modo que las actividades de cada uno de sus miembros contribuyen poderosamente a reforzar y ampliar la eficacia de la actividad de todos los demás miembros - Cipolla (1987).*

No obstante, en su primera ley difiere radicalmente de Pitkin, al decir que no es posible conocer la cantidad de estúpidos en un grupo.

## **2.1. Primera Ley: el número de estúpidos es una cantidad subestimada**

La primera ley de Cipolla dice que es difícil hacer una estimación del número de estúpidos que están presentes en una sociedad en un momento dado. Cualquier estimación que se intente hacer de la cantidad de estúpidos, será una subestimación. De este modo

***Siempre e inevitablemente, todos subestimamos el número de individuos estúpidos en circulación.***

Hay dos razones para ello -Cipolla (1987). La primera es que personas que uno ha considerado inteligentes, pueden sorpresivamente llevar a cabo acciones estúpidas. La segunda razón es que cada día se ve cómo muchas actividades cotidianas se entorpecen por la aparición de individuos estúpidos que aparecen de la nada en lugares y momentos menos esperados.

Esta ley contrasta con la idea de Pitkin de que tres de cada cuatro personas son estúpidas. Ahora, si en una comunidad, intentamos contar la fracción de estúpidos, designado por  $H_E$ , ese número siempre va a ser una subestimación.

## **2.2. Segunda Ley: la estupidez humana es independiente de cualquier otro rasgo**

En esta ley, se aclara que la estupidez no tiene nada que ver con falta de preparación académica o de carencia de habilidades. Al respecto, Cipolla hace una afirmación certera: «*uno es estúpido del mismo modo en que uno es rubio; uno es estúpido como pertenece a un grupo sanguíneo*» (Cipolla (1987)). El autor argumenta que la estupidez es un designio de la Madre Naturaleza o de la Divina Providencia. La estupidez, indiscriminadamente está distribuida uniformemente, según una proporción constante, una fracción  $H_E$ , dada por la primera ley. En palabras de Cipolla, la segunda ley dice que

***La probabilidad de que una persona sea estúpida es independiente de otras características de la persona.***

A esto, Cipolla agrega: «*El hecho extraordinario acerca de la frecuencia de la estupidez es que la Naturaleza consigue actuar de tal modo que esta frecuencia sea siempre y dondequiera igual a la probabilidad  $H_E$  independientemente de la dimensión del grupo, y que se dé el mismo porcentaje de personas estúpidas, tanto si se someten a examen grupos muy amplios como grupos reducidos. Ningún otro tipo de fenómenos objeto de observación ofrece una prueba tan singular del poder de la Naturaleza.*»

Es interesante notar que el nivel de educación y el ambiente social no tienen nada que ver con la posibilidad de encontrar una fracción  $H_E$  de estúpidos en una comunidad. El autor llevó a cabo observaciones en la comunidad universitaria, donde la separó por grupos: bebedes, empleados, docentes y estudiantes (Cipolla (1987)). En cada grupo, Cipolla observó la misma fracción de estúpidos. Incluso, él realizó las mismas observaciones entre un grupo

'exclusivo', nada menos que un grupo de galardonados con el premio Nobel, obteniendo la misma fracción.

Cipolla llama la segunda ley la ley de hierro que no admite excepciones. En esto coincide con Pitkin al denominar la estupidez como el rasgo más humano (Cipolla (1987); Pitkin (1936)). Para mostrar un poco el carácter irónico del autor, veamos el cierre de la segunda ley en su ensayo:

*Tanto si uno se dedica a frecuentar los círculos elegantes como si se refugia entre los cortadores de cabezas de la Polinesia, si se encierra en un monasterio o decide pasar el resto de su vida al lado de mujeres hermosas y lujuriosas, persiste el hecho de que deberá siempre enfrentarse al mismo porcentaje de gente estúpida, porcentaje que (de acuerdo con la Primera Ley) superará, siempre las previsiones más pesimistas.*

### 2.3. Tercera Ley: La Ley de Oro

La ley de oro da una definición, al menos funcional, de un individuo estúpido, ya que parte de la interacción social<sup>1</sup>:

*«La moraleja es que cada uno de nosotros tiene una especie de cuenta corriente con cada uno de los demás. De cualquier acción, u omisión, cada uno de nosotros obtiene una ganancia o una pérdida, y al mismo tiempo proporciona una ganancia o una pérdida a algún otro».*

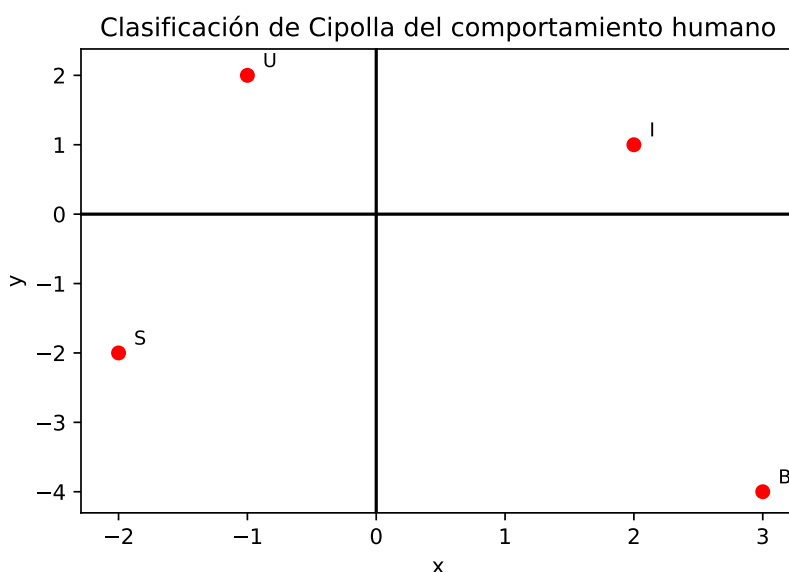
Por ejemplo, si soy docente y doy una buena clase, gano credibilidad ante mis estudiantes, y ellos han aprendido un nuevo contenido. Un grupo de políticos y empresarios corruptos ganan millones de dolares del erario, a costa de la sociedad que pierde su dinero pagado en impuestos. Un ladrón que golpea de forma salvaje a un transeunte para robarle su teléfono celular, gana para sí el teléfono celular, causándole grandes pérdidas al transeunte: su celular y su integridad.

En el caso de los ejemplos anteriores, podemos decir que un individuo o grupo  $A$  (el ladrón, los empresarios) interactúa con un individuo o grupo  $B$  (el transeunte, los ciudadanos), y las ganancias y/o las pérdidas de cada grupo se pueden registrar en un plano cartesiano. En el eje  $X$  se registran las ganancias ( $X > 0$ ) o pérdidas ( $X < 0$ ) de  $A$ , mientras que el eje  $Y$  representa las ganancias ( $Y > 0$ ) o pérdidas ( $Y < 0$ ) de  $B$ , todo a causa de la acción realiza por  $A$  en la interacción. Sin embargo, en esta cuenta se deben incluir también las recompensas y las satisfacciones psicológicas y emotivas, así como el estrés psicológico y emotivo. Estos son bienes (o males) inmateriales y, por lo tanto, difíciles de medir con parámetros

<sup>1</sup>En el ensayo original, este aparte se llama *Intervalo Técnico*

objetivos (Cipolla (1987)).

Por ahora, dejemos de lado esta dificultad, e imaginemos a dos individuos 1 y 2 que interactúan, y supongamos los posibles resultados de las acciones de 1 luego de haber interactuado con 2. La figura 2-1 muestra cuatro posibles escenarios. El punto  $I$  muestra que 1 ganó dos unidades (por ahora no nos interesa si son materiales o emocionales), y le produjo una unidad de ganancia a 2. En el punto  $H$ , el sujeto 1 tuvo una pérdida de una unidad, causándole una ganancia de dos unidades al sujeto 2. En el punto  $B$ , 1 gana tres unidades, mientras que 2 pierde cuatro unidades, y finalmente, en  $E$ , 1 pierde dos unidades y le causa una pérdida de dos unidades a 2.



**Figura 2-1.:** Clasificación de Cipolla de los cuatro posibles comportamientos:  $I$  es una persona inteligente,  $B$  es un bandido,  $U$  es un incauto y  $S$  es un estúpido Cipolla (1987)

La tercera ley presupone que todos los seres humanos en alguna interacción están incluidos en uno de estos cuatro grupos: inteligentes, bandidos, incautos o estúpidos -Cipolla (1987). En la figura 2-1,  $I$  corresponde a una persona inteligente,  $B$ , a un bandido,  $H$ , a un incauto y  $E$ , a un estúpido. Así, según la figura 2-1, una persona es inteligente cuando obtiene ganancias luego de realizar una acción, al mismo tiempo que procura una ganancia a otra(s) persona(s). Del mismo modo, un bandido obtiene ganancias, a costa de causarle pérdidas a otras personas. Un incauto le causa ganancias a otras personas, ocasionando pérdidas para sí mismo. Finalmente, llegamos a la definición de una persona estúpida, y por ende a la tercera ley,

*Una persona estúpida es una persona que causa un daño a otra persona o grupo de personas sin obtener, al mismo tiempo, un provecho para sí, o incluso obteniendo un perjuicio.*

En la figura 2-1 se podría pensar que cada persona tiene uno de los cuatro comportamientos de forma fija. No obstante, «Una persona inteligente puede alguna vez comportarse como una incauta, como puede también alguna vez adoptar una actitud malvada. Pero, puesto que la persona en cuestión es fundamentalmente inteligente, la mayor parte de sus acciones tendrán la característica de la inteligencia, y su media ponderada se situará en el cuadrante I de la figura 2-1». (Cipolla (1987)).

Ahora bien, ¿qué ocurre cuando se cuentan los efectos de la estupidez en una comunidad grande? La cuarta ley habla del poder de la estupidez.

## 2.4. Cuarta Ley: El Poder de la Estupidez es Subestimado

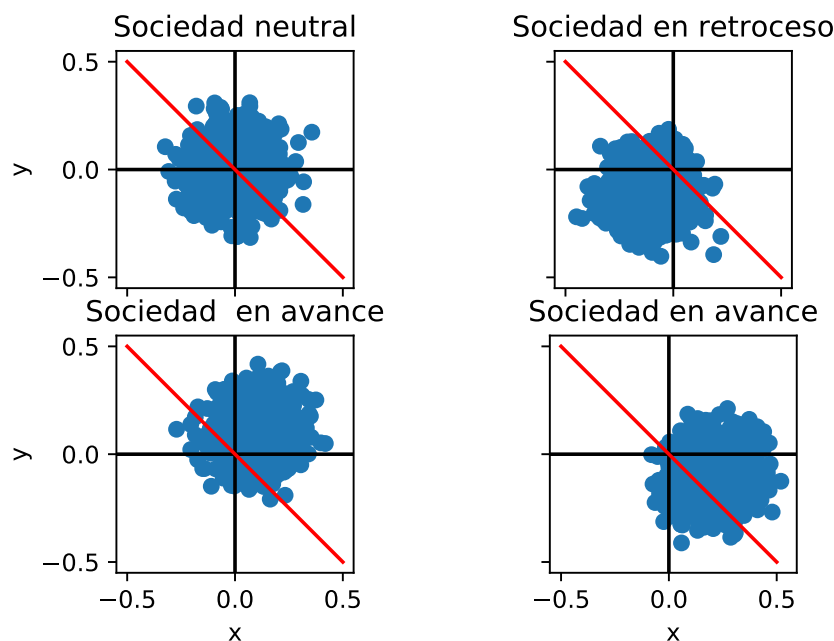
El malvado perfecto, según Cipolla, es aquel que obtiene una ganancia igual a la pérdida que le causa a otra persona. Para ilustrar esto, armamos un modelo de juguete de una sociedad, como se ve en la figura 2-2, donde los individuos tienen un comportamiento promedio que los ubica en uno de los cuatro cuadrantes. La recta en color rojo  $y = -x$  indica un incauto perfecto en el segundo cuadrante y un malvado perfecto en el cuarto cuadrante. Sin embargo, los malvados perfectos son relativamente pocos -Cipolla (1987). Los malvados que obtienen ganancias mayores que las pérdidas que ocasionan a los demás, se ubican por encima de los malvados perfectos (línea roja, cuarto cuadrante). Dichos malvados, tienen un grado elevado de inteligencia.

Sin embargo, para Cipolla, abundan más los malvados que están por debajo de los malvados perfectos. Estos malvados causan a otros pérdidas mayores que las ganancias que obtienen para sí mismos. Por ejemplo,

«Si alguien hace que te caigas y te rompas una pierna para quitarte 10.000 liras, o te causa daños en el automóvil por un valor de 500.000 liras para robarte una radio insignificante, por la que no va a obtener más de 30.000 liras<sup>2</sup>»■ -Cipolla (1987)

---

<sup>2</sup>la Lira era la moneda oficial en Italia antes de la aparición del Euro.



**Figura 2-2.:** Distribución de una comunidad de 1000 individuos en cuatro posibles comportamientos: una sociedad neutra (sup. izq.), una sociedad en retroceso, con mayoría de estúpidos (sup. der.); una sociedad en avance con mayoría inteligente (inf. izq.) y una sociedad en avance con una fracción notable de bandidos

Al respecto, Cipolla afirma que una sociedad avanza cuando la mayoría de sus miembros se comportan en promedio por encima del malvado promedio; cabe resaltar, que no descarta la posibilidad de ser malvado. Por otra parte, una sociedad estará en retroceso, si los individuos están por debajo del malvado perfecto. Esto sugiere que si los individuos actúan en promedio de forma estúpida, la sociedad en conjunto se verá afectada.

En la figura 2-2, se muestra la distribución de cuatro sociedades de mil individuos. La figura superior izquierda muestra una sociedad que se podría declarar neutral, ya que hay aproximadamente la misma cantidad de individuos por encima y por debajo de los malvados perfectos. La figura superior derecha, muestra una sociedad en retroceso, donde la mayoría de sus miembros son estúpidos. Las figuras inferiores muestran dos sociedades en avance, bien sea con muchos sujetos inteligentes (izq.), o bien sea con muchos bandidos (der.). Es interesante, tal vez controversial, notar que Cipolla no descarta la presencia de malvados en una sociedad que avanza. La medición de dicho avance podría carecer de parámetros objetivos.

¿Por qué una mayoría de sujetos estúpidos causan retroceso a una sociedad? En palabras de Cipolla:

*«Esencialmente, los estúpidos son peligrosos y funestos porque a las personas razonables les resulta difícil imaginar y entender un comportamiento estúpido. Una persona inteligente puede entender la lógica de un malvado. Las acciones de un malvado siguen un modelo de racionalidad: racionalidad perversa, si se quiere, pero al fin y al cabo racionalidad. El malvado quiere añadir más a su cuenta. Puesto que no es suficientemente inteligente como para imaginar métodos con que obtener un más para sí, procurando también al mismo tiempo un más para los otros, deberá obtener su más causando un menos a su prójimo. Desde luego, esto no es justo, pero es racional, y si uno es racional puede preverlo.»*

Mientras los malvados son racionales en promedio, se puede preparar una defensa, por más insuficiente que ésta llegue a ser. Por otra parte, los individuos estúpidos son irracionales, por lo cuál, uno queda totalmente desarmado con sus acciones. Hay dos razones para ello:

- el ataque de un estúpido nos toma por sorpresa.
- aún si se conoce el ataque, no es posible organizar una defensa racional, porque el ataque carece de una estructura racional (*ibid.*).

Cipolla continúa, *«la persona inteligente sabe que es inteligente; el malvado es consciente de que es un malvado; el incauto está penosamente imbuido del sentido de su propia candidez. Al contrario que todos estos personajes, el estúpido no sabe que es estúpido. Esto contribuye poderosamente a dar mayor fuerza, incidencia y eficacia a su acción devastadora»*. No obstante, a pesar de la racionalidad de inteligentes, malvados, e incautos si se quiere, ellos subestiman las acciones de los estúpidos, y es lo que dice la cuarta ley,

***Las personas no estúpidas subestiman siempre el potencial nocivo de las personas estúpidas***

## 2.5. Quinta Ley: Los Estúpidos son los más Peligrosos

La quinta ley realiza una síntesis macroscópica de la sociedad, al tomar el bienestar de la sociedad como la suma algebraica de las condiciones de bienestar de cada individuo<sup>3</sup>. La quinta ley dice que

***La persona estúpida es el tipo de persona más peligrosa que existe.***

---

<sup>3</sup>Esta idea contrasta con la idea de Durkheim, donde en la sociedad el todo es mayor a la suma de sus partes (ver [Durkheim \(1967\)](#)).

Un corolario de la ley es

***El estúpido es más peligroso que el malvado***

Al regresar a la idea del malvado perfecto -línea roja de la figura 2-2-, Cipolla dice al respecto: « *Si todos los miembros de una sociedad fuesen malvados perfectos, la sociedad quedaría en una situación estancada, pero no se producirían grandes desastres. Todo quedaría reducido a transferencias masivas de riqueza y bienestar en favor de aquellos que actúan malvadamente. Se llegaría a una situación de equilibrio. Pero cuando los estúpidos entran en acción, las cosas cambian completamente... Las personas estúpidas ocasionan pérdidas a otras personas sin obtener ningún beneficio para ellas mismas. Por consiguiente, la sociedad entera se empobrece*».

Así, en la sociedad de la figura 2-2, la sociedad donde hay un número mayor de estúpidos (sup. der.) es una sociedad que va en retroceso. Y Cipolla resalta que un país en ascenso tiene un número alto de individuos inteligentes que procuran tener controlada a la fracción de estúpidos, mientras que al mismo tiempo producen ganancias para ellos mismos y para el resto de la sociedad. Por otra parte, en un país en decadencia, el porcentaje de malvados e incautos se ubican por debajo de la línea del malvado perfecto, lo que refuerza el poder destructivo de los estúpidos (citeCipolla).

La clasificación que Cipolla hace de las personas permite pensar en un juego evolutivo de cuatro estrategias: inteligente, malvado, incauto y estúpido. En un juego evolutivo, las ganancias o pérdidas serán las entradas de una matriz  $4 \times 4$ , donde los inteligentes y los malvados jugarán un dilema de cooperación. En el capítulo 3, vamos a estudiar el dilema del prisionero y la cacería de alces.

También vamos a ver cómo evoluciona temporalmente cada una de las cuatro estrategias si se tiene un grupo de jugadores bien mezclado, es decir, donde todos tengan una alta probabilidad con todos. Veremos que la ecuación del replicador dará cuenta de este tipo de población.



