L'enseignement de la symétrie axiale en sixième dans des contextes différents : les pratiques de deux enseignants et les activités des élèves

Aurelie Chesnais

UNIVERSITE PARIS 7 – DENIS DIDEROT
UFR de MATHEMATIQUES

Ecole doctorale : Savoirs scientifiques et didactique des disciplines

Thèse
Pour l'obtention du Diplôme de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE PARIS 7

Spécialité

DIDACTIQUE DES MATHEMATIQUES

Présentée et soutenue publiquement le 2 décembre 2009 par

Aurélie CHESNAIS

Titre

L'enseignement de la symétrie axiale en sixième dans des contextes différents : les pratiques de deux enseignants et les activités des élèves

Directeur de thèse

Aline ROBERT

Membres du jury

Paolo BOERO, Professeur, Université de Gênes (Rapporteur)
Lalina COULANGE, Maître de conférence, IUFM d'Aquitaine
Christophe HACHE, Maître de conférence, Université Paris 7
Marie-Jeanne PERRIN, Professeur, Université d'Artois
Aline ROBERT, Professeur, Université Paris 7 (Directeur de thèse)
Gérard SENSEVY, Professeur, IUFM de Bretagne (Rapporteur)

REMERCIEMENTS

Ces quatre années de thèse ont été pour moi particulièrement riches en découvertes, questions et remises en question, moments d'enthousiasme et parfois de doute – jamais de découragement – rebondissements, discussions parfois houleuses mais toujours bénéfiques.

Cette richesse, je la dois à toutes les rencontres que j'ai faites depuis le début de ce travail, tous les gens qui m'ont entourée, questionnée, confortée, par leur intérêt, dans l'idée que la recherche en didactique des mathématiques, si elle n'est pas toujours connue ou reconnue, n'en est pas moins essentielle.

Merci à tous ceux-là.

A ma famille pour m'avoir toujours poussée à avancer et donné confiance en mes capacités à réaliser mes projets. Merci papa pour la hotline informatique, même tard le soir, et pour les discussions sur les psychologues ; merci maman d'avoir accepté de relire ces 400 pages et d'avoir corrigé inlassablement les fautes de style et les lourdeurs : toutes les corrections ont été prises en considération … A mes sœurs, Eléonore et Sibylle, pour m'avoir fait répéter ma présentation à la journée des doctorants et pour leurs conseils avisés. A Eléonore en particulier pour tout ce qu'on partage.

A mes amis pour leur soutien et leur présence constants, même à distance, qu'ils aient suivi l'aventure dès le début ou qu'ils aient pris le train en marche. Merci en particulier à Mathilde pour avoir assuré le soutien psychologique de proximité, pour son enthousiasme permanent qui m'a aidée à parcourir les quelques dernières lignes droites ...

A Guillaume qui m'a donné la force de ne pas abandonner en cours de route, merci pour les discussions sur les modèles et les sciences dures et molles, sa curiosité communicative, son inflexible rigueur scientifique qui me fait toujours avancer, son soutien et sa confiance indéfectibles, sa présence et son écoute dans les moments de doute.

Aux collègues rencontrés au hasard des établissements scolaires, parfois sceptiques, parfois curieux, mais qui m'ont toujours appris quelque chose et avec qui j'ai tant partagé. Je voudrais rendre hommage à leur dévouement pour leurs élèves, chacun à leur manière : à tous les Jean-Luc, Cédric, Caroline, Jérôme, Maryline, Alicia et les autres …

A Denis et Martine sans qui j'aurais abandonné ce travail avant même de l'avoir commencé, merci de m'avoir accueillie dans leurs classes. Merci particulièrement à Denis pour avoir accepté ce que bien peu d'enseignants auraient eu le courage d'assumer.

A l'équipe Didirem – jeunes chercheurs et moins jeunes – qui, même si je n'ai pas souvent fréquenté les couloirs de Chevaleret, m'a soutenue et encouragée tout au long du travail.

Au laboratoire LIRDEF et plus particulièrement à l'équipe ERES de l'IUFM de Montpellier qui, en m'accueillant comme ATER, a permis que cette dernière année de thèse se déroule dans des conditions idéales. Merci en particulier aux collègues de mathématiques pour le service sur mesure et pour m'avoir fait profiter de leur expérience (en conseils, formation, ressources …).

A ceux qui m'ont accompagnée au cœur de ce travail, merci pour les remarques, les questions, les discussions, les encouragements … Merci surtout à Julie pour sa disponibilité, sa gentillesse et sa bonne humeur constantes, pour avoir supporté de travailler avec moi. De cette collaboration studieuse est née une amitié précieuse.

A M. Gérard Sensevy et à M. Paolo Boero d'avoir accepté d'être rapporteurs de ce travail, malgré les délais très courts qui leur ont été impartis.

A Lalina Coulange, Christophe Hache et Marie-Jeanne Perrin pour avoir accepté de faire partie du jury.

Enfin, merci à celle sans qui ce travail n'aurait sûrement même jamais commencé et n'aurait certainement pas été aussi formateur. Quand il m'a suggéré d'aller la voir, Christophe m'avait dit « tu verras si tu travailles avec elle, Aline, c'est plus qu'une directrice de thèse ». En ce qui me concerne, ce fut BEAUCOUP plus… Je te remercie profondément de m'avoir donné envie de faire de la recherche, merci pour ta disponibilité malgré la distance qui fut parfois une difficulté mais jamais un obstacle, pour m'avoir appris la rigueur et la prudence dans la recherche, pour ta capacité à te placer toujours dans ma ZPD, pour ton absence de complaisance et ta bienveillance constante. Je regrette déjà les dimanches après-midi et les longues heures passées au téléphone …

Ces quelque 400 pages représentent moins pour moi un aboutissement qu' un commencement, par les perspectives qu'elles ouvrent et les questions qu'elles soulèvent, qui m'encouragent à poursuivre.

J'espère qu'elles ne décourageront pas le lecteur (certaines annexes peuvent être lues en diagonale …) et qu'elles seront aussi stimulantes pour sa réflexion que les écrire l'a été pour la mienne.

TABLE DES MATIERES

Introduction – d’un questionnement d’enseignante de mathématiques du secondaire à un questionnement de chercheure en didactique des mathématiques

Ce travail de recherche a pour origine des questions que se pose une enseignante exerçant dans le secondaire en ZEP[1] : comment améliorer ma pratique ? Quelles sont les conséquences de mes actions sur les apprentissages de mes élèves ? Cette démarche se fonde sur la conviction de pouvoir, dans une certaine mesure, donner des clés à ces enfants pour les mathématiques et, plus largement, contribuer à leur réussite scolaire. Plus précisément, l’interrogation porte sur le rôle de l’enseignement – et de l’enseignant – en particulier en ZEP : l’objectif est de démocratiser l’accès au savoir, mais chacun sait que l’école tend à reproduire les inégalités sociales quand elle ne les aggrave pas. La création des ZEP participait d’une volonté politique de remédier à cette situation, grâce à une “discrimination positive” – donner plus à ceux qui ont moins – mais si ce “donner plus” s’est traduit par une augmentation – toutefois limitée – des moyens, la plupart des recherches s’accordent aujourd’hui sur un échec de cette politique (cf. N° 140 de la Revue Française de Pédagogie). On peut aussi s’interroger sur l’amélioration qualitative de l’offre d’enseignement auprès des publics défavorisés : l’innovation a certes été encouragée et facilitée dans ces zones, faisant émerger des pratiques nouvelles ; mais, outre que celles-ci ne se fixaient pas toujours des objectifs clairs et centrés sur les apprentissages, elles étaient rarement évaluées. On a cherché de multiples manières à s’adapter à ce public particulier et, si les recherches en sociologie de l’éducation se sont naturellement largement emparées du problème, elles ne se sont intéressées que récemment aux pratiques des enseignants dans la classe et avec leur point de vue propre.

Selon nous, la didactique des mathématiques doit permettre de mieux comprendre les mécanismes de la relation enseignement/apprentissages relativement à cette discipline. Il est donc nécessaire d’étudier ce qui se passe dans les zones à public particulier, mais pas seulement. C’est, en effet, en s’intéressant à tous les phénomènes d’enseignement que l’on peut espérer comprendre ces mécanismes et envisager des évolutions possibles. La question de l’adaptation des pratiques enseignantes à des publics défavorisés ne peut être posée qu’en considérant les pratiques en général. La question se pose alors de la façon suivante – en gardant à l’esprit que l’école ne peut “résoudre” le problème des inégalités sociales à elle seule : est-il souhaitable/nécessaire d’adapter les pratiques d’enseignement à un public socialement défavorisé ? Si oui, quelles sont les adaptations propres à réduire les inégalités ? Les réponses sont-elles différentes selon les enseignants, les niveaux scolaires, en particulier primaire/secondaire, ou même selon les classes singulières et les élèves ?

[1] Cet acronyme correspond à “Zone d’Education Prioritaire” et désigne des zones dans lesquelles sont situés des établissements scolaires (primaires et secondaires) accueillant une proportion importante d’élèves en difficultés scolaires et sociales. Ces zones ont été définies par le ministère de l’Education Nationale en 1981 dans le cadre d’une politique de discrimination positive. Plusieurs “relances” ont ensuite fait évoluer le dispositif. L’histoire de ces dispositifs est retracée notamment sur le site du ministère de l’Education Nationale : http://www.educationprioritaire.education.fr. Le N°140 de la Revue Française de Pédagogie présente quant à elle un panorama de recherches sur le sujet.

Le questionnement devient alors questions de recherche portant sur le lien entre pratiques des enseignants et apprentissages en mathématiques dans le secondaire ; le choix du secondaire étant lié à notre parcours et à la conviction que, si certainement beaucoup de choses se jouent avant – notamment la construction de rapports au langage suffisamment élaborés pour entrer dans la dynamique des apprentissages scolaires (cf. notamment Bautier, 1995) –, une réflexion à tous les niveaux est nécessaire et le début du secondaire est d'autre part un de ces *« gués difficiles parce qu'obscurs »* (Bucheton et Dezutter, 2008, p. 18) qui *« ne cessent d'ouvrir des béances dans lesquelles sombrent les élèves fragiles ou tangents »* (ibid.).

D'autre part, si certains déterminants des pratiques des enseignants sont d'ordre psychologique voire psychanalytique, social etc., il nous semble qu'une partie même de ces déterminants est liée, en tout cas dans le secondaire, à la discipline enseignée. Ainsi, la représentation que l'enseignant a des mathématiques intervient vraisemblablement dans sa façon de l'enseigner. D'autre part, une "efficacité"[2] de l'enseignement ainsi qu'une formation qui tendrait à l'améliorer ne peuvent ignorer les contraintes liées à la discipline. L'étude fine de classes réelles, de pratiques d'enseignants "ordinaires", du point de vue des apprentissages – tenant compte notamment des contenus d'enseignement – nous semble à ce titre nécessaire.

C'est pourquoi nous avons fondé notre travail sur des observations de classes et d'enseignants "ordinaires" et mobilisé pour les analyser des cadres théoriques tentant de prendre en compte au moins partiellement, d'une part des sujets singuliers et leurs activités réelles, d'autre part la complexité de ces activités liée à la diversité des déterminants.

Nous avons aussi tenté d'élaborer une méthodologie correspondant à ces exigences, lesquelles impliquent de considérer un volume de données très important et des analyses fines. En conséquence, la méthodologie développée est lourde, assortie de nombreux outils, d'analyses successives à plusieurs niveaux, et d'une présentation très synthétique empêchant peut-être parfois le lecteur de se faire une idée lui-même ou de s'approprier les données. Notamment, les transcriptions des séances ainsi qu'un certain nombre d'analyses intermédiaires ne sont pas disponibles dans la thèse. Nous avons tenté de combler cette lacune par des citations fréquentes et parfois longues, ainsi qu'un nombre important d'annexes dans chaque chapitre. Nous avons également cherché à alterner les analyses plus générales et les exemples précis, et le texte est truffé de références aux données ainsi que de rappels évitant au lecteur de chercher systématiquement dans les annexes, même si nous avons conscience que cela peut parfois rendre la lecture un peu ardue. Rendre compte de la richesse des données que nous avons accumulées a été un souci majeur, et, si nous ne prétendons pas y être parvenus, nous espérons la faire entrevoir et avoir ouvert des perspectives de prolongements de ce travail.

Certaines redondances et lourdeurs ou le risque de perdre parfois le lecteur dans les détails sont le résultat de notre difficulté à écarter le danger qui guette le chercheur confronté à une telle masse de données. En outre, certaines nuances sur lesquelles nous insistons par moment

[2] Le choix et la signification de ce terme ne font certainement pas consensus (cf. le colloque Efficacité et Equité, Rennes 2008), mais nous l'entendons ici au sens d'une amélioration des apprentissages des élèves (sans être forcément capable de préciser en quoi, ni surtout comment mesurer une telle amélioration), et surtout, en ce qui concerne la problématique de l'enseignement en ZEP, de la démocratisation de l'accès au savoir (sans être là non plus capable d'en préciser les modalités).

peuvent disparaître au fil du texte afin de l'alléger. Si elles correspondent à des précautions essentielles comme par exemple le fait d'étudier les apprentissages par l'intermédiaire d'activités qui n'en rendent compte qu'imparfaitement et auxquelles nous n'avons qu'un accès partiel, elles ne seront cependant pas redites systématiquement mais considérées comme implicites et des "raccourcis" seront souvent utilisés où le mot apprentissage ne sera plus assorti de ces restrictions.

Par ailleurs, nous avons tenté de rendre l'organisation générale du travail la plus lisible possible. La succession des chapitres reflète ainsi une progression dans l'exploration de la problématique de la thèse mais aussi la chronologie de nos expérimentations. Les trois premiers chapitres correspondent à des généralités, le premier réunissant la présentation de la problématique et du cadre théorique, le deuxième tout ce qui a trait à la notion mathématique sur laquelle nous avons porté notre attention – la symétrie axiale – et le troisième concernant la méthodologie. Les chapitres 4, 5 et 6 portent sur les différentes phases des expérimentations, chacun apportant des éléments de réponse à la problématique. Le chapitre 7 est un retour sur l'ensemble du travail en adoptant un point de vue plus global sur les pratiques des enseignants et les résultats de la recherche.

Nous espérons mettre en évidence non seulement des résultats originaux, mais aussi, *a posteriori*, comment ces résultats nous permettent d'interroger le cadre théorique et la méthodologie, voire le fait d'étudier ces questions dans le cadre de la didactique des mathématiques.

La conclusion permet le retour et la discussion sur l'ensemble de notre travail ainsi que la mise en perspective indispensable de nos travaux et résultats en relation avec d'autres cadres théoriques qui permettent aussi d'aborder un certain nombre de nos questions. Cela concerne la didactique « francophone », avec des centrations différentes sur la place à donner dans les analyses aux différentes institutions et aux acteurs ou avec des choix différents de ce qui pilote les analyses des séances en classe – avancée du savoir ou activités des élèves et « circulation du savoir »[3]. Il est intéressant de constater la complémentarité des enrichissements apportés par tel ou tel type de recherches. De même des travaux non spécifiquement didactiques sont aussi intéressants à évoquer, pour mettre en évidence convergences et spécificités. Il y a enfin de nombreux travaux à l'étranger mais la place essentielle des programmes du collège sur la symétrie et de l'organisation des études dans notre recherche rend les comparaisons précises plus difficiles, ce qui a conduit à nous limiter ici à des allusions à quelques autres recherches, notre travail ne prétendant à aucune d'exhaustivité à ce sujet, loin de là. Une suite sera certainement à donner dans cette direction.

[3] Nous empruntons ce mot pour qualifier la manière dont l'enseignant fait vivre l'itinéraire cognitif qu'il a élaboré ; cette circulation du savoir, liée à la conjoncture, se place entre les cheminements individuels et la trajectoire induite par le projet et précise l'avancée du savoir qui l'oriente cependant.

Chapitre 1 problématique, cadre théorique et dispositif expérimental

A partir des questions naïves à l'origine de la recherche, nous exposons la problématique du travail en précisant son inscription dans les cadres théoriques de la théorie de l'activité et de la double approche. Nous précisons ensuite cette problématique en présentant le dispositif expérimental que nous avons élaboré pour y apporter des réponses.

1. Les questions "naïves" à l'origine de la recherche

Nous partons d'un constat sur le processus d'enseignement/apprentissage : les élèves n'apprennent pas tous les mêmes choses. Cette remarque est valable qu'il s'agisse d'élèves d'établissements ou de classes différentes, voire d'une même classe. Même si l'on peut aborder cela d'un point de vue psychologique ou sociologique, par exemple en invoquant des différences culturelles, de maîtrise du langage (cf. notamment Bautier, 1995), de posture face à l'école ou aux apprentissages (Charlot, Bautier, Rochex, 1995) etc., nous avons choisi de nous interroger du point de vue du contenu d'apprentissage visé, notre hypothèse étant que les pratiques[4] spécifiques d'une discipline et de chaque enseignant singulier ne sont pas étrangères à ces différences. L'approche sociologique dont certains des auteurs cités ci-dessus sont emblématiques n'exclut du reste pas cette hypothèse et les dernières recherches tendent à prendre en considération les pratiques, avec les difficultés pointées dans *Les sociologues, l'école et la transmission des savoirs* (Deauvieau et Terrail, dir., 2007). Ainsi les auteurs notent que ce champ ne leur *« appartient pas en propre »* (p.11), qu'ils le partagent avec d'autres spécialistes et que, pour *« étudier les activités cognitives »* dans la classe, il convient que *« l'observateur se soit approprié les enjeux intellectuels des apprentissages, qu'il soit devenu lui aussi, en quelque sorte, un spécialiste de la discipline enseignée »* (p. 11-12), ce qui n'est évidemment souvent pas le cas des sociologues, lesquels sont éventuellement spécialistes d'une discipline, mais jamais de toutes.

La force des didacticiens est précisément d'être spécialistes de la discipline d'enseignement qu'ils considèrent dans leur recherche. D'autre part, s'ils ne sont pas non plus seuls dans ce champ, leur point de vue particulier, notamment fondé sur le contenu d'enseignement, constitue un apport original et d'après nous essentiel. Si, toujours d'après certains sociologues, le défaut des didacticiens est *« d'adopter en règle générale une posture plus normative que descriptive, visant à élaborer des modèles de bonne conduite pédagogique plutôt qu'à rendre compte des conduites pédagogiques effectives et de leurs effets réels »* (ibid., p. 11), nous avons ici la prétention d'adopter au moins en partie cette visée descriptive pour comprendre les mécanismes d'enseignement/apprentissage et nous pensons d'autre part que le travail du chercheur est aussi d'interroger les conditions d'une amélioration. La question de l'impact des

[4] Nous entendons pratiques au sens de tout ce que l'enseignant fait avant, pendant et après la classe (Robert in Vandebrouck, 2008) ; nous le précisons ultérieurement, notamment en lien avec la théorie de l'activité. Cette acception du terme se distingue notamment de celle de Chevallard qui distingue la pratique du logos (réf) : pour nous, le mot pratique englobe tout, de différentes manières, même si nous ne nous sommes pas donné les moyens de prendre en compte l'ensemble : nos recherches ne portent que sur une partie des pratiques.

recherches sur les pratiques fait également partie de nos préoccupations, mais plutôt en ligne d'horizon, notamment sous l'angle de la formation des enseignants.

Partant donc de l'hypothèse que les pratiques des enseignants ont des conséquences variables sur les apprentissages des élèves, nous cherchons à élucider les mécanismes, les conditions de ces différenciations.

On peut distinguer trois types d'effets différentiels :

- Les effets différentiels de pratiques différentes : ce qui différencie les pratiques d'enseignants différents, ainsi que les pratiques d'un même enseignant dans des classes différentes, et qui peut avoir des effets différents sur les élèves des classes respectives.
- La différenciation des pratiques de l'enseignant selon les élèves : un enseignant peut différencier son enseignement, ce qu'il dit ou fait – plus ou moins consciemment – selon l'élève auquel il s'adresse, dans une même classe.
- Les effets différentiels d'une même pratique de l'enseignant selon les élèves : lorsque l'enseignant dit ou fait quelque chose s'adressant à l'ensemble de la classe, cela n'a pas nécessairement les mêmes conséquences selon les élèves.

Il n'est pas question pour nous d'éluder le fait que les élèves eux-mêmes sont différents (origine socioculturelle, parcours scolaire, …) et que cela a des conséquences sur leurs apprentissages comme l'ont montré les sociologues. Néanmoins, notre approche est différente. Nous abordons ces données du point de vue du professeur de mathématiques ; par exemple, le fait d'enseigner en ZEP peut avoir des conséquences sur ce que l'enseignant met en place dans sa classe dans le but de faire apprendre des mathématiques à ses élèves. Nous développons cela ci-dessous, lors de la présentation de notre cadre théorique.

Détailler les effets sur l'apprentissage et les relier aux pratiques des enseignants suppose également, au moins à certains moments, de centrer le regard sur les pratiques des enseignants, compte tenu de ce qu'Aline Robert appelle « le métier », autrement dit tout ce qui, dans les pratiques de l'enseignant, vient du fait qu'il exerce un métier, avec les contraintes sociales que cela implique.

Donc, en étudiant l'effet des pratiques d'un enseignant sur les apprentissages des élèves, l'enjeu est de mettre à jour les liens, les mécanismes qui font que, par ce qu'il fait ou dit, les tâches qu'il propose aux élèves par exemple, l'enseignant provoque certains effets. Pour y parvenir, cela suppose d'évaluer la qualité de ce qu'il propose en fonction des objectifs d'apprentissage. Une première question est de pouvoir évaluer et différencier les apprentissages[5], la seconde étant de caractériser les pratiques, en particulier leur régularité et leurs variations, de façon enfin à en inférer des hypothèses sur ce qui, dans les pratiques des enseignants, est différenciateur *en termes d'apprentissages*. Par cette recherche, nous espérons contribuer d'une part, à mieux

[5] Une des questions préalables est également de spécifier ce qu'on entend par apprentissage, qui est ici très vague : considère-t-on des apprentissages à court, moyen ou long terme, liés à la notion en jeu ou transversaux etc. ? Des précisions ultérieures seront apportées sur ce point, notamment quant au niveau scolaire et aux programmes.

définir les liens entre pratiques et apprentissages en général, d'autre part à analyser et à caractériser les pratiques des enseignants.

2. Le cadre théorique choisi pour étudier ces questions

Le cadre théorique retenu pour notre recherche doit nous permettre d'étudier tant les élèves et leurs apprentissages en mathématiques que les enseignants et leurs pratiques, tout en reliant les deux, et nous permettre de repérer et d'interroger des différences.

Nous adoptons ainsi deux angles différents sur le processus d'enseignement/apprentissage : le premier consiste à centrer notre regard sur les élèves et leurs apprentissages, en considérant les pratiques des enseignants comme des déclencheurs – au moins partiels – de ces apprentissages. Les pratiques des enseignants ne sont pas alors les seuls éléments pris en considération pour expliquer les apprentissages : la singularité de chaque élève ou le fait qu'il soit scolarisé en ZEP sont également intégrés, dans une certaine mesure. Le second, qui vise à mieux comprendre les processus en jeu dans le premier, est centré sur l'enseignant et ses pratiques, notamment en classe de mathématiques, en considérant les apprentissages des élèves comme des objectifs au moins partiels des pratiques. Nous examinons aussi les pratiques en fonction d'autres critères que les apprentissages des élèves, tels que le fait que l'enseignant est une personne singulière, qui exerce un métier, éventuellement dans des conditions particulières liées par exemple à son expérience de l'enseignement ou à son affectation en ZEP etc.

Le cadre de la double approche, didactique et ergonomique, au sein de la théorie de l'activité, tel qu'il a été développé par Aline Robert et Janine Rogalski permet alors d'appréhender l'ensemble de ces éléments en justifiant leur mise en regard. Nous développons donc ci-dessous successivement les éléments théoriques liés à la double approche qui nous servent à mener notre étude sur les deux points de vue développés dans le paragraphe précédent.

a. Du côté des apprentissages mathématiques des élèves

Evaluer les apprentissages des élèves en tant que sujets singuliers, comme effets différenciés des pratiques des enseignants suppose, côté élèves, de caractériser au moins partiellement ce qui peut faire apprendre, et en même temps d'évaluer les apprentissages réalisés. Autrement dit, notre cadre théorique doit nous permette de caractériser d'une part les situations[6] d'apprentissage proposées aux élèves, en termes de potentiel d'apprentissage, d'autre part les apprentissages effectivement réalisables ou réalisés à l'issue du processus d'enseignement/apprentissage.

A cette fin, il convient de s'appuyer sur des hypothèses sur ce qui fait apprendre un élève, au sens de ce qui lui permet de "prendre connaissance" d'un savoir culturellement établi[7]. Il s'agit à la fois des processus psychologiques qui lui permettent d'intégrer des savoirs nouveaux à ses connaissances, mais aussi de ce qui peut, dans son environnement, déclencher, aider, faciliter, accompagner ce processus.

[6] Nous entendons ici situation au sens commun, pas au sens que lui confère la théorie des situations didactiques (Brousseau, 1986).

[7] Nous ne distinguons pas ici savoir savant de savoir enseigné, mais différencions le texte du savoir et la connaissance subjective que l'élève en a à la fin d'un processus d'enseignement/apprentissage.

Cette fonction est assurée, dans le cadre de la double approche, par une prise en considération des apports du constructivisme de Piaget et de la théorie de l'activité développée par Vygotski et ses continuateurs (notamment Leontiev), articulés et replacés dans le contexte de l'enseignement des mathématiques, dans un cadre scolaire. Cette construction, initiée par les travaux de Vergnaud, est poursuivie par Aline Robert et Janine Rogalski, (in Vandebrouck, 2008), et nous n'en livrons ici que les grands traits, notamment pour préciser le sens de quelques notions qui servent dans les analyses.

***L'articulation des cadres de Piaget et Vygotski, spécifiés à la didactique des mathématiques*[8]**

Janine Rogalski explique la complémentarité de ces deux cadres théoriques : d'une part les visées scientifiques respectives sont différentes, Piaget centrant son approche sur les mécanismes internes au sujet – épistémique – de développement des connaissances, tandis que Vygotski s'intéresse à un sujet individuel et social, dont les connaissances se développent dans l'interaction sociale et grâce à la médiation d'instruments psychologiques – en premier lieu le langage (ibid., p. 432) ; d'autre part les deux théories convergent, *« en particulier quant aux facteurs du développement, à sa temporalité longue, à la place des instruments dans ce développement (instruments « cognitifs » chez Piaget ; instruments psychologiques chez Vygotsky[9]) »* (ibid., p. 431).

La théorie piagétienne *« offre donc un cadre théorique producteur pour étudier les acquisitions des élèves en mathématiques (et traiter la relation élèves-savoir dans le triangle didactique) »*, tandis que la théorie de Vygotski *« permet de situer l'action et l'impact de l'action didactique »* (p. 443) sur le développement, facilitant ainsi l'analyse de l'intervention enseignante dans le triangle didactique.

Le constructivisme piagétien éclaire entre autres les mécanismes, internes au sujet, de restructuration des connaissances résultant de la régulation de l'action par le sujet, mécanismes que Piaget décrit par la dynamique d'assimilation/accommodation (ibid., p. 434 et suivantes).

Une *« utilisation orientée par la visée didactique »* (ibid., p. 438) de la théorie de Vygotski nous fournit quant à elle des concepts qui paraissent féconds pour penser l'apprentissage en lien avec le développement dans le cadre de la didactique des mathématiques. Janine Rogalski cite notamment *« l'approfondissement théorique du mode d'évolution des concepts [qui] est un apport fort de la théorie de Vygotsky, directement pertinent pour toute didactique d'un domaine disciplinaire »*. Elle développe alors la distinction entre concepts quotidiens et concepts scientifiques : les premiers, appelés aussi concepts spontanés (ibid., p. 438) sont les *« concepts issus de l'interaction de l'enfant avec le monde des objets sans qu'il y ait eu d'intervention didactique »*, tandis que les seconds sont *« issus de la production scientifique collective antérieure et […] deviennent par la suite ailleurs des objets d'enseignement »*. L'idée essentielle est alors liée aux modes de développement de ces concepts :

---

[8] Nous ne présentons dans cette partie que les grands traits de l'approche développée et spécifiée aux mathématiques par Rogalski, détaillée par cette dernière dans le livre *La classe de mathématiques* (Vandebrouck, 2008), dont nous nous inspirons largement.

[9] Janine Rogalski a retenu l'orthographe russe du nom du psychologue, c'est pourquoi il se termine par un *"y"*. Nous avons retenu l'orthographe la plus commune dans la littérature, d'où la différence.

> *Concepts quotidiens/spontanés et concepts scientifiques se développent en interaction, dans un processus de « double germination ». […] D'une part, la germination des concepts quotidiens se fait du « bas » vers le « haut », vers ce qui est « général », à partir de l'interaction avec les objets du monde de l'action (comme dans le constructivisme piagétien). D'autre part, la germination des concepts scientifiques se fait du « haut » vers le « bas », avec « les mots pour le dire en général », en se concrétisant ultérieurement.* (ibid., p. 441)

Un autre apport essentiel de Vygotski pour les théories didactiques est le concept de Zone Proximale de Développement (ZPD[10]). C'est la zone *« située entre le niveau présent de développement, attesté par ce que l'enfant est capable de faire/de résoudre, de façon autonome, et ce que l'enfant peut faire/résoudre avec l'aide d'autrui (adulte, enseignant, pair plus développé) »* (ibid., p. 442). L'idée essentielle est que :

> *Pour la réussite de l'apprentissage, on ne peut faire apprendre que si on utilise des situations relevant de cette zone ; si les situations sont au-delà de la ZPD, les aides ne produiront au mieux qu'un effet de copie immédiate (ou de « récitation », Vygotsky parle de « mécanique verbale »), et pas un apprentissage ; si les situations sont en deçà de la ZPD l'enfant/l'élève n'a rien à apprendre : il fait fonctionner ce qu'il a déjà conçu.* (ibid., p. 442)

Enfin, Janine Rogalski pointe *« un composant spécifique de l'approche vygotskienne qui est très pertinent du point de vue de la didactique des disciplines »* :

> *l'assimilation des concepts scientifiques n'est possible qu'avec deux médiations, d'une part, une médiation sociale instrumentée : les concepts scientifiques ont un rapport médiatisé avec le monde des objets à la fois par autrui et par des instruments psychologiques – au premier chef, le langage ; et d'autre part, une médiation par d'autres concepts.* (ibid., p.440)

Elle précise alors que cela ne se réduit pas au paramètre du facteur social.

Elle explique en outre qu'*« opposer le socio-constructivisme vygotskien, comme prenant en compte la dimension sociale qui aurait été « escamotée » chez Piaget »* résulte en fait d'un *« effet de perspective »* (ibid., p. 433), qu'il s'agit avant tout *« d'objets visés tout à fait différents »* (ibid., p. 432) et que cela s'explique par le fait que *« [le] sujet de Vygotsky est un sujet individuel et social, qui va construire les instruments de sa pensée dans l'interaction sociale, le sujet de Piaget est un sujet épistémique, et c'est l'organisation de ses connaissances qui est en jeu (et non pas la médiation qui intervient, ni les instruments de son fonctionnement) ».* (ibid., p. 432)

Ces hypothèses sur *« ce qui fait apprendre »* sont ensuite contextualisées aux mathématiques et à la situation scolaire. Cela implique notamment de retenir, comme intermédiaire des apprentissages des élèves, leurs *activités,* dans le sens où ce sont les activités que les élèves développent sur les tâches qui leurs sont proposées par l'enseignant qui vont permettre (ou non) des apprentissages (notamment via les processus décrits par Piaget et Vygotski). Cela implique, en amont, de déterminer des moyens de repérer et de décrire les mathématiques à enseigner que nous étudions, sur lesquelles seront déployées les activités recherchées. De plus, ce sont les interventions de l'enseignant, à tous les niveaux, qui déterminent au moins en partie ces activités : par le choix des tâches, l'organisation du travail en classe, les aides qu'il apporte … Or en mathématiques, les activités des élèves sont essentiellement liées aux exercices qu'on leur

[10] Plusieurs dénominations ont été associées à ce sigle (voir la note 10 page 441, ibid.) ; nous avons conservé ici la dénomination employée par Janine Rogalski.

propose[11], en relation avec les connaissances en jeu et leur présentation et aux accompagnements de l'enseignant (questions, explications, corrections…). C'est pourquoi, sur une notion visée, dont sont précisées des caractéristiques épistémologiques et liées aux difficultés des élèves, nos analyses portent sur le scénario (c'est-à-dire les contenus que l'enseignant choisit et leur organisation – ce que l'on qualifie d'*itinéraire cognitif* – ainsi que les formes de travail qu'il prévoit d'y associer) et les déroulements (c'est-à-dire la façon dont les tâches sont effectivement travaillées dans la classe), ainsi que sur les productions des élèves, recueillies en cours et à la fin du chapitre, qui permettent une mise en relation des activités des uns et des autres.

Une autre spécificité des mathématiques est le caractère fortement cumulatif des connaissances. Cela implique de tenir compte spécifiquement de la façon dont les liens sont organisés entre les connaissances, notamment la dynamique ancien/nouveau.

Enfin, le cadre théorique autorise à considérer les élèves de manière différenciée, sans se limiter à ce qui est réalisé par le "groupe-classe", même si cette dernière dimension reste essentielle. En effet, les activités sont individuelles, éventuellement différentes selon les élèves, ce dont nous essayons de tenir compte, en même temps que du fait que les activités sont aussi largement tributaires de la dimension sociale, c'est-à-dire des échanges, des aides … au-delà des seules tâches proposées.

b. **Du point de vue des enseignants**

La double approche propose un cadre d'analyse et d'interprétation de l'activité enseignante[12]. Le premier volet concerne l'aspect didactique des pratiques de l'enseignant, c'est-à-dire le fait que l'activité de l'enseignant est, au moins en partie, organisée par l'objectif de faire apprendre les élèves. Le second, qui emprunte des éléments à la psychologie ergonomique, suppose de considérer l'enseignant du point de vue d'un professionnel exerçant un métier dont on peut considérer qu'il consiste à gérer un environnement dynamique ouvert (Rogalski, 2003).

Les pratiques des enseignants y sont considérées comme un système complexe, cohérent et stable ; complexe car produit de multiples déterminants d'ordre divers, répertoriés en cinq composantes *« profondément imbriquées »* (Robert et Rogalski, in Vandebrouck, 2008, p. 61) :

- la composante sociale du métier (élèves, collègues, établissement, parents, …)
- la composante personnelle de l'enseignant (connaissances, expérience, conceptions des mathématiques, de l'enseignement, …)
- la composante institutionnelle du métier (relative aux curricula, aux manuels scolaires…)
- la composante cognitive (relative aux choix d'énoncés, à la construction du scénario …)
- la composante médiative (relative aux choix de déroulements en classe)

[11] Cela est à nuancer selon les niveaux, mais en particulier en sixième la part des exercices, comme on le verra, est très importante.

[12] Ce que nous présentons ici constitue les grands traits du cadre théorique présenté de manière détaillée dans Robert (2001) ou Robert et Rogalski (2002)

Les deux dernières sont reconstituées à partir des séances en classe et des documents associés (cours de l'enseignant, énoncés des exercices, progression de l'année, …) ; elles font intervenir de manière essentielle les caractéristiques des mathématiques déjà évoquées. Les trois premières sont plutôt inférées à partir de ces analyses, ainsi que d'entretiens menés avec les enseignants et de documents qui peuvent être externes à la classe.

Les pratiques ne se réduisent pas à la somme de ces composantes, mais identifier certains effets des contraintes correspondant à chacune des composantes permet de reconstituer la cohérence des pratiques des enseignants, c'est-à-dire d'y retrouver des logiques d'action (conscientes ou non) qui semblent guider les décisions de l'enseignant.

Enfin, les pratiques sont stables (Robert, 2007) dans le sens où elles présentent certains invariants pour un même enseignant, c'est-à-dire des caractéristiques qui, *« au-delà de l'aspect de la personne, de la voix, des gestes, peut nous indiquer qu'il s'agit du même professeur »* (Vandebrouck, 2008, p. 95). La stabilité justifie notamment dans une certaine mesure de déduire d'analyses fines mais sur un temps court (quelques séances ou, comme dans ce travail, un chapitre), des éléments de la cohérence des pratiques d'un enseignant et d'en inférer des régularités. Cela est essentiel dans la mesure où une part des apprentissages des élèves dépend a priori de cumuls, de régularités sur un temps long, plus que d'évènements ponctuels (Rogalski, 2003).

Cette dernière remarque suggère aussi que différentes temporalités interviennent dans l'analyse des pratiques enseignantes, qui correspondent à différents niveaux d'organisateurs des pratiques (Robert in Vandebrouck, 2008, p. 62) :

- un niveau micro qui concerne les gestes élémentaires au moins en partie automatisés ;
- un niveau local qui correspond à *« la classe au quotidien. Le niveau où se rencontrent les préparations et les improvisations »* (ibid.) ;
- un niveau macro qui correspond à la préparation de l'ensemble de la séance, voire du chapitre.

Ces différents niveaux ne sont pas indépendants, mais correspondent à différentes catégories d'invariants des pratiques.

c. Les conséquences du choix du cadre théorique sur notre méthodologie

L'utilisation de ce cadre théorique suppose donc de considérer élèves et enseignants comme des sujets singuliers, des personnes dont certains déterminants des actions sont spécifiques (personnalité, représentations, histoire personnelle, …) et non seulement en relation avec une fonction et assujettis de ce fait à des contraintes propres à cette fonction.

Dans ce cadre, on considère que les apprentissages des élèves résultent des activités qu'ils effectuent à partir de tâches organisées par l'enseignant, avec l'aide de celui-ci et éventuellement l'intervention d'autres élèves. Le lien entre les activités de l'élève et les apprentissages correspondants n'a rien de transparent ; cela fait notamment intervenir le processus d'assimilation/accommodation piagétien dans une régulation difficilement observable, faite de continuité et de discontinuités et dont, en outre, au moins une partie se déploie sur le temps long (Rogalski, in Vandebrouck, 2008). Dans ce cadre, l'évaluation des apprentissages potentiellement provoqués par les activités des élèves en classe reste donc à l'état d'inférences à partir des propriétés observables de ces tâches et activités ainsi que des productions des élèves à certains moments du cursus. Du point de vue méthodologique, cela implique de prendre comme objet d'analyse privilégié les activités des élèves : activités prévisibles à partir des tâches proposées, de leur organisation et des formes de travail prévues – tout ce qui constitue ce que nous appelons le *scénario* – ; et activités "possibles" résultant des *déroulements* associés (formes de travail effectives, autonomie des élèves, discours de l'enseignant ...), le tout étant « testé » par des contrôles à analyser soigneusement de ce double point de vue.

Une analyse des notions en jeu est donc le premier acte à réaliser pour en déterminer précisément la nature, la fonction en mathématiques, dans les programmes, voire d'un point de vue plus large – ce sur quoi on peut s'appuyer pour "donner du sens". Cette analyse permet aussi de préciser les connaissances en jeu, les fondements épistémologiques et l'environnement des notions, par exemple l'arsenal des théorèmes à acquérir, le corps des problèmes envisagés, le niveau de rigueur attendu dans les raisonnements ou plus généralement les productions.

En particulier, s'agissant des tâches, nous retenons les connaissances précises qu'elles peuvent faire intervenir et le niveau de mise en fonctionnement de ces connaissances (Robert, 1998, Robert et Rogalski, 2002) qu'elles nécessitent : connaissances anciennes et/ou nouvelles, appliquées de manière immédiate, *« c'est-à-dire simples (sans adaptation) et isolées (sans mélange) où seule une connaissance précise est mise en œuvre sans adaptation, mise à part la contextualisation nécessaire »* (Robert, in Vandebrouck, 2008, p. 49), ou bien dont l'application nécessite des adaptations indiquées – on parle alors de niveau de mise en fonctionnement *mobilisable* – ou encore nécessitant des *adaptations* des connaissances à la charge de l'élève – on parle alors de niveau de mise en fonctionnement *disponible* (ibid.). A l'échelle du scénario, nous cherchons quelle dialectique sens/technique est prévisible à partir de l'organisation des tâches, comment les connaissances visées sont *a priori* articulées ...

Les activités des élèves sont liées aux tâches, mais également au déroulement du travail sur ces tâches, organisé par l'enseignant en classe. En particulier, l'enseignant est considéré, dans le cadre de l'approche vygotskienne, comme outil de la médiation qu'il organise entre les élèves et le savoir, principalement par son discours et par les modalités du travail des élèves qu'il retient. A ce titre, nous retenons aussi dans nos analyses les formes de travail organisées, ainsi que tout ce qui est susceptible de modifier l'activité des élèves sur les tâches, soit par une modification des tâches elles-mêmes (par exemple, lorsque l'enseignant apporte lui-même une partie de la solution, la tâche qui reste à la charge de l'élève est différente de la tâche prescrite initialement), soit par une aide que l'enseignant apporte à l'élève (par exemple en pointant une erreur, en lui indiquant de se rappeler d'une autre tâche, en reformulant une réponse ou un énoncé ...). Nous nous attachons ainsi principalement à repérer, dans les analyses des déroulements, notamment dans le discours de l'enseignant, l'articulation sens/technique effectivement mise en place, les liens entre connaissances anciennes et nouvelles effectivement favorisés, le jeu entre décontextualisation et recontextualisation. Cette démarche suppose d'identifier comment l'enseignant repère les activités effectives des élèves et comment il les accompagne, les aide à transformer des actions réalisées en connaissances (par exemple en identifiant explicitement les connaissances visées ou mobilisées ou non etc.) …

Les contrôles proposés aux élèves permettent de mettre en relation un certain nombre des éléments précédents : les mathématiques en jeu, les choix de l'enseignant en classe et dans les contrôles, ainsi que les productions des élèves.

Le cadre théorique ainsi présenté nous permet d'exposer la problématique de la recherche.

3. Premiers éléments de problématique

S'agissant du lien entre pratiques et apprentissages, notre but est d'identifier ce qui, dans les pratiques des enseignants, sur un contenu donné – la symétrie axiale – peut avoir une influence sur les apprentissages des élèves (du moins sur ce que l'on peut inférer des apprentissages à partir des activités).

Outre cette question étroitement liée à une notion mathématique, il s'agit de tenter de caractériser ce qui, dans les pratiques des enseignants, peut avoir un effet sur les apprentissages des élèves. Notamment, la question du poids respectif du scénario et du déroulement nous semble une question essentielle : des tâches bien choisies suffisent-elles à garantir la richesse des activités des élèves ? Quelles propriétés un scénario d'enseignement de la symétrie axiale doit-il avoir pour permettre une conceptualisation[13] de la notion ? Quels déroulements associés à ces tâches sont ils possibles et/ou éventuellement nécessaires pour faciliter sinon garantir des activités de nature à déboucher sur des apprentissages ? Enfin à quels effets a-t-on accès par l'analyse des productions d'élèves ?

Un autre pan de notre problématique est lié à la variabilité même des réponses aux questions précédentes, en fonction des élèves et des enseignants.

En particulier, si on admet que l'enfant apprend en construisant, de manière relativement autonome, à partir de tâches choisies par l'enseignant, une question se pose : que fait-on lorsque cette construction autonome s'avère délicate ? Cette question se pose notamment dans le cas où la notion visée ne peut pas être construite à partir des connaissances dont l'élève – d'un niveau scolaire donné, à un moment de l'année donné – dispose (par exemple lorsqu'il s'agit d'une notion FUG[14] pour laquelle la formalisation en particulier ne peut être reconstruite par l'élève) ;

[13] Nous entendons ici *conceptualisation* dans un sens large proche du sens de Vergnaud, c'est-à-dire que nous considérons que ce qui est visé comme apprentissage concerne à la fois les aspects outils et objets de la notion (Douady, 1987), le fait que la notion soit disponible pour la résolution (à bon escient) d'un certain nombre de problèmes, la maîtrise de signifiants liés à la notion et son insertion « opérationnelle » dans le paysage mathématique « actuel » de l'élève (cf. organisation des connaissances dans un champ conceptuel).

[14] Ce sigle renvoie aux notions Formalisatrices, Unificatrices et Généralisatrices. Cette catégorie définie par Aline Robert (1998) correspond aux notions qui, parce qu'elles reposent sur l'introduction d'un nouveau formalisme, ou une généralisation de connaissances anciennes, par exemple, sont difficiles à problématiser pour l'enseignement : il n'existe pas de "bonne" situation d'introduction, propre à élaborer une construction suffisamment consistante de la notion qui puisse être dévolue aux élèves. Nous développons ce point dans le chapitre 2, en évaluant le caractère FUG de la notion de symétrie axiale.

elle se pose également dans le cas de publics particuliers, notamment d'élèves en difficultés pour lesquels la construction autonome se révèle difficile, soit parce que l'enrôlement même des élèves dans les tâches l'est, soit parce que la construction de la notion visée est problématique du fait des connaissances insuffisantes[15] des élèves.

Comment font alors les enseignants ? Les apports de Vygotski permettent de formuler la question autrement : y a-t-il, outre le choix des tâches, d'autres leviers sur lesquels l'enseignant peut agir pour aider les élèves à développer des activités riches ou même pour enrichir celles-ci ? En particulier, Janine Rogalski va jusqu'à dire que *« la monstration, si souvent observée en classe [...] peut tout à fait être considérée comme une action de médiation »* (Rogalski, 2003, p. 382). Or la monstration est une réponse possible aux problèmes soulevés ci-dessus.

Ainsi, de manière générale, nous cherchons à interroger des pratiques d'enseignants sur le chapitre de la symétrie axiale, par rapport à leurs effets sur les activités des élèves, le cadre théorique de référence permettant de déterminer des questions à renseigner, mais sur lesquelles on pourra revenir. Nous cherchons ainsi à identifier pour ce chapitre particulier, analysé sur le plan des mathématiques, des invariants et des différences dans les pratiques d'un même enseignant ou d'enseignants différents, susceptibles d'avoir un effet sur les apprentissages des élèves, en mettant en regard pratiques et productions d'élèves. Ensuite, nous cherchons à identifier, dans ces invariants et ces différences, des logiques d'action et, derrière ces logiques d'action, l'influence de facteurs liés à certaines composantes des pratiques. En particulier, nous cherchons à évaluer, au moins dans une certaine mesure, via les différences constatées entre enseignants, l'influence de la composante personnelle et de la composante sociale, notamment du facteur ZEP en ce qui concerne cette dernière.

A partir de ces interrogations, nous cherchons enfin des alternatives : ce qui peut évoluer, à quelles conditions et à quel coût. Une question sous-jacente est de savoir si tout est possible avec n'importe quels élèves et n'importe quel enseignant. Une autre est celle de la formation des enseignants.

4. Le dispositif expérimental

La problématique exposée dans le paragraphe précédent suppose de s'intéresser à des pratiques "réelles", "ordinaires" et de chercher ce qui les différencie. Aussi, notre dispositif expérimental porte sur des enseignants "ordinaires" dans leur classe, et est construit de façon à favoriser des comparaisons. Enfin, notre étude cherchant à explorer finement des mécanismes, elle est de type clinique et porte sur un nombre réduit de sujets : elle concerne deux enseignants expérimentés, c'est-à-dire ni débutants (ils ont plus de 5 ans d'expérience en collège), ni « experts » au sens où aucun d'eux n'est formateur, ni même conseiller pédagogique[16] et ne présente d'intérêt particulier pour la didactique ou autre domaine de recherche lié à l'enseignement.

[15] Nous ne parlons pas nécessairement de lacunes, au sens de connaissances oubliées ou non acquises, mais par exemple de connaissances non disponibles, voire non mobilisables, c'est-à-dire des connaissances que les élèves ne sont pas capables d'utiliser dans un contexte différent de celui dans lequel elles ont été initialement travaillées.

[16] Les conseillers pédagogiques sont, en France, les enseignants qui participent à la formation des enseignants débutants.

Le choix des enseignants

La question de l'enseignement en ZEP étant une de nos préoccupations, comme précisé précédemment, nous tenions à inclure dans l'étude un enseignant de ZEP. Cela permet d'une part de s'interroger sur le rôle que peut jouer ce paramètre dans notre problématique, tout en la nourrissant (nous supposons que le fait d'être en ZEP peut être un facteur de différenciation des pratiques – dans le sens où nous supposons que les enseignants modifient leur pratique selon qu'ils sont dans un établissement ZEP ou non), d'autre part, par un effet « loupe », d'observer éventuellement certains phénomènes sous une forme exacerbée. Nous avons toutefois analysé avec une prudence toute particulière les interprétations reliées à ce paramètre. Après des tentatives infructueuses de "démarchage" dans des établissements, le hasard de rencontres et de connaissances personnelles sans lien avec la recherche et l'enseignement nous ont permis de prendre contact avec deux enseignants, que nous nommerons désormais Denis et Martine.

Denis et Martine enseignent tous les deux dans la périphérie toulousaine ; Denis, dans un collège de ZEP et Martine, dans un collège ordinaire. Ce choix aléatoire n'est pas dénué de biais pour autant. Par exemple, ces deux enseignants sont chacun très reconnu et valorisé dans leurs établissements respectifs. C'est du reste probablement une des raisons pour lesquelles ils ont accepté une telle intrusion dans leur quotidien professionnel ; en effet, on sait combien un regard extérieur, qui se présente en outre comme « spécialiste »[17] peut être difficile à assumer, représenter une mise en danger ou en tout cas une mise en jugement, même si nous avons insisté dès le début sur le caractère purement scientifique de notre démarche, le fait que nous cherchions à comprendre et non juger. Les deux enseignants ne sont donc pas des enseignants "lambda", aussi la question de leur représentativité sera-t-elle posée lors de l'interrogation sur le caractère généralisable de nos résultats. Toutefois, l'objectif étant encore une fois d'étudier des phénomènes, le caractère clinique de notre étude n'est pas incompatible avec la faible représentativité (généricité ?) de nos sujets d'étude.

Pour ce qui est de leur parcours, Denis est agrégé, âgé d'une trentaine d'années, tandis que Martine est à quelques années de la retraite et certifiée. Ils enseignent tous deux dans leur établissement depuis plusieurs années. Ils ont l'un et l'autre choisi d'exercer ce métier et s'y investissent pleinement (ils sont tous les deux professeurs principaux par exemple) mais sans pour autant s'investir en dehors de leur établissement, par exemple dans les IREM, par des lectures ou autres. De même, le fait d'être en collège est un choix dans les deux cas, et le fait d'être en ZEP est également un choix pour Denis qui a effectué toute sa carrière dans des établissements de ce type, dans deux académies différentes.

Le contexte

Quelques renseignements sur les établissements dans lesquels ils exercent nous permettront de préciser le contexte.

[17] Nous n'avons néanmoins pas hésité à invoquer le fait que nous enseignions nous-mêmes – à temps plein dans le secondaire à cette époque – pour atténuer cet effet.

L'établissement de Denis est un établissement de ZEP portant les labels Prévention Violence[18] et Ambition Réussite[19]. L'établissement de Martine est un établissement ordinaire.

Nous ne donnons que quelques indicateurs, en nous fondant sur l'année 2007[20] :

	Evaluations sixième[21] : score moyen[22] en mathématiques (%)	Evaluations sixième : Score moyen en français (%)	Pourcentage de réussite au DNB[23]
Etablissement de Denis	49,7	42,7	61,3
Etablissement de Martine	73,4	60	91,8
Ensemble des collèges publics de ZEP	55,5	49,6	
Résultat national	64,3	57,5	82

Les résultats de l'établissement de Denis sont nettement inférieurs aux résultats nationaux globaux et même à ceux des évaluations de sixième des établissements ZEP, alors que ceux de l'établissement de Martine y sont nettement supérieurs. Bref, ces deux collèges sont très contrastés. En particulier, on peut noter un écart de 24 points environ pour le score moyen de réussite en mathématiques aux évaluations de sixième.

Le niveau scolaire

Toujours en vue de faciliter les comparaisons et d'approfondir les analyses, nous avons circonscrit notre étude à un niveau donné et à une notion donnée.

Notre choix s'est porté sur la classe de sixième, tout d'abord parce qu'elle est un niveau charnière, transition entre le primaire et le secondaire, où beaucoup de choses se jouent, Dominique Bucheton affirmant même que *« la sélection se fait dans ces gués difficiles parce*

---

[18] Ce label désigne des zones regroupant des établissements *« les plus fréquemment exposés aux phénomènes de violence »* (la lettre France : violences dans les écoles, Lettre du gouvernement français, 10 février 2000, N°82).

[19] Le label Ambition Réussite a "remplacé" le label ZEP sans pour autant être attribué à l'ensemble des établissements qui avaient le label ZEP. Il désigne les établissements qui *« accueillent les publics les plus en difficulté sur les plans socio-économiques et scolaires »* , d'après le site du ministère sur l'éducation prioritaire : http://www.educationprioritaire.education.fr/questions.asp#3

[20] Nous nous fondons sur l'année 2007 qui correspond à la deuxième année de nos expérimentations simplement parce qu'il s'agit de l'année pour laquelle nous disposons du maximum d'informations, mais sur les indicateurs que nous regardons, les différences sont minimes d'une année à l'autre (avec au plus une différence de 2 ou 3 points). Nos sources sont les directions des établissements pour les résultats concernant les évaluations de sixième dans les établissements de Denis et Martine, le site internet de l'académie de Toulouse pour les pourcentages de réussite au brevet et le site internet du ministère de l'éducation nationale pour les résultats nationaux.

[21] Il s'agit des évaluations nationales, menées auprès de tous les élèves d'une cohorte par le ministère de l'éducation nationale.

[22] Le *score* d'un élève est le taux de réussite, calculé comme pourcentage de bonnes réponses sur l'ensemble des questions.

[23] Il s'agit du Diplôme National du Brevet, (anciennement Brevet des collèges), examen qui sanctionne la fin de la scolarité au collège.

qu'obscurs », en évoquant les *« passages entre l'école primaire et le collège, le collège et le lycée, [qui] ne cessent d'ouvrir des béances dans lesquelles sombrent les élèves fragiles ou tangents. »* (Bucheton et Dezutter, 2008, p. 18). Le passage de l'école primaire au collège, notamment en ZEP, peut en particulier révéler des éléments jusque là invisibles[24] s'agissant des élèves. Ensuite, parce que les questions relatives aux pratiques enseignantes ne se posent pas tout à fait dans les mêmes termes entre le primaire et le secondaire, du fait notamment que les enseignants du secondaire sont spécialistes de leur discipline. Or nous souhaitions mener notre étude dans le secondaire, sans pour autant négliger le fait que plus le niveau scolaire considéré est élevé, et plus certaines marges de manœuvre des enseignants sont réduites, notamment parce que l'échec scolaire est d'autant plus difficile à combattre qu'il est ancien. Une autre raison du choix de ce niveau est que, contrairement aux niveaux suivants (en tout cas de l'avis de nombreux enseignants), beaucoup d'élèves sont encore motivés par l'école, curieux, participatifs …, les phénomènes d'enseignement et d'apprentissages étant ainsi peut-être à ce niveau moins "pollués" par des problèmes de discipline[25] et cela pouvant, nous semble-t-il, être un levier pour l'action des enseignants.

Le contenu mathématique

La notion choisie est la symétrie axiale. En premier lieu parce qu'elle est une notion essentielle du programme de sixième, au cœur de l'enjeu majeur en géométrie en sixième – même s'il ne se limite pas à la sixième – du *« changement de contrat »* (cf. les programmes) : passer d'une géométrie perceptive et instrumentée à une géométrie fondée sur le raisonnement déductif. En deuxième lieu, parce que cette notion n'est pas nouvelle en sixième puisqu'elle a été longuement abordée en primaire, ce qui permet d'étudier la dynamique entre ancien et nouveau, à la fois quant aux apprentissages – comment les élèves articulent les nouvelles connaissances avec les anciennes, par exemple – et quant aux pratiques – comment les enseignants tirent parti des connaissances anciennes et gèrent la dynamique entre ancien et nouveau. Cette approche soulève néanmoins des difficultés qu'il ne faudra pas négliger dans les analyses : comment mesurer, dans le processus d'apprentissage, l'impact d'anciennes lacunes et connaissances ?

Le recueil des données

Le dispositif expérimental a consisté, durant l'année 2006-2007, à filmer chacun des enseignants dans sa classe, durant toutes les séances consacrées à la notion de symétrie axiale. Les deux enseignants avaient (volontairement) regroupé ce qui était lié à cette notion dans un chapitre. Nous avons donc filmé l'ensemble des séances relatives à ce chapitre, soit 11 séances dont une séance de révision avant un contrôle commun[26] quelques semaines après la fin du chapitre pour

[24] Par exemple, les difficultés scolaires voire l'échec se révèlent pour certains élèves du seul fait de passer du primaire, avec une logique de réussite et de socialisation qui prend parfois le pas sur la logique d'apprentissage, au secondaire où la réussite passe beaucoup plus nettement par les apprentissages (cf. en particulier les travaux de l'équipe RESEIDA)

[25] Nous ne voulons pas dire par là que la gestion de la classe est un paramètre à négliger, ou à considérer simplement comme un "bruit" dans les études sur le processus d'enseignement/apprentissage, mais qu'il ne s'agit pas pour nous d'étudier cet aspect dont nous avons donc cherché à minimiser l'impact sur notre étude.

[26] Ce type de contrôle, dit « commun » parce que le sujet est fait par plusieurs enseignants et que tous les élèves d'un niveau donné passent la même épreuve, est courant dans les établissements scolaires secondaires et porte en général sur plusieurs chapitres. Dans le cas présent, le contrôle porte pour moitié

Denis et 13 séances pour Martine. L'enregistrement vidéo par caméra fixe en fond de salle était doublé pour la plupart des séances d'un enregistrement audio par un micro porté par l'enseignant, de façon à avoir connaissance des échanges privés entre enseignant et élève, par exemple lorsque celui-ci passe dans les rangs et fait des remarques individuelles.

Le choix de filmer l'ensemble du chapitre tient à la nécessité de travailler au moins à cette échelle pour permettre des inférences sur les apprentissages concernant la notion en jeu. Nous n'entretenons toutefois pas l'illusion d'avoir toutes les informations, dans la mesure où la notion n'est pas indépendante du reste du programme – et quand bien même elle le serait – et que de ce fait, l'histoire de la classe peut jouer un rôle. Nous avons d'autre part recueilli les copies des élèves lors des évaluations en classe :

- pour Denis, le contrôle de milieu de chapitre, le contrôle de fin de chapitre et le contrôle commun qui a eu lieu quelques semaines après la fin du chapitre.
- pour Martine, une interrogation de milieu de chapitre et le contrôle de fin de chapitre.

Ces données ont été complétées par quelques autres productions d'élèves, mais seulement dans la classe de Denis : les productions des élèves de toute la classe sur quelques tâches et les quatre Devoirs Maison (DM)[27], ainsi que l'intégralité des exercices du chapitre pour quelques élèves.

Enfin, des entretiens avec Denis avant le début du chapitre, après le chapitre et un peu plus tard ont été menés et enregistrés, ainsi que quelques entretiens et un test avec un groupe d'élèves de sa classe. Aucun entretien formel n'a été mené avec Martine, mais quelques échanges informels ont parfois apporté des compléments à nos observations.

Les conditions de recueil et l'exploitation de ces éléments seront détaillées en temps utile, afin de ne pas alourdir la présentation.

L'exploitation des données

La méthodologie repose sur une double lecture des analyses des scénarios et des déroulements : du point de vue des activités/apprentissages des élèves d'une part (ceux qui sont permis par le scénario, puis par le déroulement, puis réalisés) et du point de vue des pratiques des enseignants d'autre part (ce que les scénarios et les déroulements révèlent des logiques d'action …).

