



Newton
Marco Panza

► **To cite this version:**

Marco Panza. Newton. Les Belles Lettres, pp.270, 2003, Figures du Savoir, R. Zrehen. <hal-00458590>

HAL Id: hal-00458590

<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00458590>

Submitted on 21 Feb 2010

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Newton

Marco Panza

Les Belles Lettres

2002

Remerciements

Mon travail a été énormément simplifié par la possibilité de consulter plusieurs textes qui ont poursuivi avant moi un but similaire au mien. Je rappellerai entre autres ceux de : E. N. Da Costa Andrade, *Sir Isaac Newton*, (New York et London, 1954) ; H. Wussing, *Isaac Newton*, (Leipzig, 1984) ; I. Schneider, *Isaac Newton*, (Munich, 1988) ; M. Mamiani, *Introduzione a Newton*, (Roma et Bari, 1990) ; et N. Guicciardini, *Newton, un filosofo della natura e il sistema del mondo*, (Milano, 1998). Ils existent aussi nombreuses expositions en style journalistique de la vie et de l'œuvre de Newton. Parmi d'autre, je rappellerai celles de M. White, *Isaac Newton. The Last Sorcerer*, (Reading, Mass., 1997) ; et J.-P. Auffray, *Newton ou le triomphe de l'Alchimie*, (Paris, 2000).

Plusieurs biographies spécialisées, qui ont fait suite ces dernières années à celle, classique, de Brewster — *Memoirs of the Life, Writings, and Discoveries of Sir Isaac Newton* (Edimbourg, 1855) — m'ont été très utiles. Parmi celles-ci se détachent, pour complétude et précision, celles de : F. E. Manuel, *A Portrait of Isaac Newton* (Cambridge, Mass., 1968) ; de A. R. Hall, *Isaac Newton. Adventurer in Thought* (Oxford, 1992) ; et surtout celle de R. Westfall, *Never at Rest. A Biography of Isaac Newton* (Cambridge, 1980). Cette dernière a été partiellement traduite en français (*Newton*, Flammarion, Paris, 1994 ; les coupes par rapport à l'édition originale sont assez limitées et suggérées par l'auteur) et a été suivie par une version abrégée (*The life of Isaac Newton*, Cambridge, 1993). Le lecteur intéressé pourra aussi consulter la biographie très discutée de G. E. Christianson, *In the Presence of the Creator : Isaac Newton and his Times* (New York, London, 1984). Très utile, parfois même indispensable, a été en outre *The Newton Handbook* de D. Gijtsen (London et New York, 1986).

Pour ce qui est de l'immense bibliographie disponible sur les aspects les plus particuliers de l'œuvre de Newton, j'ai dû naturellement faire des choix. J'espère qu'ils résultent justifiés par l'ensemble de ma présentation.

Mon livre n'aurait jamais été écrit sans l'amitié les encouragements et les conseils de Jean-Michel Salanskis, auquel je dois d'ailleurs bien plus que de m'avoir poussé à ce travail et de m'avoir accompagné de loin dans ceci. Je le remercie d'abord.

Écrit pour l'essentiel au cours d'un congé sabbatique concédé par l'université de Nantes, mon livre a pu bénéficier de la possibilité consulter les fonds des différentes bibliothèques de l'université de Bologna, notamment la bibliothèque du département de philosophie et la bibliothèque centrale universitaire. J'adresse mes remerciements à ces deux institutions et à leur personnel. Je remercie aussi les nombreux collègues avec lesquels j'ai souvent discuté au cours de mon séjour italien, principalement : Giovanna Corsi, Paolo Freguglia, Maria-Carla Galavotti, Giulio Giorello, Eva Picardi et Pietro Redondi. Je réserve un remerciement particulier pour mes amis de l'association *Aleph*, qui m'ont entouré avec leur enthousiasme et leur compétence. Je remercie en outre Carlos Alvarez, Louis-Carlos Arboleda, Michel Blay, Vincent Jullien, Antoni Malet, Rafael Martinez, Domenico Napoletani, Michel Paty, Jean-Claude Pont, François Schmitz, et Daniele Struppa, qui n'ont ménagé ni leurs conseils ni leur soutien. Je suis également reconnaissant aux étudiants de mon cours de licence pour l'année 2001-2002, auxquels j'ai exposé des parties entières de mon livre : leurs remarques m'ont suggéré plusieurs corrections.

Roberto Casati, Niccolò Guicciardini, Jan Lacki et Richard Zrehen ont lu une version préliminaire de mon livre et m'ont permis par leurs conseils de l'améliorer dans les limites du possible. Les conseils de Gabriella Dolcini m'ont été également précieux : je la remercie tout autant.

J'ai enfin la plus grande des dettes envers ma femme, Annalisa Coliva, qui m'a conseillé, soutenu et supporté (dans les deux sens que ce verbe a en français) tout au long de mon travail. C'est à elle que mon livre est dédié.

Repères chronologiques

- 1637 : Descartes publie le *Discours de la méthode*, accompagné de trois essais, la *Dioptrique*, les *Météores* et la *Géométrie*.
- 1642 : Isaac Newton naît le jour de Noël (selon le calendrier anglais ; sur le continent, le calendrier indique le 4 janvier 1643), à Woolsthorpe, dans le Lincolnshire ; on lui donne le prénom de son père, mort quelques mois avant sa naissance.
- 1644 : Descartes publie les *Principiæ philosophiæ (Principes de philosophie)*.
- 1645 : La mère de Newton, Hannah Ayscough, se remarie avec le révérend Barnabas Smith et le suit à North Witham (un village proche de Woolsthorpe), confiant Isaac à sa propre mère, Margery Ayscough.
- 1653 : À la mort de Barnabas Smith, Hannah Ayscough retourne vivre à Woolsthorpe avec son fils.
- 1655 : Newton s'établit à Grantham où il fréquente la *Free Grammar School of King Edward VI*.
- 1658 : Mort d'Olivier Cromwell.
- 1660 : Début de la restauration ; Charles II (Stuart) s'empare du trône d'Angleterre, d'Ecosse et d'Irlande.
- 1661 : Newton s'établit à Cambridge pour fréquenter l'université.
- 1662 : Fondation de la *Royal Society*.

- 1663-1664 : Se détournant des programmes proposés par l'université de Cambridge, Newton entreprend des études personnelles ; il lit la *Géométrie* de Descartes et l'*Arithmetica infinitorum* (*Arithmétique des infinis*) de Wallis et commence les recherches qui le conduiront à l'établissement de la théorie des fluxions.
- 1665-1667 : L'université de Cambridge ferme ses portes à cause d'une épidémie de peste, et Newton retourne temporairement vivre à Woolsthorpe.
- 1666 : Rédaction du *Traité d'octobre 1666* contenant la première exposition complète de la théorie des fluxions ; le traité reste inachevé et Newton n'en divulgue guère le contenu.
- 1667 : Newton est élu *fellow* du *Trinity College* de Cambridge.
- 1669 : À l'instigation d'Isaac Barrow, Newton rédige le *De analysi per æquationes numero terminorum infinitas* (*De l'analyse par équations infinies quant au nombre des termes*), où il expose une partie de sa théorie des fluxions ; le traité est envoyé à Collins, secrétaire de la *Royal Society* qui informe de son contenu les principaux savants anglais de la période, mais il ne sera pas publié ; Barrow démissionne de son poste de professeur *lucasien* de mathématiques à l'université de Cambridge et fait nommer Newton à sa place.
- 1671 : Newton rédige le *Tractatus de methodis serierum et fluxionum* (*Traité de la méthode des séries et des fluxions*), issu d'une révision et d'un élargissement considérable du *Traité d'octobre 1666*, mais, encore une fois, décide de ne pas publier son œuvre.
- 1672 : Cédant aux insistances de Collins, Newton envoie à la *Royal Society* une lettre exposant les principes essentiels de sa théorie des couleurs (fruit de plusieurs expériences commencées vers 1665) ; la lettre est aussitôt publiée par les *Philosophical Transactions* sous le titre de "New Theory about Light and Colours" ("Nouvelle théorie de la lumière et des couleurs") ; Newton rédige les *Lectiones opticae* (*Leçons d'optique*), contenant une exposition plus complète de sa théorie, dans le but de les faire paraître parallèlement au *De methodis*, mais ne publie pas ce traité, qu'il déposera en 1674 à la bibliothèque de l'université de Cambridge comme compte-rendu de ses leçons universitaires.
- 1672-1684 : À la suite des réactions polémiques suscitées par sa théorie des couleurs, Newton s'enferme progressivement dans la solitude et se consacre à des études théologiques et alchimiques.
- 1679-1680 : Il correspond avec Robert Hooke à propos de la trajectoire des planètes et démontre qu'une orbite elliptique peut être conçue comme l'effet d'une force d'attraction dirigée vers un foyer de cette orbite et inversement proportionnelle aux carrés des distances de ces foyers, s'exerçant sur un corps doté d'un mouvement inertiel.
- 1684 : À la suite d'une visite de Halley, Newton revient sur cette preuve et rédige le *De motu* (*Du mouvement*) ; Halley le convainc de rédiger un traité plus large et il commence le travail que le conduira à la rédaction des *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica* (*Principes Mathématiques de la philosophie naturelle*).

- 1685 : Mort de Charles II et montée sur le trône de Jacques II qui, s'étant converti au catholicisme, tente d'imposer sa nouvelle religion à l'ensemble du pays.
- 1687 : Première édition des *Principia* ; une dispute éclate entre l'université de Cambridge et le roi qui veut imposer, sans examen ni serment, l'admission du moine catholique Alban Francis au grade de *Master of Arts* ; Newton est parmi les défenseurs les plus acharnés de l'autonomie de son université et se bat pour qu'elle ne se plie pas à l'ordre royal, qui n'est finalement pas exécuté.
- 1688-1689 : Révolution glorieuse : déposition de Jacques II et avènement de Guillaume d'Orange .
- 1689 : Newton est élu à la Convention comme représentant de l'université de Cambridge et s'établit provisoirement à Londres.
- 1690 : La Convention termine ses travaux ; Newton cherche à obtenir un poste administratif qui lui permettrait de rester à Londres, mais n'y parvient pas et il est obligé de retourner à Cambridge.
- 1693 : Newton est atteint par une forte crise dépressive.
- 1694 : Newton termine la rédaction de l'*Optique*, mais décide d'en renvoyer la publication.
- 1696 : Lord Halifax (Charles Montague), Chancelier de l'Échiquier et ami intime de Catherine Barton — fille de la demi-sœur de Newton, Hanna Smith — obtient pour celui-ci le poste de *Warden* de la Monnaie ; Newton s'établit définitivement à Londres.
- 1700 : Newton est nommé *Master* de la Monnaie.
- 1701-1702 : Newton siège au Parlement comme représentant de l'université de Cambridge ; trois semaines après son élection, il démissionne du poste de *fellow* du *Trinity College* et de la chaire *lucasienne* de mathématiques.
- 1704 : Mort de Rober Hooke, le plus prestigieux des adversaires scientifiques de Newton ; Newton est nommé Président de la *Royal Society* ; il publie l'*Optique*, accompagnée ses *Questions* 1-16 et de deux appendices mathématiques, le *De quadratura curvarum* (*De la quadrature des courbes*) et l'*Enumeratio linearum tertii ordinis* (*Énumération des lignes du troisième ordre*).
- 1706 : Première édition latine de l'*Optique*, avec l'ajout des *Questions* 25-31.
- 1711 : Newton charge William Jones de publier le *De analysi*, qui paraît accompagné d'une deuxième publication du *De Quadratura* et de l'*Enumeratio*.
- 1711-1712 : Querelle avec Leibniz à propos de la priorité de l'invention du calcul infinitésimal.
- 1713 : Publication du *Commercium epistolicum D. Johannis Collins et aliorum de Analysi promota* (*Echange épistolaire entre D. John Collins et d'autres à propos de la promotion de l'analyse*) qui décrète la priorité de Newton sur Leibniz ; deuxième édition des *Principia*.
- 1717 : Deuxième édition anglaise de l'*Optique*, avec l'ajout des *Questions* 17-24.
- 1726 : Troisième édition des *Principia*.

- 1727 : Le 20 mars, Newton meurt dans sa résidence de Kensington, près de Londres, assisté dans ses dernières heures par Catherine Barton et son mari John Conduit, qui sera son premier biographe ; il est inhumé dans la cathédrale de Westminster, à côté des Grands d'Angleterre.
- 1728 : J. Conduit publie la *Chronology of Ancient Kingdoms Amended* (*Chronologie amendée des royaumes antiques*), dernière œuvre préparée par Newton en vue d'une publication.
- 1736 : John Colson publie une traduction anglaise du *De methodis* et Euler fait paraître les deux volumes de sa *Mechanica*, une re-formulation analytique de la mécanique abstraite de Newton.
- 1743 : Publication du *Traité de dynamique* de d'Alembert.
- 1748 : Publication de l'*Introduction in analysin infinitorum* (*Introduction à l'analyse des infinis*) de Euler.
- 1781 : Publication de la *Critique de la raison pure* de Kant.
- 1788 : Publication de la *Mécanique analytique* de Lagrange.
- 1799-1825 : Publication des cinq volumes du *Traité de mécanique céleste* de Laplace.
- 1905 : Einstein parvient à la théorie de la relativité restreinte.
- 1915 : Einstein parvient à la théorie de la relativité générale.

Introduction

Apprenant mon projet d'écrire une introduction d'ensemble à l'œuvre de Newton, un ami m'a raconté comment son fils, âgé de 10 ans, était revenu un jour apparemment troublé de son école. L'instituteur lui avait appris que Newton avait découvert la gravité et, lorsqu'un élève avait demandé une explication, l'instituteur avait répondu que la gravité est ce qui fait que les corps tombent. L'enfant se demandait alors comment il se faisait qu'avant Newton personne ne se fût rendu compte que les corps tombaient... En toute innocence, cet enfant jouait déjà, sans le savoir, le jeu de l'historien des sciences, alors que l'instituteur n'avait probablement dans l'idée que faire entendre à des gamins le nom d'un grand homme déjà pris dans la légende.

Dans un autre registre, pour impressionner un pauvre *barman*, Woland, le diable de Boulgakov, lui dévoile le jour de sa mort. Lorsque celui-ci proteste que personne ne peut le connaître, Woland lui fait remarquer qu'il y a des choses bien plus difficiles à connaître, par exemple le « binôme de Newton. »¹

L'exemple de Boulgakov est bien choisi : le nom de Newton est suffisamment familier pour ne pas dérouter le lecteur, mais il évoque en même temps des choses difficiles, inconnues, presque mystérieuses. Celui qui porte ce nom fut mathématicien, physicien, théologien, historien, alchimiste, homme politique, grand commis de l'état. Mais, otage de sa légende, il est-il souvent défiguré par son image : le savant en perruque, héros de bande dessinée², éclipse souvent le savant et son œuvre. Le but de mon livre est de les restituer, l'un et l'autre, de leur rendre justice.

Dès qu'on dépasse la légende en direction de la science, le nom de Newton est d'abord associé à la naissance de l'astronomie moderne ; à l'explication du mouvement des

¹ Boulgakov, *Le maître et Marguerite*, chap. 18.

² Racontées et dessinées par le caricaturiste Marcel Gotlib dans sa « Rubrique-à-brac », les multiples aventures d'Isaac Newton ont beaucoup fait rire les lecteurs de *Pilote* dans les années 60-70.

planètes à l'aide de l'hypothèse d'une force gravitationnelle attirant ces planètes vers le soleil (ainsi que les unes vers les autres). Lorsqu'on va un peu plus loin, on observe que cette explication nécessitait une théorie du mouvement (une mécanique, comme l'on dit d'habitude), fort différente de celle d'Aristote : une théorie que Newton a pour l'essentiel créée, en s'appuyant sur certains travaux antérieurs, dont ceux de Galilée et Descartes. Parfois, on rappelle ensuite que l'astronomie et la mécanique n'ont pas été les seules contributions de Newton à la naissance de la physique moderne et on mentionne l'explication que ce dernier a su donner des phénomènes de la couleur à l'aide d'une conception toute nouvelle de la structure de la lumière. Très rares sont enfin ceux qui font mention de ses résultats purement mathématiques, entre autres l'invention du calcul infinitésimal. Souvent, on rappelle par contre que les théories de Newton ont été dépassées par les développements successifs de nos connaissances, mais qu'elles restent à la base de la science actuelle, tout en ajoutant qu'il serait difficile d'éclairer cette idée.

C'est une image essentiellement correcte, encore que sommaire, des principaux acquis scientifiques de Newton, mais il reste à parler de son activité politique et administrative dans l'Angleterre sortant de la *Glorious Revolution*, de ses études historiques, de sa passion pour l'alchimie et sa tradition millénaire, et surtout de son engagement théologique, de son interprétation de l'*Apocalypse* de Saint Jean et de son intransigeante opposition à l'église catholique, au nom d'un protestantisme glorifiant le pouvoir absolu de Dieu créateur et maître de l'univers.

Se rapprocher de l'œuvre de Newton, c'est ainsi se préparer à parcourir plusieurs domaines de connaissance, en étant conscient que les frontières qui séparent ces domaines pour nous n'étaient nullement des barrières pour lui ; il possédait les compétences et l'ouverture d'esprit nécessaires pour les traverser continuellement pour apaiser une soif de connaissance qui n'avait d'égale que l'ambition intellectuelle qui l'accompagnait : dévoiler aux hommes l'œuvre du Seigneur.

Je crois pourtant qu'on se tromperait si, transportés par l'ampleur et la variété des études de Newton, on ne voyait pas les distinctions que ce dernier a su introduire parmi les différents domaines de son activité, et l'on confondait l'objectif de parvenir à une reconstruction et à une vision unitaire de l'ensemble de son œuvre avec la prétention de faire sortir celle-ci d'une seule matrice, originaire et compréhensive de la totalité de cette œuvre, quelle que soit cette matrice : la suprême rationalité de l'acte mathématique, la reconnaissance de la force et de l'autorité dernière de l'expérience, la soumission au pouvoir illimité de Dieu, ou encore dans l'adhésion à une vision magique de l'univers. Ce sont quatre tendances, quelque peu contradictoires de l'historiographie newtonienne. Mon livre souhaite introduire le lecteur à l'œuvre de Newton en se soustrayant à ce jeu des oppositions entre ces tendances, renonçant d'emblée à la recherche d'une seule lumière capable d'éclairer tout cet œuvre d'un seul coup.

D'une part, je voudrais observer qu'aucune influence externe, fût-elle théologique ou religieuse, ne peut expliquer et encore moins justifier les aspects les plus fins des théories scientifiques de Newton ; et ce sont ces aspects qui font l'essentiel de ces théories, car c'est grâce à eux que Newton a su transformer des conceptions ou des idées plus ou moins brillantes en théories scientifiques. R. Hooke a eu avant Newton l'idée que la supposition d'une force attractive inversement proportionnelle au carré de la distance pouvait servir à rendre compte des trajectoires des planètes, mais il n'a pas écrit *Principia*, le chef d'œuvre de Newton, où cette idée est soumise à un traitement

mathématique qui la transforme en une explication des phénomènes cosmiques. D'autre part ce fut le même Newton qui l'observa en réponse aux prétentions de priorité de Hooke : « Ce n'est pas merveilleux ? — il écrivait à Halley — Les mathématiciens qui trouvent, établissent et font tout le travail devraient se contenter de n'être que des simples calculateurs piocheurs, et un autre qui ne fait rien, mais prétend tout saisir, devrait avoir le mérite de toutes les inventions, tant de celles qui viendront après lui, que de celles qui vinrent avant³. »

Mais on ne peut pas éviter de remarquer non plus que Newton ne se limita pas à partager ou entretenir des orientations théologiques ou des conceptions ou des visions proto-hermétiques, comme au XVII^e siècle c'était le cas de la plus grande partie des savants. Encore qu'il se montrât toujours intolérant vis à vis de toute forme de métaphysique, il consacra une grande quantité de son temps et de ses énergies intellectuelles à des études théologiques et alchimiques. Il fut, sans aucun doute, un théologien et un alchimiste professionnel⁴.

La question des relations entre les divers aspects, apparemment si contradictoires, de l'œuvre et de la vie de Newton ne peut donc que se poser. Elle ne peut pourtant pas être résolue en réduisant les unes aux autres ses conceptions théologiques, ses visions alchimiques ou ses théories scientifiques. Et cela d'autant plus que Newton se réclama toujours d'un idéal de séparation entre les différents domaines de ses recherches. « La religion et la philosophie — il écrivit dans une de ses notes — doivent être gardées distinctes. Nous ne devons pas introduire la révélation divine dans la philosophie, ni les opinions philosophiques dans la religion⁵. »

L'homme Isaac Newton fut certes un seul, mais s'il ne sut jamais se contenter d'un seul intérêt, en s'adonnant avec la même acribie et le même enthousiasme intellectuel à la solution de tout problème qu'il lui arriva de rencontrer. Et il ne voulut non plus tout confondre, en estimant plutôt que seulement la spécialisation des compétences pouvait garantir la solution véritable de toute sorte de problèmes. Ce ne fut pas seulement qu'il croyait à la nécessité d'une professionnalisation (tout étant lui même un professionnel dans plusieurs champs), mais ce fut surtout qu'il se rendit compte de la possibilité de distinguer dans tout phénomène naturel des aspects différents qui peuvent être séparément expliqués. Et c'est dans cela que réside principalement sa grandeur.

Pour ne donner qu'un seul exemple, il a compris que la détermination des lois mathématiques qui décrivent les mouvements des planètes ne dépend pas de la réponse qu'on donne à la question de l'origine de ces mouvements ou à celle de la nature des forces d'attraction. La distinction entre les lois décrivant la structure formelle de certaines

³ Cf. Newton (C), vol. II, p. 438. Le mépris de Newton envers Hooke ne doit pas pourtant faire penser que ce dernier fût qu'un charlatan. Il fut au contraire un savant de première grandeur [cf. la note (9) du chapitre III]. Sur ces contributions scientifiques et sur leurs relations avec celles de Newton, cf. entre autres Arnol'd (1990).

⁴ R. H. Popkin est même parvenu à se poser la question du pourquoi « un des théologiens anti-trinitaires majeurs du XVII^e siècle a pris du temps pour écrire des œuvres de science naturelle comme les *Principia Mathematica* » [cf. Popkin (1988), p. 81].

⁵ Cité par Goldish (1998), p. 48, qui renvoie au manuscrit Keynes MS 6 de la bibliothèque du *King's College* de Cambridge, fol. [1]. Il faut rappeler que le terme « philosophie » a pour Newton (de même que pour tous les savants du XVII^{em} siècle), une signification différente de celle qu'on lui confère aujourd'hui, renvoyant à la philosophie naturelle, et donc, en un sens assez précis, aux théories des phénomènes naturels.

phénomènes et les hypothèses concernant les causes dont ces phénomènes dépendent constituait pour lui une condition d'une science mathématique de la nature, car les mathématiques ne peuvent s'appliquer à l'étude des phénomènes naturels que si ceux-ci sont représentés par des systèmes abstraits qui ne relèvent que de certains aspects de ces phénomènes, sans prétendre restituer la complexité qui est la leur.

Lorsqu'on traite mathématiquement le mouvement d'un pendule à la surface de la terre, on se limite par exemple à le représenter comme le mouvement d'un point pesant oscillant autour d'un point fixe, en l'absence de toute résistance s'opposant à son mouvement. C'est exactement ce processus de schématisation des phénomènes de la nature, qui va sous le nom de « mathématisation », qui fournit la clef du succès de l'entreprise scientifique de Newton, et qui appela plus tard, de Kant à Husserl, à tant d'analyses philosophiques. Dans un sens, Newton fut ainsi — sans être lui même un philosophe, au sens moderne de ce terme — à l'origine d'une étape fondamentale dans la philosophie de la connaissance, celle que Kant inaugura un siècle après la publication des *Principia*, en se demandant, dans la *Critique de la raison pure*, comment une science mathématique de la nature est possible.

Une biographie intellectuelle de Newton ne peut pas éviter de montrer l'ampleur de ses études ; elle ne peut pas non plus se limiter à juxtaposer des récits, comme si les différents champs de ses activités relevaient d'hommes différents ; à plus forte raison, elle ne peut pas cacher cette tendance à la séparation et la professionnalisation. Le manque d'espace et de compétence ne me permettront pas d'entrer dans tous les détails des différents domaines de recherche de Newton. Je me limiterai à présenter, d'autant clairement et complètement que possible, le cadre théorique dans lequel ces détails s'inscrivent en transformant par leur présence des idées astucieuses en des contributions à l'avancement de la connaissance. J'espère que mes expositions soient suffisantes non pas pour convaincre le lecteur d'avoir saisi l'essentiel, mais plutôt pour lui permettre de supposer la difficulté, la valeur et l'importance de ce que je ne pourrai que taire.

I

Woolsthorpe, Grantham, Cambridge 1642-1664

A sa naissance, Newton est déjà l'héritier d'un manoir, le manoir de Woolsthorpe, à quelques *miles* au sud-est de Grantham, dans la partie méridionale du Lincolnshire. Son père — également prénommé Isaac — mort trois mois auparavant, lui a laissé par testament non signé de son nom — il ne savait pas écrire — des terrains, des bêtes et des droits de pâturage. Sa mère, Hannah Ayscough, vient d'une famille aux moyens comparables mais appartenant à l'aristocratie. L'union d'Isaac Newton père et d'Hannah Ayscough relève de l'alliance entre une famille de fermiers parvenus en ascension sociale, mais encore liés à une tradition paysanne, et une famille aristocrate en déclin. Lorsqu'elle se remariera, Hannah Ayscough réservera à son fils le bénéfice de l'héritage paternel et se gardera le droit de décider de son éducation : la mort de son mari permettra à Hannah d'élever son fils comme l'avaient été ses propres aïeux. Isaac Newton fils sera ainsi le premier des Newton ayant appris à écrire.

Il vient au monde, dans l'Angleterre protestante, à l'aube du 25 décembre de l'année 1642. Sur le continent, qui a adopté le calendrier Grégorien — refusé au-delà de la Manche comme un diktat papiste — on est le 4 janvier 1643 ; les chrétiens y ont déjà fêté Noël et l'année de la mort de Galilée (qui s'était éteint à Arcetri, le 9 janvier 1642) a commencé de s'éloigner. L'adoption de la réforme du calendrier par l'Eglise Anglicane permettra plus tard aux biographes de Newton d'associer sa naissance à un repère symbolique, en remarquant qu'il était né le jour de Noël de l'année même de la mort de Galilée...

Le jeune Isaac, lui, vient au monde prématurément ; il est si petit qu'on craint même de ne pouvoir le garder en vie. Il n'a que trois ans lorsque sa mère le quitte pour aller vivre à

North Witham, un village près de Woolsthorpe dont elle a épousé le pasteur, le révérend Barnabas Smith. Isaac reste à Woolsthorpe avec sa grand-mère, Margery Ayscough. Du deuxième mariage de sa mère, il retire une parcelle de terrain, et plus tard — probablement lorsque sa mère retourne vivre à Woolsthorpe, à la mort de Barnabas en 1653 — quelques centaines de livres de théologie, qu'il rangera dans sa chambre. Il les abandonnera vite : en 1655 il va vivre à son tour quelques *miles* plus au nord, à Grantham, chez l'apothicaire Clark, pour pouvoir fréquenter la *Free Grammar School of King Edward VI*.

2 À Grantham il étudie surtout la bible, le latin et sans doute le grec, mais aussi les mathématiques, auxquelles il semble avoir consacré beaucoup de temps si l'on se fie au contenu des notes portées dans l'un des cahiers d'Henry Stokes, directeur de l'école de Grantham, mentionnant les programmes courants des écoles secondaires anglaises de la période¹. Newton s'amuse à construire des petits objets, à dessiner sur n'importe quelle surface, y compris les parois de sa chambre, et à graver son nom partout. Du latin, il se servira toute sa vie ; les premiers rudiments mathématiques, qu'il apprend d'Henry Stokes, lui seront très utiles quelques années plus tard ; et son habileté manuelle l'aidera sans doute dans ses expériences ultérieures d'optique et d'alchimie. En revanche, son amourette d'adolescent avec Miss Storer ne semble pas avoir laissé de traces : il l'oublie vite et on ne lui connaîtra pas, par la suite, de relations sentimentales avec d'autres femmes.

Lorsqu'il atteint l'âge de dix-sept ans, sa mère juge qu'il a suffisamment appris pour pouvoir gérer sa fortune : elle le rappelle à Woolsthorpe et lui demande de s'occuper de ses propriétés. Ce n'est pas à cela qu'il aspire et il ne manque pas de le montrer. Son manque d'intérêt pour les affaires de son manoir est si grand, la pression exercée par son oncle William Ayscough — qui avait obtenu, quelques années plus tôt, un *Master of Art* de Cambridge — et par son maître d'école si forte que, neuf mois plus tard, sa mère se décide à le renvoyer à Grantham pour préparer son entrée à l'université.

Le 5 juin 1661 au matin, Isaac Newton, après un voyage de trois jours le long de l'une des routes les plus importantes d'Angleterre — la *Great North Road* —, se présente au *Trinity College* de Cambridge, le plus prestigieux, et peut-être le plus beau de tous ceux qui longent les rivages du *Cam*. Il passe l'examen d'entrée, est admis avec le statut de *sub-sizar* et, après avoir prêté le serment rituel, est inscrit dans les registres de l'université le huit juillet .

I.1 *L'université de Cambridge*

Organisée autour des *Colleges*, l'université de Cambridge était, à l'époque, une structure hautement hiérarchisée. Les étudiants *sub-sizars* y occupaient la position la plus basse. Selon les statuts, ils s'assuraient le droit de faire partie des *Colleges*, en faisant fonction de serviteurs des autres membres, et, à la différence des *sizars*, situés juste au dessus dans la hiérarchie, ils devaient, de plus, payer pour être logés et nourris. Ils pouvaient néanmoins dîner en compagnie des *sizars* dans la salle commune, une fois qu'elle avait été libérée par les autres membres auxquels ils avaient servi le repas. Il n'est pas certain que Newton ait vraiment accompli ces fonctions subalternes ; ce qui l'est, en

¹ Cf. Whiteside (1982), pp. 110-111 et Westfall (1980), p. 9.

revanche, c'est que Newton n'avait ni le statut ni les droits d'un étudiant riche ou d'un pensionnaire, ce que son ascendance et ses biens auraient pu lui assurer. Pourquoi cela ? On ne le sait pas. La fortune d'Isaac était importante, mais elle était encore gérée par sa mère, plutôt hostile à ses études ; il se peut aussi qu'Hannah Ayscough n'ait autorisé son fils à partir pour Cambridge qu'à la condition qu'il y remplisse la fonction de serviteur de Babington, professeur au *Trinity College* et frère de la femme de M. Clark, l'apothicaire de Grantham qui avait autrefois logé Isaac chez lui².

3

Quoi qu'il en soit, le statut de Newton au *Trinity College* ne l'empêchait pas de poursuivre ses études sous la direction d'un tuteur, mais il est possible que sa petite position sociale ait contribué à favoriser son isolement et à encourager son penchant au travail solitaire. D'autre part, le système universitaire ne prévoyait aucun examen au terme du cycle d'études et malgré son grand prestige (social plus qu'intellectuel) l'université anglaise, et en particulier celle de Cambridge, avait perdu vers la moitié du XVII^e siècle la capacité d'assurer à ses élèves une formation solide et de les sélectionner en fonction de leurs mérites effectifs. Les examens de *Bachelor of Arts* qu'on passait au bout de quatre ans de présence étaient devenus une pure formalité : il suffisait pour les réussir d'être inscrit sur les listes proposées par les *Colleges*.

L'étude sérieuse était donc facultative à Cambridge et ne pouvait être de toute façon qu'individuelle : l'université se bornait à indiquer un ensemble de lectures, à conseiller des achats de livres, et à mettre à disposition ses bibliothèques, où l'on trouvait essentiellement des manuels de scolastique. Logique, éthique, rhétorique, physique, et métaphysique aristotéliennes constituaient l'essentiel du savoir que l'université se proposait de transmettre à ses étudiants.

L'académicien idéal de Cambridge n'était pas différent, en 1661, de celui que Galilée avait mis en scène trente ans auparavant dans le *Dialogue*, puis dans les *Discours*, sous le nom de Simplicius³. Les idées et les théories de Galilée, pas plus que celles de Boyle, de Descartes, de Gassendi, de Kepler, ou même de Copernic⁴, ou d'autres philosophes de la nature n'y avaient cours.

On ne sait pas comment Newton vint à connaître de l'existence d'un mouvement d'idées nouvelles s'opposant à l'orthodoxie scolastique – d'après les notes portées dans un cahier qu'il avait acheté dès son arrivée à Cambridge il ne fait qu'entamer l'étude des textes conseillés par son tuteur, Benjamin Pulleyn ; il n'est pas non établi qu'il ait d'emblée perçu qu'il avait affaire à un mouvement d'ensemble.

Il avait commencé la lecture de la *Physiologia peripatetica* de Johannes Magirus⁵, manuel d'introduction à la physique aristotélienne et, en bon étudiant, l'avait accompagnée de notes. Mais dans son cahier, ces notes s'arrêtent bien avant la fin du livre et au-dessous, après une ligne de séparation laissée comme un symbole propre à nourrir l'imaginaire des historiens, on trouve une remarque où il est question de Galilée et de ses opinions à propos de la grandeur des étoiles⁶...

² Si telle était la condition, Babington ne passant, chaque année, que peu de temps à Cambridge, la charge ne devait pas être trop lourde. Cf. Westfall (1980), pp. 103-104 et Hall (1992), p. 12.

³ Galilée, *Dialogue ...*, *Discours...*, date de publication ?

⁴ Galilée ? Boyle ? Descartes ? Gassendi ? Kepler ? Copernic ?

⁵ Johannes Magirus ?

⁶ Cf. Westfall (1980), p. 116.

Ses autres lectures, il les doit certainement à des suggestions directes ou indirectes, peut-être celles d'Isaac Barrow, *fellow* de *Trinity College* et professeur de grec en 1661., l'un de ceux qui, avec Henry More⁷, *fellow* de *Christ's College*, avaient lu et compris les textes qui présentaient les idées nouvelles, malgré la réticence de l'université de Cambridge à les prendre en considération.

4

Barrow et More avaient fait partie, quelques années auparavant, d'un cercle intellectuel qui avait accueilli avec faveur, sans véritablement les promouvoir, les théories de Descartes, de Gassendi et d'autres qui s'opposaient aux conceptions de la Scolastique⁸. C'était au temps d'Olivier Cromwell⁹, où la société anglaise était particulièrement instable mais aussi sans doute plus ouverte au progrès intellectuel qu'après 1660, date de la restauration des Stuart. Barrow était resté pratiquement le seul à *Trinity College* à cultiver cet intérêt pour la nouveauté. Mais son prestige n'avait pas pour autant diminué et, en 1663, lorsque Henry Lucas mit à la disposition de l'université une somme destinée à financer l'établissement d'une chaire de mathématiques, c'est lui qu'on invita à l'occuper, sans doute en hommage à ses nombreuses éditions et traductions de textes mathématiques grecs – entre autres des *Eléments* d'Euclide¹⁰.

On a longtemps pensé que Newton avait été un élève direct de Barrow ; on sait aujourd'hui que ce ne fut pas le cas. Reste que Barrow ne peut manquer d'avoir remarqué Newton, qui ne put être nommé étudiant du *Trinity college* le 28 avril 1664 — ce que lui permit de recevoir une bourse d'étude et de sortir de son état de *sub-sizar* — qu'avec un soutien de l'intérieur de l'institution : si ce soutien ne vint pas de Babington, il ne put venir que de Barrow.

En résumé : un jeune étudiant capable d'assimiler rapidement l'essentiel des contenus du *curriculum* ordinaire, mais ne s'en satisfaisant pas ; un solitaire sachant se faire remarquer par son intelligence ; un milieu intellectuel en décadence et assujéti à une projet de restauration politique mais encore susceptible d'offrir des stimulations intellectuelles ; quelques esprits ouverts et un mouvement d'idées nouvelles en expansion rapide au-delà de toute frontière politique, de toute tentative d'endiguement et de tout projet de restauration, que le rebelle solitaire qu'était le jeune Newton ne demandait pas mieux qu'assimiler.

II. 2 *Les premiers cahiers*

De Woolsthorpe, Newton apporta à Cambridge un grand cahier qui avait appartenu à son beau-père Barnabas Smith, où il restait beaucoup de pages blanches : il les remplira plus tard de notes mathématiques. À son arrivée à Cambridge il rachètera des cahiers : un grand, et d'autres plus petits, dans lesquels il consignera des notes de lecture, des réflexions, des élaborations personnelles, et même un état de ses dépenses. La plupart de ces cahiers sont conservés et leur consultation nous éclaire sur certains aspects de sa vie et de ses études. On apprend par exemple que ce solitaire fréquentait les tavernes,

⁷ Isaac Barrow (**dates, œuvres**), Henry More (**1614- ? œuvres**). More, né à Grantham, y avait fréquenté la *Free Grammar School* ; il y retournera, logeant sans doute chez l'apothicaire Clark, en 1655, date à laquelle Newton a pu le rencontrer [cf. Hall (1992), pp. 15-22 et Westfall (1980), p. 83 et p. 122].

⁸ Cf. Hall (1992), pp. 28-29.

⁹ **Olivier Cromwell ?**

¹⁰ **Euclide ?**

consommait de la bière, jouait aux cartes, perdait de l'argent au jeu et en prêtait, peut-être même à intérêt. On apprend aussi qu'en 1662 il eut une crise religieuse qui le poussa à dresser une liste de ses péchés, directement à l'intention de Dieu.

5 Liste naïve à bien des égards, témoignant massivement d'une adolescence marquée par l'absence du père, l'abandon de la part de la mère et l'animosité de son beau-père ; liste particulièrement instructive, qui marque l'émergence d'une intransigeance religieuse à la limite du fanatisme et d'une conception de Dieu, seigneur absolu dominant de son pouvoir et de son autorité les hommes et le monde, qui accompagnera Newton toute sa vie. Conception rigide qui doit probablement moins à son éducation religieuse qu'aux études théologiques entreprises, seul, à Grantham.

Des mêmes cahiers, on apprend que Newton a poursuivi ces études à Cambridge, s'intéressant plus particulièrement à l'interprétation des textes sacrés et à la chronologie antique. Il a abordé également des sujets historiques, lu les classiques grecs et latins, s'est initié à la phonétique et enthousiasmé pour le projet d'un langage universel, proposé entre autres par Georges Dalgarno dans son *Ars signorum*¹¹.

Un de ses premiers cahiers, appelé depuis le *Cahier philosophique* (*Philosophical Notebook*)¹², était destiné à recueillir ses notes de lecture de textes appartenant au *curriculum* universitaire. Selon son habitude, il l'avait entamé des deux côtés. Dans les premières pages il prend des notes à propos de l'*Organon* d'Aristote¹³, puis de la *Physiologia peripatetica* de Magirus. Ce sont ces notes que Newton interrompt pour écrire sa première glose concernant Galilée. Dans les dernières pages, on trouve des notes à propos de l'*Ethique* d'Aristote, de l'*Axiomatica philosophica* de D. Stahl (un *compendium* de philosophie aristotélicienne), de l'*Ethica* d'Eustachius de St. Paul, et de le *Rhetorices Contractæ* de Vossius¹⁴. Il les interrompt pour écrire une autre glose concernant Descartes. Entre la glose concernant Galilée et celle concernant Descartes, il restait beaucoup des pages blanches... Newton les utilisera pour rédiger un *commonplace book* consacré à la nouvelle philosophie *naturelle*, auquel il donnera un titre très sobre : *Questiones quaedam Philosop[hi]cae* (*Quelques questions de philosophie*)¹⁵.

La technique du *commonplace book* était très commune à l'époque. Au lieu de prendre des notes selon l'ordre de lecture d'un texte, on dresse une liste ordonnée de sujets, à chacun desquels on attribue un espace supposé assez grand pour contenir les notes qu'on aurait envie de prendre au cours de l'étude projeté. Technique particulièrement adaptée à l'étude systématique d'un texte, comme c'était sans doute le cas en scolastique ; au fond, technique irrespectueuse des textes auxquels on ne posait souvent que des questions dont on connaissait déjà les réponses. Newton, l'utilisera pour construire un catalogue de questions, concernant la possibilité d'une description et d'une explication des phénomènes naturels s'opposant à celles fournies par la scolastique.

Il s'agit en fait d'une sorte de dialogue entre deux systèmes, l'un et l'autre d'inspiration mécaniste : le système de Descartes, avec ses tourbillons et sa négation du vide, et celui de Gassendi, avec ses atomes se mouvant dans un espace vide. Si les sympathies de

¹¹ Georges Dalgarno, *Ars signorum*, publié à Londres en 1661.

¹² C'est le cahier Add. MS 3996 de l'*University Library* de Cambridge.

¹³ **L'*Organon* d'Aristote ?**

¹⁴ **D. Stahl ? Eustachius de St. Paul ? Vossius ?**

¹⁵ Cf. Newton (CPQ).

Newton semblent aller vers le second de ces systèmes — qu'il avait probablement appris à connaître pour l'essentiel à travers la lecture de la *Physiologia Epicuro-Gassendo-Charletoniana* de Walter Charleton¹⁶, parue à Londres en 1654 — il ne se limite pas à juxtaposer les solutions offertes par ces systèmes. Il intervient dans le dialogue, avance des critiques, propose des solutions, ou reformule les questions à sa manière. R. Westfall a même soutenu¹⁷ que les *Questiones* « semblent marquer la première formulation dans l'esprit de Newton des questions auxquelles sa vie scientifique sera consacrée. »

6 Si on ajoute aux indices textuels qu'on peut tirer des *Questiones*, d'autres indices provenant d'autres notes qui remontent, comme les premières, aux années 1663-1665, on peut conclure que dans cette période, après avoir décidé de laisser de côté le programme universitaire, Newton nourrit son enquête à propos de la philosophie naturelle d'inspiration mécaniste non seulement de la lecture des traités de philosophie naturelle de Descartes, Charleton et Gassendi mais aussi des *Dialogues* de Galilée, et peut-être de ses *Discours*, de plusieurs des nombreuses monographies de Robert Boyle parues ces mêmes années, des textes de Thomas Hobbes, Joseph Glanvill, Kenelm Digby¹⁸ et Henry More. Beaucoup de lectures, par conséquent, que Newton conduit de façon thématique en s'interrompant souvent : pour prendre des notes, pour suivre le fil de ses réflexions, explorer des parcours alternatifs, émettre des idées et même élaborer des hypothèses ou des théories nouvelles.

Gros travail pour un étudiant venant d'atteindre vingt ans. Et pourtant, si on en juge par ses notes, entre décembre 1664 et novembre 1665, ce n'est pas à l'étude de la philosophie naturelle que Newton consacre alors le plus d'énergie, mais aux mathématiques. Il lit des parties des *Éléments* d'Euclide, plutôt superficiellement, s'il faut en croire John Conduit¹⁹. Il lit aussi sans doute l'*Opera Mathematica* de François Viète, la *Clavis Mathematicæ* de William Oughtred, les *Exercitationum mathematicarum* de Frans van Schooten, et le *De ratiociniis in ludo alæ* de Huygens²⁰, textes parmi les plus importants de ceux parus au cours des trente dernières années (même si le premier de ces textes est un résumé de traités rédigés entre la fin du XVI^e et le tout début du XVII^e siècles), mais c'est la *Géométrie* de Descartes et l'*Arithmetica infinitarum* de John Wallis²¹ qui le passionnent vraiment. C'est la lecture de ces deux livres qui donne le coup d'envoi aux recherches qui, en deux ans, vont faire de Newton le plus grand mathématicien de son temps, en le conduisant à la première formulation de sa *théorie des fluxions*

Il s'agit d'une des contributions principales de Newton à la science moderne. Nous la détaillons dans le chapitre suivant.

¹⁶ **Walter Charleton ?**

¹⁷ Cf. Westfall (1962), p. 178.

¹⁸ **Thomas Hobbes ? Joseph Glanvill ? Kenelm Digby ?**

¹⁹ Conduit — mari de Catherine Barton, fille d'une des deux sœurs utérines de Newton, Hannah Smith, et premier biographe de Newton — raconte qu'avant l'élection des membres étudiants du *Trinity college* du 28 avril 1664, Newton alla voir Barrow pour essayer d'obtenir son appui, et que ce dernier l'interrogea sur les *Éléments* d'Euclide, dont Newton « ne savait pas grande chose », alors qu'il était expert en la *Géométrie* de Descartes : cf. par exemple Westfall (1980), p. 135. Sur la lecture des *Éléments* par le jeune Newton cf. aussi Whitreside (1982), p. 112.

²⁰ **François Viète ? William Oughtred ? Frans van Schooten ? Huygens ? (donner les traductions des titres latins)**

²¹ **John Wallis ?**

II La théorie des fluxions. 1664-1771

On conçoit généralement les mathématiques comme la science des quantités et de leurs relations. Image partielle, mais qui rend assez bien compte de ce qu'elles furent dans leur développement historique. En géométrie, il était certes aussi question d'étudier des formes, des figures, comment l'on dit d'habitude ; mais le but était alors de ramener l'étude de ces formes à la considération de rapports entre quantités, comme l'on fait lorsque l'on dit d'un carré qu'il est caractérisé par l'égalité de ses côtés ou d'un cercle qu'il l'est par l'égalité de ses rayons. Ce ne fut pas grâce à l'œuvre de Newton, et en général des mathématiciens du XVII^e siècle, que cette conception restreinte des mathématiques se transforma en une conception plus compréhensive ; cela n'eut lieu qu'à partir de la première moitié du XIX^e siècle. Deux changements renouvelèrent cependant cette conception des mathématiques à l'époque de Newton, et ce, en grande partie, grâce à son œuvre. Pour bien les comprendre, il nous faut d'abord revenir quelque peu en arrière.

Depuis Euclide, les mathématiciens pensaient les quantités comme des objets particuliers, différents les uns des autres et définis séparément, chacun d'une manière qui lui était propre. Ils en distinguaient de deux types : les nombres (ceux qu'on appelle aujourd'hui « entiers positifs ») et les grandeurs étendues (en particulier les grandeurs géométriques tels les segments, les angles, les polygones et les polyèdres). Ces deux classes constituent respectivement les objets de deux théories différentes, d'une part l'arithmétique, de l'autre la géométrie. Après les Grecs, les mathématiciens de langue arabe trouvèrent la manière d'employer dans ces deux théories un langage commun, sans pour autant unifier ces dernières. Ce fut ce langage commun, ou pour être plus précis, l'ensemble des méthodes qu'il servait à exprimer, qu'ils qualifièrent d'algèbre.

Au XVII^e siècle, ce langage commun devint de plus en plus agile et puissant se transformant en un véritable formalisme, mais il devint aussi l'assise de plusieurs

méthodes employant des démarches communes pour la solution de problèmes relatives aux deux théories. En particulier, Descartes trouva la manière d'exprimer des courbes par le biais d'équations et surtout d'étudier les propriétés des premières à l'aide de manipulations des secondes. Newton élargit les méthodes de Descartes en contribuant à faire des équations des objets d'étude en soi. Ce fut ce qui conduisit ensuite à la naissance de la notion de fonction, une des notions fondamentales, sinon la notion fondamentale, des mathématiques modernes. Ceci fut le premier changement.

Le second changement concerna la notion de variation en rapport aux quantités, et tout d'abord en rapport aux grandeurs extensives. Les mathématiciens avaient compris bien avant Newton que les quantités pouvaient être conçues et traitées soit comme des constantes, soit comme des variables. Prenons l'exemple d'une ellipse ; on peut la concevoir comme la déformation d'un cercle, produite par la duplication du centre en deux foyers séparés l'un de l'autre ; de même que tous les points d'un cercle demeurent à même distance du centre, de même les points de l'ellipse demeurent-ils à des distances des deux foyers dont la somme est partout égale. Cette somme est donc une grandeur constante. Mais il est commode de la concevoir comme la somme de deux grandeurs qui, à leur tour, sont variables, c'est-à-dire qu'il est commode de considérer les différents rayons qui unissent un point de l'ellipse à l'un de ses foyers comme les valeurs différentes d'une seule et même grandeur conçue dès lors comme génératrice, le rayon de l'ellipse.

Considérer les quantités comme variables, n'est pourtant pas encore la même chose que d'étudier leur variation. Pour faire ceci, il faut trouver la manière de se représenter comme des objets, à côté des quantités et de leurs relations, aussi les modalités des leurs variations respectives. L'élargissement des méthodes de Descartes réalisée par Newton relève pour l'essentiel de ceci : ce dernier comprit comment on devait se prendre pour étudier en tant que telle les variations respectives des grandeurs intervenant dans les équations exprimant des courbes. C'est précisément ce qui fait l'objet de la théorie des fluxions, la première version de ce que nous appelons aujourd'hui « analyse infinitésimale », l'une des branches fondamentales des mathématiques modernes.

II.1. *La géométrie cartésienne, point d'ancrage de la théorie des fluxions*

La différence entre l'algèbre arithmétique et l'algèbre géométrique dont les mathématiciens de la Renaissance héritèrent, plus ou moins directement, de leurs prédécesseurs arabes concerne essentiellement l'opération de multiplication. Lorsque cette opération était rapportée aux nombres, elle était conçue de telle sorte que le produit de deux nombres était à son tour un nombre ; elle était donc censée associer un objet d'un certain genre à deux objets donnés du même genre. Il n'en allait pas ainsi lorsque la multiplication était rapportée aux grandeurs géométriques. Le produit de deux segments (grandeurs de dimension 1) était conçu comme un rectangle (grandeur de dimension 2) ; le produit de trois segments comme un parallélépipède (grandeur de dimension 3) ; le produit d'une figure plane (grandeur de dimension 2) et d'un segment comme un solide (grandeur de dimension 3). Aucune autre produit de grandeurs n'était conçu comme étant possible¹, faute de la possibilité de dépasser la dimension 3. La construction d'une théorie unitaire des quantités dépendait donc de la

¹ Rien ne s'opposait en revanche à concevoir, et donc à admettre, le produit d'un nombre (entier positif) et d'une grandeur de n'importe quel genre, car ce produit revient à une addition répétée de cette grandeur avec elle-même, ce qui produit évidemment une grandeur du même genre.

possibilité de dépasser cette différence radicale entre multiplication des nombres et multiplication des grandeurs.

Une tentative en ce sens fut faite vers la fin du XVI^e siècle par François Viète, dans le cadre d'une re-formulation de la méthode classique de l'analyse et de la synthèse². Viète construisit un véritable système axiomatique définissant implicitement l'ensemble des opérations algébriques sur des quantités quelconques, mais il le fit en généralisant les caractères propres de la multiplication géométrique : dans ce système les quantités étaient conçues comme appartenant à différents ordres et la multiplication y fonctionnait comme une opération faisant transiter d'un ordre à un autre.

Descartes choisit une autre perspective. Le but de la *Géométrie* — parue en 1637, parmi les essais destinés à présenter des exemples de la méthode exposées dans le *Discours de la Méthode* — était de proposer une réforme très profonde de la géométrie classique³. Dès les premières pages, Descartes y montre que, pour concevoir la multiplication sur n'importe quelle sorte de quantités comme une opération associant un objet d'un certain genre (le résultat) à deux objets donnés du même genre (les quantités multipliées ou facteurs), il suffit de disposer, parmi ces quantités, d'une quantité particulière fonctionnant comme unité, à laquelle tous les produits doivent du coup être rapportés. Soit u cette quantité, le produit ab de deux quantités du même genre que u ne sera alors que la quantité c de ce même genre qui satisfait la proportion⁴ $c : a = b : u$.

Supposons que a et b sont des segments ; leur produit ab est alors un segment qu'il est aisé de construire. Si a est AD (fig. 1), il suffit de prendre u sur ce segment et b sur n'importe quelle droite qui forme avec AB un angle non nul — ce qui donne par exemple $u = AE$ et $b = AB$ — et de chercher sur cette dernière droite un point C tel que DC soit parallèle à EB . Le segment $c = AC$ est alors le produit cherché, car AC est à AD comme AB est à AE (c'est le théorème dit « de Thalès »). Il n'en est pas ainsi si a et b ne sont pas des segments mais des grandeurs d'un autre genre (tels des polygones ou des angles) : on pourra encore définir leur produit — c'est-à-dire que l'on pourra indiquer sous quelles conditions une autre grandeur c du même type est le produit de a et b — mais on ne pourra pas construire cette grandeur.

Cela accorde *de facto* un privilège décisif aux segments sur toute autre genre de grandeurs géométriques. C'est pourquoi Descartes va chercher la manière de caractériser toute sorte d'objet géométrique en termes de relations entre segments : cela lui permettra d'appliquer à l'étude de cet objet une algèbre parfaitement analogue à l'algèbre numérique, dans laquelle toute opération possède un résultat que l'on peut déterminer (encore que ce soit le fait d'une construction plutôt que d'un calcul proprement dit).

Ce qui rend possible cette réduction de l'ensemble de la géométrie à une théorie des segments est l'usage généralisé des coordonnées, dites aujourd'hui

² Cf. Panza (1997).

³ Pour une exposition simple et précise du contenu de la *Géométrie* de Descartes, cf. Jullien (1996).

⁴ Pour que la définition de Descartes ne soit pas circulaire, il faut évidemment disposer d'une définition de la proportion qui ne fasse intervenir ni la multiplication, ni son opération inverse, la division, en tant qu'opérations portant sur les quantités qui entrent dans la proportion. La définition proposée par Euclide dans le livre V des *Eléments* (et remontant à Eudoxe de Cnide (406 av. J. C. - 355/406 av. J. C.), mathématicien de l'école de Platon) est bien de cette sorte : quatre grandeurs a , b , α et β , sont dites en proportion (a étant à b comme α est à β) si et seulement si, pour n'importe quel couple de nombres (entiers positifs) n et m , du fait que le produit na [cf. la note (1), ci-dessus] est plus petit, égal ou plus grand que le produit mb , il s'ensuit que le produit $n\alpha$ est respectivement plus petit, égal ou plus grand que le produit $m\beta$.

« cartésiennes ». Une droite quelconque — dite « axe » — étant donnée, il suffit de fixer un point sur celle-ci — appelé « origine » — et d'établir la valeur d'un angle, pour parvenir à caractériser de manière univoque chaque point d'un plan auquel appartient cette droite grâce à un couple de segments, appelés « coordonnées cartésiennes » de ce point.

Imaginons que l'angle en question soit droit (ce qui est en général le choix le plus commode). Dans ce cas, les coordonnées cartésiennes — qui seront, du coup, dites « orthogonales » — de n'importe quel point M (fig. 2) sont données respectivement par les segments OA et MA , pourvu que la droite r soit l'axe, le point O l'origine et que l'angle $O\hat{A}M$ soit droit. Pour distinguer ces coordonnées entre elles, on appelle habituellement « abscisse » la première et « ordonnée » la seconde, et on les dénote respectivement par les variables x et y .

Supposons maintenant que le point M n'est pas déterminé et que l'on sait seulement que ses coordonnées cartésiennes $x = OA$ et $y = AM$ ont entre elles une certaine relation. Si l'on dénote respectivement ces coordonnées par les variables x et y , il est possible que cette relation se laisse exprimer par le biais d'une équation entre ces variables. Dans les cas le plus simple, cette équation ne sera composée que d'une somme finie de termes de la forme $ax^n y^m$ (où a est une constante quelconque et n et m deux nombres entiers positifs⁵) qui est censée être égale à zéro. Un exemple fort simple est donné par l'équation $x^2 - 2ax + a^2 + y^2 - r^2 = 0$. Pour plus de généralité, on notera dans la suite une équation de ce type (qu'on appelle « entière ») par le symbole « $F(x, y) = 0$ ». Le symbole « $F(x, y)$ », pris tout seul, dénotera alors une somme finie de termes de la forme $ax^n y^m$, ce qu'on appelle « polynôme » en x et y . Dans l'algèbre des segments de Descartes, un polynôme n'est rien d'autre que l'expression d'un certain segment, le segment qui résulte de l'application aux segments dénotés par les variables et les constantes intervenant dans ce polynôme des opérations indiquées par ce même polynôme.

Il est possible — et c'est même le cas général — qu'une équation entière soit satisfaite par plusieurs valeurs des variables x et y , c'est-à-dire qu'il y ait plusieurs couples de valeurs qui soient assignables à ces variables qui font que le segment dénoté par le polynôme $F(x, y)$ s'annule, comme le veut l'équation. Cette équation exprime alors une relation entre deux coordonnées indéterminées qui est satisfaite par plusieurs points d'un même plan. L'ensemble de ces points — que, depuis l'Antiquité grecque, on appelle « lieu géométrique » — se laisse représenter par une courbe tracée sur ce plan. Cette courbe sera alors exprimée par l'équation en question, et *vice versa* cette équation sera représentée par cette courbe. L'équation qu'on a considérée ci-dessus est par exemple celle d'un cercle de rayon r , dont le centre est au point d'abscisse $x = a$ et d'ordonnée $y = 0$ (car tous les points dont les coordonnées x et y satisfont cette équation se trouvent à une distance r de ce centre).

Descartes savait bien qu'il n'est pas possible d'exprimer toutes les courbes susceptibles d'être tracées sur un plan par une équation entière. Parmi les courbes qui ne se laissent pas exprimer par une équation entière, certaines avaient attiré l'attention des mathématiciens dès l'antiquité, comme par exemple les spirales. Néanmoins, il y a une classe regroupant un nombre infini de courbes qui peuvent s'exprimer par le biais d'équations entières. Descartes appelle ces courbes « géométriques » et affirme qu'aucune autre courbe ne pouvait être définie par le truchement de méthodes

⁵ On rappelle qu'un nombre est positif s'il est plus grand ou égal à zéro et que $x^0 = y^0 = 1$, pour tout x et y .

géométriques exactes⁶. Il établit ainsi que la géométrie n'était rien d'autre que la théorie des courbes géométriques et que tout problème géométrique peut être résolu par le biais de la manipulation des équations entières exprimant ces courbes.

Il reste que, mis à part un nombre assez restreint de cas simples, il n'est pas aisé de remonter d'une équation entière donnée à la courbe qu'elle exprime, c'est-à-dire de déduire de cette équation une procédure géométrique qui vaille comme une construction de cette courbe. Et si l'équation dépasse le quatrième degré en l'une de ses variables (c'est-à-dire que cette variable apparaît dans cette équation à une puissance plus grande que 4), il est même impossible, en général, de calculer les valeurs que cette variable doit prendre pour satisfaire cette équation, quand on assigne à l'autre variable une certaine valeur connue.

Pour parvenir à se former néanmoins une image approximative de la courbe exprimée par une équation donnée, Descartes suggère de considérer un point générique de cette courbe et de chercher la tangente à cette courbe en ce point⁷, en s'appuyant seulement sur l'équation de la courbe. Considérons encore la figure 2. Il s'agit de chercher un moyen permettant de passer de l'équation de la courbe IJ à l'expression d'un segment, tel AT ou AG , qui détermine la tangente au point générique M ; MT et MG étant respectivement la tangente et la normale, c'est-à-dire la perpendiculaire à la tangente au point M , les segments AT et AG sont dits respectivement « sous-tangente » et « sous-normale ». Cette expression sera donnée par une composition d'opérations portant sur les coordonnées x et y du point M , dont le résultat est le segment en question, c'est-à-dire AT ou AG . Descartes montre comment cela est possible en général, même si c'est par le biais d'une méthode demandant des calculs très complexes, et souvent infaisables dans la pratique, dès que l'équation de la courbe dépasse les premiers degrés.

II.2. *Tangentes et aires : généralisation et premières extensions des méthodes cartésiennes*

Lorsqu'il lut la *Géométrie*, Newton ne possédait pas une culture mathématique suffisante pour pouvoir comparer l'approche de Descartes aux méthodes classiques et en saisir la portée réformatrice. La géométrie cartésienne fut dès le début son univers mathématique, un univers dans lequel il apprit fort rapidement à se mouvoir avec aisance.

L'objet principal de son attention fut la méthode des tangentes. En annexe à la deuxième édition latine de la *Géométrie* — que F. van Schooten fit paraître à Amsterdam, en deux volumes, entre 1659 et 1661, et qui fut la version de l'essai de Descartes que Newton étudia — se trouvent deux courtes lettres, respectivement de J. Hudde et de H. van Heuraet, deux disciples hollandais de Descartes, dans lesquelles il est question de cette méthode. Dans la première de ces lettres, Hudde montre comment cette méthode peut être réduite à l'application d'une règle fort simple. Dans la seconde, van Heuraet montre que le problème des tangentes est intrinsèquement lié

⁶ Considérons le cas d'une spirale : pour la définir, il faut faire intervenir deux mouvements (l'un circulaire et l'autre rectiligne), car une spirale est la courbe décrite par un point qui avance sur une droite tournante. Or, si on veut que la définition soit précise, il faut établir une relation entre (les vitesses de) ces mouvements. La thèse de Descartes est que cela ne peut pas se faire de manière purement géométrique. De là, la qualification de « mécaniques » que ce dernier réserve aux courbes non-géométriques.

⁷ La tangente d'une courbe en un point est la droite qui touche la courbe en ce point sans la couper, c'est-à-dire sans passer d'un côté à l'autre de celle-ci. Elle indique la pente de cette courbe en ce point, et nous renseigne sur son comportement dans le voisinage de ceci.

à un autre problème géométrique, apparemment bien distinct, celui des rectifications (consistant dans la recherche de la longueur d'un arc de courbe donné) : dans certains cas, la solution de l'un ces problèmes fournit la solution de l'autre. Ces lettres furent une source d'inspiration fondamentale pour Newton. Ce dernier sut les lire entre les lignes et en dériver, dès l'été 1664, deux résultats fondamentaux⁸.

De l'argument de Hudde, Newton tire que si l'on compose l'équation de la courbe avec une équation standard (la même dans chaque cas) et que l'on multiplie chaque terme de l'équation résultante par l'exposant de x dans ce terme, alors on obtient une troisième équation qui exprime la relation qu'ont entre eux l'abscisse OA , la normale MG , et le segment OG (somme de OG et de la sous-normale AG). En appliquant cette règle il est alors souvent possible de déterminer d'emblée la normale MG et donc la tangente MT . Exploitant l'argument de van Heuraet, il parvient au résultat suivant : en supposant que l'on sache exprimer l'ordonnée AM et la sous-normale AG d'une certaine courbe référée à un système de coordonnées cartésiennes orthogonales, en termes de l'abscisse OG , il est possible d'obtenir l'équation d'une nouvelle courbe dont il est fort aisé de déterminer l'aire⁹. En appliquant ce dernier résultat, on peut calculer l'aire d'un grand nombre de courbes, en se limitant à déterminer la sous-normale d'autres courbes, choisies de manière convenable. Ceci fournit une méthode fondée sur la considération des équations de certaines courbes permettant de carrer ces courbes, ce qui revient à résoudre un problème géométrique classique qu'au XVII^e siècle était considéré comme particulièrement difficile.