### 3. Teoría de Juegos Evolutivos

En la teoría de juegos se define una variable llamada **utilidad**,  $u$ , que es una cantidad que obtiene un agente cuando interactúa con otros, luego de que los dos han utilizado alguna de sus posibles estrategias [Osborne \(2000\)](#). En la clasificación de Cipolla, por ejemplo, si dos agentes interactúan y uno fue inteligente y el otro incauto, el inteligente obtiene un puntaje o utilidad  $u(N, I)$ , mientras que el incauto recibe  $u(I, N)$  puntos.

En un momento dado, o ronda, un jugador tiene cuatro posibles estrategias  $E = I, B, N, S$ , es decir, inteligente, bandido, incauto o estúpido. Así, cuando un jugador  $A$  interactúa con un jugador  $B$ , su puntaje será  $x_{EA} + y_{EB}$ , donde  $x_{EA}$  es el puntaje de  $A$  por usar la estrategia  $EA$ , dado por los cuatro comportamientos; mientras que  $y_{EB}$  es el puntaje que recibe de  $B$ , cuando éste último usa la acción  $EB$ . De igual modo, el jugador  $B$ , obtiene un puntaje  $x_{EB} + y_{EA}$ .

En el capítulo 1, vimos que los rangos de puntajes, según cada comportamiento son

- I:  $x_I > 0, y_I > 0$ .
- B:  $x_B > 0, y_B < 0$ .
- N:  $x_N < 0, y_N > 0$ .
- S:  $x_S < 0, y_S < 0$ .

Dichas combinaciones se ubicarán en una matriz de  $4 \times 4$ . Nuestra suposición es que la submatriz que forman las estrategias  $I - B$ , están en un dilema de cooperación. Hay varios dilemas de cooperación que han sido muy estudiados ([Santos and Pacheco \(2005\)](#)), pero en este trabajo usaremos dos: **el dilema del prisionero** y **la cacería de alces**. En la sección 1, se va a exponer las características de los dos juegos y se va a ver el equilibrio de Nash de ambos.

El siguiente paso es ver qué ocurre cuando un grupo muy grande de jugadores es totalmente mezclado. Es decir, que cada jugador tiene la oportunidad de interactuar al azar con cualquiera de los otros jugadores. Para ello, se supone que al comienzo del juego una fracción de los jugadores,  $H_I$  es inteligente, una fracción  $H_B$  es de bandidos, una fracción  $H_N$  es de incautos y una fracción  $H_S$  es de estúpidos. Dicho análisis se hará por medio de la **ecuación del replicador**.

### 3.1. El Dilema del Prisionero

El dilema del prisionero combina dos elementos, la racionalidad individualista y el beneficio mutuo [Poncela Casanovas \(2012\)](#); [Skyrms \(2004\)](#). El juego tiene muchas versiones, la más común es la de dos hombres que son detenidos por un mismo delito. En la comisaría el comisario decide hacer el experimento de hablar con cada uno de los hombres por separado, manteniéndolos incomunicados. El director llama a uno de los acusados, y le da dos alternativas, guardar silencio, es decir, **cooperar** con el otro acusado y no delatarlo o **no cooperar** con el otro acusado y delatarlo. Según la elección de los dos hombres, el director les dictará una sentencia. Si ambos se delatan mutuamente, es decir, muestran comportamientos no cooperativos, recibirán una pena de 5 años. Si ninguno delata al otro, ambos cooperan entre sí, la pena es de 1 año. Por último, si uno delata (no coopera) y el otro mantiene el silencio (coopera) el primero saldrá libre y el segundo será condenado a 7 años.

En el dilema del prisionero, las dos posibles acciones son cooperar o no cooperar. En teoría de juegos, las posibles acciones se denominan **estrategias puras**, y el resultado de uno de los jugadores (en este caso los acusados) depende de la estrategia que elija, así como de la estrategia que elija el otro jugador. Estos resultados se ubican en una matriz llamada **matriz de pagos**<sup>1</sup>. Las filas representan las estrategias de uno de los acusados, mientras que las columnas representan las estrategias de su compañero. En un caso general, la cantidad en cada entrada de la matriz corresponde a lo que recibe el jugador con las estrategias de la fila, como se ve a continuación<sup>2</sup>:

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} \text{Coopera} & \text{No coopera} \end{array} \\ \begin{array}{c} \text{Coopera} \\ \text{No coopera} \end{array} & \left( \begin{array}{cc} R & S \\ T & P \end{array} \right) \end{array}$$

Vamos a seguir una convención muy común con el dilema del prisionero. Aquí un jugador A juega con las estrategias de las filas, mientras que un jugador B elige alguna de las estrategias de las columnas. Si los dos cooperan, el jugador A recibe un puntaje  $R$  [Santos and Pacheco \(2005\)](#); en la matriz se muestran los cuatro puntajes posibles que recibe A. En el dilema del prisionero, los puntajes representan los años en prisión de A. Si los dos cooperan, A recibe una condena de  $R = -2$  años. De igual modo, si A coopera y B no coopera,  $S = -5$  años; si A no coopera y B coopera,  $T = -1$  año; y finalmente, si ninguno coopera, los dos reciben una condena de  $P = -4$  años<sup>3</sup>. En el dilema del prisionero los valores de la matriz de saldos

<sup>1</sup>En inglés, se denomina matriz de *payoffs*, que es como aparece en la literatura en lengua inglesa (ver, Osborne).

<sup>2</sup>En algunos libros, las entradas de la matriz son los puntajes que obtienen el jugador de la fila y de la columna al mismo tiempo.

<sup>3</sup>R: *reward*, T: *temptation*, S: *sucker*, P: *punishment*.

cumplen la relación  $T > R > P > S$ .

Ahora, veamos unas definiciones y propiedades matemáticas básicas de la teoría de juegos cuando hay más de dos estrategias, y si hay una estrategia que sea mejor que otras.

## 3.2. Terminos Básicos de la Teoría de Juegos

En teoría de juegos, se define un **juego de forma normal** como un juego de  $n$  personas, donde cada jugador tiene un conjunto finito de *estrategias puras* Hofbauer and Sigmund (1998); Nash (1950). En los ejemplos de la sección anterior, las estrategias puras son **cooperar-no cooperar** en el dilema del prisionero, o **cazar alces-cazar liebres** en la cacería de alces. En general, se puede asumir que hay  $N$  estrategias puras  $R_1 \dots R_N$ , y los jugadores pueden usar *estrategias mixtas*, es decir, jugar con las estrategias  $R_1 \dots R_N$ , cada una con una probabilidad  $p_1 \dots p_N$ .

Si se piensa en las estrategias puras como ejes perpendiculares de un espacio  $N$ -dimensional, una estrategia consistirá en un punto  $\mathbf{p}$  en el simplex de dicho espacio. Un simplex es la generalización de un triángulo en un espacio  $R^N$ . Un 0-simplex es un punto, un 1-simplex es un segmento, un 2-simplex es un triángulo, un 3-simplex es un tetraedro, etc (Ver *Principles of Mathematical Analysis (3rd ed.)* de W. Rudin. Rudin (1976). El simplex  $S_N$  se expresa como:

$$S_N = \left\{ \mathbf{p} = (p_1, \dots, p_N) \in \mathbb{R}^N : p_i \geq 0 \ \& \ \sum_{i=1}^N p_i = 1 \right\} \quad (3-1)$$

Las esquinas del simplex son los vectores unitarios en los ejes  $\mathbf{e}_i$ , y corresponden a estrategias puras. El interior de  $S_N$  contiene las estrategias mixtas  $\mathbf{p}$ , es decir, aquellas que cumplen  $p_i > 0$ . En el dilema del prisionero (cacería de alces), el simplex es una recta en  $\mathbb{R}^2$  donde las estrategias puras son  $R_1$ : *cooperar* (*cazar alces*) y  $R_2$ : *no cooperar* (*cazar liebres*), con probabilidades  $p_1$  y  $p_2$ , respectivamente.

Si el juego es de dos jugadores, existe una **función de pago**<sup>4</sup>  $u_{ij}$  para un jugador que use la estrategia pura  $R_i$  contra un jugador que use una estrategia pura  $R_j$  Hofbauer and Sigmund (1998). La matriz de pago  $U = (u_{ij})$  es una matriz de tamaño  $N \times N$ .

La matriz del dilema del prisionero es de  $2 \times 2$ , donde las estrategias puras son  $(R_1, R_2) =$  (coopera, no coopera). Cuando un jugador usa una estrategia pura  $R_i$ , y juega con un jugador que tiene una estrategia mixta  $\mathbf{q}$ , según 3-1, su pago esperado es  $(U\mathbf{q}) = \sum u_{ij}q_j$ .

<sup>4</sup>Función de *payoff* (ver Hofbauer et al, 1998)

Por ejemplo, en el dilema del prisionero en la sección anterior, si un jugador  $\mathbf{p}$  juega con la estrategia pura *coopera*, entonces  $\mathbf{p} = (1, 0)$  y si  $\mathbf{q}$  es *no coopera*, entonces  $\mathbf{q} = (0, 1)$  la ganancia esperada de  $\mathbf{p}$  es

$$(\mathbf{p} \cdot U\mathbf{q}) = \sum_{i,j=1,2} p_i u_{ij} q_j = R_1 u_{1,2} R_2 = S = -5$$

Si se tiene una estrategia mixta  $\mathbf{q}$ , las **mejores respuestas** a  $\mathbf{q}$  son aquellas estrategias  $\mathbf{p}$  tales que  $\mathbf{p} \cdot U\mathbf{q}$  sea un valor máximo. Otro concepto fundamental es el **equilibrio de Nash**, que es la mejor estrategia que actúa contra ella misma. Es decir, si hay dos estrategias  $\mathbf{p}$  y  $\mathbf{q}$ , y  $\mathbf{q}$  es un equilibrio de Nash, entonces

$$\mathbf{p} \cdot U\mathbf{q} \leq \mathbf{q} \cdot U\mathbf{q} \tag{3-2}$$

para toda  $\mathbf{p}$  Nash (1950); Hofbauer and Sigmund (1998). Veamos estos dos conceptos en el dilema del prisionero:

	Coopera	No coopera
Coopera	R,R	S,T
No coopera	T,S	P,P

Esta vez se han incluido las ganancias de los dos jugadores. Si un jugador A elige las estrategias de las filas, sus posibles puntajes serán las entradas en rojo, y jugador B que elija las estrategias de las columnas, tendrá como posibles puntajes las entradas en azul. Obsérvese que si hacemos que A elija una de las estrategias de las columnas, y a B, la de las filas, sus posibles puntajes no cambian. En este caso, tenemos un **juego simétrico**.

En el dilema del prisionero, los puntajes son los años de condena recibidos, y entre menos años de condena, mayor ganancia. Para observar el equilibrio de Nash, según 3-2, se comparan los puntajes que obtiene cada jugador al elegir una estrategia. si A elige cooperar, sus posibles puntajes son  $R$  y  $S$  (rojo). Si A coopera y B coopera, el puntaje de ambos es  $R \leq T$ . Si A coopera y B no coopera, A obtiene un puntaje  $S \leq P$  (azul), mientras que B obtiene un puntaje  $T \geq P$ . De este modo, la combinación *coopera-no coopera* no les produce la mayor ganancia a ambos jugadores. La matriz de pago es simétrica en este juego, así que el mismo análisis se puede hacer con la combinación *no coopera-coopera*. La última posible combinación *no coopera-no coopera*, les produce a ambos una ganancia  $P \geq S$ . Así que el equilibrio de Nash en el dilema del prisionero es que ambos jugadores no cooperen. El dilema del prisionero es un juego con un único equilibrio de Nash.

Un lema interesante que no demostraremos aquí<sup>5</sup> es (Peters (2015)):

---

<sup>5</sup>ver Smith Smith (1982).

*Todo juego simétrico tiene un equilibrio de Nash simétrico*

Este lema va a ser útil más adelante, cuando veamos nuestro planteamiento de modelo de agentes.

Hasta ahora, sólo hemos visto la descripción de un juego en el que dos jugadores tienen una única interacción. Vamos a ver qué ocurre cuando hay más de dos jugadores, y cuando estos pueden interactuar en repetidas ocasiones. Ese es el tema de la teoría de juegos evolutivos, cuyos resultados principales veremos en la siguiente sección.

### 3.3. Elementos de Teoría de Juegos Evolutivos

Uno de los objetivos de la teoría de juegos evolutivos fue explicar cómo surge el altruismo en los animales, por qué las disputas entre animales de la misma especie rara vez escalan a batallas a muerte, y cómo estas dos observaciones son compatibles con la teoría de la evolución por selección natural (Harma (2010); Hofbauer and Sigmund (1998)). Para ello, en 1973 John Maynard Smith, uno de sus precursores, llevó la teoría de juegos a un contexto biológico (Smith (1982)).

La teoría de juegos evolutivos estudia las reglas adaptativas que gobiernan el comportamiento de una especie en una población variada o el de grupos de individuos de la misma especie que tienen un comportamiento común (Newton (2018)). Aquí, los jugadores son poblaciones de animales bien sea de la misma o de diferente especie. En la población hay un conjunto finito de comportamientos, que se pueden ver como un conjunto finito de estrategias,  $S_N$ , dadas por la ecuación 3-1. En un instante inicial se observan las fracciones de individuos que siguen una de las estrategias dadas, y se observa cómo cambia cada una de esas fracciones en el tiempo (Peters (2015)).

Ahora, sea una población con un conjunto finito de estrategias  $M$ ,  $\{S_1, S_2, \dots, S_M\}$  y sea  $H_i$  la fracción de individuos que en un tiempo determinado juegan con la estrategia  $S_i$ . El éxito de una estrategia se mide por medio de su *fitness*<sup>6</sup>(Hofbauer and Sigmund (1998); Smith (1982)). En un juego evolutivo de estrategias finitas, el fitness se modela por medio de una matriz de pagos  $\mathbf{A}$  de tamaño  $M \times M$ , mientras que las fracciones de individuos con una estrategia dada en un instante  $t$  es un vector columna dado por

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} H_1 \\ \vdots \\ H_M \end{pmatrix}$$

<sup>6</sup>En la teoría de la evolución, el *fitness* es una medida del éxito reproductivo de un individuo

Para observar cómo evoluciona una estrategia  $S_i$  en una población, John Maynard Smith introdujo la **ecuación del replicador**, que es una ecuación diferencial no lineal que relaciona el *fitness*, o éxito evolutivo con la fracción  $H_i$  de individuos con estrategia  $S_i$  comparado con el *fitness* promedio de la población (Hofbauer and Sigmund (1998); Smith (1982)):

$$\dot{H}_i = H_i \left( (\mathbf{A} \cdot \mathbf{H})_i - \mathbf{H}^T \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{H} \right) \quad (3-3)$$

Aquí,  $\dot{H}_i$ , la derivada temporal de  $H_i$ , es proporcional a la fracción de jugadores que juegan con la estrategia  $S_i$ . El primer término en paréntesis de 3-3 es la ganancia o pérdida de los individuos que juegan con la estrategia  $S_i$ , y el segundo término es el *fitness promedio* de la población (Hofbauer and Sigmund (1998)).

La ecuación 3-3 es una descripción matemática de uno de los conceptos fundamentales en la teoría de la evolución, **la selección**. No obstante, la otra idea de la teoría de la evolución, **la mutación**, está descrita por la **estrategia evolutiva estable** (Hofbauer and Sigmund (1998); Osborne (2000); Smith (1982)). Una estrategia  $x$  es evolutivamente estable en un juego simétrico cuya matriz de pagos es  $A$  si se cumple que

1.  $x$  es un equilibrio de Nash.
2. Para una estrategia  $y \neq x$ , si  $xAx = yAx \Rightarrow xAy > yAy$ .

La primera condición dice que una fracción de individuos que usen la estrategia  $x$  maximizan su *fitness* cuando interactúan con otra fracción que usa la misma estrategia  $x$ . La segunda condición habla de una estrategia  $y$  que responde a la estrategia  $x$  como la estrategia  $x$  misma; en este caso,  $y$  es una mutación. No obstante,  $x$  responde a  $y$  mejor de lo que  $y$  responde a sí misma, y por lo tanto,  $y$  no es una mutación exitosa:  $x$  es una estrategia evolutivamente estable.

En el dilema del prisionero, sean  $x$  y  $1 - x$  las fracciones de cooperadores y no cooperadores en una población. Si aplicamos la ecuación del replicador 3-3 tenemos que

$$\dot{x} = x \left( (-R + S + T - P)x^2 + (R - 2S - T + 2P)x + (S - P) \right)$$

Los puntos estables son aquellos donde  $\dot{x} = 0$ , y en el dilema del prisionero, estos puntos son

$$x^* = \frac{-(R - 2S - T + 2P) \pm \sqrt{R^2 - 2RT + T^2}}{2(-R + S + T - P)}$$

y teniendo en cuenta que  $T > R > P > S$ , las estrategias estables son  $x = 0$ , es decir, donde todos son no cooperadores, o  $x = 1$ , donde todos son cooperadores. Al derivar  $\dot{x}$  con respecto a  $x$  igualar a cero y evaluar en las estrategias estables, se tiene que  $d\dot{x}/dx(x^* = 0) = S - P < 0$ ;

mientras que  $d\dot{x}/dx(x^* = 1) = T - R > 0$ . Así,  $x = 0$  es un equilibrio estable, o un equilibrio de Nash.

### 3.4. Juego evolutivo con las leyes de Cipolla

Ya vimos que el dilema del prisionero y la cacería de alces permiten pensar cómo podría ser un modelo basado en agentes si una población estuviera conformada por individuos que fueran inteligentes o malvados. Las matrices de pagos permiten delimitar los valores de los puntajes luego de una interacción entre dos jugadores.

Supongamos que tenemos una población fija de  $N$  jugadores, donde todos pueden actuar entre ellos de forma aleatoria. Esta hipótesis de tener la población bien mezclada es la hipótesis de **campo medio**. Además, supongamos que cada jugador tiene cuatro posibles estrategias puras,  $S_4 = I, B, U, S$ , inteligente, bandido, incauto (*unfortunate*, en inglés) y estúpido, respectivamente (Kuperman et al. (2020)). Los jugadores tienen la posibilidad de encontrarse en muchas rondas. Nos vamos a interesar en las fracciones de personas que muestran uno de los cuatro comportamientos en un momento dado, por medio de un vector

$$\rho = \begin{pmatrix} \rho_I \\ \rho_B \\ \rho_U \\ \rho_S \end{pmatrix}$$

donde  $\rho_i$  es la fracción de jugadores que tienen una estrategia  $i \in S$  en un tiempo dado, y  $\rho_I + \rho_B + \rho_U + \rho_S = 1$ .