Dans un premier temps, à partir des données (entretiens, films, productions d'élèves), nous reconstituons et analysons le projet de chacun des enseignants et la réalisation de ce projet, puis nous évaluons les apprentissages[28] des élèves à l'aide des productions en contrôles selon des modalités qui seront détaillées plus loin. Nous tentons ensuite d'établir des liens entre des résultats au contrôle et l'enseignement reçu par les élèves. La comparaison des deux nous permet d'affiner et de compléter les interprétations, ainsi que d'établir des résultats sur les

sur la géométrie avec principalement des exercices sur la symétrie axiale, et pour moitié sur des contenus numériques.

[27] Cette dénomination désigne chez Denis des devoirs, constitués de plusieurs exercices (en moyenne entre 4 et 6), distribués toutes les semaines, sauf les semaines de contrôle, relevés et notés.

[28] *« Apprentissages »* est à prendre ici avec toutes les précautions mentionnées précédemment ; il s'agit là d'un des *« raccourcis »* mentionnés dans l'introduction.

pratiques des enseignants en lien avec les apprentissages. Dans un deuxième temps, la relecture des analyses nous permet de caractériser les pratiques de ces enseignants en termes de régularité et variabilité inter et intra enseignant.

Une expérience, la deuxième année

Après ces premières observations "naturalistes", dans le sens où nous avons observé des pratiques ordinaires, sans intervenir[29], est venue l'idée de compléter et d'affiner nos résultats en cherchant toujours à faire des comparaisons mais en faisant varier certains paramètres : observer le même enseignant mais avec un autre niveau, sur une autre notion, ou sur la même notion et le même niveau mais une autre classe, etc. Mettre en évidence des invariants et des régularités dans les pratiques devait nous aider à mieux comprendre les mécanismes.

Or, à l'issue des premières analyses, s'est imposé le constat que les productions des élèves de Martine étaient beaucoup plus riches que celles des élèves de Denis[30], ce qui a soulevé de nouvelles questions : était-ce dû uniquement aux différences de public – rappelons que Denis exerce en ZEP et Martine en établissement ordinaire ? Etait-ce un effet artificiel lié aux contrôles différents ? Nos analyses nous inclinaient cependant à mettre en relation ces constatations avec ce qui s'était passé dans les classes. Aussi nous sommes-nous interrogés sur les contraintes et les marges de manœuvre qui existaient pour l'un comme pour l'autre, affinant notre caractérisation des pratiques, mais faisant émerger un nouveau questionnement : est-il possible pour Denis, étant donné le public auquel il s'adresse, de "faire autrement" ? En particulier, peut-il permettre davantage d'apprentissages à ses élèves, ou cela représente-t-il un coût trop grand, par exemple en termes de gestion de classe ? On peut notamment émettre l'hypothèse que présenter des contenus plus exigeants a pour résultat que des élèves n'arrivent pas à suivre et que la classe devienne plus difficile à gérer. Cela fait écho précisément à des éléments de nos interrogations initiales concernant l'enseignement en ZEP.

Aussi avons-nous proposé à Denis une expérience, l'année suivante[31] : appliquer dans sa – nouvelle – classe de sixième le projet d'enseignement conçu par Martine l'année précédente. L'expérience a été justifiée auprès de Denis en lui expliquant que le projet en question semblait avoir bien fonctionné avec des élèves ordinaires et que l'on voulait savoir s'il était possible d'appliquer un projet conçu pour une classe ordinaire dans une classe de ZEP et avec quelles conséquences. Il nous semblait en effet important, non seulement pour ne pas fausser l'expérience mais aussi pour des raisons d'éthique de ne pas faire reposer l'enjeu sur

[29] Nous sommes toutefois conscients que le simple fait d'observer modifie l'objet d'observation. En particulier, la présence d'une caméra, même fixe en fond de salle et même si elle semble être oubliée très rapidement, peut avoir une influence sur les élèves et l'enseignant ; de même, le fait d'être soumis à une observation extérieure peut avoir une influence sur la façon dont l'enseignant prépare ses cours par exemple, selon les représentations qu'il a de ce que le chercheur attend ou encore l'enjeu que représente le jugement qu'il suppose que le chercheur aura. Nous sommes donc conscients de ces effets de l'observation, mais n'avons d'autre choix que de faire avec, même si la négociation du contrat de recherche avec les enseignants de l'étude – notamment l'insistance sur le fait de vouloir étudier leurs pratiques telles qu'elles sont au quotidien et le fait de n'être pas là pour évaluer mais pour comprendre – a, nous l'espérons, contribué à diminuer leur influence.

[30] Nous nous avançons ici un peu sur nos résultats, mais cela nous paraît utile à la compréhension de l'ensemble de la problématique, notamment de son évolution au cours de nos expérimentations.

[31] Il s'agit de l'année scolaire 2007-2008.

l'enseignant. L'enseignant semble toutefois avoir pris l'expérience pour un défi, au sens positif du terme, ce qui a garanti son adhésion complète.

Nous lui avons expliqué que le projet ne lui serait pas transmis tel quel mais avec des explications de notre part (pour permettre qu'il se l'approprie malgré le fait que ce n'est pas lui qui l'a conçu, un peu comme pour une ingénierie didactique) et en laissant une possibilité de négociation sur des éléments du projet qui ne lui paraîtraient pas adaptés – à lui-même ou à ses élèves. Même si on peut penser qu'elle risquait de fausser l'expérience, cette concession avait pour but non seulement de faciliter l'acceptation du projet par l'enseignant – n'importe quel chercheur mesurera, j'en suis certaine, l'effort consenti par Denis – d'autre part encore une fois de compenser un peu le fait que le projet n'ait pas été conçu par l'enseignant qui l'applique, dont on peut penser que cela induit un biais dans ses pratiques. Nous pouvons d'ores et déjà préciser que les modifications apportées par Denis sont minimes sans être anodines et qu'elles ont même été sources d'information pour compléter nos observations, notamment en mettant en évidence certains choix de Denis pour sa pratique, ainsi qu'éventuellement leurs motifs.

5. Ce que le dispositif expérimental apporte à la problématique

Une première analyse du dispositif expérimental peut être faite par rapport au "facteur ZEP" – c'est ce que nous avons pris le parti de mettre en avant pour la présenter – mais l'intérêt de cette expérience va selon nous bien au-delà. En effet, d'un autre point de vue, on peut considérer qu'il ne s'agit que d'un prétexte, d'un artifice pour mettre en évidence des mécanismes généraux – sans perdre de vue qu'il s'agit d'une étude clinique – de lien entre pratiques et apprentissages, mais aussi de fonctionnement des pratiques des enseignants.

Le dispositif expérimental, en facilitant des comparaisons, permet de poser les questions d'invariants, de régularité et de variations de multiple manière.

La première question est d'identifier des effets éventuellement différenciateurs des couples scénario/déroulement proposés par chacun des deux enseignants.

Ensuite, la façon dont chaque enseignant conçoit son scénario et l'applique, avec ses choix de déroulement, nous renseigne sur ses logiques d'action et les déterminants de ses pratiques.

Le changement de scénario pour Denis est une autre manière d'analyser ses pratiques, notamment d'y chercher les invariants et les variations selon le scénario. La comparaison avec Martine permet d'évaluer l'impact du scénario sur les déroulements, et éventuellement d'identifier des marges de manœuvre diversement investies par les enseignants. Cela permet aussi d'approfondir l'étude de l'impact de ce scénario sur les apprentissages des élèves.

La question de l'influence du facteur ZEP sur les résultats des élèves reste toutefois essentielle : comparer les résultats des élèves de Martine et ceux de Denis devrait nous renseigner.

Enfin, la comparaison entre l'enseignement de Denis durant la première puis la seconde année élargit le champ du questionnement, dans le prolongement de celui de cette thèse, sur l'évolution possible des pratiques : qu'est-ce qui peut évoluer et à quelles conditions ?

Chapitre 2 La symétrie axiale

Nous précisons les études de savoirs dont nous avons besoin sur la symétrie axiale et dont le détail est joint en annexes. Nous présentons alors, à partir de la réflexion épistémologique en annexe, une analyse des savoirs de référence afférents à la symétrie axiale. Nous rappelons en outre un certain nombre d'éléments sur l'apprentissage de la notion par les élèves. Confrontant ces résultats aux programmes et à des manuels, nous cernons enfin un certain nombre de contraintes qui pèsent sur l'enseignement de la notion en sixième.

Comme nous l'avons précisé dans le chapitre précédent, s'interroger sur les pratiques enseignantes, en particulier sur leurs conséquences sur les apprentissages des élèves suppose, selon nous, la prise en compte du contenu d'enseignement en jeu : c'est précisément ce qui fait la spécificité de l'approche des questions d'enseignement / apprentissage du point de vue du cadre théorique dans lequel se situe notre travail – celui de la didactique des mathématiques. C'est pourquoi nous consacrons ce chapitre à la notion de symétrie axiale.

1. Savoirs en jeu nécessaires pour la recherche

Les travaux sur la *« transposition didactique »*, adaptée au cadre de l'enseignement des mathématiques (Chevallard, 1985, Brousseau, 1986) ont mis en évidence les divers savoirs en jeu dans l'enseignement : savoirs de référence – en particulier les savoirs savants mais pas seulement, nous y reviendrons – savoirs à enseigner et savoirs enseignés. Patricia Tavignot (thèse, 1991) a étudié quant à elle la transposition didactique du concept de symétrie axiale lors de la réforme de 1985. La notion mathématique en jeu étant la même que celle qui nous intéresse dans cette étude, nous nous référons largement à son travail. Patricia Tavignot considère deux phases de la transposition didactique : tout d'abord la transformation des savoirs de référence en savoirs à enseigner, puis de savoirs à enseigner en savoirs enseignés ; les pratiques des enseignants sont considérées comme des indicateurs pour cette deuxième phase (Tavignot, 1993, p. 262).

Si notre approche est différente, notamment par la façon dont elle appréhende les pratiques des enseignants – qui constituent le cœur de ce qui nous intéresse, alors qu'il n'est vu que comme un des éléments de la transposition didactique par Tavignot – elle nécessite tout de même également une analyse des savoirs en jeu dans le processus de transposition didactique. En particulier, l'analyse des savoirs enseignés exige des connaissances sur les savoirs de référence.

Rappelons comment Tavignot définit ces derniers :

> *Les savoirs de référence doivent inclure non seulement le savoir savant, savoir de référence essentiel pour l'enseignement des mathématiques, mais aussi la culture de la société.* (Tavignot, 1993, p. 260)

Une étude historique et épistémologique (cf. annexe 1) nous a permis, entre autres, de nous convaincre de la pertinence de cette définition, en tout cas en ce qui concerne la notion de symétrie axiale, aussi nous la reprenons : dans la suite de cette étude, l'expression « savoirs de référence » désigne à la fois le savoir savant – en l'occurrence le savoir mathématique – et les éléments de la culture partagée dans la société reliés à la symétrie axiale.

L'étude des savoirs de référence présente pour nous un autre intérêt évoqué par M. Artigue (Artigue, 1991) :

> […] *l'analyse épistémologique [aide] la didactique à se déprendre de l'illusion de transparence des objets qu'elle manipule au niveau du savoir et* [aide] *le didacticien à se dégager des représentations épistémologiques erronées que tend à induire sa pratique d'enseignant.* (Artigue 1991, p. 245).

L'étude des savoirs de référence joue pour nous ce rôle.

L'intérêt que nous portons à ces savoirs de référence se justifie à plusieurs titres : tout d'abord, le plus évident – et qui correspond à celui qu'invoque principalement Tavignot – est que ces savoirs sont ceux qui servent de référence pour définir les savoirs à enseigner. C'est en effet, à partir de ces savoirs de référence, notamment par l'intervention des acteurs de la noosphère (Chevallard, 1985) que sont élaborés les programmes. Or les programmes sont des éléments essentiels qui interviennent dans les pratiques des enseignants – via la composante institutionnelle (cf. chapitre 1, cadre théorique de la double approche). En effet, les programmes constituent une des premières sources documentaires (ressources et contraintes) pour les enseignants lorsqu'ils conçoivent leur enseignement, soit directement, soit indirectement via les manuels qu'ils utilisent. D'autre part, les savoirs de référence peuvent intervenir aussi directement dans les pratiques des enseignants, à la fois lorsque l'enseignant conçoit son enseignement et lorsqu'il le dispense en classe. En effet, les savoirs de référence, ou du moins les connaissances que l'enseignant en a ou au contraire qu'il ignore, interviennent – via la composante personnelle des pratiques (cf. chapitre 1, cadre théorique de la double approche) – dans les ressources des enseignants. Notamment, l'interprétation que l'enseignant fait des programmes et des manuels en dépend, mais aussi la façon dont il considère que la notion à enseigner peut être apprise par les élèves, ou encore à propos de ce qu'il décide de convoquer comme éléments de culture partagée dans la société directement dans son enseignement. De même, qu'il s'agisse de certains éléments de savoirs scolaires transmis par l'école primaire ou d'éléments de culture partagée dans la société qui font partie de la culture des élèves, les savoirs de référence peuvent intervenir directement, du côté des élèves, dans le processus d'enseignement / apprentissage, notamment dans l'interprétation que ceux-ci font d'une situation proposée par l'enseignant.

Pour ces raisons, une étude épistémologique du concept de symétrie axiale, incluant des perspectives historiques, nous a semblé nécessaire. Celle-ci est exposée en annexe, et nous ne présentons ici que les résultats qui nous servent directement pour notre recherche. Elle doit notamment nous permettre d'établir des indicateurs liés au concept de symétrie axiale et qui nous fournissent des outils d'analyse des contenus d'enseignement et d'apprentissage.

Enfin, nous avons mené une étude détaillée des programmes incluant une perspective historique, elle aussi présentée en annexe, et nous n'en exposons ici que les éléments utiles pour la recherche. Cette étude nous permet non seulement de connaître certains éléments qui interviennent dans les pratiques des enseignants – notamment en définissant des contraintes qui pèsent sur la conception des scénarios d'enseignement – qui sont donc essentiels à la compréhension et à l'analyse de ces pratiques, mais aussi par exemple d'identifier les objectifs d'enseignement tels qu'ils sont définis par les programmes, ou encore la "philosophie" de ceux-ci. Cette étude nous fournit ainsi, à nous, chercheur, des indicateurs pour analyser et comparer les pratiques d'enseignement et les apprentissages qu'elles auront produits.

Nous complétons l'étude de la notion par une partie concernant les conceptions erronées des élèves, construite essentiellement à partir des résultats de la thèse de D. Grenier (1984).

Nous conclurons cette partie en essayant de déterminer, en fonction de ces préalables, l'ensemble des contraintes qui pèsent sur la conception des scénarios d'enseignement, les choix possibles, et en analysant les scénarios proposés par plusieurs manuels.

2. La symétrie axiale, savoirs de référence

Tout d'abord, l'analyse épistémologique et historique du concept de symétrie axiale (cf. annexe 1) nous a permis de dégager plusieurs éléments qui nous semblent fondamentaux : d'une part, le concept de symétrie axiale ne se limite pas à ce qu'il représente en mathématiques ; d'autre part, la symétrie axiale présente – dans les mathématiques et hors des mathématiques – un aspect dynamique et un aspect statique.

a. La symétrie axiale : concept quotidien et concept scientifique

Grenier (ibid.) a pointé dans l'introduction de sa thèse que la symétrie axiale est une transformation géométrique particulière, non seulement du point de vue mathématique, puisqu'elle engendre le groupe des isométries du plan, mais aussi par la *« multiplicité de ses aspects »*, puisque :

> *Avant d'être une notion mathématique, la symétrie est une notion familière. Elle a une dimension culturelle et sociale, en tant que relation intra ou interfigurale, que ne possèdent pas au même degré les autres transformations géométriques. Le mot symétrie fait partie du langage courant et a de nombreuses significations. (ibid., p. 1)*

Grenier avançait cet argument pour justifier le choix de cette notion pour sa recherche.

Tavignot (ibid.) mentionnait également dans sa thèse que la symétrie axiale est à la fois *« objet socioculturel »* et *« objet mathématique »*, justifiant ainsi la pertinence, au moins pour le concept de symétrie axiale, de considérer à la source du processus de transposition didactique ce qu'elle définit comme les *« savoirs de référence »*, sans se restreindre au savoir savant (cf. supra).

Notre analyse épistémologique (cf. annexe 1) nous a permis de mettre en évidence et d'explorer différentes facettes[32] du concept de symétrie axiale qui peuvent intervenir dans l'enseignement et l'apprentissage de cette notion. En effet, nous avons identifié que ce concept n'est pas lié uniquement aux mathématiques, mais aussi à d'autres domaines scientifiques et même existe en dehors d'un contexte scientifique. Nous avons d'autre part mis en évidence que les facettes non scientifiques du concept étaient antérieures aux aspects scientifiques, à la fois d'un point de vue historique et du point de vue du développement d'un enfant. Par exemple, nous avons évoqué le fait que la symétrie axiale intervient dans la perception visuelle très tôt dans le développement (ontogénèse), avant même l'enseignement, comme l'ont montré plusieurs études de psychologie

[32] Nous employons ici ce mot dans son acception commune, sans référence aux travaux d'A. Tiberghien.

cognitive. On peut supposer que cela est lié à l'omniprésence de la symétrie bilatérale dans la nature (à commencer par celle du corps humain) ou encore à la familiarité des enfants avec des objets tels que des miroirs. Ces aspects de la symétrie axiale sont clairement indépendants du concept mathématique tel qu'il est défini aujourd'hui en lien avec la notion de transformation géométrique.

Pour le dire en reprenant les catégories de Vygotski, la symétrie axiale serait à la fois un *concept quotidien* et un *concept scientifique*. Cette façon de voir les choses peut nous aider à réfléchir sur les formes que peuvent prendre les enseignements de la notion et, en conséquence, à analyser les scénarios proposés par les enseignants. Nous pensons en effet que ces deux aspects interviennent dans l'enseignement et l'apprentissage de cette notion en sixième. Etant donné, d'après l'auteur, les caractéristiques différentes de fonctionnement et d'apprentissage de ces deux types de concepts – les concepts quotidiens *« germant vers le haut »*, et les concepts scientifiques *« germant vers le bas »* dans le processus d'assimilation des concepts scientifiques (cf. chapitre 1) –, il semble indispensable de réfléchir à l'articulation de ces deux aspects dans la conception d'un scénario d'enseignement de la notion, lequel pourrait s'appuyer en sixième, par exemple, sur le phénomène du reflet dans un miroir. D'autre part, l'enseignement de la notion à l'école primaire a pu s'appuyer largement sur le concept quotidien – le miroir –, mais aussi sur des dessins figuratifs comme des bonshommes pouvant être utilisés notamment pour l'étude des axes de symétrie de figures.

Toutefois, cette approche peut être source de difficultés. D'une part, l'articulation entre concepts quotidiens et concepts scientifiques ne peut pas se réduire à un étiquetage et doit s'accompagner d'un travail sur *« les mots pour dire le général »* (Rogalski in Vandebrouck, 2008, p. 441) : en effet, la médiation par le langage est un des éléments essentiels de la théorie développée par Vygotski en ce qui concerne l'assimilation des concepts scientifiques par le processus de *« double germination »* (ibid.), comme nous l'avons rappelé dans le chapitre précédent. D'autre part – mais les deux raisons ne sont pas indépendantes – importer un concept quotidien dans la classe de mathématiques et s'en servir pour l'apprentissage d'une notion mathématique présente toujours le risque d'importer certaines propriétés du concept quotidien qui ne sont pas nécessairement cohérentes avec celles du concept mathématique ; en particulier, comme l'explique J. Rogalski, *« [un concept quotidien] « tire » avec lui des amas de propriétés, ce qui constitue une limitation à des constructions conceptuelles d'un niveau plus élevé »* (ibid., p. 439). En ce qui concerne la symétrie, le miroir ne permet pas de concevoir que la symétrie est une transformation du plan tout entier et pas d'un demi-plan dans un autre, ni qu'elle fonctionne “dans les deux sens”[33]. Par exemple, si les élèves associent symétrie axiale et miroir, il leur sera difficile de concevoir le symétrique d'une figure coupée par l'axe. D'autre part, un travail sur les axes de symétrie fondé sur des dessins figuratifs a pour conséquence de privilégier les cas particuliers liés aux axes verticaux et horizontaux, ceux-ci étant de loin les plus représentés dans le concept quotidien, sans que cela corresponde à une légitimité géométrique.

De manière anecdotique, mais révélatrice de la difficulté à articuler les deux, citons un enseignant qui, ayant constaté les difficultés des élèves dans les cas où les axes sont obliques par rapport aux cas où l'axe est vertical ou horizontal recommande donc de se limiter à ces

[33] On verra plus loin à ce propos comment certaines conceptions erronées du concept mathématique peuvent être liées au concept quotidien.

derniers : l'enjeu d'enseignement n'est alors presque plus le concept mathématique mais le concept quotidien.

Lorsqu'il s'agit de la notion d'axe de symétrie, une autre difficulté apparaît : les axes de symétrie sont un élément essentiel du concept quotidien, mais encore une fois principalement dans les cas particuliers d'axes horizontaux et verticaux. Ils sont alors conçus comme "milieu" d'une figure unique, indépendamment de tout mouvement. Dans le concept mathématique, en revanche, l'existence d'un axe de symétrie est un corollaire de l'existence d'une symétrie conservant globalement une figure ; l'existence de cette symétrie, complètement implicite et difficile à concevoir dans le cas du concept quotidien puisque la figure est justement invariante, est une condition nécessaire pour parler d'axe de symétrie dans le cas du concept mathématique. Or, à l'entrée en sixième, la notion d'axe de symétrie est connue des élèves, mais plutôt dans son acception quotidienne, comme "droite coupant la figure au milieu". On peut penser que la (re-)définition de cette notion en cohérence avec le concept mathématique et l'assimilation de cette nouvelle définition à l'ancienne sont délicates.

En ne se limitant pas à la symétrie axiale mais en étendant la question aux transformations géométriques en général, on constate également que le concept mathématique de transformation géométrique peut être relié à des concepts quotidiens, notamment à celui de mouvement ou de déplacement. L'enseignement de la symétrie axiale pourrait donc s'appuyer sur le retournement ou le pliage. Cette orientation est du reste induite par les programmes de sixième, mais surtout de primaire, qui parlent d'utilisation du calque pour la construction de symétriques ; d'autre part, le travail sur les transformations géométriques à partir de la notion de mouvement est préconisé par certains mathématiciens, dont R. Bkouche est un exemple des plus virulents (Bkouche, 2000). L'utilisation des concepts de mouvement et de déplacement semble limiter le risque d'importer des conceptions erronées. Toutefois, une limite, soulignée par R. Bkouche lui-même, tient à la nécessité de préciser les notions de mouvement et de déplacement, indépendamment du temps et des positions intermédiaires prises par les objets en mouvement.

On peut en tout cas penser, et les programmes y incitent, que le pliage ou même le retournement sont utilisés dans les scénarios d'enseignement, d'autant plus qu'ils peuvent jouer le rôle d'ostensif de la symétrie axiale. En effet, la transformation géométrique elle-même n'est jamais directement représentée : on ne représente toujours que son axe, puis des figures et leurs symétriques, la transformation elle-même restant invisible, ce qui peut représenter un obstacle à la fois pour l'apprentissage et pour l'enseignement.

L'étude épistémologique (voir annexe 1) nous a permis de distinguer une autre caractéristique du concept : son caractère à la fois dynamique et statique.

b. **La symétrie axiale : aspect dynamique et aspect statique**

L'étude historique et épistémologique présentée en annexe nous a permis d'établir que le concept de symétrie axiale possède deux aspects différents mais complémentaires, dont l'articulation dépend du contexte – en particulier quotidien ou scientifique.

En effet, nous y pointons que le concept de symétrie, historiquement, dans ses origines philosophiques et en tant qu'"outil de perception du monde", signifiait la régularité, l'harmonie, des proportions harmonieuses, … et ne s'appuyait donc pas explicitement sur le mouvement, même si l'idée de changement apparaît lorsqu'on cherche à caractériser cette régularité (cf. supra, la citation de Platon). Comme on l'a précisé plus haut, cet aspect peut être rapproché de l'idée de "milieu d'une figure".

Puis le concept a évolué, perdu de sa force (du point de vue philosophique), mais s'est précisé, spécifié (par exemple en architecture) ; différents types de régularité ont été définis, qu'il s'agisse de symétrie bilatérale ou autres, en mathématiques et ailleurs.

Enfin, dans les mathématiques sont apparues les transformations, dont la symétrie axiale n'a fait partie qu'approximativement à partir des travaux de Klein et du programme d'Erlangen. Au sein des mathématiques, la "régularité" correspondant à l'existence d'un axe de symétrie (ou d'un centre de symétrie) a pu être redéfinie comme résultat de l'invariance dans une transformation, réunifiant ainsi les deux aspects. C'est également un sens proche de celui-là qui a été développé en général dans les sciences.

Nous qualifions ces deux aspects du concept respectivement d'aspect dynamique – la symétrie axiale comme transformation ou mouvement – et d'aspect statique – la symétrie axiale comme invariance ou régularité[34]. Si ces deux aspects sont clairement articulés en mathématiques, comme précisé ci-dessus, il nous semble que cela ne correspond pas à l'articulation des deux si l'on se place du point de vue du concept quotidien. En effet, en mathématiques, la transformation géométrique est définie d'abord, l'existence d'un axe de symétrie étant définie ensuite comme le corollaire de l'invariance dans une certaine symétrie. En revanche, dans le concept quotidien, comme nous l'avons précisé dans la partie précédente, la régularité apparaît plutôt avant (à la fois historiquement et d'un point de vue ontogénétique) et est caractérisée indépendamment de la notion de mouvement.

Pour les besoins de l'analyse, nous distinguons en fait quatre paliers[35] pour concevoir l'aspect statique :

- palier 1 : idée de régularité, à rapprocher de l'idée de "milieu d'une figure" ; entièrement perceptif (concept quotidien)
- palier 2 : si on plie la figure, il y a superposition ; instrumenté
- palier 3 : l'image de ce qui est d'un côté de l'axe par la symétrie est ce qui est de l'autre côté de l'axe ; intervention de la transformation, éventuellement liée au pliage, mais conçue comme transformation d'un demi-plan dans un autre

[34] Si nous pensons être la première à attribuer ces qualificatifs à ces deux aspects de la symétrie axiale, ce choix peut être rapproché de celui de M. Artigue et J. Robinet dans leur étude sur les conceptions du cercle chez des élèves de l'école primaire : certaines de ces conceptions étaient qualifiées de dynamiques et d'autres de statiques (Artigue et Robinet, 1982).

[35] L'idée n'est pas de hiérarchiser d'un point de vue absolu les concepts quotidiens et scientifiques, mais de se placer du point de vue de l'apprentissage : il s'agit plutôt d'étapes à franchir pour atteindre le concept scientifique.

- palier 4 : l'image de la figure par la symétrie est la figure elle-même : notion d'invariance (concept scientifique).

La transformation n'intervient qu'à partir du troisième palier ; autrement dit, le lien n'est possible à établir entre aspects dynamique et statique de la symétrie qu'en ayant atteint le troisième palier de conceptualisation de l'aspect statique (même si la transformation est implicite dans l'idée du pliage du deuxième). Ces quatre paliers sont à combiner avec les niveaux de Grenier et Laborde (1987) et avec les paradigmes géométriques de Houdement et Kuzniak (2000) pour élaborer (ou évaluer) l'étude de chacun des aspects du concept dans un scénario d'enseignement de la symétrie axiale : par exemple, le pliage nous semble très difficile à utiliser pour dépasser la conception erronée de transformation d'un demi-plan dans un autre ; or cette étape est nécessaire pour concevoir le niveau 4, ce qui implique d'introduire préalablement la transformation ponctuelle, seule de nature à permettre de dépasser cette conception erronée.

Ce processus recèle des difficultés résultant des concepts quotidiens et scientifiques ainsi que des aspects dynamique et statique de la symétrie qui peuvent entrer en conflit, ce qui ne peut être ignoré, en particulier en sixième. En effet, la classe de sixième est l'occasion sur bon nombre de notions de passer d'un paradigme où la perception et l'expérience concrète jouent un rôle important à un paradigme où elles sont mises en arrière plan derrière un certain formalisme – mathématique – impliquant un travail à partir de définitions et de propriétés. L'exercice est encore plus difficile lorsqu'il s'agit, comme dans le cas de la symétrie axiale, d'une notion qui a auparavant été étudiée dans le premier paradigme et qu'il s'agit de faire évoluer. D'autre part, même dans un scénario conçu dans une logique de type GII, la justification (par exemple des propriétés de conservation) fait nécessairement appel au pliage ; de même, la vérification par exemple de l'existence d'un axe de symétrie est souvent très coûteuse pour une légitimité de type GII, mais très économique du point de vue de GI (soit perceptivement, soit de manière instrumentée, à l'aide d'un calque, et en faisant appel au mouvement).

De ce fait, par rapport aux scénarios d'enseignement possibles, deux options sont ouvertes :

- partir de la notion d'axe de symétrie telle que la connaissent les élèves, la relier à l'idée d'invariance dans une transformation (par exemple en associant la symétrie non pas à un pliage, mais à un retournement du calque) et étudier ensuite la transformation géométrique ;

- partir de la transformation (éventuellement en s'appuyant sur le pliage ou le miroir, définir l'invariance dans la transformation et faire le lien avec la notion d'axe de symétrie.

Un risque – déjà évoqué plus haut – persiste, qui semble difficile à éviter : la (re-)définition de la notion d'axe de symétrie est coûteuse et difficile à motiver.

Toutefois, la prise en considération de ces deux aspects et de leur articulation pour enseigner le concept est indispensable et constitue un élément important à ne pas négliger lors des analyses.

En outre, ce constat nous incite à penser que l'enseignement de la symétrie axiale ne peut pas être considéré uniquement du point de vue des transformations géométriques.

3. La symétrie axiale, savoirs à enseigner : programmes, manuels et travail des élèves

Il s'agit dans cette partie de déterminer, les contraintes et les leviers qui existent pour la conception de scénarios d'enseignement de la symétrie axiale en sixième sur la base des programmes de 2005. Nous nous fondons pour cela sur ce qui a été établi précédemment, sur l'analyse des programmes (cf. annexe 2) et sur des résultats de recherche sur les conceptions des élèves concernant la symétrie axiale. Il s'agit aussi de déterminer des options possibles pour l'introduction de la notion, l'organisation des contenus, les objectifs du chapitre, le lien entre le concept quotidien et le concept scientifique et entre les approches dynamique et statique, le lien avec les autres connaissances du programme de sixième ou même plus anciennes, compte tenu aussi des conceptions erronées de la symétrie axiale déjà répertoriées et rappelées.

Nous terminons cette partie en comparant ces possibilités aux manuels existants puisque, comme nous l'avons précisé plus haut, nous les considérons comme des sources de scénarios potentiels. Cette démarche nous permettra de cerner les choix faits dans les manuels qu'utilisent les enseignants de notre étude, ce qui nous sera utile pour en mesurer l'impact sur les pratiques de ces enseignants, ainsi que pour analyser les tâches auxquelles ceux-ci recourent dans leur scénario et qui sont tirées du manuel de la classe.

A. Robert (in Pariès et al., 2007) a proposé une typologie des notions mathématiques selon leurs caractéristiques pour l'enseignement. Il s'agit d' *« [analyser] la fonction que la notion remplit dans le paysage mathématique dans lequel elle est introduite »* (ibid., p. 11). Une des questions auxquelles cette idée répond, au moins partiellement, est de déterminer la façon dont la notion peut – doit – être introduite. Elle distingue :

- Les extensions de concepts (avec ou sans "accident")
- Les notions qui apparaissent comme Réponses A un Problème (notions RAP),
- Les notions Formalisatrices, Unificatrices, Généralisatrices (notions FUG).

Or le type de notion dépend non seulement des caractéristiques épistémologiques de la notion en jeu, mais également des programmes, en particulier de la "philosophie" de ceux-ci. En effet, l'étude épistémologique du concept a montré que la symétrie axiale a eu plusieurs statuts selon les contextes et les époques. Par exemple, dans le courant de renouveau de la géométrie sur des bases physiques[36], la symétrie axiale apparaît, avec les autres transformations géométriques, comme une manière de modéliser mathématiquement la notion de mouvement ou de déplacement et de revisiter ainsi la problématique de l'égalité des figures. A la fin du dix-neuvième en revanche, la symétrie axiale et les transformations géométriques ont servi d'outil de définition, d'axiomatisation des différentes géométries (cf. Klein). En particulier, la symétrie axiale, en tant que transformation engendrant le groupe des isométries du plan, apparaît comme un élément de base de l'axiomatisation de la géométrie du plan. En outre, préexistait à la symétrie axiale comme concept mathématique (géométrique), la symétrie axiale comme concept quotidien, notamment dans son aspect statique, caractéristique d'une certaine régularité, reliée

[36] Voir par exemple l'article de E. Barbin (1991) sur la géométrie de Clairaut.

à l'idée de miroir ou de symétrie bilatérale observable dans la nature ou le quotidien. La symétrie axiale apparaît alors comme modélisation de ce type de régularité.

a. Les programmes

Les programmes devraient alors nous éclairer quant au point de vue qui doit être adopté sur l'enseignement de la symétrie axiale en sixième : dans quelle problématique ou quelle cohérence elle doit s'inscrire et être introduite ? Mais l'analyse des programmes (cf. annexe 2) ne permet pas de trancher clairement entre plusieurs interprétations possibles. Après avoir présenté les éléments qui nous ont conduite à ces affirmations, nous en tirons les conséquences sur les scénarios possibles et mettons en évidence certaines contradictions.

La recherche de la cohérence "externe" des programmes (cf. annexe 2) nous a en particulier permis d'établir que les programmes de 2005, en tant qu'héritiers des programmes de 1985 sont sous-tendus par une logique d'organisation des contenus de géométrie plane au collège autour des transformations géométriques, elle-même liée à une "philosophie" d'axiomatisation de la géométrie plane fondée sur la symétrie axiale. Dans cette logique, la symétrie axiale apparaît comme une notion FUG (cf. supra), dans le sens où elle doit servir de base pour unifier les connaissances de géométrie plane. A ce titre, d'après A. Robert, il est très difficile de concevoir une "bonne introduction", c'est-à-dire *« qu'il n'existe pas de "bon" problème, permettant de les introduire avec tout leur sens »* (Pariès et al., 2007, p. 18). On peut penser qu'étant donné que la symétrie axiale apparaît dans ce cas comme le premier élément d'une réorganisation des connaissances autour des transformations géométriques, c'est en tant que telle qu'elle doit être introduite et notamment plutôt par son aspect dynamique, l'aspect statique (l'existence d'axes de symétrie) découlant de l'invariance par la transformation géométrique comme précisé dans les accompagnements des programmes de 1987. Il en résulte ainsi que le travail sur la notion de symétrie axiale ne devrait pas être limité à un chapitre, notamment pas à son aspect objet : elle devrait être introduite précocement dans l'année et des aspects outils devraient être filés tout au long du travail sur la géométrie plane. Dans cette hypothèse, elle serait l'un des outils théoriques de l'organisation mathématique[37] proposée en ce qui concerne la géométrie plane en sixième. Les objectifs résident alors dans une organisation mathématique la plus consistante possible, nécessitant un travail inscrit essentiellement dans le paradigme GII.

Cependant, comme nous l'avons précisé dans l'analyse des programmes, cette philosophie, si elle était explicite dans les programmes de 1985, s'est perdue progressivement et n'est plus très apparente dans les programmes de 2005. Cette interprétation est en outre confirmée par l'évolution des programmes depuis 2005, où les transformations géométriques ne jouent plus vraiment le rôle d'organisateur, l'un des indices les plus flagrants étant que seules les symétries axiales et centrales sont encore au programme du collège. Les programmes de seconde de 2009 (BO n° 30 du 23 juillet 2009) renforcent encore cette thèse puisque le paragraphe sur les triangles isométriques et de même forme qui avait pourtant marqué, en 2000, la possibilité d'une organisation des contenus autour des transformations géométriques[38], a été de nouveau

---

[37] On parle ici de l'organisation mathématique au sens de Chevallard.

[38] Voir le rapport Kahane pour une analyse plus précise.

supprimé[39]. De ce fait, le statut de la symétrie axiale dans les programmes de sixième n'est plus aussi évident dans la mesure où les nouveaux programmes ne font pas ressortir de nouvelle cohérence dans laquelle pourrait s'inscrire la symétrie axiale. Toutefois, si l'on se fie aux derniers documents d'accompagnement parus, pour les programmes de 2009, on retrouve ce que la commission Kahane avait évoqué dans son rapport : dans la nouvelle logique, la notion de modélisation serait le principe organisateur. Dans cette logique, quel rôle peut jouer la symétrie axiale ? Comme nous l'avons précisé plus haut, la symétrie axiale est apparue historiquement comme modélisation d'une certaine forme de régularité des figures, et, avec les autres transformations géométriques, comme modélisation de la notion de mouvement. Peut-être cela marque-t-il un retour de l'accent porté sur l'aspect de la géométrie comme modélisation de l'espace physique.

De surcroît, les programmes de 2005 insistent encore plus fortement sur la continuité avec le travail du primaire. Or la symétrie axiale y est abordée, à la fois du point de vue statique (par la recherche d'axes de symétrie de figures) et dynamique (construction de quelques symétriques, sur quadrillage notamment). En particulier, son rôle en tant qu'élément autour duquel se réorganisent les contenus de géométrie plane en sixième apparaît en rupture avec la logique des programmes de primaire de 2002, et les commentaires encourageant une certaine continuité, notamment dans l'association de la symétrie axiale et du pliage :

> *Dans la continuité du travail entrepris à l'école élémentaire, les activités s'appuient encore sur un travail expérimental (pliage, papier calque) permettant d'obtenir un inventaire abondant de figures simples, à partir desquelles sont dégagées les propriétés de ''conservation'' de la symétrie axiale.* (Programmes de sixième, 2002)

La symétrie axiale semble donc devoir apparaître comme modélisation mathématique du mouvement de pliage.

Comme nous l'avons évoqué dans l'analyse des programmes (cf. annexe 2), la symétrie axiale en sixième est donc au point de rencontre de deux logiques éventuellement contradictoires : une logique de prolongement du travail fait au primaire à partir du pliage, qui s'appuie sur un travail expérimental principalement inscrit dans le paradigme GI et dans lequel la symétrie axiale apparaît comme modélisation du pliage, et en même temps une logique d'axiomatisation des contenus de géométrie plane, principalement inscrite dans le paradigme GII où la symétrie axiale est une notion FUG, cette dernière n'étant plus très apparente dans les programmes de 2005, mais pourtant à la base des programmes de 1985, dont ceux de 2005 sont issus. Une difficulté emblématique de l'existence de ces logiques contradictoires est l'articulation entre concept quotidien et scientifique de l'aspect statique. En effet, le concept quotidien de l'aspect statique de la symétrie est l'idée de droite "au milieu" de la figure, alors que le concept scientifique de l'aspect statique est le corollaire de l'invariance par la transformation : chacune renvoie à des organisations mathématiques correspondant à des niveaux de théories très différents.

Les scénarios qui peuvent être proposés sont alors sur un "gradient" dont les pôles opposés sont :

[39] Dans le premier projet de programmes de seconde, paru en mai 2009, la géométrie plane avait été entièrement occultée, si l'on excepte la géométrie analytique.

- la symétrie axiale est introduite très tôt dans l'année : l'introduction se fait par la notion de transformation géométrique, éventuellement en se fondant sur le concept quotidien de mouvement – donc le pliage –, l'aspect statique n'est que le cas particulier où la figure est sa propre symétrique, le travail est centré sur le concept, les définitions et propriétés. La transformation est éventuellement introduite au niveau 1 défini par Grenier et Laborde (par son action globale sur les figures) mais en vue de préparer le passage au niveau 2 (transformation ponctuelle) nécessaire notamment pour la procédure analytique[40] de construction de symétriques de figures. Elle sert tout au long de l'année, dans tous les chapitres de géométrie plane comme argument théorique pour justifier les propriétés des figures usuelles. L'organisation mathématique proposée s'inscrit principalement dans le paradigme GII et s'appuie éventuellement très peu sur le concept quotidien de symétrie (en particulier ce qui est lié à l'aspect statique et à la régularité due à la présence d'axes de symétrie).

- en s'appuyant sur les connaissances anciennes des élèves et les concepts quotidiens, on reprend le pliage comme manifestation concrète de la transformation qui est alors introduite au niveau 1 et l'existence d'axes de symétrie comme régularité, puis on formalise et on unifie le tout en théorisant, en mathématisant : en établissant des définitions et des propriétés fondées sur le pliage. Le travail est centré sur le lien entre approche dynamique et statique, sur le passage des constructions par pliage et calque ou quadrillage à des constructions avec les instruments de géométrie. Le travail commence dans le paradigme GI et a pour objectif de préparer un passage à GII.

Nous avons déterminé ces deux ébauches de scénarios extrêmes en fonction des interprétations possibles de la logique globale – “externe” – des programmes. Toutefois, rappelons que ce que nous avons défini comme le premier pôle du gradient est un vestige des programmes précédents (en particulier ceux de 1985) et une lecture directe des programmes de 2005 fait tendre plutôt vers l'autre pôle. Indépendamment de cette logique globale, on ne peut ignorer les prescriptions du programme de sixième en ce qui concerne la notion elle-même. Or comme nous l'avons précisé dans l'analyse des programmes (cf. annexe), celui-ci insiste sur le fait que la symétrie doit être présentée par son action sur les figures (au niveau 1 défini par Grenier et Laborde) et non pas comme une transformation du plan (niveau 2). Enfin, le lien à établir entre les aspects statique et dynamique n'est plus indiqué, contrairement aux programmes de 1996 qui précisaient encore : *« la présence d'un axe de symétrie, c'est-à-dire d'une symétrie axiale la conservant »*, et laisse ainsi la possibilité de limiter le travail sur l'aspect statique au concept quotidien (l'idée d'une droite coupant la figure en son “milieu”). De même, le lien à faire entre concept quotidien et concept scientifique n'est pas précisé, mais l'introduction des programmes encourage à faire le lien avec des objets du quotidien.

Ce programme, s'il préconise davantage de continuité avec les contenus du cycle 3 et un travail à partir des concepts quotidiens, nous semble porteur de contradictions. En effet, il indique d'une part, que la symétrie doit être introduite par une phase expérimentale, utilisant le pliage et le papier calque, dans le prolongement du travail entrepris à l'école primaire (ce qui place

[40] On entend par procédure analytique (expression reprise de Tahri, 1993), la procédure qui consiste à construire, pour une ligne polygonale, le symétrique de chacun des sommets puis à relier les points (cf. chapitre 3).

clairement la problématique dans le paradigme GI) ; mais il précise d'autre part qu'un travail doit être mené sur les propriétés de la symétrie et la procédure analytique de construction de symétriques sur papier blanc[41], ce qui relève clairement du paradigme GII. L'articulation à faire entre les deux reste floue : les propriétés doivent être *« dégagées »*, sans savoir si cela signifie qu'elles doivent être simplement mises en évidence – constatées – ou justifiées (par exemple par le pliage). D'autre part, il n'est pas précisé s'il est attendu que les notions de figures (et/ou de points) symétriques soient définies ; la même remarque vaut pour la notion d'axe de symétrie, qui est considérée comme connue[42], mais qui n'est probablement évoquée au cycle 3 que du point de vue perceptif ou associée au pliage (c'est-à-dire au palier 1 ou 2 des 4 paliers que nous avons évoqués plus haut). Le niveau de formalisation, ou de théorisation visé semble très limité : l'action de la symétrie n'est considérée que sur les figures, donc de façon globale (au niveau 1 (Grenier et Laborde, 1988)), or cela rend difficile l'articulation avec l'aspect statique, en particulier si celui-ci se limite au concept quotidien. Surtout, l'utilisation des propriétés de conservation à des fins de travail sur le raisonnement déductif (en particulier dans l'optique d'un travail dans GII) semble difficile, de même que le lien avec les notions de médiatrices, bissectrices et le reste de la géométrie plane.

De plus, un travail limité au niveau 1, comme semble le préconiser le programme, favorise certaines conceptions erronées (cf. infra) qui ne sont pas sans inconvénients : par exemple, le fait de considérer la symétrie comme un lien entre deux figures ou entre deux parties d'une figure renforce la conception de transformation d'un demi-plan dans un autre, ce qui rend par exemple difficile à concevoir le segment joignant un point et son symétrique, et encore plus sa médiatrice ; de même, l'invariance est incompatible avec l'idée de transformation d'un demi-plan dans un autre, réduisant ainsi nécessairement le travail sur l'approche statique à son aspect quotidien.

Bref, il existe plusieurs scénarios possibles entre lesquels les programmes ne permettent pas de trancher, qui se placent éventuellement dans des paradigmes différents, font des liens différents entre les approches statique et dynamique et introduisent la transformation à des niveaux (au sens de Grenier et Laborde, 1987) différents.

Néanmoins, un scénario conforme aux programmes doit nécessairement comporter à la fois un travail sur la transformation géométrique (notamment son action sur les figures, y compris le point) et sur les axes de symétrie de figures. Les tâches de construction constituent une part importante du travail et doivent viser plusieurs objectifs :

- constructions de symétriques sur quadrillages (en utilisant les carreaux),
- construction du symétrique d'un point à la règle et au compas,
- construction des symétriques de figures usuelles (segment, droites, cercles), méthode analytique,

[41] Nous entendons par là la construction de symétriques de figures sur papier blanc par construction du symétrique de chacun des sommets à l'équerre et au compas puis utilisation des propriétés de conservation. Voir le chapitre de méthodologie.
[42] Dans le document d'accompagnement des programmes de géométrie du collège de 2005, la notion d'axe de symétrie est citée comme propriété connue (document d'accompagnement des programmes de géométrie du collège, 2005, p. 1).

- construction de symétriques de figures complexes sur papier uni,
- constructions de symétriques avec axe coupant la figure, compléter une figure par symétrie
- constructions de figures (du point à des figures complexes) dans des configurations complexes impliquant éventuellement des conceptions erronées.

Un certain nombre de techniques doivent être maîtrisées : le comptage de carreaux sur quadrillage, la méthode de construction à la règle et au compas pour le symétrique d'un point, ou encore la méthode analytique pour les symétriques de figures.

D'autres objectifs sont plus conceptuels : la maîtrise de la *définition* du symétrique d'un point (notamment les propriétés de perpendicularité et d'équidistance à l'axe), ou encore les propriétés de conservation qui sont nécessaires pour la validation de la méthode analytique ou par exemple de la construction du symétrique d'un cercle.

D'autre part, les objectifs en termes de construction relèvent à la fois des paradigmes GI et GII, dans la mesure où il s'agit non seulement d'acquérir une habileté et une précision technique dans la manipulation des outils, mais aussi d'utiliser les définitions et propriétés pour établir et/ou justifier des méthodes de constructions.

Au vu des chapeaux des programmes, on peut enfin considérer que le chapitre doit être l'occasion d'une initiation à la géométrie déductive (on retrouve là encore un travail sur les paradigmes géométriques).

b. **Du côté des élèves**

Connaissances anciennes et « changement de contrat »

Nous précisons dans cette partie des éléments liés aux connaissances anciennes des élèves en lien avec la géométrie en général et la symétrie axiale en particulier. Nous présentons ainsi certains outils qui nous permettent d'appréhender – côté élève – les enjeux d'enseignement liés à cette notion en sixième.

Les programmes de l'école primaire en vigueur en 2006-2007 et en 2007-2008[43] précisent que :

> *L'une des finalités du travail relatif à la géométrie à l'école élémentaire est d'amener les élèves à passer d'une reconnaissance perceptive des objets mathématiques du plan et de l'espace à une connaissance de ces objets appuyée sur certaines propriétés, vérifiées à l'aide d'instruments.*

En ce qui concerne la symétrie, les programmes font état, outre la *« mise en place d'images mentales »* et la maîtrise du vocabulaire en ce qui concerne des figures symétriques par rapport à un axe et la notion d'axe de symétrie, que certaines compétences doivent être maîtrisées en fin de cycle 3[44]. Ces compétences relèvent d'une géométrie perceptive et/ou instrumentée : perception d'axe de symétrie, vérification par pliage, construction du symétrique d'une figure sur quadrillage, utilisation d'un calque, …

[43] Une réforme des programmes de l'école primaire a eu lieu en 2007, applicable à la rentrée 2007, mais sans induire de changement sensible en ce qui concerne la notion qui nous intéresse.
[44] Le cycle 3 correspond en France aux trois dernières années de l'école primaire.

Les programmes de 2002 précisent notamment que *« la construction du symétrique d'un point et l'étude systématique de la symétrie relèvent du collège »*.

La symétrie axiale n'est donc pas une notion nouvelle en sixième, comme nous l'avions déjà mentionné, ce qui implique qu'un scénario d'enseignement en sixième doit tenir compte des connaissances anciennes des élèves ainsi que les conceptions erronées (cf. infra) qui y sont éventuellement associées. En l'occurrence, l'objectif en sixième sera non seulement d'aborder de nouveaux objets comme le symétrique d'un point ou la construction du symétrique d'une figure sur papier uni, mais également de faire évoluer l'approche de la notion d'un point de vue perceptif et instrumenté à un travail fondé sur les propriétés des figures et le raisonnement déductif.

Cela s'inscrit dans ce que les programmes de collège qualifient de *« changement de contrat »* en géométrie, qui concerne tout le collège mais qui doit être initié en sixième. Il nous semble nécessaire de préciser un peu. Nous avons retenu lors de la présentation des programmes une interprétation en termes de paradigmes géométriques (cf. Houdement et Kuzniak, 1996) parce que cela nous semblait le plus approprié, mais il convient d'y apporter quelques compléments et nuances : ce changement de contrat peut être interprété comme un changement de paradigme ou un changement de *« niveau de conceptualisation »* (Robert, 1998, Pariès et al., 2007) de la géométrie. Cette dernière approche permet d'ajouter une réflexion en termes de *« relativité de la rigueur »* (Pariès et al., 2007, p. 7) dans les démonstrations par exemple. Cela nous permet notamment d'analyser ce qui concerne précisément l'initiation à la démonstration mathématique.

De plus, ce *« changement de contrat »*, s'il est propre à la géométrie et lié aux notions en jeu doit également être considéré du point de vue de l'élève. Ce point de vue est sous-jacent aux analyses que nous menons, dans la mesure où nous considérons les élèves comme sujets, mais nous n'avons pas approfondi cet aspect. Toutefois, il nous semble que certains résultats de recherche, sans être utilisés explicitement, ont guidé nos interprétations : la notion d'Espace de Travail Géométrique (Houdement et Kuzniak, 2006) permet une déclinaison des paradigmes géométriques du côté de l'élève, mais nous avons complété cette approche avec le point de vue développé par Noirfalise (1993). Ce dernier distingue deux *« positions distinctes »* que l'élève de sixième peut occuper, *« l'une empirique et l'autre rationnelle plus idoine à ce qui sera attendu en termes de démonstration »* ; la première position lui semble toutefois suffisante pour "réussir" en sixième, c'est-à-dire pour produire plus de la moitié de réponses satisfaisantes dans les exercices (son analyse porte sur un manuel et non sur des pratiques d'enseignants). Le lien entre ces deux positions n'est selon lui pas une évolution simple de l'une à l'autre, même si les élèves doivent adopter la seconde pour aborder la démonstration mathématique, enseignée en quatrième, mais initiée en sixième et cinquième. Selon lui, *« ces deux positions s'accompagnent de gestes non antagonistes, cependant la position rationnelle implique un assujettissement des gestes de la position empirique »*. Cela lui permet en outre d'interpréter des erreurs d'élèves comme des difficultés dans l'articulation de ces positions : utiliser des faits non démontrés dans une démonstration est ainsi vu comme un mauvais « asservissement » des gestes de la position 1 à la position 2 ; voir la démonstration mathématique comme un jeu purement formel dénué de sens correspondrait à s'interdire des gestes liés à la position 1 dans la position 2 etc. Le point de vue de Noirfalise, s'il n'embrasse pas l'ensemble de la géométrie, mais uniquement le problème de la démonstration nous permet toutefois de nous donner des outils pour identifier ce qui se joue, dans le *« changement de contrat »* du côté des élèves.

Dans la suite du travail, nous nous bornerons à évoquer ces aspects en lien avec les paradigmes géométriques GI et GII, sans systématiquement nuancer comme nous venons de le faire, mais avec l'idée qu'il s'agit d'une évocation rapide de tout ce qui est lié au *« changement de contrat »* préconisé par les programmes de sixième et qui mérite d'être raffiné par ce que nous venons d'exposer.

Conceptions erronées liées à la symétrie axiale

Les conceptions erronées de la symétrie axiale doivent être prise en considération dans un scénario concernant cette notion en sixième. En effet, certaines sont installées dès l'école primaire et l'un des enjeux en sixième, lié à l'évolution vers le concept scientifique, est de permettre aux élèves de dépasser ces conceptions. Ces éléments permettront en outre d'interpréter les productions des élèves – y compris leurs interventions en classe. Nous renvoyons à des exemples de ces productions pour illustration en annexe 3.

Nous nous appuyons pour cette partie sur les travaux de Grenier & Laborde (1987), Grenier (1988) et Tahri (1993) et la synthèse que Lima en a fait dans sa thèse (Lima, 2006).

Une partie du travail de Grenier a consisté à caractériser les conceptions[45] des élèves sur la symétrie axiale avant et après apprentissage. Elle a notamment recensé un certain nombre de conceptions erronées[46]. Tahri propose également un classement des procédures et conceptions des élèves à l'occasion de son travail sur la transposition didactique de la notion. Lima reprend leurs analyses pour étudier de manière systématique les procédures et moyens de contrôle des élèves pour l'élaboration d'un modèle des prises de décisions didactiques dans un EIAH[47].

Nous nous servons également dans nos analyses d'autres résultats de ces études, en particulier en ce qui concerne les procédures des élèves, mais ceux-ci seront présentés dans le chapitre concernant la méthodologie.

Pour notre étude, nous retenons cinq principaux types de conceptions erronées des élèves.

- La symétrie comme transformation d'un demi-plan dans un autre (cf. exemple 1 de l'annexe 3)

[45] Grenier reprend la notion de conception au sens de Vergnaud (1984) comme elle l'explique p. 2 de sa thèse.

[46] Il s'agit de conceptions de la symétrie axiale ou de certaines de ses propriétés qui, si elles sont fausses en général n'en sont pas moins efficaces dans certains cas particuliers. Ces conceptions sont d'autant plus prégnantes et difficiles à mettre en défaut lorsque ces cas particuliers sont plus fréquents dans l'enseignement. Notons d'autre part que peuvent cohabiter des conceptions contradictoires (en particulier des conceptions justes et des conceptions erronées). En effet, il peut arriver que les conceptions fausses, après un travail approprié soient mises en défaut et n'apparaissent plus dans certaines situations, tout en réapparaissant dans des situations particulières, notamment des situations présentant une difficulté inhabituelle (Voir Grenier, ibid., p. 2).

[47] Environnement Informatique pour l'Apprentissage Humain.

> *la droite de symétrie matérialise sur la feuille deux demi-plans, et la symétrie est perçue comme une transformation d'un demi-plan dans l'autre demi-plan […]. La conception sous-jacente est que la figure symétrique est une figure de même forme et de même dimension, située de l'autre côté et à la même "distance" de l'axe de la symétrie. Cette "distance" est perçue globalement, comme une position d'équilibre.* (Grenier, 1988, p. 21)

Cette conception est fortement liée à la représentation pliage ou miroir, comme suggéré dans la partie concernant les concepts quotidien et scientifique de symétrie axiale. Elle représente un obstacle notamment pour concevoir le symétrique d'une figure coupée par l'axe. Elle peut, de surcroît, être renforcée par l'idée que cette transformation ne fonctionne que dans un sens (le plus souvent de gauche à droite ou de haut en bas) – au lieu de la considérer comme étant sa propre bijection réciproque (application involutive). Cet inconvénient est aggravé par le fait de privilégier le demi-plan de gauche (lorsque l'axe a une direction proche de la verticale) et le demi-plan du haut (lorsque l'axe a une direction proche de l'horizontale) pour les figures initiales, dans les exercices où il s'agit de construire un symétrique par exemple.

- La confusion avec d'autres transformations géométriques

La confusion avec la symétrie centrale (cf. exemple 2 de l'annexe 3) est fréquente, probablement parce qu'elle est aussi associée à un "retournement", mais double. Elle est renforcée dans le cas où les figures ont un axe de symétrie perpendiculaire à l'axe par rapport auquel on veut construire leur symétrique, en particulier dans les situations avec axes horizontaux ou verticaux. Elle est également présente lorsqu'on cherche les axes de symétrie de figures qui n'en ont pas mais ont un centre de symétrie.

La confusion avec la translation est également possible : on la retrouve dans ce que Tahri qualifie de *« conception parallélisme : le segment objet et son image sont parallèles et de même longueur. »* (Tahri, ibid., p. 49 – 50, cité par Lima, ibid., p. 51). Dans ce cas, on a précisément une absence de retournement.

- Les conceptions liées aux cas particuliers des axes verticaux et horizontaux (cf. exemple 3 de l'annexe 3) :

La fréquence importante des situations présentant des axes de symétrie verticaux et horizontaux, à la fois dans le quotidien (cf. le paragraphe sur concept quotidien et concept scientifique) et dans les situations scolaires proposées, en particulier à l'école primaire, peut conduire les élèves à généraliser abusivement des propriétés propres à ces situations.

Ces conceptions erronées se manifestent principalement par des théorèmes-en-acte faux tels que : un point et son symétrique sont sur une même droite verticale (ou horizontale) ; un segment horizontal (respectivement vertical) est transformé en un segment horizontal (respectivement vertical) etc. Dans la recherche d'axes de symétrie, elles se manifestent par le fait que les élèves ne cherchent pas d'axe autre que vertical ou horizontal.

Cumulées avec la confusion avec la symétrie centrale, elles ont aussi pour corollaire des conceptions erronées telles qu'un segment et son symétrique ont le même support, impliquant par exemple que le symétrique d'un segment soit tracé dans l'alignement du segment initial (nous parlerons alors de conception erronée d'alignement, cf. exemple 1 en annexe 3).

Tout ceci peut être résumé par l'idée que les élèves ont intégré le fait que le symétrique d'un objet est "en face", c'est-à-dire de l'autre côté de l'axe, mais que ce "en face" n'est pas associé à une direction perpendiculaire à l'axe : il s'agit pour eux d'une direction horizontale, verticale, ou dans l'alignement d'un des éléments de la figure. En général, en revanche, la conservation de la distance à l'axe est acquise, comme le sous-entend Grenier dans la citation précédente.

Enfin, ces conceptions erronées peuvent être renforcées par le recours à un quadrillage classique (avec des lignes horizontales et verticales), alors que cet outil est nécessaire à l'école primaire[48] ; toutefois, le quadrillage peut parfois jouer le rôle inverse : lorsqu'un axe a une direction proche de la verticale ou de l'horizontale, le quadrillage peut permettre de voir qu'il n'est pas tout à fait horizontal ou vertical.

- Enfin, on note quelques éléments qui, s'ils ne constituent pas une conception erronée de la symétrie, sont tout de même des indices d'une conceptualisation fragile ou incomplète

C'est le cas par exemple, lorsque les élèves identifient un axe de symétrie sur *« des figures pouvant être décomposées en deux parties identiques mais ne présentant pas de symétrie orthogonale »*, (Grenier, ibid., p. 107), c'est-à-dire une figure pour laquelle la ligne qui partage perceptivement la figure en deux n'est pas une droite. (voir tâche 18b du scénario de Denis pour un exemple).

Une autre trace d'une conceptualisation partielle de la symétrie axiale est le fait d'amalgamer une figure et sa figure symétrique. Par exemple lorsqu'un élève appelle A le symétrique du point A. Cela peut être lié au fait que, si la conceptualisation de la symétrie s'appuie sur la notion de déplacement, le symétrique est le même objet qu'on a seulement déplacé.