Quelques compléments techniques

Soit $F(x, y) = 0$ l'équation de la courbe IJ . Supposons que MT soit la tangente à cette courbe au point M et MG la normale correspondante, et posons $MG = s$ et $OG = v$. Si on compose l'équation $F(x, y) = 0$ avec l'équation standard $s^2 = y^2 + (v - x)^2$, exprimant un cercle de rayon MG et centre G , éliminant entre ces deux équations la variable y , on obtient une nouvelle équation entière en x , s et v . C'est l'équation qu'il faut transformer en en multipliant chaque terme par l'exposant de x dans ce terme.

Prenons un exemple simple. Supposons que l'équation donnée est $y - ax^n = 0$ ou, ce qui revient au même, $y = ax^n$. En composant cette équation avec $s^2 = y^2 + (v - x)^2$, on obtient $a^2x^{2n} + x^2 - 2xv + v^2 - s^2 = 0$. De là, en appliquant la règle qu'on a décrit ci-dessus, dite « règle de Hudde », on obtient l'équation $2na^2x^{2n} + 2x^2 - 2xv = 0$, où la variable s n'apparaît plus et la variable v n'apparaît qu'à la première puissance (car¹⁰ $v^2 = v^2x^0$ et $s^2 = s^2x^0$). Cette équation exprime donc la relation entre l'abscisse $x = OA$ et le segment $v = OG$. En se réclamant de cette relation il est alors aisé de conclure que $v = na^2x^{2n-1} + x$ et donc $AG = v - x = na^2x^{2n-1}$, ce qui détermine la tangente cherchée pour toute valeur de x .

Supposons maintenant donnée l'équation d'une courbe sous forme explicite, $y = f(x)$, où $f(x)$ est une certaine expression en x qui fournit la valeur de y pour toute valeur de x . Supposons aussi que nous sommes en condition d'exprimer, toujours en termes de x , la sous-normale AG . Cela signifie que cette sous-normale se laisse exprimer par une certaine expression $g(x)$ qu'on sait déterminer.

Si l'on reprend l'exemple ci-dessus, on aura $f(x) = ax^n$ et $g(x) = na^2x^{2n-1}$. On pourra alors écrire l'équation $y[f(x)] = g(x)$. Dans notre exemple cette équation sera $yax^n = na^2x^{2n-1}$, c'est-à-dire $y = nax^{n-1}$. Or, si H et K (fig. 3) sont deux points quelconques pris sur l'axe auquel une certaine courbe est référée et qu'on pose $OH = \kappa$ et $OK = \xi$, O

⁸ Cf. Newton (MP) vol. I, pp. 218-233.

⁹ Déterminer l'aire d'une courbe — ou, comme l'on disait souvent au XVII^e siècle, la carrer — signifie déterminer l'aire de la figure délimitée par cette courbe, l'axe auquel elle est référée et deux ordonnées quelconques. On verra plus en détail sur ce point dans la suite.

¹⁰ Cf. la note (5), ci-dessus.

étant l'origine, alors l'aire de cette courbe comprise entre les limites $x = \kappa$ et $x = \xi$ est la mesure de l'extension de la figure *KHLN* délimitée par cette courbe.

Du point de vue moderne, cette mesure est un nombre. Pour Newton et ses contemporaines, elle ne pouvait qu'être un segment. La conclusion à laquelle parvient Newton est la suivante : si la courbe d'équation $y[f(x)] = g(x)$ croît toujours ou décroît toujours entre les limites $x = \kappa$ et $x = \xi$, c'est-à-dire qu'elle ne présente pas des points de *maximum* ou de *minimum* entre L et N , alors son aire entre ces limites est égale à $f(\xi) - f(\kappa)$ ou à $f(\kappa) - f(\xi)$, selon si elle croît ou décroît. Si l'on applique cette conclusion à notre exemple, on en tire que l'aire de la courbe d'équation $y = nax^{n-1}$ entre les limites $x = \kappa$ et $x = \xi$ est égale à $a\xi^n - a\kappa^n$. Si $\kappa = 0$, cette aire se réduit alors à $a\xi^n$.

Le résultat que Newton tire de la lettre de van Heuraet fait bien plus que nous fournir une méthode commode pour trouver l'aire de plusieurs courbes particulières. Il montre que, quelle que soit la règle dont on se sert pour tirer de l'équation d'une courbe le rapport entre la sous-normale *AG* et l'ordonnée *AM* de cette courbe (fig. 2) — ou, ce qui revient au même, entre l'ordonnée *AM* et la sous-tangente *AT* —, en inversant cette règle on en obtient une autre règle permettant d'aboutir à la solution du problème des aires.

Reprenons. Du résultat que Newton tire de sa lecture de la lettre de Hudde, il s'ensuit que pour une courbe d'équation $y = ax^n$, le rapport entre la sous-normale *AG* et l'ordonnée *AM*, ou entre l'ordonnée *AM* et la sous-tangente *AT* est égal à nax^{n-1} . La règle inverse à celle qui permet de passer de l'expression ax^n à l'expression nax^{n-1} est évidemment celle qui, appliquée à l'expression nax^{n-1} , fournit l'expression ax^n . Lorsqu'elle est en revanche appliquée à l'expression ax^n , cette règle conduit à l'expression $\frac{1}{n+1}x^{n+1}$ (car si on substitue dans cette expression an à a et $n-1$ à n on obtient l'expression ax^n). Or le résultat que Newton tire de la lettre de van Heuraet, nous dit que l'aire d'une courbe d'équation $y = ax^n$ calculée entre les limites $x = 0$ et $x = \xi$ (ce qui revient à l'aire du triangle curviligne *KON*) est égale à $\frac{1}{n+1}\xi^{n+1}$, ce qui n'est rien que $\frac{1}{n+1}x^{n+1}$ pour la substitution $x = \xi$.

De sa lecture des lettres de Hudde et van Heuraet, Newton tire donc deux règles fort simples, inverse l'une de l'autre, qui permettent de déterminer d'emblée la tangente et l'aire de toute courbe d'équation $y = ax^n$. Ces règles sont les suivantes :

$$\text{R. 1 : } ax^n \rightarrow nax^{n-1}$$

$$\text{R. 2 : } ax^n \rightarrow \frac{a}{n+1}x^{n+1}$$

Elles constituent le noyau du formalisme qui deviendra plus tard la théorie des fluxions et sont encore aujourd'hui les algorithmes de base de l'analyse infinitésimale¹¹.

Les résultats obtenus à partir de la lecture des lettres de Hudde et van Heuraet confortèrent d'autant plus Newton dans ses idées que la règle R. 2 s'accorde avec une

¹¹ La première règle fournit le rapport différentiel ou la dérivée de la fonction $y = ax^n$; la deuxième en donne la primitive qui, dans ce cas, correspond à l'intégral défini pris entre les limites 0 et x . Elles opèrent sur la variable x en laissant inchangé le facteur constant a : la première prescrit de multiplier la puissance x^n de cette variable par l'exposant n et de diminuer cet exposant de l'unité ; la deuxième prescrit inversement d'augmenter cet exposant de l'unité et de multiplier x^n par l'inverse de l'exposant $n+1$ obtenu de cette manière. Ces deux règles se peuvent justifier de différentes manières. Celle qu'on a exposée ci-dessus est seulement une de ces manières. Par la suite on en rencontrera d'autres.

autre méthode de quadrature à laquelle il parvint à peu près en même temps, en suivant une démarche complètement différente¹², suggérée cette fois par la lecture de l'*Arithmetica infinitorum* de John Wallis, parue à Oxford en 1656.

En approfondissant ce traité, Newton parvint de surcroît à d'autres résultats de grande envergure. Il comprit en particulier comment il est possible d'écrire une puissance rationnelle d'un binôme quelconque sous forme polynomiale. Autrement dit, il comprit comment transformer l'expression $(1 + z)^\nu$, quels que soient z et ν — pourvu que ν soit un exposant rationnel (c'est-à-dire un nombre fractionnaire, positif ou négatif) — en une somme, éventuellement infinie, des termes de la forme μz^n , où μ est à son tour un nombre rationnel et n un nombre entier positif. En employant des sommes infinies de cette sorte — dites « séries entières » — Newton arriva ensuite à exprimer sous forme polynomiale l'ordonnée de n'importe quelle courbe exprimée par une équation entière, ainsi que celle de plusieurs courbes mécaniques. Cela fait, il suffit d'appliquer terme à terme les règles R. 1 et R. 2 pour obtenir des expressions, elles-mêmes polynomiales, exprimant respectivement le rapport entre l'ordonnée et la sous-tangente de ce courbes et leur aire.

II.3. Deux théorèmes de mai 1665 : bien au-delà des méthodes cartésiennes

Les résultats présentés ci-dessus, obtenus entre le début de 1664 et le début 1665 après une courte fréquentation des textes mathématiques, convainquirent Newton qu'il était possible de doter la géométrie de Descartes d'un formalisme apte à fournir la solution des problèmes géométriques les plus classiques et les plus difficiles par le biais de manipulations convenables des équations exprimant des courbes. Entre le début de 1665 et l'automne de la même année¹³, il se consacra à préciser ce formalisme en généralisant les règles R. 1 et R. 2. Au cours de cet effort, il parvint à deux théorèmes très généraux qu'il énonça et démontra en deux notes écrites respectivement le 20 et le 21 mai 1665¹⁴.

Le premier de ces théorèmes consiste dans l'énoncé d'une formule générale qui indique comment il est possible de parvenir d'emblée à des expressions de la sous-normale et de la sous-tangente d'une courbe exprimée par n'importe quelle équation entière, à partir de cette même équation. Newton en donne deux preuves qui relèvent au fond du même raisonnement. Pris en soi, ce raisonnement n'est guère nouveau, se réclamant d'un usage astucieux des méthodes infinitésimales introduites quelques années auparavant par Pierre de Fermat¹⁵ (que Newton avait apprises par la lecture du commentaire de van Schooten à la *Géométrie* de Descartes). Newton parvient cependant à appliquer ce raisonnement non pas à des équations entières particulières plus ou moins simples — exprimant une et une seule courbe, ou au plus une famille restreinte de courbes — mais à une équation entière quelconque, exprimant n'importe quelle courbe géométrique. Bref, il parvient à déterminer la forme générale des

¹² Cf. Newton (MP), vol. I, pp. 89-142.

¹³ Cf. Newton (MP), vol. I, pp. 234-368.

¹⁴ Cf. Newton (MP), vol. I, pp. 272-297.

¹⁵ Pierre de Fermat (1601 - 1665), avocat et homme politique et mathématicien, ne s'occupa de mathématiques que pour loisir. Il fut néanmoins un des mathématiciens majeurs du XVII^e siècle. On lui doit une méthode pour la recherche des *maxima* et des *minima*, ainsi que des contributions fondamentales à la géométrie, à la mécanique, au calcul des probabilité et à la théorie des nombres. Étudiant les *Arithmétiques* de Diophante, il en remplit les marges de conjectures. La démonstration de la plus célèbre d'entre elles, le « grand théorème de Fermat » (affirmant que si n est un nombre entiers plus grand que 2, alors il n'y a aucun triplet de nombres entiers plus grands que zéro x , y et z , tel que $x^n + y^n = z^n$) n'a été donnée qu'en 1994 par le mathématicien britannique Andrew Wiles.

expressions de la sous-normale et de la sous-tangente d'une courbe géométrique, quelle que soit l'équation de celle-ci.

Quelques compléments techniques

Une courbe IJ étant donnée, considérons deux points M et M' sur celle-ci, infiniment proches l'un de l'autre (fig. 4), et traçons la tangente MT en M . Si N est le point où la perpendiculaire $A'M'$ à l'axe OA rencontre cette tangente, alors la différence $M'N$ entre les segments $A'M'$ et $A'N$ est infiniment plus petite que la différence BM' entre $A'M'$ et AM qui est à son tour infiniment petite. On pourra donc assimiler les deux points M' et N l'un à l'autre et prendre AN comme étant l'ordonnée de la courbe IJ correspondant à l'abscisse OA' .

Or, si on pose $OA = x$, $AM = y$, $AA' = o$, $A'M' = A'N = z$, et $TA = t$, la similitude des triangles TAM et MBN nous permet de tirer l'égalité $z = y + \frac{o}{t}y$. L'équation de la courbe étant donnée, on pourra alors y substituer les coordonnées x et y du point M aux coordonnées $x+o$ et $y + \frac{o}{t}y$ du point N . En simplifiant l'équation résultant de cette substitution et en négligeant tous les termes qui, après simplification, contiennent encore la grandeur infiniment petite o , on tire une nouvelle équation où t n'apparaît qu'à la première puissance. De là, il est finalement aisé de tirer la valeur de cette variable en termes de x et y , ce qui fournit l'expression recherchée pour la sous-tangente TA .

Supposons que l'équation de la courbe est $F(x, y) = 0$ et dénotons par les symboles « $F^*_x(x, y)$ » et « $F^*_y(x, y)$ » les polynômes obtenus en appliquant au polynôme $F(x, y)$ la règle de Hudde, respectivement par rapport à la variable x et à la variable y , c'est-à-dire en multipliant chacun des termes de ce polynôme par l'exposant de x , dans le premier cas, et par l'exposant de y , dans le second. Le théorème de Newton se laisse alors exprimer par l'égalité suivante :

$$t = -x \frac{F^*_y(x, y)}{F^*_x(x, y)}$$

Si l'équation $F(x, y) = 0$ est telle qu'il est possible d'en tirer une expression de y en termes de x , alors il est possible d'éliminer d'une telle égalité la variable y , et d'obtenir ainsi la valeur de la sous-tangente pour n'importe quel point de la courbe dont on connaît l'abscisse. Cette égalité fournit donc un algorithme formellement équivalent à celui que nous employons aujourd'hui pour résoudre le problème des tangentes. Mais à la différence de cet algorithme, celui de Newton opère des équations entières et seulement sur celles-ci, plutôt que sur des fonctions. Ceux, parmi les lecteurs qui sont familiers de l'analyse infinitésimale comprendront que l'algorithme de Newton ne présente ainsi aucune des propriétés formelles que nous assignons à l'opérateur de différentiation. Pour les autres, il sera suffisant de retenir que, tout en fournissant les mêmes résultats que ceux fournis par l'algorithme moderne, l'algorithme de Newton diffère de celui-ci pour des propriétés formelles non secondaires qui font que ce dernier ne se présente pas sous la forme d'un système de règles élémentaires qu'on peut composer entre elles et appliquer ainsi à toute expression algébrique. Cela rend d'ailleurs plus difficile d'étendre cet algorithme à des expressions non algébriques.

Pour donner un exemple, considérons encore la courbe d'équation $y - ax^n = 0$. On aura : $F^*_x(x, y) = -nax^n$; $F^*_y(x, y) = y$, et donc $t = -x \frac{y}{-nax^n}$. Comme de l'équation de la courbe, il s'ensuit que $y = ax^n$, de là il est facile de conclure que $t = TA = \frac{x}{n}$. Comme les triangles TAM et AMG sont semblables, on aura alors $AG = \frac{y^2}{t} = \frac{na^2x^{2n}}{x} = na^2x^{2n-1}$, comme précédemment. Lorsque le problème des tangentes peut être résolu à l'aide de la règle

R.1, le théorème du 20 mai 1665 donne les mêmes résultats que cette règle. Il a pourtant une applicabilité plus générale que celle-là.

Ayant fourni une solution générale pour le problème des tangentes des courbes géométriques en la synthétisant en une seule formule, Newton considéra le lendemain un problème plus complexe, celui de la quantité de courbure de ces mêmes courbes. Rendre compte précisément de la nature de ce problème et de la solution proposée par Newton demande d'entrer dans des détails assez techniques. On dira seulement qu'il s'agit de fournir un indicateur qui nous signale combien une courbe est courbée en un certain point. Cet indicateur — dit « rayon de courbure » — est le rayon du cercle qui, dans le voisinage de ce point, se confond le mieux avec cette courbe : plus ce rayon est court, plus la courbure est grande ; plus il est long, plus la courbure est petite. En effet si PQ et RS (fig. 5) sont deux arcs de longueur égale, pris sur deux cercles différents, respectivement de rayon OP et OR , tels que $OP > OR$, l'angle $P\hat{O}Q$ correspondant au premier de ces arcs est plus petit que l'angle $R\hat{O}S$ correspondant au deuxième.

Le théorème que Newton énonça et démontra dans sa note du 21 mai tient à une formule parfaitement analogue à celle qu'on trouve dans la note du 20 mai : une formule qui fournit d'emblée une expression en x et y du rayon de courbure de n'importe quelle courbe géométrique dont on connaît l'équation. Comme celle du 20 mai, cette formule relève de la règle de Hudde, et donc de la règle R. 1, mais prévoit, à la différence de celle-ci, des applications réitérées de cette règle. Ceci préfigure un algorithme analogue à celui de dérivés deuxièmes que nous appliquons aujourd'hui pour résoudre le même problème¹⁶.

II.4. Les conditions d'inversion de l'algorithme des tangentes

Les succès que Newton obtint dans son effort de généralisation de la règle R. 1 le poussèrent à rechercher une généralisation analogue pour la règle R. 2.

Il se rendit d'abord compte¹⁷ que cette règle peut être appliquée telle quelle lorsque l'on remplace l'exposant entier positif n par un exposant rationnel quelconque, autant positif que négatif. Il chercha ensuite à déterminer les conditions sous lesquelles il est possible d'inverser l'algorithme relevant du théorème du 20 mai¹⁸. En supposant donnée une équation entière $G(x, w) = 0$ exprimant la relation entre l'abscisse x d'un point quelconque d'une courbe inconnue et la sous-normale w de cette courbe relative à ce point, il s'agissait de comprendre sous quelles conditions il est possible de parvenir à une autre équation entière $F(x, y) = 0$, exprimant cette même courbe.

Newton parvient à démontrer que du fait que la relation entre l'abscisse d'un point quelconque d'une courbe et la sous-normale de cette courbe relative à ce point peut être exprimée par une équation entière telle $G(x, w) = 0$, il ne suit nullement que cette courbe soit géométrique, c'est-à-dire quelle puisse, à son tour, être exprimée par une équation entière telle $F(x, y) = 0$. Il établit de surcroît certaines conditions suffisantes

¹⁶ La dérivée deuxième d'une fonction est en fait la dérivée de la dérivée de cette fonction. De même que la dérivée d'une fonction exprime le rythme de variation de la grandeur exprimée par cette fonction, sa dérivée deuxième exprime le rythme de variation de ce rythme de variation. Il s'ensuit que si la fonction est représentée par une courbe, alors sa dérivée exprime la pente de cette courbe par rapport à l'axe. Sa dérivée deuxième exprime ainsi le rythme avec lequel cette pente change en passant d'un point à l'autre, ce qui relève de la courbure de cette courbe.

¹⁷ Cf. Newton (MP), vol. I, pp. 313-321.

¹⁸ Cf. Newton (MP), vol. I, pp. 332-341.

que la première de ces équations doit respecter pour que la courbe en question soit effectivement géométrique.

Le premier de ces résultats montre que l'opération inverse à celle qui permet de déterminer la tangente à une courbe exprimée par une équation algébrique — qui, comme on l'a vu ci-dessus, permet de déterminer l'aire d'une autre courbe, elle aussi exprimée par une équation algébrique — peut faire sortir des limites de l'algèbre : l'aire d'une courbe exprimée par une équation algébrique peut ne pas être exprimable à son tour en termes algébriques. Les second résultat montre que si l'équation de cette courbe respecte certaines conditions alors il est certain que son aire puisse être exprimée en termes algébriques. Il est difficile de surestimer l'importance de ces résultats qui constituèrent le point de départ de la branche de l'analyse infinitésimale qui sera, plus tard, appelée « calcul intégral » et qui va occuper les meilleurs mathématiciens du XVIII^e siècle¹⁹.

II.5. *La rencontre avec la méthode des tangentes de Roberval : vers la théorie des fluxions*

Au début de l'été 1665, l'université de Cambridge avait fermé ses portes à cause d'une épidémie de peste. Newton en avait profité pour retourner chez lui, à Woolsthorpe, où il resta jusqu'au mois d'avril 1667. Ce long séjour — il retourna trois mois à Cambridge, au printemps 1666, l'université ayant rouvert ces portes, pour les refermer aussitôt²⁰ — fut très bénéfique. Dans la solitude campagnarde de Woolsthorpe, Newton parvint à la théorie des fluxions, en s'appuyant sur les résultats exposés ci-dessus et en les comparant, on va le voir, à la méthode des tangentes de Roberval²¹.

En quittant Cambridge, Newton avait pris soin d'emporter des livres, mais il est difficile de supposer que, pendant sa retraite, il put s'en procurer d'autres ou profiter de conseils éclairés. Il est donc raisonnable de supposer qu'il avait pris connaissance de la méthode de Roberval avant son départ, au cours du printemps 1665.

Roberval avait exposé sa méthode en différentes occasions entre 1636 et 1644, mais n'avait rien publié sur le sujet. Un de ses élèves, François de Bonne, Sieur de Verdu — qui deviendra plus tard ami et collaborateur de T. Hobbes — avait rédigé des notes à partir de ses leçons qui ne manquèrent pas d'être diffusées, avant d'être publiées en 1693²². Le plus probable est que Barrow vint à connaître la méthode de Roberval, peut-être par l'intermédiaire de Hobbes, et qu'il en parla à Newton, ou bien qu'il en exposa les lignes directrices dans un cours auquel assista ce dernier. Au fondement de cette méthode, il y a la conception d'une courbe comme trace du mouvement continu d'un point ; cette conception était aussi celle de Barrow, et Newton ne tarda pas à la faire sienne.

De ce point de vue, une courbe IJ référée à un système de coordonnées cartésiennes d'axe r et d'origine O (fig. 2), peut être conçue comme étant tracée par l'extrémité de son ordonnée AM qui translate sur l'axe r — traçant ainsi sur cet axe

¹⁹ Le but du calcul intégral est en fait d'étudier les conditions sous lesquelles il est possible de passer d'une fonction donnée à la fonction dont celle-ci est la dérivée.

²⁰ Cf. Westfall (1980), pp. 178-180.

²¹ Gilles Personne de Roberval (1602 - 1675), fut mathématicien et physicien. Nommé professeur des mathématiques au Collège de France en 1634, il garda sa place jusqu'à sa mort. En 1666 fut un des fondateurs de l'*Académie des sciences* et 1675 dont il fut un des membres plus influents et reconnus. La méthode des tangentes fut une de ses contributions majeures à la géométrie, qu'il propose de réformer à travers une révision critique des *Éléments* d'Euclide.

²² Cf. Roberval (1693).

l'abscisse OA — et qui varie en même temps en longueur. C'est ainsi que Newton se représente une courbe en une note rédigée vers le mois de septembre 1665²³. De ce point de vue, l'équation $F(x, y) = 0$ exprime une relation entre deux segments engendrés, séparément l'un de l'autre, par deux mouvements rectilignes.

Aristote avait déjà conçu les mouvements rectilignes comme étant distingués les uns des autres pour leurs vitesses respectives. Plus tard, et en particulier au cours du XIV^e siècle, les physiciens du *Merton College*, à Oxford, et Oresme, à Paris, avaient commencé à concevoir ces vitesses comme des qualités intensives associées point par point à ces mouvements. Il n'est donc guère étrange que, trois siècles plus tard, Newton fasse de même, en se représentant les vitesses des mouvements qui engendrent les coordonnées cartésiennes x et y d'une courbe géométrique comme deux grandeurs p et q reliées entre elles par une relation qui dépend de la relation exprimée par l'équation $F(x, y) = 0$ de cette courbe.

Le résultat principal contenu dans la note de septembre peut alors énoncé ainsi : le rapport des vitesses ponctuelles p et q des mouvements qui engendrent les coordonnées cartésiennes d'une courbe géométrique se laisse exprimer par la même expression que celle qui exprime le rapport entre la sous-tangente et l'ordonnée de cette courbe, et il est donc égale à ce rapport. L'algorithme des tangentes peut donc être conçu d'emblée comme un algorithme des vitesses ponctuelles²⁴.

Dans sa note, Newton ne fournit aucune justification de ce résultat. Sa nature est telle qu'il ne peut y être parvenu qu'en raisonnant sur une courbe conçue comme référée à un système de coordonnées cartésiennes et exprimée par rapport à celui-ci par une équation, car l'expression dont il est question résulte d'une transformation d'une telle équation. Cela montre que tout en ayant déjà pris connaissance de la méthode des tangentes de Roberval, à l'heure du mois de septembre 1665 il n'avait pas encore fait de cette méthode l'objet d'une réflexion attentive. En effet, le propre d'une telle méthode est d'être complètement indépendante de toute expression d'une courbe par une équation entière et même de tout système de coordonnées auquel une courbe peut être référée.

Ce fut en s'appuyant sur la méthode de Roberval pour réfléchir sur la nature intrinsèque du problème des tangentes, au-delà de toute équation ou de tout système de coordonnées ayant servi à la déterminer, que Newton parvint, entre l'automne 1665 et le printemps 1666, à insérer ses résultats précédents dans d'un cadre plus large, valant autant pour les courbes géométriques que pour les courbes mécaniques.

II.5.1. LA METHODE DE ROBERVAL

En considérant toute courbe comme la trace d'un mouvement, Roberval avait défini la tangente comme la direction ponctuelle de ce mouvement, et il avait proposé, par là, de la déterminer en précisant cette direction. Pour ce faire, il avait observé que tout mouvement peut être conçu comme composé, de quelque manière que ce soit, de deux sortes de mouvements élémentaires : les mouvements rectilignes et les mouvements circulaires. Les directions ponctuelles de ces mouvements étant préalablement connues — la direction d'un mouvement rectiligne n'est que la trajectoire même de ce mouvement, celle d'un mouvement circulaire est la perpendiculaire au rayon de sa trajectoire — sa méthode revient à déterminer la

²³ Cf. Newton (MP), vol. I, pp. 343-347.

²⁴ En passant aux formules et en se souvenant du théorème du 20 mai (cf. la section II.3), cela s'écrit

ainsi : $x \frac{p}{q} = -\frac{F_y^*(x, y)}{F_x^*(x, y)}$, l'équation de la courbe étant $F(x, y) = 0$.

direction d'un mouvement composé, en s'appuyant sur la connaissance préalable des directions des mouvements composants.

En se fondant sur ce « principe d'invention²⁵ », Roberval avait montré comment il est possible de construire la tangente de plusieurs courbes particulières. Parmi ces courbes, certaines sont des courbes géométriques (bien que les équations de ces courbes ne soient nullement prises en compte), d'autres sont mécaniques, comme la spirale, la quadratrice (une courbe connue depuis le V^e siècle av. J.-C., définie et étudiée par Ippias²⁶), et la cycloïde (ou roulette, comme la nomme Pascal). Néanmoins, la différence entre ces constructions est telle qu'il est bien difficile de tirer des seuls arguments de Roberval une procédure générale et univoque, parfaitement établie dans tous ses détails : tous ses résultats sont corrects mais les raisons qui les justifient sont souvent obscures.

Cela tient au fait que, dans la méthode de Roberval, la notion de composition de mouvements reste assez vague. Toutes les courbes considérées par ce dernier peuvent certes être conçues comme des traces laissées par un mouvement pouvant, à son tour, être conçu comme composé par des mouvement rectilignes ou circulaires, mais la nature de cette composition est différente selon les cas. Pour éclaircir la méthode en général, il fallait donc d'abord distinguer les différentes sortes de composition dont celle-ci relève.

Lorsque, un siècle plus tard, en 1758, Montucla²⁷ présentera, dans son *Histoire des mathématiques*, la méthode de Roberval, il ne saura pas faire cette distinction et tombera dans une erreur relative à la détermination de la tangente de la quadratrice. Une erreur similaire, concernant cette fois l'exemple d'une courbe dans l'espace, sera aussi commise, une quarantaine d'années plus tard, par G. Monge²⁸, dans ses leçons de géométrie aux *Écoles normales de l'An III*. Il faudra attendre l'année 1838 pour que J.-M.-C. Duhamel²⁹ relève ces erreurs et éclaire la situation, en s'appuyant sur des méthodes de géométrie différentielle élaborées au cours du XVIII^e siècle.

²⁵ Cf. Roberval (1693), p. 70.

²⁶ Ippias d'Elis (une ville du Péloponnèse) fut un philosophe et mathématicien du V^e siècle av. J.-C., appartenant au group des sophistes, passé à l'histoire pour l'invention de la quadratrice. Celle-ci est la courbe tracée par le point d'intersection d'une barre horizontale qui descend d'un mouvement uniforme et un rayon qui tourne uniformément autour d'un de ses extrêmes, de telle manière qu'au début du mouvement ce rayon est perpendiculaire à la barre et à la fin lui est colinéaire. Elle fut ainsi appelée car en la supposant connue il est possible de carrer le cercle, c'est-à-dire de construire (par règle et compas) un carré égal à un cercle donné.

²⁷ Jean Montucla (1725-1799) fut le premier historien des mathématiques professionnel. Il fut l'auteur d'une *Histoire des recherches sur la quadrature du cercle* parue à Paris en 1754 et d'une *Histoire des mathématiques*, dont la première édition, en deux volumes, parut à Paris en 1758, et la seconde, en quatre volumes, parut, toujours à Paris, entre 1798 et 1802.

²⁸ Gaspard Monge, comte de Péluse (1746 - 1818) fut des plus importants mathématiciens du XVIII^e siècle. Il se concentra surtout sur la géométrie et en particulier sur la théorie des figures dans l'espace. Il prit une part active à la création et à l'organisation de l'École normale supérieure et de l'École polytechnique. Partisan enthousiaste de la Révolution, il se lia ensuite avec Bonaparte, participa à la campagne d'Égypte et fut comblé d'honneurs sous l'Empire, avant de tomber en disgrâce sous la Restauration. Ses cendres ont été transférées au Panthéon en 1989.

²⁹ Jean Marie Constant Duhamel (1797 - 1872) fut professeur de mathématiques à l'École Polytechnique. Ses contributions principales concernent l'application du calcul intégral (et en particulier de la théorie des équations différentielles aux dérivées partielles) à l'étude de la transmission de la chaleur et du son.

II.5.2 LA RE-FORMULATION PAR NEWTON DE LA METHODE DE ROBERVAL

Les conclusions auxquelles parvint Duhamel ne diffèrent pas pour l'essentiel de celles auxquelles Newton était parvenu plus de cent soixante dix ans plus tôt sans disposer des mêmes méthodes, dans une série de notes rédigées d'octobre 1665 à mai 1666³⁰ et restées à l'état de manuscrits.

Newton ne cite pas la méthode de Roberval, mais la lecture de ces notes ne laisse aucun doute quant à sa connaissance des principes qui l'inspirait, et même des exemples considérés par ce dernier. Dans la première note, datée du 30 octobre, l'approche de Newton est encore incertaine. Dans le cas de la quadratrice, il commet l'erreur que commettra plus tard Montucla. Dans deux autres cas — ceux de l'ellipse et de la spirale — il présente des solutions correctes, mais ne semble pas comprendre pleinement le pourquoi de ces solutions. En dix jours, il va se reprendre. Dans une note datée du 8 novembre, il corrige son erreur et montre qu'il a saisi en quoi les cas considérés par Roberval diffèrent.

Newton ne traite pourtant ces cas que comme des exemples d'application d'une méthode très générale, incluant et justifiant celle de Roberval. Les premiers linéaments de cette méthode se trouvent dans une troisième note, datée du 13 novembre 1665. La plupart de cette note vise à fournir une preuve du résultat énoncé dans la note du mois de septembre précédent (mentionné ci dessus), et à en tirer de nouvelles preuves des théorèmes du 20 et 21 mai. Le résultat de septembre est néanmoins présenté pour l'occasion sans faire aucune références à des courbes : étant donnée une équation entière exprimant la relation entre plusieurs segments engendrés par des mouvements, il s'agit de trouver la relation entre les vitesses ponctuelles de ces mouvements. Ainsi conçu, ce résultat prend la forme d'un outil qui peut être employé non seulement pour prouver les théorèmes du 20 et 21, mais aussi et surtout pour aborder et résoudre tout problème concernant les vitesses ponctuelles de plusieurs mouvements en rapport entre eux. Parmi ces problèmes, Newton cite celui de la détermination de la tangente à une ellipse, et il montre comme, cet outil étant donné, ce problème puisse être aisément résolu en appliquant la méthode de Roberval. Il observe en outre que, en opérant de manière analogue, il est possible de déterminer les tangentes d'autres courbes, autant géométriques que mécaniques. L'objet de l'attention de Newton n'est plus l'algorithme des tangentes ; c'est plutôt la notion de vitesse ponctuelle et ses usages possibles en géométrie.

Quelques compléments techniques

Dans la version newtonienne de la méthode de Roberval, la notion de vitesse ponctuelle joue un rôle essentiel. Newton semble avoir compris que, pour trouver la direction des mouvements composés, il faut prendre garde à leurs vitesses ponctuelles plutôt qu'à la direction des mouvements composants. Roberval avait certes déjà observé que la seule considération de la direction ne suffit pas, et qu'il faut ajouter à celle-ci la considération d'une grandeur mesurant, pour ainsi dire, l'apport des divers mouvements composants à la formation du mouvement composé. En termes strictement géométriques, cela signifiait que, sur les droites indiquant les directions des mouvements composants, il fallait prendre des segments dotés d'une longueur déterminée qui entraient comme tels dans la construction des tangentes recherchées.

Newton dépasse ce stade et comprend que ces segments peuvent et même doivent être traités comme de nouvelles sortes de grandeurs dotées de deux composantes : l'une, que

³⁰ Cf. Newton (MP), vol. I, pp. 369-399.

l'on appellera plus tard « scalaire³¹ », déterminée par leur longueur ; l'autre directionnelle, déterminée par la position de la droite à laquelle ces segments appartiennent. Ce sont ces segments, déterminés de ce fait en longueur et en position, qu'il considère comme étant les représentations géométriques des vitesses ponctuelles. C'est la première apparition de ce qui sera plus tard appelé « vecteur ».

Il faut néanmoins préciser que Newton ne caractérise ces proto-vecteurs, qu'à travers leur représentation géométrique au sein d'un diagramme, dans lequel leur position est clairement exhibée comme telle. Énoncé en termes modernes, cela revient à dire que Newton ne possède rien de similaire à une algèbre vectorielle³². Les vitesses ponctuelles représentées par ces proto-vecteurs ne peuvent ainsi faire l'objet d'un formalisme qu'une fois que leur composante directionnelle ait été fixée par des moyens géométriques. Dans la mesure où ces vitesses sont exprimées par des variables intervenant dans un formalisme ne peuvent ainsi qu'être considérées que comme de grandeurs ordinaires, c'est-à-dire des segments donnés en position. En découle une conséquence d'envergure pour le développement des méthodes mathématiques et mécaniques de Newton : le formalisme des vitesses ponctuelles établi par ce dernier ne peut qu'être accompagné d'une représentation géométrique, de ces vitesses, s'il veut servir à résoudre des problèmes concernant la composition de plusieurs mouvements rectilignes dotés de directions différentes ou, plus en général, des mouvements non rectilignes.

Reprenons. Dans la note du 13 novembre, Newton semble envisager la possibilité d'inclure les algorithmes qu'il avait établis pendant les deux années précédentes au sein d'une théorie plus générale des vitesses ponctuelles fondée sur la notion de composition des mouvements. Ce ne fut pourtant que six mois plus tard qu'il réalisa ce programme. C'est l'objet de deux nouvelles notes, datées respectivement du 14 et du 16 mai 1666. Il s'agit de deux versions des premières propositions d'un véritable traité, dans lequel Newton avait projeté de présenter l'ensemble de ses résultats mathématiques de manière unitaire. D'abord abandonné, ce projet fut repris au mois d'octobre suivant, sans qu'aucune modification essentielle n'intervienne dans les propositions d'ouverture, qui restèrent donc celles des notes du 14 et 16 mai.

La proposition 6 de la seconde version (qui généralise la proposition 7 de la première) aborde le problème de la recherche de la tangente d'une courbe décrite par le point d'intersection de deux autres courbes données, se mouvant sur le plan auquel elles appartiennent. C'est désormais la seule sorte de composition de mouvements que Newton retient, car il considère avec raison que tous les cas de compositions de mouvements peuvent lui être rapportés. Cette proposition constitue donc une véritable récapitulation de toute la théorie de la composition de mouvements et donc de la méthode de Roberval dans son ensemble. Newton y montre comment la tangente recherchée peut être construite pourvu qu'on connaisse les vitesses ponctuelles des mouvements de deux courbes données, ainsi que les tangentes à ces courbes. Et il le fait de telle sorte que le théorème du 20 mai 1665 peut désormais être conçu comme une conséquence de cette construction générale, dans le cas particulier où les courbes mobiles se réduisent à deux droites glissant l'une sur l'autre et simulant ainsi un système de coordonnées cartésiennes.

Ce théorème présentait un algorithme général s'appliquant à n'importe quelle équation entière et capable de fournir d'emblée l'expression de la sous-tangente de la

³¹ Le terme « scalaire » (du latin *scala*, *a* : gradation) employée comme un adjectif qualifiant une grandeur ou une composante d'une grandeur, indique que cette grandeur est évaluée par sa taille en comparaison à la taille d'autres grandeurs du même genre.

³² Aujourd'hui on appelle « algèbre vectoriel » un formalisme exhibant les règles de composition de deux ou plusieurs vecteurs et définissant, plus en général, des opérations réalisables sur ceux-ci.

courbe exprimée par cette équation en n'importe quel point de celle-ci, en termes des coordonnées de ce point. En démontrant ce théorème à partir de la théorie de la composition des mouvements, Newton montre non seulement que cet algorithme coïncide avec ce des vitesses ponctuelles (ce qu'il avait déjà démontré dans la note de septembre 1665), mais aussi et surtout que sa détermination n'est qu'une conséquence particulière d'une telle théorie qui englobe ainsi la solution du problème des tangentes des courbes géométriques.

Quelques compléments techniques

Les courbes RS et UV étant données (fig. 6), supposons qu'à la suite de leur mouvement leur point d'intersection M décrive la courbe HK dont on cherche la tangente. Newton distingue cinq mouvements différents auxquels le point M est censé être soumis, selon la manière dont il est considéré.

D'abord, on peut concevoir ce point comme étant fixe sur les deux courbes RS et UV . Ce point est alors entraîné par le mouvement de ces courbes et il est donc soumis respectivement à leurs deux mouvements.

Ensuite, on peut concevoir le point M comme glissant sur les deux courbes de telle sorte qu'il reste leur point d'intersection lorsque ces courbes changent de position l'une par rapport à l'autre. Il est alors soumis à deux autres mouvements, chacun le long de ces deux courbes.

Enfin, on peut concevoir le point M comme décrivant la courbe HK . Il est alors soumis à un cinquième mouvement dont la trajectoire est donnée par cette dernière courbe. La tangente de celle-ci n'est donc rien que la direction ponctuelle de ce cinquième mouvement. Pour trouver cette direction, il faut connaître les vitesses ponctuelles des deux premières parmi ces cinq mouvements, c'est-à-dire les vitesses ponctuelles des mouvements des courbes RS et UV .

Supposons que ces vitesses sont représentées respectivement par les segments MB et MD . Leur direction indique la direction du mouvement de ces courbes, et leur longueur la vitesse du mouvement rectiligne que ces courbes accomplissent le long de cette direction³³. Il suffira alors de tirer des points B et D deux droites parallèles respectivement à la tangente FM à la courbe RS et à la tangente GM à la courbe UV . La droite MC qui joint le point M au point C où ces droites se coupent est la tangente cherchée.

Supposons maintenant que les courbes RS et UV se réduisent à deux droites qui, tout en restant parallèles à elles mêmes, glissent l'une sur l'autre (fig. 7). Les tangentes FM et GM s'identifient alors à ces mêmes droites et les segments MB et MD se confondent avec des portions de celles-ci : le segment MB est une portion de la droite UV et le segment MD une portion de la droite RS . Il suffira alors de prendre comme axe une droite fixe $R'S'$, correspondant à une position quelconque que la droite RS prend au cours de son mouvement, et de fixer sur cette droite un point O servant d'origine, pour disposer d'un système de coordonnées cartésiennes auquel référer la courbe HK . Les coordonnées du point M seront alors $x = OA = O'M$ et $y = AM$, et les segments MD et MB représenteront respectivement les vitesses ponctuelles des mouvements qui engendrent ces coordonnées. On pourra alors poser $MD = p$ et $MB = q$ et s'appuyer sur la similitude des triangles TAM et MDC pour tirer l'égalité :

$$TA \cdot t = \frac{p}{q} y$$

Selon cette construction, la diagonale MC du parallélogramme $MDCB$ n'indiquera pas seulement la direction de la tangente à la courbe HK . Elle représentera aussi la vitesse

³³ On peut se représenter les segments MB et MD comme les segments qui seraient générés par le point M , conçu comme étant fixe respectivement sur les courbes RS et UV , au cours d'un certain laps de temps choisi comme unité, si les vitesses ponctuelles de ces courbes (et donc aussi la direction de leurs mouvements) ne changeaient pas pendant ce temps.

ponctuelle du point M en tant que ce point est conçu comme engendrant cette droite. On dira alors que les vitesses $MD = p$ et $MB = q$ se composent selon la règle du parallélogramme : la vitesse composée est représentée par la diagonale du parallélogramme construit sur les segments qui représentent les vitesses composantes.

Ce que Newton a montré est ainsi que le problème des tangentes à une courbe géométrique se réduit au problème de la détermination des vitesses ponctuelles des mouvements rectilignes qui engendrent ses coordonnées cartésiennes. L'algorithme des tangentes référé à ces courbes peut ainsi être conçu comme un algorithme des vitesses ponctuelles, pourvu que ces vitesses soient attribuées à des mouvements rectilignes engendrant des segments dont la relation est exprimée par une équation entière.

Le problème des tangentes n'est d'ailleurs qu'un seul parmi les nombreux problèmes géométriques dont la solution peut être englobée au sein de cette théorie. Le but du traité envisagé par Newton aurait été justement de le montrer.

II.6. Le Traité d'octobre 1666 : l'édification d'une théorie générale des vitesses ponctuelles

Ce traité, interrompu après les premières propositions au mois de mai 1665, fut enfin à peu près complété quelques mois plus tard entre les mois d'octobre et novembre 1666. Il est connu aujourd'hui comme le *Traité d'octobre 1666*³⁴. Il se présente comme une collection de problèmes géométriques et mécaniques dont la solution est déduite de l'application de huit propositions générales.

Les six premières propositions présentent une théorie générale de la composition des mouvements et culminent avec la proposition 6, qui reprend mot pour mot la proposition 6 de la note du 16 mai. La proposition 7 énonce l'algorithme des vitesses ponctuelles pour des mouvements engendrant des segments dont la relation est exprimée par une équation entière. La proposition 8 relève du problème de l'inversion de l'algorithme énoncé par la proposition 7 : il s'agit de trouver une équation entière $F(x, y) = 0$ à partir de laquelle on peut retrouver, par l'application de cet algorithme, une équation entière donnée entre les variables x, y, p, q , de premier degré par rapport à p et q . Comme on l'a déjà observé, ce problème n'a pas toujours de solution, et même lorsqu'il en a une, celle-ci peut être fort difficile à trouver. La proposition 8 présente la solution de ce problème dans certains cas particuliers.

Les problèmes géométriques et mécaniques résolus à l'aide de ces propositions peuvent être répartis en cinq familles : quatre familles de problèmes géométriques — problèmes des tangentes, des rayons de courbure, des aires, et des rectifications —, et une famille de problèmes mécaniques, portant sur la recherche des axes et des centres de gravité d'une figure plane quelconque.

La nouveauté principale de ce traité par rapport aux notes précédentes (mises à part sa complétude et son organisation interne) tient à l'argument que Newton emploie pour démontrer que la solution du problème relevant de la proposition 8 équivaut à la solution du problème des aires pour des courbes géométriques rapportées à un système de coordonnées cartésiennes orthogonales. Il s'agit d'un argument fort simple et très général fondé sur la considération de l'aire d'une courbe comme une variable engendrée, elle aussi par un mouvement possédant une vitesse ponctuelle. En raisonnant de cette manière, Newton associe la notion de vitesse ponctuelle non plus seulement au mouvement qui engendre un segment, mais plus en général à tout mouvement qui est censé engendrer une grandeur géométrique

³⁴ Cf. Newton (MP), vol. I, pp. 400-448 et, pour une édition précédente, Hall et Hall (1962), pp. 15-64.

exprimée par une variable : cette notion est en train de se transformer dans la notion plus générale de fluxion.

Quelques compléments techniques

Avant de rendre compte de cette transformation, arrêtons nous un instant sur l'argument de Newton. Supposons donnée une courbe HK rapportée au système de coordonnées cartésiennes orthogonales d'axe $R'S'$ et d'origine O , et, sur cette courbe, un point I (fig. 8). Si M est un point quelconque, lui aussi pris sur cette courbe, le problème des aires consiste dans la détermination de l'aire du trapézoïde $EAMI$, engendrée par le mouvement de translation de l'ordonnée AM .

Supposons que ce trapézoïde est désigné par la variable y et posons $OA = x$ et $AM = z$. Supposons aussi que le segment MD représente la vitesse ponctuelle du mouvement qui engendre l'abscisse OA , et posons $MD = p$. La vitesse ponctuelle q du mouvement qui engendre le trapézoïde y sera alors représentée par le rectangle $ALDM$ dont l'aire est égale à zp . On aura alors l'égalité $q = zp$.

Il s'ensuit qu'en cherchant le segment y dont la vitesse ponctuelle est donnée par une certaine expression $[g(x)]p$, on trouve l'aire de la courbe d'ordonnée $z = g(x)$. Pour déterminer cette aire, il faut ainsi remonter de l'équation $q = [g(x)]p$ à l'équation $y = f(x)$ dont cette dernière dérive par application de l'algorithme des vitesses ponctuelles.

II.7. La théorie des vitesses ponctuelles se transforme en théorie des fluxions : quelques considérations en guise de conclusion sur les premiers résultats mathématiques de Newton

Dans le *Traité d'octobre 1666* le terme « fluxion » n'apparaît pas. Newton ne l'introduit dans son vocabulaire que cinq ans plus tard, à l'occasion d'une refonte de ce traité qui donne lieu au *Tractatus de methodis serierum et fluxionum (Traité de la méthode des séries et des fluxions)*³⁵. Ce terme n'est alors employé que pour désigner les variables p et q qui avaient été conçues auparavant comme des vitesses ponctuelles. Ce petit changement de terminologie est le miroir d'un changement plus profond. Dans les notes de 1665-1666 et dans le *Traité d'octobre 1666*, les variables p et q étaient associées aux variables x et y par l'intermédiaire d'un mouvement qui était censé engendrer ces dernières variables, à leur tour conçues comme des segments engendré par le mouvement d'un point, ou comme des trapézoïdes engendrés par la translation d'un segment variable. La théorie de Newton était donc une théorie ouvertement géométrique, assise sur une conception mécanique des grandeurs géométriques, conçues justement comme engendrées par des mouvements. En 1671, dans le *De methodis*, les variables p et q sont en revanche directement associées aux variables x et y qui sont elles-mêmes conçues comme des grandeurs quelconques, que Newton qualifie de « fluentes ». Les fluxions sont à leur tour des grandeurs mesurant directement le rythme de variation des fluentes, sans qu'aucun mouvement ne soit interposé entre les unes et les autres. La théorie des fluxions se présente donc directement comme une théorie générale de la variation des grandeurs.

C'est n'est pas un changement anodin : le formalisme algébrique est désormais conçu comme un outil permettant d'atteindre une généralité plus grande que celle qui est propre à la géométrie et à ses diagrammes. On est ainsi bien loin de ce primat de la géométrie qui semble encore constituer la base du *Traité d'octobre 1666*, et déjà très proche, en revanche, de la conception qui constituera le fondement, au siècle suivant, des mathématiques d'Euler, de d'Alembert, de Laplace et de Lagrange³⁶. La théorie

³⁵ Cf. Newton (MP), vol. III, pp. 3-372.

³⁶ Leonhard Euler (1707 - 1783) doit être considéré comme une des principaux mathématiciens de l'histoire. Son œuvre est immense et couvre la totalité des domaines des mathématiques et de ses

des grandeurs n'est plus conçu comme étant une géométrie, car les grandeurs elles mêmes ne sont plus conçues à leur tour comme des objets géométriques. Elles ne sont plus pensées comme étant caractérisées par une nature individuelle spécifique (comme celle d'un segment ou d'un trapézoïde), l'étant plutôt par les modalités de leur variation et donc par le système de relations qui les lie à d'autres grandeurs. Plus que être exprimées par des variables intervenant dans un formalisme, elles sont directement conçues comme ces variables et donc caractérisées par la place qu'elles occupent dans ce formalisme. La notion de grandeur, et avec elle celle de quantité, s'est transformée en une notion plus abstraite, et cette abstraction est désormais conçue comme la condition de sa généralité.

Au départ, simples réflexions d'un jeune étudiant, déçu par la scolastique, à propos des méthodes de la géométrie cartésienne, les recherches mathématiques de Newton ont fini par le conduire, en quelques années, à bouleverser en profondeur cette géométrie. D'abord Newton a enrichi cette dernière par l'introduction d'algorithmes assez généraux, aptes à fournir des solutions immédiates pour les problèmes des tangentes, des centres de courbures et des aires des courbes géométriques. Il l'a ensuite mise au service d'une théorie plus générale, la théorie des vitesses ponctuelles, conçue comme une théorie de l'engendrement des courbes par le mouvement, au sein de laquelle la géométrie cartésienne faisait office de branche

applications : son édition occupe l'Académie suisse des sciences depuis 1909 (le premier volume apparut en 1911) et après la publication de presque quatre-vingts volumes est encore loin d'être terminée. Il est aussi l'auteur que quelques textes philosophiques, en particulier autour de la conception de l'espace. Ses *Lettres à une princesse d'Allemagne* (écrites à la future Princesse de Anhalt Dessau, fille d'un des exposants les plus importants de la cour de Frédéric II de Prusse, entre 1760 et 1762, et publiées à Leipzig entre 1770 et 1774) constituent une présentation élémentaire et complète de la science du XVIII^e siècle.

Jean Baptiste le Rond d'Alembert (1717 - 1783), mathématicien, physicien et philosophe fut un des principaux représentant des Lumières. Il faut à l'origine, avec Diderot, de l'Encyclopédie, dont il rédigea le *Discours préliminaire* publié dans le premier volume en 1751, et beaucoup d'articles dont ceux de mathématiques. Élu à vingt-trois ans à l'Académie des sciences, il y exerça une énorme influence pendant toute sa vie. Ses recherches en physique concernèrent la mécanique rationnelle et l'hydrodynamique. Il fut en particulier l'auteur d'un *Traité de Dynamique*, paru à Paris en 1742 où il proposa une re-formulation de la mécanique de Newton. En mathématiques ses principales contributions concernent l'analyse et l'algèbre.

Pierre Simon, comte de Laplace (1749 - 1827). Mathématicien et astronome fut un des savants les plus impliqués dans la vie politique française. Fut ministre de l'intérieur de Napoléon, puis président du Sénat, mais en 1814 il vota la déchéance de l'Empereur et se rallia à Louis XVIII, qui le fit marquis et pair de France. Son *Exposition du système du monde*, parue à Paris en 1796 contient la célèbre hypothèse cosmogonique dite de Kant-Laplace, selon laquelle le système solaire serait issu d'une nébuleuse en rotation enveloppant un noyau fortement condensé et de température très élevée. Sa *Mécanique céleste* parue à Paris en cinq volumes entre 1799 et 1825 est l'exposition la plus complète et mathématiquement soignée de l'astronomie newtonienne et de ses développements ultérieurs. Sa *Théorie analytique des probabilités*, parue à Paris en 1812, constitue l'acte de naissance de la théorie des probabilité moderne. On lui doit aussi des contributions fondamentales en analyse et en d'autres domaines de la physique. une théorie dont l'introduction à la seconde édition (1814) expose, sans aucun appareil mathématique, les principes et les applications de la géométrie du hasard.

Joseph Louis de Lagrange (1736 - 1813) professeur de mathématiques à l'École d'artillerie de Turin, en 1766 fut appelé à Berlin par Frédéric II de Prusse, sous conseil d'Euler, pour y diriger l'Académie des sciences de Berlin. En 1787 il se transféra à Paris où devint un des membres plus influents et reconnus de l'Académie des sciences. Son œuvre mathématique s'étend de l'algèbre à l'analyse et à la mécanique, domaines dans lesquels il donna des contributions fondamentales. Sa *Mécanique analytique*, parue à Paris en 1788, fournit une re-formulation analytique et un développement considérable de la mécanique de Newton. Sa *Théorie des fonctions analytiques*, parue, toujours à Paris en 1797 présente en revanche une fondation du calcul infinitésimal qui se veut indépendante de toute considération à propos de l'infini et de l'infiniment petite.

particulière. Enfin, il s'est servi du formalisme cartésien et des algorithmes par lesquels il l'avait enrichi pour en faire l'assise d'une nouvelle forme de généralité, surplombant toute géométrie et se présentant comme une théorie universelle des grandeurs et de leurs variations : la théorie des fluxions.

Comme on le verra par la suite, Newton récusera plus tard cette approche pour revenir à la primauté de la géométrie sur tout formalisme algébrique. La semence d'une nouvelle mathématique, plus abstraite et plus formelle, avait pourtant été plantée. C'est elle qui, après la mort de Newton, donnera naissance au programme qui s'imposera au XVIII^e siècle, celui d'une réduction de toutes les mathématiques à une théorie des fonctions. C'est de ce programme que proviennent les mathématiques modernes, et l'on peut, de plein droit, considérer Newton comme un de leurs ancêtres.

II.8. Professeur lucasien de mathématiques

Cinq ans, on l'a noté, séparent le *Traité d'octobre 1666* du *De methodis*. Si, mis à part le changement de perspective que je viens de décrire, le second de ces traités n'est au fond qu'une refonte du premier, c'est qu'au cours de ces cinq années, Newton n'est revenu que de manière sporadique aux problèmes mathématiques, s'étant découvert d'autres intérêts dont on parlera plus loin. Une des raisons qui le firent revenir aux mathématiques mérite néanmoins d'être rappelée, car elle fut à l'origine d'un événement qui changea le cours de sa vie.

Lorsqu'il rentra à Cambridge au mois d'avril 1667, Newton n'était qu'un étudiant parmi d'autres. Néanmoins, le 2 octobre 1667, il fut élu *Minor Fellow* du *Trinity college*, ce qui lui donna un nouveau statut, un salaire et, par voie de conséquence, la possibilité de poursuivre ses études. Le 1^{er} avril 1668, il obtint le *Master of Arts* de l'université de Cambridge et il fut promu *Major Fellow* le 7 juillet. On ne connaît pas la raison de l'élection de Newton : encore une fois on ne peut qu'imaginer qu'il ait joui de l'appui de Babington en raison d'un vieux lien qu'il avait avec ce dernier, ou qu'il ait été, plus honorablement, soutenu par Barrow, qui aurait en quelques manières su remarquer son talent mathématique, dont il n'avait pas encore fait preuve de manière publique.

Si le soutien de Barrow ne fut pas la raison de son élection, il en fut au moins une conséquence. Le 20 juillet 1669, ce dernier écrivit à Collins³⁷ — à l'époque secrétaire de la *Royal Society* (la société scientifique réunissant les savants britanniques) —, pour le remercier de l'envoi d'une copie de la *Logarithmotechnia* de N. Mercator³⁸, court traité où il était question de certains développements en séries entières. Et il ajouta ceci :

« Un des mes amis ici, qui a un très grand génie pour ces choses, m'a apporté l'autre jour des notes qui, je suppose, vous plairont, et où il a exposé des méthodes pour calculer la dimension des grandeurs, similaires à celles de M. Mercator concernant

³⁷ John Collins (1624-1683), fut l'auteur de nombreux manuels de mathématiques élémentaires et mercantile. Élu à la *Royal Society* en 1667, en devint ensuite secrétaire en s'engageant en un travail de promotion de la recherche scientifique et diffusion des résultats atteints.

³⁸ Nicolaus Mercator (1620 – 1687) enseigna d'abord les mathématiques aux universités Rostock et de Copenhague, puis se transféra en Angleterre où il fut *fellow* de la *Royale Society*. En 1682 fut appelé en France pour y projeter l'installation hydraulique de Versailles. La *Logarithmotechnia* contient ses plus importantes contributions mathématiques.

l'hyperbole, mais beaucoup plus générales, et [aptés] aussi à résoudre les équations³⁹. »

Barrow, dans sa lettre, ne donnait à son correspondant aucun exemple du génie de Newton. En revanche, il exhorta ce dernier à rédiger une nouvelle présentation de ses résultats, à l'intention de Collins. Pour rester proche de l'objet du traité de Mercator, Newton se limita au problème des aires. Il rédigea un mémoire — qu'on connaîtra depuis comme le *De analysi per æquationes numero terminorum infinitas (De l'analyse par équations infinies quant au nombre des termes)*⁴⁰ —, où il est montré comment il est possible d'exprimer l'aire de plusieurs courbes, soit par le biais d'une expression finie tirée directement de l'équation de ces courbes, soit, par le biais des séries entières. Il s'agissait de résultats auxquelles il était parvenu plusieurs mois auparavant, mais qu'il n'avait guère rendus publiques. Le 31 juillet, Barrow envoya ce mémoire à Collins sans mentionner le nom de son auteur. Collins en fut enthousiasmé. Encore plus impressionné par le talent de son jeune ami, Barrow, qui avait sans doute des perspectives sur sa propre carrière, démissionna de son poste de professeur *lucasien*, sûr d'avoir trouvé un successeur. Le 29 octobre 1669, Newton fut élu à sa place.

Malgré la nouvelle dignité liée à sa fonction et les insistances de Collins et Barrow, Newton ne publia pas le *De analysi* ; de même, deux ans plus tard, il ne publia pas le *De methodis*. Désormais engagé dans d'autres recherches, ne trouva-t-il pas le temps pour donner à ces traités la forme qu'il aurait désiré leur donner dans la perspective d'une publication ? Convaincu de son génie et de sa supériorité, ne considéra-t-il pas inutile de communiquer ses résultats à des lecteurs qu'il ne croyait pas être à la hauteur ? De fait, il se contenta de montrer de temps à autre ses manuscrits à des lecteurs discrets et triés sur le volet.

Le *De analysi* ne sera publié qu'en 1711 par W. Jones, tandis que le *De methodis* devra attendre 1736, pour que J. Conson en publie une traduction anglaise. La plupart des mathématiciens d'Europe devront ainsi attendre plusieurs années avant d'être mis au courant des extraordinaires résultats mathématiques que Newton avait obtenus entre 1664 et 1666. En 1693, J. Wallis publia dans la version latine de son *Traité d'algèbre* une lettre de Newton présentant, d'ailleurs sous une forme assez obscure, une petite partie de ces résultats. Et ce fut seulement en 1704 que Newton publia un véritable traité de géométrie, dont le contenu est proche de celui du *De analysi* : le *De quadratura curvarum (De la quadrature des courbes)*.

Entre temps, en 1684 et en 1686, Leibniz avait publié dans les *Acta Eruditorum* deux courts mémoires qui eurent rapidement un large écho — la *Nova methodus pro maximis et minimis (Nouvelle méthode pour les maxima et les minima)* et le *De geometria recondita et analysi indivisibilium atque infinitorum (De la géométrie cachée et de l'analyse des indivisibles et des infinis)* — dans lesquels il présenta les éléments principaux d'une théorie formellement équivalente à la théorie de fluxions, le calcul différentiel et intégral.

La querelle de priorité qui éclatera plus tard entre les deux hommes fera grand bruit en Europe ; nous y reviendrons au chapitre VI. Pour l'instant, il convient de tourner le regard vers le sujet qui retint toute l'attention de Newton après l'automne 1665 : la théorie des couleurs.

³⁹ Cf. Newton (C), vol. I, p. 13.

⁴⁰ Cf. Newton (MP), vol. II, pp. 206-247.

III

La théorie de la lumière et des couleurs. 1664-1675

Entre le début de l'année 1664 et l'automne 1665 Newton avança à grands pas dans ses études mathématiques. Ceci ne l'empêcha pas de s'intéresser aussi à d'autres sujets. Après le 13 novembre 1665, il se laissa prendre probablement d'un sentiment de satisfaction vis à vis des ses acquis mathématiques, et il se consacra avec une énergie de plus en plus grande à l'étude de la lumière et en particulier des phénomènes de la couleur. Il choisit même ces phénomènes comme l'objet des premiers cours qu'il délivra du haut de sa chaire de professeur *lucasien* de mathématiques. En 1672, il consacra à ce sujet sa première publication : une lettre, envoyée à Henry Oldenburg, secrétaire de la *Royal Society*, en date¹ du 6 février 1671-72, qui sera lue aussitôt reçue à une séance de cette société, et publiée treize jours plus tard, dans les *Philosophical Transactions*, sous le titre de « New Theory about Light and Colours »².

La « nouvelle théorie » que Newton exposa dans cette lettre s'écarte des conceptions aristotéliennes, mais aussi de celles qui étaient venues se former, principalement à l'œuvre de Descartes, à l'intérieur de la mouvance anti-scolastique.

¹ À cette époque, en Angleterre l'année commençait le 25 mars, tandis qu'elle commençait le 1^{er} janvier sur le continent. Il était donc d'usage d'indiquer les jours compris entre ces deux dates par une notation faisant figurer deux années. En considérant le décalage de dix jours entre le calendrier grégorien, adopté sur le continent, et le calendrier julien employé en Angleterre, on conclut que cette date correspond au 16 février 1672, selon le calendrier continental.

² Cf. Newton (1671-1672).

Brièvement dit, Newton rejette la conception de la lumière solaire comme lumière homogène d'où les couleurs ne peuvent surgir qu'en raison de quelques modifications dues à des circonstances accidentelles ; il propose en revanche de concevoir cette lumière comme étant composée dès l'origine par des rayons de différentes couleurs qui, en certaines circonstances (en particulier à l'occasion de réfractions ou réflexions), peuvent se séparer les uns des autres³.

III.1. *La loi de la réfraction de Descartes*

La lettre à Oldenburg a d'abord pour propos de répondre aux demandes d'explication des membres de la *Royal Society* : conquis par un télescope à réflexion construit par Newton quelques années auparavant et rapporté à Londres par Barrow vers la fin de 1671, ils venaient de l'élire membre titulaire et voulaient connaître les raisons qui l'avaient amené à construire une telle merveille.