El siguiente paso es definir la matriz de saldos,  $\mathbf{A}$ . Para ello tomaremos como referencia los cuadrantes de la figura 2-1, donde  $x$  representa las ganancias que recibe un jugador 1 por una acción que realiza sobre un jugador 2, mientras que  $y$  representa las ganancias o pérdidas que recibe el jugador 1 del jugador 2. Por ejemplo, si una persona inteligente interactúa con un malvado, su puntaje será  $x_I + y_B$ . Con todas las posibles combinaciones, la matriz de saldos es

$$\mathbf{A} = \begin{matrix} & \begin{matrix} I & B & U & S \end{matrix} \\ \begin{matrix} I \\ B \\ U \\ S \end{matrix} & \begin{pmatrix} x_I + y_I & x_I + y_B & x_I + y_U & x_I + y_S \\ x_B + y_I & x_B + y_B & x_B + y_U & x_B + y_S \\ x_U + y_I & x_U + y_B & x_U + y_U & x_U + y_S \\ x_S + y_I & x_S + y_B & x_S + y_U & x_S + y_S \end{pmatrix} \end{matrix} \quad (3-4)$$

Dada la infinidad de posibilidades en los valores  $x-y$ , es necesario hacer algunas suposiciones que delimiten el juego. La primera es que los malvados tienen un mayor incentivo, así que el valor  $x_B$  es más alto que los otros valores. La segunda suposición es que la submatriz en rojo de  $A$  conformada por inteligentes y malvados interactúan en un dilema de prisionero o en una cacería de alces. En el caso de que la submatriz juegue el dilema del prisionero, se debe cumplir<sup>7</sup>

$$x_B + y_I > x_I + y_I > x_B + y_B > x_I + y_B$$

Dado que  $y_B < 0$  y que  $y_I > 0$ , es suficiente elegir  $x_B > x_I$ .

Al aplicar la ecuación del replicador 3-3 a cada componente de  $\rho$ , se tiene la evolución temporal de cada una de las fracciones  $\rho_k$ :

$$\dot{\rho}_k = \rho_k \left( [\mathbf{A}\rho]_k - \rho^T \mathbf{A} \rho \right) \quad (3-5)$$

con  $k = I, B, U, S$ . Así, nos queda resolver un sistema de cuatro ecuaciones diferenciales no lineales. Aquí,  $[\mathbf{A}\rho]_k = \sum_j a_{kj} \rho_j$ . Uno de los resultados de la teoría evolutiva de juegos es que si a la matriz  $A$  se le suma una constante a cualquier columna, la ecuación del replicador permanece invariante<sup>8</sup>. Para efectos de análisis, reescribamos la matriz  $\mathbf{A}$  como

$$\mathbf{A} = \begin{matrix} & \begin{matrix} I & B & U & S \end{matrix} \\ \begin{matrix} I \\ B \\ U \\ S \end{matrix} & \begin{pmatrix} x_I & x_I & x_I & x_I \\ x_B & x_B & x_B & x_B \\ x_U & x_U & x_U & x_U \\ x_S & x_S & x_S & x_S \end{pmatrix} \end{matrix}$$

De este modo, la dinámica del replicador se puede escribir como

$$\dot{\rho}_k = \rho_k \left( x_k - \sum_j \rho_j x_j \right) \quad (3-6)$$

Para hallar la estrategia evolutivamente estable, realizamos un procedimiento similar al de las matrices de la sección 3. La diferencia es que se trabajaron con matrices de  $2 \times 2$  correspondientes al dilema del prisionero y a cacería de alces, donde los equilibrios de Nash y las estrategias evolutivamente estables se hallaban derivando con respecto a  $x$ . Los puntos críticos del sistema 3-6 forma un sistema de cuatro ecuaciones, cuyos puntos críticos se hallan por medio de la matriz jacobiana

<sup>7</sup>ver sección 3.2

<sup>8</sup>Para una demostración de este lema, ver Hofbauer, Hofbauer and Sigmund (1998).

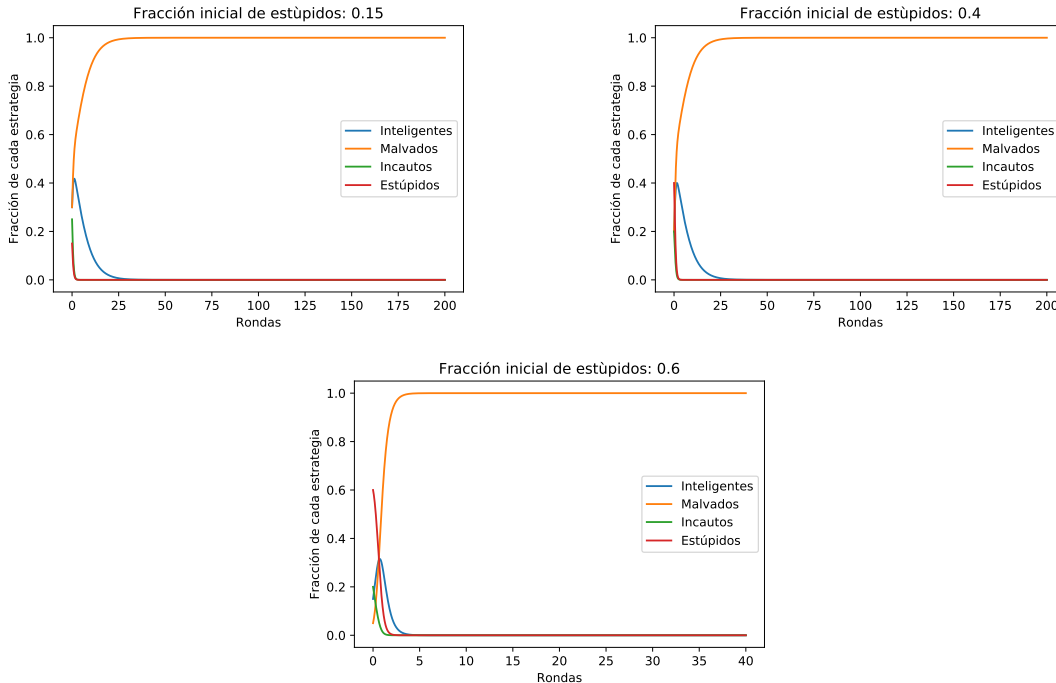


$$\begin{array}{c}
 S \\
 U \\
 I \\
 B
 \end{array}
 \left(
 \begin{array}{cccc}
 S & U & I & B \\
 (1-\rho_S)x_S - \bar{x} & -\rho_S x_U & -\rho_S x_I & -\rho_S x_B \\
 -\rho_U x_S & (1-\rho_U)x_U - \bar{x} & -\rho_U x_I & -\rho_U x_B \\
 -\rho_I x_S & -\rho_I x_U & (1-\rho_I)x_I - \bar{x} & -\rho_I x_B \\
 -\rho_B x_S & -\rho_B x_U & -\rho_B x_I & (1-\rho_B)x_B - \bar{x}
 \end{array}
 \right)$$

donde  $\bar{x} = \sum_j \rho_j x_j$ . Si los estados estacionarios corresponden a una de las  $\rho_k = 1$  y el resto igual a cero, los autovalores para un estado cuando  $\rho_k = 1$  y  $\rho_j = 0$  cuando  $j \neq k$  son

$$(1 - \delta_{k,j})x_j - x_k.$$

De este modo, en una población bien mezclada, el único resultado posible cuando  $B$  tiene cuatro autovalores negativos es aquél que corresponde a la estrategia con mayor  $x_k$ . Así, en campo medio, la población converge a un grupo uniforme de bandidos. Al resolver las cuatro ecuaciones con distintas condiciones iniciales, se llega a los resultados mostrados en la figura 3-1. Las tres gráficas muestran tres poblaciones con fracciones iniciales de estúpidos 0,15, 0,4 y 0,6. En las gráficas se observa que luego de 100 rondas, todos los jugadores son malvados.



**Figura 3-1.:** Solución de la ecuación del replicador para un población bien mezclada, donde los jugadores pueden actuar como inteligentes, bandidos, incautos o estúpidos. Si los inteligentes o malvados juegan al dilema del prisionero, el equilibrio de Nash es que todos sean malvados.

Recordemos que una de las conclusiones de Cipolla es que uno de las maneras posibles para el avance de la sociedad permite que todos sean malvados por turnos, es decir, que todos jueguen un juego de suma cero. No obstante, este resultado en teoría de campo medio oculta una dinámica más variada de la población, además de ser poco realista.

Estos resultados no son interesantes a primera vista, pero ilustran lo que ocurre al estudiar a un grupo de jugadores perfectamente mezclados, es decir donde todos tengan la posibilidad de interactuar con todos. Los grupos reales interactúan en pequeños grupos. Aún en un grupo de 20 personas, no todos van a interactuar con todos. Cada persona va a interactuar con tres o cuatro personas a la vez. Cuando se tiene en cuenta de que los jugadores puedan interactuar solamente con un grupo reducido de vecinos, la dinámica muestra resultados interesantes. Y con qué jugadores va a interactuar cada jugador define la topología de la red.

Otro aspecto que dejamos por fuera en la ecuación del replicador 3-3 fue el qué decide hacer un jugador con una de las estrategias cuando se encuentra con otro jugador. La ecuación 3-3 solamente muestra que el ser malvado es un comportamiento que predomina en un grupo cerrado de jugadores. Y es incluso contradictorio con las leyes de Cipolla.

Para mejorar el estudio, debemos definir unas reglas de juego, que nos permitan explorar las leyes de Cipolla más a fondo. En particular, si la primera ley impide contar la fracción de estúpidos en la población, ¿es posible encontrar una fracción límite de estúpidos que tengan alguna incidencia en la población?

La respuesta a esa última pregunta la vamos a responder por medio de un meta-juego, es decir un juego que explore las posibilidades de que los jugadores actúen como estúpidos de forma imprevista.

En el siguiente capítulo vamos a ver cómo la topología de la red va a enriquecer la dinámica de la población, y al mismo tiempo, va a permitir hacer un análisis cuantitativo del modelo de agentes.

## 4. Redes Complejas

En el capítulo 3 vimos que las interacciones entre los agentes se pueden ver por medio de un juego de cuatro estrategias. Vimos que si los jugadores son solamente inteligentes y malvados, el juego se reduce a un dilema de cooperación tal como el dilema del prisionero y la cacería de alces. También vimos cómo la ecuación del replicador nos permite ver cómo evoluciona la fracción de jugadores cuando están en una población bien mezclada. Al resolver el sistema de ecuaciones, se llega a que la población converge a un grupo de malvados.

Otro aspecto que vamos a definir también es el modo de obtener los resultados y qué esperamos observar. En un modelo de agentes, deseamos ver un efecto a gran escala de la población luego de que los jugadores hayan interactuado por un buen tiempo. Lo primero que deseamos ver son las fracciones de individuos que tienen cada uno de los cuatro comportamientos. Lo segundo que deseamos ver es el puntaje medio de la población. El puntaje va a ser las ganancias o pérdidas de los jugadores luego de haber interactuado durante un tiempo prolongado.

La siguiente pregunta es qué variables o parámetros de control vamos a utilizar. Uno de los parámetros va a ser la fracción inicial de estúpidos en la población en el momento inicial del juego. En el capítulo anterior vimos que para un juego de cuatro estrategias, vamos a tener una matriz de 16 entradas. Así que vamos a tener 15 de las entradas fijas, y vamos a observar qué ocurre cuando variamos las ganancias que obtiene un malvado por sus acciones. Dicha variación se mantendrá dentro de un rango de valores que mantengan el juego como el dilema de prisionero o la cacería de alces.

No obstante, hay un parámetro adicional que vamos a usar: **la topología de la red**. Es decir, qué ocurre cuando ya los jugadores no tienen la posibilidad de interactuar en una población bien mezclada, sino cuando interactúan con unos pocos jugadores vecinos. Esta situación es un poco más realista, ya que en un grupo de 20 personas, por ejemplo, al cabo de un tiempo, se terminan formando subgrupos de tres o cuatro personas.

Para ver cómo usar el efecto topológico como variable, debemos ver cómo se pueden distribuir un grupo de  $N$  jugadores, con cuántos jugadores va a interactuar, es decir, su número de vecinos; y si existe la posibilidad de reorganizar los subgrupos. También debemos ver qué ocurre cuando los jugadores tienen el mismo número de vecinos y cuando el número de

vecinos cambia. Para responder a estas preguntas, vamos a pensar en redes, es decir, vamos a imaginarnos a los jugadores como una **red de nodos** que interactúan con unos nodos vecinos fijos, por medio de **conexiones**.

¿Cómo afecta la topología de la red en la dinámica del juego? Para responder a esto, volvamos al dilema del prisionero. En el capítulo anterior, vimos que en una población donde los jugadores tengan la posibilidad de interactuar con todos, la única estrategia evolutivamente estable es que todos los jugadores no cooperen, como se vio en las figuras **3-1** y **??**.

A finales de los años 70, William Hamilton y John Maynard Smith, padres de la teoría evolutiva de juegos, enfatizaron que la **estructura espacial** era un factor importante en la evolución de la cooperación [Skyrms \(2004\)](#). A comienzos de los años 90, Martin Nowak y Robert May propusieron estudiar el dilema del prisionero por medio de **juegos espaciales**, es decir, juegos donde cada integrante sólo pudiera interactuar con un grupo de vecinos distribuidos en una red con una geometría determinada [Nowak et al. \(1994\)](#).

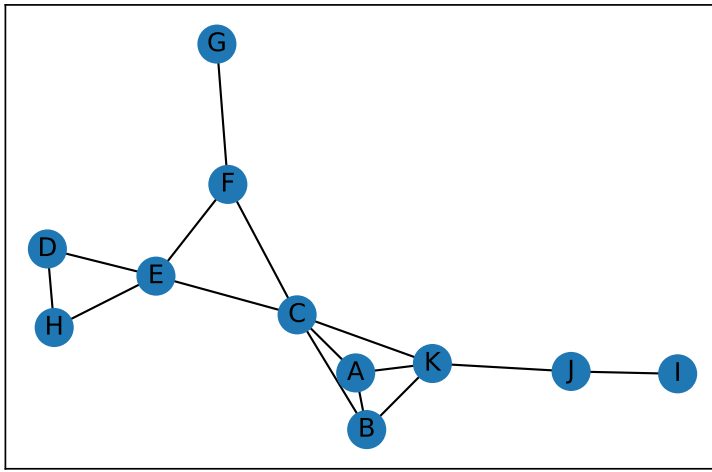
Ellos distribuyeron 400 jugadores en una red cuadrada de  $20 \times 20$  celdas. Hubo dos tipos de interacción. La primera era permitir que cada jugador interactuara solamente con sus vecinos más cercanos. La segunda era permitir a cada nodo elegir a un jugador al azar dentro de un radio de acción. Al final, observaron que la fracción de cooperadores al cabo de muchas rondas de juego cambiaban en cada una de las topologías. Más adelante, daremos una discusión más detallada.

Por ahora, veamos lo que significa *pensar en redes*. Cuando se tiene una colección de entidades, muchas veces nos interesa más pensar en la relación entre las entidades que en las entidades mismas ([Mitchel \(2009\)](#)). Veamos tres ejemplos: un sistema de vuelos de un país, donde los aeropuertos van a estar conectados por medio de rutas de vuelo entre ellos; las páginas de internet y el modo en que están conectadas entre sí; o un grupo de personas dentro de una sociedad y el modo en que se relacionan. Estos ejemplos son muy distintos, pero tienen algo en común: los tres forman redes complejas ([Barabasi and Albert \(1999\)](#)).

Una red compleja es una colección de **nodos** unidos por **enlaces** que poseen propiedades estadísticas y topológicas no triviales ([Mitchel \(2009\)](#)). En los ejemplos del párrafo anterior, los nodos son los aeropuertos, las páginas de internet y las personas, mientras que enlaces son las rutas de vuelo, los hiperlinks y las relaciones sociales, respectivamente.

Supongamos, que tenemos una red de personas como la que se muestra en la figura **4-1**. Las personas en la red se representan por nodos marcados con letras mayúsculas, y los vértices serán las líneas negras que muestran si dos personas son amigos directos. *E*, por ejemplo tiene cuatro amigos directos, *D*, *H*, *F* y *C*, mientras que *F* tiene como amigos directos a *E*,

$G$  y  $C$ . Los nodos podrían representar también aeropuertos en ciudades, y los vértices, las rutas de vuelo que conectan a dos aeropuertos, etc.



**Figura 4-1.:** Ejemplo de una red compleja. Las letras representan personas, mientras que los vértices representan las personas con las que hay una interacción directa. Por ejemplo, la persona  $E$  tiene una relación directa con las personas  $D$ ,  $H$ ,  $F$  y  $C$ .

El estudio de estructuras como las de la figura 4-1 se conoce como **ciencia de redes**. Es un área que nació en las matemáticas puras dentro de la *teoría de grafos*, pero que a finales de los años 90, evolucionó como una rama independiente (Mitchel (2009); Newman (2010)). Las dos publicaciones fundamentales fueron *Collective Dynamics of Small World Networks* de Duncan Watts y Steven Strogatz, publicada en *Nature* y *Emergence of Scaling in Random Networks* de Albert-László Barabási y Réka Albert, publicada en *Science* (Barabasi and Albert (1999); S. and Watts (1998)). Las redes exploradas en estas publicaciones han sido las más usadas y estudiadas en los últimos 20 años, ya que, como veremos más adelante, ellas reproducen muchas situaciones sociales realistas (Mitchel (2009)).

Las aplicaciones de las redes complejas abarcan desde el estudio de redes neuronales, el estudio de las redes sociales humanas, el comportamiento de las redes financieras, la distribución de las redes eléctricas, etc. E incluso, los investigadores que han incursionado en la ciencia de redes creen que las características comunes en los ejemplos que se han mencionado se

pueden caracterizar en un lenguaje común (Mitchel (2009)).

En el intento de desarrollar dicho lenguaje común, los científicos de redes han incorporado tres conceptos claves para el estudio de las redes complejas: *clustering*, *grado de un nodo* y *distancia media*.

El *clustering*, o aglomeración, es la fracción de nodos que están interconectados entre sí en pequeñas comunidades (Newman (2010)). Por ejemplo, en la figura 4-1, los cúmulos o *clusters* son las comunidades  $E, D, H, E, F, C$  y  $A, B, C, K$ .

El grado de un nodo es el número de enlaces de dicho nodo. En la figura 4-1,  $G$  es un nodo de grado 1,  $C$  es un nodo de grado 5, etc. Una característica matemática importante en las redes es la **distribución de grados**, es decir, la distribución estadística de los grados de los nodos en la red. Aquí es necesario aclarar que hay dos tipos de redes: *redes dirigidas* y *redes no dirigidas* (Newman (2010)). La figura 4-1 es un ejemplo de una red no dirigida, es decir, un vértice que une a dos nodos - $F$  y  $G$ , por ejemplo- cuenta en el grado de ambos. En contraste, si la red fuera dirigida, de  $F$  a  $G$ , por ejemplo, el vértices tendría una flecha que sale de  $F$  y llega a  $G$ , y dicho vértices sólo sumaría para el grado de  $G$ . En este trabajo, usaremos redes no dirigida; si el lector desea profundizar sobre redes dirigidas, ver Newman (Newman (2010)).