Cette liste n'est pas exhaustive, mais présente les principales conceptions erronées que l'on rencontre chez des élèves de sixième d'après les auteurs qui se sont intéressés à la question. Elles nous permettront d'analyser les productions d'élèves, et leur prise en considération par les enseignants dans les scénarios et les déroulements sera pour nous un objet d'observations.

Pour compléter, indiquons simplement que ces conceptions erronées pourraient traduire un conflit entre le concept quotidien et le concept scientifique. En effet, comme nous l'avons indiqué plus haut, le fait de concevoir la symétrie comme transformation d'un demi-plan dans un autre, éventuellement dans un seul sens pourrait être lié à la conception miroir. Elles sont d'autre part renforcées, voire créées par des pratiques d'enseignement comme la surreprésentation de certains cas particuliers (cas où la figure est à une distance non nulle de l'axe lorsqu'il s'agit de construire son symétrique pour la conception erronée de transformation d'un demi-plan dans un autre ; cas où les axes sont horizontaux ou verticaux…). Si cela peut sembler incontournable au cycle 3 (l'utilisation du quadrillage est même une instruction du programme, par exemple), il nous semble que les programmes de sixième impliquent de dépasser ces cas particuliers.

[48] Le document d'application des programmes du cycle 3 contemporains de l'étude précise en effet : « la construction du symétrique d'un point avec règle et équerre relève du collège » (document d'application des programmes du cycle 3, p. 31).

c. Les manuels

Les choix faits dans les manuels sont représentatifs de cette diversité. Grenier (ibid.) et Tavignot (ibid.) proposaient chacune déjà une étude des manuels correspondant aux programmes de 1985. Lima (ibid.) a quant à elle étudié les manuels de 2000, correspondant aux programmes de 1996.

Grenier et Tavignot ont identifié deux types de stratégies pour les manuels de 1985 : les uns commençant par l'aspect dynamique, les autres par l'aspect statique, cette seconde approche étant moins répandue (2 manuels sur 8 dans l'étude de Grenier et 4 sur 12 dans l'étude de Tavignot). Grenier précise en outre que malgré la réforme, préconisant de considérer la symétrie par son action sur les figures, un certain nombre de manuels ne font qu'introduire la symétrie par son action sur les figures (niveau 1) pour se ramener très vite à la transformation ponctuelle (niveau 2).

Nous avons pour notre part étudié huit manuels correspondant aux programmes de 2005 (cf. annexe 4). Nous avons d'abord analysé l'organisation chronologique du scénario proposé (tableau 1) puis le traitement des différents éléments évoqués plus haut (tableau 2) : la place et l'introduction respective des aspects dynamique et statique, le lien fait (ou non) entre les deux, le travail sur les niveaux 1 (action sur les figures : global) et 2 (transformation ponctuelle : analytique) (Grenier et Laborde, 1987), l'articulation entre le concept quotidien et le concept scientifique ainsi que le jeu sur les paradigmes GI et GII (Houdement et Kuzniak, 1996).

Les conclusions de cette étude pour chacun des points évoqués ci-dessus sont les suivantes :

- Tout d'abord, comme en 1985, le nombre et la place des chapitres consacrés à la symétrie axiale différent selon les manuels, mais aucun d'eux ne lui consacre trois chapitres ni ne l'inclut comme thème transversal dans plusieurs chapitres. Selon les cas, cette notion fait l'objet d'un (Transmath, Magnard, Triangle, Dimathème) ou deux chapitres (Multimath, Diabolo, Bréal et Phare). Pour tous les manuels qui lui consacrent deux chapitres, le second est dédié à un travail sur l'aspect statique et/ou l'aspect outil des axes de symétrie dans l'étude des figures usuelles.

- Tous se servent de pliages pour les exercices d'introduction du chapitre, mais pas pour la même chose : 1 pour le dynamique (Phare), 4 pour le statique (Transmath, Bréal, Dimathème et Diabolo), et 3 pour une approche mixte (statique mais avec 2 figures) : Magnard, Multimath et Triangle. Ce type d'introduction, qui correspond aux injonctions des programmes (manipulations, pliages), joue cependant selon les manuels soit une vraie "fonction", soit juste le rôle d'introduction (au mieux pour faire le lien avec les connaissances du cycle 3 et/ou le concept quotidien de la régularité : la symétrie comme modélisation d'une forme de régularité).

A cet égard, la tendance s'est inversée par rapport à 1985 où l'introduction par le dynamique était majoritaire (seul un manuel sur huit a fait ce choix d'introduction en 2005). On peut noter aussi l'apparition d'approches nouvelles, que nous avons qualifiées de "mixtes" : l'introduction par la définition de « deux figures symétriques[49] » qui mélange un peu les deux approches. D'autre part, ce qui est indiqué explicitement dans les programmes, à savoir l'introduction par des manipulations (pliages) est appliqué unanimement dans les manuels. Quant aux aspects dynamique et statique de la symétrie, si les introductions de presque tous les manuels tendent clairement vers le statique, le traitement de ces deux aspects ainsi que leurs places respectives et le lien établi entre les deux dans la suite des scénarios proposés par les manuels sont révélateurs de choix très divers.

- La manière dont est traité l'aspect dynamique ne présente pas trop de différences selon les manuels, l'objectif étant clairement d'arriver aux procédures de constructions analytiques. Toutefois, cet objectif prend plus ou moins de place et il est atteint plus ou moins vite selon les manuels : Triangle, Transmath et Phare ne proposent qu'une première activité sur les figures avant de passer à l'analytique, tandis que les autres proposent un travail important sur les figures (construction de figures avec un calque ou à main levée, travail sur quadrillage et sur les propriétés de conservation d'un point de vue global[50]…) avant de passer à l'analytique (avec éventuellement une différence importante entre activités et cours) : Diabolo fait le choix d'un travail au niveau 1 pour les activités et le cours avant de passer à l'analytique, Magnard et Multimath font un travail sur le global dans les activités, et seule l'introduction du cours est à ce niveau, et Bréal et Dimathème ne font ce choix que pour les activités, le cours portant directement sur le niveau 2.

A ce propos également, on observe donc une évolution par rapport aux manuels de 1985 : Grenier notait en effet que très peu effectuaient un réel travail sur le niveau 1.

- Le traitement de l'aspect statique est quant à lui très différent selon les manuels : Triangle, Magnard et Diabolo se contentent d'un travail perceptif, en lien avec le pliage ; toutefois, si triangle n'évoque le statique que pour une figure unique, le définissant par la superposition par pliage des *« deux parties d'une figure »*, le lien avec le dynamique étant alors non évident, les deux autres manuels introduisent ce lien en considérant d'une part des figures uniques dont les deux parties se superposent par pliage, mais aussi des

[49] Cette expression recèle une ambiguïté : en effet, les manuels sous-entendent *« deux figures symétriques **l'une de l'autre, par rapport à un axe** »* ; si l'omission de *« par rapport à un axe »* n'expose pas vraiment à une ambiguïté dans la mesure où seule la symétrie axiale est connue à ce stade – même si on peut y voir éventuellement un des éléments qui contribuera en cinquième à la confusion entre symétrie axiale et centrale pointée notamment par Caroline Bulf (2008), en revanche l'omission de « l'une de l'autre » pose davantage de problèmes : en effet, le lien entre dynamique et statique, difficile à établir, ne peut l'être qu'à condition de distinguer précisément le sens d'expressions que l'on trouve dans les manuels telles que : *« une figure symétrique »*, *« une figure symétrique d'une autre »*, *« une figure symétrique d'elle-même »*, *« deux figures symétriques l'une de l'autre »*, *« des figures symétriques »* - au sens de *« possédant des axes de symétrie »*.

[50] Notons à ce propos que la construction de symétriques de figures sur quadrillage ainsi que le travail sur les propriétés de conservation peut être mené plutôt de manière globale ou lié à l'analytique. Ce que nous mentionnons est un travail mené sur les figures et non lié à l'analytique.

"figures doubles"[51]. Dimathème considère la notion d'axe de symétrie comme connue, ne la définit donc pas, mais une activité pose un problème (ajouter quelque chose à une figure pour qu'elle reste symétrique puis pour qu'elle ne le soit plus) qui peut faire évoluer la conception. Enfin, Phare, Multimath, Transmath et Bréal introduisent la notion d'invariance, mais là encore avec des différences de traitement notables : Transmath, après un travail en activité sur le pliage uniquement, définit l'axe de symétrie par l'invariance dans le cours, mais d'une manière qui nous semble incohérente (en particulier, avant d'aborder l'aspect dynamique) ; Phare, Multimath et Bréal font le lien entre la superposition par pliage des deux parties d'une figure et l'invariance, mais seulement en activité pour Phare et Bréal, le premier ne mentionnant rien dans le cours, le second uniquement le pliage ; quant à Multimath, il ouvre la voie à un travail en activité en se fondant sur le fait qu'un axe de symétrie est le résultat d'une figure complétée par symétrie, et mentionne dans le cours l'invariance de la figure en faisant le lien avec la superposition des deux parties par pliage.

- Quant aux places respectives des aspects dynamique et statique et au lien entre les deux, on peut noter que tous les manuels sauf Dimathème font le choix de définitions "mixtes" – notamment celle de « deux figures symétriques » éventuellement dans les activités, mais surtout comme introduction dans le cours. En revanche, on ne retrouve quasiment aucune trace de l'approche suggérée par Grenier dans sa thèse, à savoir faire le lien entre les deux en utilisant l'idée de figure complétée pour avoir un axe de symétrie : seul Multimath et diabolo proposent une activité qui s'en rapproche un peu mais ne l'exploitent pas pour introduire le dynamique à partie du statique comme le faisait Grenier.

- Enfin, si l'on considère le jeu entre les deux paradigmes (GI et GII), on constate que, si la plupart des manuels placent le cours rapidement dans le paradigme GII, réservant les manipulations à l'introduction et articulant le cours autour de définitions comme celle du symétrique d'un point avec la médiatrice et de propriétés, très peu organisent pour les élèves le passage de GI à GII. Un seul (Triangle) propose une activité dénommée « raisonner » et dont l'objectif est clairement l'initiation au raisonnement déductif. En revanche, tous contiennent des exercices dans lesquels il s'agit de prouver un résultat en utilisant les propriétés de la symétrie.

Par rapport à l'échelle que nous avions établie précédemment, nous constatons que la plupart des manuels se sont rapprochés du second pôle, comme le suggèrent les programmes de 2005, notamment en ce qui concerne le lien avec les connaissances du primaire (par exemple pour l'action globale sur les figures) ; d'autre part, si l'objectif d'arriver aux méthodes de construction analytique semble partagé par tous, il n'en occupe pas pour autant la même place. En effet, certains manuels ont concentré le travail sur les constructions de symétriques de figures et l'acquisition des techniques, tandis que d'autres réservent tout de même une place non négligeable au travail sur le concept, notamment sur le lien entre dynamique et statique, jouant

[51] Le fait de distinguer ces deux cas pose toutefois un autre problème : cela renforce la conception erronée de transformation d'un demi-plan dans un autre, les deux cas devenant de ce fait d'autant plus difficiles à unifier.

sur le fait d'avoir une ou deux figures dans le cas des axes de symétrie par exemple[52]. Toutefois, il semble que les choix possibles par rapport aux critères que nous avions établis plus haut et qui regroupent les enjeux essentiels du chapitre (travail sur le statique et le dynamique et lien entre les deux, introduction des niveaux 1 et 2 d'appréhension de la transformation, articulation des concepts quotidien et scientifique) soient très variés.

Conclusion

Les enjeux et contraintes de l'enseignement de la symétrie axiale en sixième sont donc multiples et éventuellement contradictoires. Celui-ci doit en effet tenir compte de plusieurs éléments :

- liés à la notion : concept quotidien / concept scientifique, aspect dynamique / aspect statique,
- liés à l'enseignement : conceptions erronées d'élèves
- liés à la géométrie en général dans l'enseignement : appréhension globale / analytique des figures, paradigmes géométriques

Ces outils ainsi mis en évidence vont nous permettre d'analyser le savoir enseigné dans les pratiques des enseignants étudiés, à la fois en ce qui concerne les scénarios conçus par ces enseignants et leurs interventions en classe ; ils nous permettront d'autre part d'analyser les productions d'élèves (en classe dans les interventions, ainsi que dans les cahiers et contrôles).

[52] Même si cette solution n'est pas pour autant tout à fait satisfaisante, cf. note précédente.

Liste des annexes du chapitre 2

Annexe 1 : étude épistémologique et historique du concept de symétrie axiale

Annexe 2 : analyse et historique des programmes

Annexe 3 : exemples de conceptions erronées

Annexe 4 : analyse des manuels

Annexe 1 : La symétrie axiale : étude historique et épistémologique du concept

I Le concept de symétrie : outil de perception de l'espace, objet culturel et concept mathématique

Il nous a semblé nécessaire, pour comprendre le concept de symétrie axiale, de nous intéresser à la symétrie en général. C'est pourquoi cette partie est consacrée au concept de symétrie en général puis nous précisons la partie concernant la symétrie axiale en particulier.

1. La polysémie du mot *symétrie* :

Partant de la question large et naïve du sens de ce mot, nous avons commencé par une source non scientifique, mais qui s'est révélée néanmoins riche d'enseignement ; si l'on se fie au Petit Robert (édition 2003), on trouve plusieurs significations pour le mot symétrie :

> *I. Le sens vieux*[53] *: juste proportion, accord des parties d'un bâtiment entre elles et avec l'ensemble, qui concourt à la beauté de l'architecture. Voir Harmonie, Régularité. […]*[54] *2. sens littéraire : régularité et harmonie, dans les parties d'un objet ou dans la disposition d'objets semblables.*
> *XVIIIème siècle sens moderne : 1. Correspondance exacte en forme, taille et position de parties opposées ; distribution régulière de parties, d'objets semblables de part et d'autre d'un axe, autour d'un centre. […] Nuance : similitude des deux moitiés (d'une chose) et par extension similitude (entre deux ou plusieurs phénomènes, situations) voir concordance, correspondance.*
> *II. en géométrie : transformation géométrique (voir involution) qui ne change ni la forme ni les dimensions d'une figure. […] Nuance : symétrie d'une figure : caractère d'une figure géométrique telle qu'il y ait symétrie entre ses parties, par rapport à un point, une droite ou un plan. Nuance : symétrie vectorielle, symétrie orthogonale. 3. en science naturelle […] en cristallographie […].* (Petit Robert, 2003)

Ces définitions nous montrent tout d'abord que le mot *symétrie* admet des significations distinctes, à la fois hors des mathématiques et dans les mathématiques. (notons que Le Petit Robert réduit à tort l'emploi du concept mathématique à la géométrie).

Or l'élève n'arrive pas "vierge" dans la classe. Il amène avec lui des conceptions issues de son expérience quotidienne ainsi que ses expériences scolaires passées – en particulier en sixième, le niveau qui nous intéresse dans ce travail. Il convient donc d'appréhender le concept de symétrie dans son ensemble, et c'est pourquoi nous ne nous limitons pas dans cette étude au concept mathématique. Nous espérons d'autre part démontrer au lecteur par la suite la pertinence de ce choix, notamment parce qu'une part des faits didactiques (des programmes aux difficultés des élèves en passant par les pratiques des enseignants) peut s'expliquer par les origines du concept.

L'extrait du Petit Robert nous apprend également que les significations du mot ont évolué au cours de l'histoire. Les significations actuelles ne peuvent être comprises pleinement qu'en étant mises en perspective avec les significations historiques.

- **D'un point de vue général : aperçu historique de l'évolution du mot**

[53] La légende du Petit Robert pour cette terminologie est : *« vieux (mot, sens ou emploi de l'ancienne langue, incompréhensible ou peu compréhensible de nos jours et jamais employé, sauf par effet de style : archaïsme). »*

[54] Seuls les exemples ont été omis pour toute la citation.

Si l'on cherche à retracer l'histoire de ces différentes significations, on trouve une origine commune par l'étymologie du mot symétrie : du latin *symmetria* lui-même issu du grec *summetria* constitué de "*sun/sum*" : avec, ensemble et "*metron*": mesure.

A l'époque des grecs, d'après Dezarnaud-Dandine et Sevin (2007), le mot, employé par Platon, avait un sens très fort :

> *La symétrie que définit Platon n'est pas limitée aux propriétés mathématiques des figures, des corps, elle est la trace, l'empreinte que le Démiurge a laissée lors de la création du monde.* (Dezarnaud-Dandine et Sevin, 2007, p. 8)

Cette idée serait issue des travaux de Pythagore considérant que le monde est régi par le nombre, c'est-à-dire par les mesures, les proportions. Les mathématiques sont donc pour Platon l'intermédiaire qui permet d'approcher les formes éternelles qu'il appelle "l'Idée".

L'origine du mot est donc liée aux mathématiques, mais il s'agit d'un concept philosophique, métaphysique, dont la signification dépasse de très loin la signification actuelle, et même le premier sens vieux donné par le Petit Robert.

D'après Dezarnaud-Dandine et Sevin (ibid.), le sens donné au mot s'est ensuite progressivement affaibli, d'Aristote au Moyen Age, passant d'un sens très large recoupant une idée de régularité liée à la beauté et la perfection à un sens beaucoup plus restreint de proportion, par l'influence du christianisme, de l'architecture (en particulier la construction des cathédrales) et de l'art en général.

> *On conçoit dès lors aisément que la double égalité « symétrie = belles proportions = plan divin », devienne en se banalisant « symétrie = égalité des parties droite et gauche » et finisse par se rapporter d'une manière affadie à la répétition des motifs. Nous mettons ainsi en évidence l'un des mécanismes par lequel le terme symétrie perd peu à peu son sens métaphysique platonicien pour ne plus se rapporter qu'aux propriétés des figures spatiales. La primauté donnée à l'architecture dans les arts sacrés au Moyen Age, prépare et institue la séparation que nous avons mainte fois notée : la symétrie dans son sens originel, va rester l'objet d'études, de spéculation pour de très rares érudits dont la liberté d'action et d'expression reste très limitée, tandis que la symétrie dans son sens visuel, palpable, va devenir une évidence quotidienne pour tous. »* (ibid., p. 85)

Lorsque Charles Perrault traduit en 1673 le traité d'architecture de Vitruve qui date du siècle précédent et dans lequel il est beaucoup question de la symétrie (au sens large des grecs), synonyme de beauté voire de perfection, il note que le sens du mot a changé :

> *Il signifie le rapport que les parties droites ont avec les parties gauches, et celui que les hautes ont avec les basses, et celles de devant avec celles de derrière* (ibid., p. 204).

Pascal (1623 – 1662) l'emploie également à propos d'architecture dans le sens de *« duplication par pliage de la partie gauche sur la partie droite »* (ibid., p. 182), *« fondée aussi sur la figure de l'homme, d'où il arrive qu'on ne veut la symétrie qu'en largeur, non en hauteur ni en profondeur »* (ibid., p. 183).

Dezarnaud-Dandine et Sevin (ibid.) mentionnent également deux significations à cette époque en affirmant que ce qui les réunit est le concept d'un équilibre entre des choses tenues dans une main et dans l'autre : à la fois la notion de figures superposables, avec l'idée du miroir, et celle de deux arguments opposés dans une balance. Cette analyse renvoie également au concept de chiralité, développé par Kant, et devenu un concept central en science expérimentale, notamment en biologie et en chimie.

La symétrie bilatérale[55] est à cette époque très présente dans l'architecture, la peinture et les arts en général.

Enfin, Dezarnaud-Dandine et Sevin précisent qu'à la fin du XVII^ème^ siècle :

> « le terme symétrie est parvenu au terme d'une longue évolution jusqu'au sens que nous lui donnons aujourd'hui de correspondance entre les parties d'une figure par rapport à un plan, un axe, un centre ou plusieurs de ces éléments réunis » (ibid., p. 209)

Notons qu'il s'agit là de la signification commune, et non pas spécifiquement mathématique.

D'autre part, au XVIII^ème^ siècle, on trouve dans l'encyclopédie de Diderot et d'Alembert les mots *symmetria* et *symmetrie*. Le premier fait référence au sens que le mot avait chez les grecs ; le deuxième est défini comme un terme d'architecture.

> *SYMMETRIE (Architect.) est le rapport, la proportion et la régularité des parties nécessaires pour composer un beau tout.* (Encyclopédie de Diderot et d'Alembert)

Nous retrouvons le sens vieux et le premier sens moderne mentionnés par le Petit Robert.

A partir du concept philosophique fort, on voit se forger au fil des siècles une signification qui évoque une certaine régularité, plus ou moins précise, impliquant des proportions et une certaine idée de la beauté.

Notons que ce concept ne fait aucune référence à la notion de mouvement (excepté dans la citation de Pascal où il est associé au pliage). Il s'agit d'une propriété intrinsèque des figures, des objets ou des représentations, qui n'est pas encore définie comme invariance dans une transformation. Nous parlerons **d'aspect statique** de la symétrie.

- **La symétrie comme outil de perception du monde**

Mais on peut également se poser la question de l'existence du concept de symétrie, cette *« évidence quotidienne pour tous »* d'après Dezarnaud-Dandine et Sevin (ibid.), indépendamment de celle du mot.

Nous n'entrerons pas dans le débat de savoir si la symétrie est un concept en quelque sorte préexistant au monde et qui sous-tend son organisation ou s'il est simplement une conception humaine permettant d'appréhender, de caractériser certaines propriétés du monde qui nous entoure. Néanmoins, il nous semble que plusieurs arguments concourent à forger l'idée que la symétrie est un outil de perception de l'espace et du monde qui nous entoure *avant* même d'être un concept, mathématique ou non. Nous entendons le mot « *avant* » dans deux sens : d'un point de vue historique, et dans le développement de l'être humain.

---

[55] Cette expression est employée par Dezarnaud-Dandine et Sevin (ibid.), et se définit par : propriété d'une figure symétrique par rapport à un axe ou un plan.

Un premier argument est l'omniprésence de la symétrie (dans un sens large, mais en particulier la symétrie bilatérale) dans le monde qui nous entoure, de la nature – en particulier chez l'homme – aux objets qui sont le fruit de l'activité humaine, du moins pour les sociétés occidentales[56].

Un second argument est que le caractère régulier (symétrique dans un sens large) aurait été utilisé par l'être humain depuis bien avant l'apparition du langage.

En effet, O. Keller, dans un texte qu'il présente comme un résumé et une actualisation de sa thèse (Keller, 1998) observe les premières traces d'une "prise de conscience" de la symétrie au paléolithique à partir de l'observation de bifaces obtenus par *« création simultanée, par approximations successives, d'un volume à deux plans de symétries et d'une ligne (contour) qui tend à devenir fermée et plane. ».* D'après lui, on a alors des *« réflexes mentaux ou [des] évidences acquises » : « L'action symétrique sur le volume crée le plan et la ligne plane: indissociabilité des trois dimensions. Comparaison mentale de grandeurs pour réaliser la symétrie. »*

Il fait même de la symétrie un moteur du développement de la pensée géométrique. Il y voit des *« embryons de géométrie à l'œuvre »*, jusqu'à dire que : *« le géomètre définit la symétrie par rapport à un plan, alors que l'artisan erectus crée le plan par symétrie. »* Pour lui, il y a probablement, dans *« l'action symétrique »*, outre la volonté de créer un objet tranchant, un souci d'esthétique.

Mais il nie aussi le fait que ce soit un concept lorsqu'il décrit l'apparition de

> *modes d'organisation graphique [qui] se créent, que nous traduisons par translation, symétrie et rotation. Mais nous devons maintenir la distance, ici comme précédemment à propos de la géométrie du travail lithique. En effet, si l'action symbolique mythique-rituelle, dont le graphisme est une composante dominante, est un système totalitaire, dans la mesure où son objectif profond est le maintien ou la recréation de l'ordre du monde, elle ne s'incarne pas pour autant en un système géométrique ; on ne peut déceler chez les chasseurs-cueilleurs de cohérence interne des objets du graphisme, cohérence que l'on voit poindre dans les premiers écrits mathématiques mentionnés en introduction[57], et qui est voulue systématiquement dans les Eléments d'Euclide ; la liaison est externe, globale, mythique-rituelle même si nous ne pouvons plus en restituer toutes les arcanes. [...] autrement dit, il n'y a pas encore de concept proprement géométrique.* (ibid.)

Keller (ibid.) mentionne également les translations, rotations et symétries axiales comme moyens utilisés pour obtenir des figures :

> *L'idée à approfondir, à notre avis, est celle-ci : il faut chercher l'origine des figures abstraites apparaissant dans les signes graphiques du Paléolithique supérieur non pas dans une copie de telle ou telle réalité, ni non plus dans des copies schématisées à l'extrême, mais dans le mouvement. Les figures sont des traces de symétries, au sens mathématique du terme : le rectangle a deux axes de symétrie, et chacun de ces axes le partage en deux parties qui se déduisent l'une de l'autre par une translation.* (ibid.)

Et plus loin :

---

[56] Nous nous limiterons à notre propre culture occidentale, puisqu'il semblerait que la symétrie ne soit pas aussi présente dans d'autres cultures. Denys et Grenier notent par exemple dans l'article de Petit x N°12 que la symétrie est moins fréquente dans l'architecture japonaise que dans la française.

[57] Il fait référence au papyrus Rhind, à des tablettes babyloniennes et à des textes indiens et chinois.

> *L'essence de la figure est la passion pour le rythme, pour le motif répété dans le même sens (translation) ou dans le sens contraire (symétrie orthogonale)* (ibid.)

On constate donc là que les dessins portent des traces de symétries (sont invariantes par certaines transformations), mais peut-on parler de concept de transformation à ce stade ?

Keller note enfin que

> *Les aborigènes australiens s'enduisent rituellement de peintures en des motifs qui soulignent en règle générale les symétries naturelles du corps humain. (ibid.)*

Un dernier argument est que des recherches en psychologie ont montré que la symétrie est un facteur important de perception, en particulier la symétrie bilatérale avec axe vertical. Nous renvoyons au premier chapitre de la thèse de Caroline Bulf pour plus de détails.

Nous citons simplement un article où les auteurs tentent d'expliquer ce fait :

> *We are, therefore, left with an intriguing problem. The impression of symmetry in visual perception seems to depend on seeing the objectively similar halves as « sides », i.e. left and right sides with the respect to a vertical axis. […] A clue to an understanding of our finding may be that in our environment the bottom and the top of objects are often functionally different, the former being the portion on which the object rests on the ground. On the other hand, the sides of objects are not functionally differentiated in this manner although, to be sure, they may be different from one another. In fact the sides of an object are reversed when it is rotated 180° about its vertical axis or when we come upon it in the opposite direction, thus pointing up the subjectivity of "left" and "right". There is nothing intrinsically "left" or "right" in external objects the way there is a bottom and top.* (Rock & Leaman, 1963, p. 182 cité par Bulf, 2008, p. 18)

Nous nous contenterons, pour étayer l'importance de la symétrie dans notre perception, de citer un article qui ne relève pas de théories psychologiques de la perception, mais qui a le mérite d'être situé dans notre domaine d'étude : le milieu scolaire. Il s'agit d'un article de Gorlier (1987) de la revue Grand N : *Mathématiques en maternelle* de 1987, qui relate un travail qui a été proposé à des enfants de maternelle à partir de carreaux de carrelage décorés : il apparaît qu'à partir de la grande section, la présence ou non d'axe(s) de symétrie devient spontanément un critère de classement des carreaux et que les enfants sont capables ensuite de produire des dessins symétriques voire comportant plusieurs axes de symétrie sans toutefois pouvoir verbaliser.

Il semble donc que la symétrie axiale soit un élément essentiel de notre perception très précocement dans notre développement.

Les propriétés de symétrie, en particulier la symétrie bilatérale avec axe vertical, seraient donc des outils de perception du monde qui nous entoure.

- **Dans les sciences et les mathématiques**

a. Les débuts de la symétrie dans les mathématiques

Nous avons vu que si, chez Platon, la symétrie était un concept philosophico-mathématique, il s'est progressivement détaché des mathématiques, via notamment la philosophie, les arts et en particulier l'architecture.

Nous nous intéressons maintenant à l'histoire du mot et du concept dans les mathématiques. Selon Dezarnaud-Dandine et Sevin (ibid.), la paternité de l'utilisation du mot symétrie en mathématiques (si l'on exclut le lien avec la géométrie fait par Platon) n'est pas complètement établie. Elle date en tout cas du XVIII^{ème} siècle et est attribuée tantôt à Legendre dans ses travaux de géométrie, tantôt à Vandermonde dans ses travaux sur les fonctions symétriques et tantôt à Lagrange à propos d'algèbre et de permutation d'indices.

Nous pouvons d'ores et déjà noter que dès l'origine, l'utilisation du mot n'est pas réservée à la géométrie.

D'autre part il n'est pas associé alors à la notion de transformation géométrique qui est à l'époque restreinte aux transformations « qui transforment »[58], excluant donc les similitudes. Il s'agit plutôt d'une acception mathématique statique du sens commun du mot dont on a vu la genèse dans le paragraphe précédent.

Quant au concept géométrique de symétrie axiale, indépendamment du mot, certains auteurs situent son utilisation très tôt, s'accordant à dire que la géométrie des éléments d'Euclide reposait sur la notion de symétrie. En effet, les premières propositions s'attachent à démontrer des propriétés liées à la propriété de symétrie des triangles isocèles et équilatéraux et certains considèrent que la bissectrice est implicitement présentée comme axe de symétrie d'un angle. Mais ne s'agit-il pas là de plaquer un concept actuel a posteriori sur une activité qui était conçue autrement ?

De la même manière, Serge Mehl sur son site (http://www.chronomath.com/) écrit :

> *Thalès est sans doute le premier mathématicien à établir des théorèmes (du grec theorema = ce que l'on observe, ce qui est avéré) en se fondant sur le principe intuitif de symétrie : un diamètre partage un cercle en deux demi-cercles superposables. C'est la première symétrie axiale constatée de l'histoire des mathématiques.*

La symétrie est ici reliée à la superposition des figures, dont on sait le rôle essentiel qu'elle joue dans les travaux d'Euclide. Chez Euclide comme chez Thalès, elle découle d'un « principe intuitif ». En effet, Euclide utilise la notion de figures superposables pour définir des figures égales, mais sans définir ce qu'il entend par superposables (en particulier, il n'est pas explicite que le retournement soit autorisé, même si l'on constate dans la suite qu'il l'est). Bkouche (ibid.) prétend que le principe repose sur le mouvement, et qu'il sert justement à s'en débarrasser. En effet, une fois démontré le premier cas d'égalité des triangles à l'aide du principe de superposition, Euclide démontre les autres sans plus y avoir recours. Mais l'idée que le mouvement soit sous-jacent au principe de superposition chez Euclide n'est pas avérée, et fait même l'objet de contestations.

b. La symétrie comme transformation géométrique

Il est difficile de suivre l'évolution du concept de symétrie axiale au cours des siècles, en particulier de comprendre à partir de quand et comment la symétrie axiale est considérée comme une transformation géométrique.

D'après Bourbaki (Bourbaki, 1984),

[58] Expression de Bkouche.

Les déplacements (ou mouvements, la distinction entre les deux notions n'étant pas claire dans l'antiquité – ni même beaucoup plus tard) sont connus d'Euclide ; mais, pour des raisons que nous ignorons, il semble éprouver une certaine répugnance à en faire usage (par exemple, dans les « cas d'égalité des triangles », où on a l'impression qu'il n'emploie la notion de déplacement que faute d'avoir su formuler un axiome approprié [153 e][59], tome I. Toutefois, c'est à la notion de déplacement (rotation autour d'un axe) qu'il a recours pour la définition des cônes de révolution et des sphères (Eléments livre XI définitions 14 à 18) ainsi qu'Archimède pour celle des quadriques de révolution. Mais l'idée générale de transformation, appliquée à tout l'espace est à peu près étrangère à la pensée mathématique avant la fin du 18ème siècle ; et avant le 17ème siècle, on ne trouve pas trace non plus de la notion de composition des mouvements, ni à plus forte raison de la notion de composition des déplacements. Cela ne veut pas dire, bien entendu, que les grecs n'aient pas été particulièrement sensibles aux « régularités » et « symétries » des figures, que nous rattachons maintenant à la notion de groupe des déplacements ; leur théorie des polygones réguliers et plus encore des polyèdres réguliers – un des chapitres les plus remarquables de toute leur mathématique – est là pour prouver le contraire. (Bourbaki, p.160)

La plupart des auteurs s'accordent pour relier l'origine du concept de transformation géométrique au travail de Desargues, en lien avec la peinture et la représentation en deux dimensions d'objets en trois dimensions. Desargues développait ainsi la géométrie projective dont Pappus d'Alexandrie avait posé les premiers jalons au IVème siècle après JC avec ses travaux sur les coniques. Il s'agit alors de transformations déformantes, dont on exploite les invariants.

D'autre part, Dezarnaud-Dandine et Sevin (ibid.) parlent d'évolution du concept mathématique de symétrie axiale dès le XVIème siècle, dans les travaux de Descartes : ils notent que Descartes *« fait passer la symétrie du contexte platonicien à une approche purement mathématique »* (ibid., p. 164) :

- à la symétrie des points, lignes… on substitue des équivalents formels (polynômes…) […]
- il associe aux propriétés dynamiques le concept d'invariance, déjà entrevu par Galilée et dont la fécondité va irriguer toute la physique moderne.

La symétrie spatiale, portant sur les variables de l'espace tridimensionnel (longueur, largeur, hauteur), n'apparaît plus alors que comme cas particulier d'un ensemble de propriétés plus générales. (ibid., p. 208)

Mais il s'agit là de la symétrie comme transformation telle qu'on la conçoit aujourd'hui et que l'on reconnaît a posteriori dans les travaux de Descartes qui, pour sa part , ne l'identifiait pas comme telle. En effet, chez Descartes, il ne s'agit que d'opérations algébriques sur des éléments formels abstraits, qu'il n'identifie pas lui-même à la symétrie axiale du cadre géométrique. C'est Chasles qui étendra les opérations algébriques de Descartes à la géométrie.

Bourbaki (ibid.) précise que c'est Euler qui, à la fin du 18ème siècle, développe le lien entre les transformations géométriques et l'approche analytique de Descartes :

Euler indique aussi comment traduire analytiquement la recherche de « symétries » des figures planes, et c'est à ce propos qu'il est amené à démontrer, en substance, qu'un déplacement plan est une rotation, ou une translation, ou une translation suivie d'une symétrie. (Bourbaki, ibid., p. 164)

[59] La référence en question dans Bourbaki est : T. Heath, The thirteenth book of Euclid's elements, 3 volumes, Cambridge, 1908.

C'est en réaction à la géométrie analytique de Descartes et en lien avec la mécanique que se développe une autre approche, liée au mouvement. C'est ce qui aboutit à la fin du 19ème siècle à une refondation de la géométrie sur la notion de mouvement, dont un des acteurs principaux est Méray, avec ses *Nouveaux éléments de géométrie* en 1874. C'est alors à partir de la mécanique que l'on redéfinit des figures égales.

> *La mécanique fournit le concept d'égalité des figures : deux figures égales sont deux figures qui peuvent être amenées en coïncidence ou encore deux positions d'une même figure dans un certain mouvement.* (Thiénard, 1998)

> *Les mouvements de translation et de rotation permettent de rendre compte de la problématique de l'égalité des figures. La seconde grande problématique des éléments d'Euclide est celle des figures semblables que Méray traite, par la méthode des transformations, avec l'homothétie. La dernière grande problématique est celle des figures symétriques que Méray traite en introduisant la symétrie par rapport à une droite donnée ou un plan donné.* (Thiénard, ibid.)

Thiénard (ibid.) cite l'ouvrage de Méray :

> *Chapitre 14. Figures symétriques.*
> *276. On rencontre en géométrie élémentaire 3 relations réciproques très remarquables pouvant exister entre deux figures ; on les a désignées par le même mot de symétrie. La première est la symétrie par rapport à un point, que nous avons rencontrée comme cas particulier de l'homothétie inverse ; les deux autres […] complèteront ce que nous savons sur la première. Deux figures sont symétriques par rapport à une droite donnée quand leurs points se correspondent chacun à chacun, de manière à être symétriques par rapport à cette droite, c'est-à-dire à former les extrémités d'un segment rectiligne qui soit toujours coupé perpendiculairement et en son point milieu par la droite dont il s'agit. Cette droite se nomme l'axe de symétrie des figures en question.* (Méray cité par Thiénard, ibid., p. 36)

Selon Thiénard, Méray établit ensuite que la symétrie par rapport à une droite est une rotation d'un demi-tour autour de l'axe de symétrie, puis cite les propriétés de conservation.

Thiénard (ibid.) interprète alors cela en disant que la référence au mouvement reste métaphorique puisqu'on néglige les positions intermédiaires :

> *au plan syntaxique, les mouvements sont traités en tant que transformations puisqu'ils ne sont pensés que comme relation entre une position initiale et une position finale.*

Les transformations chez Méray ne transforment pas et elles sont des éléments qui constituent le cadre géométrique, pas des outils démonstratifs ou des procédures dans le cadre constitué de la géométrie d'Euclide, comme dans la "méthode des transformations".

Celle-ci se développe parallèlement et consiste en l'utilisation des transformations extérieures à la géométrie euclidienne mais outils de démonstration. Les transformations qui ne transforment pas (y compris la symétrie axiale) y sont intégrées. Thiénard (ibid.) cite comme exemple de cette approche l'ouvrage de Peterson[60]

> *[Il] introduit une nouvelle façon de considérer les déplacements : ce ne sont pas seulement des correspondances entre deux figures du plan mais c'est aussi des transformations du plan contenant ces figures. La translation, la rotation, l'homothétie et leurs composées deviennent alors des outils dans les démonstrations et dans les constructions géométriques agissant dans les plans des figures étudiées.[…]*

[60] *Méthodes et théories pour la résolution des problèmes de constructions géométriques*, en 1866.

Les traités de géométrie ultérieurs affinent cette approche en organisant la présentation de la géométrie sur deux niveaux : le premier, élémentaire, est *« essentiellement euclidien dans sa forme et sa présentation, le second est enrichi par l'introduction des transformations du plan »* en faisant référence explicitement à la translation, à la rotation ou au retournement.

L'approche par le mouvement de Méray ne sera pas retenue par les suivants ; en s'inspirant des mêmes sources, ils[61] reprennent Euclide en l'enrichissant des déplacements et des homothéties considérées comme transformations du plan et de l'espace. Hilbert[62] propose également une refondation de la géométrie d'Euclide indépendamment de la notion de mouvement.

Thiénard (1999, pp. 23 à 54) détaille, pour illustrer cette approche, le *Traité de géométrie élémentaire* de E. Rouché et Ch. Comberousse. Le traité reprend les transformations qui ne transforment pas pour *« rendre compte de la problématique d'égalité des figures et, jointe à l'homothétie, celle de la similitude des figures »*[63].

Mais ces refondations ont en commun avec celle de Méray d'accorder aux transformations un rôle primordial dans le fondement ou la genèse des géométries. Elles changent de statut : de l'expérimental au structural, mais prennent une place fondamentale dans la géométrie, état de fait entériné en 1872 par le programme d'Erlangen présenté par Félix Klein. Les transformations ne sont plus vues que comme éléments d'un groupe, ces groupes structurant les liens entre les différentes géométries, en particulier parce qu'associés à des espaces, ils les caractérisent.

Cette évolution est représentative d'une "évolution conceptuelle majeure" à cette époque, que le site Wikipédia caractérise ainsi :

> *auparavant la géométrie était la science des figures, les géomètres du tournant du siècle se concentrèrent sur les transformations desdites figures [...]*

Evolution dont la réforme des maths modernes (cf. infra) se fera l'écho dans l'enseignement après la seconde guerre mondiale.

Pour R. Bkouche (ibid.), Félix Klein est ainsi le premier qui réunifie, au sein du concept de "groupe de transformations" d'une géométrie, toutes les transformations géométriques aujourd'hui reconnues comme telles. Bkouche considère du reste qu'il s'agit d' *« un véritable trait de génie »* puisque le terme de transformations était jusqu'alors limité aux "transformations déformantes". Le groupe des similitudes, incluant le groupe des isométries du plan dont la symétrie axiale fait partie, est le groupe de transformations de la géométrie euclidienne.

c. La symétrie aujourd'hui en mathématiques et dans les sciences

Notons que la symétrie a dès lors deux acceptions principales en mathématiques : nous les illustrons dans les expressions suivantes : *« la symétrie d'une figure »*, d'une part, renvoie aux propriétés intrinsèques de la figure, propriétés de régularité caractérisée mathématiquement et dont la propriété de symétrie bilatérale (l'existence d'un axe ou d'un plan de symétrie) est un cas particulier ; elle s'apparente à la signification commune (statique) du terme, mentionnée dans la

[61] On peut citer par exemple J. Houël dont l'approche sera celle retenue pour les programmes de 1891.
[62] Thiénard (Ibid.) cite l'ouvrage de Hilbert : *Grundlagen der Geometrie*, 1899.
[63] Note 99 p. 54 de Thiénard (1999).

partie précédente. Dans l'expression *« une symétrie est une transformation géométrique qui est involutive »* (Wikipédia), d'autre part, la symétrie désigne cette fois une transformation et la symétrie axiale en est un cas particulier.

Le lien évident entre ces deux significations duales est que la seconde sert à caractériser la régularité représentée par la première ; ou comme on le dirait aujourd'hui : la première désigne l'invariance par la seconde. En revanche, notons que ce lien n'apparaît historiquement qu'a posteriori puisque la transformation est apparue après.

C'est toutefois ce dernier sens qui est actuellement admis dans le « savoir savant » mathématique, même si la question d'une définition précise et admise par tous du concept reste d'actualité, d'après la citation suivante. Elle est extraite d'un article de Michel Petitjean, mathématicien au CNRS, dont le titre est *« A definition of symmetry »* paru dans Symmetry: Culture and Science Vol. 18, Nos. 2-3, 99-119, 2007, (notons que c'est un journal entièrement consacré à la symétrie, ce qui illustre à nouveau le rôle fondamental joué par ce concept en mathématiques) :

> *It is an uncredible fact that a so ancient concept such as symmetry has not yet received a widely accepted general definition. Rather, several definitions are found in the literature and on the web. Most time, different terms and wording are used, although the underlying concept seems to be the same. Furthermore, practical definitions are often based on strong assumptions, such as the existence of the euclidean structure for geometric symmetries. In most cases, symmetry is exemplified rather than defined. […] Moreover, defining symmetry appears to be a hot topic, as suggested in several recent international conferences* (SymCon 2007, ISC 2007, Symmetry Festival 2006).

L'article entier est consacré à la définition des objets mathématiques en jeu dans la définition qu'il propose puis à des exemples. Nous n'avons pas reproduit la définition en question, car cela aurait exigé des explications préalables concernant les notations employées, mais voici le résumé qu'en fait l'auteur lui-même sur son site internet :

> *A symmetry is detected when an object is identical to one of its non trivial transforms.*

C'est également un sens proche de celui-ci qui est utilisé dans les sciences en général. En effet, dans le livre *Symmetry in science : An introduction to the general theory* (Springer study edition), Joseph Rosen nous donne p. 2 une définition de la symétrie dans les sciences :

> *Symmetry is immunity to a possible change.*

On peut noter que cette définition rappelle sensiblement une citation de Platon :

> *Summetros est le contraire d'ametros (sans mesure), ce qui montre que la propriété qui reste égale est justement cette propriété qu'on appelle la mesure (metron). […] Voilà donc où réside l'aspect essentiel de la symétrie ; une propriété ne change pas au cours du changement. En d'autres termes, pendant le changement, quelque chose reste « semblable »* (Platon cité par Dezarnaud-Dandine et Sevin, ibid., p. 8)

Cela se rapproche également de la première acception mathématique, au sens général d'invariance par une transformation, pour peu que l'on accepte d'apparenter le "changement" à la notion mathématique de "transformation".

- **Conclusion : la symétrie, objet de la culture partagée dans la société et objet mathématique ; les deux aspects de la symétrie**

En résumé, nous avons vu que le concept de symétrie, historiquement, dans ses origines philosophiques et dans son aspect outil de perception du monde signifiait la régularité, l'harmonie, des proportions harmonieuses, … et ne s'appuyait donc pas explicitement sur le mouvement, même si l'idée de changement apparaît lorsqu'on cherche à caractériser cette régularité (cf. la citation de Platon).

Puis le concept a évolué, perdu de sa force, mais s'est précisé, différents types de régularité ont été définis, qu'il s'agisse de symétrie bilatérale ou autres, en mathématiques et ailleurs.

Enfin, dans les mathématiques sont apparues les transformations, dont la symétrie axiale a finalement fait partie.

On a alors pu redéfinir a posteriori la "régularité" mathématique comme invariance dans une transformation, réunifiant ainsi les deux aspects. C'est également un sens proche de celui-là qui a été développé en général dans les sciences.

Pour synthétiser, la notion de symétrie axiale, dans son acception actuelle, nous semble constitué de deux composantes : d'une part **objet de culture partagée dans la société**, se rapportant plutôt au concept quotidien de symétrie et de l'autre **objet mathématique**, le premier "précédant" le deuxième.

Grenier avait déjà pointé ce fait dans l'introduction de sa thèse :

> *Avant d'être une notion mathématique, la symétrie est une notion familière. Elle a une dimension culturelle et sociale, en tant que relation intra ou interfigurale, que ne possèdent pas au même degré les autres transformations géométriques. Le mot symétrie fait partie du langage courant et a de nombreuses significations.* (Grenier, 1988, p. 1)

Patricia Tavignot mentionnait également dans sa thèse que la symétrie axiale est à la fois « objet socioculturel » et « objet mathématique », justifiant ainsi la pertinence, au moins pour le concept de symétrie axiale, de considérer à la source du processus de transposition didactique ce qu'elle définit comme les savoirs de référence, sans se restreindre au savoir savant (cf. infra).

Ajoutons que la symétrie recouvre à la fois deux aspects : un **aspect statique**, qui se définit mathématiquement par l'existence d'axes, d'un centre ou d'un plan de symétrie dans le plan ou l'espace, que l'on retrouve dans les expressions : "la symétrie d'une figure" ou "une figure symétrique" ; un **aspect dynamique**, lorsque l'on parle de la symétrie axiale comme transformation, par exemple lorsque l'on mentionne "la symétrie (axiale ou centrale)" et "une figure symétrique d'une autre".

Enfin, l'aspect statique préexisterait à l'aspect dynamique, à la fois dans l'histoire du concept, dans l'histoire de l'humanité et dans le développement de l'être humain. Néanmoins, aujourd'hui, dans les mathématiques, l'aspect statique est défini à partir de l'aspect dynamique, la régularité (aspect statique) étant la propriété qui découle de l'invariance par la transformation (aspect dynamique).

L'objet de culture partagée dans la société renvoie

- d'une part à l'outil de perception qui relève principalement de l'aspect statique : propriété de symétrie bilatérale avec principalement des axes verticaux, puis éventuellement des axes horizontaux ; pour ce qui est de l'aspect dynamique, il s'agit d'une représentation élémentaire du pliage.

- d'autre part au concept philosophique ou aux autres disciplines où il renvoie, là encore, principalement à l'aspect statique (cf. partie précédente).

L'objet mathématique quant à lui recouvre à la fois la transformation géométrique, élément du groupe des isométries du plan (aspect dynamique du concept) et l'existence d'axes de symétrie dans une figure (aspect statique), les deux pouvant étant reliées par le fait que la deuxième est le résultat de l'invariance par la première.

Pour conclure, citons un mathématicien, Marcus Du Sautoy, qui raconte, au début du livre *Symmetry, a journey into the patterns of nature*, comment, en découvrant le livre *The language of mathematics* sur le conseil d'un professeur de lycée, il a décidé de devenir mathématicien. Dans cet extrait, il expose justement comment il a découvert que le concept de symétrie était constitué de ces deux aspects, qu'il qualifie de *« passive »* et *« active »*, distinguant *« some innate property »* et *« an action »* :

> *The book stated that the equilateral triangle had 6 symmetries. As I read on, I began to see that the triangle's symmetry was captured by the thing I could do to it that would leave it looking the same. I traced an outline around a triangular piece of card and then counted the number of ways I could pick the triangle up and put it down so that it fitted back exactly inside its outline on the paper. Each of these moves, the book said, was "a symmetry" of the triangle. So a symmetry was something active, not passive. The book was pushing me to think of a symmetry as an action that I could perform on the triangle to replace it inside its outline, rather some innate property of the triangle itself.*

Nous verrons que l'enseignement de la symétrie axiale concerne à la fois l'objet de culture partagée dans la société, se rapportant au concept quotidien de symétrie et l'objet mathématique (concept scientifique), et que considérer les deux aspects – statique et dynamique – et expliciter le lien entre les deux sont des enjeux importants de cet enseignement, tant ce qui concerne les programmes et leur évolution que les pratiques des enseignants ou encore les difficultés des élèves.

Annexe 2 : Etude historique et analyse des programmes scolaires concernant la symétrie axiale

Introduction

Pour définir le savoir à enseigner (en ce qui concerne la symétrie axiale en sixième), il faut répondre aux questions suivantes : quel est le savoir à enseigner, comment, pourquoi, par qui et à qui. Ces éléments sont nécessaires pour comprendre et analyser les pratiques, puisqu'ils définissent le savoir à enseigner.

La question "Par qui ?" est rapidement traitée : tous les enseignants de sixième (en ZEP ou non).

La question "A qui ?" est a priori aussi évidente : tous les élèves de sixième. A priori seulement, car il nous semble que, depuis 2007, la séparation dans les programmes des compétences du socle commun – donc exigibles pour tous les élèves – et des autres, pose la question (en particulier aux enseignants) de savoir si les compétences qui ne font pas partie du socle commun sont à enseigner à tous les élèves ou non ; par exemple, que fait-on dans une classe très faible, avec des élèves à qui il est déjà difficile de faire acquérir les compétences du socle commun ?

La question "Quel savoir à enseigner ?" renvoie aux programmes de la classe considérée. Notons toutefois que, parfois, en dépit de certains "manques" dans les programmes,[64] certains éléments qui n'y figurent pas doivent pourtant être enseignés.

La question "Comment ?" trouve sa réponse en grande partie dans la connaissance de la notion (y compris éventuellement des éléments d'histoire ou d'épistémologie) et les documents d'accompagnement des programmes. Ces éléments peuvent également être complétés par la connaissance de la logique (ou cohérence[65]) des programmes qui permet une mise en perspective de la notion.

Cette mise en perspective permet également de répondre à la question "Pourquoi ?" ou "Pour quoi ?" qui de fait nous renseigne sur le "comment".

Lorsque Tavignot (1993) a étudié la transposition didactique du concept de symétrie axiale dans les programmes de 1985, elle a étudié également les manuels, en considérant que ceux-ci sont à la charnière entre le savoir à enseigner et les pratiques. Nous nous intéressons également aux manuels (cf. annexe 3), mais en les considérant comme des exemples de scénarios potentiels, donc se rapportant davantage au savoir enseigné, et nous renseignant sur la manière dont sont interprétés et/ou exploités les caractéristiques du savoir à enseigner.

Nous cherchons dans cette annexe à répondre aux trois dernières questions (quoi ? comment ? pourquoi ?), en nous servant des programmes de la classe de sixième en vigueur au moment de l'étude[66], ainsi que des documents d'accompagnement des programmes, des programmes des

---

[64] Cf. par exemple Bronner (1998) et le *« vide didactique institutionnel »* dans les programmes à propos de la notion de racine carrée ou encore Horoks (2006) pour la mise en évidence d'un tel "manque" dans les programmes à propos de la notion de triangle semblable.

[65] Daniel Perrin parle même de « philosophie » (Pariès et al., 2007, p. 3 de l'annexe 9).

[66] Notre étude a eu lieu pendant les années scolaires 2006-2007 et 2007-2008. Une réforme des programmes de collège a eu lieu en 2005.

niveaux inférieurs et supérieurs, et de certains éléments de l'évolution historique qui a conduit aux programmes de 2005. Nous présentons également des éléments concernant l'évolution des programmes depuis 2005.

Les programmes jusqu'en 1985 ont été étudiés par Tavignot dans sa thèse, principalement en reprenant les niveaux d'appréhension des transformations géométriques élaborés par Grenier et Laborde (Laborde, 1985 ; Grenier et Laborde, 1987). Les principaux résultats sont alors que les programmes de 1985 ont *« infléchi la présentation des transformations du niveau 2 au niveau 1*[67]*. Il s'agit toujours de transformations, mais de "transformations de figures planes", (expression employée dans les programmes et les commentaires) et non pas d'application ponctuelle comme auparavant. »* (ibid., p. 68). Grenier note d'autre part une *« opposition conflictuelle entre les deux niveaux [niveaux 1 et 2] »* (ibid., p. 67), due notamment à la conception sous-jacente du plan qui serait différente : dans le niveau 1, le plan n'est qu'un support neutre et la transformation agit sur les figures, alors que dans le niveau 2, la transformation agit sur le plan. Nous utilisons cette façon d'appréhender les choses, mais la complétons par notre propre analyse.

1. Quels contenus dans les programmes de sixième de 2005 ?

Les programmes en vigueur durant notre étude sont ceux de 2005, définis par le BO Hors série N°5 du 9 septembre 2004. Nous avons également consulté les thèmes de convergence du collège[68], mais n'y avons rien trouvé en lien avec notre sujet d'étude.

Nous avons étudié à la fois l'introduction générale du programme de mathématiques de sixième, l'introduction de la partie géométrie et le tableau définissant les contenus, compétences et commentaires de la partie géométrie, mais nous ne mentionnons que ce qui présente un lien avec la symétrie axiale.

- les introductions (générales et pour la partie géométrie) :

Dans l'introduction du programme de sixième, il est noté que l'enseignement doit viser à *« consolider, enrichir et structurer les acquis de l'école primaire »*. Or la symétrie axiale étant abordée à l'école primaire, l'enseignement de sixième doit tenir compte des acquis des élèves. Notamment, on retrouve dans le chapeau de la partie Géométrie le fait que les axes de symétrie de figures font partie des propriétés que les élèves connaissent en fin de cycle 3.

Il est aussi précisé qu'une des visées de l'enseignement est de *« préparer à l'acquisition des méthodes et des modes de pensée caractéristiques des mathématiques »*. Cette idée est rappelée dans la partie Géométrie : *« L'objectif [est] d'initier à la déduction »*. En revanche, dans le tableau qui indique les contenus, compétences et commentaires, il n'est jamais fait mention explicitement de raisonnement ou de déduction : cet objectif semble transversal à l'ensemble des contenus de géométrie. Or il apparaît (dans les manuels, par exemple cf. infra) comme on le

[67] Le niveau 1 correspond à la transformation géométrique considérée *« comme une relation entre deux configurations géométriques ou une relation entre deux parties d'une même configuration »* ; le niveau 2 correspond à la transformation géométrique considérée comme une application ponctuelle du plan dans lui-même (Grenier et Laborde, ibid., p. 67).

[68] BO N°5 du 25 août 2005.

constatera dans les pratiques, que la symétrie axiale est une notion privilégiée pour la pratique du raisonnement déductif, notamment par l'application des propriétés de conservation[69].

De manière plus spécifique, l'introduction générale identifie également les « objectifs principaux » de chaque partie du programme. Pour la partie géométrie, quatre objectifs principaux sont cités, dont un propre à la symétrie axiale : *« utiliser des propriétés de la symétrie axiale, reliées aux notions de médiatrice d'un segment et de bissectrice d'un angle »*. Celle-ci semble donc être un élément important de l'enseignement de géométrie en sixième.

L'introduction de la partie géométrie précise en outre que *« les connaissances géométriques permettent de modéliser des situations » et incite à faire le lien entre les formes géométriques et des « éléments naturels » ou des « objets d'usage courant »*, ces liens *« permett[ant] peu à peu de dégager le caractère universel des objets géométriques par rapport à leurs diverses réalisations naturelles ou artificielles »*. Un lien semble donc devoir être établi entre les concepts mathématiques et la "réalité" (concepts quotidiens). Là encore, c'est un élément auquel il nous faudra être attentif dans les manuels et les pratiques, d'autant plus que, comme le montre l'étude épistémologique et historique du concept (cf. annexe 1), la symétrie axiale a une existence en tant que concept en dehors des mathématiques.

- le tableau des contenus, compétences et commentaires :

Le tableau de la partie géométrie contient 3 parties :

3.1 Figures planes, médiatrice, bissectrice
3.2 Parallélépipède rectangle : patrons, représentations en perspective
3.3 Symétrie orthogonale par rapport à une droite (symétrie axiale)

On constate tout d'abord qu'une partie entière (même si elles sont de taille inégale en termes de quantité de contenus) est exclusivement consacrée à la symétrie axiale, confirmant l'importance de cette notion en sixième. Ensuite, le titre de cette partie inclut trois qualifications de la symétrie : « orthogonale », « par rapport à une droite » et « axiale ». Grenier dans sa thèse avait déjà noté à ce sujet dans les programmes de 1985 une évolution de la dénomination, chaque terme renvoyant à quelque chose de différent. Le titre du programme de 2005 semble donc vouloir inclure tous ces éléments (cf. plus bas, dans l'évolution des programmes).

Enfin, des références à la symétrie axiale sont présentes ailleurs que dans la partie 3.3. Nous reproduisons ci-dessous les parties du tableau qui incluent une référence explicite à la symétrie axiale, et nous soulignons ces références :

[69] Le programme désigne ainsi les propriétés de « conservation des distances, de l'alignement, des angles et des aires » de la symétrie axiale.

Contenus	Compétences	Exemples d’activités, commentaires
3.1 Figures planes, médiatrice, bissectrice […] Propriétés des quadrilatères usuels […]	[…] - Connaître les propriétés relatives aux côtés, aux angles, aux diagonales pour les quadrilatères suivants : rectangle, losange, cerf-volant, carré. […]	[…] Certaines des propriétés évoquées ont déjà été étudiées à l’école primaire (notamment celles relatives aux côtés, à la présence d’angles droits ou à celle d’axes de symétrie[70]), d’autres sont nouvelles (notamment celles relatives aux angles autres que les angles droits et celles relatives aux diagonales). La symétrie orthogonale est mise en jeu le plus fréquemment possible pour justifier les propriétés. […]
Médiatrice d'un segment Bissectrice d'un angle […]	- Connaître et utiliser la définition de la médiatrice ainsi que la caractérisation de ses points par la propriété d’équidistance. - Connaître et utiliser la définition de la bissectrice. - Utiliser différentes méthodes pour tracer : - la médiatrice d’un segment ; - la bissectrice d’un angle. […]	La bissectrice d’un angle est définie en sixième comme la demi-droite qui partage l’angle en deux angles adjacents de même mesure. La justification de la construction de la bissectrice à la règle et au compas est reliée à la symétrie axiale. […]
3.3 Symétrie orthogonale par rapport à une droite (symétrie axiale)	- Construire le symétrique d’un point, d'une droite, d’un segment, d’un cercle (que l'axe de symétrie coupe ou non la figure). - Construire ou compléter la figure symétrique d’une figure donnée ou de figures possédant un axe de symétrie à l’aide de la règle (graduée ou non), de l’équerre, du compas, du rapporteur.	Dans la continuité du travail entrepris à l’école élémentaire, les activités s’appuient encore sur un travail expérimental (pliage, papier calque) permettant d’obtenir un inventaire abondant de figures simples, à partir desquelles sont dégagées les propriétés de ’’conservation’’ de la symétrie axiale (conservation des distances, de l’alignement, des angles et des aires). Le rôle de la médiatrice comme axe de symétrie d’un segment est mis en évidence. La symétrie axiale n’a, à aucun moment, à être présentée comme une application du plan dans lui-même.

[70] Tout ce qui est souligné dans le tableau l’est par nous.