Ce télescope, en effet, n'était pas seulement un témoignage de l'extraordinaire habileté technique de Newton, qui avait poli soigneusement le miroir après l'avoir fondu dans un alliage conçu par lui pour l'occasion. Il avait aussi été conçu en accord à une conception théorique à propos de la réfraction. Dans le Discours VIII de sa *Dioptrique*⁴, Descartes avait prédit que les distorsions produites par les télescopes communes à réfraction pouvaient être évitées en substituant aux loupes sphériques habituelles d'autres loupes présentant une section en forme d'ellipse ou d'hyperbole. Newton ne croyait pas qu'il aurait été ainsi et plutôt que de chercher à construire des loupes d'une telle forme — ce qui à l'époque comportait des grandes difficultés techniques et occupait un grand nombre d'artisans verriers — il avait construit un télescope à réflexion ne produisant, lui, aucune distorsion.

Les membres de la *Royal Society* volaient savoir d'où Newton tirait son opinion contraire à la prédiction de Descartes. Ceci était d'autant plus relevant que cette prédiction se fondait sur une loi optique gouvernant la réfraction : une loi que Descartes lui même avait énoncée dans le Discours II de son essai, en précisant ainsi

³ Que les différentes couleurs de la lumière surgissent par décomposition de la lumière solaire, c'est une conception qui est aujourd'hui encore adoptée. Dans ce sens, on peut dire que Newton est l'initiateur de la moderne théorie des couleurs. Reste néanmoins que l'image newtonienne de la lumière solaire comme étant composée par plusieurs rayons de différentes couleurs déjà présents en elle, comme dans un mélange d'individus dotés de différentes propriétés spécifiques, a été en revanche largement dépassée. Les conceptions ondulatoires qui, comme on le verra, furent opposées à celles de Newton par des savants comme Hooke ou Huygens se sont montrées aptes à rendre comptes de plusieurs phénomènes qui seraient en revanche inexplicables si on pensait la lumière comme un faisceau de rayons rectilignes. L'adoption du modèle ondulatoire a en outre permis de penser la composition et décomposition de la lumière autrement que comme une unification ou une séparation de différents composants déjà présents comme tels avant que cette une unification ou séparation se produise, et en se réclamant plutôt d'une modélisation mathématiques décrivant cette composition ou décomposition à l'aide d'outils techniques dont Newton était loin de disposer et qui se formèrent beaucoup plus tard, entre la fin du XVIII^e siècle et le début du XIX^e (l'image des ondes concentriques formés par deux cajous jetés dans l'eau qui se composent les unes avec les autres pourrait de manière fort approximative aider à se faire une idée de la manière dans laquelle cette modélisation fonctionne). Il faut pourtant observer que, comme on ne manquera pas de dire par la suite, Newton s'efforça toujours de présenter ses explications des phénomènes de la couleurs, de telle manière qu'elles ne préjugerassent pas de la nature de la lumière et qu'elles fussent par conséquent compatibles avec différentes conceptions de celle-ci. Pour un panorama rapide mais assez précis de l'histoire des conceptions de la lumière et des théories moderne, cf. Blay (2001).

⁴ Comme la *Géométrie* et les *Météores*, la *Dioptrique* fut publiée en annexe au *Discours de la Méthode*, en 1637.

— pour la première fois dans un texte publié — une régularité qui avait déjà été observée plusieurs siècles auparavant⁵.

La réfraction d'un rayon lumineux consiste dans la déviation subie par ce dernier en passant d'un milieu à un autre. Imaginons qu'un rayon lumineux se propage dans l'air et qu'il rencontre un plan d'eau. Dire qu'il est réfracté par ce plan revient à affirmer qu'il pénètre dans l'eau en suivant une direction différente de celle qu'il suivait dans l'air. La loi de la réfraction de Descartes affirme ceci : l'angle que le rayon forme avec la surface de séparation des deux milieux avant la réfraction est lié à l'angle qu'il forme avec cette même surface après la réfraction par une relation qui dépend d'une constante k , qui dépend à son tour de la nature des deux milieux, mais qui, ces milieux étant donnés, est la même pour tout rayon.

Quelques compléments techniques

Pour comprendre cette loi, supposons (fig. 1) qu'un rayon lumineux MON rencontre la courbe HK séparant un milieu M d'un autre milieu M' , en un point O , et qu'il en est dévié. Si PQ est la normale à cette courbe, alors l'angle $P\hat{O}M = \varphi$ est dit « angle d'incidence » et l'angle $Q\hat{O}N = \psi$ « angle de réfraction. » La loi de Descartes affirme que le sinus⁶ de l'angle d'incidence est proportionnel au sinus de l'angle de réfraction, c'est-à-dire que : $\sin \varphi = k \sin \psi$, où k est une constante qui dépend de la nature des deux milieux M et M' .

Si l'on fait confiance à cette loi, pour trouver l'angle $Q\hat{O}N = \psi$ qui fournit la direction du rayon après la réfraction, il suffit de choisir à volonté un point B sur ce rayon, tracer un cercle de centre O et de rayon BO et chercher sur ce cercle le point C tel que la perpendiculaire CQ tirée de ce point vers la normale PQ à la courbe HK soit dans le rapport $1/k$ avec la perpendiculaire BP tirée du point B vers cette même normale.

En se fondant sur cette construction, Descartes démontre dans la *Dioptrique* que si la courbe HK est une ellipse ou une hyperbole dont A est un sommet, alors, quelle que soit la constante k , tous les rayons lumineux qui rencontrent cette courbe parallèlement à PQ convergent après réfraction vers un foyer de ces courbes. La loi de Descartes est d'ailleurs compatible avec un fait connu : lorsqu'un rayon lumineux est perpendiculaire à la surface de séparation entre deux milieux dans lesquels il se propage, il ne subit aucune déviation en passant d'un de ces milieux à l'autre.

Comme dans un cercle tout rayon est perpendiculaire à la circonférence, il s'ensuit que si une loupe présente une section $KOHE$ (fig. 3) telle que KOH est un arc d'ellipse ou d'hyperbole dont F est un foyer et que KEH est un arc de cercle de centre F , alors les rayons lumineux parallèles au diamètre OF de KOH , entrant dans la loupe depuis sa partie présentant cette dernière courbe comme section et sortant par la partie opposée présentant comme section l'arc de cercle KEH , sont réfractés de telle sorte qu'ils

⁵ Sur la loi de la réfraction de Descartes, énoncée plus ou moins en même temps par W. Snell dans un manuscrit perdu, cf. entre autres Sabra (1967), ch. 4.

⁶ Un angle $Y\hat{O}X = \alpha$ (fig. 2) étant donné, prenons sur un de ses côtés OY un point B et tirons de ce point la perpendiculaire BA à l'autre côté : le rapport $\frac{BA}{OB}$ est le sinus de α . On observe que ce rapport est le même quel que soit le point B et qu'il est égal au rapport $\frac{CD}{\mathcal{O}C}$, quel que soit le point C pris sur le côté OX , pourvu que CD soit perpendiculaire à OY (car les triangles OCD et OAB sont alors semblables). Si l'on suppose, comme d'habitude dans les textes modernes, que le sommet O de l'angle α est l'origine d'un système de coordonnées cartésiennes orthogonales dont l'axe des abscisses est colinéaire au côté OX , alors le sinus de cet angle n'est rien que l'ordonnée AB du point B où l'autre côté OY rencontre le cercle de rayon unité centré sur O . L'abscisse OA de ce même point sera alors le cosinus de α , qui plus en général se définit comme le rapport entre OA et OB .

convergent vers F , car, en étant tous perpendiculaires à cet arc de cercle⁷, ne subissent aucune réfraction à la sortie de la loupe.

Pour un observateur se trouvant en F , la distance apparente entre les sources de ces rayons devrait donc être plus grande que la distance réelle entre ces points, de sorte que l'image véhiculée par ces rayons devrait être agrandie sans déformation : c'est justement la prévision de Descartes.

III.2. Une « irrégularité » dans la réfraction : comment la nouvelle théorie de Newton s'oppose aux vues aristotéliennes et aux théories de Descartes et Hooke

Newton commença ses *Lectiones opticae* (*Leçons d'optique*)⁸ par une réfutation de cette prévision de Descartes :

« [...] les écrivains d'optique — il observa entre autres — [...] ont laissé à leurs successeur de découvrir quelque chose d'une importance extrême. En effet je trouve une certaine irrégularité dans les réfractions qui perturbe toute chose [...]. »

La lettre à Oldenburg de 1672 est justement consacrée à rendre compte de la découverte de cette « irrégularité », ce que Newton considère comme une base sur laquelle il se propose d'édifier une véritable théorie mathématique des couleurs.

D'après un point de vue classique, remontant pour l'essentiel à Aristote, à l'origine de toute vision il avait une seule sorte de lumière, blanche, pure et homogène, se propageant en ligne droite et subissant, en rencontrant certains obstacles, des réflexions ou réfractions entraînant des modifications responsables des nos sensations de couleurs. On estimait donc que ces sensations étaient le produit de la rencontre de la lumière, modifiée par réflexion ou réfraction, avec nos yeux.

En partant de cette prémisse, il était naturel de distinguer entre une théorie visant la propagation de la lumière et se fondant sur un modèle assez simple dans lequel la lumière était conçue comme un ensemble de rayons représentés par des droites, et un ensemble d'autres théories, assez différentes entre elles, visant toutes l'explication des phénomènes de la couleur à l'aide d'une étude de la nature de la lumière, des modifications possibles de cette nature lors des réflexions et réfractions, et des interactions entre la lumière et nos organes de sens.

La première était une théorie parfaitement géométrique, l'optique géométrique précisément, qui, en tant que telle, ne dépendait d'aucune hypothèse relative à la nature de la lumière ; il suffisait de supposer que celle-ci se propage en ligne droite et qu'elle se réfléchit et se réfracte selon des lois données ne dépendant guère des rayons considérés. Les secondes étaient en revanche des théories essentiellement qualitatives dont le but était de fournir des images plus ou moins fidèles de la nature de la lumière et de la manière dans laquelle elle produit ses effets ; la géométrie et la mécanique n'entraient dans ces théories que de manière marginale, dans la mesure où elles pouvaient être employées pour fournir ces images. Ceci ne donnait lieu pourtant à

⁷ Tout rayon d'un cercle en effet perpendiculaire (ou, si on préfère, normale) à celui-ci, c'est-à-dire qu'il est perpendiculaire à la tangente au cercle tirée du point où il le rencontre.

⁸ Il s'agit d'un compte-rendu en latin des leçons d'optique délivrés par Newton après sa nomination comme professeur *lucasien*. Entre 1670 et 1672 Newton en rédigea deux versions : une plus courte, servant probablement comme base de ses cours, et une plus large, qu'il pensait probablement de publier mais qu'il se limita ensuite à déposer à la bibliothèque universitaire, en témoignage des ses leçons. Cette seconde version (à laquelle je vais par la suite me référer) sera publiée en traduction anglaise après la mort de Newton : partiellement en 1728, intégralement en 1729. Une édition critique moderne des deux versions, avec traduction commentaires et notes par A. Shapiro, se trouve en Newton (OP,I). Pour la citation cf. *ibid.*, pp. 48-49 et 280-283.

aucune caractérisation quantitative de cette nature et de ces effets, car au sein de cette théorie on n'avait jamais identifié une grandeur physique mesurable (au moins en principe) de laquelle il aurait été possible de faire dépendre la production de ces effets et, en particulier, la différence entre les couleurs.

La première théorie était donc une théorie mathématique, mais elle ne gardait au fond que des liens très faibles avec le phénomène physique de la propagation de la lumière. En supposant d'emblée que la lumière se propage sous forme de rayons rectilignes et qu'entre ces rayons ne subsiste aucune différence spécifique, elle réduisait d'emblée ce phénomène à un modèle très simple (où on se limitait à appeler « rayons lumineux » ceux qui n'étaient que des droites géométriques), en le transformant du coup en un phénomène très circonstancié sans aucun rapport véritable avec un large éventail de faits physiques qui semblent en revanche s'y rapporter, comme par exemple la formation des couleurs. Les secondes théories visaient en revanche à rendre compte de phénomènes physiques plus complexes, mais n'étaient guère des théories mathématiques.

Parmi ces dernières théories, celles de Descartes et de Hooke⁹, avaient pris, autour de la moitié du XVII^e siècle, une importance particulière.

Quelques compléments techniques

Selon l'opinion dominante avant Newton (elle aussi d'origine aristotélicienne), le blanc et le noir étaient les couleurs de la lumière et de l'obscurité, tandis que les autres couleurs, comprises entre ces deux extrêmes, surgissaient lors d'une rencontre ou d'un mélange de lumière et d'obscurité, c'est-à-dire du blanc et du noir.

Descartes avait ainsi avancé, dans le *Monde ou Traité de la lumière*¹⁰, que la lumière est une tendance au mouvement, une poussée des particules d'éther l'une sur l'autre, parvenant jusqu'à nous et provoquant ainsi une poussée sur nos yeux¹¹.

Dans le Discours I de la *Dioptrique*, il avait ainsi expliqué les sensations de couleurs autres que le blanc et le noir en soutenant qu'à l'occasion des réflexions et réfractions ces particules acquièrent un certain mouvement de rotation qui, se transmettant d'une particule à l'autre, parvient jusqu'aux particules qui poussent sur nos yeux.

Dans le Discours VIII des *Météores*, il avait en outre justifié la formation du spectre iridescent dû à la réfraction d'un faisceau de lumière solaire par un prisme (un spectre lumineux présentant la même disposition de couleurs que l'arc-en-ciel, qui n'en est d'ailleurs qu'un cas particulier), en soutenant qu'aux frontières de la zone illuminée le mouvement de rotation des particules qui est acquis dans la réfraction est à son tour modifié par le frottement avec les particules inertes de la zone d'ombre, de manière différente selon que ces particules se trouvent, relativement à la direction de propagation, à droite ou à gauche des particules en rotation¹².

Hooke, aussi, pensait que la lumière se transmet sous la forme d'une poussée, ou — comme il avait dit dans la *Micrographia*, parue en 1665 — d'une « impulsion » (« pulse », en anglais). Il croyait que cette impulsion fût due à une vibration de la source

⁹ Robert Hooke (1635 - 1703), physicien et astronome, fut avec Newton et Boyle, parmi les plus importants philosophes de la nature anglais du XVII^e siècle. Sa carrière scientifique se mêla en plusieurs occasions à celle de Newton. On reviendra donc souvent par la suite sur son œuvre et sur ses activités. Parmi ses contributions majeures qu'on ne mentionnera pas ci-dessus, on pourrait citer sa proposition d'utiliser le mouvement d'une pendule pour mesurer l'accélération de la pesanteur, et l'énonciation de la loi de proportionnalité entre les déformations élastiques d'un corps et les efforts auxquels il est soumis, qui porte son nom.

¹⁰ Descartes rédigea le *Monde* entre 1629 et 1633, année de la condamnation de Galilée. A la suite de cet événement, il décida de ne pas publier son traité, qui ne paraîtra qu'en 1664, quatorze ans après la mort de son auteur.

¹¹ Cf. Sabra (1967), ch. 2.

¹² Cf. Blay (1983), pp. 33-38.

lumineuse, qui se propage dans l'espace comme les ondes circulaires qui se forment à la surface d'un plan d'eau lorsqu'un caillou le heurte se propagent sur ce plan.

Selon cette théorie, les rayons lumineux rectilignes ne seraient que les rayons de ces ondes sphériques, qui, partant de leur centre constitué par la source lumineuse, se propageraient en toute direction. Mais pour Hooke, à la différence des rayons mathématiques, les « rayons physiques » possèderaient une épaisseur déterminée constituant un front, normalement perpendiculaire à la direction de propagation, tout comme le front de l'onde lumineuse prise dans son ensemble.

Hooke pensait également que, lorsque ces rayons passent d'un milieu à un autre, où ils se propagent plus ou moins aisément que dans le premier, et qu'ils le font de telle sorte que la surface de séparation des deux milieux n'est pas parallèle à leur front, ce front perd sa perpendicularité par rapport à la direction de la propagation : un des côtés du rayon entrant avant l'autre dans le nouveau milieu, sa vitesse de propagation change avant celle de l'autre. C'est ce qui produirait la formation du spectre et, lorsque les rayons rencontrent nos yeux, les sensations de couleur.

Fort différentes l'une de l'autre, ces deux théories se ressemblent toutefois sous un aspect essentiel : tout en associant les sensations de couleur à des mouvements déterminés, elles n'indiquent pas comment soumettre ces mouvements à des mesures, et ne relèvent de ce fait que d'images mécaniques, assez vagues.

Ce fut grâce à la considération de celle qu'il qualifiait d'irrégularité de la réfraction, que Newton parvint à dépasser ce stade et à édifier une véritable théorie mathématique des couleurs : une théorie au sein de laquelle la différence entre les couleurs est censée dépendre d'une grandeur ayant une signification physique bien précise. C'est un exemple de ce processus qu'on a souvent qualifié de mathématisation de la physique, et dont un autre exemple, bien plus célèbre que ceci, est constitué, comme on le verra au chapitre V, par la mécanique de Newton et en particulier par la théorie de gravitation universelle qui en découle.

Pour parvenir à ce résultat, Newton dut pourtant renoncer à une conception séculaire faisant de la lumière solaire une lumière homogène (et donc parfaite), dont les couleurs ne pouvaient surgir que par une sorte de contamination : c'est cette renonce qu'il semble vouloir signaler en parlant d'une « irrégularité » de la réfraction.

Il supposa en effet qu'avant toute réflexion ou réfraction, la lumière solaire présente des composants distincts, dont chacun est responsable de la propagation d'une couleur déterminée : des composants qu'il se représenta comme des « rayons » différant entre eux par leurs « degrés de réfrangibilité¹³. »

Il en conclut que la loi de Descartes n'est valable que si elle est référée à des rayons de lumière d'une couleur déterminée, c'est-à-dire que les deux milieux **M** et **M'** étant donnés, l'indice de réfraction k varie avec la couleur du rayon considéré.

Supposons qu'un faisceau de lumière solaire se propageant dans l'air rencontre une surface réfractante, comme celle d'un prisme de verre. Les différents rayons composant ce faisceau seraient alors déviés différemment selon leur couleur. Si on suppose qu'avant la réfraction ces rayons sont à peu près parallèles, il s'ensuit que la réfraction sépare les rayons de couleurs différentes, en leur donnant une direction diverse et produisant ainsi le spectre iridescent que Descartes avait déjà observé en des circonstances similaires. La formation des couleurs spectrales ne dépendrait donc pas d'une modification de la lumière, mais de la séparation de ses différents composants.

Cela étant posé, il ne serait pas nécessaire de supposer qu'à toutes les tonalités de couleur que nous percevons correspondent des composants de la lumière solaire. Tout

¹³ Cf. Newton (1671-1672), p. 183.

comme le blanc, couleur de la lumière solaire, naîtrait de la composition de tous les composants de cette lumière en mesure égale, d'autres couleurs pourraient naître d'autres sortes de compositions. Il s'ensuivrait qu'il y a des couleurs primaires — celles qui composent le spectre iridescent qui se produit par réfraction sur un prisme — et des couleurs secondaires, dont le blanc, formées par composition des couleurs primaires. Quant au noir, on ne peut pas le considérer comme une couleur en sens propre, étant dû plutôt à l'absence de lumière.

Il resterait à expliquer les couleurs des corps opaques qui nous entourent. Loin d'être les effets de quelques réfractions, elles dériveraient, selon la théorie de Newton, de la réflexion subie par la lumière lorsqu'elle rencontre la surface de ces corps. Cette réflexion produirait en effet une autre sorte de séparation des composants de la lumière. Les corps opaques, dit Newton « sont différemment qualifiés pour réfléchir une seule sorte de lumière en plus grande quantité qu'un autre¹⁴ », c'est-à-dire que leur surface serait telle qu'elle absorbe certains rayons et en réfléchit d'autres : leur couleur ne serait que celle qui est donnée par la composition des couleurs des rayons réfléchis.

Une surface blanche serait ainsi une surface qui réfléchit en égale mesure tous les composants de la lumière solaire, tandis qu'une surface noire les absorberait tous. Une surface rouge, serait en revanche une surface qui réfléchit les rayons rouges et absorbe tous les autres, et ce serait de même pour toutes les autres couleurs.

Voilà, en résumé, l'explication des phénomènes de la couleur que Newton expose dans sa lettre à Oldenburg du février 1672. Nous allons maintenant voir comment il y parvient et comment il la justifie.

III.3. *Les premières expériences de Newton concernant les couleurs*

Les principaux témoignages des recherches de Newton à propos de la théorie des couleurs avant la lettre à Oldenburg et la rédaction des *Lectiones opticae*, proviennent de deux sources manuscrites portant le même titre, *Of Colours (Des couleurs)* : une entrée des *Questiones quaedam Philosop[hi]cae*, divisée en deux parties, rédigée probablement entre 1664 et 1665 ; et un court traité écrit probablement entre 1666 et 1668¹⁵.

S'il est clair de ces sources que Newton se mesura depuis le début de ses études avec les thèses des Descartes, il est clair aussi que son attitude était plus proche de celle de R. Boyle.

Tout en acceptant l'hypothèse courante, d'après laquelle les couleurs surgissent par effet d'une modification de la lumière, Boyle avait évité d'accompagner cette hypothèse d'un modèle explicatif décrivant de manière conjecturale, cette modification comme un effet mécanique particulier. Dans ses *Experiments and Considerations Touching Colours*, (*Expériences et considérations à propos des couleurs*) parues en 1664, il avait présenté son hypothèse « en sens général » sans se préoccuper de la détailler, et en se consacrant plutôt à rapporter le plus grand nombre d'expériences visant à mettre en évidence les conséquences observables d'une telle

¹⁴ Newton (1671-1672), p. 186.

¹⁵ Cf Newton (CPQ), respectivement pp. 388-389 et 430-443, pour l'entrée des *Quaestiones*, et appendice, pp. 466-489, pour le traité. Pour une reconstruction du parcours qui conduit Newton à la théorie énoncée dans la lettre à Oldenburg et dans les *Lectiones opticae*, cf. Blay (1983), pp. 86-112, Newton (OP,I), pp. 10-15, et Mamiani (1986), qui se réfère aussi à deux autres sources : une note sur la réfraction contenue dans un cahier consacré surtout à des recherches mathématiques [MS Add. 4000, *Cambridge Univ. Library*, ff. 26^r-33^v]; et des notes des lectures de la *Micrographia* de Hooke [cf. Newton (USPHH), pp. 397-413].

modification. Ce furent ces expériences qui constituèrent le premier objet des réflexions de Newton.

Ces réflexions visaient de le début à rendre compte des telles conséquence à travers de la supposition d'une variation dans la valeur d'une grandeur mesurable, au moins en ligne de principe.

D'abord Newton chercha du côté de la quantité de mouvement que les rayons lumineux acquièrent lors de leur rencontre avec une certaine surface, ce qu'employant un vocabulaire encore incertain, il qualifiait plutôt de force¹⁶. Il observa pourtant assez tôt qu' « aucune couleur ne surgira du mélange du pur noir et du blanc », du moins si ce mélange consiste en une superposition de ces couleurs, comme cela se produit lorsqu'on trace un signe avec de l'encre noire sur une feuille blanche. Il en conclut que les couleurs « ne peuvent pas surgir d'une plus petite ou plus grande réflexion de la lumière ou des ombres mélangées avec la lumière¹⁷. » L'éventuelle variation de la quantité de mouvement lors de la formation des couleurs, ne pouvait donc pas correspondre à une variation de la quantité de lumière.

Il est difficile de rendre compatible cette conclusion avec l'hypothèse d'après laquelle les couleurs surgissent d'une modification de la lumière, tenue pour homogène, surtout si cette modification est conçue comme dérivant de la réflexion et comme produisant la sensation des diverses couleurs des corps qui nous entourent (plutôt que l'image du spectre iridescent après réfraction, comme dans le modèle de Descartes).

Newton commença donc à soupçonner que les couleurs dépendent de certaines propriétés que la lumière possède avant sa réflexion ou réfraction.

C'est à ce point qu'une prisme fit son apparition dans les notes de Newton. Il ne lui servit pas pourtant à produire les couleurs en faisant subir une réfraction à la lumière provenant directement du soleil, mais à étudier la réfraction subie par les rayons provenant d'une réflexion préalable. Newton considéra¹⁸ une surface plane, divisée en deux parties qui, regardées directement, paraissent avoir deux couleurs différentes, l'une plus lumineuse, l'autre plus sombre, et regarda cette surface à travers un prisme, en observant la couleur apparente d'une bande immédiatement au-dessus de la ligne de séparation.

Il interpréta ses résultats comme suit : les rayons qui proviennent de la zone plus claire sont plus mélangés, certains sont plus rapides et d'autres plus lents ; la réfraction sépare les rayons les plus lents des plus rapides en les déviant de manière différente, de sorte qu'on a l'impression qu'ils proviennent de zones différentes de la surface réfléchissante.

L'hypothèse de la plus grande ou plus petite vitesse des rayons qui sont différemment déviés lors d'une réfraction sera ensuite abandonnée et elle est ici d'ailleurs parfaitement gratuite, car Newton n'avait aucun moyen pour mesurer la vitesses de différents rayons et ne pouvait que constater les couleurs produits par la réfraction. Ce qui est important est néanmoins qu'en se fondant sur cette expérience, il ait pour la première fois avancé l'hypothèse qu'une réfraction produise une séparation de composants distincts déjà présents dans la lumière incidente, et que ce soit cette séparation qui donne lieu à son tour à la sensation de couleur.

¹⁶ Cf. Newton (CPQ), p. 388. Comme on le verra dans le chapitre V, en mécanique la quantité de mouvement n'est que le produit de la vitesse pour la masse du corps mû, tandis que la force est la cause de l'accélération subie par ce corps.

¹⁷ Cf. Newton (CPQ), p. 388.

¹⁸ Cf. Newton (CPQ), pp. 430-434.

Pour tester cette hypothèse, Newton regarda¹⁹ à travers un prisme un fil moitié bleu moitié rouge sur fond de surface sombre, et observa que ce fil paraît alors être brisé, une moitié semblant être plus haute que l'autre, sans pour autant changer de couleur. Il prit ceci comme un symptôme d'une différence dans l'indice de réfraction des rayons de couleur différente, et comme un témoignage du fait que la réfraction de ces rayons ne comporte aucun changement de couleur. A ce stade, Newton continuait néanmoins à associer cette différence de réfraction à la vitesse différente des rayons composant la lumière incidente. Cette supposition lui semblait nécessaire pour rendre compatibles sa nouvelle explication des phénomènes observés avec la théorie modificationniste : les couleurs surgiraient à cause d'une modification de la lumière incidente se produisant de manière différenciée selon la vitesse des rayons composant cette lumière.

Ce ne fut qu'avec le traité *Of Colours* que Newton abandonna la supposition inutile d'une différence de vitesse parmi les rayons composant la lumière incidente. Lors d'une nouvelle expérience²⁰, il peignit deux parties d'une feuille de papier en bleu et rouge, et observa que lorsque cette feuille est frappée par des rayons bleus, les deux parties apparaissent bleues, tandis qu'elles apparaissent rouges lorsque la feuille est frappée par des rayons rouges. Il remarqua aussi que, dans le premier cas, la partie qui était originellement rouge apparaît d'un bleu plus faible que l'autre, tandis que dans le deuxième cas, c'est la partie qui était originellement bleue qui apparaît d'un rouge plus faible que l'autre.

Il en tira que la couleur des rayons incidents n'est pas modifiée par réflexion : une surface bleue ou rouge ne ferait respectivement que réfléchir les rayons bleus et rouges en absorbant les autres ; lorsqu'elle est frappée par des rayons ayant sa couleur, elle les réfléchirait tels quels ; lorsqu'elle est frappée par des rayons d'une autre couleur, elle les absorberait ; lorsque la couleur de cette surface ne peut pas être rendue parfaitement pure (comme dans le cas dans l'expérience de Newton), celle-ci refléterait quand même des rayons d'une couleur différente, mais de manière d'autant plus faible que sa couleur est plus pure.

Pour préciser sa nouvelle théorie, Newton ne pouvait pas se limiter à étudier les effets de la réflexion des rayons des différentes couleurs ; il devait aussi étudier les effets de leur réfraction. Pour ce faire, il lui fallait monter une expérience dans laquelle intervinssent au moins deux prismes, l'un réfractant la lumière déjà réfractée par l'autre. C'est le schéma général d'une expérience que Newton décrira plus tard dans sa lettre à Oldenburg, en la présentant comme « cruciale ».

III.4. *La lettre à Oldenburg du février 1672*

Dans cette lettre²¹ Newton prétend être parvenu d'emblée à la version définitive de sa théorie, en observant — presque par hasard — l'image projetée sur un écran par un faisceau de lumière réfractée par un prisme²². Newton raconte en effet qu'au début de

¹⁹ Cf. Newton (CPQ), p. 434.

²⁰ Cf. Newton (CPQ), p. 469.

²¹ Une édition de cette lettre, accompagnée de commentaires éclairants, est donnée par Sepper (1994), deuxième partie, pp. 19-59.

²² Il s'agit d'un récit imaginaire, construit *a posteriori*, comme le prouve l'examen des sources auquel on vient de se livrer : il ne témoigne pas du parcours de la découverte, mais vise à fournir une justification des conclusions atteintes conçue de telle manière qu'elle soit la plus apte à convaincre les lecteurs. Comme mon but n'est pas ici celui de reconstruire dans les détails la genèse de la théorie de Newton, rien ne m'empêche de m'appuyer sur ce récit qui, présenté à la suite des indications précédentes, ne risque pas de produire une image fautive de cette théorie et de ses origines.

1666 il voulut « faire l'épreuve [...] du célèbre phénomène des couleurs²³ » et qu'il fut bientôt surpris par la forme de l'image projetée sur le mur de sa chambre par la lumière filtrant d'un petit trou circulaire dans les volets fermés et réfractée par un prisme.

L'expérience avec un seul prisme réfrangeant un faisceau de lumière dans une chambre obscure était classique mais, en s'appuyant sur les conclusions atteintes lors de ses expériences précédentes, Newton put la concevoir et l'interpréter de manière toute nouvelle²⁴. Au lieu de concevoir la dimension réduite du faisceau de lumière réfractée comme un moyen pour mélanger ombre et lumière — comme dans toutes les versions précédentes de l'expérience — il la conçut comme une manière d'empêcher que les rayons séparés par le prisme ne se recomposent au-delà de ceci par superposition de plusieurs spectres. Il choisit de surcroît (fig. 4) l'angle d'inclinaison du faisceau de lumière filtrant par le trou dans le volet et l'inclinaison du prisme de telle sorte que l'angle de réfraction $Q\hat{O}B$ formé par le faisceau sortant du prisme avec la normale à la surface de ce dernier soit égal à l'angle d'incidence $A\hat{I}P$, et que le faisceau arrive perpendiculairement à l'écran où l'image est projetée.

D'après l'optique géométrique connue et la loi de la réfraction de Descartes, la forme de l'image projetée sur cet écran aurait dû, dans ces conditions, être à peu près la même que celle du trou pratiqué dans le volet (comme le montre le figure 4), car les rayons du faisceau incident parallèles à la direction de ce même faisceau auraient dû rester parallèles entre eux et les autres ne changer que fort légèrement leur inclinaison relative²⁵.

L'expérience faite, Newton raconte avoir constaté que la forme de l'image projetée différait sensiblement de celle du trou pratiqué dans les volets : elle était oblongue, à peu près cinq fois plus haute que large.

D'après son même récit, Newton aurait alors modifié de différentes manières les conditions de l'expérience en obtenant toujours le même résultat. Cela l'aurait porté à conclure que cette forme ne tient pas à des effets contingents, mais dépend d'une propriété de la lumière. Observant aussi que la différence entre la longueur de l'image projetée et le diamètre du trou dans les volets augmente proportionnellement à la distance entre la fenêtre et l'écran, il aurait aussi écarté la possibilité que cette forme fût due au fait qu'après réfraction les rayons de lumière se propagent en suivant une ligne courbe.

Il ne restait qu'à supposer que la forme oblongue de l'image projetée était due au fait que les rayons composant le faisceau réfracté présentent des angles de réfractions différents de ceux prescrits par la loi de Descartes.

L'expérience que dans sa lettre Newton qualifie de cruciale — et qui correspond à celle décrite dans le traité *Of Colours* — a justement pour but de confirmer cette supposition. Par rapport à l'expérience précédente, il ne s'agissait²⁶ (fig. 5) d'interposer entre le prisme et l'écran deux planches percées chacune d'un petit trou et

²³ Cf. Newton (1671-1672), p. 181.

²⁴ Newton expose cette expérience aussi dans les *Lectiones opticae*, sect I, arts. 3 et 11-25.

²⁵ Newton formule plus précisément cette propriété des rayons obéissant à la loi de Descartes et la démontre au début de ses *Lectiones opticae*, sect. I, arts. 4-9. Pour l'illustrer, on a considéré ici la direction d'un rayon passant par le centre du trou comme étant la direction du faisceau. Il est pourtant clair que ce dernier ne peut pas être réduit à un cylindre, ses rayons extrêmes MN et HK (fig. 4) étant divergents à cause de l'inclinaison relative des rayons solaires due au diamètre apparent du soleil.

²⁶ Cf. Blay (1983), pp. 116-117. À propos de la réplique de cette expérience que Newton fit réaliser en 1714 par J. T. Désaguliers et des précisions que cette réplique apporte au récit de 1772, cf. Verlet (1993), pp. 185-191.

de disposer, à la suite de la seconde de ces planches, un autre prisme réfractant à nouveau la lumière avant qu'elle arrive sur l'écran. La première planche ne laisse passer par son trou qu'une partie des rayons sortant de la réfraction due au premier prisme, ceux qui appartiennent à une certaine portion du spectre formé par cette réfraction. La seconde arrête à son tour une bonne partie de ces rayons, de sorte que ceux qui passent par son trou parviennent à atteindre le deuxième prisme sous des angles d'incidence à peu près égaux.

Le but de Newton était de comparer la déviation, due à la réfraction produite par le premier prisme, des rayons passant au-delà des deux planches à la déviation de ces mêmes rayons due à la réfraction produite par le second prisme. Pour cela, il raconte avoir fait tourner le premier prisme autour de son axe — de sorte que la première planche lassât passer à chaque fois des portions différentes du spectre — et avoir observé la variation de la position de l'image qui est ainsi projetée sur l'écran. Il dit alors avoir remarqué que les rayons qui, lors de la première réfraction, subissent la déviation la plus grande — et forment donc une extrémité du spectre — sont aussi ceux qui subissent la déviation la plus grande lors de la seconde réfraction. C'est seulement à ce point qu'il énonce sa conclusion : « la véritable cause » de la forme oblongue de l'image projetée sur l'écran lors de la première expérience est que « la lumière se compose de rayons différemment réfrangibles », c'est-à-dire que « la lumière n'est pas uniforme, ou homogène, mais se compose de rayons différents, certains étant plus réfrangibles que d'autres [...] et cela, non pas du fait de quelque qualité du verre ou d'une autre cause extérieure, mais de par une prédisposition que possède chaque rayon particulier de subir un certain degré de réfraction²⁷. »

Il est à noter que Newton parvient à cette conclusion sans guère s'appuyer sur des considérations portant sur les diverses couleurs du spectre. Ce n'est qu'ensuite qu'il constate que les rayons également réfrangibles propagent la même couleur, en transformant ainsi, après justification, sa conclusion précédente, attestant la non homogénéité de la lumière solaire, en une explication de la nature des couleurs.

« Les couleurs — il écrit²⁸ — ne sont pas des qualifications de la lumière dérivées de réfractions ou de réflexions [...], mais des propriétés originelles et innées différentes suivant les rayons. [...] À un même degré de réfrangibilité correspond toujours une même couleur, et à la même couleur correspond toujours le même degré de réfrangibilité. [...] [C'est-à-dire que] l'espèce de la couleur, et le degré spécifique de réfrangibilité de n'importe quel type de rayon ne peuvent être changés ni par réfraction, ni par réflexion [...]. Il y a donc deux sortes de couleurs : les couleurs simples et primitives d'une part, leurs mélanges d'autre part. [...] la composition la plus surprenante et la plus extraordinaire est celle du blanc. [...] Il est toujours composé, et pour sa composition entrent toutes les couleurs primaires susdites mélangées selon des proportions convenables. [...] De là, par conséquent, il s'ensuit que le blanc est la couleur normale de la lumière. »

²⁷ Cf. Newton (1672-1673), p. 182.

²⁸ Cf. Newton (1672-1673), pp. 183-185.

III.5. *En quel sens la théorie de Newton est-elle une explication du phénomène de la couleur ? Quelques considérations finales à propos de cette théorie*

Cette séparation entre l'étude préalable des différentes déviations que les rayons composant un faisceau lumineux subissent lors d'une réfraction, et l'identification successive des couleurs primaires avec les propriétés caractéristiques de ces rayons qui font que chacun d'eux subit une certaine déviation plutôt qu'une autre, est exactement ce qui permit à Newton de mathématiser la théorie des couleurs.

L'étude des trajectoires des rayons lumineux avait été, on l'a vu ci-dessus, l'objet de l'optique géométrique classique. En proposant de modifier la loi de Descartes comme l'on vient de voir, Newton faisait plus que corriger localement cette théorie pour l'aspect qui tient à la réfraction. Il abandonnait un de ses présupposés fondamentaux : ce qui affirmait qu'entre les différents rayons lumineux ne subsiste aucune différence spécifique. Par ce geste, il mettait en demeure la possibilité de représenter ces rayons par des pures droites géométriques, en rendant nécessaire d'associer à ces droites une grandeur caractéristique sous forme « degré de réfrangibilité », qu'il enseignait d'ailleurs à mesurer en se servant du dispositif expérimental relevant de son expérience cruciale.

Cette transformation profonde de l'optique géométrique entraînait un élargissement décisif de son champ d'application, en la transformant bel et bien en une théorie mathématiques des couleurs.

Dans sa lettre à Oldenbourg, Newton ne faisait qu'indiquer la possibilité de cet élargissement qui sera, en revanche, l'objet principal des *Lectiones opticae*. Il n'est pas nécessaire de suivre ici Newton dans l'exposition de sa géométrie des couleurs²⁹, qui parvient par exemple à fournir une explication mathématique de la formation de l'arc-en-ciel³⁰. Il suffit de remarquer que tout en introduisant dans ses arguments des considérations portant sur des grandeurs infiniment petites ou des passages à la limite, cette géométrie ne fait aucun usage de la théorie des fluxions que Newton venait d'établir, restant pour l'essentiel assez proche de la manière de procéder de l'optique géométrique classique³¹.

Plus important pour notre propos, est d'observer ceci : cet élargissement du champ d'application de l'optique géométrique se fit en excluant le phénomène de la couleur du nombre des phénomènes naturels dont une explication scientifique n'est possible qu'à la condition de disposer d'une représentation convenable de la nature de la lumière et du mécanisme physique de sa propagation.

Ainsi, la nouvelle théorie de Newton ne s'oppose pas directement aux hypothèses de Descartes ou de Hooke, ne se préoccupe pas de dévoiler la nature de la lumière, ni même de justifier la différence de comportement des différents rayons lumineux lors d'une réfraction. Elle ne fait que supposer cette différence et l'associer à une autre différence, celle des couleurs. C'est la nature même de ce qui vaut comme une explication scientifique qui change dans le passage des hypothèses de Descartes et Hooke à la théorie de Newton. D'un côté l'explication est donnée par un modèle mécanique représentant la nature de la lumière ; de l'autre elle est donnée par la supposition d'une différence de comportement, quant à leur trajectoire, de rayons lumineux, dont la nature intrinsèque reste parfaitement indéterminée.

²⁹ Cf. Blay (1983), III^e partie, pp. 125-174.

³⁰ Une exposition fort accessible des principaux éléments de cette théorie se trouve dans Blay (2001), pp. 30-39.

³¹ Cela n'est d'ailleurs pas surprenant, pourvu que la théorie des couleurs de Newton ne fait aucune usage de considérations relatives à la variation continue d'une grandeur .

C'est une différence analogue à celle qui avait longuement distingué l'optique géométrique classique des diverses théories de la lumière. L'élargissement du champ d'application de l'optique géométrique rendu possible par la transformation opérée par Newton rend néanmoins manifeste qu'il n'est pas nécessaire de dévoiler la nature de la lumière pour fournir une explication de certains phénomènes physiques qui la concernent. Reste pourtant que cette explication n'est pas du même type que celle recherchée par les théories de Descartes et de Hooke, ainsi que par toutes celles qui les avaient précédés depuis Aristote. Pour le dire rapidement, elle est une explication formelle, plutôt que matérielle ou même causale, au sens aujourd'hui courante d'une cause efficiente. On retournera largement par la suite sur cette différence fondamentale, car elle réapparaîtra lorsqu'il sera question de la cosmologie de Newton et de ses relations avec d'autres théories cosmologiques. Pour l'instant limitons-nous à en prendre note pour ce qui est de la théorie des couleurs de ce dernier.

Pour décrire cette théorie, on a ci-dessus employé termes « supposer » et « supposition ». Ces termes ne sont pourtant qu'un réflexe d'une attitude épistémologique moderne d'après laquelle aucune théorie scientifique peut se valoir d'une preuve expérimentale définitive et certaine. Newton n'aurait pas partagée, cette attitude. Il prétendait avoir prouvé, grâce à des expériences bien organisées, la différence de comportement des différents rayons lumineux lors d'une réfraction, et avoir ainsi fourni une véritable démonstration pour ses conclusions. C'est la raison pour laquelle, en se référant à celles-ci, il n'utilise jamais le terme « hypothèse », qu'il réserve aux conceptions de ses prédécesseurs qu'il considère comme de simples conjectures, non seulement injustifiées, mais même inutiles en vue d'un traitement scientifique des phénomènes de la couleur³².

Sans vouloir diminuer l'apport de la théorie de Newton, il faut observer que cette prétention de Newton n'est guère justifiée, car rien dans ses expériences et ses arguments ne prouve définitivement la thèse de l'hétérogénéité de la lumière solaire, de l'assimilation de celle-ci à un mélange de rayons dotés de propriétés caractéristiques distinctes, de l'identification des couleurs avec ces propriétés³³.

La lettre à Oldenburg constitue tout au plus un argument rhétorique en faveur de ces conclusions, un argument certes bien construit, se réclamant de manière fort astucieuse de la méthodologie scientifique prescrite quelques décennies auparavant par F. Bacon, mais tout de même un argument non concluant, voir vicieux³⁴.

L'objection essentielle qu'il est possible d'opposer à Newton est la suivante : tout en supposant montré par l'expérience qu'un faisceau de lumière solaire tend à s'élargir après une réfraction et à présenter des portions distinctes dont chacune est responsable de la présence d'une zone différemment colorée dans l'image projetée, de cela il ne s'ensuit guère que les couleurs sont des propriétés intrinsèques de quelque chose comme des rayons lumineux, rayons déjà présents avec leur individualité caractéristique dans tout faisceau de lumière solaire.

³² À propos de l'usage du terme « hypothèse » par de Newton, cf. Koyré (1968), III, pp. 51-84.

³³ Dans la note (3), ci-dessus, on a fait rapidement le point sur ce qu'on retient aujourd'hui de la théorie de Newton et sur ce qu'on a en revanche abandonné, en insistant en particulier sur le dépassement d'une conception de la lumière comme un faisceau de rayons dotés de propriétés spécifiques.

³⁴ Le caractère non concluant de l'argument de la lettre à Oldenburg, ainsi que ses dettes vis à vis de la méthodologie baconienne ont été soulignés entre autres en Sabra (1967), ch. 9-11, pp. 231-297 et Blay (1983), II^e partie, pp. 61-123.

En d'autres termes : de ce qu'un faisceau de lumière solaire peut être analysé, grâce à une réfraction, en différentes portions projetant des images de couleurs différentes, il ne suit pas que la lumière solaire contient déjà, mélangés, des rayons de nature différente qui vont ensuite composer ces portions. En particulier, il n'en va pas ainsi selon la théorie des couleurs acceptée aujourd'hui, qui ne conçoit pas la lumière blanche comme un mélange de rayons de couleurs différentes³⁵.

Il est d'autant plus important de le noter que l'identification des couleurs avec la propriété caractéristique de diverses sortes de rayons composant la lumière solaire plaide en faveur d'une conception substantialiste de la lumière. C'est Newton lui-même qui suggère une telle conception dans la lettre à Oldenburg publiée sur les *Philosophical Transactions* :

« *Puisque les couleurs sont les qualités de la lumière ayant ses rayons comme leur sujet entier et immédiat, comment pourrions-nous penser que ces rayons fussent aussi des qualités à moins d'admettre qu'une qualité puisse être le sujet d'une autre qualité et soutenir celle-ci ? Ce qui en fait conduit à l'appeler substance.* »³⁶

Et, quelques mois plus tard, dans une autre nouvelle lettre au même Oldenburg :

« *Il est vrai que pour ma théorie j'avance la corporité de la lumière, mais je le fais sans aucune positivité [...], au plus comme une conséquence très plausible de la doctrine et non pas comme une supposition fondamentale, ni comme une partie de celle-ci [...].* »³⁷

Une telle conception s'oppose implicitement aux identifications de la lumière avec une propension au mouvement ou avec une vibration, proposées respectivement par Descartes et Hooke : tout en ne prenant pas part à la controverse sur la nature de la lumière, Newton semble ainsi poser — sans disposer pour cela d'une justification sans faille — une condition que les principales hypothèses avancées pour rendre compte de cette nature ne respectaient pas.

C'est la raison principale de la controverse suscitée par la lettre de Newton³⁸.

III.6. *La controverse*

Le premier protagoniste de cette controverse fut R. Hooke, un des membres de la *Royal Society* qui participèrent à la séance au cours de laquelle avait été lue la lettre de Newton. Neuf jours plus tard, le 15 février 1671-72³⁹, il prit la parole face à la même assemblée pour exposer ses *Considerations upon Newton's Theory* (*Considérations sur la théorie de Newton*)⁴⁰.

³⁵ Cf. encore la note (3), ci-dessus.

³⁶ Cf. Newton (1671-1672), p. 187.

³⁷ Cf. Newton (C), p. 173 (lettre à Oldenburg du 11 juin 1672). Dire que la lumière est une substance n'est cependant pas la même chose que de dire qu'elle est un corps ou un système de corps, comme l'affirme l'hypothèse corpusculaire [cf. Koyré (1968) pp. 66-67]. Newton n'avancera cette hypothèse que dans la question 29 rattachée à l'édition latine de *l'Optique*, parue en 1706 [cf. Hall (1992), pp. 105-106]. On y revient dans le chapitre VI.

³⁸ Sur cette controverse, cf. Sabra (1967), ch. 10, pp. 251-272.

³⁹ Cf. la note (1), ci-dessus.

⁴⁰ Pour une édition moderne de ces *Considerations* — publiées pour la première fois en 1757 par T. Birch, dans son *History of the Royal Society of London* —, cf. Newton (C), vol. I, pp. 110-114. Pour une présentation rapide et précise de leur contenu, cf. Blay (1983), pp. 82-84.

Tout en reconnaissant la valeur des expériences de Newton, Hooke nie que celles-ci puissent suffire à justifier ses conclusions à propos de la nature des couleurs, qui ne tiennent de ce fait qu'à une hypothèse parmi d'autres. Il observe en particulier que résultats expérimentales de Newton sont compatibles autant avec le modèle qu'il avait lui-même exposé dans la *Micrographia* qu'avec un autre modèle qu'il expose pour l'occasion. D'après ce dernier, étonnamment proche des conceptions ondulatoires modernes, un rayon de lumière est assimilé à une corde mise en vibration à une de ses extrémités et transmettant la vibration jusqu'à l'œil, de telle manière que les vibrations uniformes correspondantes à une lumière blanche peuvent être conçues comme composés par les vibrations correspondantes aux autres couleurs, ainsi « qu'un mouvement rectiligne et uniforme peut être composé d'un millier des mouvements superposés⁴¹. »

La réaction de Hooke ne diffère pas pour l'essentiel des autres qui la suivirent, parmi lesquelles celles du père jésuite I. G. Pardies⁴² et de C. Huygens, le seul parmi les contemporains de Newton qui méritera par la suite l'estime inconditionnée de ce dernier.

Newton répondit à ces objections par plusieurs lettres, adressées directement à ses interlocuteurs ou au secrétaire de la *Royal Society*, dans lesquelles il déplora ne pas avoir été compris, en insistant sur la différence entre les hypothèses variées qu'il est possible d'évoquer pour se représenter la nature de la lumière, et les fondements expérimentaux de sa théorie mathématique des couleurs — qu'il prétend avoir prouvée au-delà de toute incertitude possible. La controverse continua longuement jusqu'à ce que, le 27 avril 1676, l'expérience « cruciale » décrite dans la lettre de février 1672 ne fut répliquée devant la *Royal Society*, en produisant les mêmes effets que Newton avait décrit dans sa lettre à Oldenburg. Après cela, Newton renoncera à consacrer une partie de son précieux temps à tâcher de convaincre des adversaires qu'il estimait ne pas être en conditions de le comprendre.

Avant de se retirer de la discussion, il céda pourtant à la tentation de présenter, dans une nouvelle lettre à Oldenburg datée du 7 décembre 1675, ses propres considérations sur la nature de la lumière⁴³.

Celle-ci, dit Newton, ne doit être confondue ni avec le mouvement vibratoire d'un éther subtil, ni avec cet éther lui-même, étant plutôt « quelque chose d'une espèce différente. » Qu'elle soit « un agrégat de propriétés péripatétiques variées », ou « une multitude de corpuscules inimaginables, petits et rapides de dimensions variées, émis par les corps brillants à des grandes distances les uns des autres », ce qui importe est qu'elle « consiste en rayons successifs qui diffèrent les uns des autres par des circonstances contingentes, telles la grandeur, la forme ou la vigueur, ainsi que diffèrent entre eux les grains de sable sur la plage, les ondes de la mer, les têtes des hommes, ou d'autres choses naturelles de la même espèce », et que « la lumière et l'éther agissent mutuellement l'une sur l'autre, l'éther en réfractant la lumière et la lumière en chauffant l'éther, de sorte que l'éther le plus dense agit plus fortement⁴⁴. »

Ces considérations s'inscrivent dans une conception plus générale de l'univers qui s'apparente aux représentations cosmologiques propres à la tradition hermétique. On

⁴¹ Cf. Newton (C), vol. I, p. 114, cité et traduit en Blay (1983), p. 83.

⁴² À propos de la controverse avec Pardies et, plus généralement, avec les représentants de la compagnie de Jésus, cf. Verlet (1993), ch. 3, pp. 127-179.

⁴³ Aussi cette lettre fut par publiée par Birch en 1757 ; pour une édition moderne, cf. Newton (C), vol. I, pp. 352-392.

⁴⁴ Cf. Newton (C), vol. I, pp. 370-371.

ne peut donc comprendre le point de vue que Newton défend dans cette lettre, et les raisons qui l'y amènent, sans ouvrir un autre chapitre dans la reconstruction de ses recherches.

IV

Jeova Sanctus Unus.

À la recherche des secrets de la nature et de l'histoire 1668-1684

En 1669, lorsque il s'installe sur la chaire de professeur *lucasien* de mathématiques et acquiert le droit de revêtir la toge écarlate qui indique aux yeux de tous qu'il a désormais atteint l'un des rangs les plus élevés de la société anglaise, Newton est encore un inconnu pour la plupart des protagonistes de la vie intellectuelle, en Europe et même en Angleterre. Grâce à Collins¹, quelques mathématiciens viennent de lire le *De analysi*, ou plutôt d'être informés de son existence et, dans les grandes lignes, de son contenu. Mais personne, même pas Barrow et Collins, ne sait que Newton est déjà en possession d'une théorie mathématique bien plus générale que celle exposée dans ce court traité, et qu'il est désormais parvenu à l'essentiel de sa théorie des couleurs. *A fortiori*, personne ne sait que dès 1665, il a entamé des recherches de mécanique qui l'ont amené à des résultats assez significatifs dont il se souviendra plus tard, lorsqu'il composera les *Principia*². Ce qui lui avait valu une chaire de professeur à Cambridge n'était qu'un petit fragment de sa science : la plus grande partie en restait cachée au fond de ses tiroirs.

Si, dans les années qui suivent, il se montre peu pressé de rendre publics ses résultats, consentant tout juste à la publication de la lettre à Oldenburg qui expose sa théorie des couleurs ; si, au cours des controverses et des correspondances scientifiques qui suivent la

¹ John Collins (1624-1683), comptable et mathématicien, élu à la *Royal Society* en 1667, éditeur des œuvres d'I. Barrow, auteur notamment de *Doctrine of Decimal Arithmetick* (1664).

² On revient sur les principaux de ces résultats au début du chapitre V.

publication de cette lettre, il manifeste à plusieurs reprises sa volonté d'y mettre rapidement un terme, regrettant presque avoir laissé divulguer ses résultats, ce n'est pas seulement à cause de son (mauvais) caractère ; ou de ses obligations de sa charge de professeur : pour lui, pour la plupart de ses collègues, il ne s'agit que d'une sinécure. En fait, de nouveaux sujets d'étude commencent à le passionner, l'éloignent de plus en plus des mathématiques³ et de la philosophie *naturelle*, et le poussent à des recherches soutenues qu'il cultivera dans l'isolement de son appartement et de son laboratoire de Cambridge pendant une quinzaine d'années : la théologie et l'alchimie.

Il s'agit à nos yeux modernes de deux domaines inconciliables avec toute forme de science. On peut pourtant supposer que l'investissement sans retenue dans ces domaines devait apparaître à Newton, qui a prouvé qu'il savait maintenir des distinctions comme tout-à-fait cohérent avec ses préoccupations précédentes : comme participant d'un même effort de compréhension du monde.

Je vais chercher dans le présent chapitre à restituer cette cohérence en rendant compte en même temps de l'œuvre de Newton dans ces domaines.

4.1. La distinction entre causes *formelles* et causes *efficientes* et la critique du mécanisme : le *De Gravitatione et æquipondio fluidorum* (*De la gravitation et de l'équilibre des fluides*)

Newton a commencé de développer ses théories scientifiques en même temps qu'il étudiait les œuvres de Descartes, de Gassendi⁴, et d'autres philosophes mécanistes, mais les conclusions auxquelles il est parvenu ne relèvent pas de l'approche mécaniste (***en quoi consiste-t-elle ? Résumer en langue naturelle son intuition fondamentale et donner quelques exemples de ce qu'elle cherche à démontrer. RZ***). I. B. Cohen soutient que l'aspect le plus novateur de l'œuvre scientifique de Newton — ce qui justifie que l'on puisse parler d'une révolution scientifique⁵ — est le « style newtonien ». Ce « style » tiendrait, pour l'essentiel, à une séparation entre deux moments distincts dans l'explication des phénomènes de la nature : d'abord l'édification d'un cadre mathématique abstrait ; puis l'interprétation de ces phénomènes comme des spécifications particulières de ce cadre. (***commenter ce très intéressant paragraphe. RZ***)

Ce n'est pas la seule séparation qui caractérise les théories scientifiques de Newton. Il y en a une autre, plus fondamentale peut-être, et encore plus éloignée des préceptes de la philosophie mécaniste, entre une description des propriétés formelles des phénomènes (ce qui permet de parvenir, entre autres, à des prévisions), et un repérage des causes qui font que les phénomènes jouissent des ces propriétés. En termes aristotéliens c'est une séparation entre la détermination des causes *formelles* et la détermination des causes *efficientes*⁶.

³ Le peu de textes mathématiques que Newton rédigea entre 1672 et 1684 tenait à des obligations liées à son enseignement, ou à des engagements précédents.

⁴ Pierre Gassendi (1592-1655), philosophe, théologien, savant, nommé à la chaire de mathématiques du Collège de France en 1645 ; opposant à l'aristotélisme et partisan d'un retour à un certain épicurisme compatible avec la doctrine de l'Eglise (pour ce qui concerne la Création, la Providence et l'immortalité de l'âme).

⁵ Cf. Cohen (1980).

⁶ ***Où est-ce que cela se trouve chez Aristote ? A quoi cela sert-il chez lui et dans sa postérité ? L'usage newtonien de cette différence est-il en continuité ou en rupture avec la tradition scolastique ? RZ***

Ainsi, dans la théorie des couleurs, il y a séparation entre l'explication des couleurs prismatiques en tant que résultats d'une décomposition de la lumière blanche, et les hypothèses sur la nature de la lumière ; dans la mécanique céleste, il y a, on le verra plus en détail dans le chapitre V, séparation entre la réduction des phénomènes cosmiques à la mécanique des forces d'attraction et les hypothèses sur les causes de ces forces.

Si on en reste au plan méthodologique, c'est au fond le message principal contenu dans un traité que Newton a laissé inachevé, mais qui est devenu célèbre après sa publication par Rupert et Marie Boas Hall en 1962, le *De gravitatione et æquipondio fluidorum*. Suivant la suggestion de ces derniers⁷, la plupart des biographes de Newton situent la rédaction de ce traité dans la période où Newton est nommé professeur à Cambridge. Plus récemment, B. J. Teeter Dobbs a proposé de l'assigner à une période plus tardive, entre la fin de 1684 et le début de 1685⁸.

Un argument en faveur de cette dernière datation est le début de ce traité, où Newton semble décrire le style d'exposition qu'il adoptera dans les *Principia*, qu'il commence justement à rédiger vers l'été 1684.

« Il convient de traiter la science de la gravitation et de l'équilibre des fluides et des solides par une méthode double. En tant qu'elle concerne les sciences mathématiques, il est convenable de faire le plus possible abstraction de considérations physiques. C'est donc pour cette raison que j'ai établi de démontrer strictement, à la manière des géomètres, chacune de ses propositions, à partir de principes abstraits et suffisamment connus.

Puis, comme on estime que cette doctrine est d'une certaine manière affine à la philosophie naturelle, en tant qu'elle est appliquée à élucider la plupart des ses phénomènes [...], je ne ferai pas difficulté à illustrer les propositions aussi par plusieurs expériences, mais de telle manière que ce genre d'argumentation plus relâchée trouve place dans les scholies pour qu'elle ne soit pas confondue avec le premier traité, sous forme de lemmes, propositions et corollaires. »⁹

Plus qu'une distinction — en soi assez classique, à l'époque — entre deux *niveaux* d'exposition propres à un texte mathématique, ce que Newton propose est une distinction entre deux *aspects* de la science de la nature : la détermination (rigoureuse) de la structure mathématique des phénomènes — leurs causes *formelles* —, et la saisie (hypothétique) de leur nature plus intime — leurs causes *efficientes*.

Dans ce même traité Newton distingue aussi implicitement entre l'espace euclidien (et relatif) de la géométrie et l'espace physique¹⁰ (et absolu), où les phénomènes naturels ont lieu. De plus, il distingue entre la matière et l'extension¹¹ : la matière est une portion d'espace à laquelle Dieu a assuré les propriétés d'interagir avec d'autres portions du même

⁷ Cf. Hall et Hall (1962), p. 90 et Hall (1992), pp. 74-75 et 78.

⁸ Cf. Dobbs (1991), pp. 139-146.

⁹ Cf. Newton (DGB), pp. 16 et 17 - traduction légèrement modifiée.

¹⁰ *espace euclidien ? espace physique ? préciser les différences essentielles en langue naturelle.*

¹¹ *Matière ? Extension ? caractériser brièvement ces 2 termes, dire d'où ils proviennent et à quoi ils renvoient.*

type et de tomber sous nos sensations, des propriétés que l'étendue n'a pas d'elle-même. Cette dernière distinction va de pair avec le rejet de l'hypothèse d'un éther remplissant la totalité de l'espace cosmique. S'il y avait un éther, il ne serait pas seulement fort subtil, mais aussi très rare ; dans ses parties il devrait y avoir de larges portions de vide.

Dobbs a proposé de relier cette conclusion aux résultats d'une série d'expériences sur le mouvement des pendules que Newton aurait accomplies peu avant 1684. Ces expériences¹² auraient convaincu Newton de l'absence d'une résistance opposée par l'éther au mouvement des corps. Or un éther qui ne résiste pas ne peut guère pousser. Newton en aurait donc tiré qu'on ne saurait expliquer le mouvement des corps par une pression exercée sur eux par des particules étheriennes. C'était donc à la racine même du système de causes efficientes propre à la philosophie mécaniste — fondé sur l'hypothèse d'une transmission du mouvement par contact entre des particules minuscules — que Newton s'attaquait. S'il fallait chercher des causes efficientes pour les phénomènes naturels, en particulier pour le mouvement des corps, c'est ailleurs qu'il fallait le faire.

Quelle que soit la date de sa rédaction, le *De gravitatione* ne se limite pourtant pas à marquer le rejet par Newton du programme mécaniste ; il affirme aussi une importante conviction, celle de l'*autonomie* des constructions mathématiques par rapport à la réalité des phénomènes de la nature (**commenter ce point fondamental RZ**), et l'exigence d'une explication différente de celle que toute hypothèse mécaniste aurait pu fournir de ces phénomènes.

Les différentes hypothèses à propos de la datation de ce traité correspondent donc à des jugements opposés quant à l'époque où s'amorce ce tournant décisif. La manière avec laquelle Newton expose sa théorie des couleurs, en 1672, laisse penser qu'à cette époque il a déjà clairement en tête que les recherches et l'exposition des systèmes de causes formelles et efficientes peuvent, et même doivent être séparées. À l'inverse, il est difficile d'imaginer les raisons que Newton aurait pu avoir, à la fin des années '60, de rejeter l'hypothèse d'un éther responsable du mouvement des corps. On peut supposer, en revanche, qu'à cette époque il avait mûri son opposition de principe au programme de la philosophie mécaniste dans son ensemble, se fondant sur la constatation de l'impossibilité pour ce programme d'accepter comme pertinente la séparation entre causes formelles et cause efficientes ; le mécanisme visait, en effet, à expliquer les phénomènes de la nature en déterminant leurs causes efficientes, conçues justement comme des causes mécaniques (**commenter rapidement ce qui précède. RZ**).

Il reste que Newton ne s'opposait guère à la recherche des causes efficientes des phénomènes naturels. Il parviendra plutôt à se convaincre que ces causes ne peuvent être que des manifestations secondes d'une cause encore plus profonde, relevant du pouvoir et de la volonté du Dieu Créateur. Le mécanisme a dû ainsi lui apparaître comme étant doublement aveugle : en réduisant la nature à un système mécanique, il perdait de vue autant sa structure formelle que son essence divine.

4.2. Millénarisme

Au dix-septième siècle, de nombreux lettrés sont, particulièrement dans le monde protestant, convaincus que Dieu est l'auteur de deux livres distincts mais solidaires : le

¹² Cf. Westfall (1982), pp. 407-408. Westfall, en vérité, situe ces expériences à une période antérieure à celle conjecturée par Dobbs.