La última cantidad de interés es la distancia media, que es el promedio de las distancias más cortas que hay entre cualquier par de nodos en la red. La distancia más corta entre dos nodos es el número mínimo de vértices que hay entre ellos. En la figura 4-1, la distancia mínima entre el nodo  $H$  y el nodo  $E$  es 1, mientras que la distancia mínima entre  $H$  y  $G$  es 3. Así, la distancia media es el promedio de las distancias mínimas presentes en la red (Mitchel (2009); Newman (2010)).

Ya con la terminología básica de redes definidas, veamos las características de las redes de la red de Strogatz-Watts y la red de Barabási-Albert. Vamos a ver que estas redes reproducen muchas redes sociales realistas, debido a que presentan dos fenómenos muy comunes: los pequeños mundos y ser red libres de escalas, respectivamente. Luego de repasar estas redes, veremos algunos resultados de juegos como el dilema del prisionero cuando los jugadores forman nodos en dichas redes, y en la sección final, ampliaremos el juego de las leyes de Cipolla que se esbozó en la última parte del capítulo 3.

## 4.1. Red de Pequeños Mundos

Todos nosotros hemos experimentado alguna vez en la vida el conocer a alguien por primera vez y descubrir que tenemos un amigo o conocido en común. En esos momentos, hemos dicho

que *el mundo es pequeño*<sup>1</sup>. En los años 50, Stanley Milgram, un psicólogo de Harvard, se preguntó **qué tan frecuentes son los fenómenos de pequeños mundos**, y para responder a esa pregunta, realizó una serie de experimentos para determinar, en promedio, cuántas personas intermediarias conectarían a dos personas desconocidas (Mitchel (2009); Watts (2004)).

Milgram reclutó al menos a 50 personas en Kansas y Nebraska y le dio a cada participante el nombre y la dirección de personas desconocidas a los participantes. Su tarea era hacerles llegar una carta pasándola primero a un conocido suyo, y pidiéndole que la hiciera llegar al desconocido de esa misma manera, y así sucesivamente hasta que se completara la cadena (Watts (2004)). Milgram contaba al final cuántos intermediarios separaban a cada participante de su respectivo emisor (Mitchel (2009)). Milgram calculó que en promedio cinco o seis personas separaban a dos desconocidos. Aún cuando sus resultados fueron recibidos con el mayor escepticismo, el término **seis grados de separación** se volvió célebre.

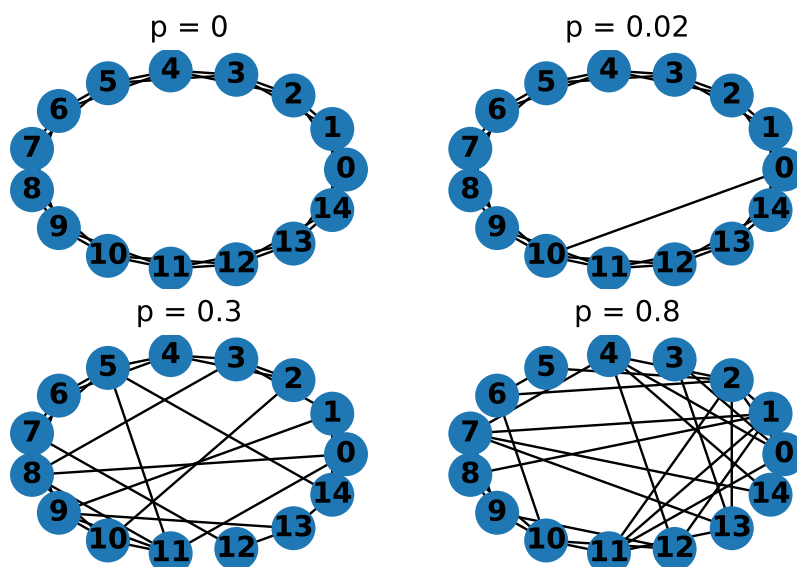
En 1998, Steven Strogatz y Duncan Watts publicaron *Collective Dynamics of Small World Networks* en *Nature*. Allí estudiaron de forma matemática una red compleja que daría cuentas del hallazgo de Milgram. En su artículo, ellos definieron una **red de pequeño mundo**<sup>2</sup> e investigaron el tipo de estructuras que tienen esta propiedad (Mitchel (2009); S. and Watts (1998)).

Ellos pensaron en las dos situaciones extremas de una red: una red completamente regular y una red completamente aleatoria. Una red completamente regular se logra si se conectan  $N$  nodos en un anillo, y cada nodo tiene el mismo grado. Por ejemplo, la red superior izquierda de la figura 4-2 es una red de 15 nodos totalmente ordenada, enumerados de 0 a 14. El nodo 0 está conectado con los nodos 1, 2, 13 y 14; el nodo 1 está conectado a los nodos 2, 3, 0 y 19, etc. Cada nodo es de grado 4. Ellos calcularon la *distancia media más corta*. Luego se preguntaron qué ocurriría si reconectaban por ejemplo el 3% de los nodos, es decir, si una red tiene 100 nodos, reconectan una de las conexiones en tres de ellos a nuevos nodos distantes.

En la parte superior derecha de la figura 4-2, se ha desconectado uno de los vértices del nodo 0 para reconectarlo al nodo 10. En la figura, se ha definido una probabilidad de reconexión,  $p$ , como la probabilidad de que una fracción  $p$  de los nodos se reconecte a un nodo más remoto. Los valores extremos  $p = 0$  y  $p = 1$  corresponden a una red totalmente ordenada y una red totalmente aleatoria; los valores intermedios de  $p$  corresponden a un grado de desorden que se ubican entre estos dos extremos (redes inferiores de la figura 4-2).

<sup>1</sup>En Estados Unidos o Inglaterra, por ejemplo, alguien diría «*small world*».

<sup>2</sup>*Small-world network*.



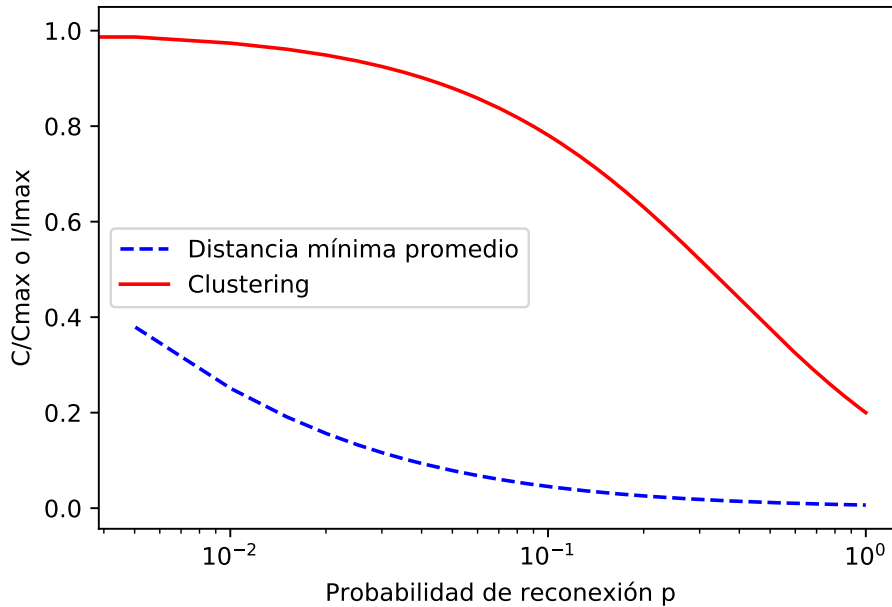
**Figura 4-2.:** Red de pequeño mundo de 15 nodos. Sup. izq.: Red perfectamente ordenada,  $p = 0$ . Sup. der.: red con uno de sus nodos reconectados  $p = 0,02$ . Inf. izq.: red con desorden alto,  $p = 0,3$ . Inf. der.: red aleatoria,  $p = 0,8$ .

Watts y Strogatz notaron cómo la variación de  $p$  podía reproducir el fenómeno de pequeño mundo (S. and Watts (1998)). Ellos se preguntaron qué ocurría con la distancia promedio de la red si a una red totalmente ordenada en forma de anillo se le desconectaban los vértices de algunos pocos nodos y se reconectaban a nodos más lejanos. Ellos encontraron que la distancia promedio se reducía notoriamente. Y ellos notaron que a medida que se incrementaba el número de nodos, el efecto era más notorio. Watts escribiría posteriormente en su libro *Six Degrees of Freedom*:

«Unos pocos vértices reconectados al azar pueden producir un gran efecto. En promedio, las cinco primeras reconexiones al azar, reducen la distancia media a la mitad»(Watts (2004)). Además de lograr reducir la distancia media entre nodos, las redes de pequeño mundo tienen un *clustering* alto; es decir, si dos nodos 1 y 2 están conectados, y el nodo 1 está conectado con un nodo 3, la probabilidad de que los nodos 2 y 3 estén conectados es alta. Y estas dos características explican el hallazgo de Milgram (S. and Watts (1998)). La figura 4-3 muestra estas dos características para una red de 600 nodos, en donde la red empieza ordenada en forma de anillo y los nodos tienen cuatro nodos vecinos<sup>3</sup>.

<sup>3</sup>Ver Strogatz y Watts (S. and Watts (1998)) o Newman (Newman (2010)) para un cálculo matemático más detallado





**Figura 4-3.: Distancia mínima promedio y *clustering* en función de la probabilidad de reconexión  $p$ .** La red tiene 600 nodos que forman un anillo ordenado y cada nodo se conecta con sus cuatro vecinos más cercanos, dos en sentido horario y dos en sentido antihorario. La línea roja muestra el *clustering* de los nodos, mientras que la línea azul muestra la distancia media en la red.

En la figura 4-3 se observa la característica de una red de pequeño mundo: cuando  $p$  aumenta, el *clustering* y la distancia media disminuyen, pero siempre siendo mayor la primera que la segunda. Así, en una red de Strogatz y Watts, la probabilidad  $p$  es un parámetro cuantitativo. Más adelante, usaremos el valor de  $p$  como variable y parámetro de control.

La red de Strogatz-Watts reproduce con precisión sistemas sociales donde la mayoría de gente son amigos de sus vecinos inmediatos, y donde un amigo lejano se pueda representar por un vértice más alejado de su vecindario. No obstante, la **distribución de grados**, es decir, el histograma con los grados de la red, no se ajustan a muchas redes del mundo real. Las redes que tienen una distribución más realista son las **redes libres de escala**.

## 4.2. Dilema del Prisionero y Cacería de Alces en Diferentes Topologías

A comienzos de la década del 90, antes de los trabajos de Barabasi-Albert y de Strogatz-Watts, Nowak, Bonhoeffer y May observaron qué ocurría con el dilema del prisionero cuando se tenía en cuenta la topología de la red (Nowak et al. (1994)). En su trabajo, el dilema del prisionero se juega en  $10^4$  rondas, y se lleva a cabo en una red cuadrada, de  $20 \times 20$  celdas, cada una ocupada por un nodo. Las interacciones por medio de dos topologías en una red cuadrada.

En la primera topología, los nodos internos interactúan con sus ocho vecinos más cercanos; los de las esquinas lo hacen con sus tres vecinos más cercanos; y los de los bordes interactúan con cinco nodos vecinos. No obstante, ellos encontraron que los resultados no cambian si se usa una red cuadrada periódica, es decir, donde todos los nodos interactúen con sus ocho vecinos más cercanos de forma periódica.

En la segunda topología, los nodos tienen un radio de acción  $r$ , y cada nodo elige interactuar con otro nodo al azar que esté a una distancia menor que  $r$ .

En sus resultados, la fracción de cooperadores al final de las rondas es mayor en redes que tienen una topología más regular que en las redes aleatorias (Nowak et al. (1994)).

Por otra parte, Santos y Pacheco usaron dos redes para estudiar un juego evolutivo del dilema del prisionero. La primera es una red regular donde los nodos forman un anillo, y donde cada nodo interactúa con sus  $k$  vecinos más cercanos, justo como en la red de Strogatz-Watts de la figura 4-2. La segunda red que usan es una red libre de escalas (Santos and Pacheco (2005)).

Las dinámicas de juego empleadas por Santos y Pacheco son similares a las empleadas por Nowak. En cada caso, calculan la fracción de cooperadores en función del valor  $T$  de la matriz de pagos, y como parámetros usan el número de conexiones de cada nodo, así como la cantidad de jugadores en la red. El juego se lleva a cabo con  $N = 10^4$  jugadores, o nodos, y el juego se desarrolla en  $10^4 N$  pasos de evolución, donde al azar se le asigna a cada nodo la estrategia de ser o no ser cooperador.

En sus resultados, la fracción de cooperadores cambia en cada una de las redes. Por ejemplo, para valores altos de  $T$ , la fracción de cooperadores en una red regular cae a cero, mientras que en una red libre de escala, sobrevive una fracción de cooperadores.

Otros trabajos como el de Roca, Cuesta y Sánchez analizaron la fracción de cooperadores

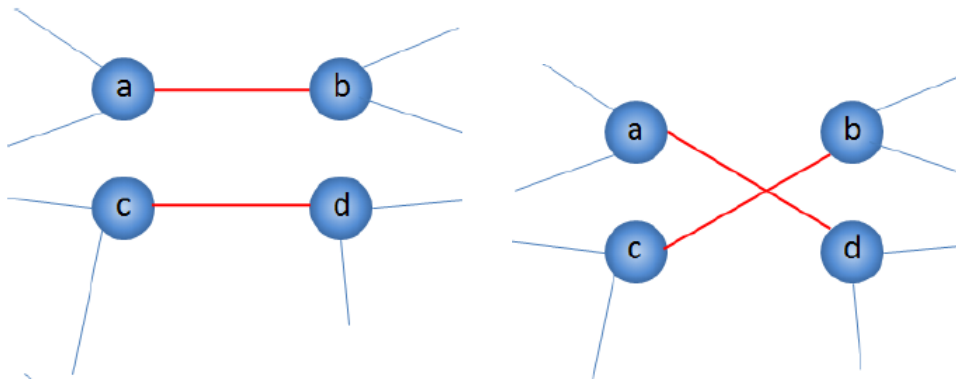
que sobrevive en juegos como la cacería de alces y otros juegos con matrices de  $2 \times 2$  y estudiaron la influencia de la topología en la supervivencia de los cooperadores (Roca et al. (2009)).

### 4.3. Modelo de Agentes de las Leyes de Cipolla en Redes Complejas

Los ejemplos de la sección anterior muestran que al variar la topología de la red, los cooperadores sobreviven a valores altos de  $T$  en juegos como el dilema del prisionero, a diferencia de los resultados de campo medio, donde ser no cooperador (bandido en nuestro juego), es la única estrategia que sobrevive al cabo de muchas rondas.

Teniendo esto en cuenta, vamos a usar dos redes en el juego espacial con las leyes de Cipolla.

La primera red que vamos a construir es una red de pequeño mundo con una modificación. En la sección 3.1., se mostró que la red de Strogatz-Watts tiene un parámetro de desorden  $p$ . No obstante, al variar el valor de  $p$ , los grados de los nodos cambian. Una primera modificación que probaremos es intercambiar conexiones entre dos nodos, dejando a todos los nodos con el mismo grado de la red, pero manteniendo la característica de pequeño mundo (Kuperman et al. (2020)). Al igual que en la red de Strogatz-Watts, los valores extremos de  $p = 0$  y  $p = 1$  representan los casos extremos de una red totalmente ordenada y una red totalmente aleatoria. La figura 4-4 muestra el nodo a conectado con uno de sus vecinos, el nodo b, así mismo, el nodo c está conectado al nodo d. Se realiza un intercambio tal que ahora el nodo a se conecte con d, y que c conecte al nodo b. Las variables y parámetros de control serán  $p$  y la fracción de estúpidos en la red en el instante inicial del juego.



**Figura 4-4.:** Intercambio entre dos conexiones en una red de Strogatz-Watts modificada.

Para construir la red, se empieza con una red de  $N = 10^4$  nodos ubicados en un anillo, tal

como muestra la figura 4-2, y para un valor de  $p$  se eligen dos pares de nodos distintos, siempre que uno no esté dentro del vecindario del otro. Se intercambian dos vecinos de los nodos elegidos con una probabilidad  $p$ . El procedimiento se repite  $Np$  veces. De este modo, se conservan los grados de los nodos, permitiendo al mismo tiempo, un grado de desorden variable, sobre el cuál discutiremos los resultados.

La red de Strogatz-Watts nos mostrará el desarrollo de un juego con dilema de cooperación en una comunidad donde no hay jerarquías, que se reflejan en los grados de la red. En su ensayo, Cipolla habla del poder de la estupidez, y los efectos de las personas estúpidas en posiciones de poder (Cipolla (1987)). Para ver esto, la red libre de escalas, muestra una red de grados variables; es decir, algunos nodos, que se llaman **puertos**<sup>4</sup>, y son nodos que tienen una gran influencia en los otros nodos, debido al algoritmo de conexión preferencial.

Así que la segunda red será una red libre de escala, y la variable será la fracción de estúpidos al comienzo del juego. No obstante, como en esta la distribución de grados de los nodos no es uniforme, vamos a observar qué ocurre cuando una fracción dada de estúpidos se distribuye de manera uniforme, entre los nodos **puerto** y entre los nodos que tienen menor influencia.

Así, al final de las  $10^4N$  rondas, cuando se haya alcanzado un estado estacionario, vamos a observar el puntaje total del grupo y las fracciones de las estrategias en función de  $p$  y la fracción inicial de estúpidos,  $h_{st}$ , para la red de pequeño mundo; y en la red libre de escala vamos a observar en función de la fracción inicial de estúpidos.

La submatriz de saldos conformada por inteligentes y malvados corresponderá a un dilema de cooperación. Los dilemas que usaremos serán el dilema del prisionero y la cacería de alces. En el próximo capítulo describiremos las dinámicas y los resultados.

---

<sup>4</sup>*Hubs*, como aparece en el artículo original de Barabási-Albert.

## 5. Leyes de Cipolla en un Modelo de Agentes

En el capítulo 3, se mostró que si se tiene un grupo bien mezclado, es decir, donde todos los agentes puedan interactuar con todos, la única estrategia que sobrevive al largo de muchas rondas es que todos sean bandidos. En el dilema del prisionero, la única estrategia que sobrevive es ser no cooperador. Por otra parte, en el capítulo 4 se vio por medio de los trabajos de Nowak y de Santos, que si el dilema del prisionero se juega en una red compleja, la topología de la red puede lograr que una fracción de cooperadores perdure al cabo de muchas rondas (Nowak et al. (1994); Santos and Pacheco (2005)).