A propos de la partie spécifique (3.3), on constate que les compétences attendues portent sur les constructions exclusivement : constructions de symétriques de figures de base (point, droite, segment, cercle) en précisant que l'axe peut couper la figure, et constructions du symétrique d'une figure ou de figures possédant un axe de symétrie. Si l'on s'en tient aux compétences, il semble donc que le travail sur la notion de symétrie orthogonale doive se limiter à des constructions en s'inscrivant davantage dans une logique GI que GII, l'accent n'étant pas mis sur les propriétés et définitions, mais sur l'utilisation des outils de géométrie.

Dans la colonne *« Exemples d'activités, commentaires »*, il est fait référence à un *« travail expérimental »* utilisant le pliage et le papier calque, dans la continuité de l'école élémentaire, qui doit servir à *« obtenir un inventaire abondant de figures simples »*. Les propriétés de conservation sont également mentionnées et doivent être dégagées à partir de cet inventaire. On peut noter également que *« le rôle de la médiatrice comme axe de symétrie du segment »*, est cohérent avec l'objectif de l'introduction générale à propos de lien entre les propriétés de la symétrie axiale et la notion de médiatrice. Il est enfin explicitement écrit que *« la symétrie axiale n'a, à aucun moment, à être présentée comme une application du plan dans lui-même »*.

Mais on retrouve également la symétrie axiale, avec des références explicites, dans le paragraphe de la partie 3.1 consacré aux propriétés des quadrilatères usuels : les axes de symétrie sont considérés connus, et les propriétés des quadrilatères en général doivent être justifiées en *« [mettant] en jeu le plus fréquemment possible la symétrie axiale »* ; de même, dans le paragraphe consacré à la médiatrice et à la bissectrice, on retrouve l'objectif de l'introduction générale sur le lien de la symétrie axiale avec ces notions : là encore, la symétrie axiale doit être utilisée pour *« justifi[er] la construction de la bissectrice à la règle et au compas »*.

Il semblerait donc que la symétrie axiale, outre qu'elle représente, en tant qu'objet – au sens de la dialectique outil/objet (Douady, 1984) –, une partie relativement importante du programme de géométrie de sixième, joue également un rôle en tant qu'outil (ibid.) de construction et de justification d'un certain nombre de propriétés dans d'autres configurations.

Et si les compétences attendues concernent uniquement les constructions, les propriétés de conservation, à la fois comme objet et comme outil, sont présentes dans plusieurs parties.

Certes, les précisions sur les aspects dynamique et statique de la notion sont peu explicites, maison trouve les deux : à la fois des références aux axes de symétrie (considérés comme connus pour les quadrilatères usuels, et dans la compétence *« Construire ou compléter [...] de[s] figures possédant un axe de symétrie »*) et des références à l'aspect dynamique : la construction de symétriques de figures, et le fait que *« La symétrie axiale n'a, à aucun moment, à être présentée comme une application du plan dans lui-même ».*

Nous verrons plus loin, en cherchant la logique ou la cohérence de ce programme et en étudiant les programmes précédents, qu'il s'agit en fait des traces du rôle encore plus important que jouait la symétrie axiale dans les programmes antérieurs en tant que notion autour de laquelle s'organisait la plus grosse part de la géométrie en sixième.

Enfin, le programme renseigne peu sur la manière dont la notion doit être traitée et surtout introduite. Le seul élément est qu'elle ne doit pas être présentée comme une application du plan dans lui-même. Il semblerait qu'il faille mettre en avant son action sur des figures, d'abord par des pliages, puis par des constructions, plutôt dans une logique GI pour la partie spécifique. La manière dont il faut tenir compte de l'approche de la logique GII, préconisée par l'introduction des programmes, n'est en revanche pas précisée.

2. Quelle logique (interne) pour ces programmes ? un héritage des programmes précédents

Nous entendons par « logique interne » la cohérence, la logique que semble devoir suivre l'enseignement de la notion en sixième, étant donnés les programmes de ce niveau d'enseignement. Les programmes de 2005 étaient en vigueur depuis un an au début de notre étude. Ils sont relativement similaires aux précédents, datant de 1996, que les deux enseignants de l'étude ont appliqués pendant plusieurs années. Néanmoins, on trouve quelques différences. Ces programmes étaient eux-mêmes issus des programmes de 1985[71], date à laquelle la symétrie axiale a commencé à être enseignée en sixième. Les transformations géométriques étaient auparavant enseignées en fin de collège et dans une logique très différente : en effet, les programmes de 1985 marquent une refonte complète des programmes de collège en rupture avec les programmes précédents, issus de la réforme dite "des mathématiques modernes"[72]. Nous repartons donc des programmes de 1985, puisqu'il nous semble que la logique des programmes de 2005, du moins en ce qui concerne la symétrie axiale en sixième, y trouve son origine. Nous analysons donc les programmes de l'époque ainsi que les documents d'accompagnement en nous appuyant sur l'étude détaillée qu'en fait Tavignot (1993), puis nous nous intéressons aux évolutions successives de 1996 et 2005.

a. Le programme de 1985 et son document d'accompagnement

On trouve déjà dans le programme de 1985 la structure de celui de 2005 fondée sur les trois mêmes parties principales : la première concerne la reproduction de figures planes et les aires, la deuxième a trait au parallélépipède rectangle, et la troisième à la symétrie axiale. Le programme en lui-même est très laconique : 10 lignes en tout dont 8 pour la troisième partie, ce qui montre l'importance accordée à la symétrie axiale dans ce programme.

Tout comme en 2005, la géométrie dans l'espace est indépendante du reste. A ce propos, tous les documents d'accompagnement des programmes de 1996 à 2007 précisent que la logique par rapport à ce contenu reste une logique d'observation et d'expérimentation : le niveau de théorisation mathématique est inférieur à celui attendu pour la géométrie plane.

En revanche, on peut noter plusieurs différences :

- il n'est fait aucune référence à la symétrie axiale dans la première partie, mais les paragraphes qui contiennent en 2005 des références à la symétrie axiale (*« Propriétés des quadrilatères usuels »* et *« Médiatrice, Bissectrice »*) sont, en 1985, inclus dans la partie réservée à la symétrie axiale

[71] Ministère de l'éducation nationale, *Collèges, Programmes et instructions*, C.n.d.p., 1985, 349 pages. Ce livre est un supplément au B.o. n° 44 du 12 décembre 1985. Préface de Jean-Pierre Chevènement, ministre de l'Éducation nationale. Il reprend les termes de l'arrêté du 10 juillet 1984.
[72] On parle souvent pour les programmes de 1985 de "contre-réforme".

- le titre de la troisième partie, consacrée à la symétrie axiale, est sensiblement différent : *« dans le plan, transformation de figures par symétrie orthogonale par rapport à une droite »*

On trouve donc une référence explicite à la notion de transformation (de figures), mais pas à la notion d'axe[73].

Le contenu de cette troisième partie est similaire à l'ensemble du paragraphe qui lui est consacré en 2005 (compétences et commentaires inclus) : manipulations, constructions de symétriques de figures simples, mise en évidence de propriétés de conservation et exemples d'utilisation de ces propriétés, construction d'axes de symétrie (médiatrice, bissectrice, …), construction et propriétés de triangles et quadrilatères possédant des axes de symétrie.

En revanche, les aspects statique et dynamique sont plus explicitement abordés. Par exemple, dans les compétences, on opère une distinction subtile : on mentionne tantôt *« le ou les axes de symétrie des figures »*, tantôt *« l'axe de* ***la*** *symétrie »* ; or cette distinction correspond à celle entre le statut de l'axe selon que l'on considère l'aspect statique ou l'aspect dynamique de la symétrie. Enfin, le travail sur les propriétés de conservation est davantage mis en avant.

Les commentaires des programmes nous renseignent sur la logique qui a présidé à leur élaboration. Il s'agit de mettre l'accent sur l'aspect dynamique : la *« symétrie axiale dans son action sur une figure »*.

Il est ensuite distingué deux parties :

- la première concerne les *« constructions d'images, mise en évidence de conservations »* :

Elle mentionne *« d'abord un travail expérimental (pliages, papier calque) permettant d'obtenir un inventaire abondant de figures simples, à partir desquelles se dégageront de façon progressive les propriétés conservées par la symétrie axiale »* (on retrouve au mot près le programme de 2005) De même, parmi les capacités exigibles, sont mentionnés les constructions de symétriques de figures de base (incluant, outre celles de 2005, les *« lignes polygonales »*) et le tracé du ou des axes de symétrie des triangles isocèles et équilatéral et des losange, rectangle et carré. On notera la séparation des constructions de symétriques de figures d'une part et d'axes de symétrie d'autre part. Les aspects dynamique et statique de la notion sont donc clairement mentionnés et séparés, leur lien étant précisé par ailleurs. Autrement dit, dans cette partie, c'est sur l'aspect objet (Douady, ibid.) de la notion que le travail porte.

On retrouve également le fait que *« la symétrie axiale n'a ainsi, à aucun moment, à être présentée comme une application du plan dans lui-même. »*

Les commentaires identifient et distinguent explicitement les aspects dynamique et statique de la symétrie axiale, et surtout le lien qui doit être établi entre les deux :

[73] Comme on l'a précisé plus haut, Grenier avait déjà remarqué que l'évolution des dénominations marquait une évolution du contenu : selon que l'on parle de symétrie axiale, orthogonale ou par rapport à un axe, l'accent n'est pas mis sur les mêmes caractéristiques.

Suivant les cas, elle apparaîtra sous la forme :
- de l'action d'une symétrie axiale donnée sur une figure
- de la présence d'un axe de symétrie dans une figure, c'est-à-dire d'une symétrie axiale la conservant[74].

- La deuxième partie des commentaires correspond à la *« construction de figures symétriques élémentaires et énoncé de leurs propriétés »* :

il s'agit de *« partir de notions acquises à l'école élémentaire et aboutir à des définitions plus élaborées et plus efficaces : par exemple, on reconnaît qu'un triangle est isocèle à ce qu'il possède un axe de symétrie »*.

On trouve ensuite une référence explicite au fait que l'étude de la notion pourra être l'occasion de *« mettre en œuvre de brèves séquences déductives »*. Le rôle de la symétrie axiale comme outil pour *« initier à quelques propriétés caractéristiques de figures »* ou *« construire un triangle isocèle, un losange, un rectangle, un carré »*, ainsi que le lien avec la médiatrice d'un segment, la bissectrice d'un angle et les propriétés *« des figures du programme »* sont très présents. C'est là l'aspect *outil* de la notion qui exploité notamment pour théoriser ou formaliser davantage les notions mathématiques en jeu.

En 1987, une version plus détaillée des programmes[75] est publiée, reprenant presque mot pour mot les commentaires de 1985. On y trouve en outre, en introduction de la partie *« Travaux géométriques »* une phrase qui éclaire la logique des programmes : *« Au terme d'un processus progressif, le champ des figures étudiées est enrichi, le vocabulaire est précisé et les connaissances sont réorganisées à l'aide de nouveaux outils, notamment la symétrie orthogonale par rapport à une droite (symétrie axiale) »*. Le rôle de la symétrie axiale comme élément autour duquel s'organise le programme de géométrie de sixième est nettement affirmé.

b. L'évolution en 1996[76]

Le document d'accompagnement[77] précise que *« ce programme conserve l'architecture globale, les grands équilibres et le niveau général d'exigence du programme précédent »*. On retrouve notamment dans l'introduction de la partie *« Travaux géométriques »* la phrase : *« Au terme d'un processus progressif, le champ des figures étudiées est enrichi, le vocabulaire est précisé et les connaissances sont réorganisées à l'aide de nouveaux outils, notamment la symétrie orthogonale par rapport à une droite (symétrie axiale) »*, accordant un rôle important à la symétrie axiale comme élément organisateur des connaissances.

Il insiste d'autre part sur les objectifs généraux, notamment : *« [L'élève] apprend à relier des observations du réel à des représentations : schémas, tableaux, figures ; il apprend aussi à relier ces représentations à une activité mathématique et à des concepts »*. Cela confirme les principes selon lesquels il nous semblait que les programmes préconisaient d'aborder la symétrie.

[74] Souligné par nous.
[75] BO spécial N°4 du 30 juillet 1987.
[76] BOEN n° 48 du 28 décembre 1995.
[77] Programmes et accompagnement, CNDP, 1998.

Sur l'organisation de l'enseignement : *« Il existe des dominantes de contenus et d'activités qui [...] permettent de réaliser la cohérence et la progression de l'enseignement »*. On peut penser que la symétrie axiale joue précisément ce rôle de *« dominante »* pour la géométrie plane.

Dans le programme, la première partie intitulée *« Travaux géométriques »* est divisée cette fois en quatre parties : on retrouve les trois parties du programme précédent, mais la première (*« 3.1 Reproduction de figures planes simples. Comparaison d'aires planes »*) est scindée en deux : *« 1.1 Reproduction de figures planes simples 1.2 Surfaces planes : mesure, comparaison et calcul d'aires et de périmètres »*.

Pour ce qui est de la partie consacrée à la symétrie axiale, elle porte le même titre auquel on a seulement ajouté *« (symétrie axiale) »*. Tavignot (ibid., p. 270) interprétait ce changement comme le fait de mettre davantage en évidence le rôle de l'axe de symétrie, ce que nous interprétons comme privilégier l'aspect statique de la symétrie. On retrouve le même contenu que dans le programme de 1987 : les deux parties de constructions, le fait qu'il faut s'appuyer sur un travail expérimental, le fait que *« suivant les cas, elle apparaîtra sous la forme :*
- de l'action d'une symétrie axiale donnée sur une figure
- de la présence d'un axe de symétrie dans une figure, c'est-à-dire d'une symétrie axiale la conservant » ;
On retrouve également le lien avec la médiatrice et la bissectrice, et l'utilisation de la symétrie axiale comme outil pour construire des figures possédant un axe de symétrie et pour justifier leurs propriétés.
Les seules différences sont la disparition du symétrique de la *« ligne polygonale »* et de la référence explicite aux *« brèves séquences déductives »*.

c. L'évolution en 2005

Les contenus de géométrie sont de nouveau organisés en trois parties, identiques à celles des programmes de 1985. Néanmoins, on observe des différences dans les contenus de ces trois parties : ce qui concernait les triangles et quadrilatères d'une part et les notions de médiatrice et bissectrice d'autre part, c'est-à-dire ce qui était relié à l'aspect outil de la notion et qui était inclus jusque dans les programmes de 1996 dans la partie sur la symétrie axiale est, en 2005, inclus dans la première partie, 3.1 Figures planes, médiatrice, bissectrice.

La référence à la symétrie axiale est cependant toujours présente dans les paragraphes se rapportant à ces notions, excepté pour la médiatrice : à propos des propriétés des quadrilatères, *« la symétrie orthogonale est mise en jeu le plus fréquemment possible pour justifier les propriétés »* et à propos de la bissectrice, *« la justification de la construction de la bissectrice à la règle et au compas est reliée à la symétrie axiale »*.

La conséquence de cette répartition différente des contenus est que, si la symétrie axiale apparaît toujours en lien avec presque tous les éléments de géométrie plane du programme (elle n'est maintenant absente que de la partie 2, c'est-à-dire de la géométrie dans l'espace) et que l'on peut, à ce titre, lui reconnaître le rôle d'élément autour duquel les connaissances s'organisent, cela est néanmoins moins apparent et moins explicite : la partie relative à la symétrie axiale ne porte plus que sur l'aspect objet de la notion, tandis que l'aspect outil est éparpillé dans chacune des parties où il est utilisé. Ce phénomène est renforcé par le fait qu'il n'existe pas de documents d'accompagnement pour les programmes de 2005, or ce sont précisément les programmes d'accompagnement de 1996 qui mettaient en évidence le rôle organisateur de la notion, en articulant les aspects outil et objet.

Par ailleurs, le changement de place de la médiatrice incite à penser que, si elle pouvait être introduite à l'occasion du travail sur la symétrie axiale en cohérence avec les programmes de 1996, le programme de 2005 encourage plutôt à une introduction antérieure et indépendamment de la symétrie axiale (par la définition : la droite perpendiculaire à un segment en son milieu), de façon à l'utiliser comme outil pour définir mathématiquement le symétrique d'un point (fournissant ainsi la base d'une définition mathématiquement rigoureuse donc d'une formalisation plus élaborée). En revanche, la médiatrice est à nouveau mentionnée dans la partie consacrée à la symétrie axiale : *« le rôle de la médiatrice comme axe de symétrie d'un segment est mis en évidence »*.

S'agissant de la partie relative à la symétrie axiale (3.3 Symétrie orthogonale par rapport à une droite (symétrie axiale)), titre a changé : il n'est plus question de *« transformation de figures »*. Cette modification a deux conséquences : premièrement, le fait que la symétrie axiale est une transformation géométrique (parmi d'autres) disparaît ; deuxièmement, elle doit être davantage enseignée comme objet pour lui-même, indépendamment de la problématique de transformation des figures et d'axiomatisation de la géométrie plane.

Cependant, s'agissant des contenus, un certain nombre d'éléments se retrouvent :

- les compétences sont partagées en deux parties concernant toutes deux les constructions :

cette présentation est trompeuse, car, comme on l'a précisé plus haut, ce qui relève de l'aspect outil de la notion et qui constituait la deuxième partie a été déplacé. Les deux parties qui sont distinguées dans le programme de 2005 séparent donc les constructions selon d'autres critères : la première partie porte sur la construction des symétriques des figures de base, tandis que la deuxième partie mélange la construction de symétriques de figures et la construction de figures possédant un axe de symétrie. Il n'est plus question de construction de figures de bases grâce à l'outil symétrie axiale.

- La référence au travail expérimental, dans la lignée du travail de l'école élémentaire, permettant de dégager les propriétés de conservation

- Le fait que la symétrie axiale n'a, à aucun moment, à être présentée comme une application du plan dans lui-même.

Une différence qui nous semble fondamentale est la disparition des lignes mettant clairement en évidence la distinction à faire entre les aspects dynamique et statique et le lien à faire entre les deux :

Suivant les cas, elle apparaîtra sous la forme :
- de l'action d'une symétrie axiale donnée sur une figure
- de la présence d'un axe de symétrie dans une figure, c'est-à-dire d'une symétrie axiale la conservant.

Il s'agit d'après nous d'un manque dans les programmes qui crée une difficulté dans leur application, très diversement traitée, à la fois dans les manuels et dans les pratiques[78].

d. Conclusion : les programmes de 2005, des vestiges de 1985

L'étude des deux programmes précédents, appliqués depuis que la symétrie axiale est enseignée en sixième, révèle à la fois la logique qui a présidé à leur élaboration et une certaine évolution.

Les programmes étant similaires à ceux de 1996 et 1985, tant dans leur structure que dans leurs contenus, la logique retenue semblerait être celle d'une notion autour de laquelle se réorganiserait la majeure partie de la géométrie plane en sixième ; en outre, elle fournirait des *« définitions plus élaborées et plus efficaces »* (BO spécial 4 du 30/07/1987) et les propriétés devraient *« prendre naturellement le relais [des méthodes expérimentales] dans les procédures de construction »* (commentaires des programmes de 1985).

La symétrie axiale devrait donc jouer le rôle d'une notion permettant un certain changement de contrat et une formalisation mathématique d'un niveau supérieur à celui de l'école, c'est-à-dire la construction d'une organisation mathématique plus formelle et unifiée, généralisée voire axiomatisée de la géométrie plane. La symétrie axiale a alors un statut de notion FUG (cf. annexe 1).

Dans cette optique, il nous semble que le scénario cohérent avec la logique initiale de ces programmes implique une introduction de la symétrie par l'aspect dynamique et via les pliages dans la continuité du travail expérimental de l'école primaire pour être ensuite formalisée davantage, définie mathématiquement en s'appuyant sur la médiatrice. Les propriétés de conservation seraient *« dégagées »* à partir de figures abondantes, et l'aspect statique (l'existence d'axes de symétrie dans une figure) serait défini comme lié à l'invariance par une symétrie axiale.

Nous verrons en effet, à la fois dans les manuels et dans les pratiques, que ces choix (d'introduction des définitions plus formelles) sont divers – et probablement différenciateurs, en termes d'apprentissages.

Toutefois, la prégnance de cette logique semble s'atténuer au fil des réformes, en particulier l'élément qui plaidait pour une formalisation mathématique plus poussée en définissant l'axe de symétrie comme résultat de l'invariance par une symétrie axiale, qui était explicite dans les programmes jusqu'en 1996, n'apparaît plus en 2005.

La logique d'origine a donc été affaiblie progressivement. Notamment, le fait que les contenus de géométrie plane se réorganisent, ou même s'axiomatisent autour de la symétrie axiale tend à se diluer, même s'il reste présent en filigrane.

Du point de vue des contenus spécifiques, on constate une limitation des objectifs, notamment en ce qui concerne les propriétés de conservation, le raisonnement déductif, et le lien entre les aspects statique et dynamique.

[78] Elle est notamment différenciatrice entre les deux enseignants de notre étude. Cela pourrait s'expliquer par le fait que Martine étant plus âgée, a appliqué les programmes précédents.

e. Perspectives : depuis 2005

Depuis les programmes de 2005, une nouvelle version a été publiée en 2007[79], distinguant simplement les connaissances relevant du socle commun des autres, sans modifier les contenus. Une nouvelle version des programmes est également parue en 2008[80], applicable à la rentrée 2009.

Il nous semble que le processus d'affaiblissement du rôle de la symétrie axiale comme organisateur des connaissances en sixième s'accélère.

En effet, si on trouve toujours dans l'introduction des programmes de sixième de 2007, parmi les quatre objectifs de la géométrie, *« utiliser des propriétés de la symétrie axiale, reliées aux notions de médiatrice d'un segment et de bissectrice d'un angle »*, c'est un peu ironique puisque les notions de médiatrice et bissectrice ne sont plus exigibles en sixième ! De la même manière, tout ce qui permettait de faire le lien (notamment les mentions de la symétrie axiale comme outil, par exemple pour justifier les propriétés des quadrilatères) n'est plus exigible non plus. La même remarque vaut pour les contenus spécifiques de la symétrie axiale, le symétrique d'une droite et la mise en évidence du rôle de la médiatrice comme axe de symétrie du segment n'étant plus exigibles. Enfin, dans le paragraphe sur les quadrilatères, ne sont plus exigibles les notions de losange et de cerf-volant, qui sont, parmi les quadrilatères, les plus liés à la symétrie axiale.

Dans la version de 2008, la symétrie axiale n'apparaît même plus parmi les objectifs de la géométrie. La phrase du paragraphe sur les quadrilatères, *« la symétrie orthogonale est mise en jeu le plus fréquemment possible pour <u>justifier</u>[81] les propriétés »* devient : *« La symétrie axiale est mise en jeu pour <u>mettre en évidence</u>[82] certaines propriétés »* et reste non exigible en sixième : le lien au sens de justification mathématique entre la symétrie axiale et les quadrilatères est cette fois perdu. Autre différence : l'idée selon laquelle la symétrie axiale ne devait pas être présentée comme une application du plan dans lui-même[83] disparaît. Enfin, un paragraphe est ajouté dans les capacités : *« Effectuer les tracés de l'image d'une figure par symétrie axiale à l'aide des instruments usuels (règle, équerre, compas) »*, mais son apport ne nous semble pas déterminant, si ce n'est qu'il privilégie encore les constructions à l'aide des instruments de géométrie, autrement dit ce qui relève principalement de GI.

La symétrie axiale, d'objet et outil – à la fois dans le sens d'outil pour réorganiser les connaissances et dans le sens de Douady – est devenue depuis, dans la logique du socle commun, un objet, enseigné pour lui-même presque indépendamment du reste du programme.

---

[79] BO hors série n°6 du 19 avril 2007.

[80] BO spécial n°6 du 28 août 2008.

[81] Souligné par nous.

[82] Idem.

[83] Cette phrase, vestige de la "contre-réforme" de 1985 a probablement été supprimée en considérant que tous les enseignants qui ont connu les mathématiques modernes et seraient donc tentés par cette approche sont désormais à la retraite, et que cela n'aurait même pas effleuré les nouvelles générations !

3. Quelle logique externe ?

Nous entendons par « logique externe » ce qui permet, en examinant les programmes de sixième dans la perspective de la progression des programmes du primaire à la fin du secondaire, de définir les buts, donc, dans une certaine mesure, les principes auxquels l'enseignement de la notion doit obéir en vue d' une progression dans l'apprentissage des mathématiques.

a. Quelle philosophie des programmes de mathématiques et de géométrie en particulier : perspective historique

L'évolution historique des programmes illustre la "philosophie" de l'enseignement des mathématiques. Les principes de l'enseignement de la symétrie axiale sont liés à l'enseignement des transformations (mais pas seulement, comme nous le verrons), de la géométrie et même des mathématiques en général. Ces objets d'enseignement ont évolué, sous l'effet des changements observables non seulement dans l'enseignement des mathématiques, mais aussi de la discipline mathématique elle-même et des buts de l'enseignement en général. Nous renvoyons à l'article d'Antoine Prost (in Belhoste et al., 1996), pour une analyse fine des différents types de réformes, de leurs avènements et motivations divers. Pour notre part, nous nous efforcerons de rendre compte de différents éléments, qui peuvent avoir influencé la définition de la symétrie axiale en tant qu'objet d'enseignement au moment de notre étude.

Les principes qui ont présidé à l'élaboration des programmes depuis l'existence d'un enseignement officiel de mathématiques[84] ont beaucoup évolué. Nous ne citons que les facteurs qui nous semblent les plus importants. De la révolution industrielle influençant la redéfinition des objectifs de l'enseignement public à la fin du 19ème et au début du 20ème siècle (Itard, ibid.), aux modifications de l'économie qui ont entrainé une redéfinition des contenus d'enseignement à la fin des années soixante, certaines évolutions de la société jouent un rôle quant à la définition des objectifs et des contenus d'enseignement ; de même, de la géométrie d'Euclide à l'apparition de nouveaux concepts, telles les transformations ou la géométrie analytique, ébauchée par Descartes, ou même de nouvelles géométries (non-euclidiennes), l'évolution de la discipline mathématique influe également sur la définition des buts et des contenus d'enseignement, se conjuguant avec les facteurs sociétaux externes à la discipline, cités plus haut.

Quels sont les effets de ces différents facteurs sur l'évolution des programmes ? Nous reprenons ici les nombreux travaux existant sur le sujet en nous centrant sur les transformations géométriques, plus particulièrement sur la symétrie axiale).

Les conséquences en ce qui concerne notamment l'enseignement de la géométrie (lequel n'est pas indépendant du reste des mathématiques comme en témoigne l'évolution de sa place à l'intérieur de cet enseignement) sont des variations autour de la géométrie d'Euclide. En effet, celle-ci a toujours été, dès l'origine de l'enseignement des mathématiques jusqu'à aujourd'hui, la référence principale pour l'enseignement de la géométrie dans le secondaire. Cependant, si elle était enseignée presque telle quelle (dans la version de Legendre) à la fin du 19ème siècle en fin de lycée (Gispert et Hulin, 2000), elle était complétée par un enseignement de géométrie analytique en mathématiques spéciales (Itard).

[84] Itard (Itard, 1972) place au 19ème siècle le début d'un tel enseignement.

La reconnaissance des géométries non euclidiennes, en modifiant le statut de la géométrie d'Euclide et par là même celui de la géométrie en général a eu des conséquences importantes. Thiénard, (Thiénard, 1999) parmi d'autres, évoque le rôle que cela a joué dans l'avènement, à partir de la deuxième moitié du 19ème siècle d'autres visions de la géométrie, comme celles de Houël ou encore de Clairaut, dans lesquelles la notion de mouvement joue un rôle central. En outre, le programme d'Erlangen en 1882, en proposant une vision unifiée de la (des) géométrie(s) modifie également le paysage de la géométrie. Dans l'enseignement, cela se traduit d'abord par la réforme de 1852 inspirée de la géométrie de Clairaut. Puis une nouvelle réforme en 1863 (réforme Duruy) rétablit l'enseignement de *« l'admirable enchaînement des propositions d'Euclide »* en condamnant la *« promenade géométrique »* de Clairaut qui *« [habitue] les élèves à se contenter de l'à peu près en matière géométrique »*[85]. De nouveau, une réforme en 1902/1905 s'inspire des idées de Méray dont la géométrie est fondée sur la notion de mouvement. D'après Thiénard (ibid.) comme Bkouche (Bkouche, 1991), l'enseignement de la géométrie *« à la Euclide »* est alors proscrit. On doit partir de l'expérience. *« L'idée directrice est celle d'une géométrie subordonnée à la physique et l'idéologie empirique donne la cohérence didactique »* (Thiénard, ibid.).

Notons que dans les programmes de 1902, la symétrie (axiale et centrale) est mentionnée, dès la seconde, mais pas en tant que transformation : elle est introduite sous son aspect statique, reliée à la problématique d'égalité des figures : *« Figures symétriques par rapport à un point ou à une droite. Deux figures planes symétriques sont égales. »*. En première, on explore en revanche la notion de symétrie et l'on voit apparaître la transformation symétrie (centrale, axiale, par rapport à un plan) comme objet d'enseignement : en première C et D : *« Symétrie par rapport à une droite. Symétrie par rapport à un point. Symétrie par rapport à un plan. Ce dernier mode de symétrie se ramène au précédent. »*

Enfin, dans les classes de mathématiques spéciales, on étudie systématiquement les transformations géométriques (symétries, rotation, translation, homothétie). Quant à la notion de mouvement et de déplacement, elle fait son apparition dans les programmes du lycée, à partir de la première, via la mécanique – dont l'enseignement était alors inclus dans celui de la géométrie. Borel, l'un des promoteurs de la réforme de 1902/1905 et qui va jusqu'à rédiger des livres pour l'enseignement secondaire, précise que pour lui, « *la géométrie est l'étude du groupe des mouvements* ». La géométrie d'Euclide est alors toujours enseignée, mais en établissant les cas d'égalité des triangles à partir de la notion de mouvement – certains auteurs considèrent en l'occurrence que la notion de mouvement était implicite dans les démonstrations d'Euclide – et elle est complétée par les transformations en fin de secondaire. Notons que la symétrie (axiale et centrale) a un statut particulier : elle est introduite d'abord via la problématique des figures égales, puis comme transformation.

L'enseignement des mathématiques, en particulier de la géométrie, subit un reflux à partir de 1925 du fait de l'établissement du "principe d'égalité scientifique" (cf. Gispert et Hulin, ibid.), qui remet au centre de la formation les humanités classiques, et relègue comme avant 1902 l'enseignement des mathématiques en dernière année du secondaire. Ce système est aboli en

---

[85] Victor Duruy, « Circulaire du 22 septembre 1863 », *Circulaires et instructions officielles relatives à l'Instruction publique 1863-1869 (ministère Duruy)*, Paris, Delalain, 1869, pp. 20-22 et 24 cité par Gispert et Hulin (2000).

1941 au profit d'un retour à une système proche de celui de 1902. L'enseignement de la géométrie durant cette période évolue néanmoins, notamment pour les classes de mathématiques élémentaires et spéciales, en s'organisant toujours davantage autour de la notion de transformation géométrique. (cf. l'analyse que Thiénard (ibid.) fait de l'ouvrage *Géométrie – compléments de géométrie* par Deltheil et Caire, première édition en 1939, quatrième en 1950, qui donne d'après lui l'expression définitive de l'exposé de la géométrie par les transformations et dont la première partie du premier chapitre s'intitule Translation, Rotation, Symétries). Dans cet ouvrage, les déplacements jouent le rôle majeur qui leur a été attribué par Klein : leur groupe caractérise la géométrie euclidienne. Les déplacements qui étaient envisagés en classe de maths élémentaires dans le programme de 1891 dans le cadre de la géométrie des figures sont ici envisagées dans le cadre de la géométrie des groupes de Klein.

L'idéologie de l'époque, représentée par Deltheil et Caire, reste très proche de celle du début du siècle de Borel, Hadamard, etc. malgré la diffusion des idées de Hilbert et des développements de l'école et de l'idéologie formalistes. La rupture interviendra avec les maths modernes. D'autre part, d'après Thiénard (ibid.), *« dans le programme des années 50, les transformations deviennent la pierre angulaire du renouvellement du discours géométrique »*. Mais on reste dans une géométrie des figures, y compris dans la tradition de Lie-Klein.

Les programmes de 1945 sont très similaires à ceux de 1902 sur les sujets qui nous intéressent. Toutefois, l'introduction de la symétrie a changé : toutes les transformations (symétries, translation, rotation, homothétie) sont introduites en seconde C, et la symétrie axiale est dissociée de la problématique d'égalité des figures et introduite directement sous son aspect dynamique : *« Symétrie par rapport à une droite »*.

Bref, avant la réforme des mathématiques modernes, les programmes sont toujours fondés sur la géométrie d'Euclide, mais revisités par la notion de mouvement, et complétés, notamment par les transformations, en fin de secondaire. Thiénard (ibid.) parle alors pour les programmes *« d'une grande cohérence d'un point de vue épistémologique. Ils s'inscrivaient dans la première tradition historique de la géométrie pure »*.

Parallèlement s'est développée parmi les mathématiciens une refonte de la géométrie, orchestrée notamment par le collectif Bourbaki, sur des bases structuralistes. Ce courant est la source des réflexions entamées après guerre sur la rénovation de l'enseignement des mathématiques, sous l'impulsion notamment de l'OCDE avec la création de la commission de réflexion sur l'enseignement des mathématiques (CREM). Cette démarche débouche dans les années soixante sur la réforme dite des mathématiques modernes qui "révolutionne" l'enseignement des mathématiques et de la géométrie en particulier.

D'après le rapport Kahane (CREM, 2000), (p. 13), *« l'idée fondamentale de la réforme est de promouvoir, à la place du système d'axiomes (implicite) d'Euclide-Hilbert, la notion d'espace vectoriel »*. Le projet est qualifié par le rapport Kahane de *« cohérent du point de vue mathématique »* (p. 13), mais il analyse certains points qui semblent avoir fait défaut au projet : le *« tout linéaire »* dont l'introduction semblait trop précoce, *« la minoration systématique du rôle des figures » « au profit de l'idée de transformation géométrique du plan et de l'espace tout entier »* (Dieudonné, cité par le rapport Kahane), *« la minoration du rôle des invariants, notamment aire et angle »*, *« l'abandon des cas d'égalité des triangles »* avec pour référence le fameux *« A bas Euclide,* *plus de triangles !* » de Dieudonné, remplacés, dans leur fonction de fondement de la géométrie du secondaire par la symétrie axiale.

Les programmes auraient été conçus avec le souci d'enseigner en termes de structures, et en s'appuyant sur le programme d'Erlangen, mais, d'après Daniel Perrin (2000) *« la plupart des promoteurs de la réforme des mathématiques modernes avaient en tête le programme d'Erlangen, mais pas le codicille que constitue la théorie des invariants, ce qui les a conduits à occulter ceux-ci au profit des seules transformations et cet état de fait perdure encore, sous une forme atténuée certes, de nos jours. »* Pour R. Bkouche (ibid.), c'est une *« caricature »* du programme d'Erlangen.

La géométrie est alors une partie de l'algèbre linéaire et la symétrie axiale est introduite avec les autres transformations comme transformation ponctuelle du plan dans lui-même, élément du groupe des isométries du plan.

Après l'échec des mathématiques modernes, on assiste à une *« contre-réforme »* d'après Bkouche (in Belhoste et al., 1996), avec un retour de la géométrie en tant que telle (et non comme partie de l'algèbre linéaire). Le rapport Kahane précise toutefois qu'il ne s'agit pas d'un retour à la situation antérieure.

L'étude des programmes de 1985 montre que l'enjeu autour des transformations est important : l'introduction des programmes de mathématiques[86] présente les objectifs de l'enseignement au collège ; *« En géométrie, l'élève devra connaître les principales figures de la géométrie plane, leurs propriétés usuelles, il saura dessiner la figure transformée d'une autre figure par quelques transformations simples.* [les autres objectifs sont d'ordre méthodologique] ». Les transformations constituent donc un des enjeux d'apprentissage majeurs du collège en géométrie : elles sont introduites progressivement : la symétrie axiale en sixième, centrale en cinquième, translation et rotation en quatrième, compositions de transformations en troisième.

Dans les programmes de 1996, on note très peu de changements, si ce n'est que la rotation passe en troisième.

Le rapport Kahane nous indique les principes qui ont présidé à l'élaboration des programmes : *« le principe qui gouverne les programmes actuels est l'introduction progressive des transformations (en commençant par la symétrie axiale), sans utiliser les cas d'égalité et de similitude des triangles et en minorant le rôle des invariants (aire, angle) »* (rapport Kahane p. 16) ; *« en ce qui concerne la cohérence mathématique des programmes, ils reposent sur un système d'axiomes (implicite) pas très éloigné de celui d'Euclide, mais dans lequel les cas d'égalité des triangles sont absents (note : ils sont sous-jacents en cinquième dans le paragraphe : construction de triangles), remplacés par l'usage des symétries axiales »* (rapport Kahane, p. 40).

Le rapport note néanmoins plus loin la réintroduction dans les programmes de seconde de 1999, (applicables à la rentrée 2000, qui concernent les élèves ayant suivi les programmes de 1996 du collège), des cas d'égalité des triangles, sous l'intitulé *« triangles isométriques et de même forme »*. Le document d'accompagnement précise explicitement qu'il n'y a rien de nouveau sur les transformations (l'étude de l'homothétie est repoussée en première S), mais propose une réorganisation des connaissances du collège sur les transformations centrée notamment sur la

[86] BO N° 83 du 31 octobre 1985.

problématique des triangles isométriques et de même forme. Si la dénomination *« triangles isométriques »* induit a priori une présentation de la notion via les transformations (isométries du plan), le document d'accompagnement précise néanmoins que cette définition, tout en étant *« celle qui s'inscrit le plus naturellement dans le fil des programmes du collège »* n'est pas la seule possible et que *« Une autre définition, plus intuitive, pourrait être : « deux triangles sont isométriques s'ils ont des côtés et des angles respectivement égaux. » »* – c'est-à-dire définir les triangles isométriques "à la Euclide". Cette réintroduction des cas d'égalité en seconde ne tranche donc pas entre une organisation des contenus de la géométrie plane entièrement autour des transformations et une organisation plus proche de celle d'Euclide. Le choix d'une introduction en classe de seconde, s'il a l'avantage de pondérer un peu les deux tendances *(« entre le "tout transformations" et le "tout cas d'égalité" »*, rapport Kahane p. 16) est néanmoins jugé trop tardif par Perrin (2000). Les programmes de 2009 tranchent la question en supprimant à nouveau ces éléments du programme de seconde (BO n°30 du 23 juillet 2009).

Bkouche (ibid.) dénonce une perte, un manque de cohérence dans les programmes qui sont élaborés après les mathématiques modernes.

De même, Thiénard (ibid., p. 47-48) dénonce le fait que *« contrairement aux précédents, ces programmes*

- *ne relèvent plus d'aucune tradition historique et n'ont donc plus de cohérence épistémologique.*
- *ne s'inscrivent clairement dans aucune problématique de résolution de problèmes. »*

Et à propos de l'enseignement des transformations, central dans ces programmes, il est *« sans problématique propre, sans champ d'application claire »* (ibid., p. 47) et plus loin : *« il ne semble pas abusif d'affirmer que la finalité d'un enseignement des transformations visée par ces programmes n'est pas claire et mériterait d'être réexaminée »* (ibid., p. 48)

Que déduire de ces perspectives historiques ? En premier lieu, le rôle de la symétrie axiale dans le programme de sixième comme organisateur des connaissances est inclus dans un système global : en deuxième lieu, une grande partie des connaissances de géométrie plane du secondaire s'organise autour des transformations. La symétrie axiale jouerait même le rôle de fondement de la géométrie plane : le pliage comme axiome de cette géométrie[87]. L'étude historique nous montre aussi que cela n'a pas toujours été le cas, et que c'est le fruit d'un long processus. Elle aurait remplacé, comme fondement de la géométrie plane, les cas d'égalité des triangles de la géométrie d'Euclide (fondements de la géométrie d'Euclide et base de la géométrie du secondaire avant les mathématiques modernes) et l'algèbre linéaire pour les maths modernes.

Quelle est l' évolution depuis 2005 ?

L'étude des programmes de sixième a montré que cette cohérence-là est de moins en moins évidente depuis 2005. Plus globalement, dans les programmes du collège, (versions 2005, 2007, 2008 et jusqu'aux programmes de seconde parus le premier juillet 2009), on observe que la

[87] Une référence pour une description de cette géométrie est Annie Cousin-Fauconnet, (*Enseigner la géométrie au collège,* Armand Colin, 1995), citée par le rapport Kahane, et dont une analyse rapide est faite par Daniel Perrin dans Pariès et al., 2007.

cohérence, notamment l'organisation des contenus autour des transformations, s'affaiblit et disparaît progressivement. En effet, même si on trouve encore dans l'introduction des programmes du collège, parmi les objectifs de la partie géométrie : *« découvrir quelques transformations géométriques simples : symétries, translations, rotations »*, les translations et rotations ne sont plus enseignées au collège dès les programmes de 2005 ! Ce qui est étiqueté comme contenus reliés aux transformations géométriques dans les programmes consiste en la symétrie axiale en sixième, centrale en cinquième, et les agrandissements et réductions de figures en quatrième et troisième, mais sans référence explicite à des transformations pour ces derniers. Cet objectif devient, dans les programmes de 2008 : *« - découvrir quelques transformations géométriques simples : symétries : symétries axiales et centrales »*. L'enseignement des transformations au collège a donc été largement amputé. Toutefois, les introductions des programmes de sixième et cinquième mentionnent toujours, dans la partie géométrie, le rôle des transformations : en cinquième par exemple, *« la symétrie centrale, permet de réorganiser et de compléter les connaissances sur les figures »* même si on ajoute : *« Le programme s'organise autour du triangle et du parallélogramme »*.

Une autre tendance se dégage : si la symétrie axiale est toujours introduite en sixième, certains contenus n'y sont plus exigibles et ont été transférés en cinquième et quatrième en 2007. On trouve de ce fait un paragraphe consacré à la symétrie axiale en cinquième et qui contient le symétrique d'une droite, ainsi que le rôle de la médiatrice (celle-ci n'étant plus une connaissance exigible en sixième) comme axe de symétrie du segment ; on a également ajouté, à la phrase mentionnant en 2005 les « figures simples ayant un centre de symétrie », les mots « ou des axes de symétrie ». Enfin, malgré la disparition des translations en quatrième en 2005, on trouve dans le programme de 2007 une référence à une transformation dans le programme de quatrième : c'est le fait que la construction au compas de la bissectrice (qui n'est plus exigible en sixième) est reliée à la symétrie axiale, mais cela n'est pas exigible pour le socle.

Il semble donc qu'après une dynamique descendante des contenus liés à l'enseignement des transformations, c'est-à-dire le fait que l'enseignement des transformations soit passé au cours du siècle des classes postsecondaires au lycée, puis au collège, phénomène atteignant son apogée avec les programmes de 1985 (la symétrie axiale en sixième, la symétrie centrale en cinquième, la translation et la rotation en quatrième et les compositions de transformations en troisième), la tendance devient ascendante avec une remontée dans les niveaux scolaires des transformations, la première (symétrie axiale) restant toutefois introduite en sixième. Enfin, la réintroduction des cas d'égalité des triangles en seconde rétablissait dans une certaine mesure un équilibre entre les deux axiomatisations ("à la Euclide" ou par les transformations) jusqu'à 2009, mais sa suppression marque nettement la fin du statut des transformations géométriques comme organisateurs des enseignements de géométrie, d'autant que la géométrie elle-même ne semble plus être un enjeu d'enseignement au début du lycée (cf. supra, la remarque faite sur le premier projet de programme de seconde).

L'article de Kahane (in Belhoste et al., 1996) nous donne des pistes sur ces changements de philosophie et ces tendances : *« les mathématiques apparaissaient hier comme science des structures et aujourd'hui comme science d'interactions et science des modèles »*. L'article de Kahane date de 1996, mais cette affirmation semble trouver un écho dans les programmes actuels : par exemple, le document d'accompagnement de la géométrie au collège (juillet 2007) présente comme première des *« trois finalités primordiales et complémentaires [qui] peuvent être distinguées et assignées à l'enseignement de la géométrie au collège »* le fait de *« développer une capacité à géométriser un problème spatial ou non, ce qui implique la nécessité de construire un modèle à l'aide d'objets géométriques et de le travailler à l'aide de savoirs géométriques. ».*

b. La symétrie axiale, une transformation géométrique particulière

On a vu ci-dessus comment la symétrie axiale, après les mathématiques modernes, dans une organisation des contenus de géométrie plane autour des transformations, a le privilège d'être la première introduite et de jouer un rôle de base de l'axiomatisation.

Mais son statut particulier au sein des transformations géométriques revêt d'autres aspects. Nous avions vu dans la première partie de ce chapitre qu'elle avait déjà un statut particulier au sein des transformations dans les savoirs de référence. En effet, , principalement dans son aspect statique, la symétrie axiale a existé avant et indépendamment de la notion de transformation géométrique, à la fois hors des mathématiques (la symétrie bilatérale comme outil de perception, ou encore la symétrie dans l'architecture, etc.) et dans les mathématiques (la notion d'axe de symétrie, vu comme type de régularité d'une figure existait avant les transformations géométriques). Or, il nous semble que la symétrie axiale en tant qu'objet d'enseignement porte aussi des traces de cette particularité.

Tout d'abord, elle apparaissait parfois dans les programmes de collège avant même que les transformations géométriques y deviennent en tant que telles des objets d'enseignement. Par exemple, en 1945, époque où la géométrie était enseignée au collège selon les principes des Eléments d'Euclide et où les cas d'égalité des triangles jouaient le rôle de fondements, il est fait référence à la symétrie axiale dans le programme de cinquième :

> *Les deux premiers cas d'égalité des triangles. Triangle rectangle. Triangle isocèle (<u>la définition et l'utilisation de la symétrie par rapport à une droite sont facultatives</u>[88]). Troisième cas d'égalité des triangles. Cas d'égalité des triangles rectangles.*

Les enseignants introduisaient-ils la symétrie axiale à cette occasion ? On peut penser qu'elle aurait été tout au plus présentée comme outil pour justifier les propriétés du triangle isocèle, via l'axe de symétrie. En tout cas, même si elle apparaît, ce n'est pas en tant qu'objet d'enseignement à part entière.

D'autre part, la symétrie axiale apparaît depuis le début du 20ème siècle dans les programmes de primaire, mais sous des formes extrêmement variées selon les époques.

Par exemple, dans les programmes de 1920 et 1923, on trouve, dès le cours préparatoire, dans la rubrique *« dessins d'ornement »*, que *« les élèves doivent être capables de réaliser de petits dessins symétriques »* ou *« faire des pliages [de quadrilatères] selon les axes »* (sans préciser s'il s'agit d'axes de symétrie) *« disposer des gommettes symétriquement par rapport à un pli »* ; puis, au cours élémentaire, dans la rubrique *« travail manuel »*, *« montrer par le pliage, la symétrie du trapèze »* ; au cours moyen, enfin, en *« travaux manuels »*, le *« découpage de motifs symétriques par rapport à un axe ou à deux axes »*, tandis qu'on trouve dans la rubrique géométrie *« triangles :*

[88] Souligné par nous.

[…] vérification des cas d'égalité ». Après la guerre, les programmes sont modernisés, et on trouve au cours élémentaire, dans les programmes de 1945, que

> *Les notions de géométrie doivent être comprises comme des exercices d'observation et de leçons de choses en même temps qu'un premier apprentissage du dessin et du travail manuel (découpage et pliage). Le pliage d'un carré pour la construction d'une cocotte peut fournir de nombreuses remarques : égalité de côtés, égalités d'angles droits, partage d'un angle droit en deux angles de 45°, <u>centre et axe de symétrie</u>[89], etc.*

Ces *« leçons de choses »* doivent être *« un peu précisées au cours moyen en introduisant l'usage de quelques mots nouveaux et l'emploi de quelques instruments simples : règles, équerres, compas »*. Dans les programmes de 1966, on trouve dans la rubrique *« dessin »* que les élèves doivent acquérir *« les principales lois qui régissent l'organisation des surfaces selon les principes de la répétition, de l'alternance, du rayonnement et de la symétrie »* et plus loin *« la décoration, équilibre et harmonie […] la symétrie : une figure reproduite de part et d'autre, de manière à ce que chacun de ses points se trouve à égale distance de cet axe, constitue un motif symétrique »*.

Il semblerait que l'on fasse donc référence dans ces programmes non pas au concept mathématique de symétrie, mais au concept quotidien, pratique, dans son aspect statique, représentant un certain type de régularité.

Dans les programmes de 1985, probablement en tant que vestiges des programmes des maths modernes, on trouve au cours élémentaire : *« Application à des objets géométriques des transformations ponctuelles (symétrie, translation) »* en ajoutant la rotation au cours moyen. Les transformations sont donc introduites dès l'école primaire comme concepts mathématiques, théoriques et formalisés. (au niveau 2 du classement de Grenier et Laborde (1987))

Dans les programmes de 2002, on retrouve la notion de symétrie comme concept quotidien, outil de perception, ainsi que les prémisses du concept mathématique, mais limités au pliage : en cycle 2, les élèves doivent savoir : *« Vérifier par pliage si une figure a un axe de symétrie »* et *« Produire le symétrique d'une figure par rapport à une ligne droite par pliage »*. Les commentaires parlent d'une *« première approche de la symétrie en cycle 2 »*. Au cycle 3, on trouve la symétrie axiale dans les relations et propriétés géométriques des figures que les élèves doivent connaître. Les compétences exigibles sont également celles qui correspondent au concept mathématique, même si les techniques employées restent rudimentaires (pliage, calque, miroir). Il s'agit d'après le document d'accompagnement sur la liaison école-collège de la *« mise en place d'images mentales pour les principaux concepts rencontrés »*, mais les élèves doivent maîtriser un certain nombre de compétences : *« Concernant la symétrie, les élèves savent compléter une figure en utilisant des techniques de pliage ou le papier calque. Ils savent aussi construire le symétrique d'une figure sur quadrillage (axe vertical, horizontal ou en suivant une diagonale) »*.

Conclusion

L'enseignement de la symétrie axiale en sixième en 2005 nous semble au point de rencontre de deux dynamiques de direction contraire : d'une part, des contenus de l'école primaire qui "remontent", et d'autre part, une formalisation et des transformations qui "descendent".

[89] Souligné par nous.

L'enseignement de la symétrie axiale en sixième en 2005 doit conjuguer (unifier ?) deux facettes différentes et relativement indépendantes :

- la symétrie axiale comme régularité, telle qu'elle est enseignée à l'école primaire, plus proche d'un concept quotidien (outil de perception, pliage, miroir, …)
- la symétrie axiale comme transformation géométrique, outil d'organisation voire d'axiomatisation des connaissances de géométrie plane.

Ces éléments ne sont pas contradictoires a priori (ils relèvent et sont tout à la fois constitutifs d'un même concept), mais leurs rôles respectifs dans la constitution du concept scientifique (mathématique) de symétrie axiale sont très différents. On peut supposer que cela représente un obstacle pour l'enseignement, avec des options variées pour le surmonter : s'appuyer sur le premier pour introduire le concept scientifique et redéfinir a posteriori la notion d'axe de symétrie par l'invariance dans la transformation, ou bien introduire directement le concept scientifique de la transformation géométrique sans faire le lien avec le reste.

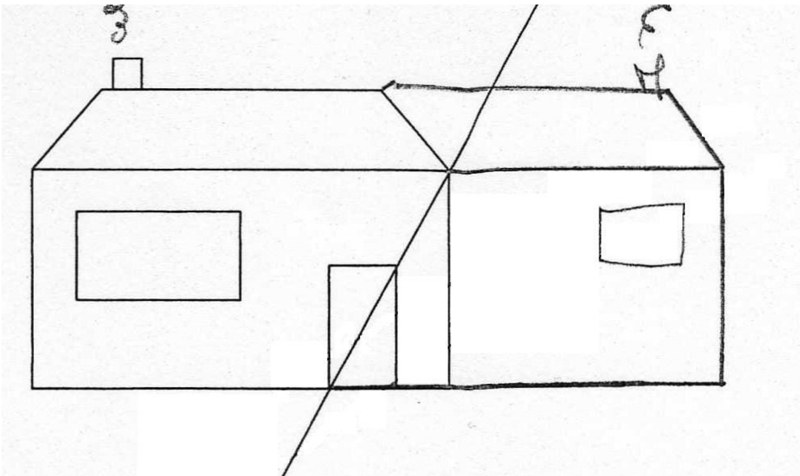
Le risque est de voir coexister deux organisations mathématiques : l'une se rapportant à la symétrie axiale comme transformation géométrique de niveau élevé et l'autre, se rapportant à l'objet axe de symétrie, moins "mathématisé".

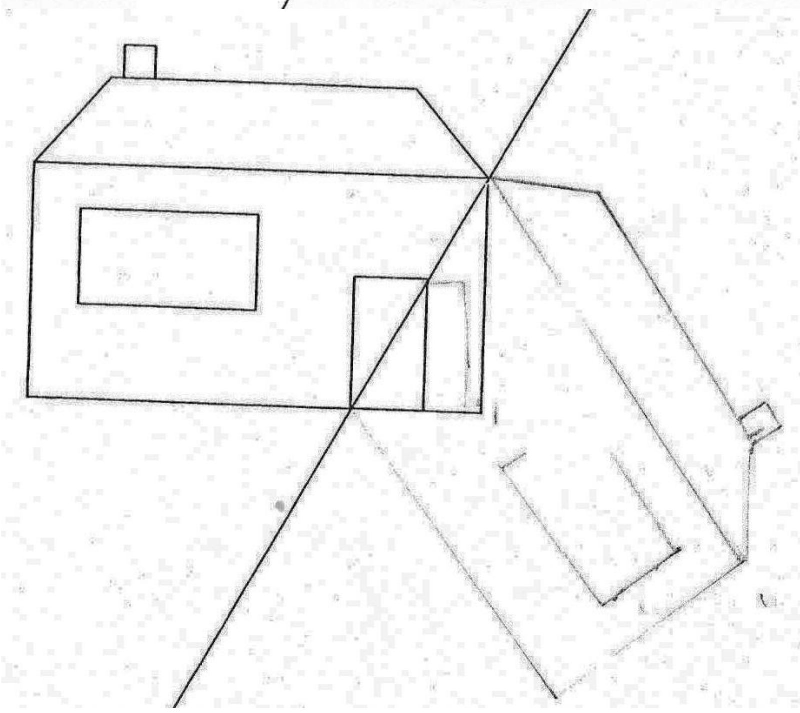
En effet, la notion d'axe de symétrie préexistant (à la fois comme concept quotidien et dans l'enseignement) à la notion de transformation, les options satisfaisantes pour unifier les deux en un concept scientifique (impliquant la définition de l'axe de symétrie par l'invariance dans la transformation) sont difficiles à la fois à élaborer (la notion d'invariance peut être ardue en sixième) et à motiver, hormis par des considérations théoriques, a priori hors de portée d'un élève de sixième.

Annexe 3 : exemples de conceptions erronées ; illustration sur des productions d'élèves

- Exemple 1 : la symétrie comme transformation d'un demi-plan dans un autre et la conception fausse d'alignement (cas particulier des conceptions erronées liées aux axes horizontaux et verticaux[90]).

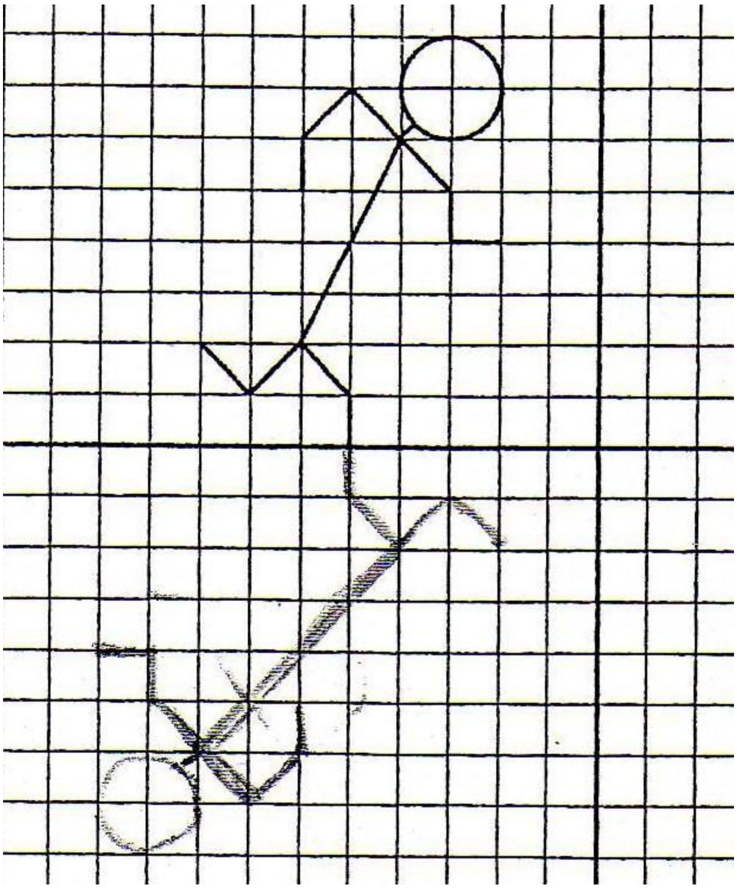
Sur les deux figures suivantes, la symétrie n'a été appliquée qu'aux éléments de la figure situés en haut à gauche. D'autre part, dans le premier cas, les symétriques ont été réalisés dans l'alignement des segments initiaux ; dans le deuxième cas, cette deuxième conception erronée ne s'est manifestée que pour la "porte".





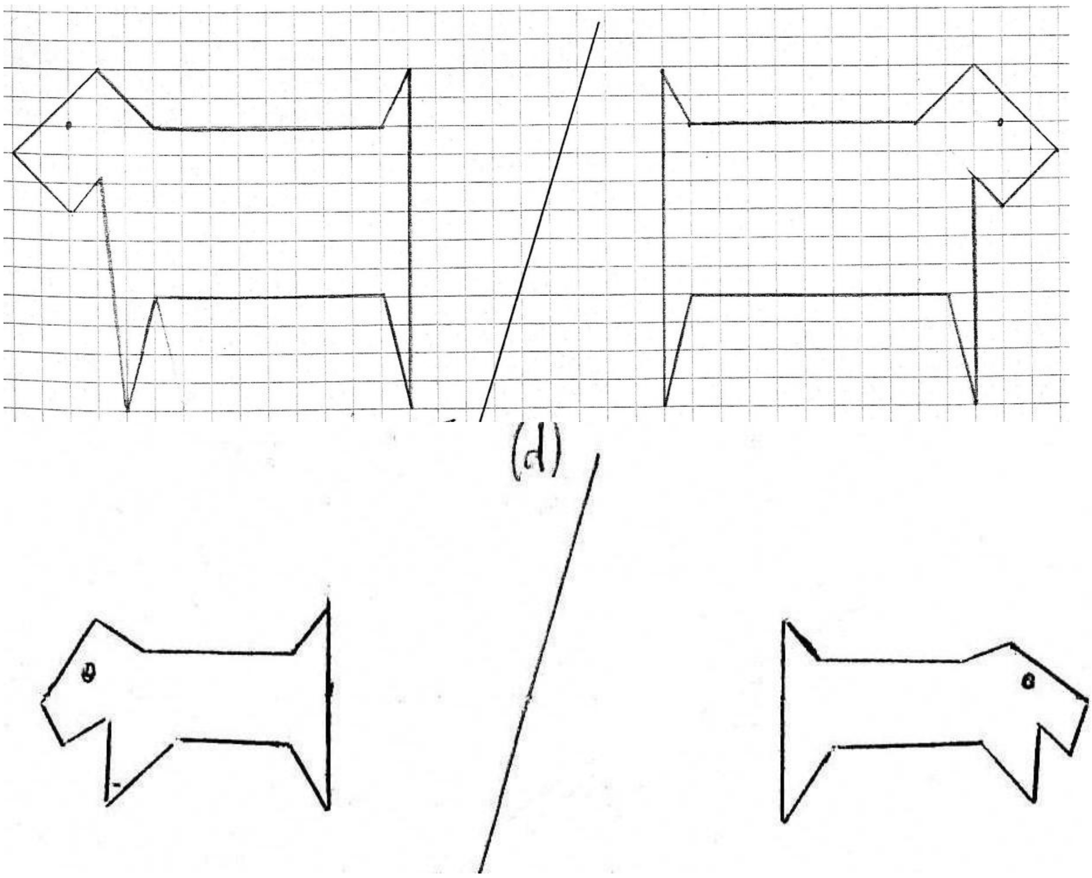
[90] Dans les deux cas présentés ici, la "maison" initiale est orientée de manière usuelle, i.e. les segments sont tous verticaux ou horizontaux.