Livre de la nature et le *Livres des écritures*¹³, livres écrits en des langages différents, qu'il faut apprendre si on veut en entreprendre la lecture. Cette lecture, forme la plus élevée d'adoration du Dieu Créateur, ne peut pas être tentée par tous : elle est l'apanage des savants, c'est leur tâche la plus sublime. La clef pour comprendre cette attitude, celle de Newton, celle de la plupart des intellectuels anglais de la période — Henry More¹⁴ et Isaac Barrow, par exemple — est sa conviction de vivre dans une époque de corruption. Non pas celle, anecdotique, du monde politique anglais de son temps, non pas la corruption morale de la société anglaise : celle de l'humanité dans son ensemble, que les *Écritures* décrivent par le biais de leurs prophéties.

Après la Création, les hommes, descendants d'Adam, ont vécu dans un paradis de vérité, adorant le seul et le vrai Dieu auquel ils devaient leur existence et conscients de la structure de l'univers qu'Il avait préalablement créé : ils étaient à la fois en possession de la vraie religion et de la vraie science, l'une et l'autre révélées par Dieu lui-même. La vraie religion était aussi la plus simple, car elle ne tenait qu'à deux commandements : l'amour pour Dieu, le Créateur, et l'amour pour l'homme, Sa créature. Cette religion se célébrait dans des lieux sacrés, des prytanées circulaires dont le centre était occupé par le feu sacré, à l'image de l'univers organisé autour du soleil. Mais, bien vite, les hommes se laissèrent aller, tournant le dos à la sagesse et à la connaissance. Ils corrompirent la vraie religion et, en même temps, la vraie science, adoptant des métaphysiques douteuses qui finirent par les égarer, et commençant à adorer des faux dieux, à l'image des planètes et des éléments.

C'est alors que Dieu envoya le Déluge. Mais, après le Déluge, la vérité ne régna que peu de temps. Les hommes se mirent à adorer Noé, ses fils et ses petits-fils, confondant leurs images avec celles des planètes et des éléments, et faisant d'eux leurs dieux : commune origine de toutes les religions païennes. Cette dérive ne s'arrêta ni lorsque Dieu apparut à Abraham, ni lorsqu'il dicta à Moïse le Décalogue, ni plus tard lorsqu'il envoya Son Fils sur terre. La venue du Christ avait donné son élan à une religion renouvelée s'organisant autour d'une église dans laquelle vivaient en paix des juifs et des gentils convertis, observant des rites différents dans l'unité de l'amour pour Dieu, pour Son Fils, et pour les hommes : c'est au sein de cette même église que s'est consommée la grande apostasie¹⁵ qui a donné naissance à l'époque présente.

Tout en se réclamant d'un seul Dieu, l'église chrétienne installée à Rome, a imposé une loi qui n'est pas celle de l'amour, révélée par Dieu, rénovée par le Christ. Elle a, au contraire, poussé à une nouvelle forme d'idolâtrie, dissimulée derrière l'adoration des saints et des reliques, et a permis ainsi le triomphe de l'Antéchrist¹⁶. Mais Dieu enverra à nouveau son Messie pour restaurer la vérité, assurer la défaite de l'Antéchrist et offrir à son peuple un millénaire de paix.

À l'approche de la « deuxième venue » (le retour du Christ), Dieu est intervenu à nouveau : pour donner à certains hommes les outils scientifiques permettant de lire ses livres, celui de la *Nature* et celui des *Écritures*. Ce dernier livre contient deux parties, l'une qui raconte l'histoire du peuple de Dieu, à partir de la Création (encore faut-il savoir que le récit de la *Genèse* n'est qu'une approximation, s'adressant à ceux qui ne peuvent pas

¹³ Cf. Manuel (1974), p. 28.

¹⁴ **Henry More ?**

¹⁵ **Apostasie ? Grande Apostasie ?**

¹⁶ **L'Antéchrist ?**

lire le *Livre de la nature*), l'autre (constituée en particulier par le *Livre de Daniel*¹⁷ et par l'*Apocalypse*¹⁸) qui contient la prophétie de la *grande apostasie* et de la *deuxième venue*. Comprendre cette prophétie comme elle le demande (selon Newton), et reconnaître les événements qu'elle anticipe dans l'histoire passée signifie trouver la trace de la providence de Dieu dans l'histoire, et comprendre ainsi qu'elle est, au même titre que la nature, Son œuvre.

4.3. La redécouverte des manuscrits théologiques

Cette version (résumée) de l'« histoire » de l'humanité et de sa future destinée, qu'accepte Newton, et la plupart des savants anglais de son temps, constitue le point de départ de ses réflexions et recherches théologiques. Pour eux, comme pour Newton, cette connaissance reçue, partagée, est à accroître : être théologien, augmenter, détailler, préciser le dessein divin en tout domaine, est le plus sublime des devoirs intellectuels.

Les commentateurs de Newton, eux, ont longtemps, manifesté un embarras certain face à la masse imposante (environ un million de mots) des ses manuscrits théologiques, qui cadraient mal avec l'image du savant en circulation dans les milieux positivistes depuis le début du XXe siècle (*quels sont les traits caractéristiques de cette image ? RZ*), et l'ont pour la plupart ignorée. Le premier qui se soit intéressé à l'ensemble de ces documents est F. E. Manuel¹⁹. Depuis la publication de ses ouvrages, il est devenu courant d'insister sur l'œuvre théologique de Newton pour faire pièce à la reconstruction

¹⁷ Le *Livre de Daniel*, dont l'auteur est inconnu et qui a probablement été écrit pendant la guerre des Maccabées contre le roi Antiochus Epiphane (- 167/-164), appartient au canon de l'Ancien et du Nouveau Testament. Il comprend six récits de la vie de Daniel, juif supposé avoir vécu au VIe siècle avant notre ère, et de ses compagnons à la cour de Babylone, et quatre visions de la fin du monde. Les plus connus de ces récits sont l'interprétation du rêve de Nabuchodonosor, celle des mots écrits sur le mur, et le séjour de Daniel dans la cage aux lions. Le *Livre de Daniel* contient la seule mention avérée de la résurrection des corps, et son évocation du « Fils de l'homme » semble se retrouver dans les Evangiles, que ce livre a certainement influencés.

¹⁸ *Apocalypse de Jean* (du grec *apokalypsikè* : révélation) : livre attribué à Jean de Patmos (qui est ou n'est pas le même que l'évangéliste), probablement rédigé en 95, sous le règne de Domitien, canonisé par l'Eglise au IVe siècle et déclaré *Livre Saint*. L'*Apocalypse de Jean* est divisée en vingt-deux courts chapitres qui racontent la vision (des événements qui vont précéder le retour du Messie) qu'a eue l'auteur, où il est question : du nombre 7 (sept Esprits, sept Eglises, sept chandeliers, sept étoiles, sept trompettes, sept sceaux, sept plaies, sept coupes, sept anges, etc.), du Fils de l'homme, du diable, du prophète (païen) Balaam, de Jézabel, fausse prophétesse et vraie prostituée, de vingt-quatre vieillards, de quatre animaux mystérieux (comme dans la vision d'Ezéchiel), de Dieu assis sur son trône de majesté, des tribus d'Israël, d'un agneau, de l'Evangile, d'un dragon, d'une bête effroyable à sept têtes et dix cornes, de Babylone la grande prostituée, de Gog et Magog, de l'ultime combat, du retour du Christ, du jugement dernier et de la Jérusalem céleste. Cf *Apocalypse*, trad. L-I. Lemaître de Sacy, Mille et une nuits, Paris (1997), avec une post-face de Gérard Rabinovitch.

¹⁹ Cf. Manuel (1963) et surtout (1974) : avant 1969, une grande partie des manuscrits théologiques de Newton était inaccessible ; depuis 1969, on peut les consulter à la bibliothèque universitaire de Jérusalem, où il sont parvenus après avoir été achetés aux enchères à Londres, en 1936, par l'arabiste juif A. S. Yahuda. Lors de cette même vente, un autre ensemble de manuscrits de Newton, dont plusieurs à contenu théologique et alchimique, avait été acheté par J. M. Keynes, le célèbre économiste anglais, qui le céda ensuite à la bibliothèque du *King's College* de Cambridge. C'est de cette collection que proviennent les quelques manuscrits publiés par McLachlan (1950). J.-F. Baillon a récemment publié une traduction française d'extraits d'écrits théologiques de Newton, précédée d'une introduction générale : cf. Newton (ERB).

positiviste de la naissance de la science moderne (*qu'est-ce qui caractérise cette reconstruction ? qu'est-ce qui caractérise la ou les reconstructions contemporaines qui s'opposent à celle-ci ? RZ*).

Avant de nous y arrêter, une remarque liminaire : quoi que nous puissions penser aujourd'hui de leurs convictions, soyons sûrs que la rigueur qui a permis aux savants/théologiens millénaristes — à Newton, au premier chef — d'obtenir les principaux résultats scientifiques de la période ne les a pas soudainement quittés lorsqu'ils ont changé de domaine de recherche.

Plus précisément, le « bon » rapport à Dieu, pour Newton n'est pas passivité, oubli ou construction sans règle ; il n'a pas la forme d'une attente passive de la révélation, d'une extase mystique ou d'une spéculation métaphysique, mais d'un *travail* : travail de déchiffrement, appuyé sur une herméneutique (*préciser le sens de ce terme. RZ*) rationnelle fondée sur le rassemblement le plus large possible de témoignages (confirmés) d'origines diverses.

Sa vie durant, Newton a rejeté toute sorte de spéculation métaphysique autant en philosophie naturelle qu'en théologie²⁰. Il était même convaincu que la métaphysique néo-platonicienne, en particulier la théorie de l'émanation, commune aux néo-platoniciens et aux gnostiques — d'après laquelle de Dieu dérivent des êtres spirituels qui sont sa substance et se transforment par dégénération dans la matière, sans qu'intervienne un acte de création, expression de la puissance et du vouloir divins — était une des raisons fondamentales de la corruption de la religion révélée et de l'église chrétienne des origines²¹.

Il faut encore ajouter ceci : si, d'un côté, il est impossible, comme l'a observé parmi d'autres M. Mamiani, d'appliquer nos critères de démarcation entre science et religion (ou plus généralement entre science et non science) à l'époque de Newton, sans aboutir à une reconstruction fautive des origines de la science moderne²², d'un autre côté, l'embarras des historiens contemporains face aux manuscrits théologiques de Newton a été aussi éprouvé (c'est encore Mamiani qui nous le rappelle²³) par S. Horsely, premier éditeur (entre 1779 et 1785) des *Œuvres* de Newton²⁴, et, à la mort de ce dernier, par la *Royal Society* qui refusa d'acquiescer ces manuscrits. Newton lui-même n'avait pas facilité les choses en concevant mathématiques, philosophie naturelle, théologie et alchimie comme domaines particuliers d'une seule recherche, tout en étant le promoteur principal du divorce toujours plus net entre science et religion qui allait s'imposer rapidement, en même temps que sa réputation grandissait, et constituer un élément fondateur de la science moderne.

²⁰ Manuel a souligné par exemple [cf. Manuel (1968), p. 369] que « la théorie de Newton des symboles bibliques est précisément l'inverse de la tradition philonienne. » En effet, « tandis que les interprétations néo-platonistes saisissaient des idées métaphysiques et philosophiques derrière les plus matérielles des descriptions factuelles [...], Newton s'occupa des symboles fantastiques dans les textes prophétiques et retrouvait des équivalents dans l'histoire politique pour les visions surnaturelles et rêveuses d'Ézéchiel, de Daniel et de l'Apocalypse. » **Philon d'Alexandrie ?**

²¹ Cf. Manuel (1974), pp. 68-69. **Il est important de dire, en peu de mots, ce que sont néo-platonisme, néo-platonicien et gnostique, qui sont leurs champions et d'en dire un peu plus sur l'émanation : d'où elle vient, ce qu'elle signifie et ce qu'elle vise à expliquer. RZ**

²² Cf. Mamiani (1994), p. XVII.

²³ Cf. *ibid.*, p. VII ; cf. aussi Popkin (1988), p. 82.

²⁴ Cf. Newton (HOO).

Pour comprendre comment Newton a pu concevoir l'ensemble de son œuvre comme un tout unitaire et cohérent, il faut remonter en-deçà de ce divorce.

4.4. L'interprétation des prophéties

En tant que *fellow* du *Trinity College*, Newton était tenu par les statuts d'entrer dans les ordres de l'Eglise anglicane au cours des sept ans suivant l'obtention de son *Master of Arts*. Parmi les soixante *fellowships* du *Trinity*, deux seulement ne prévoyaient pas cette obligation pour leurs titulaires, et ce n'était pas le cas de celle de Newton. Ayant obtenu son *Master of Arts* en 1668, ce dernier devait donc entrer dans les ordres en 1675 au plus tard. Il avait déjà prêté serment de fidélité à l'Eglise d'Angleterre à quatre reprises, lorsqu'il était devenu Bachelor of Arts, lors de l'obtention de son *Master of Arts*, de l'acceptation de sa *fellowship* et de sa nomination à sa chaire de professeur, mais sans trop y penser, comme s'il ne s'agissait que d'une formalité. Cette fois c'était différent : l'ordination était plus qu'un simple serment de fidélité. Newton ne voulait pas s'y présenter sans une préparation convenable et c'est probablement pour cette raison qu'il entreprit de « vraies » études théologiques.

Il le fera avec l'énergie et le sérieux qu'il avait mis dans ses études précédentes, consultera plusieurs sources et commencera à rédiger un *commonplace book* (?). Mais ces études, loin de le préparer à l'ordination, le conduiront bientôt à se convaincre qu'il n'aurait jamais pu devenir membre d'une Eglise chrétienne.

Elles n'affaibliront pas sa foi, le rapprocheront même de Dieu en lui démontrant la corruption des doctrines professées par les Eglises qui se réclament (faussement) de Lui ; le convaincront surtout que la doctrine Trinitaire²⁵ (qui avait donné son nom à son *college*) relevait d'une véritable idolâtrie. Ce n'était pas la parole du Christ que Newton mettait en cause, ni sa source ultime en Dieu Créateur ; il ne réduisait pas non plus le Christ à un prophète parmi d'autres, mais il niait l'assimilation du Père et du Fils, en faisant de ce dernier un être créé, intermédiaire entre Dieu et l'homme. Bref, il s'était convaincu que dans la grande dispute du IV^e siècle entre Arius²⁶ et Athanase²⁷ à propos

²⁵ Doctrine centrale du Christianisme : dans l'unité de Dieu, il y a Trois Personnes distinctes, le Père, le Fils et le Saint Esprit. Dans cette Trinité de Personnes, le Fils est engendré par le Père de toute éternité, et le Saint Esprit procède du Père et du Fils de toute éternité. En dépit de leur différence d'origine, les Trois Personnes sont égales et pareillement éternelles. C'est-là, enseigne l'Eglise, la révélation concernant la nature de Dieu que Jésus-Christ, Fils de Dieu, est venu sur terre apporter au monde. D'après l'*Encyclopédie Catholique*.

²⁶ Arius (250-336), diacre ordonné par Pierre, évêque d'Alexandrie, en 306, a été excommunié en 321 (ses livres ont été brûlés) pour avoir contesté la divinité de Jésus et la consubstantialité du Père et du Fils. L'*arianisme* nie que le Fils ne fasse qu'un, en essence, nature, ou substance avec Dieu ; il n'est pas *homoousios* (du grec *homos*, le même, et *ousia*, essence ; lat. *consubstantialis*, d'une seule essence ou substance, mot utilisé par le Concile de Nicée pour exprimer la Divinité du Christ) au Père, il n'est donc pas comme Lui, ou il n'est pas d'égale dignité ; ou co-éternel, ou situé dans la vraie sphère de la Divinité. Le *Logos* que St. Jean exalte est un attribut, la *Raison*, qui appartient à la nature Divine, pas une personne distincte d'une autre ; par conséquent, « Fils » est seulement une figure de discours. D'après l'*Encyclopédie Catholique*.

²⁷ Evêque d'Alexandrie, Confesseur and Docteur de l'Eglise, St Athanase (296-373) est le plus grand champion de la doctrine catholique de l'Incarnation que l'Eglise ait jamais eu ; de son vivant, on lui a décerné le titre de « Père de l'orthodoxie », par lequel on le désigne toujours dans les milieux

de la nature du Christ, qui allait décider de l'avenir du christianisme officiel, la raison était pour l'essentiel du côté du premier, du côté de celui que l'Eglise avait déclaré hérétique et excommunié.

Cet arianisme²⁸ colore fortement le travail exégétique de Newton. Les nombreuses versions d'un traité sur l'interprétation de l'*Apocalypse* qu'il rédige au cours des années soixante-dix et au début des années quatre-vingt, sont marquées par une correction de taille de l'interprétation protestante courante : il n'y identifie pas la « grande apostasie » dont parle Jean de Patmos avec le catholicisme romain mais avec l'adoption de la doctrine trinitaire proclamée au Concile de Constantinople en 381 (le Concile de Nicée, en 325, avait déjà affirmé la consubstantialité du Père et du Fils).

Pour interpréter les prophéties, Newton s'inspire d'une tradition ayant eu pour initiateur Joseph Mede, *fellow* du *Christ's College* de Cambridge entre 1613 et 1638. Dans sa *Clavis apocalyptica* (*Clef apocalyptique*, parue en 1627 et rééditée pour la troisième fois en 1672), Mede avait affirmé que le langage de l'*Apocalypse* n'était pas un langage métaphorique quelconque, mais un langage uniforme et bien établi ; le message de la prophétie pouvait donc se livrer sans équivoque à ceux qui sauraient reconstruire ce langage. Et il avait ajouté que la succession des images du récit ne correspondait pas nécessairement à la chronologie des événements que ces images représentaient.

Newton accepte l'une et l'autre de ces prémisses et se donne pour (vaste) tâche : l'établissement précis du texte de l'*Apocalypse* ; la fixation d'un ensemble de règles générales pour l'interprétation des textes prophétiques fondées sur la restitution d'un langage archaïque, semblable à celui qui s'écrivait avec des hiéroglyphes²⁹, qu'il suppose être commun à tous les prophètes et aux peuples primitifs auxquels ils s'adressaient ; une sorte de déconstruction du récit de l'*Apocalypse* visant à retrouver l'ordre temporel correct dans lequel ses différentes images doivent être rangées ; une reconstruction historique détaillée souvent imaginative (se concentrant en particulier sur le christianisme au IV^e siècle), visant à rendre possible l'assignation d'une signification certaine à celles de ces images qui représentent des événements déjà arrivés. L'ensemble des sources que Newton consultera pour réaliser ce programme est impressionnant et donne la mesure de son engagement dans une entreprise à laquelle il va consacrer de longues années.

La première version de son traité³⁰, qu'il rédige quelques mois après avoir écrit le *De methodis*, s'ouvre avec seize « règles » et soixante-dix « définitions », dont les premières fixent une méthode herméneutique et les deuxièmes établissent un dictionnaire des figures prophétiques. Ces prémisses sont suivies par une « preuve », consistant dans la présentation des évidences qui les justifient. On a enfin des « propositions » qui déterminent la temporalité de la prophétie.

C'est la structure même d'un traité mathématique, et Newton ne doutait pas de parvenir, au terme de son travail, à une interprétation de la prophétie aussi assurée que les

ecclésiastiques. Selon St Athanase : « *Le Père est Dieu, le Fils est Dieu, le Saint Esprit est Dieu ; pourtant, il n'y a pas Trois Dieux mais un seul Dieu* ». D'après l'*Encyclopédie Catholique*.

²⁸ La pleine adhésion de Newton à la doctrine d'Arius a été mise en cause par J.-F. Baillon [cf. Newton (ERB), pp. 39-40] qui a, d'une part, mis l'accent sur les différences entre la christologie du premier et celle du deuxième et, d'autre part, observé que Newton à maintes reprises « accuse Arius, au même titre qu'Athanase, d'avoir introduit dans le christianisme à la fois des termes non scripturaires et de la métaphysique. »

²⁹ Cf. Manuel (1974), p. 94.

³⁰ Cf. Mamiani (1994).

conclusions d'un ouvrage scientifique. Parmi les règles, il y en a certaines qui ressemblent aux *regulæ philosophandi* qui ouvrent le troisième livre des *Principia*, et d'autres aux préceptes méthodologiques énoncés dans l'*Optique*³¹. Remarquant que ces règles et préceptes furent composés bien plus tard, un commentateur a jugé possible que l'herméneutique biblique de Newton ait influencé sa méthodologie scientifique³².

La proposition XV est au cœur de l'interprétation de Newton :

« Les quarante-deux mois de la bête (référence), le règne analogue de la prostituée (référence), la demeure de la femme dans le désert (référence), la ville sainte foulée aux pieds (référence), et la prophétie de deux témoins revêtus de sac (référence), sont entièrement synchrones et s'étendent du début de la trompette des malheurs (référence) jusqu'au meurtre des témoins (référence) »³³. »

La preuve en est que toutes ces figures s'étendent sur une période de 1260 jours³⁴, ou, ce qui revient au même, sur « un temps, des temps et la moitié d'un temps³⁵ » — c'est-à-dire un an, deux ans et la moitié d'un an — ou quarante-deux mois³⁶. C'est la période qui va de la fin de la quatrième trompette (ou du début de la cinquième) jusqu'à la septième, à partir de laquelle le Seigneur « règnera dans les siècles des siècles³⁷ ».

Selon les règles de Mede, un jour prophétique correspond à un an historique. De l'événement représenté par la quatrième trompette — le moment culminant de la *grande apostasie* — au retour du Messie, il faut donc compter 1260 ans. Mais quel est l'événement représenté par la quatrième trompette ?

Chercher à fixer la date de la *deuxième venue*, au lendemain de la Réforme et de la ferveur messianiste qu'elle a réveillée dans plusieurs régions d'Europe aussi bien qu'en Angleterre, où les sectes se multiplient, est un exercice auquel beaucoup se livrent au XVII^e siècle. Les prévisions et calculs sont nombreux et divergent, mais tous ceux qui sont dans l'effervescence s'accordent pour estimer que celle-ci est proche. Le fait même d'avoir dévoilé la prophétie le prouve :

« Heureux celui qui lit et qui écoute les paroles de cette prophétie, et qui garde les choses qui y sont écrites : car le temps est proche »³⁸.

³¹ Cf. Westfall (1982), 134. **Quelles sont ces règles, quels sont ces préceptes ? RZ**

³² Cf. par exemple Mamiani (1994), pp. XXV-XXXV.

³³ Cf. *ibid.*, p. 200. En deux propositions précédentes, Newton avait soutenu par ailleurs que « les sept fioles de la colère [...] sont la même chose que les plaies ou malheurs des sept trompettes » (cf. *ibid.*, p. 112) et que « même les sept tonnerres [...] [dénotent] fort probablement la même chose que les sept trompettes » (cf. *ibid.*, p. 120).

³⁴ Cf. *Apoc.* XII, 6.

³⁵ Cf. *Apoc.*, XII, 14 ; *Dan.*, VII, 25 et XII, 7

³⁶ Cf. *Apoc.*, XI, 2 et XIII, 5.

³⁷ Cf. *Apoc.*, XI, 15.

³⁸ Cf. *Apoc.*, I, 3.

Pour la majorité des millénaristes, la *deuxième venue* est fixée pour l'année 1666³⁹. En effet, faisant partir le premier millénaire messianique de la naissance de Jésus, ils ajoutent à « mille » le « nombre de la bête » :

« *Que celui qui a l'intelligence compte le nombre de la bête. Car son nombre est le nombre d'un homme, et son nombre est six cent soixante-six.* »⁴⁰

Cette année-là, Newton, dans la solitude de Woolsthorpe, avait obtenu certains de ses résultats scientifiques majeurs (***faire un bref rappel RZ***) mais, sauf à considérer que ces résultats avaient le pouvoir d'ouvrir aux hommes la voie des cieux, il n'avait pas de raison de s'opposer à Henry More, qui consacra une grande partie de son travail exégétique à justifier le fait que 1666 n'aura pas été l'année du retour du Christ⁴¹.

Par ailleurs, ayant identifié la *grande apostasie* avec l'adoption de la doctrine Trinitaire, Newton pouvait avoir la tentation d'identifier la quatrième trompette avec le Concile de Constantinople, ce qui ne s'accorde d'ailleurs pas mal avec l'assimilation des « trompettes des malheurs » aux invasions des barbares⁴².

Si on ajoute 1260 ans à 381 (date du Concile), on obtient 1641. Il suffit alors d'une infime correction pour arriver au jour de Noël 1642, jour même de la naissance de Newton... Newton considérera sérieusement cette possibilité et y fera allusion en signant certaines de ces notes d'un anagramme de son nom latinisé⁴³ : de « Isaacus Neuutonus » à « Jeova Sanctus Unus » (***traduction RZ***), avec substitution d'un « J » au « I » (substitution parfaitement licite, puisque le latin ne fait pas de différence entre les deux lettres).

Mais rendre publique cette supposition était délicat, pour dire le moins⁴⁴, et Newton se contentera de noter comme possible son interprétation de la « quatrième trompette »⁴⁵ et de soutenir que, dans l'explication des prophéties, la seule certitude tient aux parties de celles-ci qui concernent les événements du passé... Façon habile de se soustraire à la discussion autour de la date de la deuxième venue⁴⁶ (***mais non sans céder sur quelque chose d'important : il faut commenter plus avant le sens de ce renoncement par rapport à la légitimité du propos d'ensemble tel qu'il se présente au début des recherches « théologiques » de Newton, mais aussi par rapport à sa croyance d'avoir été choisi comme interprète privilégié RZ***).

³⁹ En 1666, par exemple,

⁴⁰ *Apocalypse*, XIII, 19 – je souligne.

⁴¹ Cf. Hutton (1994), p. 40.

⁴² Cf. Manuel (1974), p. 99.

⁴³ Cf. Manuel (1974), p. 19 et Westfall (1980), p. 334.

⁴⁴ Manuel [cf. *ibid.*, pp. 18-24] soutient que Newton était convaincu d'avoir été choisi pour interprète privilégié de Sa parole par Dieu...

⁴⁵ Cf. Kochavi (1994), pp. 114-116, qui renvoie à Yahuda Ms. Var. 1, Newton MS 1, 4, fol. 50, cité en Westfall (1980), p. 370. Ailleurs Newton propose d'identifier la quatrième trompette avec la conversion définitive à la doctrine trinitaire des envahisseurs barbares (pour la plupart des Chrétiens arianistes, convertis par les disciples d'Arius, exilés dans les provinces danubiennes après le Concile de Nicée), ce qui d'après lui eut lieu en 607 : cf. Force et Popkin (1990), p. 82 (« Newton's God of Domination : the Unity of Newton Theological, Scientific, and Political Thought », par J. E. Force), qui renvoie à Yahuda Ms. Var. 1, Newton MS 1, 2, fols. 60-61 et 1, 3, fols. 40-48 ; cf. aussi Westfall (1980), p. 373.

⁴⁶ Cf. Brooke (1988), p. 180 et Force et Popkin (1990), pp. 170-171 (« Newton and Fundamentalism, II », par R. H. Popkin).

En même temps qu'il avançait dans son interprétation de l'*Apocalypse*, Newton songeait à la manière d'éviter le choix entre l'ordination et le renoncement à sa *fellowship* (et vraisemblablement à sa chaire). Il avait désormais perdu tout espoir et se préparait à quitter son poste lorsque, le 27 avril 1675, une dispense royale — probablement obtenue par I. Barrow, entretemps devenu *Master* du *Trinity College*, qui ne voulait pas renoncer aux services de Newton, malgré ses vues hétérodoxes en matière de trinité, ni le voir abandonner la vie universitaire — libéra à perpétuité le titulaire de la chaire lucasienne de l'obligation d'entrer dans les ordres⁴⁷. C'était un compromis que Newton faisait avec sa conscience.

Ce ne sera pas le seul. Il ne rendra jamais public son arianisme, qui s'estompe dans ses notes, jusqu'à disparaître complètement de la dernière version du traité, celle qui sera publiée en 1733 par son neveu Benjamin Smith⁴⁸ sous le titre de *Observations upon the Prophecies of Daniel and the Apocalypse of St John*.

4.5. Le temple de Jérusalem

L'exégèse biblique de Newton s'enrichit en même temps d'une dimension nouvelle, grâce à l'étude de l'histoire et du rituel juifs et la comparaison avec la tradition talmudique⁴⁹ ; il se convainc en particulier⁵⁰ que St. Jean a eu la révélation rapportée dans l'*Apocalypse* à l'intérieur du temple de Jérusalem (avant qu'il ne fut détruit par les Romains en 70)⁵¹, et que toute la scène qu'il décrit s'y est réalisée.

Poser la prophétie concernant l'histoire future et la destinée de la chrétienté à l'arrière plan d'une scène réelle, vécue par le prophète *in situ*, et décrite par lui sous l'inspiration directe de Dieu amènera Newton à une intéressante conclusion : à considérer qu'à chaque figure prophétique ne correspond pas seulement une entité historique, mais aussi un aspect ou un objet du temple. Le récit apocalyptique prend ainsi à ses yeux la forme d'un témoignage sur, et d'un questionnement à propos de, l'agencement du temple, sa forme, ses dimensions et même ses ornements.

La comparaison avec la description donnée dans le *Livre d'Ézéchiel* (XL-XLIII) du temple original de Salomon, détruit par les Babyloniens mais aussitôt reconstruit, donnera

⁴⁷ Cf. Westfall (1980), p. 381.

⁴⁸ Newton continuera à croire qu'Athanase était le responsable d'une machination qui, par le biais de la doctrine Trinitaire et par l'institution du monachisme (?), avait subverti à jamais les bases de l'église chrétienne. En 1690, il fera connaître au philosophe John Locke sa conviction que deux passages du *Nouveau Testament* évoquant la Trinité (*I Jean*, V, 7-8 et *I Tim.* III, 16) sont corrompus ; il envisagera même de publier un essai exposant cette thèse, sous la forme de deux lettres qu'il rédigea et envoya à Locke, pour qu'elles soient publiées anonymement dans la *Bibliothèque universelle* de J. Le Clerc, mais renoncera au dernier moment. Ces lettres ont été publiées pour la première fois en 1754, sous la forme de lettres à M. Le Clerc, puis insérées dans l'édition de Horsley des *Œuvres* de Newton sous le titre *An Historical Account of Two Notable Corruptions of Scriptures*. Dans une autre lettre à Locke, probablement de la même période [cf. Newton (C), vol. III, pp. 129-142], Newton considérera vingt-cinq autres corruptions possibles. Sur la question cf. : Westfall (1980), pp. 359-360 ; Force et Popkin (1990), p. 110 (« Newton as a Bible Scholar », par R. H. Popkin) ; et Iliffe (1999), pp. 97-98.

⁴⁹ Cf. Westfall (1982), p. 135 et (1992), p. 233.

⁵⁰ Cf. Goldish (1998), pp. 96-97 et Murrin (1999), p. 210.

⁵¹ Selon Newton, St. Jean composa l'*Apocalypse* avant d'écrire son *Évangile*, et celle-ci est même le premier des textes du *Nouveau Testament* à avoir été rédigé : cf. Force et Popkin (1990), p. 107 (« Newton as a Bible Scholar », par R. H. Popkin).

lieu à plusieurs études visant à reconstruire la forme et les dimensions des différentes versions du temple : le tabernacle, le premier temple de Salomon qui lui fait suite, et le deuxième temple reconstruit après la conquête de Nabuchodonosor. Comme beaucoup de ses contemporains, Newton pensait que le temple de Salomon était « un microcosme du plan de Dieu pour l'univers » ; la « coudée sacrée » — l'unité de mesure employée par Ézéchiël dans sa description — lui apparaissait ainsi comme l'unité de mesure employée par Dieu dans sa construction⁵². Comment ne pas essayer de déterminer avec précision sa longueur exacte ? se soustraire à un effort soigneux pour déterminer sa longueur précise. Ce sera le sujet de la *Dissertation upon the Sacred Cubit*, que T. Birch publia en 1737.

[Ce paragraphe ne peut se terminer aussi abruptement : il faut thématiser le rapport qu'on peut commencer d'apercevoir entre le style scientifique de Newton selon Cohen et Panza et son geste théologique tel que tu viens de le décrire. En première approximation (il faut faire la part de mon ignorance qui est grande) la Nature se lit adéquatement selon la mathématique, parce qu'on possède une unité de mesure et un principe d'engendrement (des équations, des figures, des volumes, des mouvements). De même, l'Histoire pourra se lire adéquatement parce qu'on possédera une unité de mesure (la « bonne » périodisation des images de la prophétie, la « bonne » mesure de la coudée-temps) et un principe d'engendrement des événements.

Par conséquent, dans les 2 domaines, la recherche d'une unité de mesure, ce qui veut dire une visée particulière de l'espace et du temps.

Autre façon de l'approcher : le futur se sache dans un passé qui a réellement eu lieu, mais dont la signification ne s'épuise pas dans sa dimension d'événement.

Faire parler le monde de la nature et celui des hommes, c'est trouver le « bon » langage, c'est-à-dire la « bone » convention : il faut établir les bonnes correspondances. Ainsi, dans un autre registre, le « courbe » se transcrit dans le « droit » ou le « géométrique, le monde dans le temple.

Aussi : est-ce que renoncer à pronostiquer la date de la deuxième venue de Jésus n'est pas une sorte de renonciation (sage) à s'intéresser aux causes efficientes pour ne se préoccuper que des causes formelles ?

Autrement dit, il me paraît évident que la paranoïa de Newton doit, pour ne pas faire sourire ou être écartée comme simplement non pertinente par ceux qui ne s'intéressent qu'à son œuvre de science, être abordée ou bien conçue comme une force pliant le psychisme de Newton de telle sorte qu'elle le façonne, en fait un prisme par lequel son attention passe pour s'intéresser toujours aux mêmes choses, quel que soit le domaine concerné. Il reste à construire les analogues, ou bien simplement à indiquer quels ils pourraient être. Je crois que s'en tenir au stade descriptif serait risquer de manquer une belle occasion de caractériser la façon dont l'esprit de ce génie tourne. RZ

4.6. Prisca sapientia, église des origines et religion première

On a résumé plus haut l'Histoire de l'humanité telle que la conçoivent certains contemporains de Newton.

⁵² Cf. Force et Popkin (1990), p. 2 (« Some Further Comments on Newton and Maimonides », par R. H. Popkin).

Au début des années '80, lorsqu'il entreprend la rédaction des *Theologiae gentilis origines philosophicae (trad.)*, sujet qui le préoccupera toute sa vie, Newton, maintenant familiarisé avec la tradition juive, souhaite démontrer la justesse d'une thèse importante de cette « Histoire » : que toutes les religions païennes ne sont rien d'autre que l'aboutissement d'un processus de corruption d'une religion première, celle du peuple d'Israël, combinée avec une *prisca sapientia*, un savoir originaire (dévoyé) portant sur les phénomènes de la nature : poussés par une tendance irrépressible à l'idolâtrie, les hommes auraient reconnu/méconnu la Révélation en reportant le sentiment qu'ils auraient dû avoir pour Dieu sur les planètes et les éléments dont ils pressentaient obscurément l'importance. Adorant colle dieux, planètes et éléments (au lieu d'en faire des objets de connaissance), abandonnant du même coup la vraie religion et la vraie science. **(Ce paragraphe a été reconstruit, parce qu'il était obscur : est-ce que la reconstruction est bonne ou est-elle une trahison ? RZ)**

Cela, Newton veut l'établir par le moyen d'une étude comparée et généalogique des religions anciennes. Il s'appuie grandement sur le *De theologia gentili et physiologia Christiana (trad.)* de G. J. Vossius, long commentaire du traité sur l'idolâtrie de Maimonide (**titre ?**), publié à Amsterdam en 1641 ; également sur *The True Intellectual System of the Universe (trad. ?)*, de R. Cudworth (collègue de H. More au Christ's college et représentant avec lui du néo-platonisme de Cambridge), paru à Londres en 1678⁵³. Il en conclura d'abord que les divinités des assyriens, des chaldéens, des persans, des babyloniens, des égyptiens, des grecs, des romans doivent toutes être reconduites à douze dieux, leur source généalogique commune : les sept planètes, les quatre éléments et la **quintessence (?)**. Ensuite, que le culte de ces douze dieux dérive à son tour d'un culte plus originaire, celui rendu à Noé, à ses fils et petits-fils, provenant lui-même de la religion révélée par Dieu lui même lors de la Création.

C'est cette sacralisation des phénomènes naturels mêlée à l'adoration des aïeux, porteurs d'une religion et d'une connaissance vraies, qui permettait, selon Newton, de concevoir et traiter les croyances et les rites religieux des gentils comme des traces à déchiffrer pour parvenir à reconstruire la *prisca sapientia*, et donc la vraie science⁵⁴.

Accepter ce schéma généalogique était reconnaître une **priorité ? primauté ?** chronologique à la civilisation juive⁵⁵ (**je ne comprends pas bien ce que cela veut dire RZ**). Newton cherchera donc à prouver cette primauté, et il fera en tentant de reformer la chronologie ancienne telle qu'elle était reçue jusque là. Parmi la masse des manuscrits qu'il a laissés à ce propos, le seul qui sera publié, un an après sa mort, par J. Conduitt, s'intitule *Chronology of Ancient Kingdoms Amended*.

D'après Newton, la première religion du peuple juif n'était pas seulement vraie, elle était aussi très simple, ne consistant que dans deux seuls commandements : aime Dieu et aime les hommes. Cette même religion fort simple fut aussi celle professée par le Christ et suivie par les premiers chrétiens qui ne firent qu'y ajouter l'amour pour ce dernier. Le culte de ceux-ci, l'organisation de l'église des origines et leurs rapports avec la première religion

⁵³ Cf. *ibid.*, pp. 9-25 (« The Crisis of Polytheism and the Answers of Vossius, Cudworth, and Newton »).

⁵⁴ Cf. Knoespel (1999). Ici Newton reprenait et transformait des thèmes propres à la renaissance, en se rangeant sans hésitation dans le camp des « anciens » dans la querelle qui opposa ceux-ci aux « modernes. » (**Explicitement ce passage particulièrement allusif RZ**)

⁵⁵ Cf. Rattansi (1988), p. 193.

des juifs constitue l'objet d'un autre groupe de manuscrits théologiques, parmi lesquels on trouve plusieurs versions de deux courts traités qui ne furent jamais publiés, *Of the Church and Irenicum*. Le titre de ce dernier est significatif : Newton y maintient que le trait distinctif de l'église des origines avait été la cohabitation pacifique de juifs et de gentils convertis partageant une simple religion de l'amour, et suivant par ailleurs des rites différents hérités des traditions dont ils provenaient. Se réclamant d'une métaphore employée par St. Paul dans *son Epître aux Hébreux*⁵⁶, il identifie cette religion essentielle avec le « lait pour les enfants », et l'oppose à la « viande pour les adultes », constituée par un ensemble de préceptes adiaphoriques⁵⁷. Et il en conclut que c'est précisément la volonté d'imposer certains de ces préceptes, en même temps que l'infiltration de doctrines métaphysiques, tel le néo-platonisme et le gnosticisme, qui a cassé l'unité de l'église, et donné progressivement lieu à la grande apostasie⁵⁸. De là Newton ne pouvait éviter de tirer un enseignement : les doctrines adiaphoriques peuvent bien donner matière à discussion théologique au sein de l'église, elles ne sauraient pas être imposées comme une condition de participation à celle-ci.

Si de cette manière, Newton revenait au thème central de son interprétation des prophéties, il le faisait désormais d'un point de vue fort différent. Dans la première version de son traité sur *l'Apocalypse*, il avait soutenu que l'exacte compréhension de la parole des prophètes est une condition de salut ; une dizaine d'années plus tard, il semble vouloir indiquer à l'église de son temps un modèle de paix religieuse fondée sur le seul commandement de l'amour. Goldish a proposé de justifier par ce changement d'attitude — sans doute connecté avec une évolution du caractère — l'apparente hypocrisie du comportement religieux de Newton, qui ne s'opposa jamais à l'église anglicane, dont il ne partageait en profondeur à peu près aucune doctrine⁵⁹. Au delà de la validité de cette explication, il reste que dans la distinction entre le « lait » et la « viande » et dans l'identification du premier avec l'amour pour Dieux et pour ses créatures on retrouve le thème qui me paraît dominer la théologie profondément protestante de Newton : la conjonction de la puissance de Dieu avec la simplicité de l'église.

4.7. Robert Boyle et la tradition de l'alchimie

⁵⁶ Cf. *Juifs*, V, 12-14. *St Paul s'adressant aux Hébreux fait une référence qui est en même temps une interprétation, audible sinon recevable par les juifs, du verset biblique qui dit : « tu ne cuiras pas l'agneau dans le lait de sa mère », enseignant à la fois qu'il ne faut pas manger ensemble laitage et viande (ce qui est l'une des règles de la cacherout observée à ce jour par les « dits » orthodoxes), ce qui vient de l'animal vivant et de l'animal mort, et qu'il ne faut pas confondre les générations. L'interprétation dirait quelques chose comme : le lait, celui que tète l'agneau Jésus, est pour les innocents au cœur pur ; la viande, qui suppose la mort, est pour ceux qui ont perdu l'innocence... RZ*

⁵⁷ Cf. Goldish (1998), pp. 127-129 et (1999), pp. 152-154.

⁵⁸ Newton s'opposait en général à toute spéculation visant à « déduire » des préceptes de foi des écritures : seulement les préceptes explicitement énoncés par celles-ci constituent matière de foi dans une église pacifique. « Toute les vieilles hérésies — il écrit — tiennent à la déduction ; la vraie foi est dans le texte » [cf. Yahuda, MS. Var. 1, Newton MS 15, fol. 11, cité par Manuel (1974), p. 55].

⁵⁹ Cf. Goldish (1998), pp. 134-136.

Tôt, à Cambridge, peut-être même avant, dès son séjour à Grantham — où il pouvait disposer de la bibliothèque de l'apothicaire Clark (en partie rangée dans sa chambre) — Newton avait entamé des études de chimie, lisant plusieurs ouvrages de Robert Boyle (**lesquels ?**). En 1666, ce dernier fait paraître un nouveau traité, *The Origin of Forms and Qualities*, où il est question de transmutation des métaux⁶⁰, et en particulier de l'« ouverture du corps » de ces derniers afin de rechercher de leur « mercure⁶¹. » Après quoi, Newton se met à s'intéresser de très près à la littérature alchimique. Il récolte toutes sortes de textes — anciens et modernes, imprimés et manuscrits — et monte, au rez-de-chaussée du *Trinity college*, dans des locaux donnant sur le jardin situé à droite du grand portail d'entrée, son propre laboratoire, dans le but de se lancer, lui aussi, à la recherche du « mercure » des métaux.

Boyle est aujourd'hui considéré comme l'un des fondateurs de la chimie moderne. Mais s'étonner de ceci que l'intérêt de Newton pour l'alchimie s'est éveillé en lisant ce même Boyle est se méprendre sur la nature de l'alchimie et de ses rapports germinaux avec la chimie.

La conviction de la possibilité d'une transmutation des métaux et les efforts conséquents visant la fabrication de l'or n'étaient ni une condition suffisante, ni une condition nécessaire pour pouvoir parler d'alchimie. L'alchimie est avant tout une tradition de textes et d'images transmettant la croyance que la séparation de matière et esprit peut être dépassée autant dans notre compréhension des phénomènes naturels, que pratiquement, en visant concrètement à reconstituer leur unité originare et divine : secret du « grand œuvre », recherche de l'obtention d'un produit parfait, réunissant en soi la chypre du cosmos et le secret de la vie. L'or, ou pour être plus précis sa production à partir d'une substance moins noble, et l'élixir de longue vie étaient conçus (respectivement sur le versant naturaliste et sur le versant médical) comme des incarnations de cet idéal de perfection : en faisant l'or et en possédant l'élixir, l'homme se serait montré comme l'imitateur de Dieu (sinon comme son égal), comme créateur de la substance la plus parfaite et comme dispensateur de vie. On pouvait d'autre part accepter l'idée qu'il est possible de transmuter les métaux sans pour autant partager les idéaux ésotériques de la tradition alchimique. Selon une conception de dérivation Arabe⁶² — que dans le *De congelatione et conglutinatione lapidarum* Avicenne avait cherché d'accorder avec les maigres indications données par Aristote, dans le troisième livre des *Météorologiques*, à propos de la nature des métaux — les six métaux solides connus, l'or, l'argent, le fer, le cuivre, l'étain et le plomb, montraient des caractéristiques similaires au septième métal connu, le mercure, lorsqu'ils étaient fondus, et ils étaient donc tous formés par une sorte de mercure (dit souvent « philosophique »), qui en constituait la matière ultime commune, se combinant à chaque fois avec une sorte de soufre, qui était en revanche caractéristique de chaque métal particulier. Ce mercure et se soufre, étaient conçus parfois comme des substances physiques, qu'on aurait pu extraire comme telles des métaux, parfois comme des principes abstraits, exprimant respectivement la nature commune et la différence

⁶⁰ Cf. Boyle (1666), p. 323, par exemple.

⁶¹ Cf. Boyle (1666), pp. 403-404, par exemple. *Mercurus ?*

⁶² Cf. Dobbs (1975), p. 135 et Joly (1992), 232.

spécifique des métaux. Cette conception n'avait en soi rien de nécessairement alchimique. Elle pouvait bien être acceptée sans pour autant partager les idéaux et adhérer à l'imaginaire transmis par la tradition alchimique. Elle pouvait donner lieu — et *de facto* donna lieu — à des recherches expérimentales visant l'analyse des métaux, par rapport auxquelles la tradition alchimique se présentait comme une sorte de canon interprétatif, apte à assigner aux résultats et aux buts de l'expérimentation des significations cosmiques qui allaient au delà de la pratique de laboratoire en tant que telle. De plus, elle pouvait être re-formulée à l'intérieur du cadre mécaniste — d'après lequel les particules ultimes étaient toutes composées par une seule et même matière, commune à la totalité de l'univers⁶³ — et constituer ainsi le fondement d'une théorie mécaniste de la transmutation des métaux.

Le but de Boyle, dans son ouvrage de 1666, était justement d'exposer cette théorie, c'est-à-dire de « réconcilier » les notions de forme, génération et corruption, relevant de la doctrine scolastique, avec les « notions de la physique corpusculaire⁶⁴. » Pour ce faire, il partait d'une hypothèse fort générale : il n'y a qu'une « matière catholique et universelle, commune à tous les corps », constituant une « substance étendue, divisible et impénétrable⁶⁵. » Cette matière est composée par deux sortes de particules : les *minima* ou *prima naturalia*, autant petites et solides que, tout en étant « mentalement divisibles » par « l'omnipotence divine », ne les sont pas en nature ; et les concrétions primitives ou clusters, constituées par des « coalitions de plusieurs *minima naturalia* », dont « la dimension est si petite et l'adhésion si serrée et stricte » qu'en nature il n'arrive que fort rarement qu'elles soient « dissoutes ou cassées⁶⁶. » Ce sont la dimension, le mouvement, la conformation, la posture et l'ordre de ces dernières particules qui varient, et ce ne sont que des configurations particulières de ces particules que nos sens reconnaissent comme différentes entre elles et que nous cataloguons en conséquence selon la double synoptique des genres et des espèces.

Dans ce cadre, il est facile d'imaginer des expériences, visant l'analyse des métaux — c'est-à-dire la séparation de leurs concrétions primitives, et l'extraction conséquente de leur mercure et de leur soufre, constitués par des agrégats différents de *minima naturalia* — par rapport auxquelles la seule manière de distinguer entre chimie et alchimie concernait non pas la pratique expérimentale (et même la méthode), mais l'interprétations et la justification des résultats. On comprends alors qu'on ait long temps hésité, en particulier lorsqu'une grande partie des manuscrits alchimiques de Newton était encore inconnue ou non étudiée, à reconnaître l'engagement de ce dernier avec l'alchimie, en préférant interpréter son intérêt vers la décomposition des métaux comme un programme de recherche proto-chimique, s'adressant au problème de la structure de la matière⁶⁷.

⁶³ Cf. Dobbs (1975), p. 46.

⁶⁴ Cf. Boyle (1666), p. 290.

⁶⁵ Cf. Boyle (1666), p. 305. Catholique (du grec *catholikè*) veut dire ici : ce qui est relatif à la totalité, universel, ou — encore mieux — ce qui comprend la totalité sous lui-même. À propos des relations entre la supposition de l'existence d'une matière première unique, la tradition alchimique et la pensée philosophique ancienne où cette supposition trouverait son origine, cf. Joly (1992), pp. 68-70.

⁶⁶ Cf. Boyle (1666), pp. 325-326.

⁶⁷ Cf. Hall et Hall (1958).

4.8. Dans quel sens Newton fut un alchimiste

Newton débute son parcours d'alchimiste en répétant ou modifiant des expériences proposées par Boyle⁶⁸, mais tôt à accompagner son travail fin d'expérimentateur par une étude toujours plus passionnée de la littérature alchimique et à monter son adhésion à certaines des interprétations et des images que cette littérature véhiculait. Si parmi ses manuscrits alchimiques ne manquent pas des comptes-rendus d'expériences, de loin la plus grande partie de ceux-ci est constituée par des transcriptions ou des résumés de textes imprimés ou manuscrits d'autrui : Jean d'Espagnet, Michael Maier, George Ripley, Michael Sendivogius, George Starkey (*alias* Eirenaeus Philalethes), Basilius Valentinus, et bien d'autres représentants de la tradition hermétique des deux derniers siècles, à côté desquels Newton considéra des textes plus anciens, quasi mythiques, tels la *Tabula Smaragdina*, ou d'autres reportés dans plusieurs récoltes qu'il ne manqua pas d'acquérir, comme le *Theatrum chemicum* ou la *Turba philosophorum*. Au milieu de ces notes, il est souvent difficile de reconnaître les rares commentaires de Newton ou ses encore plus rares élucubrations personnelles.

Face à cette masse de matériel, on peut certes observer que le fait d'avoir « copié » des oeuvres d'alchimistes ne fait pas plus de Newton un alchimiste à son tour que le fait de copier des poésies ne fait de quelqu'un un poète⁶⁹. Néanmoins, bien que Newton ne fut pas probablement un alchimiste original — encore que cette qualification ait un sens —, il est certain qu'il assigna à la tradition alchimiste une valeur de connaissance et d'explication des phénomènes naturels, qu'il ne se fit pas problème d'en utiliser le langage et le symbolisme, qu'il fit partie de cercles d'initiés en profitant de leur réseau de circulation de textes manuscrits et de recettes et en le promouvant à son tour, et qu'il en partagea avec conviction la déontologie du secret⁷⁰. Si à cela on ajoute l'aversion naturelle de Newton pour toute forme de publication ou diffusion de ses travaux et des résultats de ses recherches, on n'a pas de difficulté à comprendre pourquoi il soit si difficile aujourd'hui de reconstruire en positif sa propre pensée en la matière. Des témoignages qu'on possède, il est pourtant possible de tirer des indications significatives.

D'abord, les interprètes sont concordes sur un point : l'intérêt de Newton vers la tradition alchimique se rattache à sa croyance dans une *prisca sapientia*, révélée par Dieu

⁶⁸ Cf. Dobbs (1975), pp. 139-146.

⁶⁹ Cf. Hall et Hall (1958), p. 117.

⁷⁰ Il est difficile de trouver des traces publiques de l'adhésion de quelqu'un à une déontologie du secret. Pour ce qui est de Newton, on peut néanmoins citer un passage d'une lettre à Oldenburg du 26 avril 1676, où il est question d'une procédure suivie par Boyle pour obtenir un mercure à l'apparence très noble, dont ce dernier avait parlé dans un article paru sur les *Philosophical Transactions*, sans pour autant la révéler. Bien que sceptique sur la qualité du mercure obtenu par Boyle, Newton observait que derrière le processus de sa production pourrait y avoir « quelques choses de plus noble, qui n'est pas à communiquer sans un immense dommage pour le monde, s'il y avait quelque vérité dans les écrits hermétiques » ; et il incitait ainsi Boyle à garder le silence sur sa procédure, du moins jusqu'à qu'il eût consulté « quelqu'un d'autre qui comprend parfaitement ce dont il [Boyle] parle, c'est-à-dire un vrai philosophe hermétique, le jugement duquel (s'il y en avait un) devrait être considéré, sur cette matière, plus que celui de tout le monde, encore que contraire [à ceci], car il y a d'autres choses derrière la transmutations des métaux [...] que personne comprend mieux de ceux-ci » : cf. Newton (C), vol. III, p. 2 et Rattansi (1972), p. 170 et Dobbs (1975), pp. 194-195, qui rappellent et commentent cet épisode.

lui même dès l'acte de la création. Au XVI^{ème} siècle, les disciples de Paracelse se partagèrent en deux courantes dont l'une affirmait l'origine grecque de l'alchimie, et l'autre s'opposait à celle-ci en revendiquant une origine plus ancienne, s'enracinant dans l'histoire du peuple d'Israël et se confondant ainsi avec les origines de la Cabale juive⁷¹. Selon cette conception, la tradition biblique et la tradition alchimique provenait d'une source commune, comme le prouvait d'ailleurs la longévité des patriarches qui ne pouvait qu'être due à leur connaissance de l'élixir. Avec les deux volumes de son *Utriusque cosmi historia*, parus entre 1617 et 1621, Robert Fludd avait même cherché à élaborer une véritable philosophie mosaïque, dont l'alchimie faisait partie intégrante, expression organisée de la sagesse révélée et exposition de la vérité unique⁷². Si on ajoute à ceci l'ensemble bien connu de légendes à propos du fondateur mythique de l'alchimie, cet Hermes Trismegiste se confondant dans l'imaginaire païen avec le dieu Mercure, on comprendra aisément qu'il y avait assez de matière pour convaincre Newton — le futur auteur de la *Theologiae gentilis origines philosophiae* — que la tradition alchimique pouvait en quelque manière transmettre un *corpus* de connaissances originaires, certes sous une forme dissimulée et à travers un langage métaphorique et secret, mais, justement grâce à ceci, de manière plus pure et moins corrompue que la tradition de la philosophie naturelle.

Cette conviction n'était d'ailleurs pas étrangère aux conceptions de plusieurs contemporaines de Newton, premier entre autres Henry More, qui pour soutenir sa doctrine de l'immortalité de l'âme n'avait pas hésité à se réclamer d'une sagesse ancienne dont les fragments d'Hermes Trismegistes seraient une témoignage⁷³. Elle nous permet d'autre part de mieux comprendre les raisons de l'intérêt envers les écrits et la pratique de l'alchimie de la part de Barrow, ou de Boyle lui-même⁷⁴.

Poussé par son acribie et par sa passion intellectuelle, Newton semble avoir tout simplement donné une suite rigoureuse à cette conviction, en se consacrant sans réticence à un effort d'interprétation et déchiffrement du message caché dans la tradition alchimique. Et il le fit en suivant un des préceptes le plus enracinés dans cette tradition :

« Celui qui aura été paresseux dans la lecture des livres ne pourra pas être habile dans les préparations pratiques. En effet, un livre en dévoile un autre, et un discours en explique un autre, car ce qui est diminué dans un est complet dans l'autre »⁷⁵.

Cela dit, il faut encore noter que le *corpus* alchimique n'apparaît pas à Newton comme un pur cryptogramme à déchiffrer. Son intérêt herméneutique ne s'arrête pas au moment

⁷¹ Cf. par exemple Pereira (2001), pp. 220-222.

⁷² À propos du traité de Fludd, cf. Burnett (1999).

⁷³ Cf. Dobbs (1975), pp. 102-111, en particulier la première citation de page 106, tiré de *The Immortality of the Soul* de Henry More, paru à Londres en 1659.

⁷⁴ Cf. Dobbs (1975), pp. 94-102.

⁷⁵ *Rosarius*, texte alchimique du XIV^e siècle, attribué à Arnalde de Villanova : « *Qui enim in legendis libris deses extiterit, in præparandis rebus promptus esse non poterit. Liber namque librum aperit, & sermo sermonem explicat : quia quod in uno est diminutum, in alio est completum* ». Cf. Manget (1702), vol. I, p. 662.

où le message caché derrière cette tradition semble se dévoiler. C'est au contraire le contenu même de ce message qui avant tout intéresse Newton. Et bien que caché derrière un appareil symbolique sédimenté, ce message n'est pas d'après lui complètement étranger à celui qui émerge d'une lecture au premier degré des textes alchimiques. Le jeu de l'interprétation vise à éclairer ce message, à dévoiler ses aspects métaphoriques, à le rendre plus explicite, non pas à le chavirer, en le présentant comme la forme superficielle d'un message profond d'un teneur tout différent.

Un des buts des expériences de Newton fut par exemple celui de produire l'étoile d'antimoine⁷⁶, c'est-à-dire une conformation étoilée des cristaux d'antimoine produite, sous certaines conditions, lorsque l'antimoine est séparé de la stibine — le minerai dans lequel il se trouve le plus souvent en nature — par le biais d'une réaction qui fait intervenir un agent de réduction comme le fer : $\text{Sb}_2\text{S}_3 + 2\text{Fe} \rightarrow 2\text{Sb} + \text{Fe}_2\text{S}_3$. Comme tous ses contemporaines, Newton pensait qu'une partie de l'agent de réduction — on pourrait supposer son « mercure » — restait dans le produit final de la réaction. Fort probablement, il ne convenait pas avec la croyance qu'identifiait l'étoile d'antimoine avec la substance de la pierre philosophale, mais il maintenait néanmoins l'habitude de se référer à l'antimoine par le terme « *regulus* » — c'est-à-dire « petit roi », en latin — indiquant ses relations spéciales avec l'or, le roi des métaux, et il continuait même à penser que derrière cette élégante conformation cristalline se cachaient des secrets, entre autre celui de l'attraction magnétique. De plus, lorsqu'il lut le traité de Basilius Valentinus, *The Triumphal Chariot of Antimony*, paru pour la première fois à Leipzig en 1604, il nota le passage où ce dernier soutenait que l'étoile d'antimoine mise dans le feu avec un « serpent de pierre » se consomme jusqu'à se fondre avec le serpent, en produisant « une substance dans laquelle des possibilités magnifiques sont latentes », en se limitant à observer que le serpent de pierre aurait du être identifié avec le sublimé de mercure⁷⁷.

4.9. Une nouvelle lettre à Oldenburg (décembre 1675)

La manifestation publique la plus éclatante de l'engagement de Newton avec la représentation du monde véhiculée par la tradition alchimique est contenue dans la lettre du décembre 1675 à propos de la nature de la lumière dont on a parlé dans le chapitre 3. J. E. McGuire a qualifié cette lettre de « cosmogonie alchimique⁷⁸, » En effet, pour justifier sa première hypothèse — la présence d'un éther similaire à l'aire, mais plus rare, subtile et élastique que celle-ci — Newton y peint le monde comme un organisme vivant pénétré par des processus continus de condensation et raréfaction.

Dans un passage omis lors de la lecture de cette lettre face à la *Royal Society*, il s'aventure à affirmer que « l'entière structure de la nature n'est peut-être rien d'autre que de l'éther condensé par un principe de fermentation⁷⁹. » Plus loin⁸⁰, il suppose que

⁷⁶ Cf. Dobbs (1975), pp. 146-161.

⁷⁷ Cf. Doobbs (1975), pp. 150-151.

⁷⁸ Cf. McGuire (1967), pp. 84-86 et Westfall (1972), p. 189. Sur la lettre de Newton et ses rapports avec la tradition alchimique, cf. aussi Dobbs (1975), pp. 204-210.

⁷⁹ Cf. Newton (C), vol. 1, p. 364.

⁸⁰ Cf. Newton (C), vol. 1, p. 365-366.

« l'attraction gravitationnelle de la terre est causée par la condensation continue de quelque chose [...] comme un esprit éthérien, non pas le corps principal de l'éther flegmatique, mais quelque chose de très finement et subtilement diffusé au sein de ceci, peut-être d'une nature onctueuse ou visqueuse, tenace et élastique et ayant plus ou moins avec l'éther la même relation que l'air a avec l'esprit vital aérien requis pour la conservation de la flamme et des mouvements vitaux [...] ; car le vaste corps de la terre, qui pourrait être partout, à partir même de son centre, en travail perpétuel, peut condenser continuellement une partie de cet esprit de telle sorte que [une autre partie de] ceci descende de plus haut avec une grande vitesse pour la suppléer ; et en cette descente il peut porter en bas avec lui les corps qu'il pénètre avec une force proportionnelle à la surface de toutes les parties de ceux-ci, sur lesquelles il agit. » Et il explique ensuite que « la nature est une travailleuse circulatoire perpétuelle qui génère fluides de par des solides et solides de par des fluides, choses fixes de par chose volatiles et choses volatiles de par choses solides, choses subtiles de par choses [plus] grosses et choses grosses de par choses [plus] subtiles, et qui fait que des choses montent, formant les jus terrestres supérieurs, tels les fleuves et l'atmosphère, et en conséquences d'autres descendent pour les compenser. »

Cette image du monde n'est pas en soit inconciliable avec la vision mécaniste de la nature, et elle peut même rappeler le système de tourbillons de Descartes. Elle semble néanmoins dériver d'une intégration entre une vision mécaniste et une propension à imaginer la présence dans la nature d'un ensemble d'esprits ou de principes vitaux justifiant les mouvements et les transformations du système. On comprends que Westfall ait vu dans la lettre de 1675 une manifestation d'un schéma intellectuel qui est d'après lui commun au XVII^{ème} siècle, et dont Newton serait un des tenants : la « perpétuation des modèles de pensées hermétiques dans le contexte d'un système superficiellement mécanique⁸¹. »

4.10. *La tradition alchimique comme antidote au mécanisme*

On est parvenu ainsi à ce qui me paraît être la raison principale de l'intérêt de Newton envers la tradition alchimique. Celui-ci semble chercher dans cette tradition un antidote au mécanisme. Plus en particulier il y semble chercher des arguments à employer dans une œuvre de correction, sinon de véritable abjuration, de l'approche mécaniste, un œuvre visant trois buts connectés entre eux : d'abord, la réinsertion de la volonté divine dans l'explication des phénomènes naturels et donc dans la structure même de la nature, ainsi qu'elle est représentée par la science ; ensuite, la saisie des causes efficientes des mouvements corpusculaires qui dans les schémas mécanistes sont présentés d'eux mêmes comme des causes ultimes des phénomènes physiques ; enfin, la compréhension de l'essence des phénomènes vitaux, et la présentation d'une image unitaire du cosmos, où la distinction entre matière et esprit — ou, comme on le dirait plutôt aujourd'hui, entre machines et organismes — pût être effacée.

Pour trouver une confirmation de cette interprétation, il est possible de se rapporter à un manuscrit — généralement dénoté par un titre formé par se premiers mots : « Of

⁸¹ Cf. Westfall (1972) p. 191.