En el capítulo 4, definimos una red de pequeños mundos en la que todos los nodos tienen el mismo grado. La red tiene forma de anillo, con los nodos conectados a sus  $k = 4$  vecinos más cercanos en sentido antihorario. Es decir, cada nodo tiene ocho vecinos más cercanos. En ese caso, la red es regular. Ahora, si se tiene una probabilidad  $\pi_d$  de intercambiar dos nodos, como se describió en la figura 4-4, entonces para cada valor de  $\pi_d$ , aumenta la probabilidad de que un nodo se conecte con un nodo más distante. A medida que aumente  $\pi_d$ , la red se vuelve más desordenada. De este modo,  $\pi_d$  va a ser la variable que muestre cómo la topología de la red afecta los resultados.

Antes de describir la dinámica del juego, veamos cómo se obtendrán los datos de interés. La red empieza con  $N = 10^4$  jugadores, y en algunos casos usamos 5000 u 8000, sin observar mayores variaciones en los resultados. Los jugadores se distribuyen en una red ordenada en forma de anillo (fig. 4-4), y se conecta con sus  $k = 8$  nodos vecinos. Cada nodo puede intercambiar una de sus conexiones con un nodo remoto. Dicha reconexión se lleva a cabo eligiendo al azar dos nodos y un vecino de cada uno de los nodos y se intercambian las conexiones con una probabilidad  $\pi_d$ , como se definió en el capítulo 4; el proceso se repite  $N\pi_d$  veces. De este modo, los nodos tienen todos el mismo grado y se introduce un grado de desorden en la red. El coeficiente de *clustering* empieza con  $C = 9/14$  en  $\pi_d = 0$  y termina con  $10^{-3}$  en  $\pi_d = 1$ .

La matriz de saldo  $A$ , definida en el capítulo 3, donde están los puntajes según las estrategias, se define de tal manera que la submatriz conformada por las estrategias inteligente y malvado cumplan las relaciones dadas por el dilema del prisionero y la cacería de alces. La tabla 5-1 muestra los valores usados en el modelo.

Dilema del prisionero							
$x_I = 1$	$x_B = [1,1,2]$	$x_U = -2$	$x_S = -1$	$y_I = 1$	$y_B = -1$	$y_U = 2$	$y_S = -1$

**Tabla 5-1.:** Valores de las matrices de saldos usadas en el modelo cuando un inteligente y un malvado estén en un dilema de prisionero.

En el dilema del prisionero, para que el juego no tenga una dinámica no trivial en la que solamente sobrevivan los malvados, el cociente  $x_B/x_I$  no debe exceder un valor umbral que depende del *clustering* de la red [Kuperman and Risau-Gusman \(2012\)](#). De esta manera, los valores de  $x_B$  se mantienen dentro de un rango.

Como el objetivo principal es ver la incidencia de los estúpidos en la dinámica del juego, en la dinámica determinista vamos a considerar dos casos: *un caso congelado*, donde los estúpidos no cambian su comportamiento y un caso *no congelado*, donde el estúpido puede cambiar de comportamiento. El caso no congelado va de la mano con la cuarta ley de Cipolla, mientras que el caso congelado, incluso contradice la primera ley. No obstante, en un instante inicial se va a modificar la fracción inicial de estúpidos.

Las dinámicas también se llevaron a cabo en un red libre de escalas. En la red de pequeños mundos, se simula una sociedad sin una autoridad central, mientras que en una red libre de escalas los agentes con mayor número de vecinos serán vistos como figuras de liderazgo. Para observar la incidencia de estúpidos en una posición de poder, se consideraron tres casos. El primer caso es cuando los estúpidos están distribuidos entre los jugadores con mayor grado; el segundo caso toma a los estúpidos distribuidos entre los agentes con menor grado; y en el tercer caso, los estúpidos están distribuidos de manera uniforme.

## 5.1. Dinámica Determinista

La primera dinámica que consideramos fue una dinámica determinista. Dado un valor de  $\pi_d$ , se arma la red. Antes de la primera ronda, todos los nodos interactúan con sus vecinos, y almacenan sus puntajes acumulados, según las matrices de pago y los valores de la tabla **5-1**. Si  $x$  es el nodo elegido que tiene una estrategia  $i \in \{I, B, U, S\}$  y su conjunto de nodos vecinos es  $\Omega_x$ , entonces el puntaje del nodo,  $\langle \epsilon_x \rangle$  luego de interactuar con todos sus vecinos, es

$$\langle \epsilon_x \rangle = \frac{1}{|\Omega_x|} \sum_{y \in \Omega_x} A_{ij} \tag{5-1}$$

donde las  $j$  son las estrategias de cada uno de los vecinos  $y$  del nodo  $x$ , y  $A_{ij}$  son las entradas de la matriz de pagos dadas las estrategias  $i$  y  $j$  de  $x$  e  $y$ , respectivamente. Así, el puntaje de  $x$  viene dado por la suma de los valores de las matrices de pago resultantes de su interacción con cada uno de sus vecinos, dividido entre su número de vecinos, o grado  $k = |\Omega_x|$ .

Al final de una ronda, el nodo elige al vecino  $y$  que haya tenido el mayor puntaje  $\langle \epsilon_y \rangle_{max}$ , y compara su puntaje con el de  $y$ . Si  $\langle \epsilon_x \rangle \leq \langle \epsilon_y \rangle_{max}$ , entonces el nodo  $x$  cambia su estrategia por la del nodo  $y$ ; de otro modo, permanece con la misma estrategia. Ahora, si la dinámica es congelada y en la ronda el nodo es estúpido, el nodo no cambia su estrategia, sigue siendo estúpido.

Una vez el nodo actualiza su estrategia, vuelve a jugar una ronda y vuelve a registrar su puntaje, según 5-1. El proceso se repite en la siguiente ronda, cuando se elija un nuevo nodo al azar. Al cabo de  $10^4 N$  rondas, se llega a un estado estacionario global, y en ese punto se obtiene el puntaje total de los  $N$  jugadores

$$\langle \epsilon_{tot} \rangle = \sum_{i=1}^N \langle \epsilon_i \rangle \quad (5-2)$$

Dado un valor de  $\pi_d$ , cada nodo se puede reconectar con un nodo remoto en la red, así que debemos asegurar que los resultados no sean susceptibles de fluctuaciones estadísticas. Para cada valor de  $\pi_d$ , se realiza la dinámica en 100 realizaciones, y se registra el puntaje total de la población, según 5-2. A cada valor de  $\pi_d$  le corresponde un puntaje total promediado en los ensambles

$$\langle \epsilon_{tot} \rangle_{prom} = \frac{1}{100} \sum_{i=1}^{100} \langle \epsilon_{tot} \rangle_i \quad (5-3)$$

donde  $\langle \epsilon_i \rangle_i$  es el puntaje total en un ensamble  $i$  de la red, dado por 5-2.

El otro valor registrado, es la fracción de jugadores con cada uno de los cuatro comportamientos,  $\rho_k$ , con  $k \in \{I, B, U, S\}$ . En la dinámica no congelada, las fracciones de incautos y estúpidos son nulas, i.e.,  $\rho_U = \rho_S = 0$ . De este modo, la otra cantidad de interés es la razón entre la fracción de inteligentes y la fracción de malvados promediada en 100 ensambles

$$\frac{\rho_I}{\rho_B} = \frac{1}{100} \sum_{i=1}^{100} \left( \frac{\rho_I}{\rho_B} \right)_i \quad (5-4)$$

En estas dinámicas, la variable es el valor de  $\pi_d$ , mientras que los parámetros de control son la fracción de estúpidos en el momento inicial y el valor de  $x_B$ , según la tabla **5-1**. La dinámica también se repite con la fracción inicial de estúpidos como variable y con  $\pi_d$  como parámetro de control.

En el trabajo revisamos los resultados para varios valores de  $x_B$  y cuando la submatriz inteligentes-malvados es un dilema del prisionero, encontramos dos situaciones distintas. Si tomamos  $1.1 < x_B < 2.0$ , la estrategia I puede sobrevivir gracias a la formación de cúmulos de inteligentes que colaboran con otros, lo que les da una ventaja sobre la estrategia B. Cuando  $x_B > 2$ , los inteligentes ya no tienen esta ventaja, y no sobreviven en el estado estacionario, y desaparecen junto a los incautos y a los estúpidos -aunque estos últimos sobreviven en la dinámica congelada.

Por otra parte, cuando inteligentes y malvados están en cacería de alces, no hay un límite superior de  $x_B$  que cambie la dinámica. Esto se debe a que en esta submatriz se sigue cumpliendo la relación  $D > F > S > P$ .

En la red libre de escalas, la dinámica va a ser la misma, pero ya la variable no va a ser  $\pi_d$ , debido a que los nodos tienen diferente grado. La única variable será la fracción inicial de estúpidos en la red y el parámetro será el valor de  $x_B$ .

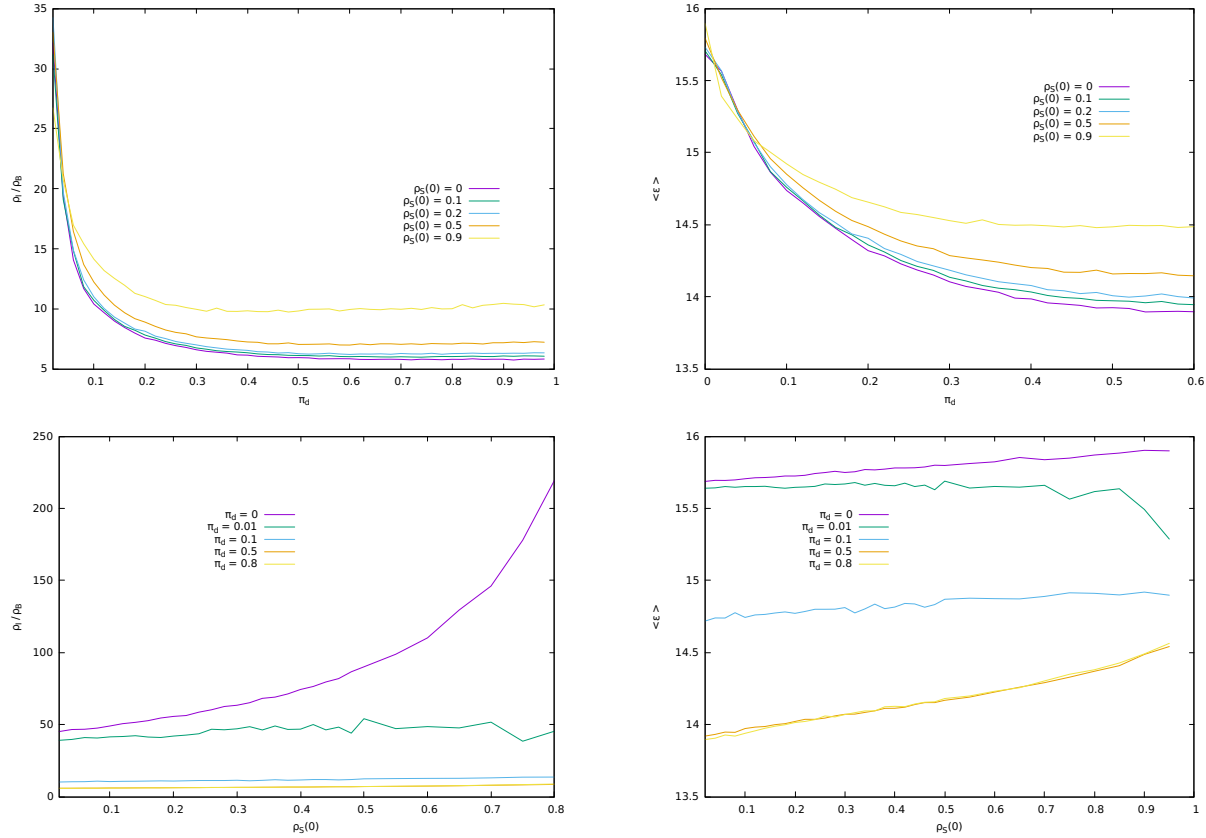
### 5.1.1. Resultados en redes de pequeños mundos

Primero consideramos la dinámica no congelada. La figura **5-1** muestra los valores del puntaje medio de la población,  $\langle \epsilon \rangle_{prom}$ , y la razón  $\rho_I/\rho_B$  en el estado estacionario. En esta dinámica, los inteligentes y malvados juegan al dilema del prisionero.

Encontramos que las fracciones  $\rho_S$  y  $\rho_U$  se hacen cero y que el estado estacionario muestra una débil dependencia de las fracciones iniciales de (S). El juego termina en un dilema de prisionero, y los resultados muestran una concordancia con los resultados de otros trabajos, que la fracción de inteligentes disminuye, a medida que  $\pi_d$  aumenta ([Kuperman and Risau-Gusman \(2012\)](#)).

Sin embargo, la fracción inicial de estúpidos afecta el estado final de una manera no trivial. Salvo por los valores más bajos de  $\pi_d$ , parece tener un efecto contrario a lo que predice Cipolla, porque cuando se aumenta la fracción inicial de estúpidos en la red, en el estado estacionario, el número de inteligentes aumenta, y las ganancias globales también aumentan. Las figuras de la parte inferior de **5-1** muestran los valores del puntaje global medio, ec. **5-3**, y  $\rho_I/\rho_B$  en función de la fracción inicial de estúpidos en la red.

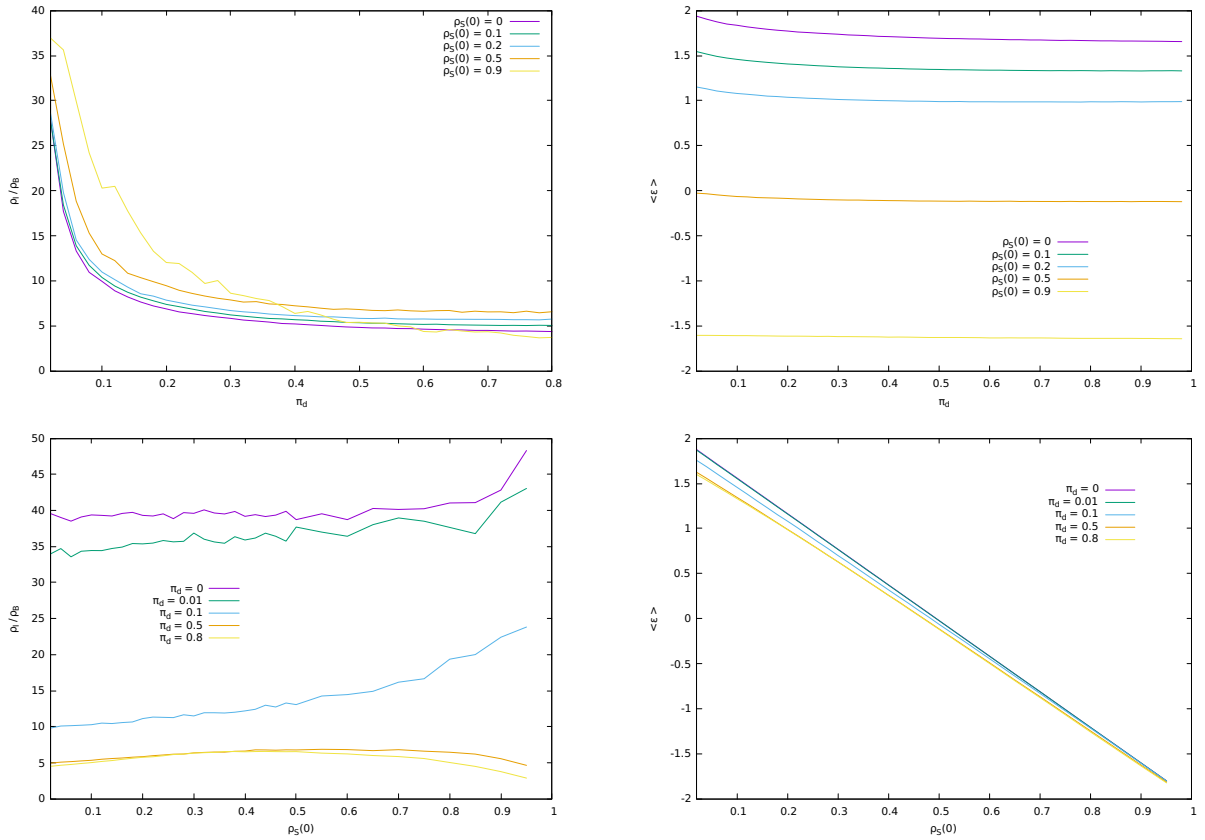




**Figura 5-1.:** Puntaje total de los jugadores  $-\langle \epsilon \rangle$ , ec. 5-3- y  $\rho_I/\rho_B$  5-4- en función de  $p$ . Los valores se obtienen de un promedio sobre 100 distintos ensambles. En este juego, la submatriz inteligentes- malvados cumplen con el dilema de prisionero -tabla 5-1-. El juego es no congelado, es decir, los estúpidos pueden cambiar de estrategia. En la parte superior, los resultados están en función de la probabilidad de reconexión,  $\pi_d$ ; en la parte inferior, los resultados están en función de la fracción inicial de estúpidos en la red,  $\rho_S(0)$

En este análisis incluimos el caso cuando la fracción inicial de estúpidos,  $\rho_S(0)$ , es igual a cero. En las figuras se observa que para valores pequeños valores de  $\pi_d$  y de  $\rho_S(0)$ , la población no se ve afectada por la presencia de estúpidos. No obstante, este escenario cambia para valores altos de  $\pi_d$  o cuando  $\rho_S(0)$  es muy alto. Para explicar mejor estos resultados, debemos ver lo que ocurre en el caso congelado.

Ahora veamos el caso congelado, en donde la primera y la cuarta ley de Cipolla se cumplen. Aquí, los estúpidos no cambian de comportamiento en el juego. La figura 5-2 muestra los resultados con una correspondencia con los de la figura 5-1. La fracción final de inteligentes aumenta a medida que aumenta la fracción inicial de estúpidos, como se ve en la parte inferior de la figura 5-2.