- Exemle 2 : confusion avec la symétrie centrale :



- Exemple 3 : conception erronée liée aux axes verticaux et horizontaux :

On note que ces conceptions peuvent se manifester même lorsque le papier est uni. D'autre part, on observe que, si l'orientation de la figure n'a pas été respectée, en revanche, un retournement droite/gauche a été effectué, et la distance à l'axe est "globalement conservée" (cf. citation Grenier).



Annexe 4 : Analyse des manuels

Notre analyse porte sur 8 manuels de sixième, tous déclarés conformes au programme de 2005 : Multimath (Hatier), Dimathème (Didier), Bréal, Phare (Hachette éducation), Magnard, Diabolo (Hachette éducation), Triangle (Hatier) et Transmath (Nathan)[91].

Le premier tableau (coupé en deux pour les besoins de la mise en page) est une étude chronologique des différents éléments du (ou des) chapitres consacrés à la symétrie axiale. Nous avons porté notre attention uniquement sur les activités (première partie du tableau) et le cours (deuxième partie du tableau), les exercices méritant d'après nous une étude spécifique, nettement plus coûteuse en temps et n'étant pas essentielle à notre projet. La deuxième partie du tableau comporte en outre une dernière colonne qui précise le contenu du deuxième chapitre éventuel consacré à la symétrie dans le manuel.

Ce tableau nous a permis d'en établir un second qui reprend les analyses selon les critères établis à l'issue de l'étude des savoirs de référence et des programmes : aspects statique et dynamique, définition de l'aspect statique, niveaux[92] d'appréhension de la transformation (définis par Grenier et Laborde, actes du colloque de Sèvres) et la place de la médiatrice.

La synthèse proposée dans le corps du chapitre tient compte de ces deux tableaux.

[91] Les manuels utilisés par les enseignants de l'étude sont : Transmath pour Denis et Bréal pour Martine.

[92] Le niveau 1 désigne une approche de la transformation par son action sur les figures, au niveau global ; le niveau 2 désigne une approche de la transformation par la transformation ponctuelle, analytique.

Tableau 1 – première partie : Analyse du scénario (chronologie) dans les manuels : les activités

	ACTIVITES							
Phare	Symétrique d'une figure pliage ; conclut sur deux figures symétriques	Symétrique d'un point pliage	Propriétés par constatation sur pliages précédents	Construction symétrique d'un point (pliage) pour définition	Construire symétrique d'un cercle	axes de symétrie par pliage (les deux parties), invariance (la figure)		
Transmath	Reconnaître un axe de symétrie pliage figures stylisées puis perceptif (y compris figures doubles)	Symétrique d'un point à partir de l'observation de 2 figures symétriques puis construction	Construction symétriques de figures analytique	Construction axes de symétrie	Propriétés de la médiatrice et construction	Construction bissectrice		
Bréal	Axes de symétrie par pliage ; (dessins géométriques)	symétrique d'une figure par pliage	Symétrique d'une figure par quadrillage	Symétrique d'un point (pliage puis constater) puis construire	Symétrique figures de base (analytique)	Construire le symétrique d'une figure (analytique)		
Diabolo	Reconnaître axe de symétrie pliage (dessins figuratifs uniques)	Symétrique d'une figure et 2 figures symétriques pliage	Symétrique d'une figure quadrillage (une figure et une demi-figure)	Reconnaître des axes de symétrie	Points symétriques reconnaître puis construire	propriétés	médiatrice	bissectrice
Dimathème	Axes (reconnaissance perceptive) reflet, figures géométriques, dessins géométriques et figuratifs	Construction symétrique d'une figure quadrillage	Propriétés sur figures coupées par l'axe	Axes (perceptif) sur dessins figuratifs	Axes (perceptif sur dessin géométrique avec réflexion)	Construction symétrique figures par pliage (analytique)	Construction symétriques de figures sur quadrillage (induit analytique)	Construction symétrique d'une figure (analytique) Puis au compas
Magnard	Reconnaissance de 2 figures symétriques par pliage (une coupée par l'axe)	Reconnaissance axe de symétrie d'une figure	Constructions symétriques de figures quadrillage et à main levée global, calque pour vérifier	Reconnaissance 2 figures symétriques + propriétés	Constructions symétriques de figures usuelles (point, carré, triangle)	Propriétés de la médiatrice	bissectrice	Triangles et quadrilatères
Multimath	2 figures symétriques (reconnaître la superposition par calque)	Construction symétrique d'une figure (calque)	Reconnaître points symétriques (propriétés)	Construction symétrique d'un cercle puis d'un segment coupé par l'axe (méthode analytique)	Médiatrice propriétés			
Triangle	2 figures symétriques (reconnaissance + pliage)	Construction symétrique d'un point et des figures de base et usuelles méthode analytique	Axes de symétrie d'une figure (pliage des deux parties)	Axe de symétrie d'un segment, d'un angle, des figures usuelles	Exécuter un tracer,	Raisonner (y compris sur des constructions)		

Tableau 1 – deuxième partie : Analyse du scénario (chronologie) dans les manuels : le cours

	COURS							Chapitre suivant
Phare	2 Figures symétriques pliage	médiatrice	Symétrique d'un point médiatrice	Propriétés + construction symétriques de figures (analytique) comme conséquences	Axes de symétrie d'une figure dessins géométriques + cercle			Axes de symétrie d'un segment, médiatrice (propriétés), bissectrice, triangles et quadrilatères
Transmath	2 Figures symétriques par pliage	conservation	Axe de symétrie par invariance	Symétrique d'un point par médiatrice	Symétriques de figures de base (analytique induit)	Axes de symétrie de figures de base	Propriétés de la médiatrice	
Bréal	2 figures symétriques par pliage (mais titre symétrique d'une figure)	Symétrique d'un point par perpendiculaire et milieu ; Médiatrice en remarque Construction symétrique d'un point	Propriétés + construction symétriques de figures de base. analytique	Construire le symétrique d'une figure (analytique)				Axe de symétrie par pliage et invariance, médiatrice (propriétés), bissectrice, triangles et quadrilatères ; cours : axe par pliage
Diabolo	Axe de symétrie deux parties d'une figure pliage	Deux figures symétriques	propriétés	Construction symétriques de figures de base (analytique)	Médiatrice définition + propriétés + construction symétrique d'un point au compas	bissectrice		
Dimathème	Symétrique d'un point avec médiatrice	Propriétés (plutôt dynamique)	Bissectrice et médiatrice (axes de symétrie seulement)	Axes de symétrie des triangles et quadrilatères				
Magnard	2 figures symétriques (pliage)	Axe de symétrie d'une figure (2 parties d'une figure pliage)	propriétés	Médiatrice et bissectrice (axes de symétrie seulement)	Triangles et quadrilatères : axes de symétrie			
Multimath	2 figures symétriques (pliage)	propriétés	Médiatrice (définition) + définition points symétriques avec médiatrice	Constructions symétriques de figures et médiatrice au compas				Axe de symétrie d'une figure (invariance + remarque sur les deux morceaux), médiatrice (propriétés), bissectrice, triangles et quadrilatères
Triangle	2 figures symétriques (pliage)	propriétés	Points symétriques par médiatrice	Axes de symétrie des figures usuelles	Médiatrice axe de symétrie du segment	Bissectrice axe de symétrie		

Tableau 2 : Analyse selon les critères

	Dynamique/statique	Définition statique	médiatrice	niveau 1 (Global)/ niveau 2 (analytique)
Phare	Activités : D/M puis D puis S (invariance) Cours : M puis D	En fin d'activité, invariance et pliage, pas défini dans le cours	Juste avant symétrique de points	Figure pour l'intro puis points d'abord pliage puis définition médiatrice peu d'analytique
Transmath	Activités : S(pliage)/M puis D Cours : M S (invariance) D	Pliage au début (première activité avec figures doubles) puis invariance dans le cours (incohérent)	Avant, utilisée dans la définition pour les points	Figures pour l'intro et global un peu mais analytique rapide
Bréal	Activités : S (pliage) D surtout D : S pour l'intro seulement Cours : M D Séparation dynamique / statique dans deux chapitres	Pliage Invariance dans le chapitre d'après (avec un vrai travail) mais seulement en activité, par pliage dans le cours	En remarque du symétrique d'un point puis propriétés dans le chapitre sur le statique	Activité : Global pas mal (y compris construction de symétriques de figures sur quadrillage) puis analytique Cours : global pour intro, puis analytique
Diabolo	Activités : S D/M M Cours : S M(y compris propriétés) D	Pliage (dessins figuratifs uniques), distingue dans le cours axe de symétrie (pour deux parties d'une figure) et 2 figures symétriques	Juste avant définition du symétrique d'un point	Figures beaucoup, analytique tard et avec figures avant point
Dimathème	Activités : S(pliage)/M D M S (invariance) D Cours : D Grande opposition activités/cours : cours très niveau 2, GII, ... activités plus mélangées et progressives	Au début perceptif, pliage (avec figures uniques, dans l'intro des activités) puis perceptif dans les activités (sur figuratif et sur géométrique), pas de mention dans le cours	Avant, utilisée pour la définition du symétrique d'un point	Activités : beaucoup global, puis analytique mais sur les figures dans les activités Cours : point dès le début
Magnard	Activités : M S (perceptif) D Cours : M S pas de dynamique sauf les propriétés	Connu dans les activités, donc pas défini Distingue deux parties d'une figure (avec pliage) et 2 figures symétriques dans le cours	avant	Global presque entièrement sauf une activité sur l'analytique pour la construction de symétriques
Multimath	Activités : M D Cours : M (y compris pour définir les points) D Le statique est réservé au chapitre suivant	Invariance + les deux morceaux (pliage)	Juste avant les points symétriques	Global au début, puis analytique
Triangle	Activités : M D S(pliage des deux parties d'une figure) Cours : M rien sur les constructions de symétriques, tout le dynamique se limite à une activité	Pliage des deux parties de la figure	Avant, utilisé pour la définition	Global sauf l'activité de construction de symétriques (analytique)

Légende : S signifie statique ; D pour dynamique et M pour mixte (i.e. des définitions comme « deux figures symétriques »)

Chapitre 3 Méthodologie

Nous présentons dans ce chapitre la méthodologie que nous avons employée pour analyser les activités des élèves dans des classes de sixième sur le thème de la symétrie axiale. Le chapitre est construit en exposant d'abord la méthodologie que nous avons bâtie pour analyser les scénarios, c'est-à-dire tout ce qui correspond au projet de l'enseignant (choix et organisation a priori des contenus, ainsi que les formes de travail prévues), puis les déroulements (ce qui s'est effectivement passé), et enfin la manière dont nous nous servons des productions des élèves en contrôles pour évaluer l'effet de l'enseignement reçu. Des analyses d'une autre nature seront menées ultérieurement sur les pratiques et la méthodologie associée sera présentée en temps utile.

Comme nous l'avons précisé dans le chapitre 1, l'objet de nos analyses est l'activité mathématique (au sens de la théorie de l'activité) développée par les élèves. Nous établissons donc des prévisions sur les activités que le scénario conçu par l'enseignant peut provoquer – activités prévisibles à partir des tâches proposées –, puis la façon dont les déroulements en classe permettent ou non leur réalisation, les modifient, y font obstacle, en provoquent d'autres qui n'étaient pas prévues ... Lors de l'analyse du déroulement, nous cherchons notamment à reconstituer au plus près les activités possibles des élèves, sans méconnaître les limites auxquelles l'exercice se heurte : nous n'avons qu'un accès partiel à ces activités, une partie d'entre elles étant par définition impossible à observer, par exemple ce qui se passe dans la tête de l'élève ou ce qu'il se retient de faire ; il ne s'agit en outre que d'activités *possibles* dans la mesure où nous ne nous sommes pas donné les moyens d'observer les – traces des – activités réelles de *chaque* élève de la classe : nous ne déterminons qu'un empan d'activités possibles, entre activités *a maxima* (celles que développe un élève qui se met au travail seul dès que la tâche est distribuée) et activités *a minima* (celles d'un élève qui attend par exemple les aides de l'enseignant pour se mettre au travail) .

1. L'analyse des scénarios

L'étude du scénario de chacun des enseignants est faite à partir des énoncés des exercices qu'il propose, des cours écrits (éventuellement du document de l'enseignant, sinon d'un cahier d'élève) et des entretiens préalables que nous avons menés avec lui. Après une étude a priori de chaque exercice proposé, nous reconstituons le scénario de manière chronologique (dans la mesure du possible[93]) afin de l'analyser globalement. Les exercices sont numérotés dans l'ordre de traitement (cf. la liste des exercices en annexe). L'ensemble des analyses ne figurant pas dans la thèse pour des raisons de place[94] et d'intérêt pour le propos, nous émaillons la présentation de la méthodologie d'exemples pour que le lecteur puisse se faire une idée des analyses réalisées.

a. L'analyse des tâches

[93] Lorsque des "devoirs maison" sont donnés pour la semaine suivante, il est difficile de les situer chronologiquement par rapport aux exercices traités dans la semaine, faute de savoir quand les élèves les ont faits.

[94] Chacun des scénarios comporte environ 30 exercices et 80 tâches, une analyse de tâches nécessitant parfois plusieurs pages.

Chaque exercice est découpé en *tâches* à effectuer (une lettre est associée à chaque tâche[95]), une tâche étant définie comme une question mathématique amenant à développer une résolution. La tâche correspond à l'unité la plus petite permettant de comprendre le travail de l'élève, c'est-à-dire permettant de comprendre l'activité provoquée par la tâche ; une tâche correspond, le plus souvent, à une question d'un exercice. La résolution d'une tâche met en jeu des connaissances de divers ordres (plus ou moins conceptuelles, procédurales ou techniques) dans un domaine de travail donné (caractérisé par un paradigme géométrique et une conception – globale ou analytique –des figures). L'analyse de chaque tâche s'appuie sur l'analyse des connaissances en jeu et de leurs *mises en fonctionnement* au sens large, compte tenu de la spécificité du chapitre concernant la symétrie axiale en sixième.

Un outil pour analyser les tâches : les procédures de résolution possibles
L'activité que l'élève va déployer sur la tâche – donc les apprentissages qui vont en découler – dépend de la *procédure de résolution* à laquelle il va recourir et c'est ce qui pilote notre analyse des tâches. Nous entendons par cette expression ce que l'élève peut faire pour résoudre la tâche, de son point de vue et non du point de vue du professeur ou du savoir ; en particulier, cela inclut des procédures justes et fausses, attendues – à la fois comme réponses considérées comme justes et erreurs anticipées – par l'enseignant ou non. Par exemple, pour obtenir le symétrique d'un point, un élève peut procéder avec un calque, par pliage, en traçant la perpendiculaire à l'équerre puis en reportant la longueur à la règle ou au compas, en construisant le symétrique uniquement au compas, en le plaçant "en face" au jugé, … ; en outre, selon le moment dans le chapitre, les procédures attendues ne sont pas nécessairement les mêmes pour une même tâche.

Comme nous l'expliquons en détail ci-dessous, les procédures de résolution possibles sont établies en fonction de la tâche (sa nature, sa fonction dans le scénario, les variables didactiques, l'énoncé, …) ainsi que des domaines de travail (paradigme géométrique et conception – globale ou analytique[96] – des figures) qu'elle peut mettre en jeu. Pour chaque procédure de résolution possible, nous répertorions les connaissances de divers ordres (plus ou moins conceptuelles) en jeu et les *niveaux de mise en fonctionnement* de ces connaissances (Robert in Vandebrouck, 2008), en particulier les *adaptations* nécessaires ; nous considérons également les conceptions de la symétrie en jeu, les difficultés particulières, les moyens de contrôle que l'élève peut mobiliser, et nous en inférons des hypothèses sur les apprentissages qui peuvent en résulter.

Nous avons choisi de nous intéresser aux procédures de résolution possibles, au-delà des procédures de résolution attendues (notamment celles que l'on élabore en prenant le point de vue du savoir), parce qu'il nous semble que :

- d'une part elles permettent de mieux approcher les activités effectives que les élèves vont développer sur les tâches,

[95] Une tâche est ainsi indiquée par un numéro (qui correspond au numéro de l'exercice) et par une lettre lorsque l'exercice contient plusieurs tâches. Certaines références sont assorties d'un *prime* lorsqu'il s'agit d'une tâche qui a été ajoutée durant le déroulement à partir d'une tâche initiale ; d'autres sont assorties d'un *bis* qui correspond à un exercice découpé en deux parties distinctes.
[96] Cette distinction est à rapprocher des niveaux d'appréhension des transformations de Grenier et Laborde (1987 et cf. chapitre 2), ainsi que de la notion de déconstruction dimensionnelle des formes de Duval (2005).

- d'autre part pour nous adapter au plus près au fait que la symétrie axiale ait été abordée au primaire et qu'elle est en sixième un contenu à la charnière du changement de paradigme géométrique, et appréhendé à deux niveaux différents (global et local, niveaux 1 et 2 de Grenier et Laborde, 1987) (cf. chapitre 2). Cela a pour conséquence en effet que les tâches peuvent être interprétées de manières très diverses par les élèves ; autrement dit, une même tâche prescrite peut donner lieu à des tâches effectives très différentes, ce dont les procédures de résolution possibles telles que nous les concevons peuvent, au moins partiellement, rendre compte.

Genre de tâches et variables didactiques

En outre, indépendamment des procédures de résolution possibles mais pour permettre de les établir, chaque tâche est classée selon son *genre*, en empruntant la classification en types de problèmes établie par Lima (Lima, 2006)[97], à propos de la symétrie axiale en sixième : tâche de *reconnaissance* (il s'agit de reconnaître le symétrique d'une figure, des figures symétriques l'une de l'autre, un axe de symétrie…), tâche de *construction* (il s'agit de construire le symétrique d'une figure, un axe de symétrie…) et tâche de *preuve* (il s'agit d'établir la nature d'une figure, la longueur d'un segment… et de justifier en utilisant une propriété) sont les trois genres dominants. Nous ajoutons pour les tâches liées à la symétrie axiale, les tâches de *dessin*, pour distinguer les tâches où il s'agit d'un dessin approximatif – en général à main levée – de véritables constructions géométriques (même si celles-ci sont dans GI[98]). D'autre part, certaines tâches dans les scénarios ne relèvent pas des genres ci-dessus : nous distinguons ainsi des tâches de *calcul* et deux tâches que nous n'avons pas pu classer : l'exercice 20 du scénario de Denis où il s'agit d'écrire le programme de construction d'une figure et l'exercice 22 du scénario de Martine où il s'agit de trouver, pour un nombre d'axes de symétrie donné, des exemples de figures géométriques, que nous avons qualifié d'exercice de *classement*.

On considère également pour chaque tâche un certain nombre de *variables didactiques*[99] qui peuvent influencer les procédures de résolution possibles :

- Spécificités de la figure F (segments parallèles ou non, …)
- Nature de F (figure géométrique, figurant un objet réel…)
- Orientation de F sur la feuille (vertical, horizontal, oblique)
- Orientation de l'axe (vertical, horizontal, oblique)
- Orientation de F par rapport à l'axe
- Distance entre la figure et l'axe (non nulle, figure touchant l'axe, figure coupée par l'axe)
- Type de papier (blanc, quadrillé, pointillé, mixte[100])

[97] Lima parle de nature ou type de *problème* ; nous préférons le mot *tâche* qui nous semble plus adapté, tous les exercices en sixième ne constituant pas nécessairement des problèmes.

[98] Cf. les paradigmes géométriques dans le chapitre 2.

[99] Nous reprenons ici les variables didactiques listées par Lima dans sa thèse, dont nous excluons cependant le genre de la tâche, que nous traitons à part. Lima précise qu'elle reprend la définition donnée par Margolinas (Margolinas, 1992) de la notion de variable didactique : *« D'après Margolinas, une variable didactique est :*
- un élément de la situation sur laquelle le maître peut agir,
- qui provoque des changements qualitatifs dans les procédures de résolution des élèves,
- qui permet d'expliquer les résultats de l'enseignement et d'agir sur eux,
- et qui provoque une modification dans l'apprentissage. » Margolinas (1992, p. 129), cité par Lima, (Lima 2006, p.69).

- Instruments de dessin et techniques disponibles (pliage, équerre et compas, …)
- Position relative de F et F' (dans les problèmes de reconnaissance ou de construction d'un axe de symétrie).

Une fois déterminé le genre de la tâche et précisé les variables, nous cherchons sa *fonction* dans le scénario, c'est-à-dire le rôle joué par la tâche dans l'itinéraire cognitif[101] prévu par ce scénario. Par exemple, selon qu'une tâche de construction est placée avant ou après l'institutionnalisation d'une méthode de construction, elle ne joue pas le même rôle : dans le premier cas, elle sert à établir la méthode de construction à partir d'une définition ou d'une propriété (nous dirons que la tâche sert à introduire la méthode en question), alors que dans le second, elle sert à l'application de la méthode institutionnalisée. La fonction de la tâche a aussi une influence sur les procédures que les élèves vont mettre en œuvre[102] et sur les connaissances qui sont visées.

Enfin, nous tenons compte de l'énoncé. En effet, non seulement les mots employés peuvent avoir une influence sur la reconnaissance de la tâche par les élèves (par exemple les mots *« construire »* et *« tracer »* peuvent donner lieu à des interprétations différentes pour un même élève, et éventuellement selon les élèves), mais, pour une même tâche mathématique, des énoncés différents peuvent induire des mises en fonctionnement des connaissances différentes (Robert, 2005).

Tâches et activités d'élèves : procédures de résolution, domaines de travail et connaissances en jeu

En sus de la tâche, nous tenons compte des connaissances disponibles (ou au moins mobilisables[103]) pour les élèves, déterminées en fonction de la place de la tâche dans le scénario, en particulier de ce qui a été traité avant.

La conception des figures, globale ou analytique, qui peut être mobilisée par les élèves étant donné la tâche influe aussi sur la procédure à laquelle il recourt. Par exemple, la construction du symétrique d'une figure complexe sur papier quadrillé peut souvent être traitée en faisant appel à l'une ou à l'autre. Nous nous servons alors d'une typologie des procédures de construction de symétriques de segments, établie par Tahri (1993) pour analyser des productions d'élèves :

> *- Procédures globales : on dit que la procédure de construction de l'image du segment est globale si cette image ne fait pas intervenir d'autres objets que le segment produit ;*
> *- Procédures semi analytiques : on dit que la procédure de construction de l'image du segment est semi analytique ou semi globale, si une seule extrémité image est construite. Le segment ensuite est construit "au jugé" en s'appuyant sur cette extrémité ;*
> *- Procédures analytiques : on dit que la procédure de construction de l'image du segment est analytique si cette image est obtenue après construction des deux extrémités. L'élève construit l'image de la première extrémité, puis celle de la deuxième et ensuite définit le segment image en joignant ces deux extrémités.*

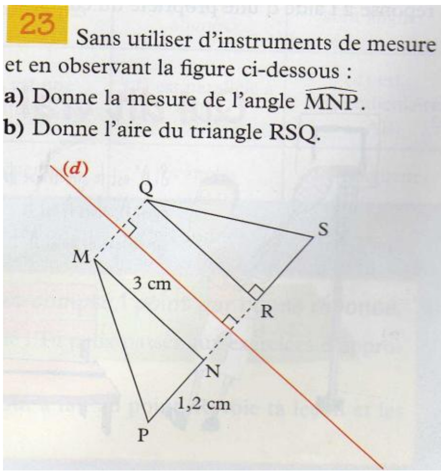
[100] Mixte s'entend d'un papier quadrillé qui est utilisé comme papier uni (par exemple, lorsque l'élève travaille dans son cahier, qui est quadrillé, mais que la consigne précise *« sans suivre les lignes du cahier »*).
[101] Rappelons que nous désignons ainsi les contenus et leur organisation (cf. chapitre 1).
[102] Roditi avait souligné dans sa thèse (Roditi, 2001) l'influence de la fonction de la tâche dans le scénario sur le déroulement associé.
[103] Robert (in Vandebrouck, 2008) distingue ainsi les connaissances qui peuvent être utilisées spontanément par l'élève – connaissances disponibles – et les connaissances qui peuvent être utilisées par l'élève si l'énoncé ou l'enseignant le précisent – connaissances mobilisables.

(Tahri, 1993, p. 49-50)

Nous élargissons même aux constructions de symétriques de figures géométriques quelles qu'elles soient (en sixième, cela inclut principalement des polygones et des cercles, ou des figures combinant les deux) : nous parlerons de procédure *globale* lorsque l'élève construit le symétrique de la figure en la considérant comme un tout, de procédure *analytique* lorsque l'élève construit le symétrique de chaque sommet – ou du centre pour le cercle – puis termine la figure en reliant les points et/ou en faisant intervenir, même implicitement, des propriétés de conservation ; enfin, nous parlerons de procédure semi-analytique lorsque l'élève construit le symétrique de quelques points puis complète sa construction en utilisant les propriétés de la figure. (cf. infra, *description complète des procédures de résolution possibles pour les tâches les plus fréquentes*)

Enfin, le paradigme que chaque élève va mobiliser pour résoudre la tâche est pris en considération : en effet, certaines tâches peuvent être interprétées et traitées dans l'un ou l'autre des paradigmes GI et GII (Houdement et Kuzniak, 1996 ; Kuzniak, 2003), qu'il s'agisse de tâches de preuve ou de construction : pour une tâche de preuve, par exemple lorsqu'il s'agit de trouver la longueur d'un segment après l'avoir construit comme symétrique d'un autre, l'élève peut soit appliquer la propriété de conservation des longueurs (procédure GII), soit mesurer sur la figure. De même, certaines tâches de constructions peuvent donner lieu à des procédures relevant de l'un ou l'autre des paradigmes.

Le paradigme et la conception des figures sont souvent induites par l'énoncé, si l'on se place du point de vue du savoir (ou de l'enseignant), mais notre parti pris de déterminer, autant que faire se peut, les procédures de résolution possibles en nous plaçant du point de vue de l'élève nous impose de tenir compte de toutes les interprétations possibles, y compris fausses. Cette démarche est aussi justifiée par le fait que certains énoncés sont ambigus ou reposent sur des conventions implicites, ou même tendent à induire certaines procédures au prix parfois d'incohérences qui rendent l'interprétation difficile. Par exemple, si l'on considère l'exercice 13 du scénario de Martine (cf. figure ci-contre), la consigne *« sans utiliser d'instruments de mesure et en observant la figure ci-dessous »* indique que la réponse ne doit pas résulter d'une mesure, mais le fait qu'il faut *observer* est ambigu : pour la question a, doit-on observer et interpréter les codages pour en déduire que les angles sont symétriques et qu'ils ont donc même mesure d'après la propriété de conservation, ou peut-on *« observer »* que les droites (MN) et (PN) semblent perpendiculaires et en déduire que l'angle est droit ? Le fait de préciser *« sans utiliser d'instruments de mesure »* peut être interprété comme une obligation de raisonner dans un paradigme GII, ou bien comme justifiant la validité d'une observation, sans nécessité de la vérifier par une mesure (notamment pour l'angle droit).



Nous caractérisons chacune des procédures de résolution possible selon un certain nombre de critères : connaissances en jeu, adaptations nécessaires de ces connaissances, conception(s) de la symétrie en jeu, moyens de contrôle disponibles.

Connaissances nécessaires et adaptations

Pour chacune des procédures de résolution possibles, nous déterminons les *connaissances* en jeu dans leur mise en œuvre, en précisant leur caractère *nouveau* (il s'agit d'une des premières utilisations de cette connaissance), *récent* (il s'agit d'une connaissance liée à la nouvelle notion – la symétrie axiale –, mais qui a été déjà travaillée en plusieurs occasions) ou *ancien* (il s'agit d'une connaissance liée à un chapitre étudié plus tôt dans l'année, ou même durant les années précédentes). Nous précisons également si l'utilisation de cette connaissance est immédiate (*simple* – la connaissance est appliquée telle quelle – et *isolée* – elle est appliquée sans lien avec une autre connaissance) ou si elle nécessite une *adaptation* (Robert, 2005).

On distingue sept types d'adaptations qui produisent des transformations différentes et usuelles d'une même connaissance que les élèves peuvent avoir à mobiliser ; ces types d'adaptations ne sont pas hiérarchisés, en fonction de leur difficulté pour les élèves, mais, à l'intérieur d'un même type, certains cas se révèlent plus ardus que d'autres. C'est pourquoi, nous fondant, le cas échéant, sur des exemples, nous revenons sur la question de la difficulté des adaptations après leur présentation.

A1 : Reconnaissance des modalités d'application des notions, théorèmes, méthodes, formules.

Dans le cas de la symétrie axiale, il s'agit notamment d'identifier le point et l'axe dans une tâche de construction du symétrique d'un point ou d'identifier les éléments symétriques pour appliquer la propriété de conservation, etc. Cette adaptation peut être rendue difficile par exemple si l'axe par rapport auquel il s'agit de construire le symétrique est nommé mais non tracé, ou encore si la question suppose d'identifier une sous-figure dans une figure plus complexe etc.

A2 : L'introduction d'intermédiaires : notations, points, expressions, … (par exemple, quand l'élève doit prolonger un segment, "désanonymer" un point).

Sont classés dans cette catégorie les cas où il s'agit par exemple de placer, sans que cela soit préalablement indiqué, le milieu d'un segment pour en tracer la médiatrice à la règle et au compas, ou d'utiliser le milieu d'un segment par soi-même pour une tâche de preuve après avoir construit la médiatrice de ce segment au compas, ou de prolonger l'axe pour pouvoir construire un symétrique, etc.

A3 : Les mélanges de plusieurs notions, les changements de point de vue, les changements ou jeux de cadres (Douady, 1987), les mises en relation.

Tout mélange de plusieurs notions, en particulier anciennes et nouvelles, a été qualifié d'adaptation A3. On trouve ainsi souvent des tâches qui mobilisent des notions anciennes, telles que la notion d'angle, celle de nature d'une figure, la définition d'un quadrilatère ou d'un triangle particulier, les notions d'aire et de périmètre chez Martine etc. Une des tâches que l'on trouve dans le de scénario de Martine et qui est emblématique de ce type de mélange est celle qui consiste à prouver que si A et A' d'une part et B et B' d'autre part sont symétriques, alors les droites (AA') et (BB') sont parallèles, supposant d'utiliser la propriété (apprise en début d'année) *« si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième, alors elles sont parallèles entre elles »*.

D'autre part, nous avons considéré qu'il y a changement de cadre quand il est nécessaire de faire un calcul pour répondre à une question faisant référence au cadre géométrique ou d'utiliser des considérations géométriques pour résoudre une tâche de calcul. On en trouve notamment dans la tâche 27 c du scénario de Martine (calcul de la mesure d'un angle en utilisant le fait qu'une droite est bissectrice d'un angle) ou la tâche 31 d du scénario de Denis (il s'agit de justifier qu'une droite est la bissectrice d'un angle en calculant la mesure de l'angle).

Enfin, nous avons considéré qu'il y avait changement de point de vue lorsqu'il s'agissait de résoudre une tâche en faisant appel à des connaissances liées à l'aspect dynamique de la symétrie lorsque l'énoncé faisait référence à l'aspect statique ou inversement. Par exemple, un point et une droite sont tracées, et il s'agit de retrouver le point tel que la droite soit l'axe de symétrie du segment formé par les deux points : il s'agit en réalité de tracer le symétrique du point par rapport à la droite. Ce choix se justifie d'après nous par le fait que dans les scénarios que nous avons étudiés – et qui sont en cela similaires à la plupart des scénarios proposés par les manuels, reflétant ainsi le cas de figure le plus fréquent –, les deux aspects de la symétrie sont abordés dans deux parties distinctes et relativement indépendantes du chapitre.

A4 : L'introduction d'étapes, organisation de calculs ou de raisonnements (que ces étapes soient indiquées ou non).

Cette catégorie recèle des difficultés particulièrement variées, selon que les étapes sont indiquées ou non, et surtout selon qu'elles sont habituelles (par exemple détaillées dans une méthode écrite dans le cours[104]) ou originales et non indiquées.

A5 : L'utilisation des questions précédentes dans un problème.

Cette adaptation peut également se révéler plus ou moins difficile selon qu'il s'agit d'utiliser seulement la question précédente ou plusieurs et selon que c'est précisé ou non – par exemple par l'expression *« en déduire »*.

A6 : L'existence de choix, forcés ou non.

Il peut s'agir ici du choix d'une méthode (construire le symétrique d'un point à l'équerre et à la règle ou au compas en utilisant la conservation des longueurs), ou d'une solution parmi plusieurs (par exemple lorsqu'on demande de placer un point à équidistance de deux points donnés sans préciser la valeur de la distance).

A7 : La confrontation à un manque de connaissances.

[104] Nous codons en particulier comme adaptation A4 le fait de construire d'abord la perpendiculaire à la droite passant par le point puis de reporter la longueur dans la construction du symétrique d'un point par rapport à une droite, mais ces étapes font partie de la méthode que les élèves ont notée dans le cours et reproduite de nombreuses fois.

Cette adaptation, relativement rare, a toutefois été rencontrée dans l'exercice 17 du scénario de Martine : on demande de justifier la nature du triangle et la justification attendue doit a priori s'appuyer sur les propriétés des figures et non sur des arguments perceptifs ou des mesures ; or le triangle est équilatéral, et les élèves n'ont que les connaissances permettant de prouver qu'il est isocèle (en particulier parce qu'ils ne disposent pas de la propriété permettant de reconnaître un triangle équilatéral au fait que ses trois angles ont la même mesure).

Même si on peut penser que par exemple introduire un intermédiaire soi-même, en particulier dans les petites classes, peut représenter pour un élève une difficulté plus grande que le fait d'utiliser les questions précédentes d'un problème, ce classement n'est pas hiérarchisé en fonction de la difficulté que représente l'adaptation pour un élève. En effet, chaque adaptation peut être plus ou moins difficile selon le contexte ou selon les élèves. L'adaptation A1 peut notamment être facilitée par un effet de contrat, par exemple si l'enseignant a dit que, dès qu'il était écrit *« justifier »*, cela impliquait d'utiliser la propriété de conservation. Par conséquent, introduire comme intermédiaire le milieu d'un segment pour en construire la médiatrice à la règle et à l'équerre peut être plus facile, notamment si ce type de tâche a été effectué plusieurs fois, que de reconnaître l'axe de la symétrie si celui-ci n'est pas tracé[105].

Les adaptations des connaissances nécessaires à la résolution d'une tâche sont des critères de difficulté de la tâche. Notamment, nous parlerons de tâche difficile lorsque plusieurs adaptations sont répétées, cumulées ou pour certains cas particuliers d'adaptations : une adaptation de type A2, de type A4 non usuelle et/ou non indiquée, ainsi que certaines adaptations A1 (lorsque la configuration est inhabituelle ou que certains éléments en jeu ne sont pas tracés) et certaines adaptations A3 sont en général difficiles, par exemple parce qu'elles nécessitent une prise d'initiative originale.

Prise en compte des difficultés des élèves

Aspects et conception(s) (y compris erronées) de la symétrie

Nous faisons référence ici aux aspects statique et dynamique de la symétrie, ainsi qu'aux conceptions erronées de la symétrie (cf. chapitre 2).

En ce qui concerne les aspects statique et dynamique, il nous semble important d'identifier ce qui est en jeu dans la tâche. En effet, comme nous l'avons mis en évidence dans le chapitre 2, les deux aspects de la symétrie axiale constituent deux facettes du concept dont la maîtrise est un enjeu d'apprentissage, de même que l'articulation entre les deux. Certaines tâches peuvent être traitées différemment selon qu'elles sont reliées par l'élève à l'aspect statique ou à l'aspect dynamique de la symétrie. Par exemple, la recherche d'axe de symétrie de figures implique soit de chercher une droite "au milieu de la figure" soit de chercher si une partie de la figure peut-être l'image d'une autre par une symétrie.

Quant aux conceptions erronées, leur mise en défaut est également un enjeu d'apprentissage en sixième. Il convient donc d'étudier si certaines tâches donnent l'occasion de mettre en défaut ces conceptions erronées, ou au contraire d'identifier les conceptions erronées qui pourraient

[105] On pourrait penser que dans ce dernier cas, il y a alors lieu de parler également d'introduction d'intermédiaire, s'il s'agit de tracer l'axe ; or il se peut aussi que l'axe ne soit pas tracé au sens où la *droite* n'est pas tracée mais où la portion de droite nécessaire à la construction est déjà tracée (cf. exercice 11 du scénario de Martine) : dans ce cas, il n'y a pas d'intermédiaire à introduire ; il suffit d'identifier l'axe.

suffire à résoudre la tâche et être, de ce fait, éventuellement renforcées. Par exemple, la conception erronée qui consiste à concevoir la symétrie comme transformation d'un demi-plan dans un autre, dans un seul sens, est efficace dans les cas où la figure dont il faut construire le symétrique est entièrement d'un côté de l'axe (mais elle peut faire obstacle à la construction du symétrique d'une figure coupée par l'axe).

Difficultés, obstacles pour chaque procédure

L'enjeu est d'identifier, selon la procédure employée, ce qui peut être source de difficulté pour les élèves. Notamment, certaines adaptations peuvent être difficiles à surmonter et il convient, autant que possible, de les identifier puis d'être attentif, lors des déroulements, à la façon dont elles sont traitées, ce qui est déterminant quant aux activités que les élèves peuvent développer.

Moyens de contrôle associés à chaque procédure

A certaines procédures peuvent correspondre des moyens de contrôler la réponse.

Il peut s'agir d'un contrôle par pliage – éventuellement seulement simulé ou imaginé –, grâce à un calque ou même par perception globale après un dessin ou une construction ; pour une tâche de preuve, il peut s'agir de réaliser une mesure ou de vérifier de façon perceptive etc.

La mobilisation de ces moyens de contrôle met elle-même en jeu des connaissances ou peut permettre d'invalider des procédures fondées sur des conceptions erronées, contribuant ainsi à leur mise en défaut. Elle a à ce titre des conséquences sur les apprentissages construits grâce à la résolution de la tâche et c'est pourquoi nous la prenons en considération.

Probabilité d'apparition des procédures

Toutes les procédures de résolution possibles ne sont cependant pas "à égalité" : d'une part, le fait que les élèves recourent à l'une ou à l'autre est plus ou moins probable ; d'autre part, certaines sont attendues par l'enseignant, d'autres non.

Nous ajoutons donc, chaque fois que possible, des considérations sur la probabilité d'apparition et la fréquence de telle ou telle procédure de résolution en tenant compte de la place de la tâche dans l'exercice et/ou le scénario, de l'énoncé, voire d'éléments de déroulement ayant eu lieu avant que la tâche ne soit traitée par les élèves, ceux-ci pouvant avoir une influence – par exemple, si l'enseignant a précisé à plusieurs reprises que si l'énoncé indiquait *« justifier »*, cela impliquait qu'il fallait citer une propriété du cours. Cela nous semble essentiel pour approcher au mieux les activités des élèves, en raffinant les analyses sur l'empan des activités, entre activités des élèves a maxima et a minima, qui est déterminé dans l'analyse du déroulement.

Enfin, nous précisons également quelles sont les procédures attendues par l'enseignant comme réponses justes, si nous disposons de l'information – soit parce qu'il l'a précisé lors de l'entretien, soit parce qu'il est possible de le déterminer grâce à la fonction de la tâche dans le scénario. Cela nous permet d'interpréter les interventions de l'enseignant lors des déroulements.

Description complète des procédures de résolution pour les tâches les plus fréquentes

Certaines tâches étant très fréquentes, nous exposons ici, à titre d'exemple et comme référentiel pour les analyses présentées dans les chapitres suivants, les procédures de résolution possibles pour ces tâches.

Les tâches de construction de symétriques de figures

Quelle que soit la figure, on distingue (en s'inspirant de la typologie des procédures proposées par Tahri (ibid.), cf. supra) :

- les procédures globales : l'élève traite la figure dans son ensemble et construit son symétrique globalement.
    - soit l'élève utilise un pliage et/ou un calque ; pratiquement aucune connaissance liée à la symétrie n'est alors mobilisée, hormis le rôle de l'axe comme lieu du pliage. La procédure peut être compliquée par un axe coupant la figure.
    - soit il fait le symétrique au jugé. Les connaissances mobilisées sont alors les propriétés de la symétrie (conservation des mesures, orientation par rapport à l'axe, retournement, équidistance, …). Cette procédure peut mener à une figure juste sur papier quadrillé, avec des points sur les nœuds du quadrillage, mais elle aboutira au mieux à une figure approximative sur papier uni. Les élèves mobilisant cette procédure peuvent rencontrer des difficultés lorsque l'axe est oblique et/ou coupe la figure.
- les procédures semi-analytiques : l'élève construit le symétrique d'un point, puis le reste de proche en proche. Les connaissances mobilisées sont la méthode de construction du symétrique d'un point, puis les propriétés de la symétrie liées à la conservation des mesures, l'orientation, le retournement. A nouveau, l'axe oblique ou coupant la figure peuvent poser problème, mais la figure touchant l'axe peut favoriser ce type de procédure (l'élève part alors du point de contact).
- analytiques : l'élève construit le symétrique de chacun des points suffisants pour ensuite compléter la figure (la construction étant alors légitimée par les propriétés de conservation) : les sommets pour un polygone, le centre pour un cercle … Les connaissances mobilisées concernent la construction du symétrique d'un point (avec ou sans les outils), puis des connaissances sur l'orientation et le retournement pour relier les points. Cette procédure n'est pas facile à utiliser pour une figure complexe (lorsqu'il y a beaucoup de points). La dernière étape peut être compliquée par un axe coupant la figure.

La procédure globale est en général employée par des élèves qui ne perçoivent les figures que de manière globale (cf. Duval (2005) : ils ne maîtrisent pas la déconstruction dimensionnelle des figures).

Les procédures semi-analytiques et analytiques nécessitent d'établir des étapes (adaptation A4), éventuellement de faire des choix (A6) et d'introduire des intermédiaires (A2).

La maîtrise de la procédure analytique de construction de symétriques de figures est explicitement visée par les programmes.

Ce qui différencie les procédures sur papier quadrillé et sur papier blanc est le fait que dans le premier cas, il n'est pas besoin d'instruments de géométrie pour l'orthogonalité et l'équidistance, assurées par le quadrillage, et de ce fait même pas forcément utilisées explicitement (en particulier l'orthogonalité, dans le cas où l'axe est vertical ou horizontal), tandis que dans le second cas, seul le recours à l'équerre puis à la règle ou au compas permet la construction. Toutefois, même sur quadrillage, si l'axe est oblique, il peut être nécessaire de recourir aux instruments.

Certains cas de figure peuvent également, sous réserve de la mobilisation de connaissances particulières, permettre l'utilisation d'autres procédures. Par exemple, lorsque la figure est coupée par l'axe, il est possible d'utiliser les points d'intersection, à condition de savoir que les points de l'axe sont invariants.

Les tâches de preuve en un pas mobilisant la propriété de conservation des longueurs ou des angles.

Ces tâches consistent à justifier la longueur d'un segment ou la mesure d'un angle dont on connaît la mesure d'un symétrique en utilisant la propriété de conservation.

L'identification du symétrique (A1) dépend de la configuration mais est surmontée soit par effet de contrat (il n'y a qu'un seul segment dont on connaît la longueur, par exemple), soit par reconnaissance perceptive globale, soit par "reconnaissance analytique" (i. e. l'élève identifie les extrémités de segments symétriques, ou les points symétriques définissant l'angle).

On peut classer les procédures de justification (résolution de la tâche de preuve proprement dite) selon le paradigme géométrique dans lequel elles s'inscrivent :

- Procédures s'inscrivant dans GI : la justification fait appel à un argument de type mesure instrumentée ou perceptif.
- Procédures s'inscrivant dans GII : la justification fait appel à une propriété de la symétrie ; cela suppose de choisir une propriété adaptée (adaptation A6), en tout cas dès lors que les élèves disposent de plusieurs propriétés. On distinguera les propriétés adaptées à la situation de celles qui ne le sont pas.
- Certaines traces de productions sont inclassables : lorsqu'un élève justifie en affirmant simplement *« parce que le segment est symétrique de [tel segment] »*, on ne peut savoir si cette affirmation s'appuie sur des arguments perceptifs ou sur la prise en compte de propriétés de la figure (par exemple le fait que les extrémités des segments considérés sont respectivement symétriques).
- Certaines procédures sont mixtes, les élèves faisant appel à des arguments de type perceptif pour identifier les symétriques, puis à une propriété pour justifier l'égalité des longueurs.

La procédure correcte nécessite en outre d'établir des étapes (justification de la symétrie puis application de la propriété : adaptation A4).

b. L'analyse globale des scénarios

Une fois que les tâches ont été analysées séparément, nous analysons le scénario (exercices et "cours"[106]) dans sa globalité. En effet, outre les tâches séparées, leur organisation, leur

[106] Ce terme est volontairement choisi pour sa signification "floue", correspondant davantage au vocabulaire des enseignants et des élèves qu'à des considérations de recherche. Nous l'avons en particulier préféré à "institutionnalisation", car les apports de connaissances faits par les enseignants, même s'ils arrivent parfois comme synthèse d'exercices, ne constituent pas nécessairement une institutionnalisation de connaissances construites dans des tâches.

chronologie, leur variété et leur articulation avec le cours ont une influence sur les apprentissages des élèves.

Des outils d'analyse…

Le schéma du scénario

Nous reconstituons tout d'abord la *liste* des exercices (identifiés comme tels par les enseignants), de manière chronologique, dans la mesure du possible[107]. Cette liste, présentée sous forme de tableau (en annexes du chapitre 4 pour les scénarios de Denis et Martine la première année), comporte la place de l'exercice dans le scénario grâce à une numérotation chronologique, sa référence dans le manuel de la classe ou dans les documents conçus par l'enseignant, sa description rapide, notamment son genre, ainsi que la mention de certaines adaptations de connaissances qui semblent caractéristiques de la tâche.

Puis nous construisons, sous forme de briques avec des flèches, le *schéma* de l'ensemble du scénario : exercices, cours et contrôles. Chaque exercice, chaque énoncé du cours et chaque contrôle constitue une brique du schéma. Les briques sont ensuite organisées de manière chronologique – dans la mesure du possible. La lecture se fait colonne par colonne, chaque colonne correspondant grossièrement à un thème (en général au travail autour d'un énoncé de cours). Les briques foncées sont les énoncés de cours, les claires représentent les exercices, le dégradé indiquant l'écart entre l'énoncé de cours et l'exercice, c'est-à-dire que plus la brique est foncée et plus l'exercice est une application directe du cours, les briques blanches correspondant aux exercices très éloignés voire déconnectés de l'énoncé de cours. Les briques exercices situées au-dessus des énoncés de cours constituent des exercices d'introduction, c'est-à-dire des exercices visant l'institutionnalisation, en bilan, de l'énoncé de cours situé au dessous. On trouve un énoncé de cours par colonne si les exercices avant l'énoncé de cours servent essentiellement à introduire cet énoncé et les suivants à l'appliquer, tandis qu'on trouve plusieurs énoncés de cours dans la même colonne si les exercices situés entre les deux ont manifestement pour fonction à la fois d'appliquer le précédent et d'introduire le suivant. Les briques rondes sont les contrôles et les devoirs maison.

Remarque : La construction de ces schémas est liée aux scénarios particuliers auxquels nous avons été confrontés. En effet, il se trouve que pour les deux scénarios que nous avons considérés, l'organisation chronologique et par thème coïncide la plupart du temps (en atteste le faible nombre de briques blanches qui correspondent en général à des exercices de synthèse) : l'étude d'un thème correspond à une période dans le scénario. Notre découpage en colonnes ne peut avoir de sens et être compatible avec l'organisation chronologique qu'à cette condition.

Le schéma du scénario permet de reconstituer l'organisation globale, notamment la manière dont sont articulés les différents éléments clés du scénario : la définition du symétrique d'une figure (ou de figures symétriques, ou du symétrique d'un point), les propriétés de conservation,

[107] Comme nous l'avions précisé précédemment, l'existence chez Denis notamment de Devoirs Maisons donnés à faire d'une semaine à l'autre rend difficile la reconstitution chronologique par rapport aux autres tâches traitées dans la semaine.

la médiatrice[108] et ses propriétés, les axes de symétrie de figures, … ce qui est particulièrement informatif concernant l'itinéraire cognitif proposé aux élèves.

L'enveloppe des connaissances abordées

Nous reprenons de la thèse de Roditi (2000), la notion d'enveloppe des connaissances abordées : l'enveloppe correspond à l'ensemble des connaissances, nouvelles et anciennes, évoquées dans le chapitre.

Nous avons reconstitué pour chacun des deux scénarios cette enveloppe, en listant l'ensemble des connaissances anciennes et celles liées à la symétrie. Nous avons également ajouté les connaissances futures qui étaient éventuellement évoquées (l'exercice 1 du scénario de Martine évoque notamment les autres isométries du plan).

La répartition des tâches

Nous regroupons ensuite les tâches selon leur nature : tâches de dessin, de reconnaissance, de construction, de preuve, de calcul ou autre, en précisant les connaissances sur lesquelles elles portent et éventuellement la valeur de certaines variables didactiques qui correspondent à des objectifs d'apprentissage différents (par exemple, pour les tâches de constructions de symétriques, nous repérons celles où la figure est à une distance non nulle de l'axe, celles où elle touche l'axe et celle où elle est coupée par l'axe, dans la mesure où la construction de symétriques de figures coupées par l'axe est un enjeu d'apprentissage particulier). Nous calculons également la fréquence de chaque nature de tâche par rapport à l'ensemble du scénario.

Nous dénombrons également le nombre de tâches par exercice et considérons la répartition des natures de tâches dans les exercices afin de savoir si des exercices mélangent des tâches de nature différente ou non …

Tout cela nous permet de caractériser le type de travail qui est proposé aux élèves : suite d'exercices comportant des tâches similaires ou au contraire exercices variés, mélangeant éventuellement différents genres de tâches…

Les adaptations

Nous étudions également la répartition et la fréquence des différents types d'adaptations. Cet exercice est rendu difficile par le fait que les adaptations ne dépendent pas directement des tâches, mais des procédures de résolution ; or il en existe en général plusieurs pour une tâche et qui ne nécessitent pas nécessairement les mêmes adaptations (cf. l'analyse des tâches). Nous nous sommes donc limitée dans ce cas au repérage des adaptations rendues nécessaires par la tâche elle-même (c'est-à-dire nécessaires quelle que soit la procédure de résolution choisie). Par exemple, quelle que soit la procédure de construction du symétrique d'un point, si l'axe n'est pas tracé, l'application de la procédure nécessite d'abord de surmonter l'adaptation A1 de reconnaissance de la configuration.

Cela nous permet de repérer la variété des mises en fonctionnement des connaissances auxquelles les élèves sont confrontés, ce qui est, d'après nos hypothèses, déterminant en termes d'activités.

[108] La notion de médiatrice peut théoriquement être introduite avant ce chapitre, mais il se trouve que, dans les deux scénarios considérés, elle était introduite dans ce chapitre avec ses propriétés.

Les paradigmes géométriques

Nous étudions également l'organisation du travail sur les différents paradigmes géométriques (GI/GII), même si là encore, la tâche est rendue difficile par le fait que selon les procédures – et non selon les tâches – le paradigme utilisé est différent. Nous avons dans ce cas tenu compte du paradigme attendu, même si ce critère est sujet à interprétation. Dans la plupart des cas, il est possible d'établir, grâce à la fonction de la tâche dans le scénario et à l'interprétation des énoncés, le paradigme dans lequel l'enseignant ou le manuel attendent que les élèves construisent leur réponse. C'est donc la meilleure façon de rendre compte du travail qui est organisé sur les paradigmes dans le scénario.

Là encore, la variété, l'alternance, ou au contraire l'homogénéité des tâches nous renseigne sur les activités proposées aux élèves. L'enjeu en sixième étant l'initiation aux raisonnements relevant de GII, il nous paraît essentiel de repérer le jeu organisé entre les deux paradigmes.

Les aspects et conceptions erronées de la symétrie

Nous avons cherché quel traitement était réservé à chacun des aspects de la symétrie dans l'ensemble du scénario, en portant une attention particulière à leur articulation.

Nous nous sommes aussi demandé si le scénario comportait des éléments de nature à mettre les conceptions erronées en défaut.

… pour répondre à des questions.

L'objectif de l'analyse globale du scénario est de reconstituer l' « itinéraire cognitif » défini par l'enseignant pour « mettre les élèves sur le chemin des connaissances ». Il s'agit de mettre en évidence les objectifs d'apprentissages et les enjeux principaux, tels qu'ils apparaissent dans le scénario, en complétant ou en confortant nos analyses par les déclarations de l'enseignant lors des entretiens.

Les activités prévues éclairent la conceptualisation recherchée de la notion de symétrie axiale, la maîtrise des techniques et des différents paradigmes, ainsi que l'articulation de cette notion avec les autres notions du programme voire avec l'ensemble des mathématiques scolaires, en particulier avec les connaissances anciennes, qui sont visées. Ce dernier élément est d'autant plus important que la symétrie axiale n'est pas une notion nouvelle en sixième, mais qu'elle a été abordée depuis les plus petites classes (éventuellement en maternelle) et qu'un certain nombre de connaissances font partie des exigibles de fin du cycle 3. Pour ce faire, nous attachons une attention particulière à l'introduction des concepts (en particulier les premières tâches du chapitre, la façon dont les aspects statique et dynamique sont introduits et articulés), ainsi qu'au fait qu'il est prévu de relier ou non le concept scientifique de symétrie axiale à des concepts quotidiens.

2. L'analyse des déroulements

a. Les activités des élèves, des intermédiaires pour les apprentissages

Selon notre hypothèse de départ, les apprentissages des élèves résultent de leurs activités, lesquelles découlent de la prescription de tâches. Or les tâches prescrites aux élèves sont initialement définies par les énoncés des exercices et les questions que propose l'enseignant, mais peuvent être modifiées (minorées ou au contraire enrichies) par les déroulements, c'est-à-dire la manière dont l'enseignant va éventuellement reformuler les questions, les aides qu'il va procurer, le temps qu'il va laisser aux élèves pour chercher…

Les tâches prescrites par l'enseignant sont elles-mêmes redéfinies par les élèves en tâches effectives, c'est-à-dire la manière dont l'élève interprète la tâche qui lui est prescrite. Nous ne nous sommes pas donné les moyens d'étudier les tâches effectives, autrement dit celles que les élèves eux-mêmes redéfinissent, si tant est que cela soit possible (Rogalski (in Vandebrouck, 2008) souligne que, même dans le cas d'une tâche auto-prescrite, il existe une différence entre la tâche prescrite et la tâche effective). Cela exigerait un recueil de données beaucoup plus exhaustif sur les élèves, impliquant par exemple, de les filmer individuellement et/ou de mener des entretiens avec chacun d'eux. En l'occurrence, le recueil des données est centré sur l'enseignant et sur le groupe classe[109]. C'est pourquoi nous ne recherchons qu'une “bande” d'activités possibles : les activités “a maxima” et “a minima”, c'est-à-dire les activités que la tâche et son déroulement peuvent engendrer au maximum –autrement dit les plus riches et celles dont le potentiel d'apprentissages est le plus important – et au minimum. Toutefois, ponctuellement, l'analyse des déroulements couplée à celle des productions – lorsque nous en disposons – nous permet d'émettre certaines hypothèses sur la tâche effective, mais à seule fin d'affiner la caractérisation des activités a minima et a maxima.

b. Quelles analyses des déroulements ?

Les données

Nous disposons comme données des films des séances, avec caméra fixe en fond de classe, dirigée vers le tableau et aussi, pour la plupart des séances, d'enregistrements audio grâce à un micro porté par l'enseignant, qui recueille ses interventions y compris lorsqu'il s'adresse à un élève en privé. Ces enregistrements ont donné lieu à des transcriptions aussi fidèles que possible mais leur volume -entre douze et vingt pages par séance à raison d'une douzaine de séances par enseignant, n'a pas permis de les faire figurer intégralement dans cette thèse. En revanche, nous en retranscrivons certains passages propres à éclairer l'analyse.

Les analyses sont ensuite réalisées à partir des transcriptions, – en nous reportant au film ou aux enregistrements dès que nécessaire –, complétées par des productions d'élèves (nous avons en effet consulté certains cahiers de cours et d'exercices, devoirs maison, évaluations en classe…) qui nous aident parfois à interpréter des interventions en classe. Dans certains cas, nous avons aussi recueilli les remarques de l'enseignant après les séances.

Le premier traitement des données

Les séances sont découpées en épisodes, caractérisés selon la typologie suivante :

- **Exercices** : travail dans la partie exercices du cahier (inclut les périodes de travail

[109] Certaines interventions d'élèves en classe, de même que certaines productions nous permettent parfois de recueillir des indices sur le décalage qui peut exister entre la tâche prescrite et celle sur laquelle travaillent effectivement les élèves. Notre intention était de nous en servir pour suivre quelques élèves individuellement et tenter d'approcher leurs activités effectives au plus près, mais nos données se sont avérées trop partielles. S'attaquer à cette question mérite selon nous une réflexion méthodologique poussée ainsi qu'une réflexion sur ce qu'elle peut apporter. Les interventions individuelles des élèves nous servent toutefois à contrôler et à compléter notre analyse des activités “*a maxima*” et “*a minima*”.

collectif ou individuel et la correction qui suit, le choix de placer la correction d'exercices faits en classe dans cette partie et non dans la partie corrections est lié au fait qu'il s'agit plus souvent d'une réalisation collective de la tâche que d'une correction). Un épisode de ce type peut contenir la résolution et la correction de plusieurs exercices : nous n'identifions d'épisodes distincts qu'à partir du moment où les élèves sont passés tous ensemble à l'exercice suivant.

- **Cours**[110] : travail dans la partie cours du cahier : on précise la partie du cours concernée, ainsi que le mode de travail (cours dialogué ou autre, sachant que les épisodes de cours incluent des périodes de travail individuel ou collectif sur des questions qui ressemblent à des exercices – les tâches proposées sont alors référencées avec la notation C*)

- **Corrections** (correction d'exercices faits à la maison, en classe lors de séances précédentes, ou en contrôles)

- **Récitation** (récitation du cours)

- **Non mathématiques** (type vie de classe)

- **Calcul** : ces parties des enregistrements ne sont pas transcrites, elles concernent le travail sur des tâches n'ayant pas de rapport avec le chapitre de la symétrie (par exemple, Denis menant de front un chapitre de géométrie et un chapitre de calcul, il lui arrive de consacrer une partie de la séance de géométrie à corriger un exercice de calcul ; de même, les contrôles contenant des tâches de géométrie et des tâches de calcul, sont classées comme épisodes de calcul les corrections des exercices de calcul du contrôle).

Ce découpage en épisodes permet simplement un repérage dans les séances. Il ne s'agit pas d'un découpage en fonction des formes de travail mais selon l'objet (caractérisé de façon relativement grossière) du travail ; en effet, par exemple cours ne signifie pas seulement que les élèves recopient le cours au tableau. Le découpage se fait en fonction des annonces du professeur du type *« on passe partie cours »*, *« maintenant on va faire un exercice »*.