Natures obvious laws & process in vegetation. » — que Dobbs a daté de 1672, et publié en 1991⁸², où Newton semble vouloir présenter des conceptions à lui plutôt que reporter des idées d'autrui. On retrouve ici une image du monde fort similaire à celle présentée dans la lettre du décembre 1675, une image qu'à cette occasion Newton avait résumée ainsi⁸³ :

« Donc, cette Terre ressemble à un grand animal ou plutôt à un végétal inanimé : puise au souffle étherien pour son rafraîchissement journalier et son ferment vital et transpire même par des grosses exhalations. »

Mais, en privé, Newton semble bien plus explicite que dans une lettre destinée à une lecture publique⁸⁴ :

« Observe qu'il est plus probable que l'éther ne soit qu'un véhicule pour quelques esprit plus actif, et [que] les corps peuvent être des concrétions des deux [pris] ensemble ; ceux-ci peuvent s'imbiber d'éther aussi bien que d'air dans la génération, et dans cet éther l'esprit est confondu. Cet esprit est peut-être le corps de la lumière, car [...] l'un et l'autre ont un principe actif prodigieux [...]»⁸⁵. »

Et plus loin⁸⁶ : « Il y a donc, derrière les changements sensibles qui ont lieu dans les textures de la matière plus grosse, en toute végétation, une manière de travailler plus subtile, secrète et noble, qui rends ses produits distincts de tous autres, et le lieu immédiat de ces opérations n'est pas l'ensemble de la matière, mais plutôt une portion excédante, subtile et inimaginable de la matière diffusée ai sein de la masse, telle que s'elle fût séparée ne resterait que de la terre inactive et morte. »

Et encore⁸⁷ :

« Le monde aurait pu être différent de ce qui est (parce que ils peuvent y avoir des mondes différents de ceci). Il n'était donc pas nécessaire qu'il fût ainsi, mais [ce fut] pour une détermination volontaire et libre. Et cette détermination volontaire entraîne un Dieu. »

Cette vision vitaliste et organiciste du monde ne conduit pourtant pas Newton, une fois de plus, à une conception holiste de la science ; il reste pour lui⁸⁸ que dans la nature il

⁸² Cf. Dobbs (1991), pp. 256-270. Le livre de Dobbs est fourré de citations commentées tirés de ce manuscrit qui fournit une des pierres de touche de la thèse qu'elle présente. Pour d'autre références à ce manuscrit, qui est maintenant conservé à la bibliothèque Dibner d'histoire des sciences et technologie de la Smithsonian Institution de Washington D.C., cf. Rattansi (1972), pp. 176-177 et Golinski (1988), p. 151.

⁸³ Cf. Dobbs (1991), p. 264.

⁸⁴ À propos de l'opposition privé-publique dans les recherches alchimiques de Newton, cf. Golinski (1988).

⁸⁵ Cf. Dobbs (1991), p. 265.

⁸⁶ Cf. Dobbs (1991) p. 269.

⁸⁷ Cf. Dobbs (1991) p. 266.

⁸⁸ Cf. Dobbs (1991), p. 267.

y a deux genres d'« actions », celles « végétales » et celles « mécaniques », et que les deuxièmes sont l'objet d'une science, la « chimie vulgaire⁸⁹ », est au centre de ses préoccupations. Si on fait confiance aux conclusions de Westfall et de Dobbs, c'est même cette science mécanique qui profitera le plus des réflexions alchimiques de Newton, car, une fois qu'il aura abandonnée toute espérance de pouvoir fournir une représentation mécaniste du monde fondée sur la supposition d'un éther plus ou moins subtile et répandu dans l'espace, ce sera justement en puisant dans ces réflexions que celui-ci trouvera une source pour parvenir enfin à sa notion de force d'attraction pensée comme une action exercée à distance par des corps sur d'autres⁹⁰.

4.11. Quelques considérations à propos des recherches théologiques et alchimiques de Newton en guise de conclusion : une rigueur d'historien

Les recherches théologiques et alchimiques de Newton s'interrompent brusquement au mois d'août 1684, lorsqu'il se lance corps et âme dans la rédaction des *Principia*. Après la parution des *Principia*, il reviendra à la théologie et à l'alchimie pour ne plus jamais les abandonner. Cette publication marque un tournant : il y a un « avant » et un « après » *Principia*. D'un côté, le succès spectaculaire de cette œuvre le projeta au sein de la société politique anglaise en le sortant de la solitude de Cambridge ; de l'autre côté, les problèmes que sa théorie des phénomènes cosmiques laissait quand même ouverts prirent fatalement le dessous sur d'autres questionnements, en pliant une grande partie des ses réflexions à l'exigence d'y porter une solution, au moins conjecturale.

Les lignes directrices des ses recherches théologiques et alchimiques restèrent pourtant dans l'essentiel celles qu'on vient de tracer. Centrées autour de la conviction d'une *prisca sapientia* que Dieu aurait élargie aux hommes dès la création, ces recherches gardèrent toujours un saveur et une approche archéologiques, visant la reconstruction d'une religion et d'un savoir originaires plutôt que l'édification d'une nouvelle doctrine ou d'une nouvelle image de l'univers. Si ceci fut d'un côté une limite des ses recherches, qui s'enfermaient ainsi à l'intérieur d'un cadre largement prédéterminé, il fut aussi la source principale de leur rigueur, une rigueur qui du coup s'apparent plus de celui de l'historien que de celui du mathématicien.

⁸⁹ Vulgaire s'oppose ici à sacré (l'ère vulgaire versus l'annus domini), comme la chimie à l'alchimie. RZ.

⁹⁰ C'est une thèse centrale de Dobbs (1991), mais cf. aussi : Dobbs (1975), ch. 6, pp. 194-232 ; Westfall (1984), où sont entre autres discutées les objections de Cohen et R. Hall à cette thèse ; et Dobbs (1988).

V
Mécanique abstraite et mécanique céleste :
la première édition des *Principia*
1679 - 1687

Engagé à fond dans ses recherches théologiques et alchimiques, Newton était, à la fin des années soixante-dix, assez éloigné de la communauté scientifique anglaise. La dernière lettre d'Oldenburg au nom de la *Royal Society* lui était parvenue le 9 février 1676-1677¹. La même année Oldenburg était mort et avait été remplacé par Robert Hooke qui ne s'était montré guère empressé à maintenir des relations avec Newton. Mais à la longue, les obligations de secrétaire de la *Royal Society* l'emportèrent sur le souvenir des vieilles dissensions, et le 24 novembre 1679, Hooke s'adressa officiellement à Newton pour l'inviter à reprendre sa correspondance avec la Société. Newton chercha à se soustraire, mais le fit maladroitement et se retrouva engagé dans une discussion qui réveilla en lui des intérêts scientifiques. Il faudra pourtant attendre l'été 1684 pour que cet éveil soit complet et que Newton recommence à travailler sérieusement à un sujet scientifique.

À partir du mois de août 1684, en moins de trois ans de travail acharné, Newton rédige ce que beaucoup tiennent pour le plus extraordinaire traité scientifique de tous les temps : les *Philosophiæ naturalis principia mathematicæ* (*Principes mathématiques de la philosophie naturelle*). C'est un traité de mécanique et d'astronomie : les deux premiers livres exposent une théorie du mouvement pour des corps soumis à des forces centripètes², respectivement en absence et en présence d'une résistance opposée par le milieu où ce mouvement a lieu) ; le troisième présente un nouveau système cosmologique

¹ Cf. la note (1) du chapitre III.

² La notion de force centripète (ou centrale, comme on dit aujourd'hui) est introduite par le même Newton en opposition à celle de force centrifuge. Une force centrifuge tend à éloigner un corps d'un centre autour duquel il orbite ; une force centripète tend à l'approcher de ceci. On reviendra sur ces notions avec plus de précision par la suite.

du monde, construit en appliquant la théorie exposée dans les deux premiers livres aux données astronomiques. Le titre choisi par Newton rappelle celui que Descartes avait donné à son traité de physique, une quarantaine d'années plus tôt : les *Principia philosophiæ*. Mais plus qu'un hommage, il s'agit d'un défi. La nouvelle cosmologie proposée par Newton s'oppose certainement à celle des aristotéliens : le soleil est placé au centre de l'univers et les planètes, dont la terre, tournent autour de ceci en suivant des orbites elliptiques et en obéissant aux mêmes lois qui gouvernent le mouvement des corps sur la surface de la terre, alors que la cosmologie aristotélienne était fondée sur une séparation entre monde terrestre et monde céleste, plaçant la terre au centre de l'univers, et expliquait les mouvements des astres par leur rattachement à des sphères concentriques et transparentes rotant autour de leur centre commune ; une force est conçue comme la cause d'un changement de l'état de mouvement d'un corps, qui en absence de celle-ci est censé se mouvoir par inertie selon un mouvement rectiligne uniforme, et aucune distinction n'est faite entre mouvements naturels et mouvements violents, alors que dans la physique d'Aristote, les mouvements étaient distingués en naturels et violents, les premiers étant dus à la tendance de tout corps à retourner dans son « lieu naturel » lorsqu'il n'y se trouve pas, les seconds étant l'effet de forces conçues comme causes de mouvement. Néanmoins, le combat contre les conceptions de la scolastique apparaît désormais à Newton comme un combat d'arrière-garde. C'est bien plus important de libérer la philosophie naturelle des limites du mécanisme : les nouveaux principes de celle-ci ne peuvent plus tenir à de vagues images mécaniques ; ils se doivent d'être carrément des principes mathématiques.

Dans les *Principia*, Newton propose de penser l'univers non pas comme une machine bien organisée, mais comme un système mathématique particulier que Dieu a choisi parmi une infinité de systèmes mathématiques possibles. Loin de se limiter à décrire ce système comme tel, il élabore une théorie générale du mouvement et conçoit sa théorie du *cosmos* comme une application de cette théorie. L'univers réel n'est ainsi qu'une région possible participant d'une géographie universelle au sein de laquelle il fait figure d'un cas particulier : la géographie mathématique des systèmes des corps en mouvement, c'est-à-dire la mécanique conçue justement comme une théorie purement mathématique . Au sein de cette géographie mathématique, le soleil, la terre, la lune et tous les planètes n'apparaissent que comme des corps particuliers, soumis à des forces particulières que les attireraient les uns vers les autres les obligeant à se soumettre à des lois dont l'universalité n'est pas celle du cosmos, mais celle des mathématiques : une universalité bien plus englobante, car elle n'est pas celle de la totalité du réel, mais celle de l'ensemble du possible.

« Nature and Nature's laws lay in night : / God said, Let Newton be ! and all was light » écrivit plus tard Alexandre Pope³. La lumière qui en 1687, lorsque apparurent les *Principia*, envahit le monde des savants fut celle des mathématiques. Pour la première fois, un homme avait réussi à trouver dans la nature un ordre exact qu'il était en condition de décrire et de dominer. Ce n'est fut pas seulement une nouvelle théorie qui venait s'ajouter à d'autres, c'était l'aube d'un âge nouveau pour l'humanité, l'âge de la physique

³ « La Nature et les lois de la Nature étaient recouvertes de ténèbres. / Dieu dit : Que Newton soit ! Et tout devint lumière ». Alexandre Pope (1688-1744), auteur de *The rape of the Lock* (1712) et traducteur de l'*Illiad*e et l'*Odyssée* d'Homère, fut un admirateur inconditionné de Newton et contribua grandement à sa gloire posthume.

mathématique qui portera, après Newton, à la mécanique analytique de Lagrange et à la mécanique céleste de Laplace, puis à la théorie de la relativité d'Einstein et à la mécanique quantique.

Dans ce qui suit, nous allons reconstruire la genèse de cette œuvre capitale. On partira d'une conjecture, avancée par Robert Hooke vers 1680, d'après laquelle pour expliquer les mouvements des astres n'aurait fallu que de la supposition d'une force d'attraction dirigée vers le soleil et investissant ceux-ci avec une intensité inversement proportionnelle au carré de leur distance du même soleil. On verra que Newton fut le premier à donner à cette conjecture un contenu mathématique précis, en se servant entre autres de certains résultats auxquels il était parvenu dans sa jeunesse et qu'il avait longtemps gardé en veille dans ses tiroirs. Et on verra qu'il fut aussi le premier à comprendre comment cette conjecture pouvait être transformée en une loi scientifique. Son idée fut de montrer que cette conjecture, correctement re-formulée, est compatible avec les lois de Kepler⁴, ou encore mieux, qu'elle permet, dans une certaine mesure, de démontrer ces lois, et qu'elle dérive à son tour de ces lois comme un théorème. Les lois de Kepler, qu'on exposera à l'occasion, étaient en effet conçues par les principaux savants de l'époque de Newton comme une description fidèle du mouvement des planètes autour du soleil, mais elles n'avaient jamais été démontrées mathématiquement : leur acceptation inconditionnée dépendait de leur accord avec les données astronomiques disponibles. En les intégrant à une théorie mathématique fondée sur la conjecture de Hooke, Newton changea autant leur statut que celui de cette conjecture, en faisant de celles-ci des lois mathématiques. Ce fut le point de départ du travail qui amena Newton à rédiger les *Principia*. Pour y arriver, il dû dépasser ce premier stade, et entrer plus en détail dans le fonctionnement du système solaire, en intégrant par exemple ses premiers résultats avec l'hypothèse que les différentes planètes ne se limitent pas à être attirés par le soleil, mais exercent à leur tour une force d'attraction investissant les autres planètes et le soleil lui-même, et avec la conviction que cette force devait être la même qui fait que les corps proches de la surface de la terre tombent vers cette dernière avec une accélération constante. De cette manière, il transforma la conjecture originale en une théorie cosmologique qu'on connaît depuis comme la théorie de la gravitation universelle, dont l'exposition constitue le sommet des *Principia*.

Pour comprendre ce que Newton fit tout au long de ce parcours, il faudra entrer en quelques détails techniques. On ne pourra pas l'éviter, car c'est exactement dans ces détails que réside la grandeur de Newton. Si l'on pensait que sa contribution majeure était celle d'avoir affirmé que les planètes tournent autour du soleil en suivant des orbites elliptiques en étant attirés par celui-ci par une force d'attraction inversement proportionnelle au carré de la distance, on ne comprendrait guère la différence entre la mécanique et la cosmologie de Newton et les lois de Kepler ou la conjecture de Hooke. Newton connaissait ces lois et cette conjecture avant de commencer ce travail, ainsi que tous les savants de son temps les connaissaient. Ce qu'il fit de lui un de plus savants de l'humanité fut d'avoir mis ensemble ces lois et cette conjecture au sein d'une théorie mathématique et d'avoir montré que cette théorie mathématique peut être employée pour expliquer les phénomènes astronomiques plus fins et particuliers. C'est la preuve la plus éclatante que la science n'est guère un ensemble de grandes idées. Elle est plutôt un

⁴ Cf. la note (5) du chapitre I.

système de théories. Faire de l'histoire des sciences, ou présenter plus modestement la figure d'un savant, sans entrer dans le mérite de ces théories, serait comme prétendre de discuter de *football* sans se donner la peine de comprendre la règle du hors-jeu.

V.1. *La conjecture de Hooke*

L'intention de Hooke⁵, lorsqu'il écrivit à Newton le 24 novembre 1679, n'était que de le faire sortir de son silence. Il lui proposait à ce fin une longue liste de thèmes de discussion, et ajoutait ceci : « Pour ma part, j'estimerai comme un grand service si vous veuillez me communiquer par lettre vos objections à quelques unes de mes hypothèses ou opinions. » En particulier Hooke était curieux de savoir ce que pensait Newton d'une hypothèse qu'il avait avancée quelques années auparavant, à la fin de son *Attempts to Prove the Motion of the Earth (Tentatives pour prouver le mouvement de la terre)*⁶, publié à Londres en 1674, selon laquelle les mouvements des planètes doivent être considérés comme étant composés « d'un mouvement dirigé selon la tangente [à leur trajectoire] et d'un mouvement attractif [dirigé] vers le corps central », c'est-à-dire le soleil.

Newton ne pouvait pas se soustraire. Le 28 novembre il envoya sa réponse. Dans la tentative de se soustraire à la discussion, il prétendait ne pas être au courant des questions qui avaient « dernièrement occupé les philosophes à Londres et à l'étranger » et de n'avoir jamais rien entendu à propos de l'hypothèse mentionnée par Hooke. Pour rester poli, il continuait en proposant une expérience apte à prouver le mouvement diurne de la terre.

Cette expérience concerne un corps solidaire de la terre, suspendu à une certaine hauteur de sa surface, et qui commence à tomber. À cause de sa plus grande distance au centre de la terre par rapport au point de la surface de celle-ci situé à sa verticale, dans l'hypothèse d'une révolution de la terre d'ouest en est, ce corps, dit Newton, commencera sa chute en étant entraîné vers l'est par un « mouvement plus grand » que ce dernier point, et « il ne tombera donc pas perpendiculairement [...], mais dépassant les parties de la terre, se projettera à l'est de la perpendiculaire en décrivant dans sa chute une ligne comme une spirale. » Pour illustrer cette conjecture, Newton ajoute même un dessin représentant la trajectoire d'un tel corps, se prolongeant au dessous de la surface de la terre et formant une spirale convergeant vers son centre.

Newton avait raison de prévoir que le corps tombant sera entraîné vers l'est en raison de sa vitesse angulaire, plus grande que celle du point situé sur sa verticale à la surface de la terre, même s'il ne tenait pas compte de la retenue due à la variation de la direction de la force de gravité au cours de la chute. Mais il avait tort à propos de la trajectoire que le corps suivrait après avoir dépassé la surface de la terre. Soutenir que cette trajectoire est une spirale convergeant vers le centre de la terre revient à soutenir qu'à la longue la force de gravité attirant le corps vers ce centre prévale sur la poussée due ou mouvement rotatoire autour de ce centre qui ce corps possède lorsqu'il commence à tomber. Or ceci n'est possible qu'en présence d'une résistance s'opposant à son mouvement que Newton

⁵ Pour la correspondance Hooke-Newton dont il sera question dans la suite, cf. Newton (C), vol. II, pp. 297-313. De larges extraits des lettres échangées sont cités et commentés par Koyré (1968), VI, pp. 267-313.

⁶ Cf. Westfall (1980), p. 413.

ne mentionne guère. Et encore, dans ce cas la spirale serait bien différente de celle qu'il dessine⁷.

Hooke ne pouvait pas espérer une occasion de polémique plus favorable. Dans sa réponse, datée du 9 décembre, il invite Newton à supposer qu'au dessous du corps tombant, la terre présente une fissure tout au long de sa section ; le mouvement de ce corps peut alors être assimilé au mouvement d'un planète orbitant autour du centre de la terre par l'effet d'un mouvement composé de deux autres mouvements : l'un, dû à la rotation de la terre se transmettant à ce corps dès le début de sa chute, et l'autre, à l'attraction vers ce centre. D'après Hooke, en absence de toute résistance, la trajectoire de ce corps devrait être « une sorte ellipsoïde », c'est-à-dire une courbe « ressemblant à une ellipse. »

Quatre jours plus tard, Newton répondit en reconnaissant qu'en absence de résistance la trajectoire du corps ne peut pas être une spirale convergeant vers le centre de la terre, mais ajoutant aussi que, la gravité étant supposée constante, elle ne peut pas non plus avoir « une forme ellipsoïdale ». Hooke répliqua à nouveau le 6 janvier en rejetant la supposition d'une gravité constante et soutenant que cette dernière devait plutôt être supposée inversement proportionnelle au carré de la distance au centre de la terre.

Récapitulons. Encore que Hooke et Newton discutent dans ces lettres d'un corps tombant vers le centre de la terre, il est clair qu'ils ont en tête un modèle mathématique général, qu'on peut appliquer au cas d'un planète tournant autour du soleil. En faisant entrer en ligne de compte la première loi de Kepler — d'après laquelle les planètes suivent des orbites elliptiques dont le soleil occupe un foyer — et en supposant que Newton assimile ellipsoïde de Hooke à une ellipse, ce que ce dernier semble suggérer, est alors que pour rendre compte de ces orbites il suffit de supposer :

i) que dans chaque point P de celles-ci les planètes sont attirées vers point fixe S , constitué par un foyer de l'ellipse qu'ils tracent au cours de leur mouvement et occupé par le soleil ;

ii) que l'intensité de cette attraction varie point par point comme varie le quotient $x = \frac{\odot^2}{QE}$, c'est-à-dire comme l'inverse du carré de la distance entre la position du planète et le soleil ;

iii) que le mouvement des planètes résulte de la composition point par point d'un mouvement rectiligne dirigé vers le soleil dû à cette attraction avec un autre mouvement dû à la tendance que tout corps aurait à maintenir son mouvement initial, pourvu qu'aucune cause extérieure n'intervienne.

Hooke n'avait formulé cette conjecture que de manière implicite et fort imprécise ; il n'avait avancé de surcroît aucun argument apte à la justifier. Newton en fut pourtant impressionné : après avoir reçu la lettre du 6 janvier, il interrompt tout autre recherche et il se consacra à en chercher une démonstration⁸.

⁷ Cf. Arnol'd (1990), pp. 16-21.

⁸ Cf. Hall et Hall (1962), pp. 293-301, Herivel (1965), pp. 246-256 et Westfall (1971), pp. 513-514.

V.2. Descartes et Newton à propos du principe d'inertie et du mouvement circulaire

La conjecture de Hooke s'accorde avec deux résultats que Newton avait lui-même obtenus quelques années auparavant, à la suite de sa lecture des *Principia Philosophiæ* de Descartes⁹.

Le premier de ces résultats tient au principe d'inertie. Dans les articles 37 et 39 de la deuxième partie des *Principia Philosophiæ*, Descartes avait déjà affirmé ce principe sous la forme de deux « lois de la nature » : « chaque chose demeure en l'état qu'elle est, pendant que rien ne le change » ; et « tout corps qui se meut, tend à continuer son mouvement en ligne droite¹⁰. » Dans une note que Newton rédige entre 1664 et 1665, on trouve une version modifiée de ces deux lois, sous la forme de deux « axiomes », dont le deuxième introduit une clarification essentielle par rapport à la formulation de Descartes : « une fois en mouvement, une quantité ne s'arrêtera jamais sauf si interdite par quelque cause externe » ; et « une quantité se mouvra toujours sur quelque ligne droite (sans changer ni la détermination [lit "direction"] ni la vitesse de son mouvement), sauf si quelque cause externe ne la dévie¹¹. »

Commentant sa seconde loi, Descartes avait observé qu'une pierre entraînée par une fronde tend, en chaque point de sa trajectoire, à se mouvoir selon la direction de la tangente à celle-ci, et que cela « nous fait voir *manifestement*, que tout corps qui est mû en rond, tend sans cesse à s'éloigner du cercle qu'il décrit. »

Le lecteur moderne comprend que cette tendance à s'éloigner du cercle (ou pour mieux dire du centre de ce cercle) propre à tout corps animé par un mouvement circulaire n'est rien d'autre qu'un effet de son inertie, c'est-à-dire de sa tendance à continuer en chaque point à se mouvoir selon la direction et la vitesse qu'il a en ce point, tendance à laquelle s'oppose la corde de la fronde qui, en se tendant, retient le corps sur une trajectoire circulaire. Selon cette interprétation, qui est celle que Newton fera sienne plus tard et qui s'imposera par la suite, la trajectoire circulaire (fig. 1) est due à la composition point par point d'une force *PT* dirigée vers le centre *C* (et dite de ce fait « centrale ») avec l'inertie *PR*. La tendance à s'éloigner du centre est alors représentée par le segment *QR* indiquant la déviation de la trajectoire circulaire de la direction inertielle¹² *PR*.

Ce n'est pas l'interprétation de Descartes : analysant le mouvement circulaire (article 57 de la troisième partie des *Principia Philosophiæ*), il y reconnaît, à côté de la tendance du corps tournant à se mouvoir au long de la direction de la tangente, un « effort [*conatus*, en latin] pour s'éloigner du centre » selon la direction du rayon, et observe que c'est bien à cet effort que s'oppose la corde de la fronde lorsqu'elle se tend. Dans le chapitre VII du *Monde* il avait été encore plus explicite¹³ : « Quand on fait tourner une pierre dans une fronde, non seulement elle va tout droit aussitôt qu'elle en est sortie ; mais

⁹ De nombreuses notes témoignent de l'intérêt de Newton pour la mécanique avant 1669 ; les principales ont été publiées par Herivel (1965), pp. 121-235.

¹⁰ Je cite ici des *Principes* de 1647, une traduction française successive de trois ans à l'édition originale. Descartes avait déjà énoncé le même principe sous une forme analogue dans le chapitre VII du *Monde* (première et troisième lois), rédigé entre 1629 et 1633, mais publié posthume seulement en 1664. Ces sont pourtant les *Principia philosophiæ*, et non pas le *Monde*, qui constituent la source de Newton.

¹¹ Cf. Herivel (1665), p. 141.

¹² Lorsque la force centrale cesse, comme quant la pierre de libère de la fronde, le corps continue alors à se mouvoir en ligne droite, selon la direction de la tangente à cercle dans le point où il trouve en ce moment.

¹³ Cf. la note (10), ci-dessus.

de plus, pendant tout le temps qu'elle y est, elle presse le milieu de la fronde, et fait tendre la corde [...]. » Autrement dit, pour Descartes, le mouvement circulaire se compose de trois mouvements rectilignes : deux dans la direction du rayon, l'un dirigé vers le centre et l'autre à l'opposé, qui s'annulent et tiennent le corps en équilibre sur la circonférence ; et un troisième dans la direction de la tangente, qui fait avancer le corps sur cette même circonférence. On devrait en conclure que la trajectoire circulaire (fig. 2) est due à la composition de trois forces, dont deux, PT et PV , égales et opposées, et l'autre, PR , dirigée comme la tangente. La seconde de ces force serait justement l'effort pour s'éloigner du centre, qu'en lieu de résulter, comme dans l'interprétation moderne, de la composition d'inertie et force centrale, se composerait avec ces deux forces comme une troisième force indépendantes de celles-ci.

Si de la description qualitative de la situation on passe à la mesure des apports des mouvements en jeu, on se rend compte que la différence entre l'interprétation de Descartes et celle de Newton, pour profonde qu'elle soit sur le plan de la conceptualisation générale du mouvement circulaire, n'a pas de conséquence majeure pour ce qui est de l'étude de ce mouvement ; quelle que soit l'interprétation adoptée, la grande question reste celle du rapport entre la mesure de l'inertie et la mesure de la tension de la corde (ou de tout autre contrainte qui retient le corps sur la trajectoire circulaire), que cette dernière soit pensée comme s'opposant directement à l'inertie ou à l'effort pour s'éloigner du centre. C'est ainsi que, quelques années après Descartes, Huygens¹⁴ adoptera la même interprétation que lui, mais parviendra à obtenir une mesure correcte de ce qu'il appellera force centrifuge¹⁵.

Le second résultat de Newton mentionné plus haut est analogue à celui de Huygens, et est obtenu de manière complètement indépendante¹⁶. Newton parle bien d'effort pour s'éloigner du centre, mais il fonde son argument sur la considération de la déviation de l'orbite circulaire que le corps subirait s'il était entraîné par son inertie le long de la tangente à cette orbite ; sans autre explication, il considère cette déviation comme une représentation d'un tel effort. Cela lui permet de mesurer l'effort correspondant à une révolution complète du corps autour du centre, et d'en conclure que cet effort est ponctuellement comme l'inverse du carré du rayon du cercle.

Quelques compléments techniques

Newton commence par supposer qu'en chaque point P du cercle-trajectoire (fig. 3) l'effort pour s'éloigner du centre est tel qu'il éloignerait le corps tournant du cercle de la distance¹⁷

¹⁴ Christian Huygens (1629-1695) fut un mathématicien, astronome et physicien hollandais ; on reviendra plus tard sur certains de ces apports.

¹⁵ La notion de force centrifuge apparaît à la fin de l'*Horologium oscillatorium* (*Horloge oscillatoire* [c'est-à-dire, l'horloge à pendule]), publié à Paris en 1673. Avant cette date, elle avait fait déjà l'objet du traité *De vi centrifuga* (*De la force centrifuge*), rédigé par Huygens en 1659, mais publié seulement en 1703.

¹⁶ Le manuscrit qui contient ce résultat a été publié par Herivel [cf. Herivel (1665), pp. 193-198] qui le date conjecturalement des années 1665-1666 [cf. *ibid.*, p. 93], en l'identifiant de toute manière avec une note qui, selon une témoignage de D. Gregory, Newton aurait sans doute rédigé avant 1669 [cf. *ibid.*, p. 72, note 2].

¹⁷ On observe que Newton considère ici la déviation QR comme ayant la même direction du rayon QC , plutôt qu'étant parallèle au rayon PC , comme dans la figure 1. L'arc PQ étant infiniment petit, cette différence n'a pourtant pas de conséquences majeures, car les rayons QC et PC peuvent être considérés comme étant parallèles entre eux.

QR , dans le temps que ce corps met à parcourir l'arc infiniment petit PQ , PR étant la tangente au cercle au point P .

Pour mesurer cet effort, il cherche d'abord à déterminer la distance à laquelle il éloignerait le corps tournant dans le temps que ce corps met à effectuer un tour complet autour du centre. Il postule qu'un tel effort se comporte comme la gravité, c'est-à-dire qu'il éloigne le corps de la circonférence d'une distance proportionnelle au carré du temps pendant lequel il opère ; il en conclut qu'il suffit alors de considérer l'arc PQ et la circonférence entière comme des mesures respectives des temps employés pour les parcourir — ce qui équivaut à supposer que le mouvement circulaire est uniforme — pour avoir la proportion $x : QR = \odot^2 : PQ^2$, où x est la distance cherchée et \odot la circonférence. En se réclamant de la proposition III, 36 des *Eléments* d'Euclide¹⁸ et de la possibilité de confondre le diamètre QE et le segment PR respectivement avec le segment RE et l'arc PQ (dont ils diffèrent infiniment peu) il tire de là l'égalité $x = \frac{\odot^2}{QE}$, c'est-à-dire, en notation moderne, $x = 2\pi^2 r$.

Le mouvement de rotation ayant été supposé uniforme, la vitesse angulaire (celle avec laquelle le corps tourne sur la circonférence) est constante et égale au rapport entre la circonférence (égale à $2\pi r$) et le temps T employé à la parcourir. Si dénotons cette vitesse par « v_a », on aura alors $x = \frac{v_a^2}{2r} T^2$. Or, de ce que l'on a supposé que l'effort éloigne le corps de

la circonférence de distances qui sont entre elles comme les carrés de temps, il s'ensuit que l'intensité ponctuelle d'un tel effort est mesurée par le rapport entre la distance x à laquelle ceci éloignerait le corps tournant dans le temps que ce corps met à effectuer un tour complet

et le carré de ce temps, ce qui n'est rien d'autres que $\frac{v_a^2}{2r}$. Il suffit alors de supposer que

l'orbite des planètes autour du soleil s'approche d'un cercle¹⁹, et d'appliquer à ce cercle la troisième loi de Kepler — d'après laquelle dans les orbites des planètes autour du soleil, les carrés des temps employés à parcourir ces orbites (ou périodes de révolutions) sont proportionnels aux cubes des axes majeurs de ces mêmes orbites, c'est-à-dire aux cubes des

rayons, si celles-ci sont circulaires, ce qui fait que le rapport $\frac{r^3}{T^2}$ est constant — pour en

conclure que l'effort pour s'éloigner du centre est ponctuellement proportionnel à $\frac{1}{r^2}$, c'est-

à-dire qu'il est inversement proportionnel au carré du rayon du cercle²⁰, car

$$\frac{v_a^2}{2r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2} \frac{1}{2r} = \left(2\pi^2 \frac{r^3}{T^2} \right) \frac{1}{r^2}.$$

Comme en un mouvement circulaire, le rayon du cercle mesure la distance (constante) du corps en mouvement au centre de ce cercle, et que l'effort à s'éloigner du cercle est une force s'exerçant au long de la direction qui joint ce corps et ce centre, ce résultat revient à affirmer que dans le cas d'une orbite circulaire, l'intensité de cet effort (c'est-à-dire,

¹⁸ Le contenu de cette proposition n'est pas important ici. Ce qui est essentiel est ce que cette proposition énonce une propriété purement géométrique du cercle, c'est-à-dire totalement indépendante du fait de considérer ceci comme la trajectoire d'un mouvement.

¹⁹ Rappelons qu'un cercle n'est rien d'autre qu'une ellipse dont les deux foyers viennent à coïncider l'un avec l'autre se confondant ainsi avec son centre.

²⁰ Cf. Herivel (1665), p. 195. Newton se limite en vérité à énoncer cette conclusion en affirmant qu'elle dérive de la troisième loi de Kepler. Pour l'argument proposé ici, cf. Cohen (1982), p. 28.

dans le langage de Huygens, de la force centripète) est égale à l'intensité que la conjecture de Hooke assigne à la force d'attraction vers le centre, encore que ces forces soient dirigées en sens contraire. Cette différence pourrait apparaître énorme. Une fois que le mouvement circulaire est correctement interprété, elle devient pourtant inessentielle, car l'argument employé par Newton pour justifier ce résultat peut alors s'appliquer sans aucun changement à la mesure de la force centrale. Ceci est ce que ce dernier doit avoir compris en 1680, à la suite de sa correspondance avec Hooke.

V.3. Comparaison entre les résultats de Newton à propos du mouvement circulaire et la conjecture de Hooke

Il semble donc qu'avant la fin de 1666, possiblement, avant 1669, certainement, Newton avait déjà imaginé pouvoir expliquer l'orbite des planètes en supposant l'action d'une force inversement proportionnelle au carré de leur distance au soleil. En reconnaissant dans la déviation QR (fig. 3) une représentation géométrique d'une telle force, Newton avait implicitement appliqué au mouvement circulaire — et, par approximation, aux mouvements orbitaux des planètes — l'analyse que Galilée avait proposée dans la quatrième journée de ses *Discours*²¹ pour déterminer la trajectoire d'un projectile lancé dans le vide. Considérons le cas le plus simple, où le projectile est lancé parallèlement à l'horizon. Galilée avait observé que son mouvement se compose d'un mouvement rectiligne uniforme au long de la direction de l'horizon AH (fig. 4) et d'un mouvement uniformément accéléré (dans lequel les espaces parcourus sont proportionnels aux carrés des temps) au long de la direction de la gravité, perpendiculaire à l'horizon. De là, il avait aisément conclu que les déviations BL , CM , DN ,... sont proportionnelles aux carrés des espaces AB , AC , AD ,... et, par conséquent, que la trajectoire AF du projectile est une parabole.

Abordant un problème inverse de celui que se pose Galilée — consistant à déterminer l'intensité de la force étant donnée la trajectoire, plutôt qu'à déterminer la trajectoire étant donnée l'intensité de la force —, Newton maintient, comme on l'a vu, l'idée d'identifier les effets de cette force avec les déviations de la trajectoire rectiligne que le corps suivrait en absence de celle-ci. Pour entamer son argument, il est pourtant obligé de supposer que cette force éloigne les corps de distances qui sont entre elles comme les carrés de temps, ce qui revient à poser *a priori* qu'elle est constante au long de la trajectoire. Si cette supposition est fort raisonnable dans le cas du mouvement circulaire, elle limite la portée du résultat atteint. Tout ce qu'un tel résultat nous dit est en effet que la force centrifuge en œuvre dans le mouvement circulaire varie avec la dimension du cercle, et en particulier qu'elle varie comme l'inverse du carré de son rayon.

Tout étant compatible avec celui conjecturé par Hooke, ce résultat est donc intrinsèquement différent que celui-ci : la conjecture de Hooke porte sur la variation de la force — cette fois attractive et non pas centrifuge — tout au long d'une orbite elliptique, alors que le résultat de Newton porte sur sa variation en passant d'une orbite circulaire à une autre. Néanmoins, ce résultat a été démontré et non pas seulement conjecturé, et bien que cette démonstration ne puisse pas directement prouver la conjecture de Hooke, elle indique le chemin à prendre pour parvenir à cette démonstration, car elle suggère

²¹ Cf. la note (4) du chapitre I.

d'employer la déviation de la trajectoire rectiligne (due à l'inertie) comme mesure de la force. En 16780 Newton suivra justement ce chemin.

V.4. La notion de force

Comme on verra dans la section suivante, la démonstration de Newton sera très simple. Personne n'y était pourtant parvenu avant lui, car cette simplicité dépend d'un acquis préalable concernant le traitement mathématique d'une force. Avant d'exposer une telle démonstration, il faut donc anticiper cet acquis.

On a jusqu'ici parlé assez librement de « forces », mais on n'a guère éclairé ce qu'est une force en général. On a employé ce terme moderne pour se référer à ce qui, dans les arguments précédents, est traité comme condition d'un mouvement : qu'elle ait été pensée comme une attraction, un effort, une tendance, ou une tension. En ceci, on a suivi l'usage en vigueur avant 1680 : le terme « force » était employé sans assigner un statut précis à l'entité physique à laquelle on se référait par ce terme, qui était d'ailleurs utilisé en même temps que d'autres — tels « effort », « gravité », « attraction », ou même « mouvement » — de manière foncièrement métaphorique. Si on reste au niveau d'une image générale comme celle relevant de la conjecture Hooke, ou à celui de raisonnements particuliers comme ceux que Newton applique à un mouvement circulaire, cette imprécision conceptuelle n'a pas d'inconvénient majeur : dans le premier cas, elle va de même avec l'imprécision de l'image dont il est question ; dans le second, elle est palliée par la précision de la situation mécanique fort particulière qui fait l'objet du raisonnement. Mais si on cherche à démontrer la conjecture de Hooke, alors il faut commencer par la formuler de manière plus rigoureuse, et pour ce faire il est impératif de donner un contenu mathématique plus précis au concept de force d'attraction.

Newton le fit, mais, comme plusieurs commentateurs l'ont noté, il ne parvint pas pour autant à donner une définition claire, univoque et général de force. R. Westfall a soutenu notamment²² que chez Newton — dans ses premiers manuscrits mécaniques, dans les œuvres qui leur font suite, et même dans les *Principia* — cohabitent plusieurs notions de force et demeure en particulier une double ambiguïté entre la force entendue comme une succession d'impulsions²³ ou comme une action continue, d'une part, et comme la cause de la variation de la quantité de mouvement ou comme la cause de l'accélération, d'autre part²⁴.

Il me semble pourtant que pour Newton le problème n'est pas de définir ou de caractériser la force en général, mais plutôt de trouver une manière de la traiter mathématiquement. De même qu'il conçoit la vitesse instantanée — dont il ne donnera pas non plus de définition générale et précise — comme une propriété intrinsèque de tout mouvement, Newton conçoit la force comme une condition intrinsèque d'un mouvement

²² C'est une des thèses centrales de Westfall (1971) : cf. par exemple pp. 470-476.

²³ En langage technique une impulsion est une sorte de poussée instantanée, telle celle qui est due au choc d'un corps dur contre un autre.

²⁴ En tant que cause de la variation de la quantité de mouvement, la force serait exprimée par la différence Δmv , où m est la masse inertielle du corps sur lequel la force agit et v sa vitesse instantanée (on reviendra plus loin sur la notion de masse inertielle ; pour l'instant on dira que le produit mv est justement la quantité de mouvement et que le symbole « Δmv » dénote la différence entre les valeurs de celle-ci en deux instants successives séparés par un laps de temps établi au préalable) ; en tant que cause de l'accélération, elle serait en revanche exprimée par le produit ma , où a est justement l'accélération instantanée.

non rectiligne uniforme, et il ne recherche que les moyens mathématiques de l'exprimer, la représenter et la mesurer.

Or, si on se concentre sur ces moyens, plutôt que sur les définitions explicites ou implicites de Newton, les choses deviennent beaucoup moins ambiguës : à partir de la note qu'il compose après la correspondance avec Hooke de 1679-80, il ne changera plus d'avis sur ce point. Il représentera toujours une force agissant ponctuellement sur un certain corps par un segment dont la position indique la direction de cette force et la longueur son intensité, ou, comme on dit aujourd'hui, sa composante scalaire. Plus précisément, il concevra ce segment comme une représentation de l'espace que ce corps parcourrait d'un mouvement rectiligne au cours d'un certain temps, si son mouvement n'était dû qu'à l'action de cette force s'appliquant à lui dans un état de repos. Lorsque il traitera une force comme une impulsion, ou comme une succession d'impulsions, il concevra ce mouvement comme uniforme, la force n'agissant qu'à son début ; lorsqu'il traitera la force comme une action continue, il concevra ce mouvement comme uniformément accéléré, la force restant constante au cours du temps considéré.

Quelques compléments techniques

Cette représentation de la force ne diffère pas de celle que Newton avait choisie dès 1665 pour la vitesse ponctuelle, car celle-ci avait été précisément représentée par l'espace que le corps, se trouvant en un certain point, aurait parcouru en un certain temps d'un mouvement rectiligne — dans ce cas certainement uniforme — si au cours de ce temps sa vitesse n'avait pas changé. Ce qui diffère d'un cas à l'autre est la cause présumée d'un tel mouvement rectiligne virtuel : dans le cas de la vitesse, cette cause est le mouvement déjà en cours, pris avec la vitesse ponctuelle qui le caractérise dans le point considéré ; dans le cas de la force, cette cause est la force elle-même, considérée comme agissant sur le corps de manière indépendante de l'état de mouvement de ce dernier.

Il s'ensuit qu'à chaque point de la trajectoire d'un corps Newton associe deux segments, ou proto vecteurs²⁵ (donnés ou à déterminer autant par longueur que par position), dont un représente la vitesse ponctuelle de ce corps et l'autre la force agissant ponctuellement sur lui.

Or, le principe d'inertie²⁶ nous dit que le mouvement effectif d'un corps résulte autant de sa vitesse ponctuelle que de la force qui agit ponctuellement sur lui. Comme ces deux segments représentent l'un et l'autre des espaces parcourus d'un mouvement rectiligne virtuel au cours d'un temps donné, pour connaître les propriétés ponctuelles de ce mouvement effectif — c'est-à-dire l'espace parcouru au cours de ce temps si la force n'agit qu'au début, comme dans une impulsion, ou bien qu'elle reste constante — il suffit de composer entre eux ces segments point par point selon la règle du parallélogramme²⁷. Si l'on suppose qu'au cours du temps la force agit par impulsions successives, de sorte que la vitesse du corps change de manière saccadée, il suffit, pour avoir une représentation fidèle du mouvement réel et de sa trajectoire, de considérer les espaces parcourus dans le laps de temps qui sépare deux

²⁵ Cf. les premiers compléments techniques de la section II.5.2., p. ?.

²⁶ Cf. la section V.2., ci-dessus.

²⁷ Cf. les deuxièmes compléments techniques de section II.5.2., p. ?. Lorsque la force est traitée comme une impulsion, cette règle s'y applique tout naturellement car le segment qui représente la force est conçu comme un espace parcouru d'un mouvement rectiligne uniforme : c'est ainsi que Newton justifiera l'application de cette règle à la composition des forces dans les *Principia*, lors du corollaire 1 aux lois du mouvements. Lorsque la force est traitée comme constante au cours du temps considéré, cette règle est applicable car le temps est donné et le mouvement uniformément accéléré qui produit le segment représentant la force peut donc être substitué à un mouvement uniforme (dont la vitesse est égale à la vitesse moyenne de ce mouvement uniformément accéléré).

impulsions. Les diagonales des parallélogrammes successifs ainsi construits fourniront alors la trajectoire polygonale suivie par le corps. Si l'on suppose qu'au cours du temps la force agit continuellement, de sorte que la vitesse du corps change aussi continuellement, alors il faut ou bien considérer des temps infiniment petits au cours desquels la force peut être considérée comme constante, ou bien considérer d'abord la force comme agissant par impulsions successives et chercher ensuite à passer à la limite, en supposant que les intervalles entre les impulsions deviennent de plus en plus brefs²⁸.

Ces principes généraux ayant été posés, reste à se doter des outils mathématiques qui permettent d'opérer sur les représentations géométriques choisies pour la force et la vitesse. Or, ces représentations se fondent, en un sens, sur une identification de la force et de la vitesse qui, d'un point de vue mécanique, ne saurait pas être correcte, car l'inertie, qui n'est en fait que la manifestation d'une vitesse ponctuelle, est représentée et traitée comme une force. Cette identification ne peut ainsi conduire à des conclusions correctes qu'à une seule condition : ne l'accepter qu'au niveau de la représentation géométrique.

Ainsi Newton semble avoir été confronté à une alternative : soit trouver la manière de conduire ses raisonnements mathématiques directement sur ces représentations, en généralisant et adaptant à ce propos l'ossature proprement géométrique de sa théorie des fluxions²⁹, sans recourir au formalisme³⁰ de cette théorie ; soit trouver la manière d'étendre ce formalisme, de telle sorte qu'il puisse exprimer non seulement l'intensité des vitesses ponctuelles (comme c'était déjà le cas³¹), mais aussi les directions des vitesses et des forces, et l'intensité des forces, en sauvegardant la distinction dimensionnelle, mécaniquement essentielle, entre force et vitesse.

L'histoire des mathématiques montrera que les deux chemins sont possibles. Le premier était pourtant non seulement le plus naturel pour Newton en 1679-80, mais aussi le seul qu'il pouvait parcourir sans s'engager dans une révision conséquente des fondements de la théorie des fluxions³².

²⁸ On va le voir en examinant la preuve que Newton propose pour la conjecture de Hooke dans la section suivante.

²⁹ Cf. la section II.5.

³⁰ Cf. les section II.2 – II.4.

³¹ Cf. les premiers compléments techniques de la section II.5.2., p ?.

³² Pour le lecteur familiarisé avec le formalisme du calcul différentiel, j'ajoute que cette révision aurait pu permettre à Newton d'introduire des formalismes analogues à ceux des dérivées deuxièmes (pour exprimer les forces) et des dérivations par rapport à différentes variables (pour exprimer les directions). S'il sut réaliser la première de ces extensions quelques années plus tard, dans les différentes versions du *De quadratura* (cf. note (8), chapitre VI), Newton ne réalisa jamais la seconde qui semble d'ailleurs difficilement compatible avec l'idée même de fluxion. Cela n'empêche que le formalisme de la théorie des fluxions soit localement présent dans les *Principia*, la plupart de temps de manière implicite. On considère quelques exemples dans la suite. La question de savoir si Newton avait-il les ou non les moyens techniques pour réécrire sa mécanique à l'aide du formalisme de la théorie des fluxions (ou même s'il l'a effectivement fait dans des manuscrits ensuite détruits, comme on l'a même suggéré) est très complexe et constitue un des problèmes ouverts le plus discutés par les spécialistes de la mécanique de Newton. J'y reviendrais dans la section V.9.3, où l'on verra que cette question a aussi des aspects non-techniques concernant la manière dans laquelle Newton pense son rapport avec la tradition et l'innovation, et en particulier sa conception d'une *prisca sapientia* et de son rapport avec la parole de Dieu, dont on a discuté dans le chapitre IV. Ici, je me limite ici à observer que Newton n'avait pas besoin de se lancer dans un tel travail, car il pouvait suivre, comme il l'a fait, le premier des deux chemins mentionnés ci-dessus.

V.5. La preuve de la conjecture de Hooke

Ce long détour effectué, il est désormais possible d'en venir à la preuve de la conjecture de Hooke. Celle-ci fait intervenir un théorème préalable qui restera une pierre de touche de la théorie des mouvements orbitaux de Newton. Ce théorème a une double fonction : justifier la considération des forces d'attraction directes vers des centres fixes, en montrant une propriété mathématique essentielle de celles-ci ; faire entrer en ligne de compte la deuxième loi de Kepler — les rayons vecteurs qui joignent les planètes au foyer de leur orbite où se trouve le soleil décrivent des aires égales en temps égaux — qui servira ensuite pour fournir une représentation et une mesure géométriques des temps.

Newton démontre³³ que toute orbite due à l'action d'une force d'attraction directe vers un centre fixe sur un corps en mouvement inertiel satisfait à la deuxième loi de Kepler, indépendamment de l'intensité de cette force et de la manière dont elle varie.

La reconstruction de la preuve de ce théorème constitue la plus simple des illustrations de la méthode de Newton, fondée sur la comparaisons de certaines grandeurs géométriques (dans ce cas des segments et des triangles), prises comme des mesures de vitesses et de forces.

Considérons un corps qui se meut sur AB (fig. 5) d'un mouvement rectiligne uniforme et qui reçoit en B une impulsion instantanée dirigée vers O . Sans cette impulsion, dans un temps égal à celui employé pour passer de A à B , il serait parvenu à C , avec $AB = BC$. Si au moment de recevoir l'impulsion il avait été au repos, dans ce même temps il serait parvenu à un certain point I au long de la droite BO , dont la position sur cette droite dépend de l'intensité de l'impulsion.

En réalité, dans ce même temps, il parvient en R (CR et IR étant respectivement parallèles et égaux à BI et BC). Il est facile de voir que l'aire du triangle ORB ne change pas si le point I varie au long de OB . Il s'ensuit que l'aire décrite par le rayon vecteur OB au cours du temps considéré ne dépend guère de l'intensité de l'impulsion.

Supposons maintenant qu'en R ce corps reçoit une autre impulsion dirigée vers O . En raisonnant comme ci dessus, on en conclut que dans un temps égal à celui employé pour passer de B à R , il parvient en T , (pourvu que $RS = BR = JT$ et $ST = RJ$, J étant un point quelconque pris sur RO). Or, il est facile de montrer que les triangles ORB et OTR sont égaux (ayant une base OR commune et des hauteurs relatives à cette base égales entre elles).

En des temps égaux, le rayon vecteur d'origine O qui joint ce point aux positions du corps B , R et T décrit donc des aires égales, quelle que soit l'intensité des impulsions agissant en B et R . Il suffit, à ce point, de supposer que ces impulsions se succèdent à des intervalles de plus en plus brefs jusqu'à se transformer en une force agissant continuellement, et d'observer que l'argument précédent ne dépend pas de la grandeur du temps considéré, pour conclure : la trajectoire polygonale BRT se transformera en une courbe et « le corps par une attraction continue décrira des aires de cette courbe [...] proportionnelles aux temps dans lesquels elles sont décrites³⁴. »

Ce théorème ayant été démontré, l'aire du secteur elliptique SPQ peut être prise comme une mesure du temps que le corps orbitant autour de S met à parcourir l'arc PQ de son orbite. Si on suppose que cet arc est infiniment petit, alors ce secteur peut être

³³ Cf. Herivel (1965), pp. 247-248.

³⁴ Cf. Herivel (1965) p. 248.

assimilé à un triangle et son aire peut être exprimée par le produit $\frac{1}{2}(SP)(QT)$, QT étant la perpendiculaire à SP tirée de Q . C'est en exploitant cette possibilité que Newton parvient enfin à prouver, par un argument purement géométrique, qu'en chaque point d'une orbite elliptique, la force d'attraction dirigée vers un foyer est inversement proportionnelle au carré de la distance de ce foyer, ce qui revient à démontrer la conjecture de Hooke.

La preuve en deux temps que Newton fournit à cette occasion sera pourtant profondément modifiée (et simplifiée) par la suite. On ne l'exposera donc pas ici. Il suffit de dire que, satisfait de cette preuve, Newton abandonne à nouveau ses réflexions mécaniques, enferme ses papiers dans un tiroir, et retourne à ses recherches théologiques et alchimiques.

V.6. *La visite de Halley : le problème direct et le problème inverse des forces centrales*

Après avoir démontré la conjecture de Hooke, Newton avait décidé de ne plus s'intéresser au mouvements des planètes ; la conjecture de Hooke, elle, continuait en revanche d'intriguer les philosophes de la nature anglais. En janvier 1684 la question fit l'objet d'une discussion à la *Royal Society*³⁵, au cours de laquelle Hooke se confronta à E. Halley — jeune astronome devenu célèbre pour avoir observé deux ans auparavant la comète qui porte encore son nom — et à C. Wrin — mathématicien et architecte de la génération précédente qui, en 1658, avait su rectifier la cycloïde³⁶, et qui était à l'époque engagé dans la construction de la cathédrale St. Paul, à Londres, dont il avait signé le projet.

Hooke prétendait savoir démontrer les trois lois de Kepler en se fondant sur sa conjecture, mais ne présentait pas des démonstrations ; Halley avouait avoir échoué dans cette tâche ; Wrin se déclarait sceptique quant à la possibilité d'y parvenir³⁷. Il alla jusqu'à offrir un livre d'une valeur de 40 shillings à quiconque lui aurait apporté cette preuve avant deux mois³⁸. Personne ne gagna ce prix, mais Halley ne se résigna pas et, au mois d'août suivant, à l'occasion d'une voyage à Cambridge, il décida de rendre visite à Newton pour avoir son opinion sur la question.

On ne sait pas, au juste, quelle est la question que Halley posa à Newton.

Le mathématicien A. de Moivre raconte avoir entendu Newton se rappeler que Halley lui avait demandé « quelle aurait été la trajectoire décrite par une planète attirée vers le soleil avec une force inversement proportionnelle au carré de sa distance au soleil » ; à quoi Newton aurait répondu que cette trajectoire est une ellipse et aurait prétendu l'avoir démontré. Mais tout ce que Newton avait démontré, à ce jour, était qu'une trajectoire elliptique est due à une force d'attraction dirigée vers un foyer et inversement proportionnelle au carré de la distance, ce qui n'est que le théorème réciproque de celui qu'en répondant à la question de Halley, il aurait prétendu avoir démontré.

³⁵ Cf. entre autres Westfall (1980), p. 436.

³⁶ La cycloïde est la courbe tracé par un point fixe sur un cercle qui tourne sur une droite.

³⁷ Une fois admis que le soleil attire les planètes avec une force dont il est le centre, l'hypothèse que cette force soit inversement proportionnelle au carré de la distance de ce centre devait apparaître comme fort naturelle. En effet, comme l'observe I. B. Cohen [cf. Cohen (1971) p. 47], « toute chose qui se répand uniformément en toute direction à partir d'un centre diminue en concentration et intensité avec le carré de la distance, comme fait la lumière. » La difficulté consistait à démontrer les lois de Kepler en partant de cette hypothèse.

³⁸ Cf. Newton (C), vol. II, pp. 441-442.

Il y a deux problèmes distincts qu'il ne faut pas confondre : ce que l'on appellera, quelques années plus tard, problème direct des forces centrales — la trajectoire étant donnée, déterminer la force — ; et ce que l'on appellera problème inverse — la force étant donnée, déterminer la trajectoire³⁹. En 1679-80, Newton n'avait résolu que le premier. Il est probable qu'en 1684 Halley lui demanda la solution du second.

Mais, quelle qu'ait été la question de Halley, une chose est certaine : Newton ne lui montra pas la démonstration qu'il prétendait posséder, affirmant ne pas savoir la retrouver dans ses papiers ; il s'engagea néanmoins à la lui envoyer à Londres dès qu'il aurait remis la main dessus...

V.7. *Le De motu : une esquisse du premier livre des Principia*

Il est difficile de croire que Newton ait pu égarer ses papiers de 1680. Il est plus plausible d'admettre qu'avant de rendre publique sa démonstration, il ait voulu la réviser et l'élargir. De fait, après la visite de Halley, il en rédigea une nouvelle version, accompagnée de plusieurs annexes : objet d'un court traité, dont existent différentes versions, le *De motu corporum in gyrum (Du mouvement des corps en rotation)*⁴⁰. Au mois de novembre suivant, une de ces versions parvint à Halley ; pris d'enthousiasme, il retourna voir Newton et, le 10 décembre, fit un rapport à la *Royal Society*. Newton, qui avait promis de soumettre un écrit plus soigné s'exécuta : en un peu plus de deux ans, le court manuscrit devint un long traité.

Halley, de son côté, fit tout son possible pour lui faciliter la tâche. Il obtint que la *Royal Society* commandite la publication d'un traité de mécanique céleste de Newton ; lut, commenta et corrigea ses manuscrits ; maintint les rapports entre ce dernier et la Société⁴¹ ; et enfin, lorsque cette dernière se rendit compte que ses caisses étaient vides⁴², s'engagea à financer de sa poche la publication. Entre-temps, Newton avait beaucoup travaillé : le premier livre des *Principia* fut présenté à la *Royal Society* le 28 avril 1686, et tout de suite envoyé chez l'imprimeur ; le deuxième parvint à Halley le 7 mars 1687, le troisième le 4 avril. Le 5 juillet l'impression était terminée⁴³.

³⁹ Cette terminologie, utilisée tout au long du XVIII^e siècle, a été ensuite modifiée : aujourd'hui les physiciens appellent plutôt le premier de ces problèmes, « problème inverse », et le second « problème direct ». Pour éviter toute confusion je n'utiliserai par la suite que la terminologie ancienne.

⁴⁰ On connaît au moins cinq manuscrits, légèrement différents entre eux, qui contiennent une version complète du *De motu* (plus un manuscrit ne contenant que les définitions). Pour des éditions modernes, cf. par exemple : Hall et Hall (1962), pp. 237-292 ; Herivel (1965), pp. 257-303 ; et Newton (MP), vol. VI, pp. 30-80. Pour une nouvelle traduction accompagnée d'un commentaire détaillé d'une de ces versions (probablement la première rédigée par Newton), cf. De Gandt (1995), pp. 10-57.

⁴¹ Halley eut notamment à gérer les relations orageuses entre Hooke et Newton. Hooke voulant que Newton reconnaisse publiquement sa priorité, pendant que Newton prenait cette demande comme le signe qu'on voulait nier ses acquis. Sur cette question, symptomatique du caractère (et des phobies) de Newton, cf. Westfall (1980), pp. 482-490.

⁴² Ceci était dû au fait d'avoir financé, en 1686, la publication posthume du *De historia piscium (De l'histoire des poissons)* de F. Willoughby.

⁴³ Après la première édition [cf. Newton (1687)], Newton fit paraître deux autres éditions, respectivement en 1713 et 1726, sur lesquelles on va revenir dans le chapitre VI. Le traité sera ensuite plusieurs fois réédité et traduit en plusieurs langues. Une traduction moderne (en anglais), due à I. B. Cohen et A. Whitman, avec l'assistance de J. Budenz, accompagnée d'une longue introduction due à I. B. Cohen, est parue en 1999 : cf. Newton (PCW). La traduction française de référence est encore celle de la Marquise de Chatêlet (Paris), 1756-1759. Pour une édition critique présentant l'ensemble des variants des éditions de 1687, 1713 et 1726, cf. Newton (PKC).

V.7.1. LA NOUVELLE PREUVE DE LA CONJECTURE DE HOOKE ET L'HYPOTHESE DE LA PROPORTIONNALITE ENTRE ESPACES ET CARRÉS DES TEMPS

Le premier théorème du *De motu* est le même que celui de la note de 1680 qu'on a énoncé et démontré la section V.5. Aussi la preuve est la même, mais Newton prend soin d'explicitier les présupposés dont ce théorème et ceux qui lui font suite dépendent⁴⁴.

Il présente d'abord trois définitions où, sans définir la force en général, il distingue entre trois types de force : la force d'attraction dirigée vers un centre, qu'il appelle désormais « centripète » en l'honneur de Huygens ; la force inhérente (*insita*, en latin), connue aujourd'hui comme force d'inertie ; et la résistance due à l'opposition d'un moyen.

Il avance ensuite, à côté du principe d'inertie et de la loi du parallélogramme, une « hypothèse » nouvelle qui lui permet de simplifier sa preuve de la conjecture de Hooke : au tout début d'un mouvement dû à n'importe quelle force centripète, les espaces parcourus sont proportionnels aux carrés des temps. En supposant qu'une force peut être représentée ponctuellement par la trajectoire d'un mouvement rectiligne virtuel, cela revient à supposer que cette trajectoire doit être conçue comme étant celle d'un mouvement rectiligne uniformément accéléré ; car, comme l'a montré Galilée, pour un tel mouvement (et seulement pour un tel mouvement) les espaces sont proportionnels aux carrés des temps. Or, on vient de le voir⁴⁵, c'est bien ainsi que Newton représente ponctuellement une force censée agir continuellement. Son hypothèse ne fait donc qu'éclairer la nature mécanique de cette représentation : elle rend manifeste qu'une force qui agit continuellement est représentée ponctuellement par l'espace qu'un corps soumis à cette force parcourrait en un temps donné s'il était investi par cette force en un état de repos et que celle-ci agissait continuellement, en restant constant, au cours de ce temps⁴⁶.

Comme dans le premier théorème Newton avait démontré qu'un corps orbitant soumis à une force centripète obéit à la deuxième loi de Kepler — c'est-à-dire que les aires décrites par les rayons vecteurs qui joignent ce corps au centre de force sont proportionnelles aux temps qu'il est pris pour les décrire — cette hypothèse revient à assurer que, si l'on considère des portions infiniment petites de la trajectoire des corps, la composante scalaire de la force centripète dans le point initial de cette portion peut être prise comme proportionnelle au carré de l'aire décrite par le rayon vecteur joignant le corps en mouvement au centre de force, en correspondance avec cette portion de la trajectoire .

C'est le point clef de la preuve du troisième théorème du *De motu*⁴⁷.

Newton y considère (fig. 6) un corps qui orbite sur une trajectoire quelconque autour d'un centre fixe *S* vers lequel il est attiré par une force centripète. Il prend deux points *P*

⁴⁴ Le nombre et le contenu des propositions liminaires du *De motu* changeront dans les versions successives. On ne rend compte ici que de la première version.

⁴⁵ Cf. la section V.4.

⁴⁶ Dans les *Principia*, Newton transformera facilement cette hypothèse en un lemme, le lemme 10 du premier livre, démontré par des moyens purement mathématiques : il lui suffira de montrer que les aires de deux triangles rectangles similaires — dont un côté est pris comme une représentation d'un temps et l'autre comme une représentation de la vitesse ponctuelle générée au cours de ce temps — sont entre elles comme les carrés des premiers de ces côtés.

⁴⁷ Avant d'y arriver, Newton emploie le deuxième théorème pour énoncer son vieux résultat sur le mouvement circulaire, en le référant, sans autre changement, à la force centripète plutôt qu'à l'effort pour s'éloigner du centre. Pourtant ce théorème n'a plus désormais qu'un rôle marginal.

et Q sur cette trajectoire, infiniment proches l'un de l'autre et, sur la tangente en P , un point R tel que QR soit parallèle à PS . Ce segment QR représente alors, en direction et intensité, la force centripète en P : si l'intensité de cette force était donnée, la longueur de ce segment lui serait proportionnelle ; si le temps employé pour passer de P à Q était donné, ce segment serait proportionnel à son carré.

Comme, dans le cas considéré, ni l'intensité de la force, ni ce temps ne sont donnés, le segment QR est proportionnel au produit de la (composante scalaire de la) force pour le carré du temps, et donc, grâce au premier théorème, au produit de la (composante scalaire de la) force pour le carré de l'aire du triangle curviligne infiniment petit SPQ .