**Figura 5-2.:** Puntaje total de los jugadores -ec. 5-3- y  $\rho_I/\rho_B$  -5-4- en función de  $\pi_d$ . Los valores se obtienen de un promedio sobre 100 distintos ensambles. En este juego, la submatriz inteligentes- malvados cumplen con el dilema de prisionero -tabla 5-1. El juego es congelado, es decir, los estúpidos no cambian de estrategia. En la parte superior, los resultados están en función de la probabilidad de reconexión,  $\pi_d$ ; en la parte inferior, los resultados están en función de la fracción inicial de estúpidos en la red,  $\rho_S(0)$

La figura 5-2 podría ayudarnos a explicar por qué en el caso no congelado, entre mayor sea la fracción inicial de estúpidos, mayor es la fracción de inteligentes en el caso estacionario. Cuando un inteligente se enfrenta con un estúpido, el inteligente no cambia su estrategia. La única tentación para que un inteligente cambie su estrategia es cuando se enfrente a un malvado, quien tiene una mayor ganancia. De este modo, la población de estúpidos sirve de apantallamiento a la población de inteligentes, permitiéndoles formar cúmulos y eventualmente propagar su comportamiento. En el caso congelado, este efecto está limitado por la presencia permanente de estúpidos, quienes inhiben la propagación de inteligentes y malvados. Esto se ve en la parte inferior izquierda la figura 5-2.

No obstante, en la presencia de estúpidos en el estado estacionario, la razón  $\rho_I/\rho_B$  no da información completa del estado de la población, ya que los malvados podrían ser reempla-

zados por estúpidos. Para ello, analizamos el puntaje global,  $\langle \epsilon \rangle$  dado por 5-3. En la gráfica superior derecha de la figura 5-2, que corresponde al caso congelado, se observa que el puntaje global es inferior al puntaje global en el caso no congelado (gráfica superior derecha de la figura 5-1). De este modo, la supervivencia de los estúpidos lleva a un mayor daño global, en concordancia con la cuarta y quinta ley de Cipolla. Las gráficas ubicadas en la parte inferior derecha de las figuras 5-1 y 5-2 muestran una dependencia no lineal, evidenciando efectos no triviales.

La posibilidad de que los inteligentes sobrevivan depende de la razón entre el puntaje que recibe un malvado y el puntaje que reciben un inteligente luego de interactuar con un inteligente; esto es,  $(x_B + y_I)/(x_I + y_I)$ . A medida que esta razón crece, la fracción de inteligentes disminuye. En los casos congelado y no congelado, comprobamos que para  $x_B > 2$ , la estrategia inteligente desaparece.

Hasta aquí, los incautos desaparecen en el estado estacionario, tanto en el modo congelado como en el modo no congelado. Marcelo Kuperman diseñó una dinámica en la que los incautos tienen una posibilidad de supervivencia.

## 5.2. Dinámica Específica

En esta sección sólo vamos a estudiar una dinámica en una red de pequeños mundos, como la que se definió en la sección 5.1. Los inteligentes y los malvados estarán en un dilema del prisionero (Kuperman et al. (2020)). Vamos a cambiar la dinámica para observar bajo qué circunstancias podrían sobrevivir los incautos.

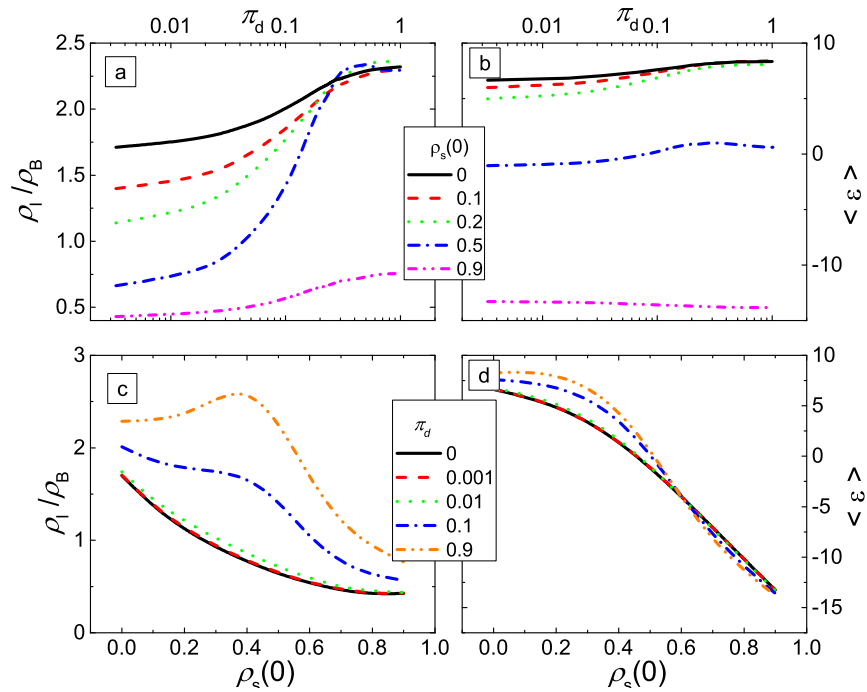
Entre los cuatro grupos de Cipolla, solamente el malvado se comporta de forma racional -hablando en lenguaje utilitarista-, ya que busca siempre el mayor beneficio individual, e imitará a aquél jugador que tenga un puntaje superior al suyo y al del resto de sus vecinos. Por otra parte, los incautos,  $U$ , buscan el beneficio de otros. Así que se puede suponer que un incauto imitará a aquél vecino que genere las mayores ganancias al resto de sus vecinos.

En esta dinámica se consideran dos casos, el caso congelado, en el que los estúpidos no cambian de estrategia, y el caso no congelado en el que los estúpidos cambian de estrategia. Pero según Cipolla, los estúpidos son irracionales, así que por lo tanto imitará al vecino que produzca las mayores pérdidas o las menores ganancias en el vecindario.

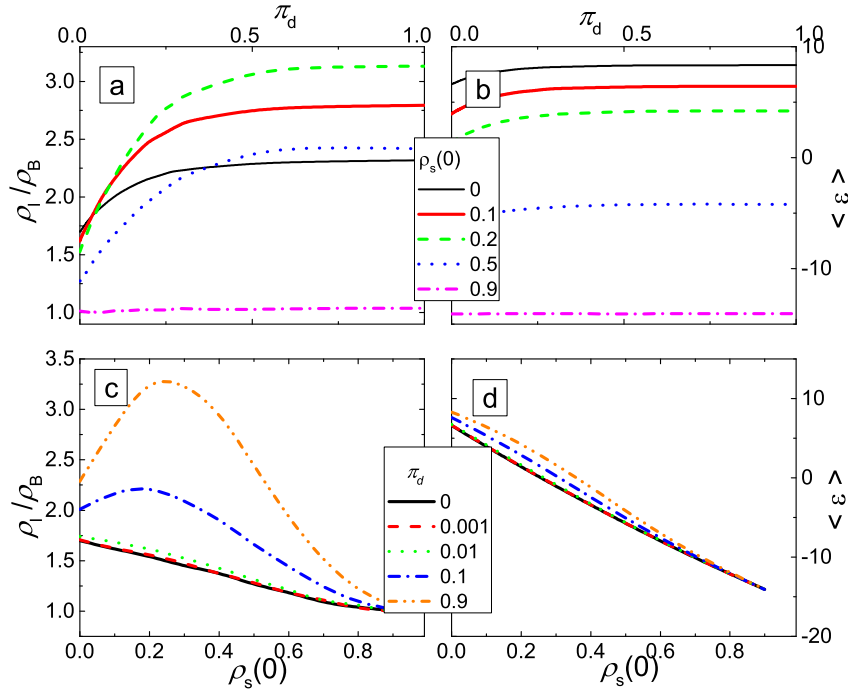
Finalmente, los inteligentes muestran trazas de altruismo, pero sin tener que perder ellos. De este modo, los inteligentes estarán comprometidos en la generación global de ganancias. Ellos imitarán al vecino que genere la mayor ganancia global, pero sin sacrificar sus propias ganancias.

Los resultados no cambian mucho con respecto a la dinámica determinista, pero a diferencia de ella, el grupo de incautos sobrevive. Para simplificar aún más los resultados, la ganancia global se divide en el total de la población.

La figura 5-3 muestra los resultados de la dinámica no congelada. El nuevo comportamiento adoptado por los estúpidos los previene de cambiar de estrategia, lo que indica que aún en una escala local, los estúpidos causan el mayor daño. A pesar de las similitudes, el puntaje global medio de la población es más alto en el caso no congelado, debido al hecho de que la presencia de inteligentes es más alta, como se puede ver en la figura ... Incluso, en el caso no congelado, hay una reducción en el número de estúpidos, donde las fracciones estacionarias son  $\rho_S = \rho_S(0)/2$ .



**Figura 5-3.:** Razón inteligentes-malvados y puntaje medio promediado en la población para distintos valores de la probabilidad de reconexión,  $\pi_d$ , y de la fracción inicial de estúpidos,  $\rho_S(0)$ . La dinámica es específica y no congelada.

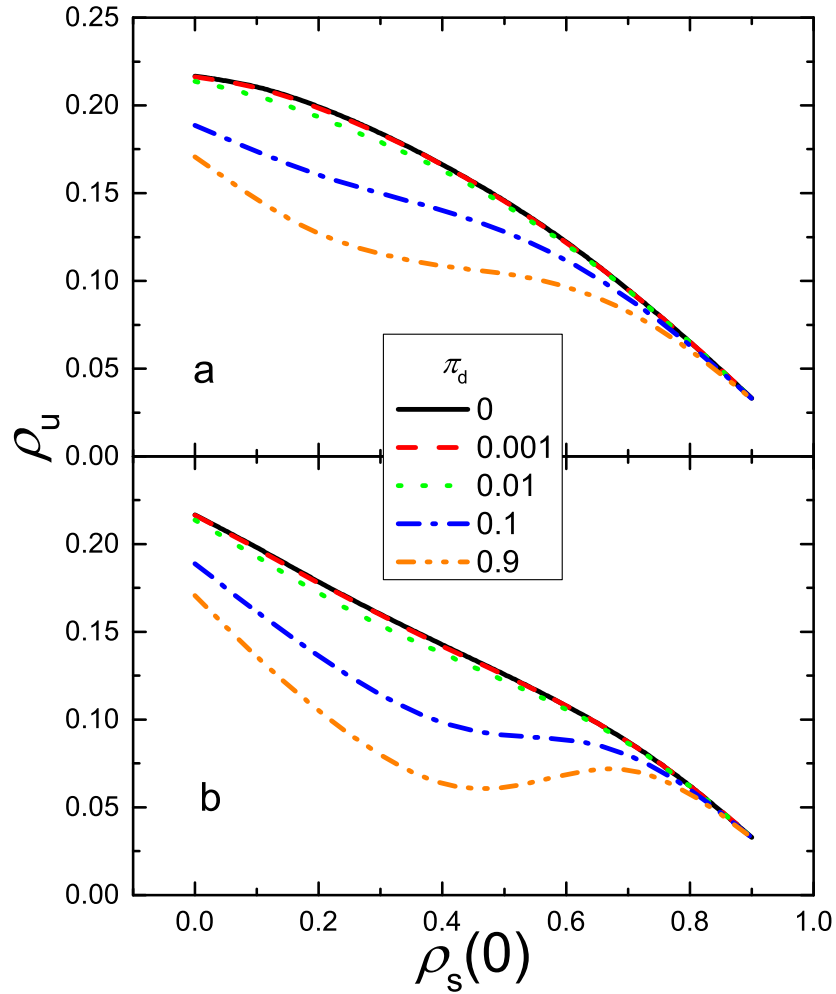


**Figura 5-4.:** Razón inteligentes-malvados y puntaje medio promediado en la población para distintos valores de la probabilidad de reconexión,  $\pi_d$ , y de la fracción inicial de estúpidos,  $\rho_s(0)$ . La dinámica es específica congelada.

La principal diferencia entre los resultados de la sección 5.1 y los de las figuras 5-4 y 5-5 está en el hecho que una fracción de incautos puede sobrevivir. Las figuras 5-4 y 5-3 no presentan mucha diferencia con respecto a las figuras 5-2 y 5-1, es decir, el efecto de los estúpidos en la población no cambia mucho en el puntaje global de la población, así como la razón  $\rho_I/\rho_B$ .

Lo notable es que a fracciones iniciales de estúpidos muy altas,

Por otra parte, la figura 5-5, donde se muestra la fracción de incautos en el estado estacionario en función de la probabilidad de reconexión,  $\pi_d$  y en función de la fracción inicial de estúpidos en la red. Para fracciones iniciales de estúpidos muy pequeñas, la fracción de incautos en el estado estacionario llega a superar 0.20.



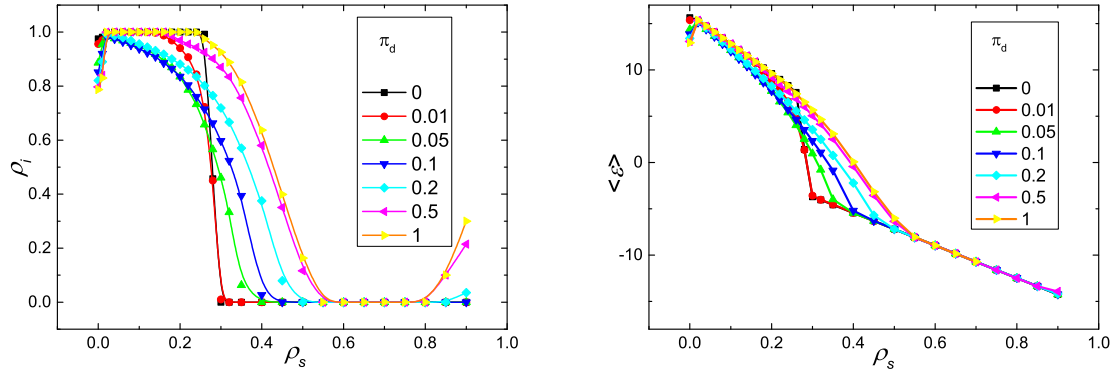
**Figura 5-5.:** Fracción de incautos en el estado estacionario,  $U$ , en función de la fracción inicial de estúpidos,  $\rho_S(0)$ , y de la probabilidad de reconexión,  $\pi_d$ .

### 5.3. Dinámica especial

La cuarta ley de Cipolla dice que la gente no estúpida subestima a la gente estúpida, mientras que la quinta ley dice que los estúpidos son peligrosos, porque sus acciones nos toman por sorpresa. Para tener en cuenta estas dos leyes, se tiene ahora una dinámica determinista en la que los jugadores van ser inteligentes, bandidos o incautos durante el juego. Pero en un instante, cualquier jugador puede elegir la estrategia de ser estúpido con una probabilidad  $\rho_S$ . Esta elección no será permanente, pues durará una ronda solamente. Esto no excluye que

el jugador pueda actuar como estúpido durante varias rondas. Después de eso, el jugador adoptará el comportamiento original o lo cambiará para imitar a aquél vecino suyo que tenga el mayor puntaje.

La función de utilidad de las estrategias previene que el comportamiento estúpido sea imitado en una dinámica determinista. El hecho de que haya una probabilidad de adoptar el comportamiento estúpido implica que en una ronda haya una población efectiva de  $\rho_S N$  estúpidos, donde  $N$  es la población total. En esta dinámica caracterizamos la fracción de inteligentes en el estado estacionario,  $\rho_I$  y el puntaje medio de la población,  $\langle \epsilon \rangle$  en función de la probabilidad de volverse estúpido.



**Figura 5-6.:** Fracción de inteligentes en el estado estacionario (izq.),  $\rho_I$ , y puntaje medio global de la población  $\langle \epsilon \rangle$  dado por la ec. 5-2- en una ronda (der.) en función de la probabilidad de que un jugador elegido al azar se comporte de forma estúpida,  $\rho_S$ .

En la figura 5-6 se ven los resultados, donde la fracción de inteligentes en el estado estacionario y el puntaje medio de la población se muestran como una función de la probabilidad de que un nodo elegido al azar y sus vecinos se vuelvan estúpidos en una ronda,  $\rho_S$ . Como parámetro de variación se tomó la probabilidad de reconexión en la red,  $\pi_d$  (Barcenás et al. (2020)). La ganancia media, se calcula por medio de las ecuaciones 5-1-5-3, pero esta vez, dividimos el puntaje medio entre  $N$ .

En los resultados se observa que la topología tiene un efecto sutil en la dinámica de la población, mientras que la probabilidad de que un jugador adopte un comportamiento estúpido juega un papel fundamental. La gráfica de la izquierda de la figura 5-6 muestra la existencia de dos regímenes. Para bajos valores de  $\rho_S$ , la estrategia que domina es ser inteligente, mientras que para altos valores, la estrategia que domina es ser malvado. Todo esto debido a que la dinámica es determinista, y en el estado estacionario,  $\rho_U = \rho_S = 0$ .

En la parte derecha se ve que la prevalencia de malvados disminuye el puntaje total de la población, y esta prevalencia es promovida por la aparición de los estúpidos. La presencia de un cambio abrupto entre un comportamiento inteligente y uno malvado no se observó en la dinámica determinista de la sección 5.1.

Los resultados muestran que a medida que aumenta la probabilidad de que un jugador se vuelva estúpido, se pasa de un escenario donde prevalecen los inteligentes a uno donde prevalecen los malvados. Dicho cambio es muy abrupto para redes altamente ordenadas, y se vuelve más suave a medida que  $\pi_d$  aumenta. No se pudo encontrar el valor crítico en el cuál ocurre esta transición, pero se puede encontrar el valor de  $\rho_S$  donde la fracción de inteligentes es 0.5, que denominamos  $\rho_S^{0,5}(\pi_d)$ . Incluso, para cada valor de  $\pi_d$ , se mide el intervalo  $[\rho_S^{0,1}, \rho_S^{0,9}]$ . Denominaremos a este intervalo  $w_f(\pi_d)$ , y este intervalo crece con  $\pi_d$ . Si se define

$$w_r^{-1} = \frac{w_f(0)}{w_f(\pi_d)}$$

Al ajustar las curvas de la figura 5-6, se obtiene

$$\begin{aligned} \rho_S^{0,5}(\pi_d) &= 0,429 - 0,163 \exp(-4,996\pi_d) \\ w_r^{-1} &= 0,2 + \frac{5,81^{-3}}{7,31^{-3} + \pi_d} \end{aligned} \tag{5-5}$$

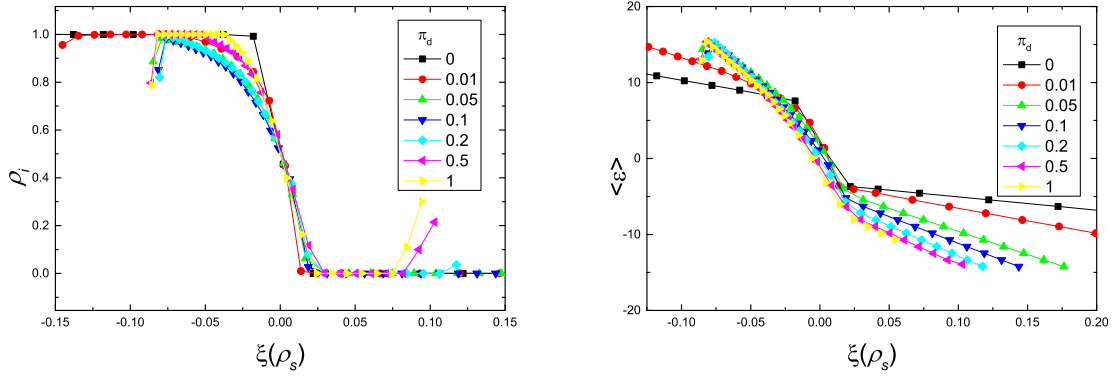
Al considerar la función

$$\xi(\rho_S, \pi_d) = w_r(\pi_d)(\rho_S - \rho_S^{0,5}(\pi_d))$$

se renormalizaron las curvas de la figura 5-6 y se muestran en la figura 5-8. Cabe resaltar que la nueva escala se obtuvo al analizar la fracción de inteligentes en el estado estacionario, pero funciona igual con el puntaje medio.