Il arrive parfois qu'un épisode non mathématique arrive inopinément au milieu d'un épisode de cours, par exemple lorsque l'enseignant doit s'interrompre pour "faire de la discipline". Dans ce cas, nous le mentionnons comme un sous-épisode, c'est-à-dire que nous ne considérons pas l'épisode de cours comme terminé.

Une première analyse est alors menée sur l'ensemble des épisodes : leur répartition, leur fréquence, leur durée nous renseignent grossièrement sur l'organisation du travail en classe. Nous l'exploitons ensuite pour commenter les déroulements à l'échelle du chapitre et à l'échelle des épisodes pour chacun des enseignants (dans le chapitre 4 pour Denis et Martine la première année, dans le chapitre 6 pour Denis la deuxième année).

Quels épisodes analyser ?

[110] Cf. note **Erreur ! Signet non défini.**.

La deuxième étape des analyses se concentre sur les épisodes pris séparément. Nous avons choisi de ne pas tous les étudier en détail, non seulement parce que cette étude, outre qu'elle serait fastidieuse, ne servirait pas nécessairement notre propos, mais aussi parce que l'hypothèse de stabilité et de cohérence des pratiques (cf. chapitre 1 pour une explication et une justification théorique) nous permet d'affirmer que les constats dressés après l'analyse de certains épisodes sont généralisables. Cela ne signifie pas que nous avons extrapolé des principes de fonctionnement de la classe ou de l'enseignant à partir de quelques observations, mais que nous avons émis des hypothèses sur ceux-ci puis tenté de les confirmer en étudiant un nombre important, bien que non exhaustif, d'épisodes.

Une analyse approfondie des épisodes qui concernent l'activité d'introduction et la première institutionnalisation, pour chacun des enseignants considérés, a débouché sur l'élaboration d'un certain nombre d'hypothèses, que nous avons ensuite cherché à confirmer ou à infirmer dans l'analyse d'autres épisodes.

Notre objectif consiste à caractériser les activités possibles des élèves, selon le type d'épisode et un certain nombre de paramètres.

Par exemple, pour les épisodes de cours, il s'agit de repérer les activités qui peuvent être provoquées par les questions posées par l'enseignant, en particulier de savoir si les synthèses étaient faites par l'enseignant ou avec des apports des élèves ; mais ces caractéristiques dépendent aussi de l'exercice qui a servi à introduire les énoncés de cours visés. Aussi, nous avons analysé plusieurs épisodes de cours, certains pour lesquels l'exercice d'introduction ne nous semblait pas approprié pour faire émerger les connaissances visées, d'autres pour lesquels il l'était davantage.

Pour les épisodes d'exercices, nous avons analysé un panel représentatif des exercices du scénario : des exercices de construction et des exercices de preuve, des exercices d'introduction et d'application de notions, des exercices faciles, d'autres plus difficiles…

Pour ce qui est des déroulements de Denis, c'est en réalité l'analyse des épisodes initiaux – premier exercice d'introduction et premier épisode de cours – qui a soulevé les questions à l'origine des analyses suivantes.

Ce qui guide l'analyse d'un épisode

L'objectif étant de reconstituer les activités possibles – a maxima et a minima –, c'est-à-dire ce que les élèves ont réellement eu à faire, notre analyse des épisodes est centrée sur les tâches : comment sont-elles traitées par les élèves et/ou l'enseignant au cours de l'épisode et comment sont-elles éventuellement modifiées, par rapport à leur énoncé initial et à leur analyse a priori ? Bref, le but est d'identifier tout ce qui peut avoir une influence – reformulations aides … – sur la définition et sur le traitement des tâches par les élèves.

En particulier, il s'agit de comprendre qui traite chaque tâche et comment, d'identifier les procédures de résolution, celles qui sont éventuellement privilégiées notamment par l'enseignant, et de savoir qui prend en charge les adaptations et les difficultés identifiées dans l'analyse a priori.

On peut parfois même identifier ce qui reste à la charge des élèves après le traitement de la tâche pour en tirer plus de profit, en émettant l'hypothèse que certains élèves au moins sont capables de le faire : par exemple faire des liens avec d'autres connaissances … Il s'agit finalement de comparer les activités qu'on pouvait attendre à partir de l'analyse a priori à celles qu'on peut attendre après le déroulement.

Les indicateurs retenus pour l'analyse d'un épisode

Un épisode est d'abord découpé en phases, dont l'unité est assurée par le mode de travail des élèves (travail individuel ou collectif), le mode d'intervention de l'enseignant (absente, collective, ou passe dans les rangs et fait des interventions individuelles) et le sujet mathématique (une question d'un exercice, une question posée par l'enseignant ou par un élève, un énoncé de cours, …).

Chaque phase est ensuite étudiée, à partir de la transcription et éventuellement avec un retour à la vidéo, en cherchant à reconstituer, à partir de l'analyse a priori des tâches, les activités a maxima et a minima. Ne disposant pas d'analyse a priori pour les épisodes de cours, nous nous fondons sur la question initiale à laquelle l'énoncé de cours visé correspond (par exemple, comment peut-on définir des figures symétriques ? ou comment peut-on construire le symétrique d'un point à la règle et au compas ?), même si cette question n'est parfois pas explicitement posée.

Ce que nous retenons comme indicateurs dans chaque phase :

- Côté enseignant : ce qui peut avoir une influence sur les activités des élèves :

    - les formes de travail qu'il instaure, comment il les gère, notamment d'un point de vue temporel : selon qu'un élève est interrogé pendant que les autres écoutent, ou selon que les élèves travaillent tous de manière autonome, individuellement ou en groupe, avec ou non des interventions de l'enseignant et pendant quelle durée est une donnée essentielle. En effet, selon que les élèves n'ont que le temps de lire l'énoncé, ou disposent d'un délai important pour effectuer un travail autonome, sans aide sur un exercice, leurs activités sont différentes. Nous caractérisons donc les formes et la nature du travail organisés par l'enseignant (avec leurs durées).

    - ses interventions : les questions, les aides, la manière dont il dévolue les tâches, comment il repère ce que font les élèves, comment il mutualise, exploite les questions d'élèves, les réponses, les remarques, les difficultés, comment il réalise (ou non) les synthèses, les bilans, s'il ajoute quelque chose ou non, quelle place il laisse aux élèves et à la classe[111] dans les échanges

A propos des aides que l'enseignant dispense, nous opérons une distinction entre les aides productives et les aides constructives (Pariès et al, 2007) : les premières, qui interviennent souvent avant ou pendant une tâche, ont pour but d'aider l'élève à la résoudre, souvent en la réduisant ; les secondes, souvent apportées pendant ou après le travail des élèves sur la tâche,

[111] On distingue ici quelle place il laisse à chaque élève lorsqu'il échange avec lui et la place qui échoit au groupe : le groupe a-t-il une responsabilité dans la validation, la justification, la formulation …

ont pour but la construction directe de connaissances par exemple en établissant des liens avec d'autres connaissances, par un discours sur les méthodes.

- Côté élèves : les échanges et les productions, lorsqu'on en dispose, nous renseignent sur l'interprétation de la tâche, les procédures de résolution, les difficultés, la gestion (y compris l'identification ou non) des difficultés liées aux adaptations … autant d'éléments de nature à influencer les apprentissages.

Réserves

Toutefois, les épisodes ne sont pas tous étudiés de la même manière, même si l'objectif reste inchangé – identifier les activités des élèves – ; en particulier, les indicateurs ne sont pas les mêmes selon l'épisode : par exemple, dans un épisode de cours, les questions posées par l'enseignant peuvent jouer le rôle de définir une tâche pour les élèves, alors que dans un épisode d'exercice, la tâche est définie par l'énoncé et les questions de l'enseignant servent par exemple à induire des procédures ou des aides, ou à évaluer la compréhension des élèves…

Par ailleurs, nous n'avons accès qu'aux déroulements en classe. Le travail effectué hors de la classe n'est appréhendé qu'à travers les productions, lorsque nous en disposons, mais la plupart des exercices effectués à la maison étant corrigés en classe, nous avons tout de même les moyens d'émettre des hypothèses sur les activités qui en ont résulté, donc sur les apprentissages qui ont été construits (ou non).

3. L'analyse des contrôles

L'analyse des productions[112] des élèves en contrôles doit nous permettre émettre des hypothèses[113] sur les apprentissages qui ont été construits par les élèves, en ne retenant l'enseignement qu'ils ont reçu que d'une manière globale. Cette première analyse permet notamment de comparer les résultats obtenus dans des classes différentes, en faisant tout d'abord abstraction des paramètres qui les différencient (enseignement reçu, établissement situé en ZEP …). Dans un deuxième temps, il s'agit, en affinant l'analyse des productions (en dépassant notamment l'analyse en termes de réussite/échec), de mettre en relation l'enseignement reçu avec les productions.

a. Premières analyses

Nous effectuons tout d'abord une analyse a priori des tâches proposées en contrôle sur le même mode que l'analyse a priori des tâches du scénario du chapitre (cf. supra, *analyse du scénario*) : en particulier, nous identifions les procédures de résolution possibles, les domaines de travail et les connaissances nécessaires à la résolution des tâches ainsi que les adaptations qui y sont associées.

---

[112] Nous évoquerons tantôt les productions aux contrôles et les résultats aux contrôles, ces derniers désignant les productions évaluées en termes de réussite/échec.

[113] Il ne s'agit que d'hypothèses dans la mesure où d'une part, la réussite au contrôle dépend de bien d'autres facteurs que les apprentissages (notamment affectifs, …) comme le rappelle Aline Robert dans Vandebrouck (2008, p. 43) ; d'autre part, la réussite au contrôle n'est pas nécessairement le résultat d'un apprentissage, pas plus que l'échec n'est la manifestation de l'absence d'apprentissage ; enfin, la question de la pérennité des apprentissages se pose de toutes façons.

Puis nous analysons les productions des élèves en termes de réussite/échec, en codant de manière binaire. Derrière l'apparente simplicité de ce codage, se cachent des choix qui méritent d'être explicités : nous avons codé comme réussite les traces d'utilisation des connaissances appropriées, même si la réponse n'est pas parfaite. En particulier, pour les tâches de construction, nous avons codé comme réussite une construction, même imprécise, mais dont certains éléments montrent que l'élève a mobilisé une procédure correcte (par exemple par l'indication d'un codage[114]) ; pour les tâches de preuve, nous avons codé comme réussite les traces de la mobilisation d'une propriété adaptée à la situation, même si la formulation n'est pas correcte. Nous avons conscience que cela influe de manière non négligeable sur les résultats que nous obtenons, notamment pour les tâches de preuve. Par exemple, il est apparu qu'au-delà de la mobilisation d'une propriété adaptée à la situation, la formulation du raisonnement est un obstacle en sixième, particulièrement en ZEP. Nous reviendrons *a posteriori* sur l'influence de ce choix sur nos résultats, mais ce parti pris nous a semblé justifié (ce qui ne veut pas dire non questionnable) dans la mesure où, en sixième, l'objectif est une initiation au raisonnement déductif et l'amorçage d'un changement de paradigme, non un apprentissage de la démonstration mathématique y compris dans sa dimension formelle. Aussi, la mobilisation d'une propriété adaptée à une situation nous a semblé valable comme trace d'apprentissage.

Nous calculons ensuite des moyennes sur les résultats obtenus : taux de réussite par élève, taux de réussite par tâche, par genre de tâches etc. et nous présentons les résultats sous forme de graphiques.

Nous avons tenu compte des questions non traitées de deux manières différentes, en présentant deux valeurs pour chaque indicateur : un pourcentage de réussite calculé sur les copies où la question a été traitée et un pourcentage où l'absence de traitement a été comptabilisée comme un échec. La raison de cette distinction est que l'absence de traitement peut avoir des causes très diverses, du manque de temps (notamment pour les questions situées en fin de contrôle) qui ne signifie pas que l'élève ne sait pas faire, à l'élève qui ne traite pas les questions pour lesquelles il n'est pas sûr de la réponse.

Les résultats ainsi obtenus nous renseignent grossièrement sur ce que les élèves ont su ou n'ont pas su faire en contrôles et nous permettent des comparaisons entre classes, en prenant toutefois en compte les différences entre les énoncés.

b. Mise en regard avec l'enseignement reçu

L'interprétation des résultats aux contrôles est délicate. D'une part parce que, comme nous l'avons précisé plus haut, réussite au contrôle et apprentissage ne sont pas nécessairement équivalents (une réussite au contrôle peut ne pas être la trace d'un apprentissage "réel" et pérenne, mais par exemple d'un effet de contrat ; de même, un échec ou une absence de réponse n'est pas nécessairement synonyme d'absence d'apprentissage) ; d'autre part parce qu'il faut également considérer l'écart entre ce qui a été proposé durant le chapitre et ce qui est proposé en contrôle : l'échec à un type[115] d'exercice différent de ce qui a été traité en classe n'a pas la

[114] Nous sommes consciente du caractère imparfait de ce critère, mais il nous semble néanmoins que le fait de coder suppose une conscience des tracés réalisés et de les avoir effectivement réalisés.
[115] On entend ici "type" au sens large : qu'il s'agisse du nombre de tâches qui le constituent, de sa nature, du contenu des tâches, …

même signification que l'échec à un type d'exercice qui a été traité, éventuellement plusieurs fois. Enfin, le degré de difficulté doit aussi être comparé à celui des exercices traités durant le chapitre : le contrôle peut être plus ou moins difficile par rapport à ce qui a été traité ; par exemple, il peut présenter des adaptations des connaissances plus difficiles que celles qui ont été rencontrées.

Nous analysons donc les résultats des contrôles en les mettant en parallèle avec ce qui, dans le scénario et les déroulements peut avoir eu une influence (par exemple une tâche similaire, mais pas seulement : nous essayons dans la mesure du possible de chercher ce qui peut expliquer la réussite ou l'échec). Nous gardons toutefois à l'esprit certaines limites : non seulement on peut penser que l'ensemble du travail peut influencer les apprentissages, par exemple parce qu'un exercice peut provoquer des réorganisations des connaissances, mais aussi parce qu'une partie des facteurs serait à rechercher ailleurs que dans le seul chapitre sur la symétrie axiale (à la fois en termes de contenus, et en termes d'habitudes), ce que nous ne sommes pas en mesure de faire.

Plus précisément, à partir des réussites et échecs constatés sur des tâches données du contrôle, nous recherchons d'abord dans le scénario s'il existe des tâches similaires, qu'il s'agisse de leur nature, des variables didactiques, ainsi qu'en termes de mise en fonctionnement des connaissances. Nous recherchons ensuite les exercices qui, bien que n'étant pas du même type, portent sur les mêmes connaissances (anciennes et/ou nouvelles). Enfin, si les tâches du contrôle nécessitent des adaptations particulières[116], nous cherchons dans le scénario les tâches qui ont pu permettre de travailler ces adaptations.

Puis, pour une tâche donnée d'un contrôle, une fois identifiées les tâches dont l'accomplissement peut avoir eu la plus grande influence sur les résultats du contrôle, nous considérons leur déroulement, conformément à notre hypothèse selon laquelle les déroulements influent sur les activités des élèves en modifiant éventuellement les tâches (en les simplifiant ou en les enrichissant par exemple). Nous cherchons notamment si les tâches en question ont été traitées de manière autonome par les élèves, quelle(s) procédure(s) de résolution est (sont) apparue(s) et laquelle (lesquelles) a (ont) éventuellement été privilégiée(s) lors de la correction, les aides qui ont été dispensées, si un bilan collectif a été dressé, etc. Nous identifions également les épisodes de cours, de rappels ou de correction qui ont pu permettre un réinvestissement ou au moins une évocation de la tâche et/ou des procédures de résolution associées.

En résumé, si nous mentionnions jusqu'alors des réussites et des échecs, nous tentons d'affiner nos analyses. En effet, il ne s'agit pas seulement de repérer quelles tâches sont réussies ou non, mais d'identifier des traces d'apprentissages ou de non-apprentissage (traces de conceptions erronées persistantes par exemple) dans les productions des élèves. Aussi les analyses de productions d'élèves sont-elles faites de manière relativement fine.

[116] Nous excluons les adaptations fréquentes comme "faire des étapes" ou "reconnaître les modalités d'application d'un résultat du cours" sauf si la tâche en question leur confère une difficulté particulière, par exemple si la reconnaissance des modalités d'application d'un résultat est rendue difficile par la situation ou si les étapes ne sont ni habituelles, ni indiquées.

Chapitre 4 Deux enseignants, deux pratiques : des effets sur les activités des élèves

Ce chapitre porte sur la première année du dispositif expérimental et tend à analyser les pratiques des deux enseignants de l'étude. Après une présentation détaillée du scénario conçu par chacun des deux enseignants de l'étude la première année, nous étudions les déroulements correspondants. Ce choix est destiné à faciliter les comparaisons, exposées à la fin de chacune des parties.

Les données correspondantes sont très nombreuses ; nous avons réalisé des analyses successives de plus en plus élaborées, comme rappelé dans la méthodologie. Nous fournissons en annexe certaines données "brutes", principalement les énoncés des exercices et des analyses intermédiaires sur les scénarios et les déroulements. Cependant, le parti pris de présenter les deux enseignants dans le même chapitre et la nécessité d'illustrer nos propos justifient la longueur du présent chapitre.

1. Les scénarios des deux enseignants : quels potentiels d'activités et d'apprentissages ?

Cette partie a trait à l'analyse des scénarios conçus par Martine et Denis pour leurs classes durant l'année 2006-2007. Nous ne sommes pas intervenue dans le processus de création des scénarios, mais le fait de savoir qu'il sera étudié par un chercheur peut influencer l'enseignant. Toutefois, les entretiens menés avec les enseignants nous permettent d'affirmer que, Martine reprenant tous les ans son cours sous réserve de légères modifications, notre présence ne l'a guère influencée. En effet, lorsque nous l'avons rencontrée, son scénario pour le chapitre était déjà prêt. Quant à Denis, il se peut que notre présence ait légèrement modifié son approche. Certes, il dit aussi reprendre approximativement le travail de l'année précédente, mais nous a annoncé lors de l'entretien qu'il avait décidé d'y ajouter cette année-là une activité d'introduction proposée par un collègue et produite par un IREM.

Nous avons suivi, pour l'analyse des scénarios, la méthodologie exposée dans le chapitre précédent – à savoir l'analyse de chaque tâche proposée dans le scénario puis l'analyse globale de celui-ci – mais il ne nous a semblé ni utile, ni possible de rendre compte du détail des analyses[117]. C'est pourquoi nous avons pris le parti de ne présenter que les résultats de ces analyses, à savoir les conclusions de l'analyse globale, en proposant en annexe certains documents liés à l'analyse globale, tels que les schémas des scénarios ou la liste des exercices.

L'analyse des tâches et l'analyse globale du scénario nous donnent les moyens de décrire les activités possibles induites par celui-ci. A partir de celles-ci, nous émettons des hypothèses sur les apprentissages qui peuvent en découler. Nous les comparons aussi aux objectifs d'apprentissages liés à la notion de symétrie axiale en sixième, que nous avons mis en évidence dans le chapitre 2, en tenant compte à la fois des spécificités du concept et des programmes (y compris les programmes du cycle 3). Or, ces objectifs comportaient d'une part une certaine conceptualisation de la notion de symétrie axiale sous son double aspect statique et dynamique,

[117] En effet, à titre d'exemple, le scénario de Denis comporte plus de 80 tâches et l'analyse d'une tâche prend parfois plusieurs pages…

éventuellement[118] l'articulation des deux, ainsi qu'un travail sur les conceptions erronées, d'autre part certaines compétences en matière de constructions géométriques et enfin des objectifs en termes de raisonnement (liés à l'initiation au raisonnement déductif).

a. Le scénario de Martine

Il nous a été communiqué avant le début du chapitre. Il s'agissait d'un document (cf. annexe 1) écrit sur ordinateur, contenant la leçon prévue, mais également, entre les différents *énoncés*[119] de la leçon, la référence des exercices du manuel qu'elle donnera à faire aux élèves, quelques synthèses écrites à faire, ainsi que les exercices dont elle a conçu elle-même les énoncés. Martine nous avait annoncé qu'il ne s'agissait que d'une trame qu'elle se réservait le droit de modifier, en particulier pour le choix des exercices, mais il s'avère que peu de modifications ont été opérées par rapport au projet initial (cf. infra). Elle nous a aussi expliqué qu'elle reprenait chaque année le document de l'année précédente, en le modifiant éventuellement légèrement, notamment lorsqu'un changement de programme avait eu lieu, ce qui est le cas. Il ne semble toutefois pas que le scénario ait beaucoup varié par rapport à l'année précédente.

Les aspects statique et dynamique de la symétrie axiale

Le cours (cf. annexe 1) qui figure sur le document fourni par Martine comporte cinq parties, mais après analyse à la fois du scénario tel qu'il était écrit par Martine, et des analyses a priori des tâches, en particulier en termes d'approches dynamique et statique de la symétrie, nous distinguons clairement trois parties successives :

- En premier lieu, la symétrie axiale est introduite (exercice 1) comme transformation géométrique : dans plusieurs cas (une translation, une rotation de 90°, une symétrie centrale et deux symétries axiales), il s'agit d'identifier le mouvement qui permet de passer d'une figure à une autre. Le but est de caractériser la symétrie axiale, parmi ces transformations, comme celle qui correspond au pliage et/ou au retournement. La notion de « figures symétriques » est ensuite caractérisée à partir du pliage[120] et réinvestie dans les exercices 2 et 3 – reconnaissance de figures symétriques et recherche d'erreurs. La définition du symétrique d'un point[121] est ensuite établie grâce à un exercice consistant à construire le symétrique d'un point par pliage puis de reconnaître la perpendicularité et l'équidistance du pliage (exercice 4) ; elle est ensuite travaillée dans des exercices de reconnaissance puis de construction de symétriques de points, d'abord sur quadrillage (exercices 5 et 6) puis sur papier uni (exercice 7, associé à la reconnaissance de segments symétriques et de la conservation des longueurs) ; puis sont abordées les constructions de symétriques de figures, d'abord des figures de base mais

[118] Le lien à faire entre la transformation géométrique et l'existence d'un axe de symétrie dans une figure n'est pas précisé dans les programmes de 2005, en vigueur au moment de l'étude.

[119] Nous appelons ainsi les définitions, propriétés, remarques et autres phrases que l'enseignant fait écrire dans la leçon.

[120] La synthèse prévue de l'exercice d'introduction dans le cours est *« Une figure et sa symétrique par rapport à une droite (d) sont superposables par pliage suivant (d) ».*

[121] La définition qu'il est prévu d'écrire dans le cours est : *« Le point A' est le symétrique du point A par rapport à la droite (d) signifie que : la droite (d) est la perpendiculaire à la droite (AA') et que (d) passe par le milieu du segment [AA'] ou que A et A' sont confondus sur (d) »* (Cf. annexe 1).

dans différentes configurations (segment, droite et cercles : exercices 8, 9, 10), permettant d'établir la méthode analytique[122] qui, associée à la propriété de conservation, est généralisée par un énoncé du cours à des figures plus complexes, mais sans qu'il soit prévu de réinvestissement dans des exercices[123]. Les exercices 12 à 15 permettent enfin un travail notamment sur des tâches de preuve[124] mobilisant la propriété de conservation, associée à des contenus plus anciens (nature d'un quadrilatère et d'un triangle) dans les deux derniers.

Tous ces éléments sont liés à l'approche de la symétrie axiale comme transformation (aspect dynamique).

Cette première partie correspond aux exercices 1 à 15 et 17 à 21 et aux trois premiers paragraphes du cours écrit (cf. Annexe).

- La notion d'axe de symétrie est ensuite abordée dans des exercices, sur des figures usuelles (segment, droite, angle puis triangles, quadrilatères et cercle : exercices 16, 18 à 21). Une synthèse est prévue sur la méthode pour trouver les axes de symétrie d'une figure :

Pour déterminer si une figure admet un axe de symétrie

- on cherche un axe éventuel

- on vérifie que cet axe convient (par découpage et pliage, avec calque, par les images de points particuliers…)

- on conclut seulement après vérification (cours de Martine)

On trouve ensuite un exercice de classement consistant à trouver des figures ayant un nombre d'axes de symétrie donné (exercice 22).

Tous ces éléments sont liés à l'approche statique de la symétrie axiale.

Cette partie correspond aux exercices 16, 18 à 22, et 29, ainsi qu'au début du quatrième paragraphe du cours.

- La médiatrice, qui a été introduite dans la partie précédente comme étant le nom de l'axe de symétrie du segment qui n'est pas son support est ensuite définie comme droite coupant le segment perpendiculairement en son milieu ; la propriété d'équidistance et sa réciproque sont établies et justifiées par les propriétés de la symétrie axiale et en utilisant le fait qu'un triangle isocèle a pour axe de symétrie la médiatrice de sa base. Des exercices permettent enfin le réinvestissement de ces propriétés en lien avec des constructions liées à la symétrie (notamment la construction du symétrique d'un point au compas) et à des contenus anciens (exemple : les exercices 24, 25 et 26) ; ils permettent également de travailler la notion de bissectrice, notion ancienne qui a déjà été revue dans la partie précédente, comme axe de symétrie de l'angle. Le dernier énoncé du cours est la définition du symétrique d'un point avec la médiatrice. Les exercices 27 et 28 sont des exercices de synthèse qui permettent de réinvestir les notions de bissectrice,

[122] Rappels : la méthode analytique, appelée ainsi par Grenier (op. cité) est celle qui consiste, pour construire le symétrique d'une figure, à construire le symétrique de quelques points puis à compléter la figure en s'appuyant sur les propriétés de conservation (cf. chapitre 3).

[123] Voir ci-dessous la partie sur les objectifs liés aux constructions

[124] Rappelons qu'une tâche de preuve est destinée à obtenir un résultat en utilisant une propriété mathématique : par exemple, trouver la longueur d'un segment en utilisant la conservation des longueurs par la symétrie axiale.

losange et construction du symétrique d'un point au compas, tout en les associant à des tâches de calcul portant sur des contenus anciens (angles et périmètres).
Ces éléments permettent de faire le lien entre les approches dynamique et statique de la symétrie.

Cette partie correspond aux exercices 23 à 28 ainsi qu'aux deux derniers sous-paragraphes du cours.

Le scénario de Martine est donc structuré de manière à étudier les deux approches de la symétrie axiale, d'abord séparément, puis en lien l'une avec l'autre, notamment via la notion de médiatrice. Cette organisation est d'autre part explicitée par Martine, notamment lors de la séance 8, durant laquelle elle passe de ce que nous identifions comme la première à la deuxième partie :

> *Jusque là, vous aviez des axes de symétrie et vous deviez construire des symétriques de figures ; réciproquement, j'ai déjà une figure complète, est-ce que je peux trouver un axe de symétrie, c'est-à-dire est-ce qu'on peut la plier sur elle-même ?* (Martine, séance 8)

Quant au lien entre la deuxième et la troisième partie, il découle naturellement du fait que la médiatrice et la bissectrice ont été introduites comme axes de symétrie respectivement du segment et de l'angle et sont donc étudiées comme cas particuliers d'axes de symétrie. Martine précise ainsi, à la séance 10 :

> *Travailler un peu plus, aller un peu plus loin sur la notion de médiatrice, médiatrice, uniquement médiatrice d'un segment, et ensuite bissectrice d'un angle.* (Martine, séance 10)

Le lien avec l'aspect dynamique est fait ensuite dans les exercices, comme nous l'avons précisé ci-dessus, notamment en utilisant la transformation géométrique et les propriétés de conservation comme outils pour démontrer les propriétés de la médiatrice (propriété d'équidistance et réciproque), puis en utilisant ces propriétés pour établir la méthode de construction du symétrique d'un point au compas.

Les objectifs d'apprentissages sur les constructions

En observant la répartition des tâches selon leur nature dans le scénario de Martine, on constate la fréquence élevée des tâches de construction : 41 sur 75 (soit 54,6 %).

Comparons le scénario de Martine avec les objectifs possibles du chapitre en termes de constructions. (cf. chapitre 2, les programmes).

En regardant dans le détail les tâches de construction, on note vingt-deux tâches de constructions de symétriques (dix-neuf dans la première partie et trois dans la troisième) et onze constructions d'axes de symétrie, les autres portant sur des contenus anciens (construction de triangles…).

Parmi les tâches de constructions de symétriques, la répartition selon les variables didactiques nous renseigne sur les objectifs poursuivis par Martine : les propriétés des figures dont il faut construire les symétriques, le type de papier (quadrillé, uni ou mixte), la position de l'axe, … :

- On constate notamment que, sur les vingt-deux tâches, trois seulement sont faites sur papier quadrillé. Les deux premières (exercice 5) sont des constructions de symétriques de points, d'abord avec un axe vertical (tâche 5a) puis un axe oblique suivant des diagonales de carreaux (tâche 5b). Elles interviennent immédiatement après la définition du symétrique d'un point. L'enjeu technique n'est pas très fort, notamment du fait qu'il ne s'agit que de points, et que les axes sont placés de manière à ne pas rendre la tâche trop difficile. La présence de points sur l'axe, de points de part et d'autre de l'axe ainsi que la tâche suivante (tâche de reconnaissance de symétriques de points sur quadrillage incluant un travail spécifique des conceptions erronées) nous permettent d'affirmer que l'objectif est principalement un travail sur la définition du symétrique d'un point et sur les conceptions erronées plus qu'un travail sur la technique de construction sur quadrillage. La troisième tâche de construction sur quadrillage est l'exercice 21, qui ne présente pas non plus de difficulté technique (en particulier, l'axe est vertical, il s'agit d'une succession de segments courts, joignant des nœuds du quadrillage), mais qui permet à nouveau un travail sur le sens : un travail sur le lien entre approche dynamique et statique puisqu'il s'agit de compléter une figure pour qu'elle admette une droite donnée comme axe de symétrie.

La technique de construction sur papier quadrillé n'est donc manifestement pas un objectif du scénario de Martine.

- Le type de figures en jeu est également révélateur : en effet, sur les vingt-deux tâches, dix portent sur des symétriques de points, dix sont des symétriques de figures de base (segments, droites et cercles), et deux seulement portent sur des figures complexes, dont l'exercice 21, sur quadrillage.

L'enjeu principal n'est donc pas la construction de symétriques de figures complexes, même si la procédure analytique est établie pour la construction du symétrique d'un segment, d'une droite et d'un cercle. Notons à ce sujet que, par rapport au projet initial de Martine, l'énoncé du cours qui concernait la construction du symétrique d'une figure complexe n'a pas été écrit par les élèves[125].

- Les configurations dans lesquelles les symétriques sont à construire nous éclairent sur les objectifs effectivement visés : en effet, qu'il s'agisse des constructions de symétriques de points ou de symétriques de figures usuelles, on observe non seulement une recherche d'exhaustivité dans les types de configurations possibles (par exemple, pour les symétriques de droites, la première est sécante à l'axe formant un angle quelconque, la seconde lui est parallèle et la dernière lui est perpendiculaire), mais aussi que les configurations choisies ont souvent pour but de mettre en défaut des conceptions erronées : par exemple, dans l'exercice 7, la présence de deux points presque sur une même droite verticale à une distance similaire de l'axe peut contribuer à mettre en défaut la conception liée aux axes horizontaux ; de même pour la présence de deux points sur l'axe[126]. D'autre part, si plusieurs exercices sont consacrés entièrement à la

[125] Lorsque Martine s'en rend compte, à la séance 8, elle semble considérer que c'est déjà acquis par les élèves et certains lui disent même qu'ils l'ont écrit.

[126] En effet, lorsqu'il y a deux points sur l'axe, les élèves répondent souvent que l'un est le symétrique de l'autre, ceci étant lié au fait qu'il est difficile de concevoir qu'un point est son propre symétrique, mais aussi aux stéréotypes liés aux axes verticaux et horizontaux : quand l'axe est horizontal par exemple, si les

construction de symétriques (seuls la figure et l'axe sont donnés), on trouve également dans le scénario plusieurs exercices où l'on demande d'abord une construction portant sur des contenus anciens, puis le symétrique d'un des points de la figure : la configuration est alors complexe et induit souvent des réponses liées à des conceptions erronées ; l'exercice 11 en est un exemple typique : [AB] étant horizontal et [AC] étant presque vertical, l'élève est fortement induit à construire le symétrique de B par rapport à (AC) dans l'alignement de (AB), ce qui est une manifestation des conceptions erronées d'alignement et/ou liées aux axes verticaux et horizontaux.

Tout se passe comme si la construction de symétriques de figures complexes n'était pas un objectif en soi, mais qu'en revanche la construction de symétriques – de figures éventuellement simples – dans des configurations complexes, avec la mise en défaut de conceptions fausses en était un.

- Enfin, les tâches de constructions apparaissent rarement comme données pour elles-mêmes. En effet, même les premières constructions de symétriques de points sur papier uni (exercice 7), sont un support pour commencer à introduire les symétriques de segments, la méthode analytique et même la conservation des longueurs. De même, hormis celles qui servent à établir la méthode de construction du symétrique d'un segment, d'une droite ou d'un cercle, aucune construction n'est donnée sans être prolongée par une question de preuve. Enfin, même les tâches de constructions de la troisième partie, en particulier celle du symétrique d'un point au compas semblent avoir davantage pour but de faire le lien entre plusieurs notions (losange, bissectrice, symétrie) et entre les approches dynamique et statique de la symétrie que d'enseigner exclusivement une méthode de construction du symétrique d'un point. Les tâches de construction de la troisième partie semblent également être l'occasion d'un travail de raisonnement, dans le paradigme GII. En effet, la justification de la méthode de construction du symétrique d'un point au compas s'appuie sur les propriétés du losange et de la bissectrice d'un angle.

Il se confirme que les méthodes de construction de symétriques, sans être négligées puisqu'elles font l'objet de nombreux exercices et de synthèses dans la leçon, ne semblent donc pas être un objectif en soi, mais plutôt une occasion d'approfondir la conceptualisation de la notion de symétrie axiale, de réinvestir des connaissances variées et d'établir des liens.

D'autre part, en ce qui concerne les axes de symétrie, on note quelques dessins d'axes sur des dessins "figuratifs" (exercice 20), mais les autres tâches sont des constructions d'axes de symétrie sur des figures géométriques (segment, droite, angle, triangles, quadrilatères, cercle : exercices 16, 18 et 19). L'objectif semble être pour cette partie, de dépasser la reconnaissance perceptive sur des dessins, et de "mathématiser" un peu la notion d'axe de symétrie. Cette analyse est renforcée par le fait que la suite d'exercices sur le sujet se conclut par l'écriture d'une *« méthode pour trouver des axes de symétrie »* qui, si elle n'est pas très rigoureuse (la vérification suggérée étant le pliage), évoque néanmoins une phase de conjecture faisant appel à des connaissances (les axes de symétrie des figures géométriques usuelles) et à une vérification.

---

points sont placés de telle façon qu'ils sont symétriques par rapport à la droite verticale coupant la figure en deux parties égales, cela induit la réponse fausse (cf. exercice 6 par exemple).

Les objectifs de constructions semblent donc, dans le scénario de Martine, plus conceptuels que techniques. Les méthodes de construction semblent en outre devoir être élaborées et parfois justifiées par les élèves, à partir des définitions et propriétés des objets mathématiques. Le travail sur les constructions semble, à ce titre, prendre plutôt place dans le paradigme GII.

Les objectifs d'apprentissages sur le raisonnement

Nous considérons notamment dans cette partie le travail sur le changement de paradigme (GI/GII) qui doit être entrepris en sixième (cf. les programmes) et sur lequel le chapitre sur la symétrie axiale est une occasion de travailler. Les tâches de preuve forment en général le cœur de ce travail, mais certaines tâches de construction contribuent également au travail de raisonnement : d'une part, comme précisé ci-dessus, les constructions peuvent parfois avoir comme principal objectif l'utilisation et la maîtrise de définitions et propriétés plus que de techniques, d'autre part, certaines tâches nécessitent un travail dans le paradigme GII, par exemple lorsqu'il s'agit de concevoir une méthode de construction (l'exercice 24 où il s'agit de construire le symétrique d'un point en utilisant uniquement le compas en est un bon exemple). De manière générale, le fait que les exercices portant sur les constructions précèdent[127] toujours la synthèse dans le cours où la méthode de construction est écrite signifie que les exercices ne sont pas destinés à appliquer une technique de construction, mais à concevoir une méthode à partir de connaissances (définitions, propriétés) et correspondent donc à un travail dans GII.

Les tâches de preuve représentent une part non négligeable du travail (20 % des tâches du scénario) et semblent constituer un enjeu important du chapitre. Sur les 15 tâches concernées, 11 sont dans la première partie et 2 dans la dernière. Aucune ne figure dans la partie consacrée aux axes de symétrie de figures. Certaines font appel à des propriétés du chapitre (principalement conservation des longueurs : 9/15, conservation des angles : 4/15, conservation des aires : 1/15 et propriété d'équidistance des points de la médiatrice : 1/15), d'autres à des propriétés anciennes (la propriété *« si deux droites sont perpendiculaires à une même droites, alors elles sont parallèles entre elles »* pour une tâche et les définitions des triangles et quadrilatères particuliers pour 4 tâches). Le total n'est pas égal à 15 car certaines preuves nécessitent l'utilisation de plusieurs propriétés : pour 3 des preuves en effet, il s'agit d'utiliser la conservation des longueurs pour déterminer la nature d'un quadrilatère (tâches 14c, 15c et 28d).

Afin de préciser les objectifs d'apprentissages visés par le scénario en ce qui concerne les tâches de preuve, rappelons que toute tâche de cette nature suppose au moins de reconnaître la nature de la tâche et la configuration (adaptation A1), de choisir la bonne propriété (adaptation A6) – celle-ci étant rarement indiquée – et de respecter des étapes (adaptation A4).

Une tâche de preuve élémentaire consiste alors par exemple à identifier des points symétriques et à conclure sur la mesure d'un angle ou d'un segment grâce à la propriété de conservation adaptée (voir par exemple l'exercice 12). On compte 8 tâches de ce type. Les sept autres tâches de preuve présentent soit des adaptations A1, A3 ou A4 plus difficiles (par exemple la propriété à utiliser est une connaissance ancienne, comme dans la tâche 15b, ou le fait que les points sont symétriques n'est pas indiqué dans l'énoncé et doit être déduit de codages sur une figure, comme dans la tâche 13a, ou encore il faut utiliser plusieurs propriétés successivement sans que

[127] Voir le schéma du scénario de Martine en annexe.

cela soit indiqué comme dans la tâche 15c), soit ces adaptations sont combinées avec d'autres : par exemple l'introduction d'intermédiaires – adaptation A2 – lorsque l'angle dont il faut trouver la mesure n'est pas tracé, ou adaptation A5 lorsqu'il faut utiliser les questions précédentes comme dans l'exercice 17, ou encore A3 lorsque les preuves mélangent des connaissances nouvelles (la propriété de conservation par exemple) et anciennes (la nature d'un quadrilatère).

Les tâches de preuve proposées dans le scénario sont donc nombreuses et relativement variées, associant contenus nouveaux et anciens. Beaucoup portent sur l'utilisation des propriétés de conservation, mais pas seulement. De même, les adaptations des connaissances nécessaires dans ces tâches sont nombreuses, variées et souvent complexes. Cela nous permet d'affirmer que l'un des objectifs principaux du scénario porte sur les preuves, essentiellement dans le paradigme GII.

Quelle organisation du scénario pour tenter d'atteindre les objectifs visés ?

La distinction cours/exercices n'est pas nette dans la classe de Martine ; en effet, les cahiers sont mixtes : en général la page de droite est consacrée aux exercices et la page d'en face à écrire les synthèses correspondant aux exercices ; parfois même, ce qui est considéré comme la leçon est une page photocopiée qui contient à la fois des exercices et des espaces pour écrire des synthèses (cf. par exemple la feuille 3 sur les constructions de symétriques de figures usuelles).

Même si l'organisation de chacune des trois parties (cf. supra et schéma du scénario en annexe 2) montre qu'elles ne sont pas structurées de la même façon, on y trouve néanmoins des régularités.

La première partie contient huit énoncés de cours (prévus dans le cours écrit par Martine) qui sont toujours précédés d'un ou plusieurs exercices permettant de les introduire, mais pas forcément d'exercices de réinvestissement, en particulier en ce qui concerne les méthodes de construction de symétriques de figures usuelles (segments, droites, cercles). L'exercice qui a pour fonction dans le scénario d'introduire les propriétés de conservation ne semble pas adapté à cette fonction. En effet, dans le manuel, par exemple, cet exercice est plutôt destiné à appliquer les propriétés de conservation : il doit intervenir après que les élèves auront appris les propriétés. Martine semble faire le choix de s'appuyer sur l'intuition des élèves (ou sur le fait qu'elle a établi dès le début du chapitre, comme conséquence du pliage, la conservation « des mesures ») pour répondre à la question de l'exercice et extrapoler ensuite les propriétés de conservation. De ce fait, l'exercice permet aux élèves non plus d'établir les propriétés de conservation, mais de les mettre en évidence à partir de l'intuition et de les admettre : l'exercice a alors semble-t-il davantage une fonction de réflexion sur la notion de preuve et sert plus à introduire la méthode de preuve à l'aide d'une propriété que la propriété elle-même.

La deuxième partie ne contient qu'un énoncé de cours, qui intervient quasiment à la fin de la partie et consiste en une synthèse sur la méthode pour trouver un axe de symétrie dans une figure. Cela s'explique probablement par le fait que la notion d'axe de symétrie n'est pas nouvelle pour les élèves : il s'agit donc davantage de l'approfondir et de l'utiliser dans les exercices que d'apprendre de nouveaux résultats. L'approfondissement consiste en l'occurrence à relier la notion d'axe de symétrie enseignée en général au cycle 3 en lien avec le concept quotidien ("un trait qui partage la figure au milieu"), à des notions mathématiques telles que la médiatrice, la bissectrice, … Il s’agit de constructions et non de dessins, sauf pour le dernier exercice. En revanche, aucune définition de la notion d’axe de symétrie n’est donnée.

Quant à la troisième partie, elle contient quelques énoncés de cours, mais essentiellement des exercices qui sont souvent des exercices de synthèse, plus éloignés du cours, faisant intervenir plusieurs notions différentes, éventuellement anciennes.

Certains énoncés de cours portent sur des méthodes (de construction notamment) et, dans ce cas, ils apparaissent toujours *après* les exercices où la méthode a été travaillée, comme synthèse ou institutionnalisation, parfois même sans être suivis d’exercices de réinvestissement. Notamment, à propos du symétrique d’un point, la définition est écrite dans la leçon après un exercice permettant de l’établir, puis suivent des exercices où la définition est réinvestie en particulier pour construire des symétriques et vient enfin un énoncé de synthèse sur la méthode de construction du symétrique d’un point. En revanche, nous verrons que chez Denis, la définition et la méthode de construction sont regroupées en un seul énoncé.

D’autre part, nous avons précisé dans les parties précédentes la diversité des tâches, des connaissances en jeu, des mises en fonctionnement de ces connaissances, tant pour les tâches de construction que pour les tâches de preuve. Or cette diversité est introduite de façon progressive, en termes de difficultés. Les tâches élémentaires – de construction et de preuve – sont proposées d’abord, puis viennent progressivement les tâches impliquant des adaptations plus difficiles ou plus nombreuses (cf. le tableau de la liste des tâches en annexe).

Cette progressivité est particulièrement visible sur la série d’exercices de la première partie venant après l’établissement de la propriété de conservation : les exercices 12 à 15 et 17 :

Exercice	Nombre de tâches	Nature des tâches	Contenus en jeu	Adaptations[128] et/ou difficultés
12	1	Preuve	Nouveaux	A4, A1, A6
13	2	Preuve	Nouveaux	A4, A1, A6
		Preuve + calcul	Nouveaux + anciens	A4, A1, A6 + changement de cadre (numérique / géométrique) et mélange ancien/nouveau (A3) Nécessité d'utiliser les questions précédentes (A5),
14	3	Construction	Anciens	Etapes nécessaires (A4)
		Construction	Nouveaux	A4 + l'axe n'est pas tracé (A1), choix de la méthode (A6)
		Preuve	Nouveaux + anciens	A4, A1, A6 + mélange d'ancien et nouveau (A3)
15	3	Construction	Nouveaux	A4
		Preuve	Anciens	A4, A1, A6 + mélange d'ancien et nouveau (A3)
		Preuve	Nouveaux + anciens	A4, A1, A6 + mélange d'ancien et nouveau (A3)
17	5	Construction	Ancien	Les indications données sont inhabituelles pour un rectangle (A1), introduction nécessaire de la diagonale [BD] (A2), étapes (A4)
		Construction	Nouveaux	A4
		Preuve	Nouveaux	A4, A1, A6 + utilisation de la question précédente (A5) + adaptation A1 particulière du fait que le segment n'est pas tracé
		Preuve	Nouveaux	A4, A1, A6 + une adaptation A1 particulière du fait que l'angle n'est pas tracé
		Preuve	Anciens + nouveaux	A4, A1, A6 + mélange ancien et nouveau (A3) + pas les connaissances nécessaires pour prouver que le triangle est équilatéral (A7 éventuellement)

[128] Les adaptations dépendent de la procédure de résolution : nous ne mentionnons ici que les adaptations qui correspondent soit à des nécessités liées à la tâche (elles sont donc présentes quelle que soit la procédure de résolution retenue), soit à l'enjeu de l'exercice, même si certaines procédures erronées permettent de l'éviter. Nous indiquons simplement le code de l'adaptation lorsque celle-ci correspond aux adaptations classiques pour ce genre de tâches (cf. ci-dessus *les objectifs d'apprentissages sur le raisonnement* en ce qui concerne les adaptations liées aux tâches de preuves). Nous précisons lorsqu'il s'agit d'une adaptation plus spécifique à la tâche.

D'autre part, dans chacune des trois parties, on trouve d'abord des tâches de reconnaissance, puis des tâches de construction et enfin des tâches de preuve – excepté dans la partie 2 qui ne contient pas de tâche de preuve – avant de proposer des exercices mélangeant les différents genres (voir la répartition des différents genres de tâches dans le document en annexe). Or les tâches de reconnaissance sont en général celles qui contiennent le moins d'adaptations, et sont uniquement fondées sur la perception ; les tâches de construction nécessitent l'utilisation d'outils et de connaissances, parfois avec des adaptations ; quant aux tâches de preuve, même lorsqu'elles sont élémentaires, elles nécessitent des adaptations des connaissances.

Les exercices venant en fin de partie et surtout à la fin du chapitre sont ceux qui cumulent le plus de tâches, souvent de genres différents (jusqu'à cinq tâches et trois genres différents pour l'exercice 28), et impliquant en général beaucoup d'adaptations, variées et complexes.

Enfin, une dernière caractéristique du scénario de Martine propre à influencer les apprentissages des élèves, est la répartition entre le travail effectué en classe et le travail à la maison. En effet, presque tous les exercices sont réalisés en classe (seuls deux exercices commencés en classe sont à terminer à la maison cependant que six exercices sur vingt-neuf sont intégralement donnés à faire à la maison). Les exercices à faire à la maison ne sont en général guère plus difficiles que ceux qui ont été traités en classe, excepté l'exercice 17. En outre, l'articulation avec le travail de la classe est très précis : il s'agit soit d'appliquer ce qui a été vu durant la séance précédente, soit de préparer le travail de la séance suivante.

Les conceptions erronées

Certaines tâches sont l'occasion, ou même ont pour objectif explicite, de mettre en défaut les conceptions erronées (comme on l'a mentionné déjà lors de l'analyse des tâches de construction).

La conception de la symétrie comme transformation d'un demi-plan dans un autre, éventuellement dans un seul sens, est mise en défaut à la fois dans les exercices de construction et dans certains exercices de preuve. Les exercices de construction présentent en général des éléments des deux côtés de l'axe, voire coupés par l'axe (les points sont répartis des deux côtés de l'axe dans les exercices 5 et 7, deux des segments sur quatre sont coupés par l'axe dans l'exercice 8, de même pour deux des droites sur trois dans l'exercice 9 et deux des cercles sur trois dans l'exercice 10 par exemple) ; les exercices de preuve nécessitent parfois de considérer la symétrie « dans les deux sens » : par exemple, dans l'exercice 13, où il s'agit de deux triangles, situés de part et d'autre de l'axe et symétriques, les données (longueurs) sont réparties sur les deux triangles, et la preuve porte une fois sur l'un et une fois sur l'autre.

Les conceptions liées à la confusion avec d'autres transformations, en particulier la symétrie centrale et la translation sont l'occasion d'un travail par exemple dans l'exercice 2, sous forme de QCM qui proposent justement des réponses fausses liées à ces conceptions erronées.

Enfin, certaines tâches permettent la mise en défaut des conceptions erronées portant sur les cas particuliers d'axes horizontaux et verticaux, ainsi que la conception d'alignement, qui leur est liée : par exemple, à nouveau, l'exercice 2, ou encore les tâches de constructions comme la tâche 11b avec un segment horizontal et un axe presque vertical qui induisent les réponses erronées. Les conceptions liées à ces cas particuliers sont prises en compte justement par le faible nombre de situations où l'axe est horizontal ou vertical dans les parties un et trois : si cela ne permet pas de mettre directement en défaut les conceptions erronées, cela contribue en revanche probablement à en diminuer la prégnance et à les resituer comme cas particuliers. Toutefois, cette remarque ne vaut pas pour la partie deux, où la plupart des axes de symétrie sont verticaux ou horizontaux, notamment parce que les figures sont présentées en positions prototypiques (exercices 18, 19 et 20).

Traitement des concepts quotidiens et scientifiques

Martine s'appuie au départ sur le concept quotidien de mouvement (qu'on peut faire subir à un calque pour passer d'une figure à une autre identique) pour introduire l'idée[129] de transformation géométrique. Cependant, un travail devra être fait lors du déroulement pour spécifier le concept de mouvement aux mathématiques : par exemple établir que de deux mouvements possibles, on retiendra le plus économique, ou encore que les positions intermédiaires (par exemple le fait que le calque sorte du plan de la feuille) ou la vitesse ne sont pas pris en compte. L'exercice d'introduction est donc une tâche de type GI (manipulation, perception…) mais sur un problème mathématique.

Le scénario laisse en outre penser que des concepts quotidiens traditionnellement associés à la symétrie axiale (le miroir, …) ne sont pas sollicités. Probablement Martine considère-t-elle que ces associations ont été établies au cycle 3 et que la mobilisation du pliage (ou du calque) suffit à les évoquer.

Quant à l'aspect statique, il est introduit et majoritairement travaillé comme concept scientifique, notamment parce qu'il est directement abordé à propos de figures géométriques (segment, droite, angle, triangles, quadrilatères…), même si aucune définition d' *« axe de symétrie »* n'est prévue dans le cours. Toutefois, dans la méthode pour déterminer si une figure a un axe de symétrie, la vérification peut être faite *« par les images de points particuliers »* (voir annexe), ce qui suppose d'avoir établi un lien entre statique et dynamique, et de dépasser pour la notion d'axe de symétrie l'idée d'un "trait qui coupe la figure au milieu" liée au concept quotidien. En outre, des tâches faisant appel au perceptif sur des dessins figuratifs (exercice 20) sont effectuées après le travail sur les figures géométriques : s'agit-il de faire le lien avec les connaissances anciennes (c'est en effet ainsi que la notion d'axe de symétrie est traitée au cycle 3) ?

Le scénario se place donc dès le début sur le plan des concepts scientifiques pour la symétrie axiale (même s'il s'appuie sur le concept quotidien de mouvement). L'objectif est clairement la maîtrise de la symétrie comme concept scientifique.

Conclusion

En faisant le parallèle avec les analyses de manuels présentées dans le chapitre sur la symétrie, on constate que le scénario de Martine présente des caractéristiques communes avec certains des manuels, mais aussi une certaine originalité. Dans le scénario de Martine, la symétrie est introduite comme transformation géométrique particulière en s'appuyant sur le concept quotidien de mouvement. Il s'agit d'associer symétrie axiale et pliage (l'institutionnalisation visée à l'issue de l'exercice 1 est la caractérisation de deux figures symétriques comme superposables par pliage), mais également d'initier à la notion de transformation géométrique,

[129] Nous utilisons le mot « idée » plutôt que « notion » parce que la notion de transformation géométrique n'est jamais explicitée par Martine, même si le travail y a trait.

et surtout manifestement de replacer la symétrie axiale dans un contexte à la fois mathématique (celui des transformations géométriques) et d'enseignement (l'organisation des contenus du collège autour des transformations). Le déroulement de la correction de l'exercice correspondant sera en effet l'occasion de préciser qu'il existe plusieurs transformations, de les nommer, et d'indiquer dans quelle classe chacune sera étudiée. D'autre part, le scénario introduit la symétrie par la transformation, mais dans une approche mixte : il s'agit de retrouver la transformation alors que les figures objet et image sont dessinées, ce qui revient à rechercher un axe de symétrie (ce que Martine précisera d'ailleurs dans le déroulement). Notons également que le début du scénario propose un travail sur les figures (approche de la transformation au niveau 1 de l'échelle de Grenier et Laborde) ; en effet, la première activité porte clairement sur l'action de la symétrie sur les figures (d'un point de vue global), la première définition est celle de deux figures symétriques, et même les propriétés de conservation sont ensuite écrites dans une version globale. Elles sont réécrites de manière détaillée à l'occasion des constructions par méthode analytique des symétriques de figures usuelles. Plusieurs exercices suivant la première institutionnalisation font ensuite appel à une conception globale des figures, avant de passer à un point de vue analytique. Selon nous, ce qui distingue aussi le scénario de Martine des scénarios de manuels est la place importante accordée à l'enjeu d'évolution vers le paradigme GII, à la fois dans la conception du scénario (les propriétés sont démontrées ou explicitement admises par exemple) et pour les élèves (on a vu par exemple le soin apporté à l'organisation de l'apprentissage concernant les tâches de preuve).

Rappelons que nous cherchions à étudier le scénario par rapport aux activités d'élèves – donc aux apprentissages – qui peuvent en découler et à la logique qui a semblé guider Martine lors de sa conception. Le scénario de Martine semble globalement conforme au programme. Toutefois les objectifs en matière de constructions de symétriques ne portent pas sur la complexité des figures ni particulièrement sur les situations où l'axe coupe la figure, même si ces cas sont évoqués. D'autre part, le scénario comporte un travail spécifique sur les conceptions erronées de la symétrie axiale. Le passage du paradigme GI au paradigme GII semble être un objectif majeur : en effet, non seulement la part du scénario consacrée aux tâches de preuve est importante, et les exigences dans ce domaine sont élevées, mais de surcroît, les tâches de constructions sont davantage centrées sur des objectifs conceptuels que techniques. De même , le travail sur les axes de symétrie semble avoir pour but de “mathématiser” la notion, c'est-à-dire de la relier à des connaissances et à des raisonnements géométriques et pas seulement à la perception et à des dessins figuratifs ; on peut également mentionner dans le même ordre d'idées l'introduction de la notion qui, si elle fait appel à la perception et au concept quotidien de mouvement, n'en est pas moins une manière de problématiser dans un contexte mathématique – celui des transformations géométriques –, le concept de symétrie axiale. Un autre objectif semble être d'établir des liens entre les connaissances nouvelles liées à la symétrie et des connaissances anciennes ou futures, comme en atteste l'enveloppe des connaissances abordées dans le chapitre (cf. annexe 4).

Enfin, le travail sur les approches dynamique et statique de la symétrie et le lien entre les deux semble constituer un principe organisateur du scénario. L'introduction permet notamment déjà de préparer le lien entre dynamique et statique, même si elle est centrée sur le dynamique puisqu'elle vise la reconnaissance de la transformation. Le scénario semble également conçu en cherchant une cohérence relevant du paradigme GII. En effet, le cours s'organise autour de définitions et propriétés qui sont au début justifiées par le pliage, puis pour la plupart démontrées (notamment dans les parties 2 et 3). On observe à ce propos par exemple le souci de démontrer la réciproque de la propriété d'équidistance qui ne se trouve dans aucun manuel.

En ce qui concerne les apprentissages attendus, les analyses précédentes nous permettent d'affirmer que le scénario a pour objectif une conceptualisation relativement avancée en ce qui concerne la symétrie axiale comme transformation géométrique, comme en atteste notamment l'organisation du scénario, ainsi qu'une intégration de la symétrie axiale dans le tissu des connaissances géométriques. D'autre part, si les objectifs en matière de constructions ne portent pas sur des figures complexes, en revanche le travail dans des configurations complexes est largement présent et les objectifs en termes de raisonnement et de changement de paradigmes sont ambitieux.

b. Le scénario de Denis

Une faible cohérence de l'organisation mathématique du scénario

Nous avons recherché l'articulation des aspects statique et dynamique de la symétrie dans le scénario. Il ressort que la première partie (qui regroupe pour nous les paragraphes I et II du cours de Denis, voir annexe 5) concerne le travail sur l'aspect dynamique : l'exercice d'introduction part du concept quotidien de reflet et a pour consigne *« dessine le reflet dans l'eau du bateau de la maison et de l'arbre »* (cf. annexe). Il sert à introduire la définition de « figures symétriques » en lien avec le pliage[130], puis le travail est centré sur les constructions de symétriques de figures, après avoir défini la médiatrice[131] et le symétrique d'un point. Une deuxième partie est consacrée à l'aspect statique : il s'agit d'un travail sur les axes de symétrie, prolongé par le travail sur les propriétés de la médiatrice. L'élément permettant l'articulation entre les deux semble être la définition de l'axe de symétrie : *« Une droite (d) est un axe de symétrie d'une figure lorsque l'image de cette figure par la symétrie d'axe (d) est la figure elle-même. »* Toutefois, aucune tâche ne semble être de nature à permettre un travail sur cette définition. En effet, une seule tâche montre une figure coupée par l'axe (exercice 16) et une autre consiste à compléter une figure par symétrie (exercice 17) les deux étant à faire à la maison, et n'étant jamais corrigées en classe ; leur place dans le scénario indique qu'il s'agit davantage de pratiquer la procédure analytique de construction de symétriques de figures complexes à la règle et au compas que de travailler sur le lien entre dynamique et statique. L'exercice 18, qui sert à introduire cette définition, semble peu adapté pour faire le lien entre dynamique et statique. En effet, la définition prévue fait référence à *« une figure »* qui serait sa propre symétrique ; or, dans l'exercice 18, les figures sont doubles (voir annexe), excepté une (celle qui correspond à la tâche 18b) et elle n'admet justement pas d'axe de symétrie ! Faire le lien nécessite alors par exemple d'expliciter le fait qu'il peut s'agir de deux parties d'une même figure.