Si on note par « F » la (composante scalaire de la) force et qu'on tire la perpendiculaire QT au rayon vecteur SP , on en déduit la relation $F \propto \frac{QR}{(SP)^2(QT)^2}$, qui exprime

justement le contenu de troisième théorème. D'après ce théorème la force centripète en un point est donc proportionnelle à (et est donc mesurée par) une grandeur géométrique déterminée en calculant le rapport $\frac{QR}{(SP)^2(QT)^2}$ qui ne dépend que de la trajectoire du

corps soumis à cette force. Par à ce théorème, Newton fournit donc une mesure purement géométrique d'une force centripète. Pour démontrer la conjecture de Hooke, il suffit à ce point de démontrer que si l'orbite est elliptique et si le point S coïncide avec un foyer, alors le rapport $\frac{QR}{(SP)^2(QT)^2}$ est inversement proportionnel au carré de SP . C'est

précisément ce que Newton fait⁴⁸. La preuve de Newton est longue, mais elle est mathématiquement simple. Il ne sera pas nécessaire de l'exposer ici. Ce qui est essentiel est qu'elle n'est désormais qu'une preuve géométrique d'une propriété purement géométrique d'une ellipse et d'un arc PQ infiniment petit pris sur celle-ci. La force centripète n'y entre en effet qu'en tant que grandeur mesurée par le rapport $\frac{QR}{(SP)^2(QT)^2}$.

V.7.2. LA TRANSFORMATION DES TROIS LOIS DE KEPLER EN THEOREMES

De même que celle donnée en 1680, la nouvelle preuve de la conjecture de Hooke fait intervenir les deux premières lois de Kepler : la première loi est prise comme une prémisse et la deuxième est d'abord démontrée comme une conséquence d'une autre prémisse — la présence d'une force centripète dirigée vers un centre fixe —, et ensuite employée comme un lemme⁴⁹. Pour construire un théorie complètement mathématique des mouvements des planètes, Newton devait pourtant dépasser ce stade : il lui fallait montrer qu'autant la première que la troisième loi de Kepler sont des conséquences de certaines prémisses fonctionnant comme des conditions décrivant un modèle

⁴⁸ C'est la solution du problème 3 du *De motu* : trouver la (composante scalaire de la) force centripète dirigée vers un foyer d'une ellipse prise comme orbite.

⁴⁹ On appelle « lemme » un théorème employé comme prémisse dans la preuve d'un autre théorème. En mathématique, comme en toute autre discipline déductive, un théorème n'est qu'une conséquence d'un ensemble de prémisses acceptées au préalable, soit en tant que théorèmes précédents (fonctionnent de ce fait comme des lemmes), soit en tant qu'axiomes (prémisses acceptées sans démonstration en vertu soit d'une convention, soit de leur pouvoir représentatif d'une réalité donnée que la théorie qui emploie ces axiomes vise à décrire formellement).

mathématique apte à représenter formellement ce même mouvement. C'est bien ce qu'il fait.

Dans le quatrième théorème du *De motu* Newton prouve d'abord qu'un corps qui décrit une orbite elliptique sous l'action d'une force dirigée vers un foyer et inversement proportionnelle au carré de la distance de ce foyer satisfait la troisième loi de Kepler (c'est-à-dire que le carré du temps employés à parcourir cette orbite est proportionnel au cube de l'axe majeur de cette même orbite). Il emploie pour ce faire un argument issu d'une extension à l'ellipse de l'argument inverse de celui qui l'avait conduit entre 1665 et 1669 à conclure que la force centripète responsable d'une orbite circulaire est inversement proportionnelle au carré du rayon⁵⁰. En prouvant la conjecture de Hooke, Newton avait fourni une loi pour la variation d'une force centripète responsable d'une orbite elliptique au long de cette orbite. En démontrant que toute orbite de cette sorte se soumet à la troisième loi de Kepler — qui vaut aussi pour toute orbite elliptique due à une force centripète —, il semble suggérer que cette force soit la même pour toute planète. C'est un premier indice de ce qui deviendra plus tard la loi de la gravitation universelle.

Il restait à prouver la première loi de Kepler⁵¹. Tout de suite après avoir démontré la conjecture de Hooke, dans la scholie au problème 3, Newton avait déjà affirmé que « les planètes majeures orbitent en ellipses ayant un foyer [placé] au centre du soleil », mais il n'avait pas encore démontré qu'il devait en être ainsi : ni sous l'hypothèse que ces planètes soient attirées vers le soleil par des forces inversement proportionnelles aux carrés des distances qui les en séparent, ni sous n'importe quelle autre hypothèse relative à la nature de la force. Il n'avait donc pas encore transformé la première loi de Kepler en un théorème.

Cette transformation fait l'objet du problème 4, où, en supposant une force dirigée vers un centre fixe, inversement proportionnelle au carré de la distance de ce point, agissant sur un corps doté d'une certaine « vitesse initiale », Newton se propose de chercher l'ellipse qui fournit la trajectoire de ce corps. En résolvant ce problème, il montre, grâce à un argument assez complexe que ces données suffisent pour déterminer le second foyer de l'ellipse (le premier étant donné par le centre de force), et que sous certaines conditions particulières l'ellipse en question se transforme en un cercle (ce qui a lieu si les deux foyers coïncident), une parabole (si le deuxième foyer s'éloigne à l'infini), ou une hyperbole (si la somme des distances entre le corps et les deux foyers est plus petite que la distance entre le corps et le foyer donné).

Quelques compléments techniques

Ce qui nous importe ici ce n'est pas l'argument de Newton, mais plutôt la nature de sa conclusion. On a déjà observé qu'en se limitant à démontrer la conjecture de Hooke, Newton

⁵⁰ Cf. les compléments techniques de la section V.2.

⁵¹ Cette loi affirme, comme on l'a vu, que les planètes orbitent autour du soleil en suivant des trajectoires elliptiques dont le soleil occupe un foyer. Jusqu'ici Newton a tout au plus supposé que les corps qu'il a considéré tracent de telles orbites sous l'action d'une certaine force dirigée vers un foyer qu'il a cherché à déterminer (preuve de la deuxième loi) ou qu'il a supposée être inversement proportionnelle au carré de la distance à ce foyer pour en tirer des autres propriétés de ces orbites (preuve de la troisième loi). Pour prouver la première loi, il lui restait à montrer que si une certaine force centrale est inversement proportionnelle au carré de la distance à son centre, alors un corps orbitant investi par cette force décrit une ellipse dont ce centre est un foyer. Pour ceci il devait résoudre le problème inverse des forces centrales : cf. la section V.6.

n'avait guère résolu le problème inverse des forces centrales⁵². Il est alors naturel de se demander si en résolvant comme l'on vient de dire le problème 4 du *De motu* Newton donna finalement une solution à ce problème inverse des forces centrales et donc une réponse satisfaisante à la question posée par Halley en 1684.

À première vue, Newton semble ne résoudre ce problème que dans un cas très particulier, en supposant qu'on sache *a priori* que la trajectoire cherchée est une conique. C'est en particulier l'objection qui, après la publication des *Principia* — où le problème 4 du *De motu* est présenté sans grande modification comme proposition 17, problème 9 du premier livre — sera plusieurs fois adressée à Newton par des mathématiciens continentaux.

Mais si on prend garde aux détails du problème 4 du *De motu* et la solution de ce dernier, cette objection paraît infondée : Newton ne fait que chercher la trajectoire du corps en question dans la classe des coniques, en montrant que, quelles que soient les conditions données, il est toujours possible de déterminer la conique qui fournit cette trajectoire⁵³. Newton ne semble donc pas présupposer que la trajectoire cherchée est une conique, c'est-à-dire qu'il existe une conique donnant cette trajectoire. Plutôt, il le démontre, en démontrant que pour n'importe quelle condition initiale il est possible de déterminer une telle conique.

S'il reste quelque chose à prouver pour parvenir à une solution satisfaisante du problème inverse de forces centrales ce n'est donc que l'unicité de la solution ainsi déterminée. Newton ne le fait naturellement pas (et on sait aujourd'hui qu'en général le problème n'a pas une solution unique). Pourtant, dans la deuxième édition des *Principia*, il ajoute à la fin du corollaire 1 de la proposition 13 (du premier livre) — ce qui correspond à la scholie du problème 3 du *De motu* — une observation qui montre qu'il sut plus tard saisir la difficulté : il affirme, bien qu'à tort, qu'à la même force centrale agissant sur un corps dont la position et la vitesse sont données ne peuvent pas correspondre plusieurs trajectoires distinctes.

V.7.3. LES DERNIERS RESULTATS ENONCES DANS LE DE MOTU

Si la direction de la vitesse initiale d'un corps sur lequel agit une force centripète est la même que celle de cette force, le corps ne peut que tomber tout droit vers le centre de cette force de sorte que sa trajectoire se réduira à un segment de droite. Cet dernier peut pourtant être conçu comme une ellipse dégénérée, c'est-à-dire comme une ellipse si étroite de se transformer en deux segments superposées. C'est en employant un tel artifice que, dans le problème 5, Newton arrive à déterminer les espaces couverts dans des temps donnés par un corps qui tombe vers le centre d'une force.

C'est le dernier résultat du *De motu* concernant des mouvements ayant lieu en absence de toute résistance opposée par un milieu. Les deux derniers problèmes supposent la présence d'une résistance uniforme : dans le premier il est supposé qu'aucune force centripète n'accompagne l'action de cette résistance, qui ne s'oppose ainsi qu'à un mouvement inertiel ; dans le second il est supposé que la force centripète est constante et dirigée comme la vitesse du corps. Les situations considérées sont donc fort simples, mais le seul fait que Newton ait considéré la possibilité d'une résistance due à l'opposition d'un milieu montre qu'il cherchait à sortir du modèle mathématique très simple proposé par la conjecture de Hooke : corps réduits à des points ; absence de toute forme de

⁵² Cf. encore la section V.6.

⁵³ On note que parmi les coniques seulement l'ellipse est une courbe fermée (les autres coniques étant la parabole et l'hyperbole ; quant au cercle, il n'est, comme on l'a déjà vu, qu'une ellipse particulière : cf. la noter (19) ci-dessus). Une fois admis que la trajectoire cherchée est celle d'un corps parcourant une orbite fermée, il est ainsi naturel de supposer que cette trajectoire est une ellipse (c'est-à-dire que les conditions qui transforment cette trajectoire en une parabole ou une hyperbole ne se réalisent pas) : cf. Cohen (1971), pp. 51-52.

résistance ; présence d'une seule force centripète agissant sur un corps unique qui, à son tour, n'interagit nullement avec le centre de cette force. L'évolution qui conduit Newton de la première version du *De motu* aux trois livres des *Principia* tient pour l'essentiel à l'effort pour sortir de ce cadre limité⁵⁴, et construire un cadre mathématique plus proche de la réalité du *cosmos*.

V.8. *La structure des Principia et le « style newtonien »*

Se rapprocher de la réalité du *cosmos* ne signifie pas que Newton cherche à annuler toute distinction entre les configurations mécaniques passibles d'une étude mathématique et les phénomènes physiques.

Au début du chapitre 4, on a suivi la suggestion d'I. B. Cohen et on a parlé de style newtonien pour indiquer la séparation opérée par Newton entre l'édification d'un cadre mathématique abstrait et l'interprétation des phénomènes physiques comme des spécifications particulières de ce cadre. Cela est particulièrement clair pour la théorie des phénomènes cosmiques : d'après Newton, celle-ci ne saurait être possible sans l'édification préalable d'une mécanique abstraite, étudiant des configurations non seulement simplifiées, mais réduites à des pures constructions mathématiques, où toutes les données pertinentes sont supposées connues. L'idée n'est donc pas tant de faire abstraction de certains aspects des phénomènes physiques, que de choisir des aspects de ces phénomènes et de les étudier séparément en étudiant des configurations mécaniques uniquement caractérisées par des données qui relèvent de ceux-ci. Si le but est certainement de construire des modèles de plus en plus complexes, cela ne tient pas à l'espoir de parvenir enfin à une représentation complètement fidèle de la réalité. Il s'agit plutôt de parvenir à fournir une image de celle-ci qui, tout en étant certainement simplifiée, soit telle que, pour les aspects qu'on cherche à étudier, les phénomènes réels ne diffèrent de ces modèles que pour la richesse des données qui les caractérisent, la structure selon laquelle ces données s'organisent restant en revanche la même. En d'autres termes, le but est de parvenir à repérer l'ensemble des systèmes de causes formelles⁵⁵ pertinents pour l'étude des phénomènes cosmiques et de comprendre les relations mathématiques entre ces systèmes.

C'est l'objet des deux premiers livres des *Principia*, qui constituent de ce fait un traité de mécanique abstraite : le premier consacré au mouvement des corps soumis à des forces centripètes en absence de résistance ; le deuxième consacré à ce même mouvement, dans un milieu opposant une résistance obéissant à différentes sortes de lois. Dans le troisième livre, Newton compare enfin ces modèles abstraits aux données astronomiques, en montrant que les deuxièmes s'accordent fort bien aux premiers, de telle sorte qu'il est même possible, en s'appuyant sur ces modèles, d'avancer de prévisions, de déduire des propriétés des astres, et de fournir de ce fait une explication du « système du monde », c'est-à-dire une cosmologie.

Il est clair cependant que cette explication ne consiste que dans une reconduction des phénomènes cosmiques à un cadre de causes formelles préalablement établi. Rien n'est dit des causes efficientes, c'est-à-dire des raisons qui justifient la façon d'opérer de ces causes formelles dans la nature. À ce propos, Newton est dans le *Principia* autant réticent qu'il l'avait été dans son mémoire de 1672 sur la théorie des couleurs et dans le *De motu*.

⁵⁴ Cf. Cohen (1971), p. 61.

⁵⁵ Cf. le chapitre IV, en particulier p. ?.

La question concerne en particulier les forces centripètes agissant à distance, que — on va le voir plus loin — Newton réduit à des manifestations particulière d'une seule force, la gravitation universelle. Si on en reste à des modèles mathématiques abstraits, comme dans le *De motu* ou dans les deux premiers livres des *Principia*, on n'a guère besoin de justifier la présence de ces forces. Mais la chose change lorsque l'on affirme que l'action de ces forces fournit une explication des phénomènes cosmiques. Il devient alors fort naturel de se demander comment cette action est à son tour justifiée.

Un épistémologue moderne n'aurait pas de difficultés à montrer qu'une telle question est mal posée, par exemple en observant qu'une explication des phénomènes cosmiques à l'aide de la supposition d'une gravitation universelle n'entraîne pas nécessairement la supposition d'une action réelle de cette force dans l'univers, car — il pourrait argumenter — une explication ce n'est pas la même chose qu'une description. Ce n'est pas l'attitude de Newton. Pour lui la question de la justification de l'attraction universelle était une véritable question. Newton se limita simplement à distinguer cette question d'une autre question qui est la seule qu'il aborda dans les *Principia* : la supposition de l'action de cette force permet-elle de rendre compte des phénomènes cosmiques ? La réponse de Newton est positive ; c'est cette réponse qui constitue sa contribution la plus célèbre au développement de la science moderne.

V.9. Un regard sur les *Principia*

Le cadre ayant été tracé, les préalables ayant été posés, il reste à présenter quelques uns des grands apports des *Principia*.

V.9.1. LA NOTION DE MASSE INERTIELLE

Dans les modèles mathématiques étudiés dans le *De motu*, les corps attirés par des forces centripètes sont réduits à des points. Celle-ci n'est pourtant pas une limitation, pourvu qu'on suppose l'existence, pour tout corps soumis à l'action d'une certaine force, d'un centre (restant fixe relativement aux différentes parties de ce même corps), fonctionnant par rapport à cette force comme le centre de gravité fonctionne par rapport à la gravité. Il suffira alors d'identifier chaque corps avec son centre.

Une limitation essentielle des modèles du *De motu* tient en revanche à la considération d'un seul corps à la fois, qui est supposé être attiré vers un centre fixe. La manière la plus facile pour compliquer un modèle de ce type est de supposer la présence de deux corps, indépendants entre eux quant à leur mouvement et attirés vers le même centre fixe. On peut certes considérer les deux forces qui attirent ces corps comme étrangères l'une à l'autre et penser un tel modèle comme une juxtaposition de deux modèles à un seul corps. Il semble pourtant souhaitable de disposer de la possibilité de comparer entre elles ces forces. Les résultats du *De motu* autorisent à considérer comme naturelle l'hypothèse que l'intensité de ces forces ne dépend que de la distance au centre de force. Si c'est ainsi, on pourra en conclure que les deux corps sont soumis à la même force centripète dont l'intensité varie selon la position des corps qu'elle investit. Mais peut-on alors supposer *a priori* que ces corps réagissent de la même manière à l'action de cette force, c'est-à-dire qu'ils soient caractérisés, pour ainsi dire, par la même répugnance à modifier leur état inertiel sous l'action de la force ? Considérons un grain de sable et un globe de fer de plusieurs mètres de diamètre qui avancent avec le même mouvement rectiligne uniforme. Il est naturel de supposer que la force nécessaire pour modifier le mouvement du second soit plus grande que celle nécessaire pour modifier celui du premier. Il est donc

raisonnable d'associer à chaque corps un coefficient qui lui est propre — c'est-à-dire une grandeur (scalaire) constante par rapport à sa position, à son état du mouvement, et aux forces qui agissent sur lui — qui indique la répugnance de ce corps à modifier son état inertiel sous l'action d'une force. C'est ce qu'aujourd'hui on appelle « masse inertielle », ou simplement « masse » d'un corps.

La première définition des *Principia* est consacrée à introduire cette notion (sous le nom de « quantité de matière ») ; la deuxième introduit ensuite la notion reliée de quantité de mouvement, ce qui n'est rien que le produit de la masse et de la vitesse ponctuelle⁵⁶. Bien qu'absente du *De motu*, ces définitions n'étaient pas vraiment nouvelles, car elle se trouvaient déjà, sous une forme plus ou moins explicite, dans la deuxième partie des *Principia philosophiae* de Descartes, où il n'était pourtant question que du choc des corps durs. Ce qui est nouveau chez Newton c'est de référer ces notions à un contexte plus large, caractérisé par l'action d'une force quelconque.

V.9.2. LES TROIS MESURES D'UNE FORCE CENTRIPÈTE ET LA TROISIÈME LOI DU MOUVEMENT

La considération d'une force quelconque demande qu'on introduise des distinctions. Newton le fait à partir de la troisième définition. Il distingue d'abord entre force innée (ou inertie) et force imprimée, et il caractérise ensuite la force centripète comme une sorte de force imprimée. Enfin, lors des définitions VI, VII et VIII, il distingue trois « mesures » d'une force centripète (ou, pour être plus précis, de sa composante scalaire : sa « quantité absolue », qui ne dépend que de « l'efficacité de [sa] cause » ; sa « quantité accélératrice », proportionnelle, il dit, « à la vitesse générée en un certain temps⁵⁷ ; et sa « quantité motrice », proportionnelle, en revanche, à la quantité de mouvement générée dans ce même temps, c'est-à-dire au produit de la masse par la quantité accélératrice.

Lorsqu'on considère un seul corps, on peut supposer sa masse comme étant unitaire et identifier force accélératrice et motrice, comme on l'a fait jusqu'ici. Si on considère de surcroît une seule force centripète, on peut mesurer sa valeur absolue en fonction des effets qu'elle produit sur les corps sur lesquels elle agit. Mais si on veut considérer plusieurs corps et/ou plusieurs forces centripètes à la fois, il faut pouvoir distinguer entre ces trois mesures. La disponibilité d'un outil conceptuel et mathématique qui rend possible une telle généralisation des modèles du *De motu* est la plus essentielle des nouveautés que Newton introduit dans les *Principia*.

En parlant d'efficacité de la cause d'une force pour caractériser la quantité absolue de celle-ci, Newton utilise un langage volontairement générique, choisi pour s'adapter aux diverses sortes de forces centripètes. Pour rester à ce niveau de généralité, on peut supposer que toute force centripète particulière a une source à laquelle on peut assigner une certaine intensité mesurée par une certaine grandeur (scalaire) Φ qui est ainsi caractéristique de cette force. Si on dénote par « F » la quantité absolue d'une force centripète, on pourra alors écrire l'égalité $F = H\Phi$, où H est une constante qui ne dépend pas de la nature particulière de la force considérée. Cette mesure d'une force centripète est indépendante des effets que celle-ci produit. Ceci n'est pas le cas des quantités

⁵⁶ Cf. la note (24), ci-dessus

⁵⁷ On comprend que la quantité accélératrice de la force centripète est à son tour mesurée par l'espace qu'un corps parcourrait d'un mouvement rectiligne au cours d'un temps donné si son mouvement n'était dû qu'à l'action de cette force, l'investissant dans un état de repos.

accélératrice et motrice de cette force. Or, comme l'effet d'une force est un changement de vitesse dans le mouvement d'un corps, ses quantités accélératrice et motrice seront relatives à ces corps et en particulier au changement que cette force produit dans son mouvement. Si on dénote donc par « ${}_A F_c$ » la quantité accélératrice d'une force agissant sur un corps c et par « s_c » le segment représentant l'espace que le corps c , supposé en repos, parcourrait en un temps donné sous l'action d'une telle force⁵⁸, on pourrait alors écrire l'égalité ${}_A F_c = K s_c$, où K est une constante qui ne dépend pas de la nature particulière de la force et du corps sur lequel elle agit. Pour passer enfin à la quantité motrice de cette force, qu'on pourra dénoter par « ${}_M F_c$ », il suffira introduire la masse m_c du corps c , ce qui donnera l'égalité ${}_M F_c = K m s_c$.

Pour sortir de cette généralité et donner un contenu plus précis aux définitions de Newton, il faut prendre garde à la nature particulière des forces considérées. Le cas de loin le plus important dans les *Principia* est celui des forces centripètes conçues comme forces d'attraction. Or, s'il est naturel d'imaginer deux corps indépendants attirés vers le même centre, il est aussi naturel de penser que le centre de force est à son tour constituée par un corps qui agit sur les corps qui l'entourent de même que ces corps agissent sur lui. Ceci revient à se représenter la source d'une force d'attraction comme un corps qui aurait le pouvoir d'attirer les autres corps vers lui. C'est justement le cas que Newton considère dans la troisième loi du mouvement : après avoir énoncé ses deux célèbres premières lois — qui ne font pour l'essentiel que répéter ce qui est déjà clair dans les définitions de la force innée et de la force motrice⁵⁹ — Newton établit, par cette troisième loi, que « à toute action est toujours opposée une réaction égale », c'est-à-dire que « les actions mutuelles de deux corps l'un sur l'autre sont toujours égales, et inversement dirigées. »

Pour éviter toute confusion possible, il est bon d'observer qu'une action présuppose un corps qui agit sur un autre, de sorte qu'en énonçant sa troisième loi, Newton ne veut pas affirmer qu'à chaque force centripète on doit faire correspondre une autre force centripète inversement dirigée, ce qui rendrait inconcevables les modèles considérés dans le *De motu*. En mécanique abstraite, on peut en effet se donner la liberté de supposer que le centre d'une force centripète n'est pas constitué par un corps et il n'est donc nullement attiré par les corps sur lesquels agit cette force. De la troisième loi, il s'ensuit plutôt que lorsqu'on suppose que le centre d'une force est un corps, on doit aussi supposer que ce centre est soumis à l'action d'autant de forces centripètes qu'il y a des corps sur lesquels cette force agit.

Quelques compléments techniques

Si on réfère les trois mesures d'une force au cas d'une force attractive centripète et qu'on considère le centre de cette force comme un corps, on parvient assez aisément à donner aux égalités précédentes exprimant ces mesures un contenu plus précis.

Si on dénote par « $F^{[c_1]}$ » la quantité absolue d'une force attractive centripète dont le centre est donné par un certain corps c_1 , on pourra d'abord écrire l'égalité $F^{[c_1]} = H M_1$, où M_1 est une grandeur qui mesure le pouvoir attractif du corps c_1 . Cette mesure ne concerne

⁵⁸ Cf. la note (57), ci-dessus.

⁵⁹ Cf. Costabel (1987), pp. 252-255. Rappelons que la première loi correspond au principe d'inertie, tandis que la deuxième affirme la proportionnalité entre le « changement du mouvement » et la « force motrice imprimée » et précise que ce changement se fait « dans la direction de la droite dans laquelle cette force est imprimée. »

pourtant que la source de la force, ou, pour employer le langage de la définition VI, que « l'efficacité de la cause qui la propage du centre à travers l'espace qui l'entoure. » Si on veut en revanche considérer la manière dans laquelle cette force « se propage », il faut considérer la variation de son intensité relativement aux différentes positions de cet espace. Si on suppose que cette intensité varie de manière uniforme dans l'espace, on pourra écrire l'égalité $F_r^{[c_1]} = K[\phi(r)]M_1$, où $F_r^{[c_1]}$ est la valeur de la quantité absolue de la force en question évaluée à un point placé à la distance r du corps c_1 , $\phi(r)$ est une certaine fonction de cette distance, et K est une constante par rapport à la variation de r et de M_1 .

À son tour, cette mesure ne se réfère qu'aux points dans l'espace qui entoure le centre de force, sans guère supposer que ces points soient occupés par des corps. Si un de ces points est occupé par un corps, alors cette force agit sur lui et peut être aussi mesurée par l'effet qu'elle produit sur lui, c'est-à-dire par sa quantité accélératrice. Si on dénote par « $AF_{c_2}^{[c_1]}$ » la valeur de la quantité accélératrice de la force centripète dont le centre est donné par le corps c_1 , en tant qu'elle agit sur le corps c_2 , on pourra alors écrire l'égalité $AF_{c_2}^{[c_1]} = K[\varphi(r_{1,2}, m_2)]M_1 = Ks_2^{[c_1]}$, où $s_2^{[c_1]}$ est le segment qui représente l'espace que le corps c_2 parcourrait en un temps donné si son mouvement n'était dû qu'à l'action de cette force, l'investissant dans un état de repos, et $\varphi(r_{1,2}, m_1)$ est une certaine fonction de la distance $r_{1,2}$ entre les corps c_1 et c_2 et de la masse m_1 du corps c_1 (car on pourra supposer en général que l'accélération subie par un corps sous l'action d'une force dépend de sa masse⁶⁰).

Pour passer enfin à la quantité motrice d'une telle force centripète, il suffira d'introduire la masse du corps c_2 , ce qui donnera l'égalité $MF_{c_2}^{[c_1]} = K[\varphi(r_{1,2}, m_2)]M_1m_2 = Km_2s_2^{[c_1]}$, où $MF_{c_2}^{[c_1]}$ est justement la valeur de la quantité motrice de la force centripète dont le centre est donné par le corps c_1 , en tant qu'elle agit sur le corps c_2 .

Dans les *Principia*, Newton n'écrit aucune des égalités précédentes. Il préfère employer un langage plus discursif, se référant à des diagrammes géométriques plutôt que de recourir à des équations pour éclairer les notions dont il se sert. Néanmoins, il me semble que ces équations illustrent dans un langage qui nous est aujourd'hui plus familier la manière dans laquelle il aurait caractérisé en général les quantités absolue, accélératrice et motrice des forces attractives centripètes dont le centre est donné par un corps.

Pour rester proches du point de vue de Newton, il faut pourtant prendre garde à considérer $s_2^{[c_1]}$ comme l'expression d'un segment donné par longueur et nullement par position. Pour Newton, la position de ce segment, et donc la direction de la force, ne se laisse représenter que par le biais d'un diagramme géométrique et dans ces égalités elle doit tout simplement être conçue comme étant connue de manière indépendante. Celle-ci est une différence de taille entre le point de vue de Newton et la formulation moderne de la mécanique dite « classique », où le segment $s_2^{[c_1]}$ est substitué par le vecteur accélération.

Mais il y a une autre différence également essentielle entre la notion newtonienne et celle moderne de la force motrice. Si l'on considérerait deux seuls corps agissant l'un sur l'autre sans aucun repère extérieur, alors on ne pourrait exprimer les effets réciproques des forces centripètes correspondantes qu'en disant que ces corps se rapprochent l'un de l'autre. Et il n'y aurait ainsi aucune manière de distinguer entre le fait que ce rapprochement est dû au mouvement de l'un ou l'autre de ces corps ou des deux. Les deux segments $s_2^{[c_1]}$ et $s_1^{[c_2]}$ représentant respectivement les espaces parcourus par ces corps sous l'action de ces forces ne sauraient donc pas être distincts entre eux. Ce n'est pas le point de vue de Newton. Quel qu'il soit le système de corps qu'il étudie, il suppose constamment que les mouvements

⁶⁰ On verra plus loin que ceci n'est pas le cas des forces attractives gravitationnelles.

de ces corps ont lieu dans un espace caractérisé par un repère externe que dans le scholie aux définitions des *Principia* il qualifie d'espace absolu⁶¹. De ce point de vue, les deux segments $s_2^{[c_1]}$ et $s_1^{[c_2]}$ sont bien distincts entre eux et ils ont même en général des longueurs différentes. Cette différence exprime la différence entre l'effet sur c_2 de la force centripète centrée en c_1 et l'effet sur c_1 de la force centripète centrée sur c_2 .

En commentant sa troisième loi, Newton éclaire que « les changements » produits par les actions mutuelles de deux corps l'un sur l'autre « sont égaux non pas dans les vitesses, mais dans les mouvements des corps. » On comprends que si c_1 est le centre d'une force centripète agissant sur c_2 , de sorte que c_2 est à son tour le centre d'une force centripète agissant sur c_1 , alors on aura l'égalité $m_2 s_2^{[c_1]} = m_1 s_1^{[c_2]}$, où $s_1^{[c_2]}$ et $s_2^{[c_1]}$ sont, comme ci-dessus, les segments qui représentent l'espace que les corps c_2 et c_1 parcourrait respectivement en un temps donné si leur mouvement n'était dû qu'à l'action de leur force d'attraction réciproque les investissant dans un état de repos. Donc, si la masse du corps c_2 est de loin plus petite de celle du corps c_1 — comme c'est le cas par exemple si c_2 est un planète et c_1 le soleil — $s_1^{[c_2]}$ est de loin plus petit que $s_2^{[c_1]}$, et le mouvement du corps c_1 n'est pas appréciable par rapport au mouvement du corps⁶² c_2 . On en conclut qu'en

⁶¹ Dans ce qui précède, on a implicitement assumé ce point de vue et on va faire de même par la suite. Ceci rend l'exposition des conceptions de Newton beaucoup plus simples de ce qu'elle serait si on voulait à chaque fois spécifier le repère considéré. Cette simplicité ne semble pourtant avoir été ni la seule ni l'essentielle motivation pour le choix de Newton de postuler l'existence d'un espace absolu. Par ce choix, il voulait aussi rester proche de notre expérience commune dans laquelle les étoiles fixes fournissent un repère stable, et pouvoir distinguer ainsi entre mouvements réels (relatives à l'espace absolu) et mouvements apparents (relatives à des repères en mouvement réel) et en conséquences entre forces réelles et forces apparentes. Il avait de surcroît des motivations théologiques pour nier que l'espace et le temps tiennent à des conventions humaines et variables. Cette conception fut certes largement critiquée par beaucoup de ses contemporains ; particulièrement célèbre est la querelle que Newton eut à ce propos avec Leibniz [cf. Robinet (1957)]. Il reste pourtant que le dépassement de cette hypothèse opéré dans la physique moderne par la théorie de la relativité comporte un changement beaucoup plus profond que la simple introduction d'un référentiel conventionnel auquel rapporter les mouvements considérés. Ce qui est essentiel dans le passage de la mécanique newtonienne à celle relativiste n'est pas l'abandon de la supposition d'un espace absolu et tant que tel : on pourrait parfaitement re-formuler la mécanique céleste de Newton en substituant ce dernier avec un référentiel donné par les étoiles fixes [cf. Hall (1992), p. 76]. La question cruciale est plutôt que l'espace absolu — ainsi qu'un référentiel éventuel constitué par les étoiles fixes — sont conçus dans cette mécanique comme des référentiels inertiels, c'est-à-dire comme des espaces homogènes et isotropes qui n'ont aucun effet sur les mouvements qui s'y rapportent qui, à leur tour, sont considérés comme se conservant dans ces espaces, en absence de forces, sous forme de mouvements rectilignes uniformes. Dit en d'autres termes : la caractéristique essentielle de la mécanique de Newton (qui fait qu'au fond l'hypothèse de l'espace absolu n'est en tant que telle qu'une convention terminologique commode) est que les lois du mouvement ne sont pas censées dépendre de l'état du mouvement du référentiel auquel elles sont référées. C'est exactement cette supposition que la théorie de la relativité va abandonner. Pour une exposition forte claire de cette différence cruciale, cf. Balibar (1984), pp. 69-75 et 96-101.

⁶² De même $mF_{c_1}^{[c_2]}$ et à plus forte raison $AF_{c_1}^{[c_2]}$ ne sont pas appréciables par rapport à $mF_{c_2}^{[c_1]}$ et à $AF_{c_2}^{[c_1]}$, car de l'égalité $m_2 s_2^{[c_1]} = m_1 s_1^{[c_2]}$ il s'ensuit, en accord aux égalités données dans les compléments techniques précédents, que $\frac{s_1^{[c_2]}}{s_2^{[c_1]}} = \frac{m_2}{m_1} = \frac{AF_{c_1}^{[c_2]}}{AF_{c_2}^{[c_1]}}$.

supposant que le centre de force est un point fixe, les modèles du *De motu* ne s'éloignent pas trop des conditions qui relèvent des interactions entre le soleil et les planètes⁶³.

V.9.3. LES METHODES MATHÉMATIQUES

Ce qu'on vient de présenter sont les outils fondamentaux que Newton utilise pour édifier, dans les deux premiers livres des *Principia*, sa mécanique abstraite. Ces outils n'auraient été pourtant d'aucune utilité sans des méthodes mathématiques aptes à l'étude des mouvements induits par l'actions des forces centripètes sur des corps en mouvement inertiel. Déjà dans ses premières notes de mécanique, Newton avait employé une méthode géométrique fondée sur la considération de grandeurs infiniment petites et sur la possibilité de substituer l'une à l'autre des grandeurs finies dont la différence est une grandeur de cette sorte. Les méthodes employées dans la preuve de 1780 de la conjecture de Hooke, dans le *De motu*, et plus tard dans les *Principia*, ne sont que des développements cohérents de cette méthode et des procédures géométriques qui étaient à la base de la théorie des fluxions. Dans les *Principia*, Newton juge pourtant utile de faire précéder la présentation de sa mécanique par une exposition générale de ces méthodes, réunies sous l'appellation de « méthode des premières et dernières raisons des quantités. » C'est l'objet de la première section du premier livre.

On a souvent discuté des raisons qui font que dans les *Principia* Newton n'emploie (au moins explicitement) le formalisme de la théorie des fluxions et la notion même de fluxion que de manière fort sporadique et locale⁶⁴. J'ai indiqué ci-dessus⁶⁵ ce qui me semble en être la raison essentielle : tel que Newton l'avait développé au cours des années 1664-1671, le formalisme de la théorie des fluxions était inapte à exprimer autant les directions des vitesses et des forces que les composantes scalaires des forces. Il est néanmoins certain que d'autres raisons, pour ainsi dire plus extrinsèques, ont convaincu Newton de ne pas se donner la peine de chercher à étendre convenablement ce formalisme dans le but de pouvoir l'employer dans sa mécanique.

À partir de 1672, Newton décida de consacrer ses cours universitaires à l'algèbre et à ses applications à la géométrie. Ce fut l'occasion qui l'amena à rédiger un de ses traités mathématiques majeurs, l'*Arithmetica universalis* (*Arithmétique universelle*), publié pour la première fois en 1707 par W. Whiston, le successeur de Newton sur la chaire *lucasienne* de mathématiques⁶⁶. Mais ce fut aussi l'occasion pour confronter l'approche

⁶³ Il va de même pour les modèles classiques de la chute des corps, où ces corps tombent vers le centre de la terre considéré comme immobile, la masse de ces corps étant de loin plus petite que la masse de la terre.

⁶⁴ Dans le lemme 2 (section II) du deuxième livre, Newton énonce l'algorithme direct des fluxions sous forme d'une règle pour trouver le « moment » d'un produit, et il observe qu'en lieu que de moments, il aurait pu parler de fluxions, mais il ne se réclame pas de cette règle par la suite (on y reviendra dans le chapitre VI). Lors du lemme 2 du troisième livre, il applique en revanche l'algorithme inverse (en opérant celle que nous reconnaissons comme une intégration fort triviale), en se réclamant explicitement de la « méthode des fluxions. »

⁶⁵ Cf. la section V.4 et en particulier la note (32).

⁶⁶ Il n'est pas certain que Newton ait effectivement délivré les 96 leçons contenues dans le manuscrit qui constitua la base de l'édition de Whiston [aujourd'hui publié en Newton (MP), vol. V, pp. 54-491] et on n'a pas des informations fiables sur la date de composition de ces leçons portant des dates allant de 1673 à 1683. Il est possible que Newton les ait rédigées rapidement, par exemple dans l'hiver 1683-84, pour satisfaire son obligation de déposer auprès de la bibliothèque universitaire un compte-rendu de son cours. C'est l'opinion de Whiteside et Westfall [cf. Newton (MP), vol. V, p. 5 et Westfall (1980), p. 431]. Cela

algébrique aux problèmes géométriques avec l'approche classique, et pour étudier en particulier les méthodes d'Apollonius, ainsi que Pappus les avait exposées mille deux cent ans plus tôt dans sa *Collection mathématique*⁶⁷. Newton fut fasciné par ces méthodes qu'il n'avait jamais sérieusement étudiées en précédence, tout pris comme il l'avait été par l'étude et l'extension des méthodes cartésiennes. Cette fascination augmenta après la lecture, en 1673, de l'*Horologium oscillatorium* de Huygens, où les méthodes classiques trouvent leur expression la plus éclatante. Si l'on ajoute à ceci l'intérêt contemporaine de Newton envers la culture des peuples anciens et vers la tradition hermétique, son adhésion à l'idéale d'une *prisca sapientia*, et son anti-cartésianisme⁶⁸ grandissant, on n'a pas de difficulté à comprendre que dans les années '70 celui-ci soit parvenu à concevoir la géométrie classique comme un modèle de perfection ancestral, s'opposant à la dégénération des méthodes cartésiennes⁶⁹.

Il reste que Newton n'hésite pas dans les *Principia* à adapter les méthodes classiques aux exigences de sa mécanique, en édifiant de facto une mathématique nouvelle, bien lointaine du modèle des preuves par exhaustion d'Apollonius et Archimède⁷⁰ et bien plus proche des méthodes géométriques qu'il avait lui-même employées dès ses premières recherches mathématiques⁷¹.

La base de cette mathématique est fournie par le lemme 1 du premier livre des *Principia* : « Les quantités et les rapports des quantités, qui en un temps fini quelconque tendent constamment vers l'égalité, et qu'avant la fin de ce temps s'approchent les uns des autres plus que toute différence donnée, deviennent dernièrement égaux. »

Quelques compléments techniques

Newton justifie ce lemme en observant que s'il n'était pas ainsi les quantités et les rapports en question ne pourraient pas parvenir à différer entre eux de moins que toute différence donnée. Cet argument ne fournit une justification du lemme qu'à condition que ceci soit pris à la lettre, mais lorsque ce lemme est pris à la lettre, il se réduit à peu plus d'une convention terminologique. Ce qui importe est par contre l'usage que Newton en fait, c'est-à-dire sa

n'empêche que l'intérêt de Newton vers l'enseignement de l'algèbre ait commencé bien avant, lorsque Barrow et Collins le poussèrent, entre 1669 et 1670, à réviser et annoter la traduction latine de l'Algebra de Kinckhuysen [cf. Newton (MP), vol. II, pp. 295-364]. Le 27 septembre 1670, Newton communiqua à Collins son intention de limiter au maximum ses commentaires au texte de Kinckhuysen, en préférant écrire un nouveau traité d'algèbre. Les leçons déposées presque quinze ans plus tard auprès de la bibliothèque universitaire constituent le complètement de cet ancien projet.

⁶⁷ Apollonius fut, avec Euclide et Archimède, un des trois grands mathématiciens de l'époque alexandrine. Il fut entre autre l'auteur d'un traité des *Coniques*. Pappus vécut en revanche dans le quatrième siècle après J. C. Sa *Collection Mathématique* est pour l'essentiel une récolte de problèmes et résultats hérités de la tradition mathématique précédente, et constitue de ce fait une des sources principales de notre connaissance des mathématiques grecques.

⁶⁸ Cf. chapitre IV.

⁶⁹ Cf. cf. Westfall (1980), pp. 409-412 et Guicciardini (1999), pp. 27-32.

⁷⁰ Cf. Cohen (1971), p. 80.

⁷¹ Déjà en 1671 Newton avait fourni, en un *addendum* du *De methodis* [cf. Newton (MP), vol. III, pp. 328-352], une interprétation strictement géométrique du formalisme de la théorie des fluxions, en supposant que les fluxions des grandeurs géométriques sont proportionnelles aux incréments simultanés de ces grandeurs, pourvu que ces incréments (qu'il avait qualifié de moments [cf. la note (64), ci-dessus]) soient infiniment petits. Vers 1680, il était retourné sur la question en lui consacrant un véritable traité resté inachevé, la *Geometria curvilinea* [cf. Newton (MP), vol. IV, pp. 420-485], où les fluxions des grandeurs géométriques sont en revanche supposées être proportionnelles aux premières ou dernières raisons de ces quantités. Sur la *Geometria curvilinea*, cf. Di Sieno et Galuzzi (1987) et Galuzzi (1995).

pratique mathématique qui consiste à se fonder sur ce lemme pour opérer des substitutions de certaines grandeurs avec d'autres. Or, pour justifier ces substitutions, Newton doit montrer que ces grandeurs parviennent enfin à différer entre eux de moins que toute grandeur donnée, ou, comme il dit souvent, que leur rapport devient enfin un « rapport d'égalité. » Et pour faire ceci il ne peut pas se réclamer de ce lemme ; il doit employer des arguments variés qui font en même temps la richesse et la difficulté de sa méthode⁷².

Sans entrer dans des considérations plus particulières, il suffira ici d'observer que ce n'est pas la même chose que d'affirmer que deux grandeurs parviennent à différer de moins que toute grandeur donnée et que leur rapport devient un rapport d'égalité. Or, Newton ne distingue pas en général ces deux conditions, Dans le lemme 7 du premier livre, il montre par exemple que quelle que soit la courbe HK (fig. 7), « le dernier rapport » de l'arc ACB , de la corde AB et de la tangente AD est un « rapport d'égalité. » C'est ce que lui permet, en plusieurs occasions, de substituer ces grandeurs l'une à l'autre. Bien que Newton n'est pas clair à ce propos, on doit comprendre que l'angle $\hat{A}RB$ est donné et que les rapports dont il est question varient à cause du rapprochement du point R au point A . Mais lorsque le point R se rapproche du point A , ne sont pas seulement les différences entre ACB , AB et AD qui tendent à s'annuler. Il va de même, par exemple, par la différence entre AB et BD . Cependant si les rapports qu'on peut former entre les grandeurs considérées par Newton tendent à 1, le rapport $\frac{AB}{BD}$ tend à l'infini. Dans la plupart des situations, la substitution de AB avec BC porterait ainsi à des erreurs. Le problème fondamentale de la méthode mathématique que Newton emploie dans les *Principia* est justement celui de distinguer entre eux ces deux situations dans tous les cas particuliers, de manière à n'opérer que les substitutions corrects. Or, s'il est rare que Newton se trompe⁷³, il reste que ses méthodes mathématiques ne lui permettent pas de disposer d'un critère général apte à distinguer entre ces deux conditions en général.

V.9.4. LE PREMIER LIVRE : LE MOUVEMENT DES CORPS ATTIRÉS PAR DES FORCES CENTRIPÈTES EN ABSENCE DE RÉSISTANCE

Fort de ces préliminaires mécaniques et mathématiques, Newton peut commencer, dès la section II du premier livre, l'exposition de sa mécanique abstraite. Dans les sections II et III, il revient sur les problèmes directs et inverses des forces centrales en absence de résistance, en présentant les résultats prouvés dans le *De motu* et en ajoutant de nouveaux référents à des modèles du même type. Après avoir consacré les sections IV et V à l'étude de certaines propriétés purement mathématiques des coniques, la section VI à la recherche de la vitesse d'un corps parcourant une orbite donnée, et la section VII à la chute des corps vers le centre de force, dans la section VIII il revient au problème inverse des forces centrales. C'est une section très courte, formée par trois seules propositions (les propositions 40-42) se fondant toutes sur la dernière proposition de la section précédente : la proposition 39, consacrée à la recherche de la vitesse ponctuelle d'un corps qui chute vers le centre de force.

Quelques compléments techniques

L'argument que Newton emploie pour résoudre ce problème a été l'objet de plusieurs discussions⁷⁴, car il semble traiter la (quantité accélératrice de la) force centripète d'une

⁷² Pour un de ces arguments, cf. Blay (1995), p. 55.

⁷³ Ceci ne signifie pas que Newton ne se trompe jamais. Un cas fort célèbre est celui de la proposition 10 du deuxième livre, sur laquelle on reviendra dans le chapitre VI.

⁷⁴ Cf. entre autres Westfall (1971) pp. 486-489 et De Gandt (1995), pp. 250-255.

manière fort similaire à celle qui deviendra plus tard habituelle au sein du calcul différentiel, c'est-à-dire en tant que rapport entre la différence des vitesses ponctuelles en deux points infiniment proches l'un de l'autre et le temps que le corps emploie pour passer d'un de ces points à l'autre. On a ainsi souvent observé que cet argument montre que la mécanique de Newton, ou au moins certaines parties de celle-ci, auraient pu être aisément traduites dans le formalisme différentiel et donc dans celui de la théorie des fluxions. Il me semble néanmoins que l'argument que Newton emploie à cette occasion soit parfaitement conséquent à la manière dans laquelle la force centripète est représentée dans le *De motu* et dans les premières sections des *Principia*. Il peut en effet être reconstruit comme il suit.

Supposons (fig. 8) qu'un corps chute de *A* vers *C* étant attiré par une force centripète quelconque et que *D* et *E* soient des points infiniment proches pris sur sa trajectoire *AC*, de telle sorte que *DE* soit l'espace que le corps parcourrait d'un mouvement uniforme, au cours d'un temps infiniment petit *t*, par effet de l'inertie évalué en *D*. Comme la force centripète agit dans la même direction que l'inertie, son action en *D* aura pour effet d'augmenter la vitesse ponctuelle au long de cette direction. L'espace que le corps parcourrait d'un mouvement uniforme au cours du temps *t* par effet de son inertie évalué en *E* sera alors plus grand que *DE*. Soit *EI* cet espace. Si on suppose qu'en passant de *D* à *E* la force reste constante, il s'ensuit que la vitesse et la force en *D* sont respectivement proportionnelles à *DE* et à *EI - DE = DJ*, et si le temps était considéré comme donné pourraient être représentées par ces segments. Le temps n'étant pas considéré comme donné, on aura en revanche les relations⁷⁵ $v_D \propto \frac{DE}{t}$, $v_E \propto \frac{EI}{t}$ et $F_D \propto \frac{DJ}{t^2}$ (où v_D , v_E et F_D , sont respectivement les vitesses en *D* et en *E* et la force en *D*). En composant, on aura ainsi $F_D \propto \frac{(v_E - v_D)v_E}{EI}$. Si à chaque point de *AC*, on associe un segment comme *DF*, proportionnel à la force centripète prise en ce point, de sorte que les extrémités de ces segments décrivent une courbe *BH* représentant la variation de cette force, on aura alors $(DF)(EI) \propto (v_E - v_D)v_E$. Mais comme *DE* et *EI* sont infiniment petits, le produit $(DF)(DE)$ pourrait être conçu comme l'aire du trapézoïde *DEGF*. Cet argument pouvant être répété pour tout point pris sur *AC*, on peut enfin substituer dans cette dernière relation le point *D* avec le point *A*, où la vitesse ponctuelle est nulle, et tirer la nouvelle relation $v_E^2 \propto EABG$ qui conclut l'argument de Newton : la vitesse ponctuelle au tout point *E* est proportionnelle au segment dont le carré est égal à l'aire du trapézoïde *EABG*. Le problème de la détermination de cette vitesse est donc réduit au problème de la quadrature de la courbe *BH*.

En exploitant la proposition 39 comme un lemme, Newton est ensuite en condition de parvenir, lors de la proposition 41, à réduire le problème inverse des forces centrales à la quadrature d'une courbe donnée. Dans le corollaire 3 de cette proposition, il montre même comment construire la spirale donnant la trajectoire d'un corps soumis à une force attractive proportionnelle au cube de la distance au centre de force. C'est un résultat que Newton n'aurait pas pu atteindre sans employer le formalisme de la théorie des fluxions et en particulier son algorithme de quadrature. Non seulement il évite pourtant d'indiquer la manière dans laquelle il est parvenu à ce résultat, mais il ne considère guère d'autres exemples. Voici un cas où l'absence d'une référence explicite au formalisme de la théorie

⁷⁵ Les deux premières relations ne font qu'exprimer la proportionnalité entre les espaces parcourus et les temps propre à un mouvement rectiligne uniforme, tandis que la troisième tient à la proportionnalité entre les espaces parcourus et les carrés des temps qui, en accord à l'hypothèse avancée dans le *De motu* et au lemme 10 du premier livre des *Principia* [cf. la note (46), ci-dessus] caractérise le début de tout mouvement dû à l'action d'une force centripète.

des fluxions dans le texte de Newton peut seulement se justifier en faisant état d'un choix méthodologique précis de la part de ce dernier. Ce formalisme n'intervient ici que localement, pour permettre à Newton de tirer une conséquence particulière d'un théorème démontré grâce à un argument strictement géométrique parfaitement étranger à ce même formalisme. Newton choisit pourtant de cacher l'usage qu'il fait d'un tel formalisme, sans doute pour ne pas risquer d'entacher un édifice géométrique si élégant et si proche du style des anciens avec des considérations algorithmiques d'une saveur trop ouvertement cartésienne.

La section VIII du premier livre est la dernière consacrée à l'étude du mouvement d'un seul corps attiré par un centre fixe en absence de résistance. À partir de la section suivante les modèles de la mécanique abstraite de Newton commencent à s'approcher de plus en plus de la structure des phénomènes cosmiques. Dans la section IX, Newton étudie le mouvement des corps au longs d'orbites qui se déplacent dans l'espace en même temps que le corps les parcourt. Dans la section X, il étudie le mouvement des corps sur des surfaces données et ensuite le mouvement des pendules. Dans la section XI, il aborde le problème du mouvement de deux ou trois corps s'attirant mutuellement. D'abord, Newton considère le cas de deux corps s'attirant mutuellement par des forces quelconques et montre comment réduire le problème de la détermination de leur trajectoire au problème de la détermination de la trajectoire que ce mêmes corps suivraient s'ils étaient attirés vers leur centre de masse. Il passe ensuite au cas de trois corps, en supposant néanmoins que les forces attractives sont inversement proportionnelles au carré des distances. Son exposé culmine dans la proposition 66 avec ses vingt-deux corollaires. Newton y suppose que les forces attractives soient gravitationnelles, c'est-à-dire que les accélérations qu'elles produisent ne dépendent pas de la masse des corps attirés⁷⁶, et il en conclut que si les deux corps plus petits tournent autour du plus grand, alors l'orbite du corps plus interne s'accorde plus avec les deux premières lois de Kepler si le corps central est attiré par les deux autres selon des forces inversement proportionnelles aux carrés des distances que s'il n'était pas attiré par ceux-ci, et il restait en conséquence en repos, où s'il était attiré pour eux selon des forces de nature différente. C'est une première tentative de solution du problème dit des trois corps, un problème qui, par sa difficulté, n'a pas encore cessé de fasciner les mathématiciens.

La généralisation à laquelle Newton soumet les résultats du *De Motu* ne s'arrête pas là. Si un corps n'est conçu que comme étant attiré par une force centripète, alors il suffit, comme on l'a dit ci-dessus, de supposer que sa masse est concentrée dans son centre de gravité pour réduire ce corps à ce même point. La chose est différente si ce corps est conçu comme un centre de force. Il s'ouvre alors la question de savoir sous quelles conditions ce corps peut dans ce cas être réduit à un seul point. C'est le problème que Newton aborde dans les sections XII et XIII. Dans la proposition 75, il montre que l'attractions entre deux sphères uniformément denses est la même qui s'exercerait entre les centres de ces sphères, si les masses des deux corps il y étaient concentrés. Finalement, dans la section XIV qui clôt le premier livre, il étudie le mouvement de corpuscules fort petits attirés par des corps de masse plus grande.

⁷⁶ Cf. les compléments techniques de la section V.9.6.

V.9.5. LE DEUXIEME LIVRE : LA QUESTION DE L'ETHER

Non content de ses résultats à propos des mouvements des corps attirés par des forces centripètes en absence de résistance, Newton passa dans le deuxième livre à étudier ces mêmes mouvements en présence d'une résistance proportionnelle soit à la vitesse ponctuelle du corps, soit à son carré, soit à la somme de cette vitesse et de son carré. Au cours de cette étude, il posa les bases de la future hydrostatique et il conclut que la théorie cartésienne des tourbillons ne pouvait pas être rendue compatible avec la première lois de Kepler.

Pour rompre la belle harmonie mathématique que les résultats du *De motu* et, plus généralement du premier livre des *Principia*, avaient montrée avoir lieu entre les phénomènes cosmiques, ainsi qu'ils étaient décrits par les trois lois de Kepler, et l'hypothèse d'une force d'attraction centrée dans le soleil et proportionnelle au carré de la distance de ceci, il aurait fallu pourtant beaucoup moins que l'hypothèse des tourbillons. Il aurait été suffisant de supposer la présence d'un éther pénétrant l'espace cosmique et opposant une résistance appréciable au mouvement des astres, car ; si ceci avait été le cas, un force centripète inversement proportionnelle aux carrés des distances de son centre n'aurait pas été compatible avec des orbite elliptiques. Newton devait donc choisir entre la renonce à une explication mathématique de l'univers fondée sur les résultats mathématiques présentés dans le *De motu* et le rejet de l'hypothèse, à l'époque fort répandue, d'après laquelle le mouvement des planètes était dû, en dernière instance, à l'action d'un éther cosmique. Un éther capable de pousser les planètes aurait en effet aussi dû résister au mouvement de ceux-ci.

Poussé par l'exigence de disposer d'un argument indépendant pour décider de cette question cruciale, il consacra le scholie général de la section VI du deuxième livre à l'exposition des résultats d'une série d'expériences à propos du mouvement d'un pendule qu'il avait réalisées quelques ans auparavant, dans le but de vérifier la présence d'un éther résistant à la surface de la terre⁷⁷. Il en conclut⁷⁸ que s'il y avait eut un éther, alors il aurait fallut qu'il fût tellement subtile de n'opposer guère de résistance appréciable au mouvement des corps. Du coup, un tel éther n'aurait non plus pu servir à justifier la présence et la nature des forces d'attraction. C'est l'origine d'une difficulté qui accompagnera Newton tout au long de ses révisions des *Principia* et des ses efforts pour déterminer les causes efficientes des mouvements cosmiques. À l'époque de sa rédaction de la première édition des *Principia*, ce dernier ne semble pourtant pas avoir souffert de doutes : il évita autant de postuler l'existence dans l'univers d'un éther quelconque que de s'exprimer sur la nature des force attractives.

V.9.6. Le troisième livre : la gravitation universelle

En supposant que l'univers ne présente aucun sorte d'éther, Newton ne pouvait que fonder l'explication du système du monde qu'il se proposait d'exposer dans le troisième livre sur les modèles mathématiques présentés dans le premier livre, en ne faisant jouer au deuxième livre qu'un rôle essentiellement négatif, quant à l'édification de sa mécanique céleste.

⁷⁷ On a déjà mentionné ces expérience dans le paragraphe 4.1., en faisant l'état de différentes hypothèses quant à la date de leur réalisation.

⁷⁸ Cf. Westfall (1971), pp. 375-377.

Cela ne signifie pas pourtant qu'il lui fut suffisant de se réclamer de ces résultats pour fournir cette explication. Une des raisons de ceci est que dans ses intentions des phénomènes différents mais appartenant au même monde physique ne pouvaient pas être différemment expliqués : une explication du système du monde aurait dû concerner à la fois les mouvements des tous les planètes autour du soleil, les mouvements de la lune et des satellites de Jupiter et de Saturne respectivement autour de la terre, de Jupiter et de Saturne, ainsi que la chute des corps vers la surface de la terre, les marées, et ainsi de suite.

Les biographes de Newton ont souvent répété que c'est au cours de son séjour à Woolsthorpe en 1665-1666, qu'il eut l'idée d'expliquer le mouvement de la lune autour de la terre en se réclamant de la même force qui cause la chute des corps sur la surface de celle-ci (selon l'anecdote célèbre, mais sans doute fautive, cette idée lui vint en observant la chute d'une pomme). Cette reconstruction se réclame de trois comptes-rendus de ses souvenirs, respectivement dus à W. Whiston, à H. Pamberton et à Newton lui-même. D'après ces comptes-rendus, au cours de ces années, Newton aurait calculé la chute de la lune vers la terre (c'est-à-dire la composante du mouvement orbital de la lune dirigée vers la terre) et l'aurait trouvée compatible avec l'hypothèse que la lune soit attirée vers la terre par la même force, inversement proportionnelle aux carrés des distances de son centre, qui cause la chute des corps sur la surface de celle-ci. Il n'est pas sûr que les choses se passèrent ainsi, encore que dans ses notes de ces années on trouve quelques calculs visant à comparer l'effort de la lune à s'éloigner de la terre avec la gravité à la surface de celle-ci⁷⁹. Des calculs plus précis servirent, trente ans plus tard, à justifier la proposition 4 du troisième livre des *Principia*, qui affirme justement que « la lune gravite vers la terre et qu'elle est maintenue en son orbite [...] par la force de gravité », en supposant que cette force « augmente comme le carré inverse de la distance. »

Au dix-septième siècle, exactement comme aujourd'hui, lorsque l'on étudiait la chute d'un corps sur la surface de la terre, on supposait la gravité constante. Une des conséquences de la proposition 4 du troisième livre était d'assigner à cette hypothèse le statut d'une approximation justifiée par le fait qu'en chutant ce corps couvre un espace fort petit par rapport à sa distance au centre de la terre. Il y a pourtant une autre caractéristique de la force de gravité exercée par la terre qu'on ne saurait traiter comme l'effet d'une approximation : la quantité accélératrice de cette force ne dépend pas de la masse du corps tombant. Cela signifie qu'en absence de résistance, la vitesse de tel corps augmente de la même manière au cours du temps, quel que soit ce corps. Les calculs de Newton montrent en effet que la quantité accélératrice de la force responsable de la chute de la lune vers la terre est à la quantité accélératrice de la gravité exercée par la terre sur n'importe quel corps proche de sa surface (un grain de sable, comme une énorme pierre) comme le carré du rayon de l'orbite (presque circulaire) de la lune autour de la terre est au carré du rayon de la terre, c'est-à-dire dans le rapport de 1 à 602.

La loi de la gravitation universelle, que Newton énonce ensuite dans la proposition 7 du troisième livre consiste à affirmer que tout corps présent dans l'univers exerce sur tout autre corps une force attractive qui se comporte comme la gravité terrestre, c'est-à-dire que tout corps attire tout autre corps par une force centripète dont la quantité accélératrice

⁷⁹ Cf. Herivel (1965), pp. 196-197, et, pour une discussion de toute la question, pp. 65-76.

ne dépend pas de la masse du corps attiré et est inversement proportionnelle au carré de la distance au centre de force.

Quelques compléments techniques

Cela revient à affirmer que la quantité accélératrice ${}_A F_{c_2}^{[c_1]}$ de cette force ne dépend pas de la masse du corps c_2 et est inversement proportionnelle au carré de $r_{1,2}$. Il s'ensuit que dans ce cas la fonction $\varphi(r_{1,2}, m_2)$ se réduit au rapport $\frac{1}{r_{1,2}^2}$, de sorte qu'on obtient l'égalité

$${}_A F_{c_2}^{[c_1]} = K \frac{M_1}{r_{1,2}^2} = K s_1^{[c_1]}. \text{ Or, si la quantité accélératrice d'une force de cette sorte — qu'on}$$

qualifie généralement de gravitationnelle — ne dépend pas de la masse du corps attiré, sa quantité motrice doit varier avec cette masse selon l'égalité ${}_M F_{c_2}^{[c_1]} = K \frac{M_1}{r_{1,2}^2} m_2 = K m_2 s_2^{[c_1]}$.

De la troisième loi du mouvement, il s'ensuit d'autre part que la quantité motrice de la force exercée par un corps c_1 sur un corps c_2 est égale à la quantité motrice de la force exercée par le corps c_2 sur le corps c_1 , c'est-à-dire que ${}_M F_{c_1}^{[c_2]} = {}_M F_{c_2}^{[c_1]}$ et donc : $K \frac{M_1}{r_{1,2}^2} m_2 = K \frac{M_2}{r_{1,2}^2} m_1$

c'est-à-dire $\frac{M_1}{M_2} = \frac{m_1}{m_2}$. Tout corps c résulte ainsi caractérisé par une grandeur M_c qui en

mesure le pouvoir attractif et qui, en accord à la loi de la gravitation universelle, se trouve être proportionnelle à la masse m_c de ce même corps. Il suffit alors de donner à la constante K une valeur convenable, disons G , pour pouvoir écrire l'égalité

$${}_M F_{c_2}^{[c_1]} = {}_M F_{c_1}^{[c_2]} = G \frac{m_1 m_2}{r_{1,2}^2} = G m_2 s_2^{[c_1]} = G m_1 s_1^{[c_2]}$$

qui exprime en même temps la loi de la gravitation universelle et la troisième loi du mouvement relativement aux forces gravitationnelles, en montrant que ces forces ne sont que des cas particuliers d'une seule force, la gravitation universelle justement, dont la quantité accélératrice est proportionnelle à la masse du corps attirant.

La notion de masse, conçue comme mesure de la répugnance d'un corps à modifier son état inertiel, est bien différente de la notion d'une grandeur mesurant le pouvoir attractif de ce même corps. Aujourd'hui on qualifie ces grandeurs respectivement de masse inertielle et de masse gravitationnelle de ce corps. Ce qu'on vient de montrer est donc que la loi de la gravitation universelle comporte l'équivalence de masse inertielle et masse gravitationnelle d'un corps. Cette équivalence ne peut être conçue, dans le cadre de la mécanique de Newton, que comme une heureuse circonstance établie expérimentalement dont dépend la validité de cette loi. C'est une circonstance qui, après Newton, n'a pas cessé d'étonner les physiciens, avant qu'Einstein en donnât une explication a priori dans le cadre de la théorie de la relativité générale⁸⁰.