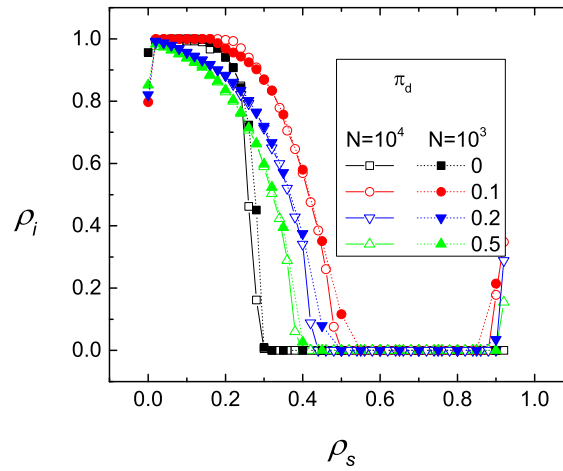
El comportamiento anómalo en los extremos de los rangos de valores de  $\rho_S$  tiene diferentes causas. Para valores cercanos a cero, hay una mínima fracción de realizaciones donde los malvados pueden ser más fuertes. Estadísticamente, esto contribuye a que la fracción de inteligentes sea mucho menor. El aumento de la población de inteligentes para una fracción alta de individuos estúpidos responde a un fenómeno diferente. La existencia de muchos estúpidos previene a la población de inteligentes con los malvados y hace que adopten una estrategia alternativa -ser estúpidos- que no es atractiva, pero que los lleva en últimas a adoptar su estrategia original. Así que la supervivencia de los inteligentes no se debe tomar como un resultado de la imitación, sino como una supervivencia de las estrategias originales.





**Figura 5-7.:** Fracción de inteligentes en el estado estacionario (izq.),  $\rho_I$ , y puntaje medio global de la población  $\langle \epsilon \rangle$  dado por la ec. 5-2- en una ronda (der.) en función de la función de renormalización  $\xi(\rho_s, \pi_d)$ .

Al igual que en la primera sección, los resultados no varían con el tamaño de la red. La figura muestra los resultados de la fracción de inteligentes en el estado estacionario para  $N = 10^3$  y  $N = 10^4$  jugadores.



**Figura 5-8.:** Fracción de inteligentes en el estado estacionario (izq.),  $\rho_I$  en función de la fracción inicial de estúpidos para  $10^3$  y  $10^4$  jugadores..

## 6. Trabajo a seguir y conclusiones

### 6.1. Resultados preliminares de un próximo trabajo

#### 6.1.1. El juego de Cipolla con la cacería de ciervos

Otro juego que ha sido estudiado es el de cacería de alces [Santos and Pacheco \(2005\)](#); [Skyrms \(2004\)](#). Este juego, al igual que el dilema del prisionero, es un juego de dos estrategias puras, donde dos personas van de cacería y tienen dos opciones: cazar alces o cazar liebres. El juego fue explicado por Rousseau en *El Discurso de la Desigualdad* (Skyrms, 2006). Un alce es más valioso que una liebre; sin embargo, la probabilidad de que un cazador consiga un alce sin colaboración es mucho menor a conseguirlo entre dos cazadores. Por otra parte, un cazador tiene altas probabilidades de cazar una liebre, independiente de la colaboración de otro cazador [Skyrms \(2004\)](#). De este modo, los dos cazadores obtendrán mayores puntajes si deciden atrapar un alce. Los puntajes se miden en términos monetarios. Supongamos que la matriz de pagos viene dada por:

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} \text{Alces} & \text{Liebres} \end{array} \\ \begin{array}{c} \text{Alces} \\ \text{Liebres} \end{array} & \left( \begin{array}{cc} D & P \\ F & S \end{array} \right) \end{array}$$

De este modo, cuando un cazador A (filas) decide cazar ciervos y un cazador B hace lo propio, el cazador A tiene una ganancia de  $D = 4$  unidades; pero si el cazador B decide cazar liebres, el cazador A no obtiene ganancias,  $P = 0$ . Por otra parte, si el cazador A decide cazar liebres, y B decide cazar alces, A obtendrá una ganancia de  $F = 3$ ; mientras que si los dos deciden cazar liebres, A obtendrá una ganancia de  $S = 3$  unidades. En la cacería de alces, las entradas de la matriz cumplen que  $D \geq F \geq S \geq P$  [Skyrms \(2004\)](#).

Cacería de alces y el dilema del prisionero tienen en común que establecen una elección entre un beneficio individual y un beneficio mutuo, es decir, una cooperación. La diferencia radica en que en el dilema del prisionero la estrategia que da mayores ganancias (no cooperador) no depende del sistema de valores de la otra persona; mientras que en la cacería de alces, la estrategia que produce mayores ganancias (cazar alces) depende del sistema de valores del otro jugador. En su libro, Brian Skyrms argumenta cómo la teoría del contrato social tiene

mayor relación con la cacería de alces [Skyrms \(2004\)](#).

Si se comparan estos dos juegos con la clasificación que Cipolla de las personas, los cooperadores y los cazadores de alces son inteligentes, mientras que los no cooperadores y los cazadores de liebres son bandidos.

### 6.1.2. Juego en una red libre de escalas

Con el fin de explorar otras topologías, se intentó llevar a cabo la dinámica del capítulo 5 en una red libre de escalas. Dichas redes se construyen con el algoritmo de preferencia, descrito por Barabasi y Albert ([Barabasi and Albert \(1999\)](#)). Los resultados no fueron concluyentes en la dinámica no congelada, pero no obstante, aquí los mostramos para la sugerencia en un trabajo futuro.

La razón de explorar estas redes es porque hay nodos que tienen un grado mucho mayor que el resto de la red. Esto podría verse como nodos que tengan una posición de influencia o poder en el resto de la red. La variable que tomamos fue la fracción inicial de estúpidos presentes en la red. Para ver si los nodos con mayor poder tienen alguna incidencia en la dinámica, la fracción inicial de estúpidos se distribuyó de tres maneras: entre los nodos con mayor grado; entre los nodos con menor grado y de manera uniforme.

La dinámica fue determinista congelada y no congelada, justo como se definió en el capítulo 5. Y la submatriz conformada por inteligentes y malvados jugaron a un dilema de prisionero y a una cacería de alces. La figura [6-1](#) muestra los resultados en el caso congelado. En la parte superior, la submatriz inteligentes-malvados juegan al dilema del prisionero, y los resultados muestran la razón entre la fracción de inteligentes y la fracción de malvados en el caso estacionario, así como el puntaje medio de la población promediado en cien ensambles. En la parte inferior, la submatriz inteligentes-malvados juegan a una cacería de alces.

Los resultados se asemejan mucho a los casos congelados de las redes de las figuras [5-2](#) y las gráficas de la parte superior de la figura [6-3](#).

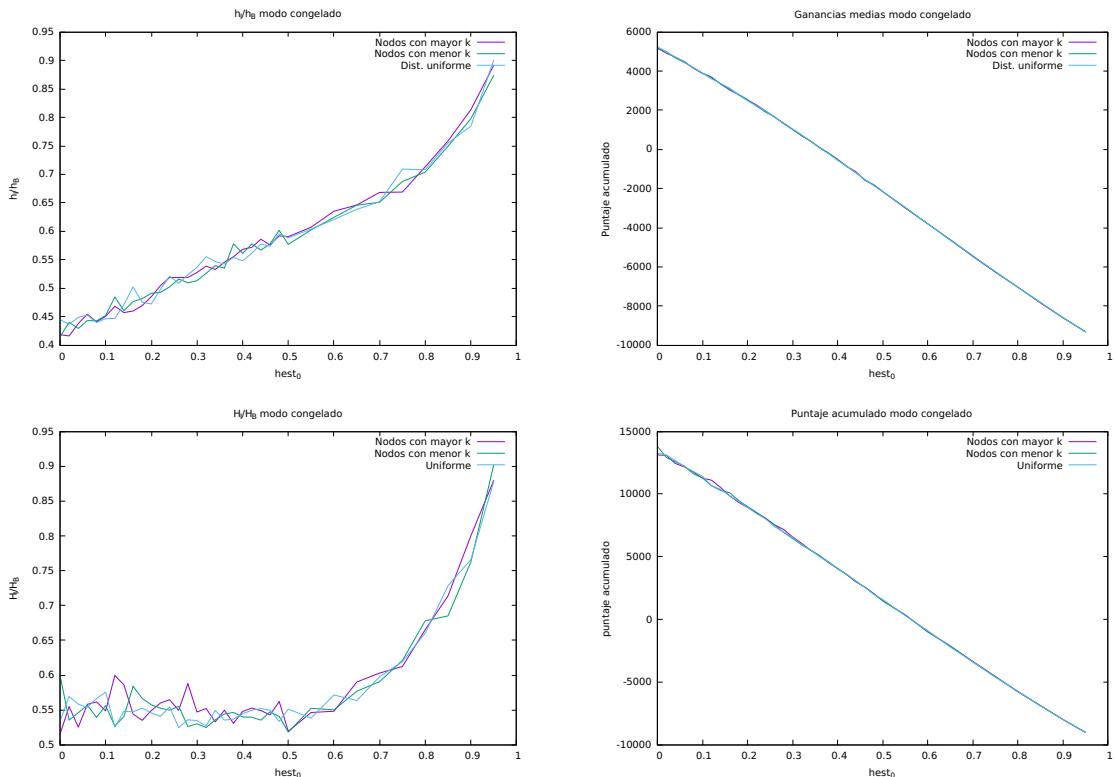
Sin embargo, cuando la dinámica fue no congelada, los resultados no fueron concluyentes, en especial los puntajes medios de la población. Se aumentó el número de ensambles y el se triplicó el número de pasos, pero los resultados mostraron el mismo comportamiento. Se propone explorar las dinámicas del capítulo 5 en una red libre de escalas.

Una posible razón es que los tiempos de corrida no fueron suficientes para permitir que el sistema llegara a un estado estacionario. Para ello se probó correr durante  $2 \times 10^4 N$  e incluso

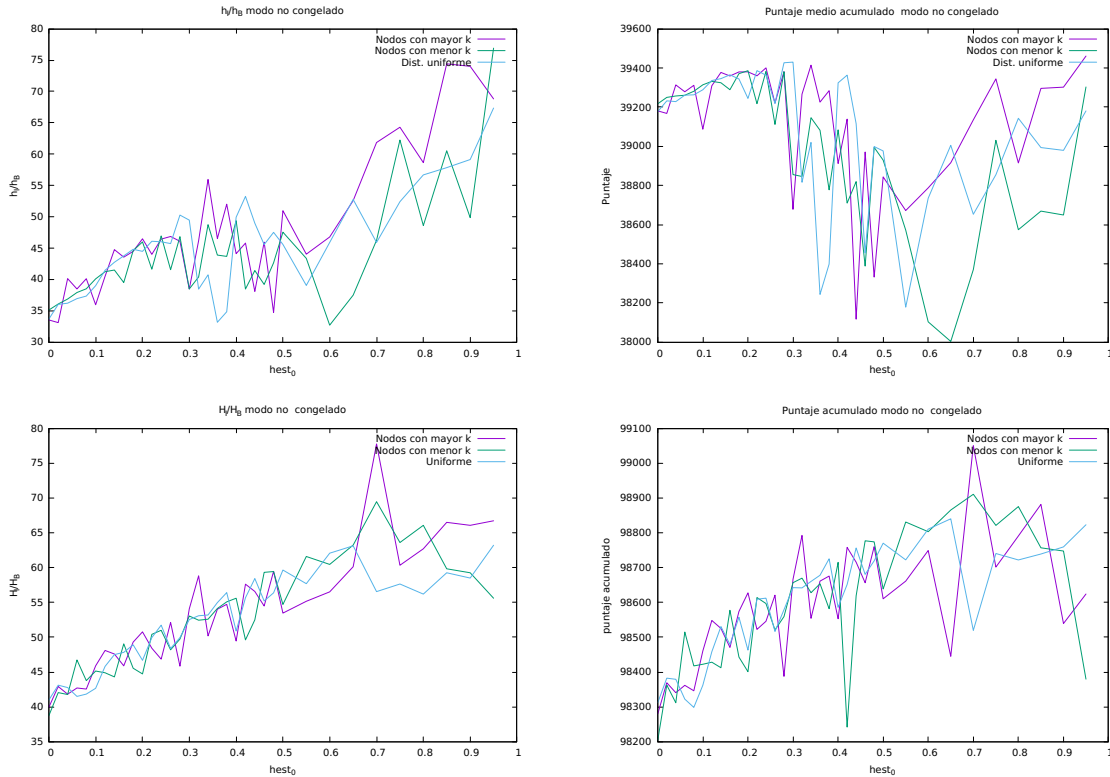
$5 \times 10^4 N$ ; no obstante, los resultados no cambiaron. Otra opción fue aumentar el número de ensamblajes con el fin de descartar una falta de estadística en los resultado. Pero una vez más, los resultados no cambiaron.

En un futuro trabajo podría evaluarse una matriz de pagos variables, con un parámetro de descuento, justo como las que usó Robert Axelrod en su trabajo sobre cooperación humana (Axelrod (1984)). Otro trabajo que podría dar un nuevo enfoque a esta tesis es el trabajo hecho por Acemoglu en modelar cuándo los estados se vuelven ineficientes (Acemoglu (2006)). Esto conectaría la idea de estupidez y poder, descritas por Cipolla y Livraghi (Cipolla (1987); Livraghi (2008)).

Finalmente, intentamos dinámicas estocásticas, cuyas probabilidades de imitación están dadas por las funciones descritas en el trabajo de Roca (Roca et al. (2009)). Los resultados no mostraron nada nuevo, pero con un refinamiento en la dinámica se podría agregar un elemento adicional de irracionalidad a la dinámica, justo como Cipolla describe el poder dañino de los estúpidos.



**Figura 6-1.:** Dinámica determinista congelada en una red libre de escalas en función de la fracción inicial de estúpidos en la red. En la parte superior, los inteligentes y mavados juegan al dilema del prisionero, mientras que en la parte inferior, juegan a la cacería de alces.



**Figura 6-2.:** Dinámica determinista no congelada en una red libre de escalas en función de la fracción inicial de estúpidos en la red. En la parte superior, los inteligentes y mavados juegan al dilema del prisionero, mientras que en la parte inferior, juegan a la cacería de alces.

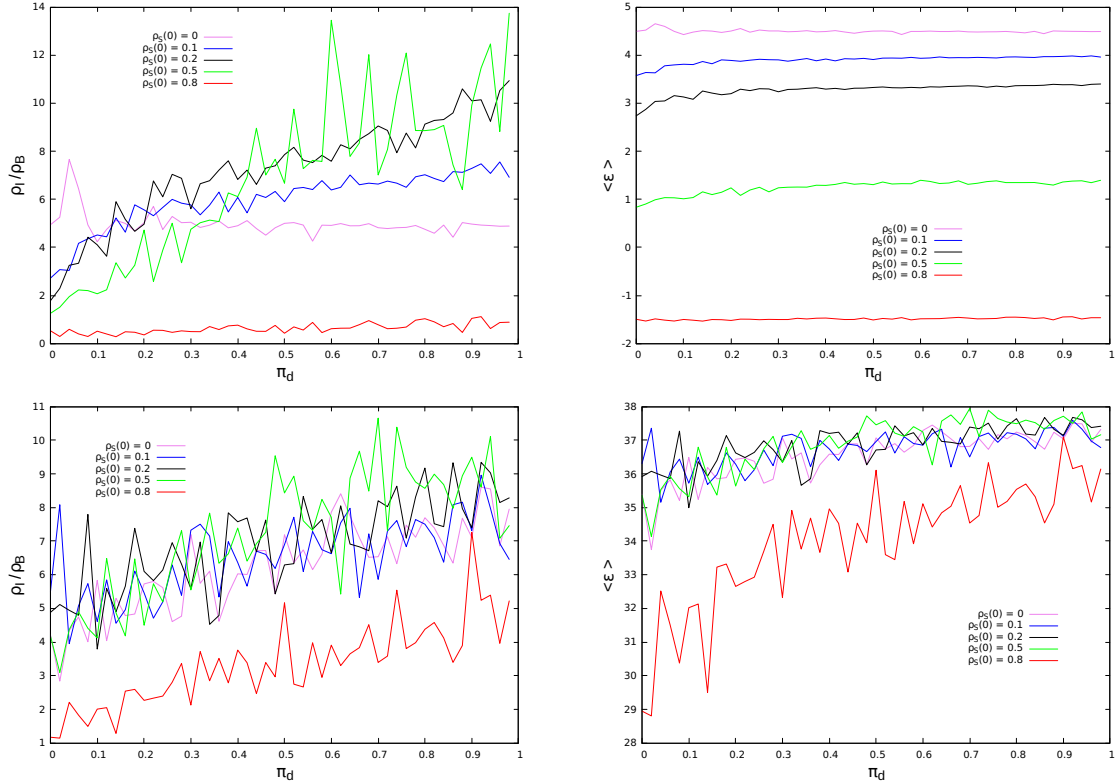
### 6.1.3. Dinámica determinista con cacería de alces

En los resultados de las figuras 5-1 y 5-2, las submatrices conformadas por inteligentes y malvados tenían valores correspondientes al dilema del prisionero. Las dinámicas de la sección anterior se repitieron con inteligentes y malvados en cacería de alces, según los valores de la tabla 5-1. La figura 6-3 muestra los resultados con las dinámicas congeladas (parte superior) y no congeladas (parte inferior).

El comportamiento en las ganancias tuvo un comportamiento similar a los obtenidos cuando inteligentes y malvados jugaron al dilema del prisionero. En el caso congelado, incluso, la fracción de inteligentes en el caso estacionario, aumentó con el aumento de la fracción inicial de estúpidos en la red.

La diferencia se observa en la gráfica superior izquierda de la figura 6-3, donde se ve la razón  $\rho_I/\rho_B$  en el caso congelado. La fracción de inteligentes disminuye a medida que aumenta la fracción inicial de estúpidos en la red. En la cacería de alces, los malvados están asociados

a egoístas que no quieren correr riesgos, sino que toman las decisiones más seguras (cazar liebres, en la cacería de alces).