D'autre part, toujours à propos des aspects dynamique et statique, on note des incohérences dans la première partie :la notion est introduite par son aspect dynamique ; or, juste après la définition de *« figures symétriques »*, la médiatrice d'un segment est introduite comme axe de

---

[130] La définition est : *« deux figures F et F' sont symétriques par rapport à une droite (d) lorsque l'on peut faire coïncider F et F' par pliage selon la droite (d). »* (cours de Denis, cf. annexe)

[131] Comme droite coupant le segment en son milieu et perpendiculairement.

symétrie d'un bipoint, sans que l'expression *« axe de symétrie »* n'ait été mentionnée auparavant. Elle sera d'ailleurs définie dans la deuxième partie du chapitre. De plus, à l'issue de la première séance, qui s'est terminée par l'écriture dans le cours de la définition du symétrique d'un point, l'exercice 7 qui est donné à faire à la maison porte sur la notion d'axe de symétrie : il s'agit de trouver les axes de symétrie des lettres de l'alphabet. Deux explications nous semblent possibles pour ce qui semble être une incohérence : soit la notion d'axe de symétrie est considérée comme connue des élèves par Denis, mais cela n'apparaît pas dans le déroulement et celui-ci a d'autre part annoncé lors de l'entretien préalable qu'il ne tenait pas compte de ce que les élèves avaient appris sur le sujet à l'école primaire, soit Denis assimile axe de symétrie et axe de *la* symétrie et n'a pas conscience de la distinction qui peut exister pour les élèves entre les deux situations. La deuxième hypothèse est confirmée par les déroulements : lors de la correction de l'exercice 7, à la deuxième séance, Denis semble se rendre compte de la difficulté (presque aucun élève de la classe n'a traité l'exercice) ; il traite alors lui-même le début de l'exercice, en précisant qu'il ne s'agissait pas de tracer un trait sous la lettre pour en faire le symétrique en dessous, mais que *« ça veut dire qu'on peut replier, quand on a un axe de symétrie. »*

Enfin, si l'on s'interroge sur la conceptualisation de la notion de symétrie axiale qui peut résulter de ce scénario, on observe qu'il sera d'autant plus difficile d'articuler les aspects dynamique et statique (c'est-à-dire de trouver une unité ou une logique entre les constructions de symétriques et l'existence d'axes de symétrie) que les deux aspects sont traités de manière très différente : si la partie portant sur l'aspect dynamique semble avoir pour but d'établir des définitions et la méthode analytique de construction (c'est-à-dire avec un travail sur la transformation ponctuelle et les propriétés de la symétrie), les exercices sur les axes de symétrie s'inscrivent en revanche dans une géométrie perceptive : il ne s'agit que de dessins figuratifs ; le travail sur les propriétés de la médiatrice pourrait éventuellement permettre d'établir un lien et de rétablir une unité sur la manière dont sont traités les deux aspects, mais le scénario tel qu'il est construit n'y semble pas propice. En effet, les tâches portant sur les propriétés de la médiatrice ne semblent plus faire aucune référence à la symétrie. En particulier, on ne trouve pas comme chez Martine des tâches comme la construction du symétrique d'un point au compas qui permette de faire le lien. Ce dernier élément est représentatif de l'organisation didactique du scénario, en parties relativement indépendantes (voir ci-dessous).

L'organisation matérielle : un scénario très découpé

Dans le scénario de Denis, cours et exercices sont nettement distingués , de même que dans l'organisation matérielle pour les élèves puisqu'ils sont traités dans deux cahiers différents. Toutefois, des exercices sont parfois soumis aux élèves pendant les phases de cours : ils sont alors intégrés au cours écrit sous forme d'exemples illustrant les différents énoncés[132]. Ces exercices sont identifiés (dans la liste des exercices et dans le schéma du scénario) par C*, * représentant un numéro. Par exemple, C2 désigne le deuxième exercice proposé pendant une phase de cours.

Le texte du cours est élaboré avant les séances par Denis. A chaque séance, il en écrit un ou plusieurs paragraphes au tableau, que les élèves doivent recopier sur leur cahier (excepté à la

[132] Les comptabiliser dans les exercices se justifie par le fait que Denis laisse en général une certaine autonomie aux élèves pour traiter l'exemple, comme dans une phase d'exercices.

séance 9, qui est l'avant-dernière séance portant sur la symétrie axiale, et qui précède le contrôle de fin de chapitre). Le choix des exercices semble donc pensé séance par séance, en s'adaptant – ou non – à la partie du cours qui est à écrire. Il semble que l'on peut identifier des séquences, ou des groupes de tâches selon leur fonction dans le scénario, chaque groupe étant relativement indépendant des autres : les exercices d'introduction (exercices 1 à 5), les tâches de « prise en main », c'est-à-dire les premières tâches après la définition (exercices C1, C2 et 6), les tâches portant sur les constructions (exercices 6d', C3, 9b', 13, 14, C5, 15, 16, 17, C6, C7 et C8), la tâche portant sur la propriété de conservation (C4), les tâches portant sur les axes de symétrie : (exercices 7, 8, 18, C9 et 19), les tâches portant sur la notion de médiatrice, la propriété d'équidistance et sa réciproque (exercices 23, C10, 24, 27, C11, 28, 29, C12, 30), les devoirs maison. Ce dernier groupe représente ce que Denis appelle les « DM » : il s'agit en général d'une feuille polycopiée, contenant deux parties : 2 à 3 exercices portant sur du numérique et autant sur la géométrie que les élèves doivent rendre et qui sont notés. Cela ne recouvre pas l'ensemble du travail proposé à la maison, celui-ci incluant également des exercices donnés à faire d'une séance à l'autre[133]. Nous avons séparé ce dernier groupe car il présente des caractéristiques particulières, et semble former un groupe isolé à l'intérieur du scénario ; nous lui consacrons à ce titre une partie spécifique (voir ci-dessous).

A chacun de ces groupes, relativement indépendants les uns des autres, correspondent des énoncés de cours (sauf pour le groupe des DM) et des exercices, soit pour introduire les énoncés de cours, soit pour les appliquer. Le schéma du scénario (voir annexe) nous montre qu'il est prévu des exercices pour introduire les définitions fondamentales (figures symétriques dans la première partie, axe de symétrie dans la troisième) et pour introduire les propriétés de la médiatrice ainsi que la méthode de construction de la médiatrice au compas (troisième partie). La deuxième partie, qui porte sur les constructions de symétriques de figures usuelles, dont le but est d'établir la méthode analytique de construction de symétriques à l'équerre et au compas, ne contient aucun exercice d'introduction : les énoncés de cours sont donnés directement, suivis par plusieurs exercices d'application – la première étant en général une tâche de type C*, c'est-à-dire un exercice intégré au cours. (cf. ci-dessus et note précédente). Or les constructions de symétriques de figures représentent l'enjeu principal du scénario (cf. ci-dessous).

Même les exercices sont très découpés, dans le sens où un exercice correspond souvent à une seule tâche ou en tout cas à une seule nature de tâche, excepté dans les DM : en tout 45 exercices (dont douze proposés dans les phases de cours et onze dans les DM) sont proposés dans le scénario pour 86 tâches soit en moyenne 1,91 tâches par exercice. Sur 45 exercices, 34 (plus de 75%) relèvent intégralement du même genre de tâche. Les huit exercices qui mélangent des tâches de nature différente sont surtout situés à la fin du scénario (sauf le 10 et le 12 dans le

[133] voir la liste des tâches : ce qui est en gris foncé est fait en classe, ce qui est en gris clair est commencé en classe parfois seulement par les plus rapides et éventuellement terminé à la maison, ce qui est en blanc correspond aux tâches traitées hors de la classe, éventuellement corrigées en classe. On est ici à la limite entre scénario et déroulement : la répartition du travail entre la classe et la maison est en partie prévue, mais dépend aussi du déroulement d'une séance. On peut raisonnablement penser que ce qui est traité en classe était prévu, mais que ce qui n'est que commencé en classe, ou traité uniquement par les plus rapides était soit prévu pour être traité en classe, soit comme devoirs à faire, soit n'était pas du tout prévu. Les DM sont également destinés à être traités à la maison, mais les devoirs quotidiens semblent souvent résulter de choix improvisés de la part de Denis.

DM12) ; 7 d'entre eux contiennent 2 genres (5 construction et preuve, 2 construction et reconnaissance) et un exercice (le 31 qui est dans le dernier devoir maison) contient 4 tâches de nature différente (construction, preuve, calcul, reconnaissance).

Un objectif central : les constructions de symétriques

Le scénario semble avoir pour objectif central la maîtrise de la méthode analytique de construction du symétrique d'une figure complexe sur papier uni (point par point, à la règle et au compas). En effet, les constructions de symétriques occupent une place importante dans le scénario : quarante-cinq tâches de constructions sur les quatre-vingt six tâches du scénario (cinquante-trois si on compte les *dessins* de figures symétriques) soit 52,3 % des tâches (voire 61,6 %).

Nous avons rassemblé dans ce groupe les tâches de constructions liées à la symétrie mais autres que les constructions d'axes de symétrie, et en excluant les exercices proposés en DM, qui seront traités dans le groupe consacré aux tâches des DM.

Pour toutes ces tâches, la consigne est de construire le symétrique d'une figure par rapport à un axe. La consigne n'est pas toujours explicite, notamment quand elle est formulée directement à l'oral par Denis (par exemple pour la tâche 6d' où il s'agit de *« trouver en face où elle va »* (Denis, séance 2). Une seule des tâches est un peu différente : elle consiste à compléter une figure par symétrie (exercice 17), mais la consigne n'est pas différente des autres.

Rappelons qu'avant ces tâches, les élèves ont seulement eu à dessiner des symétriques sur papier blanc, de manière approximative, à main levée ou à la règle (dans les tâches d'introduction notamment, ainsi que pour l'exercice 9), et le symétrique d'un point sur quadrillage avec un axe vertical (tâche de prise en main C1).

On considère la répartition des tâches selon les variables didactiques indiquées dans le chapitre de méthodologie :

N° d'exercice, tâches	Type de papier	Orientation axe	Type de figure	Orientation de la figure	Distance à l'axe
6 d'	quadrillage	oblique	figurative	Verticale (tournée de 90°) / en haut à droite	Non nulle
C3	mixte[134]	oblique	géométrique (point)	A gauche	Non nulle
9b'	mixte	oblique	figurative	Verticale / à droite	Non nulle
13	quadrillage	vertical	figurative	Verticale / à droite	Touche
14a b	quadrillage	Horizontal, Vertical	figurative	Verticale / en haut, à gauche	Non nulle/ Touche
C5	mixte	oblique	géométrique	Oblique / à gauche	Non nulle
15	blanc	oblique	figurative	verticale / à droite	Non nulle
16	blanc	oblique	figurative	Verticale / à gauche	coupe
17	blanc	oblique	figurative	Oblique / à gauche	touche
C6	mixte	oblique	géométrique	Oblique / à gauche	Non nulle
C7	mixte	oblique	géométrique	Oblique / à gauche	coupe
C8	blanc	oblique	géométrique	Oblique / à gauche	Non nulle

On distingue globalement trois types de tâches[135], qui seront différenciés notamment par les procédures de résolution possibles :

- 4 constructions sur quadrillage : toutes sont des dessins figuratifs, 3 ont un axe vertical ou horizontal, les figures sont orientées verticalement, situées à gauche ou en haut et touchent l'axe ; la quatrième a un axe oblique, est à droite et à une distance non nulle de l'axe

[134] Mixte s'entend d'un papier quadrillé (en général le cahier des élèves), mais dont le quadrillage n'est pas utilisé – et peut éventuellement représenter une difficulté supplémentaire ; Denis demande alors aux élèves de *« faire la figure sans suivre les lignes du cahier »* et les points ne sont parfois pas sur des nœuds

[135] L'expression *« type de tâche »* n'est ici pas employée au sens de Chevallard.

- 4 constructions de symétriques de dessins figuratifs sur papier blanc ou mixte : l'axe est toujours oblique, 3 orientés verticalement (la quatrième est orientée parallèlement à l'axe) ;
- 4 constructions de symétriques de figures géométriques élémentaires (point, segment, demi-droite, droite, cercle) où l'axe est oblique et les figures orientées de manière quelconque, à une distance non nulle de l'axe (hormis la droite qui coupe l'axe). Ces quatre figures sont les illustrations du cours sur les symétriques de figures élémentaires.

On observe une certaine progression dans les tâches proposées : on passe peu à peu de dessins figuratifs à des figures géométriques, du papier quadrillé au papier uni, et de figures situées à une distance non nulle de l'axe à des figures qui touchent l'axe ou qui même sont coupées parlui. Cependant, cette progression est limitée. En particulier, on trouve peu de cas où l'axe coupe la figure, or cela fait déjà partie des compétences attendues en fin de cycle 3, du moins en ce qui concerne les constructions sur quadrillage ; d'autre part, les figures proposées sont complexes quand elles sont figuratives, mais le travail sur les figures géométriques est limité à des figures élémentaires. Un élément semble aussi contraire à l'idée de progression : en effet, la tâche 9b' (construction sur papier mixte, avec axe oblique d'un dessin figuratif) est proposée très tôt, mais on verra, dans l'étude du déroulement, qu'il s'agit d'une improvisation de Denis, visant à préparer l'institutionnalisation de la méthode de construction à l'équerre et au compas, et apparemment motivée par les difficultés des élèves liées à l'axe oblique et la figure orientée verticalement ; la méthode de construction avec les instruments apparaît alors comme moyen de ne pas être confronté aux difficultés liées à l'orientation et à la perception. Cette tâche semble en outre représentative des objectifs de Denis en termes de constructions. Il semble que, comme annoncé dans l'entretien préalable, Denis a fait de la maîtrise de la construction à l'équerre et au compas son objectif principal, sinon unique. Un autre obstacle à la progression est l'absence de toute figure intermédiaire pour les constructions sur papier uni : il s'agit soit de figures géométriques élémentaires, pour lesquelles il est nécessaire de construire au plus le symétrique de deux points, soit de dessins figuratifs complexes (la figure de la tâche 16, si elle est construite à l'équerre et au compas comme demandé par Denis, nécessite la construction de 20 points).

Les inférences en termes d'apprentissages :

Tout d'abord, ces tâches (avec leur progression) devraient permettre l'acquisition d'un certain nombre de procédures : la construction du symétrique d'un point à l'équerre et au compas, la procédure analytique de construction du symétrique d'une figure…

Mais le choix des configurations et le découpage très net des tâches en trois types risquent de favoriser certaines associations éventuellement nuisibles aux apprentissages : la technique sur quadrillage est limitée aux axes horizontaux et verticaux, la construction à l'équerre et au compas étant privilégiée dans tous les autres cas (en particulier dans tous ceux où l'axe est oblique). Cela pourrait également renforcer certaines conceptions erronées : notamment, le peu de figures coupées par l'axe et la place des figures par rapport à l'axe renforcent la conception de la symétrie comme transformation d'un demi-plan dans un autre, dans un seul sens ; en outre, les élèves ne sont pas amenés à s'interroger sur ces conceptions, du fait de l'absence de situations adaptées et parce que la technique de construction à l'équerre et au compas, institutionnalisée très tôt, rend inutile le questionnement – et la remise en cause – de ces conceptions.

Quelques tâches particulières peuvent être l'occasion, sous réserve d'un déroulement approprié, d'une mise en défaut de certaines conceptions erronées : la tâche 16, avec la maison orientée horizontalement et l'axe oblique coupant la figure permet éventuellement de remettre en cause la conception fausse d'alignement et/ou les conceptions liées aux axes verticaux, et/ou la conception de transformation d'un demi-plan dans un autre[136]. De même, l'exercice 14 peut révéler une conception fausse liée à la confusion avec la symétrie centrale. Pour toutes ces tâches, c'est le déroulement qui déterminera si l'exercice a renforcé ces conceptions fausses ou au contraire permis de les remettre en question.

Toutes ces observations doivent être complétées par l'analyse des tâches de constructions, nombreuses, proposées dans les DM pour obtenir un panorama complet de ce qui a été proposé aux élèves en lien avec cet objectif d'apprentissage.

Le travail sur le raisonnement : très peu dans les constructions et très limité pour les tâches de preuve, sauf dans les DM

Dans la plupart des tâches de construction du chapitre, il s'agit uniquement d'appliquer la méthode analytique de construction à l'équerre et au compas institutionnalisée dans le cours à propos des points, segments, demi-droites, droites et cercles. A ce titre, et même si la méthode en question fait appel à des définitions (celle du symétrique d'un point via la médiatrice) et à des propriétés (les propriétés de conservation), le fait de l'avoir institutionnalisée et de la faire simplement appliquer est un travail de géométrie instrumentée, où l'enjeu est la manipulation des outils avec précision, plutôt que la conceptualisation. Toutefois, en dehors des DM, deux exercices (28 et 30) permettent un travail de type GII dans des constructions, puisqu'il s'agit d'utiliser les propriétés de la médiatrice pour construire des ensembles de points.

En ce qui concerne les tâches de preuve, on en compte peu dans le chapitre (8 sur 86, soit 9,3 %) dont trois seulement ne figurent pas parmi les DM et dont une seule n'est pas traitée pendant une phase de cours. Elles sont en général difficiles, mêlant des connaissances anciennes et nouvelles, et impliquant des adaptations nombreuses et non triviales.

Hors DM, une seule tâche porte sur les propriétés de conservation et c'est, non pas une tâche de preuve, mais une tâche de reconnaissance, proposée par Denis pour introduire l'énoncé de cours sur les propriétés de conservation. Les élèves doivent identifier un segment et son symétrique, puis un triangle et son symétrique, sur des figures symétriques proposées en illustration de la définition, au début du chapitre ; l'enseignant a ainsi pour but de mettre en évidence la conservation des longueurs et des aires. La tâche est très limitée.

Le travail sur le raisonnement ne semble donc pas un enjeu d'apprentissage dans ce scénario, si on exclut les DM.

[136] La conception fausse d'alignement et/ou celles liées aux axes verticaux se manifesteraient alors dans une construction où le symétrique de la maison serait construit dans l'alignement de la première figure, indépendamment de l'orientation de l'axe, mais cela ne peut pas être le cas si la construction est faite en appliquant la méthode de construction à l'équerre et au compas (méthode toutefois très coûteuse dans ce cas par le nombre de points concernés). Celle de transformation d'un demi-plan dans un autre serait révélée par une construction du symétrique seulement d'une partie de la figure (*a priori* la plus grosse, située à gauche de l'axe).

Les DM : les seules occasions – ou presque – de traiter des tâches complexes
On compte en tout 4 DM dans le chapitre (DM 12 à 15[137]). On ne considère que les exercices de géométrie. Les deux premiers DM contiennent 3 à 4 exercices de géométrie, les deux derniers en comptent 2.

Au total, les DM représentent donc 11 exercices sur les 45 du scénario et 24 tâches sur les 86 du scénario, soit un peu moins d'un quart des exercices et un peu plus d'un quart des tâches.

Nous avons réuni dans le tableau suivant une description rapide des tâches proposées, et nous en faisons ensuite une analyse globale.

DM	**N° d'exercice**	**Tâche**	**Description des tâches**	**Adaptations[138] et/ou difficultés**
12	10	10 a	**Constructions** (ancien : ¾ de cercle)	Etapes nécessaires (A4)
		10 b	**Construction** symétrique d'une figure géométrique complexe, axe oblique	A4 + l'axe n'est pas tracé (A1 et A2), choix de la méthode (A6)
		10 c	**Preuve** (ancien + nouveau : propriété de conservation)	A4, A1, A6 + mélange d'ancien et nouveau (A3)
	11	11	**Reconnaissance** erreurs	A1 (reconnaissance des conditions d'application des propriétés de la symétrie)
	12	12 a	**Construction** (ancien : triangle)	Etapes nécessaires (A4)
		12 b	**construction** symétrique d'un point, papier blanc ou mixte	A4 + configuration complexe qui rend difficile la reconnaissance des modalités d'application de la méthode de construction (A1)
		12 c	**preuve**, conservation des longueurs	A4, A1, A6 + adaptation A1 particulière du fait que le segment n'est pas tracé + utilisation de la question précédente (A5)
		12 d	**Preuve,** conservation d'angle	A4, A1, A6 + adaptation A1 particulière du fait que l'angle n'est pas tracé + utilisation de la question précédente (A5)

[137] Le DM 12 correspond aux exercices 10 à 12, le DM 13 correspond aux exercices 20 à 22bis, le DM 14 correspond aux exercices 25 et 26 et le DM 15 correspond aux exercices 31 et 32.
[138] Nous indiquons uniquement la référence des adaptations des connaissances usuelles pour les tâches concernées (cf. chapitre méthodologie), mais nous précisons lorsqu'une adaptation particulière est nécessaire. (cf. note 128 pour davantage de précisions).

DM	N° d’exercice	Tâche	Description des tâches	Adaptations[139] et/ou difficultés
13	20	20	Programme de construction, **reconnaissance** de points symétriques	A4, nécessité d’identifier la configuration de figures symétriques (A1), A3 + mélange avec des connaissances anciennes : quadrilatère, programme de construction (A3)
	21	21	**Reconnaissance** figure symétrique – situation problème	Choix nécessaire (A6), situation problème
	22	22 a	**Construction** (ancien)	A4
		22 b	**Construction** (ancien)	A4
		22 c	**Reconnaissance dessin** axes de symétrie	
		22 d	**Reconnaissance dessin** axes de symétrie	
	22 bis[140]	22bis	**construction** symétrique d’une figure	A4
14	25	25	**Reconnaissance** figures symétriques	A4 + nécessité d’identification des différentes symétries (A1) + Enoncé complexe
	26	26 a	**Construction** (ancien : triangle + demi-cercle)	A4
		26 b	**construction** symétrique d’une figure	A4
15	31	31 a	**Construction** ancien (triangle)	étapes nécessaires (A4)
		31 b	**construction** symétrique d’un point	A4
		31 c	**preuve** conservation angle + **calcul**	A4, mélange ancien/nouveau (A3), reconnaissance des conditions d’application de la propriété de conservation (A1), nécessité d’utiliser les questions précédentes (A5)
		31 d	**Reconnaissance, preuve** bissectrice	nécessité d’utiliser les questions précédentes (A5)
		31 e	**preuve** nature quadrilatère (cerf-volant)	A4, mélange ancien/nouveau (A3), A5, A2 (diagonale non tracée) A1 (reconnaissance des conditions d’application des propriétés de la bissectrice)
	32	32	**Construction** symétrique d’une figure, axe oblique, papier blanc	A4

[139] Nous indiquons uniquement la référence des adaptations des connaissances usuelles pour les tâches concernées (cf. chapitre méthodologie), mais nous précisons lorsqu’une adaptation particulière est nécessaire. (cf. note 128 pour davantage de précisions).

[140] Nous avons séparé l’exercice 3 en 2 exercices (le 22 et le 22 bis), dans la mesure où les questions n’avaient aucun rapport entre elles et, pour ce qui est des contenus, chacune de ces questions était équivalente à un exercice comportant plusieurs tâches.

Les exercices proposés dans les DM sont différents de ceux proposés dans le reste du scénario.

- Sur les constructions de symétriques : on trouve dans les DM surtout des constructions de symétriques de figures géométriques complexes (tâches 10b, 22bis, 26b, 32) sur papier blanc ou quadrillé, mais aussi des constructions de symétriques de points dans des configurations complexes (tâches 12, 31b) : rappelons qu'aucune tâche de ce type n'a été proposée dans le reste du scénario pour lequel les tâches de construction de symétriques étaient globalement plus faciles (voir le groupe des exercices de construction) ;
- Sur les preuves : on trouve, en proportion, beaucoup de tâches de preuve, par rapport au reste du scénario. On trouve notamment quatre tâches de preuve (10c, 12c, 12d, 31c) faisant intervenir les propriétés de conservation des longueurs et des angles – alors qu'il n'y en a aucune dans le reste du scénario – les autres faisant intervenir des connaissances anciennes – que l'on ne trouve pas non plus dans le reste du scénario ;
- Sur la reconnaissance des axes de symétrie, on ne trouve que dans les DM des tâches portant sur des figures géométriques, les tâches du groupe sur les axes de symétrie dans le scénario portant systématiquement sur des dessins figuratifs ;
- De nombreux exercices mélangent des connaissances anciennes et des connaissances nouvelles, que ce soit pour des constructions (10, 12, 26, 31) ou des preuves (10, 31) et même une tâche de calcul (31d) ;
- On trouve également dans les DM des exercices originaux, dans la mesure où ils ne sont similaires à aucun autre exercice du scénario[141] et sont de ce fait de nature à déstabiliser les élèves : notamment, l'exercice 20 qui consiste en l'écriture d'un programme de construction, l'exercice 21 qui constitue une véritable situation problème même s'il ne fait intervenir que des connaissances élémentaires, ou encore l'exercice 25 dont la complexité de la situation masque la pauvreté des connaissances mobilisées.
- Enfin, presque toutes les tâches proposées en DM sont complexes au sens où elles nécessitent plus d'adaptations, souvent des adaptations plus difficiles, voire des types d'adaptations qu'on ne trouve pas dans le reste du scénario, comme par exemple l'utilisation du résultat d'une question précédente (adaptation A5) dans les exercices 10 et 31.

D'autre part, près de la moitié des exercices des DM contient au moins deux tâches et environ un quart mélange plusieurs types de tâches (10, 12, 31) alors que, pour le reste des exercices du scénario, si la moitié des exercices contiennent au moins deux tâches, cela est surtout lié aux exercices sur les axes de symétrie et les activités d'introduction aux nouvelles notions qui contiennent souvent des tâches élémentaires (telles que placer un point sur une droite, tracer un segment de longueur donnée, …) et seules 5 tâches sur 34 mélangent des tâches de genres différents.

En revanche, pour une partie du chapitre, le contraste entre les tâches proposées en DM et dans le reste du scénario est inversé : pour le groupe de tâches portant sur les propriétés de la médiatrice, les exercices étaient globalement plus complexes que dans le reste du chapitre ; or aucune tâche ne portant sur ces sujets n'est proposée dans les DM.

[141] Ils nous ont d'ailleurs posé problème pour les classer dans un type et les caractériser.

Conclusion

On a ainsi dégagé les caractéristiques principales du scénario de Denis : un scénario centré sur les constructions, en particulier la construction à l'équerre et au compas, conformément à la partie spécifique à la symétrie axiale du programme de sixième ; une articulation peu claire entre les aspects dynamique et statique de la symétrie, notamment quant au lien avec la médiatrice. Les objectifs de conceptualisation de la notion sont peu apparents. De surcroît, les axes de symétrie de triangles et quadrilatères sont exclus du chapitre (mais seront probablement traités dans un autre chapitre, comme dans le manuel de la classe). Le scénario est donc globalement conforme au programme de sixième, en dépit de quelques manques et incohérences (jugées telles eu égard à un projet théorique, sans élèves) :

- le lien avec la médiatrice est traité de manière relativement incohérente,
- certaines tâches, exclusivement fondées sur un travail de nature "perceptive", relèvent de niveaux d'enseignement inférieurs,
- l'absence de figures coupées par l'axe dans les constructions élude l'enjeu principal du programme de sixième en matière de constructions,
- les niveaux de mise en fonctionnement des connaissances attendues sont peu variés, sauf dans les DM,
- il y a peu de travail explicite destiné à remettre en cause les conceptions erronées sinon même un nombre important de tâches risquant de renforcer ces conceptions erronées,
- on note le manque d'articulation entre le cours et les exercices,
- le positionnement du travail dans GI ou GII reste flou avec des alternances qui ne semblent ni justifiées, ni maîtrisées,
- on a enfin constaté un décalage très important entre ce qui est demandé en classe ou dans le travail quotidien et ce qui est demandé dans les DM.

Le premier et le dernier points sont liés au mélange "maladroit" des aspects dynamique et statique de la symétrie, et cela s'explique probablement par le fait que Denis suit le manuel – qui avait fait un choix original par rapport à cette problématique – pour la progression des exercices, mais a fait des choix différents pour le cours.

L'étude des déroulements devrait nous permettre de déterminer si on y trouve une compensation ou au contraire un renforcement de ces caractéristiques (notamment par rapport au travail perceptif/déductif) et de préciser quelles conséquences les manques et incohérences ont sur les déroulements.

c. La comparaison des deux scénarios

Denis et Martine ont fait des choix globaux très similaires en ce qui concerne l'organisation de l'année, par rapport au chapitre de symétrie axiale. Alors qu'il est possible de répartir l'apprentissage de la symétrie axiale tout au long de l'année, même si ce choix était plus conforme aux programmes précédents, ils ont tous les deux choisi de regrouper tout ce qui concerne la symétrie dans un chapitre, plutôt en fin d'année. Dans les deux cas, le chapitre est traité dans le courant du mois d'avril et le choix est cohérent avec le manuel, mais nous y reviendrons dans le chapitre 7.

Les deux scénarios apparaissent cependant très différents, à la fois du point de vue des objectifs et des moyens pour les atteindre. Nous y reviendrons dans la troisième partie en analysant la spécificité des pratiques de chacun des enseignants, mais il s'agit ici d'identifier les différences (et points communs) et de s'interroger sur leurs conséquences sur les apprentissages possibles à la fois directement (quels apprentissages le scénario a-t-il manifestement pour but de provoquer ?), mais aussi indirectement (quel déroulements ce scénario permet-il et donc quelles activités des élèves ?), en gardant à l'esprit que tout ce qu'on infère à partir des scénarios concerne des activités possibles, dont la réalisation dépend du déroulement qui peut modifier significativement les tâches – donc les activités.

Les deux scénarios ne correspondent pas à la même lecture des programmes, ni par conséquent aux mêmes objectifs : celui de Denis est centré sur les constructions de symétriques, très peu sur l'initiation à la géométrie déductive, la différence avec le cycle 3 portant uniquement sur les méthodes de construction (équerre et compas) et sur l'utilisation de l'application ponctuelle pour construire les symétriques (procédure analytique). Il est marqué également par une absence de cohérence mathématique, notamment quant à la façon dont sont traités les aspects statique et dynamique et le lien entre les deux. Il semble limité aux capacités attendues dans le paragraphe spécifique à la symétrie axiale, sans prendre tellement en considération des objectifs globaux et organisés. Celui de Martine semble davantage s'inspirer d'une cohérence globale du programme, et surtout semble avoir pour but de tisser des liens, à la fois pour le concept de symétrie axiale et pour l'ensemble, cette cohérence étant portée par l'objectif de transition vers GII.

Toutefois l'enveloppe[142] des connaissances abordées dans le chapitre est sensiblement la même. En effet, dans les analyses globales de scénario (voir annexes), nous avons surligné en gras ce qui différencie les deux dans la liste des connaissances abordées. Voici les principales différences : Denis traite la construction du symétrique d'une demi-droite (qui ne fait pas partie des exigibles dans le programme) que ne traite pas Martine ; elle ajoute des éléments sur la réciprocité de la transformation, la construction du symétrique d'un point au compas, les axes de symétrie des triangles et quadrilatères – que Denis traitera vraisemblablement dans le chapitre sur les triangles et quadrilatères, comme dans son manuel – ainsi que les axes de symétrie des segment, droite et angle – Denis ne mentionne que la médiatrice d'un segment, mais pas dans la partie qu'il consacre aux axes de symétrie, celle-ci étant appliquée seulement à des dessins figuratifs (sauf dans les DM). Elle mentionne également des connaissances futures, ce que ne fait pas Denis : les médiatrices des côtés d'un triangle sont évoquées, ainsi que les autres isométries qui seront étudiées au collège[143]. Enfin, Martine introduit un formalisme lié à la transformation, du type $S_D : A \mapsto A'$. Les élèves doivent l'utiliser, notamment dans les preuves, et Martine en définit des règles au fur et à mesure, par exemple le fait que cela ne s'écrit que pour des points et pas pour des segments ou des droites. Elle opère ce choix en sachant sciemment qu'elle méconnaît les recommandations officielles. Elle précise à ce propos pendant l'entretien préalable qu'elle s'en est un jour justifiée devant un inspecteur. Ces symboles (en particulier la flèche) représentent la transformation elle-même qui, à défaut, reste toujours évoquée sans jamais être matérialisée, seul son résultat pouvant être montré. Enfin, les connaissances

142 Cf. chapitre méthodologie.

143 En réalité, elles devaient à l'époque être enseignées au collège : la symétrie centrale en cinquième, la translation en quatrième et la rotation en troisième, mais les programmes ont changé entre temps, les élèves de cette génération n'étudiant que la symétrie axiale en sixième et centrale en cinquième.

anciennes sans lien particulier avec la symétrie, mais réinvesties dans des exercices par Martine sont plus diverses que celles mobilisées par le scénario de Denis.

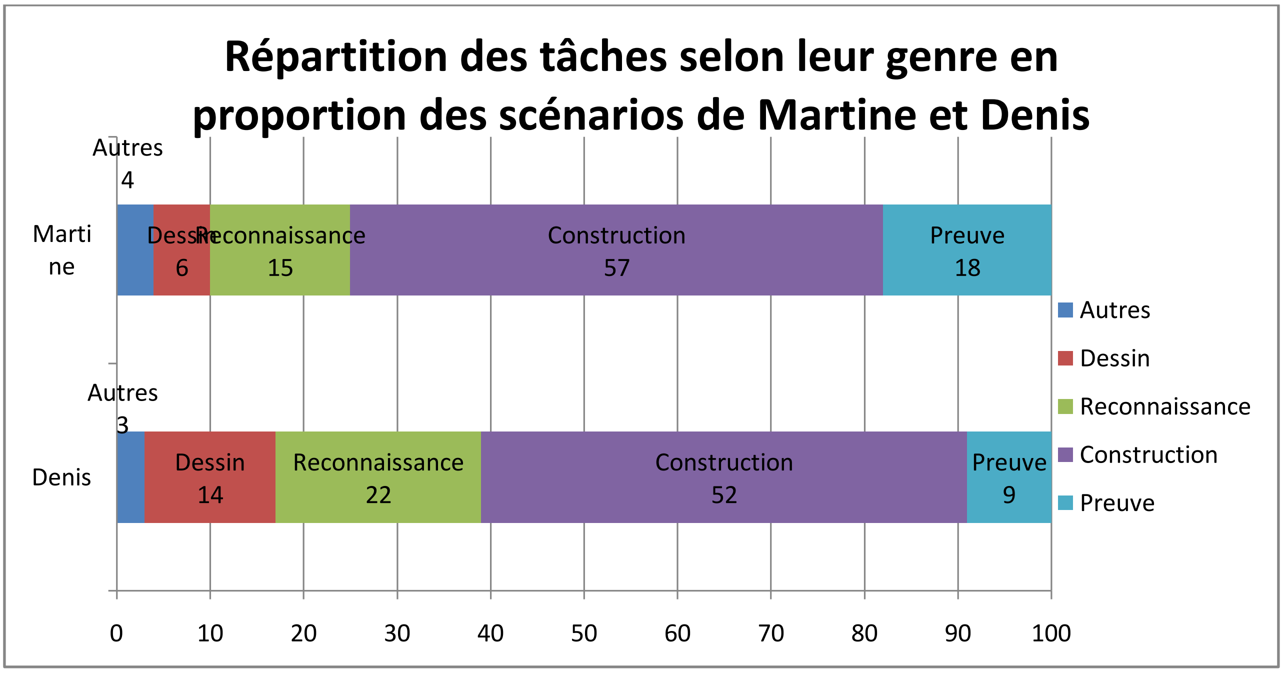
Du point de vue de l'organisation des contenus et du travail, Denis et Martine ont tous deux choisi d'introduire la symétrie par son aspect dynamique (même si l'introduction de Martine tend plutôt vers une approche mixte) et par un travail perceptif (les titres des premières parties respectives sont : pour Martine, *I Reconnaître* et pour Denis, *I Approche expérimentale*) ; de donner la même première définition : celle de figures symétriques via le pliage ; puis de consacrer une partie à la construction de symétriques de figures, en partant du symétrique du point (chez Martine *II symétrique d'un point* puis *III symétriques de figures* ; chez Denis *II Symétriques de figures usuelles 1 symétrique d'un point*) ; enfin de consacrer une partie à l'aspect statique et de terminer par les propriétés de la médiatrice, qu'ils introduisent tous les deux à l'occasion de ce chapitre.

Cependant, les liens faits entre ces différentes parties, ainsi que leur contenu diffèrent sensiblement. L'objectif du scénario de Martine semble d'obtenir une cohérence d'ensemble, justifiée par une construction "déductive" (même si elle repose sur le pliage). En revanche, celui de Denis évoque davantage des groupes séparés, avec des objectifs variables de l'un à l'autre, ne permettant pas de dégager une cohérence d'ensemble. L'organisation matérielle du travail n'est pas moins différente : si les exercices et les énoncés de cours de Martine sont très liés, il n'en est pas de même chez Denis.

Enfin, l'analyse des deux scénarios nous montre que le lien concepts quotidiens / concepts scientifiques n'est pas pensé de la même manière : certains exercices de Denis supposent un travail sur les concepts quotidiens alors que les énoncés de cours portent sur le concept scientifique, sans que l'articulation entre les deux n'apparaisse (les déroulements devraient nous renseigner sur la manière dont le lien est fait). Martine quant à elle s'appuie pour la première activité sur le concept quotidien de mouvement, mais ne semble pas faire référence à des concepts quotidiens liés directement à la symétrie : le cours et les exercices se situent clairement sur le plan du concept scientifique.

Le scénario de Martine comporte en tout 29 exercices pour 72 tâches, soit en moyenne 2,5 tâches par exercice, avec souvent des tâches de nature différentes, cumulant les adaptations – exercices que nous qualifions de complexes – ; le scénario de Denis contient en tout 45 exercices (dont 12 dans des phases de cours), représentant 86 tâches, soit en moyenne 1,9 tâche par exercice, avec très peu de mélange de tâches de différente nature, excepté dans les DM. D'autre part, ces exercices complexes forment le cœur du travail chez Martine, alors qu'ils sont relégués en périphérie (dans les DM) chez Denis. Toutefois, certains exercices (et pas seulement les tâches classiques comme « construire le symétrique d'un segment »…) sont communs aux deux scénarios : les 3 exercices du DM 12, à savoir les exercices 10, 11 et 12 de Denis correspondent respectivement aux 14, 3 et 11 du scénario de Martine.

D'autre part, la répartition des tâches selon leur genre illustre des similitudes, mais aussi la différence des objectifs :



La part relative de chacun des genres dans le scénario est similaire, excepté pour les tâches de preuves, qui occupent la seconde part la plus importante chez Martine et la part la moins importante (si l'on exclut la catégorie "autres") chez Denis, ce qui illustre à quel point l'initiation au raisonnement déductif est un objectif important pour Martine mais pas pour Denis. Les tâches de construction représentent dans les deux cas plus de 50 % de l'ensemble. D'autre part, les tâches de dessin et de reconnaissance, qui sont en général des tâches faciles, représentent en tout 21 % du scénario de Martine au lieu de 36 % de celui de Denis, ce qui correspond là aussi à une différence représentative des choix de chacun des enseignants.

Enfin, certains éléments de la planification des formes de travail sont très différents : comme on l'a évoqué plus haut, le cœur du travail proposé dans la classe de Martine s'organise autour d'exercices complexes, les exercices proposés à la maison constituant ensuite un entrainement sur des exercices similaires, tandis que, dans la classe de Denis, le travail en classe s'organise autour de tâches faciles et d'énoncés de cours, le travail d'application des connaissances et d'approfondissement dans des exercices plus complexes étant dévolu au travail personnel. L'option retenue par Denis nous semble propice à favoriser une différenciation entre les élèves, mais peut-être peut-on supposer que le fait d'être en ZEP rend impossible d'envisager en classe un travail sur des tâches trop complexes, étant donné les risques encourus pour la gestion de classe – en imaginant que les élèves qui décrochent parce qu'ils n'arrivent pas à traiter les tâches perturbent le fonctionnement de la classe.

Quelques premières conclusions

Les connaissances abordées sont donc sensiblement les mêmes, mais les priorités, l'organisation et les objectifs diffèrent. En particulier, le scénario proposé par Martine poursuit des objectifs plus variés et plus ambitieux. On retrouve ici un résultat déjà établi par Eric Roditi dans sa thèse : sur une notion donnée, étant donné les programmes, les enveloppes de contenus définies par des enseignants différents sont similaires, mais pas nécessairement l'organisation de ces contenus.

Certaines différences de traitement de ces connaissances nous paraissent potentiellement différenciatrices des activités qu'elles sont de nature à provoquer et, par conséquent, des apprentissages. Notamment, le scénario de Martine nous semble plus propice à des apprentissages conceptuels, tandis que les deux scénarios semblent avoir des objectifs légèrement différents, mais de même niveau en ce qui concerne la maîtrise des méthodes de construction de symétriques. A propos des constructions d'axes de symétrie de figures, le scénario de Martine vise une plus grande "mathématisation", dans la mesure où il s'agit de constructions et pas seulement de dessins d'axes de symétrie, via les axes de symétrie de figures géométriques et pas seulement de dessins figuratifs.

On peut s'interroger sur l'impact de la cohérence d'ensemble et du travail sur les concepts quotidiens liés à la symétrie. La suite de ce chapitre va consister à étudier dans quelle mesure les déroulements renforcent les caractéristiques du scénario et quelles sont les activités des élèves qu'ils favorisent.

2. Les déroulements : quelle "mise en musique" du scénario ?

Voici les résultats concernant les déroulements que nous avons observés chez les deux enseignants sujets de l'étude. Nous présentons tout d'abord les analyses des déroulements de Martine, puis ceux de Denis.

Il s'agit de trouver des régularités susceptibles d'avoir un effet sur les activités des élèves. Dans un premier temps, nous ne tenons pas compte de la spécificité respective de chaque tâche tout en tenant compte de leurs caractéristiques communes ; nous procèderons à une analyse plus fine de la manière dont les contenus particuliers sont abordés en classe dans le chapitre suivant : nous avons en effet fait le choix, devant le volume que cela représenterait sinon, de nous limiter, pour ces analyses fines, aux activités sur des tâches que l'on peut relier aux exercices proposés en contrôles. Nous cherchons donc d'abord à établir ici des caractéristiques des déroulements de chaque enseignant, des régularités liées aux formes de travail et aux types de tâches, susceptibles d'avoir un effet sur les activités des élèves.

Les statistiques s'appuient sur la chronologie globale[144] qui présente le découpage de chaque séance en épisodes, eux-mêmes découpés en phases , lorsque cela est nécessaire[145].

Pour chaque enseignant, nous proposons une analyse des déroulements à l'échelle du chapitre entier, puis des séances, enfin des épisodes, selon leur type.

a. Les déroulements de Martine

A l'échelle du chapitre

Le chapitre occupe en tout 13 séances, soit 11H28 minutes[146]. Le temps est réparti selon les types d'épisodes comme suit :

[144] Voir annexe.

[145] Le découpage en phase de chaque épisode n'a pas été reproduit dans la thèse pour cause de volume. Ce qui nous sert ici est essentiellement le découpage en phases de travail collectif et phase de travail individuel, dans les épisodes d'exercices (nous y reviendrons).

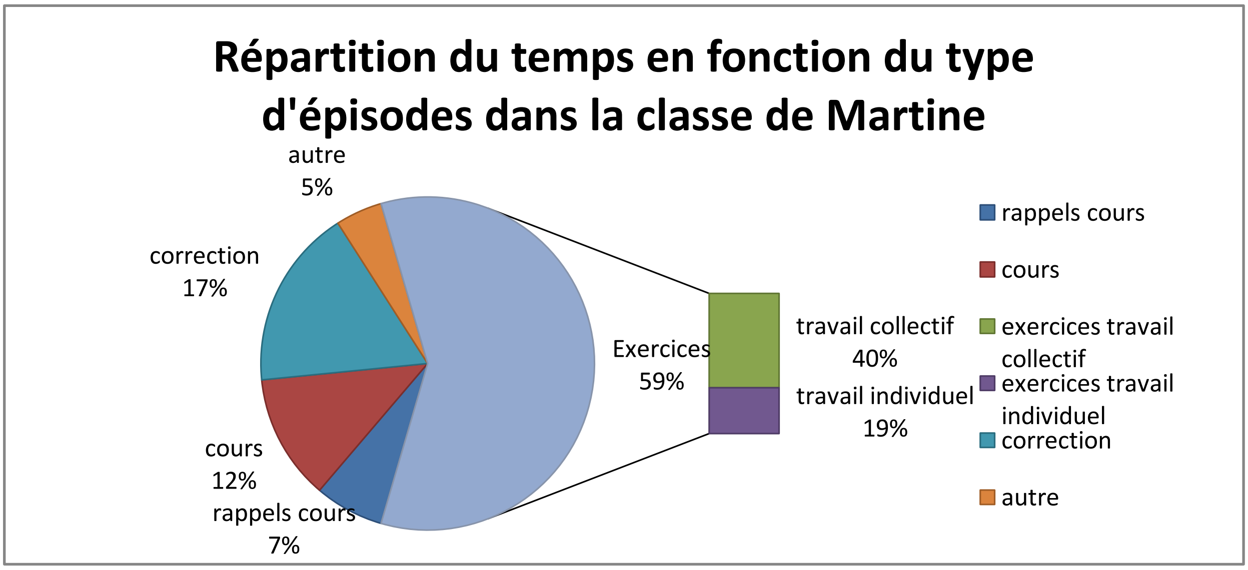
type d'épisode		durée totale	nombre d'épisodes	Durée moyenne par épisode	Durée moyenne par séance
rappels cours		00:46:14[147]	5	00:09:15	00:03:33
cours		01:23:55	14	00:06:00	00:06:27
Exercices	**total**	06:46:04	27	00:15:02	00:31:14
	travail collectif[148]	04:33:24		00:10:08	00:21:02
	travail individuel	02:12:40		00:04:55	00:10:12
correction		02:00:34	9	00:13:24	00:09:16
autre		00:31:13			00:02:55
total		11:28	55	00:10:55	

Il y a donc en moyenne un épisode de cours et deux épisodes d'exercices par séance, ainsi qu'un épisode de rappels de cours et deux épisodes de correction toutes les trois séances. Le faible nombre d'épisodes de correction s'explique par le fait que très peu d'exercices sont donnés à faire à la maison : six exercices sur les vingt-neuf que compte le chapitre sont à faire exclusivement à la maison et 3 exercices sont à terminer à la maison après avoir été commencés en classe.

Les durées totales et moyennes par séance seront commentées ci-dessous, mais pour ce qui est des moyennes par épisodes, si les épisodes de rappels de cours sont nettement plus rares que les épisodes de cours, ils sont aussi plus longs. La moyenne de six minutes environ pour les épisodes de cours est liée au fait qu'il en existe deux sortes : des épisodes très courts qui servent uniquement à structurer la séance et les contenus, et des épisodes un peu plus longs qui servent à établir réellement le contenu de la leçon. Martine consacre en moyenne quinze minutes à un exercice en classe, dont cinq minutes de travail individuel des élèves. Enfin, les corrections d'exercices traités à la maison ou lors de séances précédentes occupent treize minutes et demie, soit presque autant qu'un épisode d'exercice.

Le temps total se répartit comme suit :

[146] Une séance dure officiellement 55 minutes, mais, comme déjà rappelé, nous avons considéré qu'elle s'arrête au moment où l'enseignant donne les devoirs ou dit *« vous pouvez sortir »* ; d'autre part, nous avons exclu les deux épisodes consacrés à du travail sur des exercices relevant de chapitres précédents.
[147] La précision à la seconde près découle du choix fait pour le découpage des épisodes.
[148] Travail collectif signifie travail en classe entière.



Le travail sur des exercices occupe 60% du temps dont, tous exercices confondus, un tiers en travail individuel et deux tiers en travail collectif. Le travail individuel des élèves (autonome ou avec des aides individuelles de l'enseignant) occupe donc un cinquième du temps total.

Le temps dévolu au cours, c'est-à-dire à l'écriture de la leçon, ne représente que 12% du total. Quant aux rappels de cours, ils représentent 7% du temps, pour cinq épisodes, répartis dans les séances 2, 3, 4, 7 et 9, soit plutôt en début de chapitre.

A l'échelle des séances

Nous n'avons pas repéré d'organisation type d'une séance. Le seul élément qui nous semble remarquable est qu'une séance contient toujours au moins un épisode d'exercices, mais le temps de travail sur les exercices dans une séance va de onze minutes et demie (séance 10) à toute la séance (séance 13).

En revanche, il n'y a pas nécessairement d'épisode de cours durant une séance, mais il peut y en avoir jusqu'à trois pendant la même séance, et un épisode de cours peut durer de quarante-huit secondes (séance 1) à vingt-six minutes et demie (séance 6). Ils sont toutefois en général relativement courts (six minutes en moyenne) et ont lieu soit avant, soit après les exercices.Les épisodes de cours situés avant les exercices sont toujours très courts. En effet,le plus souvent, il s'agit simplement d'écrire le titre du paragraphe de cours que l'exercice va illustrer ou introduire et éventuellement de faire de la structuration, c'est-à-dire que l'enseignant explique en quelques mots ce qui a été fait jusqu'alorset comment la suite (en particulier le paragraphe et l'exercice que l'onaborde) s'articule avec le reste.

Par exemple, voici la transcription de l'épisode de cours de deux minutes dix-sept secondes qui précède les exercices 5, 6 et 7 (les exercices consacrés aux constructions de symétriques de points), dans lequel nous avons souligné ce qui relève de la structuration :

> *Martine : On avait mis la définition, puis quelques remarques, on avait mis la notation. A la suite, ça doit être paragraphe euh là c'est le grand 2, dans le grand 2, définition, remarque, notation, je répète, définition, remarque, notation, à la suite construction*

E[149] *: Madame, on le colle ça ?*
Martine : je vais venir voir. Construction du symétrique d'un point. Tout d'abord on a découvert comment on pouvait obtenir par pliage, les notations, maintenant, comment on pourrait le construire autrement que en pliant, comment pourrait-on le construire, et on va voir ça dans 2 cas, je suis sûre que vous allez y arriver sans problème : avec quadrillage et sans quadrillage ; et je vous ai donné une feuille qui est intitulée construction du symétrique d'un point, sur quadrillage les deux premiers, et sans quadrillage, à vous de travailler là-dessus. (Martine, séance 3)

Ci-dessous le même type d'épisode, qui dure deux minutes et cinquante-deux secondes et précède l'exercice 16 (qui consiste en la recherche des axes de symétrie d'un segment, d'une demi-droite, d'une droite et d'un angle) lequel marque le début de la deuxième partie[150] du scénario, soit la partie consacrée aux axes de symétrie de figures (aspect statique) :

Martine : Je vous donne à la fin de l'heure l'exercice que vous aurez à rédiger pour mercredi, et on va prendre un autre paragraphe
E : on prend une nouvelle double page ?
Martine : on prend une nouvelle double page, je vais vous donner une feuille, la nouvelle chose, Marouan disait quand il y a une figure, elle est finie là, on sait pas si on s'est trompé si on plie pas au bon endroit pour reconnaître l'axe de symétrie, ben en fait, ça dépendra du type de problème que vous aurez. Et là, on en vient à rechercher des axes de symétrie de figures. Jusque là, vous aviez l'axe de symétrie et vous deviez construire le symétrique d'une figure, tout le monde a suivi ? Réciproquement, j'ai déjà la figure complète, est-ce qu'elle admet un axe de symétrie, c'est-à-dire est-ce qu'on peut là ?
E : plier
Martine : plier sur elle-même. (Martine, séance 8)

On trouve ainsi trois épisodes de ce type. L'autre, antérieur à celui qui est cité ci-dessus, est le premier épisode du chapitre, avant le premier exercice : il s'agit d'annoncer le titre du chapitre et l'exercice qui suit. Les onze autres épisodes de cours sont des synthèses portant en général sur l'exercice qui précède, mais parfois (pour deux d'entre eux), des synthèses de plusieurs exercices. On peut même considérer que l'épisode de cours de la séance 12, où il s'agit d'écrire la définition du symétrique d'un point à l'aide de la médiatrice est une synthèse d'une bonne partie du chapitre. Nous détaillons plus loin les caractéristiques de ces synthèses (cf. *à l'échelle des épisodes*).

Les rappels de cours ne sont pas systématiques, mais peuvent durer de trois minutes et demie (séance 9) à vingt minutes et demie (séance 3), en moyenne neuf minutes quinze. De la même manière, les épisodes de correction peuvent durer de une minute et demie (séance 11) à trente-et-une minutes (séance 10), en moyenne treize minutes vingt-quatre secondes.

Il semblerait donc que le travail sur les exercices soit privilégié, mais pas majoritairement le travail individuel. Autre fait important : presque tous les exercices sont traités en classe. Quant aux épisodes de cours, s'ils occupent peu de temps, ils assurent pour certains une fonction de structuration, au-delà de la fonction d'écriture du cours. D'autre part, ils sont systématiquement liés aux exercices. La progression du chapitre semble donc s'organiser autour des exercices.

[149] Dans toutes les citations, E désigne un élève non identifié soit parce que cela n'est pas nécessaire à la compréhension de l'exemple, soit parce qu'il n'a pas pu être identifié lors des transcriptions ; Es désigne plusieurs élèves.
[150] cf. supra, *analyse du scénario de Martine*.

Nous analyserons à l'échelle des épisodes la manière dont les épisodes de cours (en particulier les synthèses) sont liés aux exercices, c'est-à-dire comment l'enseignante prend en compte l'activité des élèves et décontextualise pour initier un processus de transformation des actions en connaissance.

A l'échelle des épisodes

Les séances semblant s'organiser autour des exercices, nous commençons par les épisodes qui leur sont consacrés avant de poursuivre en analysant le déroulement des épisodes de correction, de cours, enfin de rappels de cours.

Les épisodes d'exercices

Comme nous l'avons précisé ci-dessus, un épisode d'exercice contient en moyenne un tiers de travail individuel et deux tiers de travail collectif. Nous analysons le déroulement de ces épisodes de manière chronologique : d'abord la façon dont ils sont introduits, le cœur de leur déroulement, puis la conclusion.

L'introduction des épisodes d'exercices

La première minute de l'épisode est systématiquement collective et consacrée à donner au moins le numéro de l'exercice, ou l'énoncé lorsqu'il s'agit d'un exercice conçu par Martine, voire à une lecture ou à une reformulation de la consigne, mais sans modifier la tâche. Voici quelques exemples :

> *Martine : Bien, à la suite, autre exercice. Il y a deux têtes, à vous de chercher les erreurs* (Martine, séance 1, exercice 3)
> *Martine : Alors est-ce que vous trouvez des axes ? à vous de chercher, triangle quelconque, ici triangle isocèle, équilatéral, à vous. A vous de chercher un axe de symétrie si vous pouvez, dans les trois situations triangles.* (Martine, séance 9, exercice 18)
> *Martine : Le premier exercice, je vous demande de construire le symétrique d'un segment AB.* (Martine, séance 4, exercice 8)

La consigne est parfois précisée immédiatement, de façon à ce que les élèves s'engagent dans une tâche la plus proche possible de la tâche prescrite, mais sans modifier l'activité qui pourrait en découler :

> *Martine : il y a une démonstration dans [l'exercice], je voudrais que vous justifiiez la nature du quadrilatère.* (Martine, séance 13, exercice 28)
>
> *Martine : quand on dit sur papier blanc, on le fait sans les carreaux. […] on vous demande de reproduire une figure sur papier blanc, vous faites sur votre cahier, même si les quadrillages sont là, ils ne vont pas vous être utiles, ils ne serviront à rien.* (Martine, séance 5, exercice 8)

En outre, cette introduction est parfois l'occasion de rappels, mais qui n'apportent pas d'aide pour résoudre la tâche ; par exemple, au début de l'exercice de recherche des axes de symétrie des quadrilatères usuels et du cercle (exercice 19) est rappelée la définition d'un quadrilatère et le nom de chacun des quadrilatères particuliers de l'exercice, Martine prenant ainsi en charge ce qui, dans l'exercice, ne relève pas des objectifs d'apprentissage.

Autrement dit, la plupart des phases d'introduction des épisodes d'exercices sont a priori dénuées d'influence sur les activités des élèves et sont simplement l'occasion d'enrôlements[151] (Chappet-Pariès, 2004) ou éventuellement d'évoquer d'autres connaissances.

Toutefois, une petite partie d'entre elles ne nous semblent pas aussi neutres que les précédentes. En effet, si nous n'avons trouvé qu'une intervention de l'enseignant visant à modifier la tâche dès le début (il s'agit de l'exercice 23, au début duquel Martine, avant de demander la construction d'une médiatrice, en fait rappeler la définition, vue à la séance précédente, le matin même), nous avons en revanche noté pour plusieurs débuts d'épisodes d'exercices, la tenue d'un discours tendant manifestement à structurer les connaissances. En effet, il s'agit souvent de donner la fonction de l'exercice dans le scénario, ou de le replacer dans la progression du chapitre :

> *Martine : on va s'intéresser au symétrique d'un point. Au lieu d'avoir des figures complètes où on se demande est-ce que celle-là elle est symétrique de l'autre, on va s'intéresser au symétrique d'un point[152].* (Martine, séance 2, exercice 4)

> *Martine : Bon, la suite, il nous reste plus qu'à continuer sans quadrillage[153]* (Martine, séance 3, exercice 7)

> *Martine : maintenant qu'on a compris comment construire l'image d'un point, on va passer à 3, symétriques de figures complètes[154].* (Martine, séance 4, exercice 8)

Ces interventions apparaissent à l'occasion de presque tous les exercices qui ont pour rôle d'introduire un nouvel énoncé du cours ou de l'appliquer directement, mais dans des épisodes qui ne suivent pas directement un épisode de cours (celui-ci jouant en général le même rôle de structuration que ces interventions, cf. supra sur les épisodes de cours à l'échelle de la séance). En effet, nous avons identifié ce type d'interventions pour les exercices 2, 4, 7, 8, 19, 23, 26 et 27, ce qui, d'après le schéma du scénario de Martine (cf. annexe 2), correspond précisément aux exercices visant à introduire ou à appliquer directement un nouvel énoncé du cours, à l'exception des exercices 1, 5 et 16 qui sont précédés d'un épisode de cours, et de l'exercice 27, qui n'est ni un exercice d'introduction, ni d'application directe d'un énoncé du cours, mais qui porte sur un contenu ancien (la bissectrice) qui a été ré-évoqué à la séance précédente, ce à quoi Martine fait donc référence :

> *Martine : un petit exercice avec les bissectrices, puisqu'on a rappelé encore ce matin qu'on peut construire des bissectrices avec le compas[155].* (Martine, séance 13, exercice 27)

---

[151] Monique Chappet-Pariès parle d'enrôlement pour des actions langagières de l'enseignant dont le but est de mettre ou maintenir les élèves dans le travail. Elles sont éventuellement relativement indépendantes de la tâche.

[152] La fonction de cet exercice dans le scénario est d'introduire la définition du symétrique d'un point, après avoir travaillé sur des symétriques de figures, de manière globale, par pliage.

[153] Cet exercice a pour fonction d'introduire la méthode de construction du symétrique d'un point sur papier uni après avoir travaillé des constructions de symétriques de points sur quadrillage (exercices 5 et 6).

[154] Cet exercice a pour fonction de faire construire des symétriques de figures par la méthode analytique après la construction de symétriques de points.

Ces interventions (excepté éventuellement celle de l'exercice 27, voir note 34) ne nous semblent pas constituer une aide à la résolution de la tâche, mais avoir potentiellement une influence sur les apprentissages qui pourraient en résulter, en permettant notamment d'établir des liens. Aussi, nous émettons l'hypothèse que ces interventions peuvent jouer le rôle d'aides constructives, celles-ci ayant pour but, comme les petits épisodes de cours précédant certains exercices, la structuration des connaissances en établissant un lien entre les différents contenus travaillés (cf. les citations ci-dessus)

Après ces brèves introductions

Seules trois tâches sont traitées intégralement collectivement, sans que les élèves aient de temps pour une recherche individuelle : les tâches 4a, 23a et 23b. Dans ces trois cas, il s'agit de tâches de début d'exercices pour lesquels l'enjeu se situe après : pour l'exercice 4, l'objectif que se fixe l'enseignant est d'établir la définition du symétrique d'un point, l'obtention d'un symétrique par pliage (tâche 4a) n'en étant qu'un préalable ; de même, les tâches 23a et 23b qui consistent à tracer la médiatrice d'un segment avec l'équerre ou en s'aidant des carreaux et à établir la conjecture de l'équidistance des points de la médiatrice aux extrémités ne sont que des préalables à la preuve qui, elle, reste à la charge des élèves (tâche 23c). Dans tous ces cas, les aides procédurales sont nombreuses (Martine allant jusqu'à réaliser en même temps que les élèves et en leur montrant le pliage dans la tâche 4a), ayant certainement pour but de faire réaliser la tâche préalable le plus rapidement possible, de façon à s'attarder davantage sur les tâches présentant un enjeu.