⁸⁰ Cf., entre autres, Balibar (1984), pp. 111-117 et Paty (1997), ch. 5, pp. 71-81. Une fois qu'on a supposé qu'un corps est le centre d'un champs gravitationnel, c'est-à-dire qu'il attire tout corps qui l'entoure par une force gravitationnelle, on peut définir le poids de ce corps relativement à ce champs. Ce que nous appelons habituellement « poids », sans autre spécification, n'est que le poids d'un objet proche de la surface terrestre relativement au champs gravitationnel engendré par la terre. De manière plus précise, le poids est (la quantité motrice d') une force qui varie avec les caractéristiques du corps auquel s'applique et du champs gravitationnel dans lequel ce corps est immergé : la force qui fait que si ce corps est suspendu à un ressort solidaire avec le centre de ce champs, il tend ce ressort. La grandeur ${}_p m_c$ qui fait qu'un certain corps c , immergé dans un champs gravitationnel donné, tends plus ou moins ce ressort est dite « masse

Après l'énonciation de la loi de la gravitation universelle, le troisième livre continue en montrant comment cette loi peut être employée pour expliquer un ensemble assez vaste de phénomènes physiques : la stabilité de l'univers ; les mouvements orbitaux des planètes et la précession de leurs équinoxes ; la forme des planètes, en particulier de la terre, et de la lune ; les marées ; les différents mouvements de la lune et leurs anomalies ; les orbites des comètes. Les explications de Newton ne sont pas toujours parfaites et dans certains cas — comme dans le cas de la précession de l'apogée lunaire, ou, dans une moindre mesure, dans celui des marées — la difficulté de ces explications est si manifeste qu'elle ne fut pas ignorée par les commentateurs des *Principia*. L'image de l'univers fournie par la loi de la gravitation universelle est néanmoins ainsi élégante et globalement cohérente que ces difficultés furent considérées longuement comme des problèmes locaux, dont la solution ne pouvait venir que d'un raffinement des observations et des calculs, ou, éventuellement, de la considération de forces d'attraction qui n'avaient pas été prises en compte.

Bien connue à ce propos est l'histoire de la découverte de Neptune, dont l'existence avait été postulée par Adams et Leverrier, pour rendre compte d'une anomalie apparente de l'orbite d'Uranus par rapport à la théorie de Newton, quelques ans avant que Gallé ne l'observât, en 1852. Aujourd'hui les résultats de Newton ne restent pas seulement comme un monument impérissable célébrant l'intelligence humaine ; ils continuent même à fournir la base de notre explication d'une très large classe de phénomènes physiques.

V.10. *Système du monde et mathématique du mouvement : considérations à propos de la mécanique de Newton en guise de conclusion*

La loi de la gravitation universelle et ses applications à l'explication de plusieurs phénomènes cosmiques autres que les orbites des planètes et des leurs satellites constituent le sommet de la mécanique de Newton et furent la raison principale de sa gloire. Elles ne furent pourtant que la manifestation dernière d'un édifice dont le système du monde (ou mécanique céleste) n'occupe que les derniers étages. Les niveaux les plus bas de cet édifice sont occupés par la théorie abstraite du mouvement des corps attirés par des forces centripètes que Newton exposa dans les deux premiers livres des *Principia*, tandis que ses fondements sont donnés par des méthodes mathématiques variées qui ont

pesante » de c . Elle est définie comme le rapport entre le poids P_c de ce corps et une grandeur qui mesure l'intensité d'un tel champ gravitationnel. Cette grandeur résulte du produit de la constante G , de la masse (conçue comme gravitationnelle) du corps qui engendre ce champ et de l'inverse du carré de la distance entre (le centre de) ce corps et le (centre du) corps c . Dans le cas du champ gravitationnel terrestre et d'un corps placé à la surface de la terre cette grandeur est donc $g_T = G \frac{m_T}{R^2}$, où m_T et R sont respectivement la masse et le rayon de la terre. La masse pesante d'un corps c relativement au champ gravitationnel terrestre est le rapport entre le poids P_c^T de ce corps à la surface de la terre — c'est la (quantité motrice de la) force qui s'exerce entre la terre et ce corps placé sur sa surface — et la grandeur g_T . Comme le système formé par la terre et le corps c peut être considéré comme un système fermé (c'est-à-dire que toute autre force s'exerçant sur ces deux corps peut être négligée lorsqu'on mesure le poids de c), la (quantité motrice de la) force qui s'exerce entre la terre et le corps c est ${}_M F_c^{[T]} = P_c^T = G \frac{m_T m_c}{R^2}$, et la masse pesante de c est donc égale à sa masse inertielle m_c . C'est ce que Newton affirme dès son commentaire à la première définition des *Principia* et qu'il justifie expérimentalement lors de la proposition 6 du troisième livre. Il est clair de ce qu'on vient de dire que cette équivalence est tout à fait analogue à celle entre masse inertielle et masse gravitationnelle d'un corps qu'on a établie ci-dessus.

en commun la capacité de traiter avec des grandeurs d'un genre nouveau qu'aujourd'hui on appelle vecteurs : des grandeurs doubles, caractérisées en même temps par leur taille et par leur direction.

Chez Newton, ces méthodes mathématiques prirent l'aspect d'une nouvelle sorte de géométrie, largement indépendante du formalisme de sa théorie des fluxions. D'autant extraordinaire qu'il fut cet édifice, ce fut encore plus extraordinaire que les modifications, les extensions et mêmes les démolitions qu'il subit aux cours des siècles qui suivirent la publication des *Principia* furent toutes dues pour l'essentiel à la puissance des méthodes mathématiques qui résultèrent de l'alliance, qu'on sut rapidement découvrir comme étant possible, entre cette géométrie et ce formalisme. Loin de se limiter à fournir à ses successeurs une théorie mathématique de l'univers, Newton leurs consigna en même temps les outils nécessaires pour développer et en un sens dépasser cette théorie. C'est la raison pour laquelle, plus de quatre siècle après la publication des *Principia*, la gloire de Newton reste intacte, à tel point que les mathématiciens et les physiciens d'aujourd'hui continuent à le traiter plus en *quasi*-contemporain qu'en grand ancêtre.

VI Le patron de la science anglaise. 1687 - 1727

La publication des *Principia* changea radicalement la vie de Newton. Le succès de l'œuvre fut énorme et déborda largement le milieu scientifique ; le chercheur solitaire de Cambridge se retrouva d'un coup projeté sur la scène publique anglaise, honoré et respecté comme le plus grand des savants. Élu d'abord à la Convention, comme représentant de son université, il devint plus tard *warden*, puis *master* de la monnaie, membre du parlement, et président de la *Royal Society* : grand commis de l'état et patron incontestable de la science anglaise. Pour faire face à ses nouvelles responsabilités, il quitta Cambridge pour Londres ; plus tard il démissionna même de son poste de professeur.

Après une forte crise personnelle, dont les raisons et la nature sont restées inconnues, il finit par s'adapter à la nouvelle situation et sut en tirer un grand profit financier et personnel. Sans jamais abandonner complètement la recherche, il consacra la plus grande partie du temps que ses fonctions administratives lui laissaient à la re-formulation et à la révision des résultats qu'il avait obtenus dans les différents domaines auxquels il avait touché.

En 1704, il publia un large traité d'optique, qu'il republiera ensuite à plusieurs occasions en anglais et en latin, où il revint de manière plus étendue sur les découvertes et les théories exposées dans sa première publication de 1672. En 1713, puis en 1726, il fit paraître deux nouvelles éditions des *Principia*. Il mourut en 1727, au faîte de sa gloire, ayant travaillé jusqu'à ses derniers moments à une révision de la *Theologiæ gentilis origines philosophicæ* qui sera publiée, sous la forme d'un traité de chronologie ancienne, un an après sa disparition : pas de changement quant aux théories, mais des perspectives

nouvelles, des compléments méthodologiques et des spéculations cosmologiques, qui iront longtemps alimenter les débats et contribuer à maintenir vivante sa mémoire.

On va détailler ci-dessous quelques uns des épisodes les plus saillants de cette dernière période.

VI.1. *L'affaire Alban Francis et l'élection de Newton à la Convention.*

Pendant que Newton rédigeait les *Principia*, la tension politique montait en Angleterre. Au début de 1685 était mort Charles II, dont l'avènement au trône d'Angleterre et d'Ecosse en 1660 avait signé le début de la restauration des Stuart, après la dictature d'Oliver Cromwell. Son frère Jacques II, qui s'était entre temps converti au catholicisme, lui avait succédé et tentait d'imposer sa religion à l'ensemble du pays. Contrôler les universités devenait primordial mais s'avérait difficile et Jacques II, prudent, avait décidé de procéder par étapes.

Le 9 février 1687, le vice-chancelier de l'université de Cambridge, John Peachell, reçut une ordonnance royale dans laquelle il était exigé que l'université admette un moine bénédictin, Alban Francis, au grade de *Master of Arts*, sans lui faire passer d'examen ni prêter serment : pratique assez courante par le passé : l'université avait souvent honoré de la sorte des personnalités catholiques en visite à Cambridge, manifestant ainsi cet esprit de tolérance dont elle était plutôt fière. Mais là, il s'agissait de tout autre chose : Alban Francis avait clairement été choisi par le Roi pour investir la place, devenir une tête de pont et préparer une invasion massive de personnalités catholiques à Cambridge.

Newton, malgré son anti-papisme affirmé, n'aurait probablement pas pris part à la discussion suscitée par l'ordonnance royale si elle avait pris place quelques semaines plus tôt, lorsqu'il était plongé dans la rédaction des *Principia*. Mais, en février 1687, il était au bout de sa peine et eut le loisir de faire entendre sa voix. Le 19, il écrivit une lettre, probablement adressée à Peachell, où il suggérait de résister à l'ordre du Roi, soutenant, conformément aux conceptions politiques des *whigs*¹, que cet ordre étant contraire à la loi, aucun sujet n'était tenu à le respecter. Mais, plus que de disposer d'un bon argument, il s'agissait pour l'université de trouver la manière la plus habile pour se soustraire à cet ordre, ou du moins pour en renvoyer l'exécution, en espérant qu'entre-temps l'ordonnance serait retirée. Mais le Roi n'avait pas l'intention de céder ; la crise s'aggrava et, ayant désormais achevé son grand œuvre, Newton assumait de plus en plus le rôle d'un opposant intransigeant à l'ingérence royale.

Entre le 21 avril et le 7 mai, Peachell fut convoqué par la Commission ecclésiastique pour répondre de la non application de l'ordre reçu. Il s'y présenta accompagné de représentants de l'université, parmi lesquels Newton. Peachell fut déclaré coupable de désobéissance et privé de son poste. Lors d'une séance supplémentaire, en date du 12 mai, la Commission décida en revanche de ne pas appliquer la même sanction à ses collègues, et se limita à les exhorter à se soumettre dans l'avenir aux ordres de Sa Majesté. Dans

¹ Cf. Manuel (1968), pp. 110-111. La lettre de Newton, largement citée par Manuel, se trouve en Newton (C), vol. II, p. 467. Le terme « whigs » (littéralement : perruque, en anglais) fut utilisé au milieu dès la moitié du XVII^e siècle par les royalistes pour désigner les insurgés écossais. Il fut repris en 1679-80 pour désigner les partisans de l'exclusion du trône du duc de York, Jacques Stuart, le futur Jacques II, auxquels s'opposaient les légitimistes, appelés en revanche « tories ». Les parti des whigs devint au milieu du XIX^e siècle le parti libéral, alors que celui des tories se transforma en l'actuel parti conservateur.

l'avenir : personne n'exigea l'admission du moine bénédictin Alban Francis au sein de l'université.

L'université avait gagné en ne laissant sur le terrain que la tête de Peachell, et Newton n'avait pas été pour rien dans cette victoire. Le prestige qu'il en retira allait s'ajouter à celui que lui valait la publication contemporaine des *Principia* : le 15 janvier 1689, il fut choisi pour être l'un des deux représentants de l'université de Cambridge à la Convention, l'assemblée constituante de la *Glorious Revolution*, qui mettra un terme au pouvoir des Stuart et attribuera le trône à Guillaume d'Orange².

C'est ainsi que Newton se retrouva, après quarante-six ans d'une vie solitaire consacrée à la recherche et passée entre le Lincolnshire et Cambridge, projeté dans l'arène politique londonienne.

VI.2. *Nouvelles rencontres : Montague, Huygens, Locke et Fatio de Dullier*

La Convention resta en charge un an. Newton n'y joua pas un rôle important, se limitant à informer l'université de ses travaux et à se rallier à la politique des *whigs*, dont il soutenait la faction la plus extrémiste. De toute évidence la politique parlementaire ne l'enchantait pas ; à la fin de son mandat, il ne fit aucun effort pour être réélu au Parlement et retourna à Cambridge.

Il sut néanmoins mettre à profit son séjour londonien. Il participa à quelques séances de la *Royal Society*, et renforça ses liens avec Charles Montague, ancien élève de l'université de Cambridge devenu un représentant éminent des *whigs*, dont l'amitié s'avérera ensuite précieuse. À Londres, il rencontra également Christian Huygens et John Locke.

Huygens était à l'époque le représentant le plus éminent de la philosophie cartésienne de la nature, qu'il a avait su accompagner de la plus raffinée des géométries. Newton était autrefois tombé sous le charme des arguments mathématiques de l'*Horologium oscillatorium*³. Huygens n'était pas insensible à la richesse mathématique des *Principia*, encore que ceci ne l'avait pas empêché de rejeter la théorie de la gravitation universelle et, plus généralement, l'hypothèse de forces d'attraction agissant à distance. En 1690, il s'opposa publiquement à cette théorie dans son *Discours de la cause de la pesanteur*, ajouté à son *Traité de la lumière* qui, quant à lui, s'opposait à la théorie newtonienne de la lumière, défendant une théorie ondulatoire proche de celle de Hooke⁴ (encore que bien plus élaborée mathématiquement).

La rencontre entre les deux hommes, eut lieu en 1689, lors d'une visite de Huygens à Londres. Ce fut l'occasion de renforcer une estime réciproque, mais aussi de constater une différence de points de vue. Cette différence, toutefois, ne donna jamais lieu à des affrontements semblables à ceux qui avaient opposé Newton à Hooke ou qui l'opposèrent

² Beau-père de Jacques II et protestant convaincu, Guillaume d'Orange (1650-1702), à l'époque stathouder des Provinces-Unies, débarqua en Angleterre au mois de novembre 1688, provoquant la départ en France de Jacques II. En février 1689, il réunit une sorte d'assemblée constituante sous le nom de « Convention » qui, en accord avec le Parlement, le reconnut comme nouveau souverain d'Angleterre conjointement à sa femme Marie Stuart, après leur avoir fait signer la Déclaration des droits. Passé à l'histoire sous le nom de « *Glorious Revolution* », l'avènement au trône d'Angleterre de Guillaume d'Orange et de Marie Stuart (respectivement sous le nom de Guillaume III et de Marie II) marqua le début du régime de monarchie constitutionnelle.

³ Cf. la section V.9.3.

⁴ Cf. la section III.6.

plus tard à Leibniz : les deux hommes se reconnaissent d'emblée comme des pairs dans l'effort de soumettre les phénomènes de la nature à une explication mathématique.

Il en ira bien différemment avec Locke. Celui-ci, bien que piètre mathématicien, avait pris connaissance des *Principia* durant son exil en Hollande, s'était efforcé de les comprendre et avait reconnu en eux le modèle à suivre dans l'investigation de la nature, au point de présenter son chef d'œuvre — l'*Essay Concerning Human Understanding* (*Essai sur l'entendement humain*), paru aussi en 1690 — comme une justification philosophique de la méthode de Newton⁵. Entre Newton et Lock il y eut plus qu'une estime réciproque, il y eut une véritable communauté de perspectives ; et cela d'autant plus que les deux hommes découvrirent vite qu'ils partageaient secrètement les mêmes orientations théologiques et la même passion pour la tradition alchimique. Dès leur première rencontre naquit ainsi une vraie sympathie qui — chose assez rare dans la vie de Newton — donna lieu à une sorte de collaboration intellectuelle⁶.

De toute autre nature fut le lien avec Nicolas Fatio de Dullier, que Newton rencontra au mois de juin 1689 et qui devint rapidement son ami. Originaire de Suisse, Fatio était arrivé à Londres en 1687, après plusieurs séjours à Paris, où il avait été en contact avec plusieurs membres de l'Académie des sciences, tel Jean Dominique Cassini⁷, et en Hollande, où il avait rencontré Huygens. Il n'avait alors que vingt-trois ans, mais ses références étaient telles qu'il put se faire élire à la *Royal Society*. En 1688, il publia un essai sur la cause de la pesanteur, où il justifiait la gravité en invoquant des agitations étheriennes.

Sans doute, cet essai n'enchantait pas Newton. Les lettres que les deux hommes commencèrent à s'échanger indiquent néanmoins un degré d'intimité que Newton n'eut jamais avec personne d'autre⁸. Le 10 octobre 1689, Newton écrivait à Fatio de Cambridge, manifestant son intention de se rendre à Londres et son désir de descendre dans l'hôtel où il logeait et ajoutait : « J'apporterai mes livres et vos lettres avec moi. » Quatre ans plus tard, il lui écrivait de nouveau, toujours de Cambridge, pour lui proposer qu'il se rendisse chez lui pour se soigner d'un rhume qui, dans la correspondance entre les deux hommes, est décrit comme une « maladie terrible ». Au mois de mai 1693, Fatio écrivit à Newton pour l'informer d'avoir fait la connaissance d'un alchimiste qui lui avait

⁵ L'*Essai* de Locke est considéré le texte fondateur de la doctrine empiriste, affirmant que notre connaissance a son origine dans l'expérience. Locke y présente une « théorie des idées » visant à montrer le processus de constitution de celle-ci à partir de ses fondations empiriques. Lorsque Locke prit connaissance des *Principia*, son *Essai* était déjà largement écrit et la prétention d'en faire une justification de la méthode de Newton fut plus un hommage à la grandeur scientifique qu'il reconnaissait dans ce dernier que le résultat d'une étude sérieuse et d'une interprétation de cette méthode en termes empiristes. L'image de Newton comme d'un empiriste, et même comme le champion de l'empirisme, se diffusa néanmoins très rapidement en Angleterre et, surtout grâce aux efforts de Voltaire, débarqua au XVII^e siècle en France, où devint une des images les plus souvent utilisées par la rhétorique des lumières. On en touchera un mot dans le chapitre VII.

⁶ Cf. la note (53) du chapitre IV.

⁷ Jean Dominique Cassini, dit aussi Cassini I^{er} (1625 - 1712), fut appelé en France d'Italie où il était né par Colbert en 1669, pour organiser l'Observatoire de Paris. Il découvrit deux satellites de Saturne et la principale division observable dans le système d'anneaux entourant cette planète. Il faut à l'origine d'une famille d'astronomes qui au XVIII^e siècle s'opposèrent aux théories de Newton, en défendant des théories d'inspiration cartésienne.

⁸ La correspondance entre Newton et Fatio relative à la période 1689-1693 est éditée dans le volume III de Newton (C).

proposé de s'associer avec lui pour produire un médicament tiré de quelques pratique alchimique que Fatio qualifie de végétation du mercure, et lui demander de financer l'opération. Newton quitta rapidement Cambridge pour se rendre à Londres. Après quoi, la relation entre les deux hommes s'interrompit brusquement, et Newton se retira dans un silence duquel il ne sortit qu'au mois de septembre, lorsque il écrivit deux lettres, respectivement à Pepys⁹ et à Locke, qu'on a souvent citées comme témoignages d'une forte dépression qui l'aurait frappé au cours de l'été¹⁰.

VI.3. L'échec d'un programme : une cause possible de la crise dépressive de 1693

La rupture avec Fatio intervient dans un contexte psychologique chargé : le retour à Cambridge était un retour à la solitude, et Newton semblait désormais avoir pris goût à la vie mondaine londonienne. Dès la fin de son mandat à la Convention, il avait cherché à plusieurs reprises à obtenir un poste administratif qui lui aurait permis de vivre définitivement à Londres. Il avait demandé l'aide de ses amis, Montague, Fatio et Locke, mais ce fut sans succès (il ne parvint à son but que bien plus tard, en 1696, on le verra ci-dessous). Cet échec s'accompagna d'un autre, bien plus douloureux pour lui : en revenant à Cambridge, en 1690, Newton s'était engagé dans un programme d'envergure : la révision, la systématisation et la présentation unitaire de son œuvre scientifique ; en 1693, ce programme lui dut sembler compromis et peut-être impossible à réaliser.

Déjà en 1689, Fatio avait envisagé le projet d'une nouvelle édition des *Principia* dont il aurait pu s'occuper ; Newton avait commencé de travailler dans cette perspective dès son retour à Cambridge, en établissant une liste d'*errata*. Entre-temps, dans l'été de 1691, David Gregory, neveu du mathématicien écossais James Gregory (qui, avant sa mort, en 1675 avait été professeur de mathématiques à St. Andrews, puis à Edimbourg), avait réussi, après sept ans de tentatives infructueuses, à entrer en relation avec Newton. Depuis 1683, David Gregory occupait, à l'université d'Edimbourg, la chaire de mathématiques dont son oncle avait été titulaire. Il visait désormais la chaire *Savilienne* d'astronomie d'Oxford, et cherchait à s'assurer l'appui de l'auteur des *Principia*. Halley était candidat au même poste, mais Gregory sut si bien s'y prendre avec Newton qu'il obtint l'appui recherché et le poste convoité. David Gregory avait notamment proposé à Newton de prêter main-forte à Fatio, qui avait sous-estimé la difficulté du travail de réédition des *Principia*.

Newton avait ainsi commencé à reprendre le premier livre, avait apporté des modifications assez profondes qui furent ensuite abandonnées, et s'était ensuite consacré au troisième livre, pensant ajouter deux scholies pour affirmer que les plus essentiels de ses résultats étaient déjà connus des philosophes anciens, en particulier des présocratiques, tels Thalès et les Pythagoriciens, puis d'Aristarque, de Platon, et de Numa Pompilius¹¹, le plus sage des rois de Rome. Fidèle à sa croyance en une *prisca sapientia*,

⁹ Samuel Pepys (1633 - 1703) fut l'auteur d'un *Journal*, écrit en caractères secrets, avec pour toile de fond la vie à Londres de 1660 à 1669. Entre 1684 et 1688 fut président de la *Royale Society*, ce qui fit que son nom apparaît dans le frontispice de la première édition des *Principia*, encore que sa contribution à la publication de l'ouvrage fut tout à fait négligeable.

¹⁰ Cf. Newton (C), vol. III, pp. 279-280. La lettre à Locke du 16 septembre 1693 est célèbre. Newton accuse Locke de vouloir l'« embrouiller avec des femmes » et avoue avoir souhaité sa mort, tout en lui demandant de le pardonner pour cela.

¹¹ La prétention de Newton était certes infondées, et résultait plus d'une adhésions préconçue à l'idéale d'une *prisca sapientia* (cf. la section IV.6) que d'une véritable recherche historique. Néanmoins, elle n'était

Newton visait à se présenter comme celui qui avait su re-découvrir les vérités que Dieu avait révélées aux hommes dès le printemps de la création. Avant d'abandonner également ce projet, il rédigea une première version de ces scholies — aujourd'hui connues comme les *scholies classiques*, — que D. Gregory inséra plus tard dans l'introduction des *Astronomiæ Physicæ et Geometricæ Elementa (Eléments d'astronomie physique et géométrique)*, publiés à Londres en 1702¹². Vers la fin de 1691, D. Gregory proposa un plan de révision du deuxième et du troisième livre que Newton ne put réaliser que beaucoup plus tard, à l'occasion de la deuxième édition des *Principia* qui vit enfin le jour en 1713¹³.

Entre-temps, sans doute sous l'investigation de Fatio — qui le 18 décembre 1691 avait écrit à Huygens pour affirmer la priorité de Newton dans l'invention du calcul différentiel¹⁴ — ce dernier, commença à réfléchir aux moyens plus convenables pour revendiquer cette priorité et présenter publiquement sa théorie des fluxions. D. Gregory, toujours prêt à exploiter l'orgueil de Newton pour en tirer profit, envisagea de publier une lettre à ce dernier dans laquelle il aurait exposé une méthode de quadrature¹⁵ qu'il s'attribuait, alors qu'il la tenait en grande partie de J. Craig, jeune mathématicien écossais qui, en visite à Cambridge en 1685, avait eu accès à des notes de Newton... Dans sa réponse à cette lettre, elle aussi à rendre publique, Newton aurait pu rappeler les méthodes qu'il avait mises au point au cours des années soixante, établissant ainsi sa priorité.

Fin 1691, Newton commença à rédiger sa réponse mais abandonna bientôt le projet de D. Gregory — qui, ayant obtenu la chaire d'Oxford, se désintéressa ensuite de l'affaire —, et se mit à composer un traité autonome, constituant une première version du *De quadratura*¹⁶. Une fois de plus, il laissa son travail inachevé. Au cours de l'été 1692 il se limita à en extraire la lettre à Wallis¹⁷, que ce dernier publiera l'année suivante dans l'édition latine de son *Traité d'algèbre*. L'année suivante, il envisagea enfin de rédiger un traité de géométrie en deux livres, le second devant être consacré à la quadrature des courbes obtenue par le biais de l'algorithme inverse des fluxions. Il reprit alors sa première version du *De quadratura* pour la remanier mais, faute d'avoir complété le premier livre de son traité, il la garda dans ses tiroirs jusqu'en 1704, lorsqu'elle fut publiée avec la seule addition d'une introduction et d'une scholie finale¹⁸.

pas totalement gratuite, car l'hypothèse héliocentrique avait réellement été considérée et discutée par des penseurs grecques, dont justement Aristarque de Samos (310 - v. 230) — un astronome se réclamant de l'enseignement de Pythagore (v. 570 - v. 480) et de ses adeptes (ayant formé une secte très exclusive et rigoureusement organisée) —, qui la soutint ouvertement en ajoutant que la terre, en tournant autour du soleil, tourne aussi autour d'elle-même. Quant à Numa Pompilius, légendaire deuxième roi de Rome (v. 715 - v. 672), il est censé, entre autres, avoir créé le calendrier.

¹² Sur ces scholies, cf. Guicciardini (1999), pp. 101-104.

¹³ On y reviendra dans la section VI.8.

¹⁴ Cf. Newton (C), vol. III, p. 187. L'usage du terme « calcul différentiel » dans ce contexte est de Fatio.

¹⁵ Pour la notion de quadrature, cf. la section II.2., en particulier la note (9).

¹⁶ Cf. Newton (MP), vol. VII, pp. 24-49 (pour la réponse à Gregory) et pp. 48-129 pour la première version du *De quadratura* (à propos duquel cf. la section II.8). Sur les antécédents, cf. l'introduction de Whiteside à cette publication [*ibid.*, pp. 3-23] et Hall (1992), pp. 252-253.

¹⁷ Cf. la section II.8.

¹⁸ Il est difficile de rendre compte des nouveautés mathématiques contenues dans les différentes versions du *De Quadratura* par rapport aux présentations précédentes de la théorie des fluxions remontant aux années 1666-1671 sans entrer dans des détails techniques. Pour ce qui sont familiarisées avec l'histoire des

Le projet de réédition des *Principia* et celui d'une première publication de la théorie des fluxions allaient de pair avec deux autres projets : une reprise des écrits d'optique, en vue de la rédaction d'un véritable traité, et la rédaction d'un autre traité exposant les conclusions principales et moins ésotériques des nombreuses années de recherches alchimiques. L'intention de Newton était de parvenir à présenter une image cohérente de ses théories, du moins de celles relevant des différentes sortes de phénomènes naturels.

Le traité d'optique aurait dû consister en quatre livres, les trois premiers tirés pour l'essentiel de l'article de 1672 et des *Lectiones opticae*, le quatrième consacré à la présentation d'une théorie de la matière comme étant composée de particules s'attirant et se repoussant mutuellement. Cette théorie aurait dû être justifiée par une sorte de principe d'uniformité de la nature qui « observerait la même méthode en régulant les mouvements des petits corps que celle qu'elle observe en réglant ceux des grands¹⁹ », et aurait permis de rendre compte de la nature de la lumière selon une conception corpusculaire, enfin explicitement affichée. Cette extension à l'échelle microscopique de la théorie de la gravitation universelle aurait également servi à rendre compte de certains phénomènes chimiques, par exemple l'action dissolvante des acides, possiblement imputable à la « grande force attractive » de leurs particules²⁰.

C'était une synthèse fascinante, mais Newton ne pouvait pas ignorer que son charme était aussi la seule justification plus ou moins claire qu'il pouvait apporter en son faveur. En la prospectant, il semblait donc jouer le jeu même des hypothèses gratuites, des spéculations hasardeuses, qu'il avait autant déploré chez les philosophes cartésiens. Il ne pouvait pas s'en satisfaire, et dut enfin se résigner à l'échec. Cet échec dut être d'autant plus douloureux que Newton ne pouvait certes pas admettre que la vraie science, celle que Dieu avait révélé aux hommes de la création²¹ pas dévoilé le principe unitaire d'organisation de l'univers, en montrant ainsi du coup son origine divine. Ce que Newton dut donc ressentir fut que lui — celui qu'avec toute la prudence et la sobriété intellectuelle de ce qui avait toujours abhorré le genre de la spéculation intellectuelle se

mathématiques et de la mécanique au XVII^e siècle, on observe que Newton emploie, dès la première version de son nouveau traité, la notation pointée pour les fluxions (notant la fluxion de x par « \dot{x} ») — notation devenue classique depuis — et introduit les notions de fluxions deuxième, troisième, etc. (c'est-à-dire de fluxion d'un fluxion, fluxion d'une fluxion d'une fluxion, etc.), absentes des présentations précédentes. Il s'agit de deux innovations liées entre elles et probablement suggérées à Newton par son étude du calcul différentiel de Leibniz. L'introduction des fluxions deuxième, troisième, etc., rend d'ailleurs la théorie des fluxions et son formalisme plus aptes à des applications mécaniques [cf. la note (32) du chapitre V]. Newton parvint même, dans une note datée de la moitié des années '90 [cf. Newton (MP), vol. VI, p. 598 et Guicciardini (1999), pp. 108-117 pour un commentaire] à employer les fluxions secondes pour fournir une expression fluxionnelle de la force centrale, même s'il se fonda alors sur un résultat géométrique déjà énoncé dans les *Principia* (proposition 28 du deuxième livre) : dans un système à un corps attiré vers un centre fixe, la composante de la force centripète perpendiculaire à l'orbite est proportionnelle au carré de la vitesse et inversement proportionnelle au rayon de courbure. Il se limita à exprimer ce résultat dans le formalisme des fluxions secondes, en accord avec la solution du problème du rayon de courbure fournie dans la première version du *De quadratura*. Il est significatif que cette expression de la force n'ait pas été employée par Newton dans les éditions successives des *Principia*.

¹⁹ Cité par Westfall (1980), p. 562.

²⁰ C'est l'objet d'un mémoire, le *De natura acidorum*, que Newton montra puis céda à A. Pitcairne — un élève de David Gregory qui le visita à Cambridge en 1692 ; ce mémoire sera publié en 1710 par John Harris. Sur ce mémoire, cf. Dobbs (1975), pp. 217-230.

²¹ Cf. la section IV.2.

croyait un prédestiné, un interprète privilégié du verbe divin — n'avait pas été capable de retrouver dans sa science à lui la chiffre de cette unité.

Tout semble indiquer que cet échec fut la cause principale de la crise qui atteint Newton au cœur de l'été 1693 : il interrompt net tous ses projets et plonge dans la dépression.

VI.4. *Après la crise : l'Optique, les recherches sur la théorie de la lune et l'Enumeratio linearum tertii ordinis*

Après cette crise, lorsque Newton peut enfin se remettre au travail, il abandonna à jamais le projet d'une large synthèse fondée sur une généralisation de la gravitation universelle et entreprit de réviser ses théories dans une perspective moins prétentieuse et de loi plus sobre.

Il revient d'abord à son traité d'optique. Entre 1690 et 1693, il en avait rédigé une première version ; restait à la soumettre à une révision attentive et à éliminer les parties les plus controversées en limitant de ce fait les prétentions du traité. On estime que Newton a accompli ce travail entre la fin de 1693 et la première moitié de 1694, mais il se garda de rien publier, peut-être préoccupé des éventuelles critiques, en particulier celles de Hooke. Le traité, intitulé *Opticks : or, a Treatise of the Reflexions, Refractions, Inflexions, and Colours of Light (Optiques : ou traité des réflexions, réfractions, inflexions, et couleurs de la lumière)*²², verra le jour en 1704, un an après la mort de Hooke.

Dans la proposition VIII du deuxième livre, Newton fait timidement entrevoir au lecteur la possibilité d'une unification entre sa théorie de la lumière et sa théorie de la gravitation universelle, car il avance que « la réflexion d'un rayon n'est pas produite par un point singulier du corps réfléchissant, mais par quelque pouvoir du corps uniformément répandu sur toute sa surface, et en vertu duquel il agit sur le rayon sans contact immédiat », en promettant pour plus tard une preuve du fait *que* « les parties des corps agissent à distance sur la lumière. » Il reprend en effet la question dans la première de onze observations à propos de la diffraction lumineuse qui constituent l'essentiel du troisième livre, mais il ne présente guère de preuves, se bornant à faire suivre la description d'un phénomène connu, déjà observé par Grimaldi — le fait que l'ombre d'un cheveu produite par la lumière filtrant à travers un petit trou est plus grande du cheveu lui-même — par une explication consistant à affirmer que « le cheveu agit sur les rayons de lumière à une bonne distance lorsqu'ils passent à côté de lui », et que « l'action est plus forte sur les rayons qui passent à des distances minimales, et devient de plus en plus faible lorsque les rayons passent à des distances toujours plus grandes²³. » En lieu que de justifier cette hypothèse Newton ne limite à ajouter, en clôturant ses observations :

²² Cf. Newton (1704). Après cette première édition anglaise, Newton fit paraître, toujours à Londres, deux éditions latines, respectivement en 1706 et 1719, et deux autres éditions anglaises, respectivement en 1717 et 1721. Une quatrième édition anglaise, avec des ajouts tirés des *Lectiones Opticae*, parut encore à Londres en 1730, trois ans après sa mort. En 1720 parut à Amsterdam une traduction française par P. Coste, tirée de la deuxième édition anglaise. Celle-ci fut rééditée, avec des changements d' A. de Moivre approuvés par Newton, en 1722 à Paris par P. de Varignon. On revient par la suite sur les principales de ces éditions.

²³ Cette explication peut paraître comme une conjecture raisonnable seulement au sein du paradigme corpusculaire que dans la première édition de *l'Optique* Newton persistait à maintenir implicite. Lorsqu'on adopte un paradigme ondulatoire, tel celui proposé par Huygens, l'explication des phénomènes de la

« Lorsque je fit les observations précédentes je me proposais d'en répéter la plupart avec plus de soin et d'exactitude, et d'en faire des nouvelles pour déterminer la manière dans laquelle les rayons lumineux sont incurvés à leur passage en proximité des corps [...]. Mais je fus interrompu, et maintenant je ne peux pas penser reprendre ces choses en nouvelle considération. Et parce que je n'ai pas terminé avec cette partie de mon propos, je conclurai en proposant seulement certaines questions, pour qu'une autre recherche soit réalisée par d'autres. »

La première de ces questions concerne l'hypothèse avancée lors de la première observation à propos de la diffraction :

« Les corps n'agissent-ils pas à distance sur la lumière, et par effet de leur action n'incurvent-ils pas ses rayons ; et cette action n'est-elle pas, cæteris paribus²⁴ maximale à la distance minimale ? »

Newton lui-même avoue donc ne posséder aucune véritable preuve pour cette hypothèse. Il la présente comme une conjecture, en attente de nouvelles recherches qu'il demande à d'autres de réaliser... Ayant désormais abandonné toute espérance de parvenir à justifier, par des vrais arguments mathématiques et expérimentales, une théorie unitaire des phénomènes physiques, réunissant sa cosmologie et sa théorie de la lumière (et intégrant à celles-ci une théorie convenable de la matière), Newton se limite à suggérer la possibilité de cette synthèse : il cherche ainsi de s'approprier du mérite d'une telle théorie, pourvu que quelqu'un aurait pu en futur en fournir une justification convenable, tout en se soustrayant lui-même au devoir de cette explication.

Il appliqua la même stratégie à d'autres hypothèses. Les *Questions* qui, dans la première édition de *l'Optique*, closent le troisième livre, sont au nombre de seize et couvrent une bonne partie des arguments qui auraient dû être traités dans le quatrième livre, dont elles sont *de facto* un substitut. Par ce biais, Newton peut avancer certaines de ses hypothèses, sans commencer de produire aucune preuve, et sans prêter le flanc à des critiques analogues à celles qu'il avait adressées aux philosophes cartésiens. Il aborde, à côté de la question de l'incurvation des rayons lumineux par l'action à distances des corps, celle de leur flexibilité, de leurs interactions mutuelles, des relations entre lumière et chaleur, et du mécanisme physiologique de la vision.

Après en avoir terminé avec *l'Optique*, entre l'été 1694 et l'été 1695, Newton se pencha sur un problème astronomique laissé ouvert dans la première édition des *Principia*, et dont la solution aurait dû constituer la nouveauté essentielle de la deuxième édition. Il s'agissait d'aller au delà des considérations préliminaires à propos du problème des trois corps présentées dans la proposition 66 du premier livre des *Principia*²⁵, pour parvenir à l'élaboration d'une théorie complète concernant le mouvement de la lune (sous la supposition que ce mouvement n'est dû qu'à l'attraction conjointe de la terre et du soleil).

diffraction résulte beaucoup plus simple, en relevant du principe dit aujourd'hui de Huygens-Fresnel, d'après lequel tout point d'une surface d'onde provenant d'une source ponctuelle est à son tour une source d'ondes lumineuses sphériques dont l'ampleur est maximale dans la direction de l'onde principale et diminue jusqu'à devenir nulle en passant de cette direction à la direction perpendiculaire à celle-ci.

²⁴ C'est-à-dire : dans les mêmes conditions.

²⁵ Cf. la section V.9.4.

Pour cela Newton avait besoin de données astronomiques plus précises et complètes, et il s'adressa à Flamsteed, l'astronome royal installé à l'observatoire de Greenwich.

Ce fut le début d'une collaboration scientifique difficile entre deux hommes qui apprirent vite à ne pas s'aimer. Newton avait besoin de données dont Flamsteed ne disposait pas et pressait ce dernier de faire les observations nécessaires à les établir. Flamsteed préférait travailler au projet d'un catalogue des étoiles qui devait être son œuvre maîtresse ; et il maintenait, avec raison, que sans un catalogue précis des étoiles aucune position de la lune ne pouvait être déterminée de manière suffisamment précise. De plus, il ne s'agissait pas seulement de prendre note des observations effectuées, mais aussi de corriger ces résultats afin de tenir compte de la réfraction atmosphérique, et cela n'était guère facile car on ne disposait d'aucune méthode sûre et générale pour calculer cette correction. Pour couronner le tout, Newton entendait que Flamsteed restât à la place qu'il estimait être la sienne, celle d'un subordonné, en se contentant de réaliser les observations requises ; Flamsteed voulait en revanche que Newton le considérât comme un pair et l'impliquât dans l'élaboration de sa théorie.

La non disponibilité des données que Flamsteed devait établir n'était pourtant qu'une des raisons qui s'opposaient à l'établissement d'une théorie répondant aux aspirations de Newton. Les difficultés principales étaient de nature mathématique. Newton parvint à quelques résultats partiels mais il resta loin de son but²⁶. Comment ne pas faire porter à Flamsteed le poids de ce nouvel échec ? C'est bien ce que fit Newton, qui abandonna, une fois encore, son projet.

Il revint alors à un autre problème, cette fois purement mathématique, déjà deux fois abordé, vers 1664, puis vers 1679, sans parvenir à une solution satisfaisante : il s'agissait de fournir une classification complète des courbes qu'on peut exprimer par le truchement d'une équation algébrique de troisième ordre²⁷. Cette fois les efforts de Newton ne furent pas vains. Pour atteindre son objectif, il emploie des techniques géométriques nouvelles qu'on reconnaît aujourd'hui comme propres à la géométrie projective²⁸, et il parvient à classer ces courbes en seize genres et soixante-douze espèces. Il en tira un mémoire — *Enumeratio linearum tertii ordinis* (Énumération des lignes du troisième ordre) — qu'il garda une fois de plus dans ses tiroirs pour ne le publier qu'en 1704, en appendice à l'*Optique*. Une fois publié ce mémoire contribuera largement à augmenter sa réputation ;

²⁶ Pour pouvoir l'atteindre il aurait du disposer de techniques formelles qui ne seront mises complètement au point qu'au XIX^e siècle.

²⁷ Une équation de troisième ordre est une équation dans laquelle les variables interviennent à la troisième puissance, mais pas à une puissance supérieure. Newton savait que les équations de deuxième ordre (dans lesquelles les variables entrent à la deuxième puissance) expriment des coniques, c'est-à-dire des courbes qu'on savait classer depuis l'antiquité (en les distinguant en paraboles, ellipses et hyperboles : cf. la note (53) du chapitre V). Son but était de parvenir à une classification analogue pour les courbes exprimées par des équations de troisième ordre. La tâche était néanmoins énormément plus complexe, car les formes possibles d'une équation de troisième ordre, sont largement plus nombreuses des formes possibles d'une équation de deuxième ordre.

²⁸ La géométrie projective étudie les objets géométriques en faisant abstraction des mesures respectives de leurs parties, c'est-à-dire de toute sorte de métrique. Si on projette un cercle de manière oblique, son image se déforme. Entre le cercle et son image déformée, il n'y a pourtant qu'une différence de mesure : autant le cercle que son image déformée sont des courbes fermées ; ces courbes sont l'une et l'autre convexes, elles ne se croisent en aucun point ; etc. La géométrie projective se limite à considérer dans un objet géométrique des propriétés comme celles-ci, qui sont conservées par une déformation due à une projection. Pour elle, il n'y a donc pas de différence significative entre le cercle et son image déformée.

il est encore célébré aujourd'hui comme un chef-d'œuvre d'élégance et de profondeur mathématiques.

VI.5. *Le retour à Londres et les nouvelles charges administratives : la Monnaie, le Parlement et la Royal Society*

Le 19 mars 1696, l'activité scientifique de Newton fut interrompue par une lettre de Charles Montague, qui avait entre-temps accédé à la charge de Chancelier de l'Échiquier (quelques chose comme un ministre des finances avec des pouvoirs très larges) : Newton venait d'être nommé *Warden* de la Monnaie et Montague s'empressait de l'informer. Le *Warden* était le représentant direct du Roi, il était donc formellement la première autorité de la Monnaie. Il avait pourtant perdu une grande partie de son pouvoir au bénéfice du *Master* qui contrôlait directement l'activité de la frappe. Newton aurait pu considérer ce poste comme une sinécure : ne se rendre à Londres que de temps en temps, conserver son poste et continuer ses études, en disposant d'un revenu supplémentaire et du prestige politique dérivant d'une position éminente dans l'administration de l'état. C'était d'ailleurs dans cet esprit que Montague lui avait offert ce poste, comme une « preuve d'amitié »²⁹.

Mais il n'attendait qu'une occasion pour pouvoir quitter Cambridge et retourner à Londres. Ce fut son poste de professeur *lucasien* qu'il alla prendre comme une sinécure, encore plus ouvertement qu'il ne l'avait pas fait jusque-là. Il s'installa à Londres en avril, et se donna avec énergie à sa nouvelle activité. Son cahier de charges comportait un volet judiciaire : le repérage et la poursuite des faux-monnayeurs et des « rogneurs » (ceux qui rognent les pièces d'argent pour récupérer le métal et le refondre) ; travail délicat et dangereux, la contrefaçon étant considérée comme une forme de haute trahison et donc punissable de mort. Au début, Newton chercha à se faire dispenser de cette tâche mais, n'y parvenant pas, entreprit de s'y consacrer consciencieusement, en envoyant au bourreau plus d'un coupable...

Entre-temps, il se découvrait du goût pour l'exercice du pouvoir ; il s'intéressa de très près à son nouveau domaine, devint vite un expert en politique monétaire et un conseiller écouté du gouvernement. Il géra fort bien, dans sa nouvelle capacité, une opération administrative complexe : la substitution, aux pièces en circulation, de nouvelles pièces au bord renforcé pour résister à toute rognure. Au début de l'année 1700, le *Master* T. Neale mourut ; Newton fut choisi pour le remplacer, et il devint, à tous les sens du terme, le patron de la Monnaie.

Dans cette période, il avait encore quelques activités scientifiques, mais il est clair qu'il ne s'agissait plus que des occupations occasionnelles d'un homme qui se consacrait, désormais, à ses fonctions de commis de l'état. En novembre 1701, il se présenta aux élections parlementaires et il fut élu. Une fois encore, il représentait l'université de Cambridge au Parlement, ce qui ne l'empêcha pas, trois semaines après son élection, de démissionner des ses postes de *fellow* du *Trinity college* et de professeur *lucasien* de mathématiques. Néanmoins, il ne se fit pas beaucoup remarquer au Parlement, qui fut d'ailleurs dissous en juillet 1702, après la mort de Guillaume d'Orange, et ne représenta pas sa candidature. Sur l'insistance de Montague, il se porta candidat de nouveau, en 1705. Pour soutenir sa candidature, la Reine Anne l'anobli du titre de *Sir*, au cours d'une

²⁹ Cf. Newton (C), vol. IV, p. 195.

cérémonie au *Trinity college*. Mais ce soutien ne suffit pas : Newton ne fut pas élu, et ce fut la fin de sa carrière politique.

Pendant ce temps, R. Hooke était mort (ce fut au mois de mars de 1703). Le plus éminent des savants anglais à ne pas s'être plié à l'autorité scientifique de Newton³⁰, Hooke était aussi la seule personnalité intellectuelle d'envergure à s'être sincèrement préoccupée du sort de la *Royal Society* qui, sous la présidence d'hommes politiques — tels Montague lui même (président entre 1695 et 1698) — avait peu à peu perdu sa vocation de société savante, et en était venue à assumer plutôt des fonctions de représentation. Néanmoins, sans prestige intellectuel, la fonction de représentation risquait, elle aussi, d'être singulièrement amoindrie. La mort de Hooke posait ainsi un problème institutionnel sérieux, mais elle permettait, en même temps, de le résoudre : Hooke n'étant plus là, s'était tue la plus prestigieuse des voix qui auraient pu s'opposer à l'élection de Newton. Le 30 novembre 1703, Newton fut ainsi élu président de la *Royal Society*, même s'il ne fit pas l'unanimité sur son nom. sa tâche était de garantir le prestige scientifique de celle-ci, et de lui redonner les fonctions de promotion et orientation de l'expérimentation et de la recherche scientifiques qui avaient été les siennes depuis sa fondation, en 1662.

Ramener l'institution à sa vocation d'origine ne signifia pas, pour Newton, renoncer à maintenir la fonction de représentation qu'elle avait acquise au cours des années, bien au contraire. Il ne ressembla pas à ses prédécesseurs qui s'étaient souvent fait remarquer par leur absence à la plupart des séances de la société, et n'en manqua quelques unes qu'exceptionnellement. Il remania l'organisation des séances hebdomadaires et introduisit des règles contraignantes pour qu'elles ne dégénèrent plus en discussions informelles³¹, comme cela avait été souvent le cas dans le passé. Il trouva en F. Hauksbee un expérimentateur compétent et dévoué, à qui il confia la tâche de présenter des expériences lors de ces séances. Il ne manqua pas d'ailleurs de faire des suggestions à F. Hauksbee quant aux thèmes de ces expériences, qui après un départ hésitant, se concentrèrent vite sur les phénomènes électriques et capillaires. Newton ne s'arrêta pas là : il intrigua, consulta, proposa et finit par trouver la manière de rattacher à sa fonction des responsabilités administratives et scientifiques qu'elle n'avait jamais eues auparavant.

Au début du dix-huitième siècle, Newton était ainsi parvenu à se faire reconnaître comme le patron, symbolique et institutionnel, de la science anglaise.

VI.6. *L'édition latine de l'Optique et les nouvelles questions à propos de la nature de la lumière, de la matière et de l'espace*

Avec la mort de Hooke disparaissait aussi le principal frein à la publication de l'*Optique*. Le 16 février 1704, Newton présenta à la *Royal Society* son traité déjà imprimé avec deux appendices mathématiques : le *De quadratura* et l'*Enumeratio*, les premiers textes de mathématique pure publiés par Newton.

A part ces deux appendices, les seules nouveautés d'envergure contenues dans l'*Optique* par rapport aux *Lectiones opticae* tenaient aux seize *Questiones* finales. Newton y exposait publiquement, pour la première fois, une partie de ses pensées à propos de la structure profonde et des causes efficientes de quelques phénomènes physiques.

³⁰ À propos de la rivalité, personnelle et non pas seulement scientifique, entre Newton et Hooke, cf. Manuel (1968), ch. 7, pp. 133-159.

³¹ Cf. Manuel (1968), p. 278.

L'exposition est timide. Newton s'y limite à suggérer la présence de forces d'attraction au niveau microscopique sans aborder la question de l'origine de ces forces, de leur nature ultime. Il suppose en d'autres termes que la structure de causes que par sa théorie de la gravitation universelle il avait montré à l'œuvre dans les cosmos, est aussi celle qui explique la structure de la matière et rend compte de sa cohésion et de ses différentes formes de manifestation. Cella ne reste pourtant qu'une supposition. Non seulement Newton n'apporte aucun soutien expérimentale pour cette hypothèse, mais la rattache non plus aucun modèle mathématique décrivant le fonctionnement des forces d'attraction au niveau microscopique. Ainsi, les forces d'attractions qui dans le *Principia* se présentait comme une cause formelle, grâce à la théorie mathématiques du mouvement des corps soumis à des forces centrales exposées dans les deux premiers livres³², prennent ici l'allure des causes efficientes, car en absence d'une mathématique décrivant leur fonctionnement, ne se présentent que comme des puissances indéterminées agissant dans la matière. Ce passage de causes formelles à des causes efficientes n'est donc pas dû à l'introduction de quelques explications supplémentaires relative à la nature des forces d'attraction, mais plutôt à l'absence d'un traitement mathématique apte à traduire l'hypothèse d'une attraction à distance dans le langage formel des diagrammes et des relations géométriques. Plutôt qu'un progrès scientifique, ce passage marque dont l'adoption de la part de Newton de cette même attitude spéculative qu'il avait longuement critiqué chez ses adversaires cartésiennes, seulement déguisée par l'usage de l'artifice rhétorique constant à présenter ces spéculations sous la forme de questions les suggérant, plutôt que d'assertions les postulant.

Néanmoins, Newton avait sauté le pas : deux ans plus tard, en 1706, il fit paraître une édition latine³³ de son traité, à laquelle il ajouta sept nouvelles *Questions* où il fut bien moins timide. Ces nouvelles *Questions*, assez longuement développées, constituent à elles seules un texte de premier plan, pour ses dimensions et son audace spéculative. Originellement numérotées de 17 à 23, elles reçurent à l'occasion de la deuxième édition anglaise de 1717 — à cause de l'addition de huit *Questions* intermédiaires — la numérotation qui est la leur aujourd'hui, de 25 à 31.

Dans les *Questions* 25 à 29, partant de la prise en compte du phénomène de la double réfraction³⁴, Newton introduit d'abord l'hypothèse que « les rayons de lumière ont plusieurs côtés » (ce qu'il pense évidemment comme compatible avec leur caractérisation comme les « parties minimales » de la lumière, donnée lors de la définition I du premier livre), puis, en passant par une réfutation de l'hypothèse ondulatoire et de la supposition d'un éther dense, présentées dans la *Question* 28, il en vient à se demander explicitement, dans la *Question* 29, si les rayons de lumière ne seraient pas des « corps très petits émis

³² Cf. le chapitre V.

³³ Le latin et l'anglais rivalisaient aux îles Britanniques au XVII^e siècle comme langues de communication scientifique. Le latin restait certes la langue académique de la communauté scientifique internationale, alors que l'anglais était utilisé (plus que pour s'adresser à un public divers et plus large, pourvu qu'étaient très peu les lecteurs potentiels d'un texte scientifique qui n'aurait pas su le lire en latin) pour souligner l'appartenance de l'auteur au monde (scientifique, politique, religieux et culturel) britannique et renforcer ainsi l'identité intellectuelle de ce monde qui était à l'époque en large expansion.

³⁴ Ce phénomène, qui avait été observé dans le « cristal d'Islande » (le cristal de calcite). En regardant un objet à travers ce cristal, on en perçoit une image double, ce qui faisait penser qu'un rayon lumineux, lorsque il est réfracté par ce cristal se partage en deux rayons avec deux directions distinctes.

par les substances lumineuses³⁵. » Il ne s'agit pas seulement de préparer le lecteur à une question rhétorique à laquelle (au-delà des définitions choisies pour les besoins de l'exposition) Newton avait *de facto* suggéré une réponse affirmative dès ses premiers travaux d'optique. La *Question 28* est aussi l'occasion pour Newton d'avancer une conjecture métaphysique d'envergure, bien plus générale et susceptible d'apporter une solution ultime au problème des causes efficientes :

« N'apparaît-il pas des phénomènes qu'il y a un Être incorporel, vivant, intelligent, omniprésent qui, dans l'espace infini, comme s'il était son *sensorium*, voit intimement les choses elles-mêmes, les perçoit et les comprend entièrement en raison de leur présence immédiate en lui [...] ? »

C'est un point de vue qui rappelle celui que Newton avait déjà avancé dans le *De gravitatione*³⁶ et plus tard dans un échange épistolaire célèbre qui eut lieu au cours de l'hiver 1692-1693 avec R. Bentley (chapelain de l'évêque de Worcester, à l'époque chargé d'une série de leçons à propos de la « réfutation de l'athéisme »)³⁷, mais qu'il présente ici pour la première fois publiquement avec d'ailleurs une addition de taille : l'interprétation de l'espace comme le *sensorium* de Dieu. Newton précise plus loin, lors de la *Question 31*, la différence entre *sensorium* et organes de sens. Ces derniers ne sont là que pour transmettre les « espèces des choses » au premier, qui en revanche les perçoit sans aucun intermédiaire. Dieu a donc un *sensorium* mais n'a guère besoin d'organes de sens, car il est « présent partout dans les choses elles mêmes³⁸. »

Ce remarque est loin d'épuiser la *Question 31*. Après avoir avancé, dans la *Question 30*, l'hypothèse d'une transmutation mutuelle entre lumière et corps macroscopique, Newton se livre, dans la *Question 31*, à des considérations hautement spéculatives sur la

³⁵ Cf. note (37) du chapitre III. C'est la première affirmation explicite (encore que sous forme d'une question, qui est néanmoins manifestement rhétorique) de la part de Newton de l'hypothèse corpusculaire de la lumière qui celui-ci considérait (de même tout savant de son époque, et de manière toute naturelle) comme opposée à l'hypothèse ondulatoire. Encore qu'aujourd'hui on admet que la lumière présente en même temps des comportements de nature ondulatoire et comportements de nature corpusculaire, on considère celle-ci comme une « dualité » qui reste encore à expliquer.

³⁶ Cf. la section IV.1.

³⁷ Cf. Newton (C), vol. 3, pp. 233-241 et 244-256. Dans ses lettres, Newton nie entre autres que la gravité doive être considérée comme une propriété « essentielle et inhérente » à la matière, soutenant plutôt qu'elle est « causée par un agent agissant constamment selon certaines lois », et ajoutant (en cachant mal ses opinions), qu'il laisse à la considération de ses lecteurs de décider si « cet agent est matériel ou immatériel. » Sur la question, cf. McMullin (1978), ch. 3, pp. 57-74 et Henry (1994).

³⁸ Il est fort probable que Newton a emprunté la thèse de l'espace comme *sensorium Dei* à H. More et à la tradition kabbalistique (qui s'en servait d'ailleurs pour nier le dogme de la création *ex nihilo*) : cf. Hutin (1979), p. 155. Encore cette hypothèse puisse faire penser à une conception de l'univers comme imprégné par Dieu, ou même comme s'identifiant avec lui, ce qui ne serait pas sans s'opposer à la conception de Dieu comme une Personne qui Newton semble ailleurs partager, il est à noter que celui-ci évite soigneusement de développer sa suggestion et encore plus d'entrer en les délicates questions théologiques que celle-ci semble évoquer. Il semble en revanche qu'il ne vise autre chose que de trouver une place pour Dieu dans son explication (hypothétique) des phénomènes de la lumière, sans trop se soucier de la cohérence et des conséquences de ses affirmations. On verra que Newton montrera la même attitude en d'autres occasions en en rapports à d'autres sujets.

nature de la matière³⁹, dans lesquelles les forces d'attraction sont présentées comme des « principes actifs » parmi d'autres. Plusieurs expériences et observations, en grand partie dues à Hauksbee, sont employées comme des évidences en soutien d'une conclusion renvoyant jusqu'aux modalités de la création :

« Il me semble probable qu'au début Dieu ait formé la matière par des particules solides, compactes, dures, imperméables et mobiles, [...] incomparablement plus dures que n'importe quel corps poreux composé par elles, et même aussi parfaitement durs de ne pouvoir jamais se consumer ou se casser en morceaux : aucun pouvoir ordinaire étant capable de diviser ce que Dieu lui-même a fait un en la première création. [...] Il me semble de surcroît que ces particules possèdent non seulement une force d'inertie accompagnée par les lois passives du mouvement qui résultent naturellement de cette force, mais qu'elles sont aussi mues par certains principes actifs tels celui de la gravité et celui qui est cause de la fermentation et de la cohésion des corps . »

C'est un développement de la « cosmogonie alchimique » que Newton avait présenté dans sa lettre à Oldenburg du décembre 1675⁴⁰. L'image du *cosmos* d'un grand alambique dans lequel se réalise une fermentation continue transformant la matière en lumière et la lumière en matière, s'accompagne pourtant d'une évocation du rôle de plusieurs forces, parmi lesquelles apparaissent l'inertie et la gravité, comme à évoquer la possibilité (qui reste portant largement illusoire) d'une synthèse entre théorie de la lumière et théorie de la gravitation universelle. Après l'échec subit dans sa tentative de parvenir à cette synthèse par le biais d'une argumentation comparable à celles (de nature différente entre elles) l'avaient conduit à ces théories, Newton semble céder encore une fois à la facilité des libres spéculations.

VI.7. La querelle de priorité avec Leibniz

Avec la publication des deux versions, anglaise et latine, de l'*Optique* et celle du *De quadratura*, il ne restait plus qu'à rééditer les *Principia*. Newton recommença à y songer dès 1704, mais quelques années plus tard il était encore loin d'avoir complété sa révision. Il reprit son vieux projet d'élaborer une théorie complète de la lune pour l'insérer dans le troisième livre. Et, du coup, se ranima la controverse avec Flamsteed. Newton voulait profiter de sa nouvelle position à la tête de la *Royal Society* pour obliger l'astronome royal à réaliser les observations dont il pensait toujours avoir besoin, et parvint, en 1710, à se faire nommer visiteur permanent, et donc, *de facto*, contrôleur, de l'observatoire royal. Flamsteed, lui, persistait à ne vouloir se consacrer qu'à son catalogue des étoiles, et encore voulait-il le faire à sa manière et à son rythme, et ne pas céder aux insistances de Newton. La nouvelle querelle entre les deux hommes fut un des chapitres les plus

³⁹ La théorie newtonienne de la matière a subi, à partir au moins du début des années '90, plusieurs modifications et il est difficile d'en donner une formulation cohérente. Pour une présentation résumée des principales conceptions de Newton sur la question, s'appuyant sur les conclusions atteintes par les recherches de plusieurs chercheurs tels Thackray, Dobbs et Figala, cf. Kubbinga (1988).

⁴⁰ Cf. la section VI.9.

désolants de la vie de Newton⁴¹. Ici, il suffira de noter qu'elle contribua à retarder la parution de la deuxième édition des *Principia*.

Newton n'était pas le seul à souhaiter cette nouvelle édition de son grand œuvre ; R. Bentley⁴², devenu entre-temps *Master* du *Trinity college*, la souhaitait aussi, pour le prestige qui n'aurait pas manqué de rejaillir sur son établissement, Newton ayant été le plus illustre des membres du *college*. R. Bentley voulait l'édition la plus élégante et la plus parfaite possible et mit, en 1709, Roger Cotes, *fellow* du *Trinity* et professeur d'astronomie à Cambridge, en charge du projet. Mais le sort alla s'en mêler et retarder encore l'entreprise.

En 1708 la mort de D. Gregory avait laissée vacante la chaire d'astronomie d'Oxford. J. Keill, qui avait suivi son maître Gregory d'Edimbourg à Oxford, où il avait obtenu un poste de *lecturer*, convoitait ce poste, mais il n'était pas le seul. Pour l'obtenir il était essentiel de disposer de l'appui de Newton. On peut supposer que ce fut la raison pour laquelle J. Keill décida alors d'adresser aux *Philosophical Transactions* un mémoire sur les « lois des forces centripètes » contenant un passage où, non seulement est affirmée la priorité de Newton dans l'invention de « l'arithmétique des fluxions », mais est aussi avancée, de façon à peine voilée, une accusation de plagiat à l'encontre de Leibniz : « la même arithmétique fut publiée plus tard par M. Leibniz dans les *Acta Eruditorum*, en changeant de nom et de symbolisme. »

VI.7.1. LES ANTECEDENTS DE LA QUERELLE

Ce n'était pas la première fois que la priorité de Newton dans l'invention du calcul infinitésimal (sous l'un ou l'autre de ses noms) était affirmée de manière explicite. Le premier à le faire avait été Newton lui-même, en 1687, dans la section II du deuxième livre des *Principia*, où il avait inséré, sans aucune raison mathématique apparente, un lemme où était énoncée une règle servant à trouver le « moment » d'une quantité résultant du produit de deux autres quantités. Newton parle ici de moments, en les définissant comme « les incréments ou les décréments momentanés » des quantités variables, mais il observe que cela aurait été « la même chose » si en lieu de moments on avait parlé « soit les vitesses des incréments ou décréments (qui peuvent aussi être appelées les mouvements, mutations et fluxions des quantités), soit n'importe quelle quantité finie proportionnelle à ces vitesses. » Cela revient à dire que la même règle sert aussi à trouver la fluxion de la grandeur en question. Si de la théorie des fluxions on passe ensuite au calcul différentiel⁴³, cette même règle permet de trouver la différentielle de cette même quantité, c'est-à-dire la différence infiniment petite entre deux valeurs successives de cette quantité. Pour éviter tout malentendu, après avoir décrit la règle en langage naturel, Newton passe aux formules : si a et b sont les moments de A et B , alors le moment de AB est $aB + bA$. Et il observa aussitôt de là il s'ensuit que le moment de $A^{\frac{n}{m}}$

⁴¹ Cf. Westfall (1980), pp. 686-722.