**Figura 6-3.:** Puntaje total de los jugadores -ec. 5-3- y  $\rho_I/\rho_B$  -5-4- en función de  $\pi_d$ .  $x_B = 3,0$ . En este juego, la submatriz inteligentes- malvados tienen los valores de un dilema de prisionero. Las gráficas de la parte superior corresponden a la dinámica congelada, mientras que las gráficas de la parte inferior corresponden a la dinámica no congelada.

## 6.2. Conclusiones

En esta tesis se presentó una interpretación matemática de las leyes de Cipolla. El formalismo adoptado fue la formulación de un juego evolutivo cuya matriz de saldos es de  $4 \times 4$ , correspondientes a la clasificación que hace Cipolla de las personas. Cuando la población está perfectamente mezclada, el juego tiene un equilibrio de Nash único, y la solución de la ecuación del replicador es una población homogénea de bandidos, como se vio en la figura 3-1.

Basados en resultados previos de juegos cooperativos espaciales, en este trabajo adoptamos entradas en la matriz de saldos tales que las submatrices de inteligentes y malvados jugaran a un dilema del prisionero; no obstante, también probamos una cacería de alces en dicha submatriz. Para la dinámica, exploramos una versión espacial del juego al considerar una

familia de redes regulares. Dichas redes se caracterizaron por un parámetro de desorden y por el grado de los nodos. El análisis de la versión espacial del juego mostró resultados interesantes que nos permitieron revelar la estructura matemática de las ideas de Cipolla.

Según la primera ley de Cipolla, no se puede estimar el número de estúpidos en un momento dado. Para explorar la posibilidad de una fracción crítica de estúpidos que pueda afectar la población, exploramos un rango de valores en el intervalo  $[0,1]$ . Hemos encontrado que aún la fracción más pequeña de estúpidos produce un efecto notable. Esto reafirma la quinta ley de Cipolla, que dice que los estúpidos son más peligrosos que los bandidos.

La quinta ley se ve reflejada en que en la mayoría de casos, un porcentaje alto de estúpidos lleva a una ganancia global más baja, independiente de si los estúpidos pueden o no cambiar su estrategia.

Sin embargo, encontramos casos en los que un grupo de estúpidos parece tener efectos contradictorios. Por un lado, favorece que los inteligentes proliferen, e incluso hacen que se aumente el puntaje global medio de la población. Antes de explorar este efecto, se deben ver otros resultados como la razón de inteligentes a malvados, y la supervivencia de los incautos.

Encontramos que cuando los estúpidos sobreviven, sus fracciones estacionarias dependen únicamente de la fracción inicial de estúpidos presentes. Esto, sin embargo, no es trivial para la dinámica no congelada. Sin embargo, la topología es relevante en definir cómo la fracción inicial de estúpidos afecta la evolución y la organización del estado final. La población inicial de estúpidos y la topología de la red gobiernan la razón final entre inteligentes y malvados, y por ende, el puntaje global de la población. En todos los casos, la presencia permanente de estúpidos diezma el desempeño de la población, y solamente una supervivencia transitoria puede llevar a una ganancia global.

Dicho fenómeno es el resultado de un efecto de apantallamiento producido por los estúpidos, ya que ellos aíslan a los inteligentes de los malvados, lo que evita que un inteligente tenga la tentación de volverse malvado. Al mismo tiempo, durante la presencia transitoria de los estúpidos, el grupo de inteligentes se fortalece y puede empezar a progararse a través de los malvados. No obstante, en el caso congelado cuando  $p = 0$ , es cuando se ve la mayor propagación de los inteligentes en la red a medida que aumenta la fracción inicial de estúpidos, mientras que para otras fracciones, los inteligentes sobreviven y alcanzan a sobrepasar a los malvados, pero a un nivel mucho más bajo. El juego alcanza otro equilibrio distinto al equilibrio de Nash debido a la estructura desordenada de la red.

En este trabajo hemos excluido la posibilidad de que  $x_I > x_B$ . De haberla tomado, la estructura del juego hubiese sido diferente, llevando a un resultado trivial, aquél donde la población

converja a una población sólo de inteligentes, incluso en un juego extendido. Quisimos adoptar una situación en la cuál hay una tentación de adoptar un comportamiento egoísta, tales como el dilema del prisionero o la cacería de alces.

En la cacería de alces, lo notable fue que a medida que aumentó el número de estúpidos en el instante inicial, en la dinámica congelada, la fracción de inteligentes disminuyó, opuesto a lo que pasó en el dilema del prisionero. En los otros aspectos, la submatriz del dilema del prisionero y la cacería de alces tuvieron el mismo comportamiento. Se sugiere explorar este juego con otros dilemas de cooperación.

Volvamos a la primera ley de Cipolla, que afirma que no se puede conocer el número de individuos estúpidos en circulación. En la tercera dinámica nos preguntamos si era posible encontrar un valor crítico de la densidad de estúpidos que pudiera separar dos escenarios. Con esto, queremos decir que deseamos evaluar la posibilidad que al alcanzar una densidad umbral, el grupo de estúpidos pueda causar un daño considerable a la población.

En la dinámica especial, los resultados mostraron la existencia de una transición abrupta de un comportamiento puramente cooperativo a un comportamiento puramente egoísta para redes con un grado pequeño de desorden. Dicha transición fue más suave a medida que aumentaba el desorden de la red. Incluso, el aumento en el desorden produce que los valores de la probabilidad de que alguien actúe de forma estúpida en una ronda promueva a valores altos un comportamiento cooperativo.

Incluso, en la dinámica especial se encontró un efecto menos aparente. Las curvas de la figura 5-6 muestran que para pequeñas probabilidades de que un jugador se vuelva estúpido, el desorden juega en contra de un comportamiento inteligente. La situación se revierte en los altos grados de desorden. Estos resultados concuerdan con el modo congelado, donde la fracción de estúpidos permanece constante en toda la simulación. Este fenómeno se le puede atribuir al apantallamiento que la población de estúpidos tiene en la población de inteligentes, cuando esta última se enfrenta a una población de malvados. No obstante, este apantallamiento no está presente en redes altamente ordenadas, donde el aislamiento de inteligentes es poco probable.

De este modo, aún cuando no se puede saber con certeza la fracción de estúpidos presentes en un grupo, el modo en que interactúen las personas puede llevar a que se pueda estimar una fracción de estúpidos que fortalezca el comportamiento cooperativo de las personas inteligentes.

Y los estúpidos promueven a los inteligentes, pero al mismo tiempo sus acciones le causan daño a la población.





# A. Anexo A: Primera publicación aceptada

PHYSICAL REVIEW E **101**, 052307 (2020)


## Evolutionary game inspired by Cipolla's basic laws of human stupidity

Joel Kuperman


*Facultad de Matemática, Astronomía y Física, Universidad Nacional de Córdoba, Ciudad Universitaria, 5000 Córdoba, Argentina*

Donny R. Bárcenas

*Instituto Balseiro, R8400AGP Bariloche, Argentina*

Marcelo N. Kuperman 

*Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas Centro Atómico Bariloche (CNEA) and Instituto Balseiro, R8400AGP Bariloche, Argentina*

 (Received 6 December 2019; revised manuscript received 14 February 2020; accepted 14 April 2020; published 11 May 2020)

In this work we present an evolutionary game inspired by the work of Carlo Cipolla entitled *The Basic Laws of Human Stupidity*. The game expands the classical scheme of two archetypal strategies, collaborators and defectors, by including two additional strategies. One of these strategies is associated with a stupid player that, according to Cipolla, is the most dangerous one as it undermines the global wealth of the population. By considering a spatial evolutionary game and imitation dynamics that go beyond the paradigm of a rational player we explore the impact of Cipolla's ideas and analyze the extent of the damage that stupid players inflict on the population.

DOI: [10.1103/PhysRevE.101.052307](https://doi.org/10.1103/PhysRevE.101.052307)

### I. INTRODUCTION

When around 1976 Cipolla formulated the fundamental laws of human stupidity, he was being sarcastic and trying to build a cartoonish image of human society. However, his ideas contained some aspects that constituted an adjusted characterization of the type of behavior displayed in interpersonal relationships. In his work, published in 1988 [1], Cipolla describes personal interactions in terms of benefits and damages derived from any transaction, conceptually going beyond monetary aspects exclusively. He pointed at the concept of stupidity as seen within a social context, and to establish a proper frame for his ideas he classified the behavior that an individual may display within a social context into four groups. These groups are the intelligent (I), the bandit (B), the unsuspecting (U), and the stupid (S). The difference between them arises from the inclination to produce benefits or harms for oneself and for others in any interaction.

It should be pointed out that in Cipolla's work the concepts of stupidity and intelligence are lax and do not intend to refer to any cognitive abilities of the subjects. Group (I) consists of individuals who, when they interact with others, produce a mutual benefit. Group (B) is composed of selfish individuals who seek individual benefits without hesitating to cause harm to others. Group (U) represents a type of altruistic individual who seeks the wealth of others even at the expense of self-inflicted harm. Finally, the (S) group contains the individuals that not only cause harm to others but also to themselves. To mathematically represent the behavior associated with each group, it is possible to choose two parameters: the gains or losses that an individual causes to him or herself,  $p$ , and the gains or losses that an individual inflicts on others,  $q$ . These

four groups are then defined by the range of values adopted by  $p$  and  $q$  as follows:

$$\begin{aligned} S &: p_s \leq 0 \text{ and } q_s < 0, \\ U &: p_u \leq 0 \text{ and } q_u \geq 0, \\ I &: p_i > 0 \text{ and } q_i \geq 0, \\ B &: p_b > 0 \text{ and } q_b < 0. \end{aligned}$$

Figure 1 shows the location of each strategy on the  $(p, q)$  plane. Besides the previous classification of the population into four groups, the central point in Cipolla's work is the enunciation of *The Basic Laws of Human Stupidity*, listed below and quoted from Ref. [1]:

- (1) *Always and inevitably everyone underestimates the number of stupid individuals in circulation.*
  - (2) *The probability that a certain person be stupid is independent of any other characteristic of that person.*
  - (3) *A stupid person is a person who causes losses to another person or to a group of persons while himself deriving no gain and even possibly incurring losses.*
  - (4) *Non-stupid people always underestimate the damaging power of stupid individuals. In particular non-stupid people constantly forget that at all times and places and under any circumstances to deal and/or associate with stupid people always turns out to be a costly mistake.*
  - (5) *A stupid person is the most dangerous type of person.*
- Corollary. A stupid person is more dangerous than a pillager.*

The mathematical characterization of the four groups together with the fundamental laws inspire us to formulate an evolutionary game that we call Cipolla's game. Each of the four groups described above is associated with a possible strategy and the corresponding payoff matrix is built in terms of the outcome of the interactions between them. The values



# B. Anexo B: Segunda publicación aceptada

Eur. Phys. J. B (2020) 93: 211  
<https://doi.org/10.1140/epjb/e2020-10339-3>

THE EUROPEAN  
 PHYSICAL JOURNAL B

Regular Article

## The destructive effect of human stupidity: a revision of Cipolla's fundamental laws

Donny R. Bárcenas<sup>1,2</sup>, Joel Kuperman<sup>3</sup>, and Marcelo N. Kuperman<sup>1,2a</sup>

<sup>1</sup> Centro Atómico Bariloche and CONICET, R8402AGP Bariloche, Argentina

<sup>2</sup> Instituto Balseiro, Universidad Nacional de Cuyo, R8402AGP Bariloche, Argentina

<sup>3</sup> Facultad de Matemática, Astronomía y Física, Universidad Nacional de Córdoba, Ciudad Universitaria, 5000 Córdoba, Argentina

Received 6 July 2020 / Received in final form 11 September 2020 / Accepted 23 September 2020

Published online 18 November 2020

© EDP Sciences / Società Italiana di Fisica / Springer-Verlag GmbH Germany, part of Springer Nature, 2020

**Abstract.** In this work, we analyze an evolutionary game that incorporates the ideas presented by Carlo Cipolla in "The fundamental laws of human stupidity". The game considers four strategies, three of them are inherent to the player behavior and can evolve via imitation dynamics, while the fourth one is associated with an eventual behavior that can be adopted by any player at any time with a certain probability. This fourth strategy corresponds to what Cipolla calls a stupid person. The probability of behaving stupidly acts as a parameter that induces a phase transition in the steady distribution of strategies among the population.

### 1 Introduction

In 1988, Carlo Cipolla presented an essay entitled The fundamental laws of human stupidity [1]. The structure of this essay consisted of several chapters with some of them intended for the introduction and discussion of each of the five fundamental laws that according to Cipolla rule the human stupidity.

As the concept of stupidity can be ambiguous it is important to properly frame the meaning we embrace here. A stupid person is someone given to unintelligent decisions or acts and here we consider those acts within a social context. Stupidity should not be understood as the opposite of intelligence. In fact, according to some of the ideas of Cipolla, none of us gets rid of or will never get rid of a brief moment of stupidity.

The association of stupidity to a source of collective troubles and nuisance and to the origin of social scourges has been manifested through history in several nowadays popular quotes. Among them, it is worth citing a phrase credited to A. Dumas: "One thing that humbles me deeply is to see that human genius has its limits while human stupidity does not" [2]. B. Russell, in his essay *The triumph of stupidity*, wrote: "The fundamental cause of the trouble is that in the modern world the stupid are cocksure while the intelligent are full of doubt" [3].

Cipolla starts his work by warning us about the silent social danger of stupidity in the first law that affirms that detecting a stupid person is a hard task. This law states

that always and inevitably everyone underestimates the number of stupid individuals in circulation.

While it could be tempting to associate stupidity with a lack of education or training, Cipolla affirms that the probability that a certain person be stupid is independent of any other characteristic of that person. This is the content of the second law. This somehow suggests that there is a natural stupidity, which is shielded against academic training.

As mentioned before, we are here interested in an operational definition of stupidity, the one that is dangerous for others, an idea that can be summarized by a quotation from one of M. Atwood novels, [4]: "Stupidity is the same as evil if you judge by the results." A similar concept is expressed in Cipolla's third law: A stupid person is a person who causes losses to another person or to a group of persons while himself deriving no gain and even possibly incurring losses.

This law also suggests the definition of three other phenotypes that complement the stupid group (S). These three groups, according to Cipolla, are the intelligent people (I), whose actions benefit both themselves and others, the bandits (B), who benefit themselves at the expense of others, and finally the helpless or unaware people (U), whose actions enrich others at their own expense.

Stupid people are dangerous and damaging because their behavior is hard to understand and predict from a rational point of view. The bandit's actions, while producing some damage, obey a predictable pattern of rationality. The possibility to foresee the behavior of a bandit can help an individual to build up defenses. On the

<sup>a</sup> e-mail: [kuperman@cab.cnea.gov.ar](mailto:kuperman@cab.cnea.gov.ar)

# Bibliografía

- Acemoglu, D. (2006). Modeling inefficient institutions. In *Advances in Economics and Econometrics: Theory and Applications, Ninth World Congress (Econometric Society Monographs)*. Cambridge: Cambridge University Press., pages 341–380.
- Axelrod, R. (1984). *The Evolution of Cooperation*. Basic Books, New York.
- Barabasi, A. and Albert, R. (1999). Emergence of scaling in random networks. *Science*, 286:509–512.
- Barcenas, D., J., K., and M., K. (2020). The destructive effect of human stupidity: a revision of cipolla’s fundamental laws. *The European Physical Journal*.
- Cipolla, C. (1987). *Allegro Ma Non Troppo. The Basic Laws of Human Stupidity*. Societa Editrice Il Mulino, Bologna.
- Durkheim, E. (1967). *Les Règles de la Méthode Sociologique, Seizième Edition*. Les Clasiques des Sciences Sociales, Chicoutimi, Quèbec.
- Gardner, H. (1993). *Multiple Intelligences: The Theory in Practice*. Basic Books, New York.
- Harma, O. (2010). *The Price of Altruism*. W. W. Norton, London, New York.
- Hofbauer, J. and Sigmund, K. (1998). *Evolutionary Games and Population dynamics*. Cambridge University Press, Cambridge CB2 1RP, United Kingdom.
- Kuperman, J., Barcenas, D., and Kuperman, M. (2020). Evolutionary game inspired by cipolla’s basic laws of human stupidity. *Physical Review E*, 101,052307.
- Kuperman, M. and Risau-Gusman, S. (2012). Relationship between clustering coefficient and the success of cooperation in networks. *Physical Review E*, 86.
- Livraghi, G. (2008). *The Power of Stupidity, Third Edition*. Monti & Ambrosini, Pescara, Italy.
- Mella, P. (2012). *Systems Thinking. Intelligence in Action*. Springer Verlag, New York-London.

- Mitchel, M. (2009). *Complexity, A Guided Tour*. Oxford University Press, Inc., Oxford- New York.
- Nash, J. (1950). *Non-Cooperative Games*. Tesis de doctorado, Princeton University, Princeton.
- Newman, M. (2010). *Networks, An Introduction*. Oxford University Press, Inc., Oxford- New York.
- Newton, J. (2018). Evolutionary game theory: A renaissance. *Games*, 31.
- Nowak, M., Bonhoeffer, S., and May, R. (1994). Spatial games and the maintenance of cooperation. *Proc. Nati. Acad. Sci. USA*, Vol. 91, pp. 4877-4881.
- Osborne, M. J. (2000). *An Introduction to Game Theory*. Oxford University Press., New York.
- Peters, H. (2015). *Game Theory. A Multi-Leveled Approach, Second Edition*. Springer Texts in Business and Economics., Heidelberg, New York.
- Pitkin, W. (1936). *A Short Introduction to Human Stupidity*. Simon- Schuster, New York.
- Poncela Casanovas, J. (2012). *Evolutionary Games in Complex Topologies*. Springer, Berlin, Heidelberg.
- Roca, C., J., C., and A., S. (2009). Effect of spatial structure on the evolution of cooperation. *Physical Review E*, 18.
- Rudin, W. (1976). *Principles of Mathematical Analysis (3rd ed.)*. McGraw-Hill., New York.
- S., S. and Watts, D. (1998). Collective dynamics of "small-world" networks. *Nature*, 393:440–442.
- Santos, P. and Pacheco, J. (2005). Scale-free networks provide a unifying framework for the emergence of cooperation. *Physical Review Letters*, 95.
- Skyrms, B. (2004). *Stag Hunt and the Evolution of Social Contract*. Cambridge University Press, University of California, Irvine.
- Smith, J. M. (1982). *Evolution and the Theory of Games*. Cambridge University Press., Cambridge, England.
- Watts, D. (2004). *Six Degrees: The Science of a Connected Age*. W.W. Norton And Company., New York.