⁴² Cf. Cohen (1971), pp. 216-223.

⁴³ Cf. la section II.8.

est $\frac{n}{m} A^{\frac{n-m}{m}} a$ (n et m étant deux nombres entiers quelconques)⁴⁴. Naturellement si on substitue dans ces règles les terme « moment », par le termes « fluxion » ou « différentielle », ces règles restent valides.

Dans la première édition des *Principia*, ce lemme était suivi par une scholie — qui sera ensuite modifiée dans la troisième édition de 1726, lorsque la dispute avec Leibniz s'était désormais terminée —, où Newton affirmait avoir échangé dix ans auparavant des lettres avec Leibniz et communiqué à ce dernier qu'il possédait une méthode pour trouver les *maxima* et les *minima* et les tangentes (d'une courbe) qu'il avait cachée derrière un anagramme dont la solution était donnée par l'énoncé suivant : « Data æquatione quocunque ; fluentes quantitates involvente, fluxiones invenire, et vice versa [Une équation quelconque étant donnée, trouver les fluxions des quantité fluentes qui y interviennent et *vice versa*]. » La méthode évoquée par cette formule qui aurait résultée bien obscure pour quiconque ne connaissait pas cette même méthode au préalable, n'était que la théorie des fluxions. Newton ajoutait enfin que Leibniz lui avait répondu en l'informant qu'il possédait déjà une méthode analogue, employant des termes et des notations différents, et qu'il lui avait communiquée cette méthode à son tour.

Newton revendiquait ainsi fermement ses mérites, mais ne portait là aucune accusation contre Leibniz. La correspondance mentionnée par Newton avait effectivement eu lieu entre 1676 et 1677, par l'intermédiaire de Collins et Oldenburg. En particulier, Newton avait écrit deux lettres à Leibniz en 1676. Dans la première, il avait appliqué son algorithme de quadrature à des séries entières⁴⁵, sans le justifier ou l'exposer explicitement ; dans la seconde, il avait introduit l'anagramme qu'on vient de citer. Leibniz n'avait reçu cette dernière lettre qu'en juin 1677, à Hanovre, où il s'était établi au service du duc de Brunswick. Quelques années plus tôt, entre 1672 et 1676, il avait séjourné à Paris et, sur la route de Hanovre, s'était arrêté quelques jours à Londres, où il avait rencontré Collins qui lui avait notamment montré le *De analysis* de Newton.

Des carnets de Leibniz, on sait aujourd'hui qu'il établit son calcul différentiel pendant son séjour à Paris. Même en admettant qu'en 1676 il eût pris bonne connaissance de l'algorithme des fluxions, et non pas seulement des méthodes de développement en séries, tout ce qu'avaient pu lui apprendre le *De analysis* et les lettres de Newton était que Newton était parvenu à un résultat analogue au sien. Dans sa scholie de 1687, Newton — qui apprendra fort tard que Leibniz avait lu son *De analysis* — semblait l'admettre. Insérer le lemme évoqué plus haut dans les *Principia* était donc, pour Newton, prendre date mais aussi montrer qu'il n'avait pas apprécié le silence que Leibniz avait gardé dans ses articles⁴⁶ de 1684 et 1686 à propos de leur correspondance de 1676-1677 : faute

⁴⁴ Dans le formalisme algébrique, un exposant fractionnaire, tel $\frac{n}{m}$ est utiliser pour indiquer en même temps une opération double consistant en l'élévation à la puissance n et en l'extraction de la racine d'ordre m . Le symbole « $A^{\frac{n}{m}}$ » indique donc la racine d'ordre m de la puissance n -ième de A , ce qu'on pourrait aussi dénoter ainsi « $\sqrt[m]{A^n}$ » : c'est la grandeur x telle que $x^m = A^n$. Le passage de la première règle à la seconde ne tient ainsi qu'à une simple manipulation algébrique.

⁴⁵ Cf. la section II.2.

⁴⁶ Cf. la section II.8.

majeure de Leibniz, aux yeux de Newton, qui allait être, vingt-cinq ans plus tard, l'aliment de la polémique.

Dans ce lemme des *Principia*, Newton présente son algorithme en termes d'une règle qui, si appliquée à une expression algébrique exprimant une quantité, permet d'en tirer le moment de cette quantité ; dans le *Traité d'octobre 1666*, dans le *De analysis*, dans le *De methodis*, il présente cet algorithme comme une règle qui, si appliquée à des équations algébriques exprimant la relation entre deux quantités, permet d'en tirer une autre équation exprimant la relation entre les fluxions de celles-ci. Cette différence peut aujourd'hui sembler fort subtile, mais était en fait cruciale⁴⁷, et elle était d'ailleurs la principale parmi celles qui distinguaient l'algorithme de la théorie des fluxions de celui du calcul différentiel. Et c'était de surcroît de cette différence que ce calcul tirait ses avantages sur la théorie des fluxions (les avantages de la seconde sur le premier résidant en revanche en sa plus grande généralité). En revendiquant la priorité de Leibniz sur Newton, même après qu'il fût évident que Newton était parvenu à la théorie des fluxions dès les années 1664-1666, les disciples du premiers se référèrent par la suite, explicitement ou pas, à cette différence⁴⁸.

Dans un *addendum* au *De methodis* (rédigé comme ce dernier en 1671) et, une dizaine d'années plus tard, dans la *Geometrie curvilinea*⁴⁹ Newton avait en vérité déjà présenté la règle pour trouver la fluxion du produit comme il le fait dans le lemme des *Principia*, et dans la première de ces circonstances, il avait même observé que de cette règle il s'ensuit que la fluxion de A est à la fluxion de A^n comme A est à nA^n , et la fluxion de $A^{1/n}$ est à la fluxion de A comme $A^{1/n}$ est à nA , ce qui équivaut à affirmer que la fluxion de A^n est

$nA^n a$, et la fluxion de $A^{1/n}$ est $\frac{1}{n} A^{1/n-1} a$, pourvu que a soit la fluxion de A . Il n'avait

pourtant pas donné suite à ce changement de perspective en transformant en conséquence le formalisme de la théorie des fluxions, en se limitant à appliquer sa règle à quelques situations géométriques particulières. Si dans le lemme de la première édition des *Principia*, Newton va en revanche un peu plus loin, il semble qu'il fasse plus pour montrer l'analogie entre sa méthode et celle de Leibniz qu'en visant une vraie transformation du formalisme de la théorie des fluxions⁵⁰.

Leibniz ne réagit pas à la revendication de Newton de 1687 (encore qu'il lui arriva souvent d'exprimer son opposition à la mécanique de ce dernier). Il ne réagit pas non plus, au moins publiquement, lorsque Wallis publia en 1685, dans son *Treatise of*

⁴⁷ On a déjà observé cette différence dans les compléments techniques de la section II.3.

⁴⁸ Cela semble être le sens d'une affirmation célèbre de Jean Bernoulli, contenue en une lettre à Leibniz du 17 juin 1713, d'après laquelle avant 1684 Newton « connaissait les fluxions, mais pas le calcul des fluxions » [cf. Newton (C), vol. VI, p. 7-10]. Jean Bernoulli (1667 - 1748) fut le principal parmi les mathématiciens d'orientation leibnizienne. Il développa et systématisa le calcul différentiel et intégral, en l'appliquant entre autres en mécanique.

⁴⁹ Cf. la note (71) du chapitre V. Je me réfère ici aux corollaires 7 et 9 du théorème 1 de l'*addendum* [cf. Newton (MP), vol. III, pp. 236-239] et au corollaire à la proposition 9 de la *Geometria curvilinea* [cf. Newton (MP), vol. IV, pp. 436-437].

⁵⁰ Si changement il y eut dans le formalisme de Newton, il ne se produisit que dans le *De quadratura*. Ceux parmi les lecteurs qui sont familiers du formalisme du calcul différentiel comprendront en effet les liens entre l'approche opératoire que Newton a pu voir à l'œuvre dans les mémoires de Leibniz et les nouveautés dans la présentation de la théorie des fluxions introduites dans le *De quadratura* qu'on a signalées dans la note (18), ci-dessus.

Algebra, la première lettre que Newton lui avait envoyée en 1676⁵¹. En 1693, lorsque Wallis publia, dans l'édition latine de ce même traité, un extrait du *De quadratura*⁵², il envoya une lettre très courtoise à Newton pour le féliciter de ses succès, à laquelle Newton répondit avec la même courtoisie. De même, aucun incident ne fut causé par la publication *in extenso* des deux lettres à Leibniz de 1676 dans le troisième volume de l'*Opera mathematica* de Wallis, en 1699. Entre-temps, en 1696, Jean Bernoulli avait néanmoins lancé implicitement un défi à Newton, en proposant deux problèmes (que Newton résout aussitôt qu'il les reçoit), en prétendant que seulement ceux qui connaissaient le calcul différentiel auraient pu les résoudre. Fatio répondit avec un pamphlet, publié à Londres en 1699, où il affirma publiquement (après l'avoir fait privativement en 1691⁵³) la priorité de Newton et insinua une accusation de plagiat à l'encontre de Leibniz, qualifié de « deuxième inventeur ». Leibniz réagit à son tour avec une recension anonyme du pamphlet de Fatio sur les *Acta Eruditorum* de 1700, attaquant ce dernier, mais reconnaissant les mérites de Newton.

Ce fut le début d'une série d'escarmouches entre Leibniz, Jean Bernoulli et quelques mathématiciens liés d'une manière ou d'une autre à Newton, tels Gregory ou G. Cheyne. Newton resta étranger à ces escarmouches, se limitant à publier le *De quadratura*, que Leibniz recensa, encore anonymement, sur les *Acta Eruditorum* de 1705, soulignant l'équivalence entre la méthode de Newton et la sienne, et insinuant presque que l'accusation de plagiat devait être renversée.

VI.7.2. LA QUERELLE ECLATE

Le climat était donc en train de se réchauffer doucement lorsque Keill lança son accusation. Ce fut l'étincelle qui fit exploser la bombe de la querelle ouverte⁵⁴. Le numéro de septembre-octobre 1708 des *Philosophical Transactions* contenant le mémoire de ce dernier parut en 1710⁵⁵. Il parvint à Leibniz au début de 1711, et celui-ci réagit de manière violente, en envoyant une lettre à la *Royal Society* pour demander que la Société (dont il était membre depuis sa première visite à Londres, en 1673) reconnût son honnêteté intellectuelle et prît partie contre les accusations de Keill.

Entre-temps Newton avait chargé W. Jones — l'un de ceux, fort nombreux, qui l'entouraient dans l'espoir d'obtenir son appui pour entreprendre une carrière scientifique — de rééditer le *De quadratura* et l'*Enumeratio*, en les accompagnant du *De analysi*, et d'un autre court écrit composé en 1676, le *Methodis differentialis* (*Sur les méthodes des différences*)⁵⁶. Le travail terminé, le recueil de Jones fut présenté à la *Royal Society* en janvier 1711.

Deux mois plus tard, H. Sloane, secrétaire de la *Royal Society*, présenta à la Société la lettre de Leibniz, datée du 4 mars. Newton était évidemment présent. Il aurait pu rester en dehors de la polémique, et même chercher à l'apaiser : par exemple, en demandant à

⁵¹ Cf. la section II.8.

⁵² Cf. la section VI.3., ci-dessus.

⁵³ Cf. la section VI.3.

⁵⁴ À propos de cette célèbre querelle et de ses préliminaires qu'on a résumés ci-dessus, cf. Hall (1992), ch. 10, pp. 249-278.

⁵⁵ Entre-temps Keil avait échoué dans sa tentative d'obtenir la chaire *savilienne*, qui fut attribuée à J. Caswell, un élève de Wallis. Keil l'obtiendra à son tour en 1708, après la mort de Caswell.

⁵⁶ Malgré son titre le *Methodis differentialis* ne traite guère du calcul différentiel, en exposant plutôt une méthode pour trouver une courbe passant par des points donnés.

Sloane de donner satisfaction à Leibniz, et en prenant d'une manière ou d'une autre ses distances d'avec les accusations de Keill ; ou encore, en demandant à ce dernier d'envoyer des excuses officielles, accompagnées de l'éclaircissement auquel Leibniz prétendait. Quelques années plus tôt, alors qu'il était soucieux d'éviter tout ce qui pouvait le distraire de ses études, il l'aurait fait.

Mais désormais les études (limitées *de facto* à l'activité de révision de *Principia*) ne représentent qu'une activité annexe de Newton, bien plus engagé dans la promotion de son image et l'extension de son pouvoir. Il était entouré d'un large groupe de scientifiques d'âges et de valeurs divers qui le vénéraient comme un maître et qui espéraient son appui ; lui, il savait que la carrière de ses protégés pouvait lui valoir un surcroît de prestige.

De l'autre côté de la Manche, Leibniz, et avec lui Jacques et Jean Bernoulli, ses premiers disciples (qui, à la différence des Gregory, des Keill ou des Jones en Angleterre, avaient bien vite dépassé le maître pour la quantité, l'originalité et la qualité de leur production mathématique), avaient rassemblé autour d'eux une congrégation de mathématiciens qui s'étaient initiés au calcul différentiel et s'étaient lancés dans une double entreprise : l'extension des méthodes différentielles à la solution de la plus large classe de problèmes géométriques et mécaniques, et la conquête des universités et des institutions scientifiques européennes⁵⁷.

Bref, autour de Newton et Leibniz s'étaient créés deux véritables partis divisés par des frontières géographiques qui risquaient de ne pas suffire pour contenir leur volonté d'expansion. Inévitablement, ces partis devaient s'affronter. En 1711, les temps des préliminaires était fini. Par sa lettre à la *Royal Society*, Leibniz avait lancé un défi au camp ennemi, et Newton ne manqua pas de le relever.

Manifestement, Leibniz se sentait pourtant plus fort de ce qu'il était. En s'adressant à la *Royal Society*, il avait choisit un juge que Newton pouvait contrôler. S'il espérait dans la timidité de ce dernier, ou dans l'impartialité de ce juge, il se trompa lourdement et il fut écrasé. Newton remit la question à l'ordre du jours de la séance du 5 avril, en demandant à Keill de se rendre à Londres pour l'occasion. En lieu de s'excuser, ce dernier, sans doute instruit par son président, précisa les fautes de Leibniz, et la Société le chargea d'écrire à ce dernier plus pour réaffirmer la priorité de Newton que pour retirer ses accusations. Leibniz tomba dans le piège, et le 29 décembre réécrivit une nouvelle lettre à Sloane, en réitérant sa demande de réparation. C'était ce que Newton attendait. Il fit en sorte que la *Royal Society* nommât un comité pour juger de la question. Ce comité n'était pourtant impartial que dans les prétentions de Newton : il comprenait des amis et disciples de ce dernier, tels Halley, Jones, Machin et Taylor, un mathématicien français, A. de Moivre, vivant en Angleterre depuis 1688 et devenu un proche de Newton, et F. Bonet, le représentant à Londres du Roy de Prusse, qui pour l'occasion se prêta à couvrir par son nom une opération clairement partisane⁵⁸. Le résultat des travaux du comité, opérant en stricte collaboration avec Newton, fut ce en vue duquel ce dernier l'avait formé : son

⁵⁷ Cf. par exemple Robinet (1991).

⁵⁸ Deux ans plus tard, en 1714 — à la mort de la Reine Anne, la fille protestante de Jacques II succédée à Guillaume d'Orange —, le trône de Grande Bretagne et Irlande fut offert à l'Electeur de Hanovre, George I, considéré comme le plus proche héritier protestant d'Anne, en tant que fils d'une nièce de Jacques I : on peut raisonnablement supposer qu'en 1712, la cour de Prusse avait tout intérêt à garder de bonnes relations avec le monde universitaire anglais.

rapport final, présenté à la *Royal Society* le 24 avril 1712, ne se limitait pas à réaffirmer la priorité de Newton : loin de réhabiliter Leibniz, il confirmait les jugements de Keill et le traitait de plagiaire.

Ce rapport, accompagné d'une sélection de lettres et documents qui servaient à justifier son jugement, fut publié l'année successive aux soins de Halley, Machin et Jones, et aux frais de la *Royal Society* qui se chargea aussi de le diffuser parmi les savants européennes. Le volume, devenu célèbre sous le nom de *Commercium epistolicum* (*Echange épistolaire*), régla *de facto* la querelle, qui depuis ne se prolongea, pour l'essentiel, qu'en raison des efforts que Leibniz continua à faire jusqu'au jour de sa mort, intervenue le 14 novembre 1716, pour contester le jugement du comité, en prétendant même (à vrai dire assez pathétiquement) que le rapport de ceci n'avait pas été adopté par la *Royal Society*. Les résultats les plus significatifs de ces efforts furent un traité historique, l'*Historia et origo calculi differentialis* (*Histoire et origine du calcul différentiel*), que Leibniz composa en 1714, mais qu'il ne parvint pas à publier⁵⁹. Quant à Newton, il répondit à ces tentatives par un compte-rendu anonyme du *Commercium epistolicum*, qu'il fit paraître sur le numéro de janvier-février 1715 des *Philosophical Transactions*.

VI.8. La deuxième et la troisième édition des *Principia* et la deuxième édition anglaise de l'Optique

Réglée la querelle avec Leibniz, Newton put retourner à la deuxième édition des *Principia*, qui fut enfin prête dans l'été de 1713 et parut peu après, au cours de la même année.

Elle présentait de nombreuses différences de détail avec la première édition, tenant pour l'essentiel à des corrections dues en grande partie à la critique pointilleuse à laquelle Cotes avait soumis le texte de cette édition. Les principales de ces corrections touchaient à la section VII du livre II, le cœur de la théorie de la résistance des fluides, puis à la théorie de la lune (que Newton n'avait pourtant réussi à compléter comme il voulait), à la précession des équinoxes, et à l'orbite des comètes, dans le livre III.

Dans le livre II, Newton corrigea aussi la proposition X. En 1710, Jean Bernoulli avait attaché le problème posé par cette proposition (en étant donnée la trajectoire d'un projectile attiré par une gravité constante et en mouvement dans un milieu exerçant une résistance proportionnelle au carré de la vitesse ponctuelle du projectile, déterminer cette résistance, et donc la vitesse du projectile et la densité du milieu) par le biais du calcul différentiel, et avait trouvé pour le rapport entre la résistance et la gravité un résultat qui différait de celui que Newton avait énoncé dans le corollaire 2 de sa proposition par un facteur $\frac{2}{3}$. Au cours de l'automne, Nicolas Bernoulli, le neveu de Jean, avait visité

Londres, et avait fait remarquer à Newton la différence entre son résultat et celui de son oncle. Newton avait refait les calculs de Bernoulli, en trouvant qu'ils étaient corrects et il avait donc convenu que en 1687 il s'était trompé⁶⁰. Néanmoins, il ne parvint jamais à trouver l'erreur dans sa preuve, et dans la deuxième édition, en lieu de la corriger, il la substitua avec une autre, essentiellement différente. Naturellement, dans sa nouvelle preuve il n'employa pas le calcul différentiel, en désamorçant donc à l'origine (malgré son

⁵⁹ Ce texte de Leibniz fut en suite publié parmi les *Mathematische Schriften* (*Écrits mathématiques*) de ce dernier.

⁶⁰ Sur l'erreur de Newton et sur la discussion qui en suivit, cf. Galuzzi (1991) et Panza (1991).

double échec d'abord dans la preuve de 1687 et ensuite dans l'incapacité de la corriger) la critique que les leibniziens espéraient pouvoir tirer de cette affaire, en accusant, d'ailleurs à tort, la théorie des fluxions d'être à l'origine de l'erreur⁶¹.

Si on prend garde au contenu scientifique de l'œuvre, c'est à ces corrections locales qui reviennent les différences plus importantes entre la première et la deuxième édition. Ces différences n'étaient pourtant pas les plus manifestes. À un premier regard, l'attention du lecteur était plutôt attiré vers d'autres changements certainement plus apparents, visant plus la rhétorique de la présentation que la substance de l'œuvre. Le but était de défendre l'attitude méthodologique de Newton des critiques provenant traditionnellement des cartésiennes et, plus récemment, des leibniziens. La question était toujours la même : Newton voulait distinguer entre le plan des explications formelles et celui des hypothèses concernant les causes efficientes, mais il prétendait aussi affirmer que toutes ses explications, et elles seulement, étaient fondées sur l'expérience. Peut-être influencé et rassuré par les théories de Locke⁶², il décida donc de colorer son œuvre par quelques déclarations de foi empiriste, placées intelligemment à quelques endroits stratégiques. Il demanda à Cotes de rédiger une préface abondant dans ce sens ; il réorganisa le matériel qui ouvrait le troisième livre de sorte que l'exposition des données astronomiques sur lesquels sa théorie était fondée fût précédée par trois « *regulæ philosophandi* [règles pour philosopher] », dont la troisième était complètement nouvelle (dans la troisième édition, il en ajouta une quatrième, formant aussi les quatre règles si souvent citées dans les présentations sommaires de la prétendue pensée philosophique de Newton) ; enfin, il inséra à la fin de l'ouvrage une scholie générale, où il glissa son célèbre « *hypotheses non fingo* [je n'hasarde pas d'hypothèses] », à propos des causes de la gravité⁶³.

Newton avait pensé à un certain moment insérer dans cette dernière scholie quelques considérations spéculatives, où il aurait dû être question des différences entre la gravité et les attractions magnétiques et électriques dues à la présence d'un « esprit électrique », conçu comme un fluide très rare et élastique. Finalement, il renonça à ce projet, se limitant à évoquer la présence d'un « esprit très subtil qui se répand dans les gros corps », sans doute pour ne pas risquer de porter atteinte à la sobriété empiriste dont il voulait que son œuvre fût caractérisée.

⁶¹ Malgré la correction de Newton, l'erreur de Newton fut citée dans ce sens dans un feuillet anonyme que Leibniz fit circuler dans l'été 1713 pour contrecarrer les conclusions du *Commercium Epistolicum*, connue comme la *Charte volans* [cf. Newton (C), vol. VI, pp. 15-19].

⁶² Cf. la note (5), ci-dessus.

⁶³ Les quatre règles sont les suivantes : « On ne devra pas admettre plus de causes des phénomènes naturels que celles qui sont vraies et suffisantes pour expliquer ces phénomènes » ; « Les causes assignées à des effets naturels de la même espèce devraient être, dans la mesure du possible, les mêmes » ; « Les qualités des corps qui ne peuvent pas être augmentées et diminuées et qui appartiennent à tous les corps qui peuvent faire l'objet d'une expérience devraient être prises comme des qualités universelles de tous les corps » ; « En la philosophie expérimentale, les propositions tirées des phénomènes par induction devraient être considérées comme étant exactement ou approximativement vraies, même en présence d'autres hypothèses contraires, jusqu'à que d'autres phénomènes ne permettent de préciser ces propositions ou montrent qu'elles admettent des exceptions. » On a souvent soutenu que ces règles résument la « méthode » (expérimentale et inductive) de Newton. Je les considère en revanche comme des additions rhétoriques postérieures, dépourvues d'une véritable valeur scientifique. S'y concentrer dans le but de comprendre l'enseignement « philosophique » ou « épistémologique » de Newton serait comme prétendre de comprendre l'histoire politique d'un pays à travers l'analyse de son hymne national...

L'idée d'un fluide subtil, distingué de l'éther cartésien pour sa rareté et élasticité, l'avait pourtant enfin convaincu et plus tard il s'en servit pour tenter d'expliquer la transmission de la lumière et la gravitation. Ce fut l'objet de huit nouvelles *Questions*, numérotées de 17 à 24 qu'il inséra dans la deuxième édition anglaise de l'*Optique*, qu'il fit paraître en 1717⁶⁴. Le but d'une présentation cohérente de l'ensemble des ses théories scientifiques avait certes été abandonnée par Newton dès 1694. Mais de là à soutenir, à quatre ans de distances, et sans aucune rétractation, deux thèses contradictoires — comme l'étaient le rejet de tout éther agissant sur les corps, affirmé dans les deuxième livre des *Principia*, et l'hypothèse d'un moyen, certes subtil, mais apte à expliquer la gravité, et dont nécessairement agissant sur les corps, avancée dans les nouvelles questions ajoutées à l'*Optique* —, il restait un bon bout à parcourir⁶⁵. En 1717, Newton avait évidemment parcouru ce bout, désormais plus soucieux d'associer son noms au plus grand nombre d'idées que les futurs destinés de la science auraient peut-être justifiées, que de prendre garde au bien fondé et à la précision de ses propos. C'était le Newton vieillissant, certes encore lucide, autant dans son activité de direction de la Monnaie et de la *Royal Society*, que dans la promotion de ses idées, mais plus soucieux de transmettre aux générations futures une image de soi-même la plus séduisante possible, qu'attentif au contenu scientifique de ses théories.

Ce fut sans doute cet effort d'auto-promotion qui le poussa à préparer une troisième édition des *Principia*, par laquelle il se servit, à partir de 1723, des services de H. Pemberton qui s'était gagné sa confiance en publiant en 1722 un mémoire sur les *Philosophical Transaction* où il attaquait la mécanique de Leibniz, et qui devint ensuite assez célèbre comme l'auteur du premier essai de vulgarisation des théories de Newton, *A View of Sir Isaac Newton's Philosophy (Un compte-rendu de la philosophie de Sir Isaac Newton)* paru à Londres en 1728, une année après la mort de ce dernier. Cet édition fut finalement publié à Londres en 1726, embellie par la gravure d'un portrait de l'auteur du à J. Vanderbank, mais sans changements essentielles par rapport à la deuxième : d'un côté Newton n'était plus en mesure d'intervenir avec une révision approfondie et n'y était d'ailleurs pas vraiment intéressé, de l'autre le travail de Pemberton ne fit guère comparable à celui que Cotes avait fait sur le texte de la première édition.

VI.9. *Le dernier effort : la Chronology of Ancient Kingdomsd Amended*

Dès années immédiatement successives à la composition des *Principia*, Newton était retourné à ses études théologiques : d'abord assez gentiment, ensuite en leur consacrant toujours plus de temps. Dans ses dernières années, le projet auquel il travailla le plus fut sans doute la révision, en vue d'une publication, de la *Theologiæ gentilis origines philosophica*⁶⁶. Il se concentra surtout sur les aspects chronologiques de son œuvre.

Ce travail fut aussi à l'origine d'un accident qui occupa ses derniers jours⁶⁷. En 1716, l'abbé Conti, un noble italien qui avait vécu à Paris avant de s'établir à Londres et qui avait fait sa mission de garder des bonnes relations avec les personnalités plus éminentes d'Europe, avait parlé des recherches chronologiques de Newton à la princesse Caroline du

⁶⁴ La deuxième édition latine et la troisième édition anglaise de l'*Optique* ne diffèrent pas significativement de l'édition de 1717.

⁶⁵ Sur les difficultés liées à cette contradiction, cf. McMullin (1978), pp. 94-106.

⁶⁶ Cf. la section IV.6.

⁶⁷ Sur cette affaire, cf. entre autres Manuel (1968), ch. 16, pp. 349-360 et Verlet (1993), p. 212-217.

Galles. Celle-ci s'était adressée directement à Newton en lui demandant une copie de ses œuvres en la matière. Pour ne pas communiquer à la princesse des écrits qui auraient pu révéler ses vues théologiques hétérodoxes, il rédigea un court résumé de ses théories chronologiques et lui l'envoyait. Conti trouva la manière d'avoir un exemplaire de ce texte et en fit plusieurs copies, dont une arriva en 1724 dans les mains d'un libraire parisien, G. Cavelier, qui informa Newton de son intention de la publier. Ce n'était pas un texte dangereux quant à la réputation de serviteur fiel de l'Eglise d'Angleterre que son auteur voulait garder pour soi, mais c'était un texte hâtif et Newton ne voulait pas le rendre publique. Malgré son opposition, Cavalier le publia l'année d'après, et Newton ne pût que protester publiquement sur le numéro de juillet-août des *Philosophical Transactions*, récusant cette publication. Cela n'empêchait pas au père Souciet, un théologien et historien jésuite français, d'attaquer les vues exposées dans ce texte.

Pour se défendre, Newton ne pouvait que rendre publiques ses opinions *in extenso*. C'est la raison qui le poussa à reprendre les parties des *Origines* portant sur la chronologie pour en faire un traité destiné à la publication, la *Chronology of Ancient Kingdoms Amended*. Il mourra avant d'avoir pu terminer sa révision. Ce traité ne vit ainsi le jour qu'à titre posthume en 1728, grâce à J. Conduit, l'époux de Catherine Barton, fille de la demi-sœur de Newton, Hannah Smith.

VI.10. *Les derniers jours et l'enterrement*

Catherine fut la seule de ses proches avec qui Newton maintint une relation affective toute sa vie. Un certain nombre d'année, elle avait même vécu à Londres, chez lui, et avait été une des raisons de l'amitié que C. Montague lui avait témoigné. Dans ses derniers jours ce fut Catherine qui s'occupa de lui, avec l'aide de son époux, un homme riche, plus jeune qu'elle de neuf ans, qu'elle avait épousé après la mort de Montague, et qui fut ensuite le premier des biographes de Newton⁶⁸. En vérité, ce dernier ne fut jamais vraiment malade. En 1725, à la suite d'un attaque de toux, il quitta Londres pour aller vivre à la campagne, à Kensington. Il retournait à Londres de temps en temps, surtout pour des séances de la *Royal Society*, dont il ne quitta jamais la présidence. Le 2 mars 1727, il y retourna pour la dernière fois. Il mourut à Kensington le 20 mars, entre une heure et deux heures du matin.

Son pays le glorifia et lui fit un enterrement que Voltaire, qui y participa, compara dans ses *Lettres philosophiques*, à celui d'un roi. Son corps fut exposé du 28 mars au 4 avril dans la cathédral de Westminster et y fut enfin inhumé, à côté des grands d'Angleterre. S'il n'était pas né pauvre, il mourut riche. Il avait certes consacré sa vie aux études, mais il n'avait jamais considéré la richesse matérielle comme un obstacle, et il l'avait même pourchassée en exploitant son prestige sans aucune réticence. Il laissa une fortune considérable, autant en propriétés qu'en argent. Mais il laissa aussi une masse énorme de manuscrits qui faisaient l'envie de plusieurs profiteurs, désireux d'en tirer d'autre argent.

⁶⁸ Les courtes notes biographiques de Conduit, fondées pour la plupart sur des souvenir de Newton lui même, furent préparées tout de suite après la mort de ce dernier et envoyées à Fontenelle, alors secrétaire perpétuel de l'Académie Royale des Sciences de Paris, qui s'en servira pour composer son *Eloge de Newton*. Elles ne furent publiées qu'en 1806 par E. Turnor. Sur ces notes, sur l'éloge de Fontenelle, et sur d'autres essais biographiques de Newton composés au cours du XVIII^e siècle, cf. Hall (1999), où les notes de Conduit sont d'ailleurs intégralement rééditées.

Conduit chercha à garder ce bien pour lui, mais il ne put pas empêcher que, forts d'un jugement du tribunal de Canterbury, les autres héritiers chargeassent un inspecteur, dans la personne du médecin T. Pellet, d'en juger l'intérêt en vue de leur vente. Pellet jugea « indigne de publication⁶⁹ » tout ce que Newton n'avait pas lui-même voulu publier, et ne sauva que le manuscrit de la *Chronology*, que Conduit se débrouilla pour publier aussitôt. Les autres manuscrits ont fait et font encore la fortune de plusieurs historiens qui ont consacré leur énergie à déchiffrer les plus petits détails de la pensée d'un homme qui changea pour toujours notre compréhension du monde.

⁶⁹ Cf. Westfall (1980), p. 876.

VII

Conclusions : Newton et les lumières

En mourant, Newton laissa derrière soi, aux îles britanniques, une école assez large de mathématiciens et philosophes de la nature qui se réclamaient directement de son enseignement. Les noms de J. Jurin, C. MacLaurin, B. Robins, T. Simpson, J. Stirling, E. Stone, J. Walton ne sont que ceux qui viennent plus aisément à l'esprit. Avec quelques exceptions, dont celle certaine de MacLaurin, il s'agissait plus que de savants originaux, d'élèves dévoués qui plutôt que continuer le travail de leur maître, en développant et faisant avancer ses théories, s'adonnèrent à glorifier son nom et à sauvegarder l'orthodoxie de son œuvre.

Ceci devait leur apparaître d'autant plus nécessaire que sept ans après la mort de Newton, en 1734, un personnage de première envergure, tel l'Archevêque de Cloyne George Berkeley, attaqua la théorie de fluxions en soutenant que ses bases contradictoires, relevant de la considération des grandeurs infiniment petites, étaient la preuve que la déduction mathématique ne procédait pas de manière plus rigoureuse que celle des mystères de la religion et des dogmes de l'église.

En choisissant comme cible une des théories de Newton, Berkeley savait sans doute qu'il attaquait en même temps le plus grand mathématicien de sa génération et un des opposants les plus convaincus de certains parmi ces mystères et de ces dogmes, en particulier celui de la trinité. Ce n'était pas par hasard que Berkeley avait ouvertement adressé son pamphlet à un « mathématicien infidèle » dont l'identité n'était pas précisée. S'il est fort probable qu'il voulût se référer à Halley, à cause d'un différent de nature personnel qui l'avait opposé à celui-ci, il n'est pas exclu qu'il ait volontairement laissé planer le doute sur cette identité pour laisser ouverte la possibilité d'une identification de ce mathématicien avec le même Newton. Quel qu'il en soit, ce qui est certain est qu'en choisissant d'attaquer la théorie de Newton, Berkeley voulait tirer les conséquences les

plus extrêmes de son empirisme radicale, en portant le doute sceptique au cœur même de la construction scientifique la plus réputée de son époque : une construction scientifique que son auteur avait ouvertement présentée comme étant fondée sur la base indiscutable et certaine de l'expérience, plutôt que sur la précarité des spéculations métaphysiques telles celles de dérivation cartésienne. Volontairement ou pas, Berkeley érigeait ainsi Newton au rang d'interlocuteur privilégié de ses thèses philosophiques, en faisant de celui-ci un champion d'un empirisme qui n'avait pas eu l'hardiesse d'être autant radicale que le sien.

De cette manière, Berkeley inaugurerait une attitude qui fut en suite adoptée par bien d'autres philosophes, de Hume à Kant, de Hegel à Husserl : celle de transformer les théories de Newton dans des sortes de symboles intellectuelles, aptes non seulement à fournir une explication de plusieurs phénomènes naturels, mais aussi et surtout à manifester une figure du discours scientifique qui était assujettie comme telle à la réflexion philosophique. Dans l'histoire de la philosophie moderne, cette réflexion a pris les formes les plus diverses : de l'identification de ces théories avec le modèle parfait de l'empirisme ; à leur interrogation visant la détermination des conditions de possibilité d'une science mathématique de la nature (et donc d'une connaissance autant synthétique qu'*a priori*) ; jusqu'à leur réfutation au nom d'une idéal de connaissance dépassant les limites de la science formelle.

Mais, encore plus que pour les philosophes, les théories de Newton devinrent vite des modèles pour des générations des savants. Si dans le monde Britannique, le mythe de Newton a pour long temps constitué une entrave au progrès scientifique, sur le continent l'exemple de Newton a encouragé au cours du XVIII^e siècle le déclenchement d'un grand nombre de programmes scientifiques, dont ceux visant au développement et à la reformulation des mathématiques des fluxions et de la mécanique des *Principia* ne furent que les principaux.

Euler, d'Alembert et Lagrange surent transformer le formalisme de la théorie des fluxions en une théorie générale des fonctions prétendant d'englober en son sein l'ensemble des mathématiques, et utilisèrent cette théorie comme assise d'une reformulation en termes ouvertement analytiques de la mécanique abstraite de Newton ; Laplace sut employer cette mécanique pour étendre et perfectionner le système du monde exposé dans le troisième livre des *Principia* ; un grand nombre d'autres savants, dont on ne pourrait ici citer tous les noms, abordèrent des problèmes plus particuliers suggérés par les écrits mathématiques et mécaniques de Newton, ou reprirent son optique en lui donnant une base mathématique plus sûre. Mais à côté de ceux-ci furent encore plus nombreux les savants qui cherchèrent à imiter Newton visant une explication du plus grand nombre de faits physiques à travers la supposition d'un réseau de forces d'attraction, ou, plus en général, qui s'inspirèrent de l'exemple de Newton pour explorer la possibilité de soumettre à un traitement mathématique toute sorte de phénomènes naturels ou sociaux. Ce fut ainsi que, sous l'action de propagandistes efficaces tels Voltaire et Maupertuis, le newtonianisme devint d'abord un véritable parti scientifique, engagé, comme tout autre parti, dans une lutte pour le pouvoir intellectuel et institutionnel, puis un idéal indiscutable et suprême auquel il s'agissait de soumettre tout effort d'explication et même de transformation du monde. Ce fut bien cet idéal qui constitua le noyau intellectuel plus profond du mouvement des lumières.

Les raisons de l'influence de Newton sur ce phénomène intellectuel majeur furent nombreuses. Je me limiterai, en conclusion de ma présentation de l'œuvre de ce dernier, à en indiquer une, car elle dérive d'un aspect essentiel de cette œuvre que j'ai cherché de faire apparaître en filigrane tout au long de ma présentation.

Lorsque Newton, insatisfait ou plutôt lassé des programmes d'étude inspirés à l'orthodoxie scolastique qui étaient proposés par l'université de Cambridge, commença sa quête scientifique, un large mouvement d'idées nouvelles rompant avec cette orthodoxie était déjà à l'œuvre depuis longtemps. Ce mouvement avait déjà su prospecter une image de la nature et du *cosmos* bien différente de celle aristotélicienne et dans l'ensemble assez cohérente. Néanmoins, mises à part quelques exceptions — dont la principale fut sans doute celle de Galilée —, ce mouvement semblait viser, plus qu'à une séparation entre science, métaphysique et religion, à la détermination de nouvelles formes de compatibilité entre ces domaines, une compatibilité fondées sur l'élaboration d'une explication de l'univers dans laquelle Dieu continuait à jouer un rôle. Si, comme on l'a observé au début du chapitre IV, ce rôle put paraître à Newton trop effacé, c'était qu'en essayant d'intégrer Dieu à une explication scientifique du monde, on se condamnait à lui faire jouer un rôle marginal qui en minimisait le pouvoir.

La théorie des couleurs, puis la mécanique céleste de Newton rompèrent cette solidarité entre explication scientifique et célébration de la puissance divine. Elles le firent en changeant l'idée même de ce qu'une théorie scientifique devait être et en constituant de ce fait un domaine autonome et séparé à l'intérieur duquel il était possible de parvenir à fournir une explication du monde sans guère répondre à des questions concernant la structure ultime du *cosmos* et le plan de Dieu sur l'univers. Cette explication se présentait désormais comme un réseau de causes formelles qui décrivent respectivement le comportement des rayons lumineux et le mouvement des astres sans se réclamer d'aucune hypothèse externe concernant les causes efficientes de ce comportement ; c'était en un mot une science mathématique de la nature.

Si Newton put promouvoir cet idéal scientifique nouveau, en cultivant en même temps la théologie et en se sentant comme le plus fervent des croyants et le plus respectueux du pouvoir de Dieu, Seigneur de l'univers, ce fut qu'une des conséquences de ce changement de perspective fut l'individuation de la possibilité d'une nouvelle forme de dialogue entre science et religion : la première visant à une explication, certes partielle, mais foncièrement autonome du monde ; la deuxième savant intégrer cette explication à l'intérieur d'un plan de la création qui en fournissait en même temps un complément indispensable et une justification externe.

Or, il me semble qu'un des aspects principaux du newtonianisme au XVIII^e siècle fut justement la recherche d'une extension de cette idéal de séparation entre science et religion, qui était aussi une garantie de leur possible intégration. Il s'agissait, en d'autres termes, de constituer d'autres domaines autonomes d'élaboration d'une science formelle, c'est-à-dire de déterminer des contextes d'explication propres à différents phénomènes naturels et sociaux, au sein desquels la science pouvait progresser en pleine autonomie. Le programme de mathématisation qu'investit un si large éventail de disciplines me semble n'avoir été rien d'autre qu'un des effets de cet effort. Mais une science autonome, et donc formelle, ne devait pas être nécessairement une science mathématique. L'histoire naturelle de Buffon, pour ne faire qu'un seul exemple, en était une d'une sorte toute différente. En tant que mouvement intellectuel, les lumières furent essentiellement la

recherche d'une nouvelle dignité pour la science, une dignité fondée surtout sur la revendication de son autonomie et de son pouvoir d'explication, mais aussi, et je dirai en conséquence, sur la conscience de ses limites.

Que la revendication du pouvoir de la science ne pouvait que se fonder sur une critique visant l'établissement de ses conditions de possibilités et donc de ses limites, fut, vers la fin du siècle, le principal des enseignements de Kant, ce qui contenait l'essence plus profonde des lumières. Ce fut surtout en ce sens que le philosophe de Königsberg fut, à côté des Euler, des d'Alembert, des Lagrange et des Laplace, un des grands continuateurs de l'œuvre de Newton.

Références bibliographiques

I. Œuvres de Newton

Newton, I. (1671-1672) “ New Theory about Light and Colours ”, *Philosophical Transactions*, n° 80, 19 February 1671-1672 [29 février 1672], pp. 3075-3087 ; trad. française in Blay (1983), annexe 1, pp. 179-189.

Newton, I. (1687) *Philosophiæ naturalis principia Mathematica*, Jussu Societatis Regiæ ac Typis Josephi Streater, Londini, 1687 ; II^e éd., Catabrigiæ, 1713 ; III^e éd., apud G. & J. Innys, Londini, 1726.

Newton, I. (1704) *Opticks : or a Treatise of the Reflexions, Refractions, Inflexions, and Colours of Light. Also two Treatises of the Species and Magnitude of Curvilinear Figures*, S. Smith & B. Walford, London, 1704 ; II^e éd., W. & J. Innys, London, 1717 ; III^e éd., W. & J. Innys, London, 1721 ; IV^e éd., W. Innys, London, 1730 ; I^e éd. latine, London, 1706 ; II^e éd. latine, London, 1719.

Newton, I. (C) *The Correspondence of Isaac Newton*, edited by H. W. Turnbull, J. W. Scott and A. R. Hall, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1959-1977 (7 vols.).

Newton, I. (CPQ) *Certain Philosophical Questions : Newton's Trinity Notebook*, ed. by J. E. McGuire and M. Tammy, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1983.

Newton, I (DGB) *De la gravitation où les fondements de la mécanique classique* (traduction et notes de M.-F. Biarnais), Les Belles Lettres, Paris, 1985.

Newton, I. (ERB) *Écrits sur la religion*, traduction de l'anglais, présentation et notes de J.-F. Baillon, Gallimard, Paris, 1996.

Newton, I (MP) *The Mathematical Papers of Isaac Newton*, edited by D. T. Whiteside, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1967-1981 (8 vols.).

Newton, I. (HOO) *Opera quæ extant omnia commentariis illustrabat Samuel Horsley*, J. Nichols, Londini, 1779-1785 (5 vols.).

Newton, I. (OP,I) *The Optical Papers of Isaac Newton*, vol. I (*The Optical Lectures 1670-1672*), ed. by A. Shapiro, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1984.

Newton I. (PCW) *The Principia. Mathematical Principles of Natural Philosophy*, a new translation by I. B. Cohen and A. Whitman, assisted by J. Budenz, prefaced by "A guide to Newton's *Principia*" by I. B. Cohen, Univ. of California Press, Berkeley, Los Angeles, London, 1999.

Newton, I. (PKC) *Philosophiæ naturalis principia mathematica. The Third Edition (1726) with Variant Readings Assembled and Edited by Alexandre Koyré and I. Bernard Cohen, with the Assistance of Anne Whitman*, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1972.

Newton, I. (USPHH) *Unpublished Scientific Papers of Isaac Newton*, chosen, edited and translated by A. R. Hall and M. Boas Hall, Cambridge Univ. Press, Cambridge, London, New York, Melbourne, 1962.

II. Ouvrages et articles en français

Balibar, F. (1984) *Galilée, Newton lus par Einstein. Espace et relativité*, PUF, Paris, 1984 ; II^e éd. citée, 1990.

Blay, M. (1983) *La conceptualisation newtonienne des phénomènes de la couleur*, Vrin, Paris, 1983.

Blay, M. (1995) *Les "Principia" de Newton*, PUF, Paris, 1995.

Blay, M. (2001) *Lumières sur les couleurs. Le regard du physicien*, Ellipses, Paris, 2001.

Costabel, P. (1987) "Les *Principia* de Newton et leurs colonnes d'Hercules", *Revue d'histoire des Sciences*, **40**, 1987 (n^o 3/4 : *Les Principia de Newton. Question et commentaires*), pp. 251-271.

De Gandt, F., 1985, «Temps physique et temps mathématique chez Newton», *Mythes et représentations du temps*, D. Tiffenau (éd.), Paris, Editions du CNRS, pp. 87-105.

Gardies, J.-L. (1988) *L'héritage épistémologique d'Eudoxe de Cnide*, Vrin, Paris, 1988.

Hutin, S. (1979) "Note sur la création chez trois kabbalistes chrétiens anglais : Rober Fludd, Henry More et Isaac Newton", in S. Hutin et autres, *Kabbalistes Chrétiens*, Albin Michel, Paris, 1979, pp. 149-156.

Joly, B. (1992) *Rationalité de l'alchimie au XVII^e siècle*, Vrin, Paris, 1992.

Jullien, V. (1996) *Descartes. La Géométrie de 1637*, PUF, Paris, 1996.

Koyré A. (1968) *Études Newtoniennes*, Gallimard, Paris, 1968 [recueil d'études parues entre 1948 et 1965].

Manget, J. J. (1702) *Bibliotheca Chemica Curiosa*, Chouet, G. de Tournes, Cramer, Perachon, Ritter et S. de Tournes, Genève, 1702 (2 vols.).

Paty, M. (1997) *Albert Einstein ou la création scientifique du monde*, Les Belles Lettres, Paris, 1997.

Roberval, G. P. de (1693) “Observations sur la composition des Mouvements, et sur le moyen des trouver les Touchantes des lignes courbes”, in *Divers Ouvrages de Mathématiques et de Physique par Messieurs de l'Académie Royale des Sciences*, Impr. Royale, Paris, 1693, pp. 67-111.

Robinet, A. (1957) *Correspondance Leibniz-Clarke, présentée d'après les manuscrits originaux des bibliothèques de Hanovre et de Londres, par André Robinet*, P.U.F., Paris, 1957.

Robinet, A. (1991) *L'empire Leibnizien. La conquête de la chaire de mathématiques de l'université de Padoue; Jakob Hermann et Nicolas Bernoulli (1707-1719)*, Ed. Lint, Trieste, 1991.

Salanskis, J.-M. (1992), *Husserl*, Les Belles Lettres, Paris, 1992.

Verlet, L. (1993) *La malle de Newton*, Gallimard, Paris, 1993.

Westfall, R. *Newton 1642-1727 (Never at Rest. A Biography of Isaac Newton)*, Cambridge Univ. Press, 1980), trad. Marie-Anne Lescourret, Flammarion, Paris, **date ?**

III. Ouvrages et articles en anglais

Arnold, V.I. 1990. *Huygens and Barrow, Newton and Hooke : Pioneers in Mathematical Analysis and Catastrophe Theory from Evolvents to Quasicrystals*, Birkhäuser, Boston, Basel, 1990.

Boyle, R. (1666) *The Origin of Forms and Qualities [...]*, printed by H. Hall, for R. Davis, Oxford, 1666 ; éd. citée in *The Works of Robert Boyle*, ed. by M. Hunter and E. B. Davis, Pickering & Chatto, London, vol. 5, 1999, pp. 281-491.

Brooke, J. (1988) “The God of Isaac Newton”, in J. Fauvel, R. Flood, M. Shortland, R. Wilson (eds.), *Let Newton Be! A New Perspective on His Life and Works*, Oxford Univ. Press, Oxford, New York, Tokyo, 1988, pp. 169-183.

Casini, P. (1984) “Newton : The Classical Scholia”, *History of Science*, **22**, 1984, pp. 1-58.

Cohen, I. B. (1971) *Introduction to Newton's Principia*, Harvard Univ. Press, Cambridge (Mass.), 1971.

Cohen, I. B. (1980) *The Newtonian revolution*, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1980.

Cohen, I. B. (1982) “The *Principia*, Universal Gravitation and the “Newtonian Style” in Relation to the Newtonian Revolution in Science : Notes on the Occasion of the 250th Anniversary of Newton's Death”, in Z. Bechler (ed.), *Contemporary Newtonian Research*, Reidel P. C., Dordrecht, Boston, London, 1982, pp. 21-108.

De Gandt, F. (1995) *Force and Geometry in Newton's Principia*, Princeton Univ. Press, Princeton, 1995.

Di Sieno, S. et Galuzzi, M. (1987) "Calculus and Geometry in Newton's Mathematical Work : some remarks ", in S. Rossi (ed.), *Science and Imagination in the XVIIIth-century British Culture*, Unicopli, Milano, 1987, pp. 177-189.

Dobbs, B. J. Teeter (1975) *The Foundations of Newton's Alchemy or "The Hunting of the Greene Lyon"*, Cambridge Univ. Press, Cambridge, London, New York, Melbourne, 1975.

Dobbs, B. J. Teeter (1991) *The Janus Face of Genius. The Role of Alchemy in Newton's Thought*, Cambridge Univ. Press, Cambridge, New York, Melbourne, 1991.

Force E. J. et Popkin R. H. (1990) *Essays on the Context, Nature, and Influence of Isaac Newton's Theology*, Kluwer A. P., Dordrecht, Boston, London, 1990.

Galuzzi, M. (1991) "Some considerations about motion in a resistentering medium in Newton's *Principia*", in M. Galuzzi (ed.), *Giornate di storia della matematica*, Editel, Commenda di Rende, 1991, pp. 169-189.

Goldish, M. (1998) *Judaism in the Theology of Isaac Newton*, Kluwer A. P., Dordrecht, Boston, London, 1998.

Goldish, M. (1999) "Newton's *Of the Church* : Its Contents and Implications ", in J. E. Force et R. H. Popkin (eds.), *Newton and Religion. Context, Nature and Influence*, Kluwer A. P., Dordrecht, Boston, London, 1999, pp. 145-164.

Guicciardini, N. (1999) *Reading the Principia. The Debate on Newton's Mathematical Methods for Natural Philosophy from 1687 to 1736*, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1999.

Hall, R. A. (1980) *Philosophers at War : the Querell between Newton and Leibniz*, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1980.

Hall, R. A. (1992) *Isaac Newton. Adventurer in thought*, Blackwell, Oxford 1992 ; nouv. éd. citée, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1996.

Hall, R. A. (1999) *Isaac Newton. Eighteenth-century Perspectives*, Oxford Univ. Press, Oxford, New York, Tokyo, 1999.

Hall, R. A. et Hall, M. Boas (1958) "Newton's Chemical Experiments ", *Archives internationales d'histoire des sciences*, **11**, 1958, pp. 113-152.

Hall, R. A. et Hall, M. Boas (1962) (éd.) *Unpublished Scientific Papers of Isaac Newton. A Selection from the Portsmouth Collection in the University of Cambridge*, chosen edited and translated by A. Rupert Hall and Marie Boas Hal, Cambridge Univ. Press, Cambridge, London, New York, Melbourne, 1962.

Henry, J. (1994) " 'Pray do not ascribe that notion to me' : God and Newton's Gravity ", in J. E. Force and R. H. Popkin (eds.), *The Books of Nature and Scriptures*, Kluwer A. P., Dordrecht, London, Boston, 1994, pp. 39-53.

Herivel, J. (1965) *The Background to Newton's Principia*, Clarendon Press, Oxford, 1965.

Hutton, S. (1994) "More, Newton, and the Language of Biblical Prophecy ", in Force et Popkin (1994), pp. 39-53.

Iliffe R. (1999) "Those 'Whose Business It Is to Cavil' : Newton's Anti-Catholicism ", in J. E. Force et R. H. Popkin (eds.), *Newton and*

Religion. Context, Nature and Influence, Kluwer A. P., Dordrecht, Boston, London, 1999, pp. 97-119.

Knoespel, K. J. (1999) "Interpretative Strategies in Newton's *Theologiae gentiles origines philosophicae*", in Force et Popkin (1999), pp. 179-202.

Kubbinga, H. H. (1988) "Newton Theory of Matter", in P. B. Scheurer and G. Dedrock (eds.), *Newton's Scientific and Philosophical Legacy*, Kluwer A. P., Dordrecht, Boston, London, 1988, pp. 321-341.

Manuel, F. E. (1963) *Isaac Newton, Historian*, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1963.

Manuel, F. E. (1968) *A Portrait of Isaac Newton*, The Belknap Press of Harvard Univ. Press, Cambridge (Mass.), 1968.

Manuel, F. E. (1974) *The Religion of Isaac Newton*, Clarendon Press, Oxford, 1974.

McGuire, J. E. (1967) "Transmutation and Immobility: Newton's Doctrine of Physical Properties", *Ambix*, **14**, 1967, pp. 69-95.

McLachlan, H. (1950) (éd.) *Sir Isaac Newton: Theological Manuscripts*, Liverpool Univ. Press, Liverpool, 1950.

McMullin, E. (1978) *Newton on Matter and Activity*, Univ. of Notre Dame Press, Notre Dame, London, 1978.

Murrin, M. (1999) "Newton's *Apocalypse*", in J. E. Force et R. H. Popkin (eds.), *Newton and Religion. Context, Nature and Influence*, Kluwer A. P., Dordrecht, Boston, London, 1999, pp. 203-220.

Panza, M. (1997) "Classical Sources for the Concepts of Analysis and Synthesis", in M. Panza and M. Otte (eds.), *Analysis and Synthesis in Mathematics. History and Philosophy*, Kluwer A. P., Dordrecht, Boston, London, 1997, pp. 365-414.

Popkin, R. H. (1988) "Newton's Biblical Theology and his Theological Physics", in P. B. Scheurer et G. Dedrock (eds.), *Newton's Scientific and Philosophical Legacy*, Kluwer A. P., Dordrecht, Boston, London, 1988, pp. 81-97.

Rattansi, P. (1988) "Newton and the Wisdom of the Ancients", in J. Fauvel, R. Flood, M. Shortland, R. Wilson (eds.), *Let Newton Be! A New Perspective on His Life and Works*, Oxford Univ. Press, Oxford, New York, Tokyo, 1988, pp. 185-201.

Sabra, A. I. (1967) *Theories of Light from Descartes to Newton*, Olbournbne Book Co, London 1967 [éd. citée: Cambridge Univ. Press, Cambridge, London, New York, New Rochelle, Melbourne, Sydney, 1981].

Sepper, D. L. (1994) *Newton's Optical Writings. A guided Study*, Rutgers Univ. Press, New Brunswick (New Jersey), 1994.

Westfall, R. (1962) "The Foundations of Newton's Philosophy of Nature", *The British Journal for the History of Science*, **1**, 1962, pp. 171-182.

Westfall, R. (1971) *Force in Newton's Physics. The science of Dynamics in the Seventeenth Century*, Neale Watson Academic Publications, New York, 1971.

Westfall, R. (1972) "Newton and the Hermetic Tradition", in A. G. Debus (ed.), *Science, Medecine and Society in the Renaissance*, Heinemann, London, 1972, pp. 183-198.

Westfall, R. (1982) "Newton's Theological Manuscripts", in Z. Bechler (ed.), *Contemporary Newtonian Research*, Reidel P. C., Dordrecht, Boston, London, 1982, pp. 129-143.

Westfall, R. (1992) "Isaac Newton: Theologian", in E. Ullmann-Margalit, *The Scientific Enterprise*, Kluwer A. P., Dordrecht, London, Boston, 1992, pp. 223-239.

Whiteside, D. T. (1982) "Newton the mathematician", in Z. Bechler (ed.), *Contemporary Newtonian Research*, Reidel P. C., Dordrecht, Boston, London, 1982, pp. 109-127.

IV. Ouvrages et articles en italien

Galuzzi, M. (1995) "L'influenza della geometria nel pensiero di Newton", in M. Panza et C. S. Roero (eds.), *Geometria, flussioni e differenziali. Tradizione e innovazione nella matematica del seicento*, La Città del Sole, Napoli, 1995, pp. 271-288.

Mamiani, M. (1986) *Il prisma di Newton*, Laterza, Roma, Bari, 1986.

Mamiani, M. (1994) (ed.) Isaac Newton, *Trattato sull'Apocalisse* (texte original avec introduction et traduction italienne par M. Mamiani), Bollati Boringhieri, Torino, 1994.

Panza, M. (1991) "Eliminare il tempo: Newton, Lagrange e il problema inverso del moto resistente", in M. Galuzzi (ed.), *Giornate di storia della matematica*, Editel, Commenda di Rendre, 1991, pp. 487-537.

Table des matières

Repères chronologiques	p. xx
Préface	p. xx
Remerciements	p. xx
I. Woolsthorpe, Grantham, Cambridge. 1642-1664	p. xx
I.1. L'université de Cambridge	p. xx
I.2. Les premiers cahiers	p. xx
II. La théorie des fluxions. 1664-1771	p. xx
II.1. La géométrie cartésienne, point d'encrage de la théorie des fluxions	p. xx
II.2. Tangentes et aires : généralisation et première extension des méthodes cartésiennes	p. xx
II.3. Deux théorèmes de mai 1665 : bien au delà des méthodes cartésiennes	p. xx
II.4. Les conditions d'inversion de l'algorithme des tangentes	p. xx
II.5. La rencontre avec la méthode des tangentes de Roberval : vers la théorie des fluxions	p. xx
2.5.1. La méthode de Roberval	p. xx
2.5.2. La re-formulation par Newton de la méthode de Roberval	p. xx
II.6. Le Traité d'octobre 1666 : l'édification d'une théorie générale des vitesses ponctuelles	p. xx
II.7. La théorie des vitesses ponctuelles se transforme en la théorie des fluxions : considérations conclusives sur les premiers résultats mathématiques de Newton	p. xx
II.8. Professeur <i>Lucasien</i> de mathématiques	p. xx
III. La théorie de la lumière et des couleurs. 1664-1675	p. xx
III.1. La loi de la réfraction de Descartes	p. xx
III.2. Une « irrégularité » dans la réfraction : comment la nouvelle théorie de Newton s'oppose aux vues aristotéliennes et aux théories de Descartes et Hooke	p. xx
III.3. Les premières expériences de Newton concernant les couleurs	p. xx
III.4. La lettre à Oldenburg de février 1672	p. xx

- III.5. En quel sens la théorie de Newton est-elle une explication des phénomènes de la couleur ?
 Considérations conclusives à propos de cette théorie p. xx
- III.6. La controverse suscitée par la théorie de Newton p. xx

IV. *Jeova Sanctus Unus.*

À la recherche des secrets

de la nature et de l'histoire. 1668-1684 p. xx

- IV.1. La distinction entre causes formelles et causes efficientes et la critique du mécanisme :
 le *De Gravitatione et æquipondio fluidorum* p. xx
- IV.2. Millénarisme p. xx
- IV.3. La redécouverte des manuscrits théologiques p. xx
- IV.4. L'interprétation des prophéties p. xx
- IV.5. Le temple de Jérusalem p. xx
- IV.6. *Prisca sapientia*, église des origines et religion première p. xx
- IV.7. Robert Boyle et la tradition de l'alchimie p. xx
- IV.8. Dans quel sens Newton fut un alchimiste p. xx
- IV.9. Une nouvelle lettre à Oldenburg du décembre 1675 p. xx
- IV.10. La tradition alchimique comme antidote au mécanisme p. xx
- IV.11. Considérations conclusives à propos des recherches théologiques et alchimiques de Newton : une rigueur d'historien p. xx

V. Mécanique abstraite et mécanique céleste :

la première édition des *Principia*. 1679-1687 p. xx

- V.1. La conjecture de Hooke p. xx
- V.2. Descartes et Newton à propos du principe d'inertie et du mouvement circulaire p. xx
- V.3. Comparaison entre les résultats de Newton à propos du mouvement circulaire et la conjecture de Hooke p. xx
- V.4. La notion de force p. xx
- V.5. La preuve de la conjecture de Hooke p. xx
- V.6. La visite de Halley : le problème direct et le problème inverse des forces centrales p. xx
- V.7. Le *De motu* : un esquisse du premier livre des *Principia* p. xx
- V.7.1. La nouvelle preuve de la conjecture de Hooke et l'hypothèse de la proportionnalité entre espaces et carrés des temps p. xx

V.7.2. La transformation des trois lois de Kepler en théorèmes	p. xx
V.7.3. Les derniers résultats énoncés dans le <i>De motu</i>	p. xx
V.8. La structure des <i>Principia</i> et le « style newtonien »	p. xx
V.9. Un regard sur les <i>Principia</i>	p. xx
V.9.1. La notion de masse inertielle	p. xx
V.9.2. Les trois mesures d'une force centripète et la troisième loi du mouvement	p. xx
V.9.3. Les méthodes mathématiques	p. xx
V.9.4. Le premier livre : le mouvement des corps attirés par des forces centripètes en absence de résistance	p. xx
V.9.5. Le deuxième livre : la question de l'éther	p. xx
V.9.6. Le troisième livre : la gravitation universelle	p. xx
V.10. Système du monde et mathématique du mouvement : considérations conclusives à propos de la mécanique de Newton	p. xx
VI. Le patron de la science anglaise. 1687-1727	p. xx
VI.1. L'affaire Alban Francis et l'élection de Newton à la Convention	p. xx
VI.2. Nouveaux rencontres : Montague, Huygens, Locke et Fatio de Dullier	p. xx
VI.3. L'échec d'un programme : une cause possible de la crise dépressive de 1693	p. xx
VI.4. Après la crise : l' <i>Optique</i> , les recherches sur la théorie de la lune et l' <i>Enumeratio linearum tertii ordinis</i>	p. xx
VI.5. Le retour à Londres et les nouvelles charges administratives : la Monnaie, le Parlement et la <i>Royal Society</i>	p. xx
VI.6. L'édition latine de l' <i>Optique</i> et les nouvelles questions à propos de la nature de la lumière, de la matière et de l'espace	p. xx
VI.7. La querelle de priorité avec Leibniz	p. xx
VI.7.1. Les antécédents de la querelle	p. xx
VI.7.2. La querelle éclate	p. xx
VI.8. La deuxième et la troisième édition des <i>Principia</i> et la deuxième édition anglaise de l' <i>Optique</i>	p. xx
VI.9. Le dernier effort : la <i>Chronology of Ancient Kingdomsd Amended</i>	p. xx
VI.10. Les derniers jours et l'enterrement	p. xx
VII. Conclusions : Newton et les lumières	p. xx

Table des compléments techniques	p. xx
Références bibliographiques	p. xx