Les autres épisodes d'exercices comportent toujours une période de travail individuel, qui permet aux élèves de traiter les premières tâches, et à certains d'entre eux de traiter l'ensemble des exercices. Durant ces phases, Martine passe dans les rangs et parle avec les élèves en aparté. Ses interventions sont relativement rares, et ces phases sont très souvent l'occasion de vérifier que les élèves ont bien copié et compris la correction de l'exercice précédent, et/ou d'aider les élèves habituellement en difficulté à démarrer l'exercice. Les quelques interventions portant sur la tâche en cours sont davantage des évaluations, mais très limitées – *« c'est bien »*, *« c'est bien parti »* – ou simplement des interventions visant l'enrôlement, comme *« tu sais le faire »*. Lorsque l'enseignante identifie des erreurs, elle leur demande de relire l'énoncé, ou même le reprend avec eux :

> *Martine : Ensuite, ce qu'on te demande, c'est ?*
> *E : Déterminer comment on peut arriver à obtenir la symétrie de chaque figure.*
> *Martine : je ne parle pas de symétrie dans cette consigne. Il y a marqué comment, dans chaque cas, on va commencer par le cas 1, à l'aide du papier calque, on peut passer, donc tu as une figure, tu calques cette petite maison et comment, quel mouvement tu vas donner au papier calque pour passer à l'autre figure ?* (Martine, séance 1)

Elle profite également souvent de ces interventions pour obtenir une formulation de la part des élèves. Par exemple, lors de constructions, elle leur demande comment ils ont fait, avant de leur faire observer qu'elle ne peut pas le savoir, visant ainsi une prise de conscience de la nécessité du codage et de laisser apparents les traits de construction.

---

[155] Il s'agit là d'une aide pour faire l'exercice en évoquant la méthode de construction au compas, mais Martine demande de toutes façons explicitement une construction au compas.

Martine : Alors, comment tu l'as eu celui-là ?
E : j'ai fait la perpendiculaire
Martine : Ah, mais je le vois pas !
E : je croyais qu'il fallait
Martine : est-ce que les traits de construction, est-ce qu'il faut les laisser ? oui ou non ?
Es : oui
Martine : ben oui, hein, est-ce qu'il faut les laisser, sinon, on ne sait pas ce que vous avez fait. (Martine, séance 4)

Les aides aux élèves pour résoudre la tâche sont très rares, de même que les interventions collectives pendant les phases de travail individuel. Celles-ci semblent très dépendantes de la difficulté de la tâche et/ou des difficultés que Martine constate en passant dans les rangs. En effet, nous avons repéré des aides à la résolution de la tâche avant le travail individuel pour l'exercice 1 et les tâches 23a, 23c et 24 uniquement : le cas de la tâche 23a a déjà été expliqué comme cas d'aide en début d'épisode (cf. supra) ; pour l'exercice 1, il s'agit de reformuler la consigne que beaucoup d'élèves n'ont, semble-t-il, pas comprise et donner une aide sur la façon dont le calque doit être utilisé. Après plusieurs interventions individuelles pour expliquer la consigne, Martine demande l'attention de tous et explique :

Martine : Alors vous arrêtez de travailler, vous écoutez la consigne, parce qu'il y a beaucoup trop d'élèves qui n'y arrivent pas. Je reprends, dans cet exercice, on va travailler d'abord uniquement sur le petit a. Dans le petit a, on vous dit, comme pour les autres, comment passer de la figure 1 à la figure 2, avec un calque. Vous prenez un calque, vous calquez la figure 1, et vous cherchez quel mouvement vous devez donner à ce calque pour qu'il passe sur la figure 2, voilà. Est-ce que quelqu'un n'a pas compris la consigne ? Je reprends, je calque la maison 1, et je voudrais qu'elle passe sur la maison 2. Par quel mouvement, on ne vous demande pas pour l'instant, si c'est une symétrie ou pas une symétrie, on vous demande juste comment passer de 1 à 2 dans le cadre a, puis après vous ferez la même chose dans le b, dans le c, et dans le d. (Martine, séance 1)

Sur la tâche 23c, l'intervention consiste, après l'élaboration collective de la conjecture « si un point appartient à la médiatrice d'un segment, il est équidistant de ses extrémités », à faire reformuler cet énoncé, de façon à ce que les élèves puissent le démontrer :

Martine : Essayez de prouver, d la médiatrice de AB et C un point quelconque, pas nécessairement M, un point n'importe où, C, un point de d. Ce qu'on voudrait montrer c'est que C est équidistant de A et de B. Qu'est-ce que ça veut dire que C est équidistant de A et de B ?
E : qu'il est à la même longueur
E2 : qu'il est à égale distance
Martine : Qu'il est à la même distance, comment vous le traduisez ?
E : qu'il y a la même longueur
Martine : oui, qui est-ce qui est de même longueur ?
E : AC et CB
Martine : d'accord, donc on voudrait arriver à montrer que CB égal ?
E : CA
Martine : ben à vous de le faire. Comment vous prouvez que C est équidistant de A et de B, vous pouvez travailler au brouillon. Comment prouver que C est équidistant de A et de B, ou que CA égal CB. (Martine, séance 11)

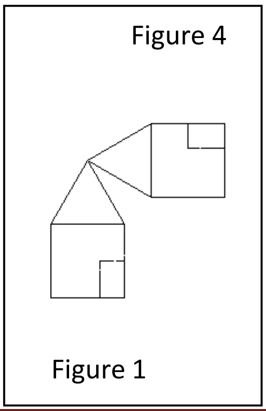
Dans le même exercice, notons que la démonstration de la propriété réciproque est la seule du chapitre à être traitée intégralement de manière collective ; cette propriété est suffisamment difficile à démontrer pour que par ailleurs aucun manuel n'en fasse le choix.

L'aide de la tâche 24 est moins explicite, mais nous avons considéré que le fait que l'enseignante dise qu'il faut « déduire » la méthode de construction d'une médiatrice au compas de la propriété d'équidistance des points de la médiatrice aux extrémités du segment constituait une aide à la résolution (puisqu'il s'agit dans la tâche de trouver cette méthode). Cette aide nous semble toutefois avoir une fonction plus constructive que procédurale, c'est-à-dire qu'elle n'a pas tant pour but la résolution de la tâche que de faire établir des liens entre leurs connaissances aux élèves – un but de structuration.

Après les phases de travail individuel, les phases collectives

Les phases de travail individuel sont suivies systématiquement par des phases collectives – celles-ci étant reportées à la séance suivante lorsque la séance s'achève sans que l'exercice soit terminé. Ces phases collectives occupent en moyenne près des deux tiers du temps de travail sur les exercices, puisque nous venons de préciser que sur les deux tiers de travail collectif durant les épisodes d'exercices, seule une faible proportion est consacrée à des phases d'introduction ou des interventions pendant les phases de travail individuel. Ces phases comprennent systématiquement une correction de la tâche, dirigée par des questions de l'enseignante mais s'appuyant sur des propositions d'élèves. L'expression des élèves est dans ce cas largement favorisée, à la fois des élèves qui interviennent et du groupe classe, ce dernier ayant souvent la responsabilité de valider ou de préciser les propositions des élèves. L'enseignante demande presque systématiquement une justification des réponses, et des précisions lorsque les réponses sont incomplètes. Il est rare qu'elle complète elle-même, préférant faire appel à la classe dans le cas où l'élève ne trouve pas seul, même si elle reformule souvent les interventions des élèves. Si elle évalue en général elle-même les réponses justes, elle choisit souvent de mettre en évidence qu'une réponse est fausse plutôt que de le dire directement. Nous reproduisons ci-dessous un extrait de la séance 1, qui correspond à la correction de la tâche 1c, où il s'agit de trouver le mouvement à imprimer au calque afin de passer de la maison 1 à la maison 4 (cf. image ci-dessous) : une solution possible est la rotation de centre le sommet du toit, de sens direct et d'angle 90°. On y voit bien comment Martine évalue, mais pas systématiquement, laisse les interventions des élèves faire évoluer les réponses, tout en orientant et en demandant des précisions, en renvoyant parfois la validation à la classe, ou en mettant en évidence que les réponses sont fausses, mais sans le dire ; on y voit d'autre part qu'elle tient compte de toutes les réponses qui sont proposées :

Martine : Allez Thomas, la maison 1 est là. Qu'est-ce qu'il faut faire à cette maison 1, à ce calque pour qu'il aille sur 4 ?
Thomas : on l'incline.
Martine : on l'incline.
Thomas : on la fait pivoter.
Martine : on le fait pivoter, très bien. On le fait pivoter comment ?
E : à droite
Thomas : euh, de la… non, de la, de la, de la droite.
Martine : vers la droite comme ça ?
Yoann : dans le sens inverse d'une aiguille d'une montre.



Martine : dans le sens ?
Yoann : dans le sens inverse de l'aiguille d'une montre.
Martine : très bien, dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.
E : vers la gauche
Martine : Alors attendez, je le fais pivoter là-haut. C'est bon là ? [Elle a fait pivoter de 180°, autour d'un point quelconque au-dessus de la maison]
Es : non
Martine : qu'est-ce qui allait pas ?
Thomas : il faut redescendre après
Martine : Après il va falloir redescendre. Est-ce que j'aurais pourtant j'avais fait pivoter comme ceci.
Thomas : il faut faire un degré
Paul : il faut faire pivoter à partir du toit de la maison
E : il faut garder
Martine : Ah, il faudrait faire pivoter à partir du toit de la maison, c'est ça ?
E : du bout du toit
Martine : alors si je fais pivoter autour du bout du toit, là, à un certain moment, je vais revenir là. Alors très bien, Julie, un complément ?
Julie : il faut faire pivoter de 45 °
Martine : il faut faire pivoter de 45 °. Alors je vais faire pivoter de 45°. On est d'accord pour le fait qu'il y a un point ici, qui s'appellera O, hein ou sommet, S tiens.
Julie : non, 90°
Martine : Ah ça change, 90. 90 ou 45 ?
Es : 90
Martine : 90, 45, j'arriverais là, ok. Donc ici, je vais nommer ce point, vous me dites, on fait pivoter, écrit sur le transparent on fait pivoter le calque, alors vous m'avez précisé, autour du sommet du toit. Au lieu d'écrire du sommet du toit
Thomas : de 90°
Martine : on l'a appelé S. Thomas tu me dis 90°, en accord avec Julie, et qu'est-ce que, que nous a dit Yoann ?
Es : dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.
Martine : alors dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.
Paul : si on tournait par la gauche, on y arriverait aussi au bout d'un moment
Martine : Que dit Paul, là ? je, je suis occupée à écrire, vous l'entendez ? qu'est-ce qu'il dit ?
Es : non
Martine à Paul : Redis le plus fort.
Paul : si je tourne vers la gauche
Martine : Si je tourne dans le sens des aiguilles d'une montre, toujours autour de S
Paul : à un moment ça fait pareil
Martine : et ben au bout d'un moment
Sarah : oui, mais ce serait pas 90°.
Martine qui montre Sarah : ah, au bout d'un moment ce serait pareil, mais ce serait pas 90°.
ça ferait ?
Marouan : 360
Martine : 360 vous croyez ?
[brouhaha]
Martine : bien. Marouan, 360, je reviens au même endroit.
Es : 360 – 90
Martine : alors 360-90, alors vous avez déjà bien compris beaucoup de choses. (Martine, séance 1)

Outre les corrections, les phases collectives après le travail individuel sont très souvent l'occasion d'apports de la part de Martine – des références à des connaissances anciennes, des questions supplémentaires, des demandes de justifications, des mises en relation (cf. par exemple l'extrait ci-dessus où Martine amène les élèves à caractériser la rotation) –, l'occasion de bilans et de synthèses qui restent souvent contextualisés, mais ayant pour but soit la structuration des connaissances, soit de préparer des institutionnalisations futures, visant ainsi à initier un processus de transformation des activités en connaissances visées. Il s'agit notamment de généraliser les résultats de l'exercice, sans nécessairement les décontextualiser complètement, mais en donnant à cet exercice le statut d'exemple générique – souvent implicitement. Voici deux exemples où est manifestement préparée l'institutionnalisation qui a lieu dans l'épisode de cours qui suit. Rappelons que, chez Martine, les institutionnalisations font toujours suite à un exercice dont elles constituent en général la synthèse.

Exemple 1 : le bilan de la tâche 23c, avant l'épisode de cours consacré à la propriété d'équidistance des points de la médiatrice aux extrémités du segment :

> *Martine : Bien, on est parti d'un point C qui était où ? On est parti d'un point C qui avait quoi comme particularité, sur la ?*
> *E : médiatrice*
> *Martine : médiatrice sur la médiatrice de AB ? n'importe où. Et à la fin il devient à la même distance. Vous venez de montrer une propriété que vous allez noter à la suite.* (Martine, séance 11, tâche 23c)

Exemple 2 : le bilan de la tâche 4a, avant la constatation de la perpendicularité et de la conservation de la distance à l'axe (tâche 4b) qui permettra l'institutionnalisation de la définition du symétrique d'un point dans l'épisode de cours qui suit :

> *Martine : Voilà, je reprends. Vous aviez un morceau de calque, ou, comme moi qui n'avais pas de calque, un morceau de papier. J'ai tracé une droite d, aussi, j'ai placé un point A n'importe où, j'ai plié suivant la droite d, et par transparence, voilà, ou bien parce que j'avais un calque et qu'on voyait à travers, j'ai construit le point A', et j'ouvre. C'est bon ? Donc par pliage, vous avez le point A et le point A' qui se superposent. Donc vous avez construit quoi, là ?*
> *E : une symétrie*
> *Martine : le symétrique*
> *E : de A*
> *Martine : de A par rapport à cette droite-là. Est-ce que je reprends ce que je viens de dire ?*
> *Es : non*
> *Martine : Non ? Alors je demande à Divine de reprendre ce que je viens de dire. Que représente le point A' pour le point A ?*
> *Divine : je sais pas*
> *Martine : Qu'est-ce qu'on vient de construire là ?*
> *E : deux points A et A'*
> *Martine : Deux points. On avait un point A, une droite d, on a plié suivant d, on a superposé un point A' avec A, on a ré-ouvert, qu'est-ce qu'on peut dire du point A' par rapport au point A ?* [plusieurs élèves lèvent la main]
> *E : c'est le symétrique*
> *Martine : C'est ? le symétrique de A par rapport à d. Vous venez d'obtenir le symétrique d'un point. OK ? en faisant quoi ?*
> *E : en pliant*
> *Martine : En pliant le ? le calque ou le papier. Maintenant, je suis au tableau, comment vous faites pour plier le calque ou le papier, ou le tableau ? comment vous faites pour plier le tableau ?*
> *E : on peut pas*

Martine : on peut pas, et bé moi non plus,
Es : si
Martine : alors ce que l'on va faire, on va observer cette figure. (Martine, séance 2, tâche 4a)

Un travail important semble donc être fait, durant les épisodes d'exercices, qui consiste à mettre en évidence les liens entre les différents exercices et le cours, ainsi que la cohérence du chapitre. Nous avons notamment repéré que, dans les exercices ou les tâches qui précèdent une institutionnalisation, la proportion de temps de travail individuel est souvent plus faible que pour les autres exercices. Cela s'explique soit par le fait que Martine limite le travail individuel lorsqu'il n'a pour but que de fournir un prétexte à l'élaboration d'un résultat (c'est par exemple le cas des tâches 4a et 23a et b, où le travail individuel porte sur des tâches très faciles et est quasiment entièrement pris en charge par Martine), soit par le fait que l'activité des élèves est importante, mais que la phase collective est plus longue (en proportion) que pour les autres tâches car elle contient le travail de synthèse qui prépare l'institutionnalisation (c'est le cas par exemple des exercices 1 et 16). Pour les exercices qui précèdent l'institutionnalisation de méthodes (méthode de construction du symétrique d'un segment, méthode pour trouver un axe de symétrie, …), la tendance est inverse : on trouve ainsi jusqu'à 81% du temps consacré à du travail individuel pour l'exercice 8 qui prélude à l'institutionnalisation d'une méthode de construction du symétrique d'un segment. Cela s'explique d'après nous par le fait que les élèves doivent avoir éprouvé eux-mêmes la méthode pour que la synthèse soit collective, ce qui n'est pas le cas pour l'élaboration d'un énoncé comme une propriété ou une définition qui sont probablement davantage pris en charge par Martine.

Une exception : l'exercice d'introduction de la propriété de conservation

L'exercice 11 a pour fonction dans le scénario d'introduire les propriétés de conservation. Les tâches 11a et 11b sont des tâches de construction (la première consiste en la construction d'un triangle dont la mesure d'un angle et la longueur des côtés adjacents sont données) et les tâches 11c et d sont des tâches de reconnaissance/preuve où il s'agit d'identifier la longueur d'un segment (tâche 11c) et la mesure d'un angle (tâche 11d) puis de justifier à l'aide de la propriété de conservation adéquate. Or les propriétés de conservation n'ont pas encore été vues, même si dès la première séance, après la première définition – de figures symétriques – une remarque portait sur le fait que deux figures symétriques ont « la même forme et les mêmes dimensions », que la construction du symétrique d'un segment a été conclue par l'énoncé « le symétrique d'un segment est un segment de même longueur » et que la conservation de l'alignement a été évoquée à l'occasion de la construction du symétrique d'une droite. De ce fait, les élèves ne disposent pas des connaissances nécessaires à la justification. Martine débute la correction des tâches 11c et 11d en précisant :

Martine : Ensuite on vous dit justifier à l'aide de propriétés du cours, […] mais on l'a pas encore vu, donc on va la mettre en évidence après, mais on voudrait la longueur du segment AE. Alors que proposez-vous pour la longueur du segment AE ? (Martine, séance 6)

Un élève propose comme longueur 4 cm et Martine demande pourquoi. Le fait que les deux segments sont symétriques est proposé par un élève. Martine enchaine ensuite sur la correction de la tâche 11d qui se passe de la même manière, puis Martine fait un bilan :

Martine : Bien, vous regardez cette figure, il vous est venu naturellement le fait que la longueur BA et la longueur AE étaient identiques.

Es : oui
Martine : et pareil pour l'angle AEC et l'angle B, qui s'appelle ABC, oui ? Et bien en fait ça, ça provient d'une propriété de la symétrie, on a défini la symétrie au départ à partir de pliages et on avait vu que deux figures symétriques sont superposables. Si elles sont superposables, il était bien naturel que l'image d'un segment soit un segment de même ?
Es : longueur
Martine : longueur et que l'image d'un angle soit un angle de même mesure.
E : c'est comme si on regardait dans un miroir
Martine : C'est comme si on se regardait dans un miroir, rien n'est déformé, c'est pas un miroir déformant. Si on a des points alignés au départ, qu'est-ce qu'on a vu ce matin ? que leurs images sont ? alignées. Et bien tout cela forme ce qu'on appelle des propriétés, dites de conservation, des propriétés de conservation de la symétrie. C'est quoi, ça ? Par exemple le congélateur, c'est un appareil qui permet de conserver les choses. Et bien la symétrie, quand tu as quelque chose, une figure qui a une propriété au départ, sa figure symétrique, Lina, a les mêmes propriétés, du moins en partie, et on va noter sur le cahier ces propriétés que l'on admet. (Martine, séance 6)

L'énoncé des propriétés de conservation est alors écrit dans la leçon, puis Martine revient à l'exercice où elle propose un « modèle de démonstration » pour ce type de tâche.

Martine : On revient sur notre exercice, je vais effacer ce que j'avais marqué tout à l'heure, vous avez tous admis que AE valait 4 cm et que l'angle AEC mesurait 45°. Et bien ce qu'on va apprendre à faire, c'est de le démontrer, de faire une petit démonstration à l'aide de symétries. Qu'est-ce que vous allez utiliser comme propriété. A cause de quoi on peut dire que AE mesure 4 cm ?
Paul : grâce au codage.
Martine : pourquoi j'ai pu mettre ce codage. Pourquoi ce AE peut être codé comme celui-là ? Ça vient de quoi ça ? Exercice un peu compliqué en sixième.
E : quand on plie, c'est la même longueur
Martine : c'est ce que vous aviez vu au départ, en six- euh avant d'entrer en sixième, à l'école primaire mais en sixième on va essayer de s'exprimer autrement que par pliage. On va voir petit à petit des règles, on a vu la définition associée à la notion de perpendiculaire et de milieu et on vient de voir certaines qualités de la symétrie axiale. Est-ce qu'il y a quelque chose ici qui permet de dire que AE vaut 4.
E : on sait que BA vaut 4 et que E est le symétrique de B.
Martine : et est-ce qu'on sait que A est le symétrique de quelque chose ?
E : de A
Martine : Ah, de A lui-même, et ben ça, il va falloir le dire. Et ensuite qu'est-ce qu'on va utiliser comme propriété Arthur ?
Arthur : la propriété qu'on vient d'écrire.
Martine : la propriété ? La propriété de conservation des longueurs. On va rédiger cela et ce sera un modèle de démonstration qu'il faudra utiliser. (Martine, séance 6)

Les exercices suivants (dont le premier qui est traité à la maison) consisteront en l'application dans des situations variées de ces propriétés de conservation, pour lesquelles les élèves doivent appliquer le modèle. Nous considérons le déroulement de cet exercice comme une exception à plusieurs titres : tout d'abord, les tâches 11c et 11d font partie des rares tâches qui sont traitées intégralement collectivement ; d'autre part, il s'agit du seul cas dans le chapitre où l'apport de Martine (à propos des propriétés de conservation) ne s'appuie pas sur les activités qu'au moins quelques élèves ont eu l'occasion de développer sur des tâches proposées, même si la suggestion de mobiliser la symétrie pour justifier la mesure du segment et de l'angle (et non pas des arguments perceptifs), vient d'un élève. Les propriétés de conservation sont ainsi le seul contenu du chapitre que Martine fait passer sur un mode plutôt magistral où la procédure de résolution est donnée et doit ensuite être appliquée par les élèves. Il est difficile de savoir si cela est lié au contenu mathématique lui-même (une tâche permettant de motiver les propriétés de conservation de la symétrie est elle envisageable en sixième[156] ?) ou si, le contenu étant difficile (notamment à cause du changement de paradigme qu'il nécessite), Martine estime devoir l'apporter directement.

Un bilan des épisodes d'exercices du côté des élèves

En ce qui concerne les activités des élèves, les déroulements montrent qu'elles sont assez proches de ce qui est attendu[157]. En effet, lorsque ce n'est pas le cas, Martine, circulant beaucoup dans la classe dès le début des phases de travail individuel, est capable de repérer une mauvaise compréhension des consignes et de donner les explications qui s'avèrent nécessaires, sans pour autant prendre les tâches à sa charge. Nous disposons pour appuyer ce propos des tâches 1, 5 ou 11 dans lesquelles Martine réagit de manière différente : dans le cas de l'exercice 1, après avoir réexpliqué la consigne plusieurs fois individuellement, y compris à de bons élèves, elle la reprend collectivement ; dans le cas de l'exercice 5, devant les difficultés des élèves, elle propose une résolution collective ; pour l'exercice 11, elle opte pour un traitement individuel : après une intervention collective pour indiquer la méthode à suivre et réexpliquer l'utilisation du rapporteur, elle vérifie individuellement le travail de chaque élève et réexplique individuellement lorsque c'est nécessaire.

Les phases collectives de bilan d'exercices, de bilan de corrections d'exercices ou de cours montrent que des élèves sont en général capables de formuler eux-mêmes les synthèses. Lorsque ce n'est pas le cas, Martine revient aux exercices, jusqu'à ce que la synthèse soit formulée au moins en partie par des élèves. D'autre part, lors de l'élaboration des synthèses, Martine interroge souvent des élèves habituellement en difficulté (comme par exemple Divine dans l'extrait ci-dessus), afin probablement de s'assurer que la plupart des élèves ont compris.

Les épisodes de correction

Les épisodes de correction sont très similaires aux phases collectives de fin des épisodes d'exercices que nous venons de décrire. Ils sont notamment souvent l'occasion d'apports de la part de Martine, de synthèses et de bilans, surtout lorsqu'ils débouchent sur l'institutionnalisation d'un énoncé. Toutefois, nous notons une différence : le début de ces phases est consacré à une reprise beaucoup plus importante et explicite de la question posée, éventuellement de ce qui a été fait durant une séance précédente sur l'exercice, par exemple si la correction a déjà été commencée à la séance précédente. Cela semble sans doute nécessaire à Martine pour replacer les élèves dans le contexte d'une tâche qu'ils ont traitée chez eux ou lors d'une séance précédente.

Les épisodes de cours

Les épisodes de cours se partagent en deux catégories : les trois qui interviennent avant les exercices (que nous avons mentionnés plus haut, cf. *à l'échelle des séances*), dans lesquels il s'agit seulement de mettre le titre de la leçon et qui sont l'occasion de structuration ; et les onze

---

[156] Certains auteurs, dont notamment Bkouche soutiennent que cela n'est pas possible tant que seules des transformations « qui ne transforment pas » font partie des programmes.

[157] Nous ne disposons malheureusement pas des productions des élèves sur les exercices.

autres, qui apparaissent après un ou plusieurs exercices, destinés à institutionnaliser les connaissances qui y ont été introduites. Cette institutionnalisation a souvent été préparée pendant l'épisode d'exercices par au moins un bilan et d'éventuels apports. Les épisodes de cours sont de ce fait souvent très courts (sur les quatorze épisodes de cours du chapitre, dix n'excèdent pas cinq minutes).

Les énoncés de leçon produits pendant les onze épisodes de cours de la deuxième catégorie sont presque toujours des généralisations des synthèses élaborées dans les exercices précédents. Ils sont du reste présentés comme des *« bilans »* des exercices, annoncés par Martine en général par l'expression : *« en bilan, côté leçon[158] »*. Il s'agit en général d'un énoncé reprenant la synthèse qui a été faite à la fin de l'exercice, mais de manière décontextualisée, cette décontextualisation étant parfois implicite, notamment en jouant sur le rôle d'exemple générique qui a été donné à l'exercice au cours de la synthèse. Un des exemples les plus flagrants en est l'écriture dans la leçon de la propriété d'équidistance des points de la médiatrice aux extrémités du segment, en utilisant les mêmes lettres que celles qui ont servi à faire la démonstration à partir d'une figure qui servait d'exemple pour illustrer la définition de la médiatrice.

Certains malentendus surgissent d'ailleurs de ce fait. Par exemple, à la fin de l'exercice 1 où ont été identifiés des cas de rotation, translation, symétrie centrale et symétrie axiale, il s'agit d'institutionnaliser la définition de *« deux figures symétriques »* ; Martine pose directement la question de la définition :

> *Martine : en euh bilan de ce qu'on vient de voir Donc à partir de cette activité là, vous pourrez coller chez vous page de droite, à côté et on va noter ce que l'on retient, ce qu'il faut retenir : c'est que une figure et sa symétrique par rapport à un axe, sont comment d'abord ? vous n'étiez pas prêts ; que pensez-vous de deux figures qui sont symétriques par rapport à un axe ?* (Martine, séance 1)

Mais les réponses qui suivent montrent que certains élèves ont compris que toutes les figures étaient associées à des symétries axiales. Cela est favorisé par les interventions de Martine qui fait référence à *« ce que l'on avait fait »*, qui peut être interprété par *« ce que l'on avait fait dans l'exercice, pour passer d'une figure à l'autre »* ou bien – c'est probablement le sens qu'y met Martine – *« ce que l'on avait fait pour passer d'une figure à l'autre* ***dans les deux cas de symétries axiales*** *»*. Martine revient alors à l'exercice.

Dès que les interventions des élèves montrent, durant les phases d'institutionnalisation, qu'ils n'ont pas identifié la question, ou que le travail pendant l'épisode d'exercices n'a pas suffi à leur permettre d'élaborer un énoncé plus général, Martine reprend la synthèse de l'exercice en faisant appel aux formulations des élèves. Par exemple, dans le cas précédent, elle leur fait reprendre les cas de figure un par un et écrire s'il s'agit d'une symétrie axiale ou non (en plus du nom de la transformation qui était déjà écrit).

Les épisodes de rappels de cours

Les épisodes de rappels de cours occupent 7% du temps total passé sur le chapitre, soit à peine moins que les épisodes de cours eux-mêmes (qui occupent 12%). Ils ont pour but de rappeler les énoncés qui ont été établis lors des séances précédentes. Ces épisodes sont organisés autour de

[158] L'expression *« Côté leçon »* renvoie au fait que le cahier sert à la fois aux exercices et à la leçon, celle-ci étant écrite sur la page qui fait face aux exercices qui ont permis de l'introduire.

questions posées par Martine, en vue d'une formulation par les élèves (il ne s'agit que très rarement de réciter un énoncé). Lorsque les réponses des élèves révèlent une mauvaise compréhension de ces énoncés, Martine reprend, souvent en revenant à l'exercice qui a permis d'élaborer le résultat en question. Par exemple, lors de la séance 2, à la question : « Est-ce que deux figures superposables Lina sont symétriques ? » l'élève répond oui et Martine reprend un exemple de l'exercice 1 :

> *Martine : Alors je reviens là-dessus. […] les deux figures un et 2, Lina, elles sont superposables? Oui ?*
> *Lina : oui.*
> *Martine : est-ce qu'elles sont symétriques l'une de l'autre par rapport à quelque chose ?*
> *Lina : euh non*
> *Martine : non, pourquoi ?*
> *Lina : ben parce que euh parce que c'est pas, c'est le*
> *Martine : parce que c'est pas ? Comment passe-t-on de l'une à l'autre ?*
> *Lina : en glissant*
> *Martine : En faisant glisser*
> *Lina : ah oui*
> *Martine : et on a dit que ça s'appelait une translation. Quand on passe d'une figure à une autre en faisant glisser*
> *E : ce n'est pas une symétrie*
> *Martine : ça ne correspond pas à une symétrie. La symétrie c'est uniquement ?*
> *Es : quand on plie*
> *Martine : par pliage. Est-ce que tu comprends que 2 figures peuvent être identiques, superposables sans être symétriques. Ces deux ne sont pas symétriques. Sûre ?*
> *Lina : oui*
> *Martine : oui, pour aujourd'hui.* (Martine, séance 2)

Nous avons noté à ce propos que Martine interroge en général des élèves plutôt faibles, ou qui ont eu du mal à suivre durant les séances précédentes.

Les épisodes de rappels de cours sont également souvent l'occasion d'un discours de structuration, en réexposant le cheminement du chapitre. Voici pour exemple des extraits de l'épisode de rappels de cours de la séance 3 :

> *Martine : Symétrie axiale, on s'est intéressé à symétrie axiale […] Ensuite, on a appris à reconnaître, comment a-t-on reconnu, comment a-t-on appris à reconnaître une symétrie axiale ? […] A partir de là, on a essayé de construire le symétrique d'un point […] en pliant un calque pour voir à travers […] et quand on a ouvert le papier, on a vu qu'on obtenait une figure regardez voilà de ce type-là. […] et on avait observé la figure afin de définir l'image d'un point par symétrie.* (Martine, séance 3)

Les épisodes de rappels de cours semblent donc avoir, outre le rôle de contrôler l'apprentissage des leçons et de permettre à Martine d'évaluer la compréhension des élèves ainsi que de faire des rappels nécessaires à la poursuite du travail, un important rôle de bilan et de structuration de connaissances.

Conclusion sur les déroulements de Martine

Les déroulements du chapitre dans la classe de Martine sont marqués par le fait que le travail s'organise en privilégiant les exercices, une place primordiale étant accordée à l'activité des élèves sur les tâches du scénario (non modifiées et en particulier non simplifiées) et avec peu d'aides ; un second élément très significatif nous semble être le contenu et la gestion de phases collectives riches. Ces dernières occupent une place importante et se caractérisent par un enrichissement du travail des élèves, une tentative pour engager un processus de transformation de l'activité en connaissance, de manière collective et guidée par l'enseignante.

Par ailleurs, l'organisation des séances, mais aussi de certains épisodes voire des phases collectives semble profondément marquée par l'objectif de structuration des connaissances, notamment en explicitant des liens – entre le cours et les exercices, entre les différentes notions, entre les différentes parties du chapitre. Cela nous semble avoir potentiellement un impact décisif sur la construction, l'établissement de liens, donc la cohérence des connaissances.

b. Les déroulements de Denis

Après le découpage en épisodes et phases, comme pour Martine, nous avons analysé les déroulements, tout d'abord à l'échelle du chapitre, en étudiant notamment la répartition du temps entre les différents types d'épisodes, puis à l'échelle des séances pour essayer de trouver des régularités dans le déroulement d'une séance, et enfin à l'échelle des épisodes, selon leur type.

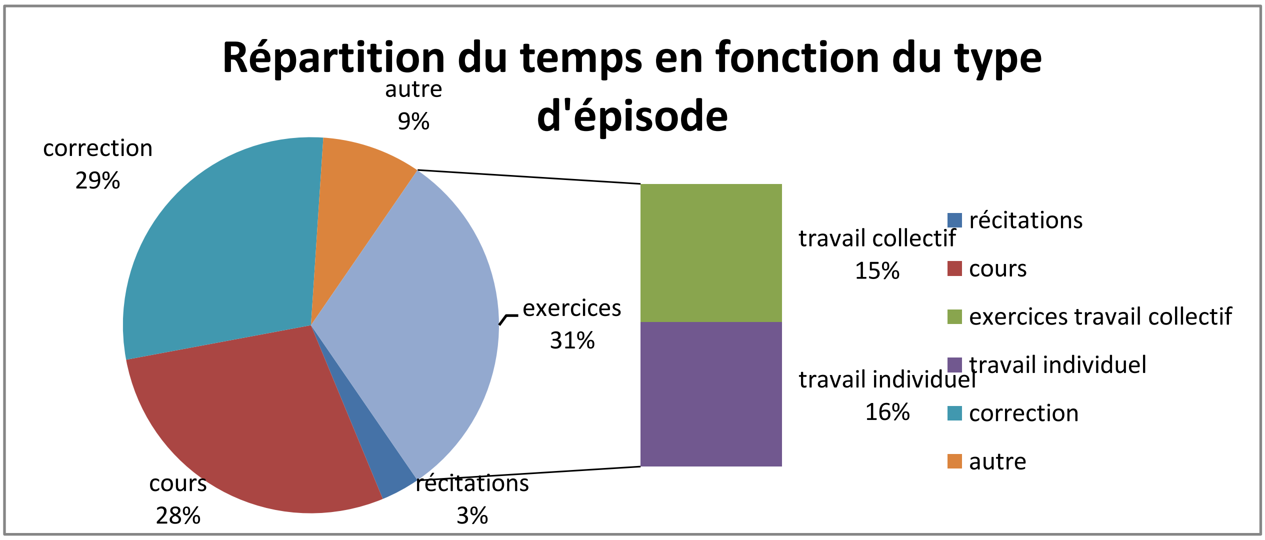
A l'échelle du chapitre

Voici la répartition de l'ensemble du temps consacré au chapitre (dix heures six minutes) selon le type d'épisode : récitations, cours, exercices (séparé en travail individuel et travail collectif), corrections et autres (principalement non mathématiques).

type d'épisode		**durée totale**	**nombre d'épisodes**	**durée moyenne d'un épisode**	**Durée moyenne par séance**
récitations		00:20:15	6	00:03:23	00:02:01
cours		02:51:37	10	00:17:10	00:17:10
Exercices	**total**	3:06:57	12	00:15:35	00:18:42
	travail collectif	01:31:26	12	00:07:37	00:09:09
	travail individuel	01:35:31	12	00:07:58	00:09:33
correction		02:55:45	12	00:14:39	00:17:34
autre		00:51:45	13	00 :03 :26	00:03:12
total		10:06:19	53		01:01:07

Soit en moyenne environ un épisode de cours, un épisode d'exercices et un épisode de correction par séance, ainsi qu'un épisode de récitation toutes les deux séances (séances 2, 3, 4 et 7, 8, 9).

Beaucoup de travail est donné à faire à la maison : sur trente-trois exercices, onze sont donnés en DM, onze sont traités en classe et cinq commencés en classe au moins par les élèves les plus rapides (on atteint un total de vingt-trois exercices traités en classe sur quarante-cinq en comptant les exercices C*[159]). Tous les exercices donnés au jour le jour sont corrigés en classe, en revanche seuls quelques exercices des DM et certains exercices des contrôles le sont – ceux qui ont été particulièrement mal réussis, d'après Denis.



Le temps, outre celui passé sur les épisodes non mathématiques et les récitations (qui représentent 4%), se partage à peu près équitablement entre corrections, exercices et cours, avec toutefois une nuance : sur la durée des épisodes de cours, un tiers environ (10% du temps total) est consacré à des exercices C*, c'est-à-dire que les élèves sont confrontés à des tâches pendant un tiers du temps de cours, ce qui porte à 41% le temps où les élèves sont confrontés à des tâches, en cumulant les exercices C* avec les autres .

Le temps de travail individuel des élèves est de 16% sur l'ensemble, et atteint 20% si l'on ajoute le temps de travail individuel sur les exercices C*.

A propos des contenus, à l'échelle du scénario, nous notons dans le déroulement du chapitre une tendance à redéfinir le projet pour le faire évoluer plus rapidement vers les objectifs principaux (à savoir les constructions de symétriques avec la méthode analytique, à l'équerre et au compas). En effet, à plusieurs reprises, au début du scénario qui était plutôt consacré à un travail sur l'action de la symétrie sur les figures d'un point de vue global (niveau 1, cf. chapitre 2, la classification de Grenier et Laborde (1987)), certaines tâches sont redéfinies, voire de nouvelles tâches sont distribuées pour remplacer les tâches initialement prescrites : c'est ainsi que lors de sa correction, la tâche 6d pour laquelle il s'agissait de prouver que deux figures n'étaient pas symétriques, sur quadrillage, a été modifiée en tâche de construction du symétrique d'une figure sur papier quadrillé, par la méthode analytique ; de même, lors de la correction de la tâche 9b dans laquelle il s'agissait de construire à main levée, sur papier blanc, le symétrique d'un dessin figuratif de chien, la tâche a été transformée en tâche de construction du symétrique par la méthode analytique, à l'équerre et au compas. Dans les deux cas, la tâche initiale a été occultée par la deuxième, les apprentissages sur l'action de la symétrie sur les figures d'un point de vue global étant occultés au profit de celui de la méthode de construction analytique.

[159] Rappel : les tâches C* désignent les tâches que l'enseignant distribue aux élèves pendant les épisodes de cours : il s'agit souvent d'un exemple pour illustrer un énoncé. Nous ne les avons pas comptées comme épisodes d'exercices car elles comportent certaines spécificités (cf. plus loin : à l'échelle des épisodes)

A l'échelle des séances
En moyenne, une séance se compose de trois minutes de récitation, dix-huit minutes et demie d'exercices (également partagées entre travail individuel et collectif), dix-sept minutes de cours et dix-sept minutes de correction.

Toutes les séances comptent six épisodes, hormis la séance 5 (trois épisodes) et la séance 8 (sept épisodes).

Les séances semblent organisées selon un schéma très précis, autour de l'énoncé de cours prévu :

1. Un épisode d'installation pendant lequel Denis demande aux élèves de revoir la leçon avant de les interroger,

2. un épisode de récitation et/ou de correction – d'un exercice donné à faire à la maison ou d'un exercice d'un contrôle (sauf dans la séance 1),

3. éventuellement un épisode d'exercice permettant d'introduire l'énoncé de cours du jour (dans les séances 1, 6, 7, 8, 9, 10 et dans la séance 4, mais l'exercice est dans ce cas sans rapport avec le cours),

4. un épisode de cours (sauf dans la séance 9, qui précède le contrôle de fin de chapitre),

5. Un épisode d'exercice d'application du cours, excepté dans le cas où l'épisode de cours s'est terminé par un exercice C* (sauf séances 4, 5 et 9).

Seule la séance 4 déroge significativement à ce schéma sur deux points : un épisode d'exercices a lieu avant le cours, bien qu'il n'ait pas de lien direct avec l'énoncé de ce cours. Il s'agit en effet d'un exercice avec des constructions sur quadrillage, que Denis n'a probablement pas réussi à relier au reste ; un épisode de correction intervient après l'épisode de cours (il s'agit de la correction d'un exercice ancien de la séance 1), sans doute faute de temps (moins de cinq minutes avant la fin de la séance), pour faire l'exercice d'application prévu ; de surcroît, un exercice a déjà été traité pendant l'heure de cours.

Les séances semblent donc suivre un schéma précis organisé autour de l'énoncé de la leçon du jour.

A l'échelle des épisodes
Nous suivons le même ordre pour les analyses que pour Martine, en présentant tout d'abord l'analyse des épisodes d'exercices, ceux-ci étant a priori ceux durant lesquels l'activité des élèves est la plus riche, puis de cours, de correction et enfin de récitations.

Les épisodes d'exercices
Nous ne mentionnons que les exercices qui ont été traités en classe, soit vingt-sept au total en incluant les exercices de type C*. A l'échelle du scénario, peu d'exercices sont traités en classe, et ce sont souvent des exercices relativement limités, avec peu de tâches et peu d'adaptations (cf. l'analyse du scénario de Denis). Nous présentons les analyses d'épisodes d'exercices en nous concentrant, conformément à notre parti pris théorique, sur ce qui peut avoir une influence sur l'activité des élèves. Après quelques considérations générales sur l'ensemble des épisodes

d'exercices, nous évoquons la nature du travail qui reste à la charge des élèves, celui-ci étant souvent redéfini à l'issue des premières phases de l'épisode, par rapport à la tâche prescrite telle qu'elle apparaît dans le scénario. Nous évoquons ensuite les aides dispensées par Denis et le contenu des phases collectives. Nos analyses portent également sur la mise en relation des caractéristiques des déroulements avec les caractéristiques des tâches en jeu.

Les épisodes d'exercices durent en moyenne quinze minutes dont la moitié en travail individuel et la moitié en travail collectif.

La nature du travail qui reste à la charge des élèves en travail individuel

Seuls les exercices 3, 6, 18 et 29 sont potentiellement[160] traités intégralement directement par les élèves, sans intervention préalable de l'enseignant.

Les exercices C12, 23, 27, 28, C12 et 30 sont également donnés à faire directement individuellement, mais le temps de recherche ne permet aux élèves de traiter que les premières tâches (qui sont les tâches de construction, avant des tâches de preuve ou de construction plus complexes), ce qui semble relever d'un choix de Denis : *« je vous laisse faire les figures »*, les tâches suivantes étant traitées collectivement.

Pour les exercices 1, 2, 6d', C3, 9b', 14, C5, C6, C7, C8 et C10 le travail est individuel, mais sur des tâches qui ont été modifiées dès le début lors d'une phase collective : soit parce que la consigne a été reformulée, soit parce qu'une aide a été donnée, soit parce qu'une partie de la tâche a été traitée collectivement. Par exemple, la consigne de l'exercice 1 est immédiatement reformulée : au lieu de devoir tracer le reflet des figures dans l'eau, les élèves doivent en *« faire l'ombre »*, *« faire la même chose mais en bas »*. Au début de l'exercice 2, une indication est donnée collectivement pour préciser qu'il faut faire le dessin à droite. En particulier, la plupart des adaptations sont prises en charge au moins partiellement par Denis avant l'activité des élèves : ainsi, au début de l'exercice 14, une précision sur le nombre de symétriques de figures qui doivent être tracés permet une prise en charge partielle de la reconnaissance des modalités d'application des connaissances (adaptation A1). De même, pour toutes les tâches de construction de symétriques de figures nécessitant des étapes, les épisodes commencent systématiquement par l'établissement collectif de la succession des étapes à réaliser, ne laissant ensuite à chaque élève qu'à exécuter une liste d'instructions. Pour une même tâche répétée plusieurs fois (par exemple la construction du symétrique d'un point à l'équerre et au compas), on observe toutefois une évolution : la première fois, tous les détails sont donnés, et l'équerre est même placée au tableau à l'aide d'un aimant, les élèves n'ayant qu'à suivre le "modèle", comme le leur demande Denis, tandis qu'au fur et à mesure des tâches similaires, la méthode est juste évoquée (*« on l'a vu tout à l'heure, je vous laisse le faire, vous prenez l'équerre, vous posez l'équerre, vous prenez le compas, vous le trouvez de l'autre côté »*, Denis, séance 5, tâche C6).

Les élèves travaillent donc la plupart du temps sur une tâche plus simple ou plus limitée que la tâche initiale, même si les indications données sont parfois source de confusion pour les élèves. Par exemple, on peut penser que c'est le fait de reformuler la consigne de l'exercice 2 en *« c'est*

[160] Tout ce que nous notons à propos du travail individuel des élèves suppose que l'élève, individuellement, s'engage dans la tâche ; cela reste donc potentiel (ce qui ne veut pas dire pour autant nécessairement que c'est faisable).

ça qu'il y a à faire [...] c'est les deux pareilles, quoi. » qui induit certains élèves à opérer une translation, sans retourner la figure.

Nous avons listé ce qui restait effectivement à la charge des élèves à l'issue des phases collectives initiales : il s'agit presque uniquement de tâches "techniques" consistant à exécuter une suite d'instructions, voire de sous-tâches[161], la tâche initiale ayant été découpée, les élèves n'ayant à traiter successivement que des tâches isolées, pour lesquelles les instructions sont données au fur et à mesure. Peut-être est-ce lié aux difficultés langagières habituellement attribuées aux élèves de ZEP (à tort ou à raison) et que l'on rend responsables de l'échec des élèves qui, de ce fait, *« ne comprennent pas les consignes »*.

Les aides dispensées par Denis

Durant les phases de travail individuel, Denis laisse souvent un temps d'autonomie complet pendant lequel il s'affaire à autre chose (écrire le billet d'appel, vérifier des carnets, relever des punitions, ...) puis il passe dans les rangs. L'analyse des échanges montre qu'il s'agit alors essentiellement d'évaluer le travail des élèves : Denis relève parfois des erreurs, mais tend en général à les minimiser. Cependant, avec des élèves en difficulté[162], il prend le temps de leur faire corriger l'erreur, mais les aides sont exclusivement procédurales et contextualisées. Par exemple, la seule aide qu'il donne pour les dessins de symétriques consiste à dire *« imagine que tu plies, où il va aller ? »*. Parfois, il donne directement la solution, notamment aux élèves en difficulté :

> *Denis à Mohammed S : l'ombre du bateau dans l'eau on va dire, ça là, est-ce que tu as l'impression qu'elle commence pas plutôt là ?* (Denis, séance 1, exercice 1)

Pour les tâches de construction de symétriques avec les instruments de géométrie, les aides, purement techniques, portent sur le positionnement de l'équerre ou du compas, mais sans référence au fait qu'il faut tracer une perpendiculaire ou qu'il faut que la distance à l'axe soit conservée, autrement dit sans référence aux connaissances qui motivent ces constructions.

> *Denis à Linda : Regarde l'équerre comment elle est. On a expliqué déjà[163], comment il fallait la poser, c'est pas comme ça, regarde là au tableau, t'as changé de côté. Essaie de suivre au tableau.* (Denis, séance 5, exercice C7)

Sur les tâches de construction, hormis des interventions "techniques", Denis intervient exclusivement sur le fait qu'il faut *« faire les pointillés »*, c'est-à-dire laisser les traits de construction des perpendiculaires en pointillés, ou qu'il faut *« allonger le trait »* lorsqu'il s'agit d'une droite ou d'une demi-droite, et placer les codages sur la figure ; autrement dit, les interventions ne portent pas sur le contenu d'apprentissage visé, mais sur l'apprentissage de codes et de conventions à respecter.

---

[161] Une sous-tâche désigne une partie d'une tâche qui contient plusieurs étapes ; par exemple, la tâche de construction du symétrique d'un segment sur papier uni comporte trois sous-tâches : construire le symétrique d'une extrémité du segment, puis le symétrique de la deuxième, enfin relier les points.
[162] Lorsque nous parlons d' "élèves en difficulté", il s'agit d'élèves que Denis a identifiés comme tels, et qui ont des résultats (moyennes trimestrielles et résultats aux évaluations d'entrée en sixième) très faibles.
[163] La seule explication qui a été donnée est *« il faut la mettre sur la droite »*.

Notamment, Denis ne fait jamais appel ou référence explicitement à des connaissances décontextualisées. Nous considérons même certaines de ses interventions comme “anti-constructives” dans le sens où elles empêchent la construction de connaissances et favorisent des connaissances erronées ; par exemple, lors de la réalisation de l’exercice 2, Mélanie demande si les deux figures doivent avoir les mêmes mesures[164] et l’intervention de Denis est loin de régler la question :

> *Denis à Mélanie : en principe est-ce que tu penses, normalement ça devrait être les mêmes mesures ou pas ?*
> *Mélanie : non*
> *Denis : là on va pas être, au début on fera pas forcément très attention à* [Denis laisse sa phrase en suspens et passe à l’élève suivant] (Denis, séance 1, exercice 2)

On peut penser que dans cet extrait, *« normalement »* fait référence pour Denis à la symétrie, par opposition aux dessins approximatifs de reflets dans l’exercice, mais qu’en est-il pour l’élève ? Non seulement Denis affirme clairement que ce n’est pas le but de l’exercice, mais en plus, il ne lui donne pas vraiment de réponse, alors que Mélanie est manifestement sur la voie d’une conception erronée. Notons que, dans tout le déroulement des exercices d’introduction, la mise en évidence des propriétés de la symétrie n’est pas la priorité de Denis. Or, si l’exercice 6, à la fin de la même séance (séance 1), montre que beaucoup d’élèves identifient sur quadrillage que deux figures qui n’ont pas les mêmes dimensions ne sont pas symétriques (seize élèves sur vingt, y compris Mélanie et Aziz), l’exercice 18 qui intervient beaucoup plus tard (à la séance 6) fait apparaître que, dans certaines situations, la conservation des longueurs n’est toujours pas mobilisée par les élèves :

> *Aziz* [sur le ton de l’affirmation du type « on est bien d’accord ? »] *: dans l’exercice 2, la figure d, on peut, ça peut être symétrique même si ça a pas la même mesure ?* (Denis, séance 6, exercice 18)

Cette fois, la question est tranchée par un élève, puis justifiée par Denis :

> *Denis : on va réfléchir à ça. Qui peut répondre à ça, là ? Qui a une idée ? Si ça a pas la même mesure, est-ce que ça peut être symétrique ? C’est la question d’Aziz, en fait, que je reformule. Rémi ?*
> *Rémi : non, parce que si* [inaudible] *avec différentes* [inaudible]
> *Denis : donc ça pourra pas être symétrique, il te donne la réponse là. Il faut qu’on puisse, si on plie, il faut qu’elles aillent exactement l’une sur l’autre, donc faut qu’elles aient, la même taille en fait, hein.* (Denis, séance 6, exercice 18)

Nous considérons qu’il s’agit là d’une aide constructive, notamment parce qu’elle évoque les connaissances (ici une propriété de la symétrie) sous-jacentes à la tâche. Il s’agit d’un des rares exemples de telles aides, et elle trouve son origine dans une intervention d’élève. Nous verrons plus loin trois autres exemples d’aides constructives, cette fois à l’initiative de Denis, qui se situent en fin d’épisodes d’exercices, sous forme de bilan visant l’élaboration d’un énoncé de cours. Excepté l’exemple ci-dessus, les aides apportées aux élèves portent rarement sur le contenu d’apprentissage en jeu, mais consistent plus souvent en une interprétation des

[164] On observe qu’elle ne s’est pas posé la question pour l’exercice 1. Peut-être le fait que l’exercice 2 nécessite un découpage en segments l’oblige à considérer de fait la longueur de ces segments, et non plus seulement la forme globale de la figure.

difficultés ne faisant pas intervenir le contenu mathématique : ainsi, Denis dit souvent que l'élève a *« oublié »* quelque chose (comme dans l'exercice 2 où il interprète le fait qu'en partant de l'axe, Inès dessine d'abord la chambre, par l'oubli du garage, alors que l'erreur naît vraisemblablement de l'absence d'inversion latérale de la figure) ; la mauvaise lecture de la consigne est également souvent invoquée, ou le manque d'attention.

Les phases de travail collectif

Nous analysons ces phases selon leur articulation avec le travail individuel des élèves : tout d'abord les phases de travail collectif qui prennent place au début des épisodes d'exercices, avant le travail individuel puis celles qui occupent tout l'épisode puis celles qui interviennent après le travail individuel, en fin d'épisodes.

Les phases collectives sont différentes par leur contenu selon qu'elles interviennent avant ou après le travail individuel : avant, il s'agit de reformuler l'énoncé, de modifier la tâche prescrite, de prendre en charge les adaptations, parfois jusqu'à donner une suite d'instructions que les élèves n'auront qu'à exécuter. Quel que soit le but, la forme est une suite de questions de Denis auxquelles les élèves doivent proposer des réponses. Pour la reformulation de la consigne – relativement rare – Denis reprend en général les interventions des élèves sans les modifier ou, modifie lui-même (il ne demande jamais de précisions aux élèves). Il s'agit toujours de reformuler en langage courant, de simplifier l'expression, mais pas forcément la tâche. Par exemple, le premier exercice est reformulé en *« faire la même chose mais en bas »*, le deuxième exercice en *« faire les deux pareilles »*, la reconnaissance de deux points symétriques (exercice C2) en *« trouver où il va le point de l'autre côté » puis « trouver le point qui va avec »*, la reconnaissance d'axes de symétrie de l'exercice 19 devient *« dire si on peut trouver un pliage »*. Ces formulations, plus simples quant au vocabulaire utilisé, sont souvent moins précises, sinon ambiguës : on a mentionné plus haut comment la consigne reformulée de l'exercice 2 pouvait induire des translations, mais *« trouver le point qui va avec »* peut être une des raisons de l'erreur commise dans la tâche C2 par plusieurs élèves, qui consiste à avoir choisi l'autre oreille du même chien (qui est lui-même symétrique par rapport à un axe vertical non tracé) plutôt que l'oreille du chien symétrique (voir annexe, cours de Denis).

Pour donner dès le début une aide – correspondant en général à la prise en charge d'une adaptation – voire pour établir une suite d'instructions que les élèves n'auront plus qu'à exécuter, les questions sont posées par Denis. Nous reproduisons ci-dessous un extrait relativement long, mais qui illustre bien, selon nous, la manière dont les instructions sont établies avant le traitement d'une tâche. Il s'agit là de l'exercice C6, qui consiste en la construction du symétrique d'une demi-droite, à la séance 5.

> *Denis : vous marquez l'image par une symétrie axiale, alors si c'est pas un segment, on va s'intéresser à quoi maintenant ?*
> *E : une droite*
> *Denis : Un peu avant, alors entre un segment et une droite on peut mettre quoi ?*
> *Es : Une demi-droite.*
> *Denis : Une demi-droite, d'accord ? Vous marquez l'image par une symétrie axiale d'une demi-droite, on va la voir directement là, sur la figure. Je répète, l'image par une symétrie axiale d'une demi-droite.*
> […]
> *Denis : donc l'image par une symétrie axiale, alors on a dit quoi, Inès, après on parlait de quoi ? d'une ?*
> *E : d'une droite*

Inès : d'une demi-droite
Denis écrivant au tableau : d'une demi-droite est. Alors vous sautez deux lignes, on va tracer une demi-droite. [Il fait le dessin au tableau]. *Cette partie là, alors vous tracez une demi-droite. Donc on trace je répète une demi-droite, on va l'appeler Ax. Je vais la mettre en bleu là au tableau qu'on la voit bien. Alors le A c'est quoi ? Pour la demi-droite ça s'appelle comment ça ?*
E : un segment
Denis : non, c'est pas un segment, pourquoi, elle est pas bloquée là. Mais le A c'est une ?
Denis : Une demi-droite elle a quoi ? Ce côté là, ça, ça va s'appeler ? On avait vu deux mots pour ça ? il faudrait s'en souvenir, hein c'est une ? On avait dit soit c'est l'origine soit c'est, ça commence par E, X,
E : E, X
Denis : après il y a un T, extrémité,
Es : ah oui
Denis : c'est l'extrémité de la demi-droite. on l'a vu en début d'année, le vocabulaire, il faut le retenir, le problème, après vous allez avoir un exercice, si vous connaissez pas le vocabulaire, vous comprendrez pas la question, et vous pourrez pas répondre à la question si vous l'avez pas comprise. Après vous prenez, vous gardez votre règle, vous prenez le rouge, qu'est-ce qu'on va tracer en rouge ?
E : l'axe
Denis : L'axe, pour faire la symétrie axiale. Donc vous tracez en rouge, ici, là, maintenant, on va essayer de réfléchir comment on fait le symétrique, comment on fait le symétrique de la demi-droite par rapport à l'axe qu'est en rouge ?
[Kimberley, Chris, Mohammed Z, lèvent la main.]
Denis : Qu'est-ce qu'on va commencer par faire ? Chris ?
Chris : d'abord on met le compas
Denis : on peut prendre le compas, mais on va, d'abord on va s'intéresser à quoi ?
Priscilla : à A et x
Denis : sur la droite, là sur la droite, sur la demi-droite -
E : le point
Denis : - comment on va faire, on va prendre ? Priscilla ?
Priscilla : on prend le point A
Denis : le point A, d'accord, on va trouver où il va de l'autre côté, on l'a fait tout à l'heure, je vous laisse le faire, vous prenez l'équerre, vous posez l'équerre, vous prenez le compas, vous le trouvez de l'autre côté. Est-ce que ça va suffire ? De l'autre côté ça va nous donner A'. Je vous laisse le chercher, de l'autre côté, à vous de le mettre. Est-ce que ça va suffire pour tracer la demi-droite ça de l'autre côté ?
Es : non
Denis : Donc qu'est-ce qu'on va faire après
Chikh : on va mettre un trait.
Denis : On va prendre le compas mais une fois qu'on a trouvé A', avec l'équerre et le compas, d'accord, est-ce que ça va suffire ? on va tracer les pointillés, Il faudra trouver, on va trouver un point, est-ce que ça va suffire ? on va faire quoi d'autre après ? Mélanie ?
E : x
Denis : Alors x c'est une direction, d'accord ? Donc, regardez au tableau, posez vos affaires, regardez au tableau, avant que je vous laisse continuer, Affid, regarde au tableau. On va trouver le point A de l'autre côté, après moi je veux savoir ça où ça va. est-ce que ça va suffire d'avoir le point A' ?
Es : non
Denis : Qu'est-ce qu'il faut faire ensuite ?
Es : le compas
E : on va prendre le point x.
Denis : Le point x il existe pas, le x, c'est une direction. Par contre, on peut ? Chris ?
Chris : [inaudible] comment on passe au point A et
Denis : beaucoup plus simple.

Chikh : Monsieur
Denis : moi je veux tracer quoi ? pour tracer ça, il faut quoi, en fait ? Pour tracer une demi-droite, on a besoin de quoi ? on a besoin de début et ?
Es dont Chikh : de la fin
Denis : il n'y a pas de fin mais on a besoin de savoir de quel côté on part. Donc qu'est-ce qu'on va prendre sur cette demi-droite ?
E : la moitié
Denis : la moitié, on peut pas dire la moitié.
E : le milieu
E : un morceau
Denis : le milieu, il y en a pas.
E : le centre
E : le début.
Denis : on va prendre ?
Mohammed Z : un point.
Denis : N'importe quel point, il y a Mohammed qui vient de le dire, très bien, n'importe quel point. On prend où ? Je prends un point là, je vais le faire de l'autre côté, donc il faut faire celui-ci et celui-ci. N'importe quel point, il a dit.
E : Monsieur, si on fait la symétrie, on peut continuer la droite.
Denis : oui, on peut continuer
E : mais [inaudible] c'est pas la symétrie
Denis : si, celle là de l'autre côté pareil, imagine qu'on la continue aussi. De ce côté. Si on a le début, de toutes façons, on sait comment on continue. Donc posez bien l'équerre. On la pose où l'équerre ? On prend le compas, si c'est trop petit, on mesure à la règle. Donc on pose l'équerre. On la pose où l'équerre ?
Alors qui est capable de poser l'équerre ? Qui peut venir au tableau ?
Chikh : moi
Denis : Tiens Chikh tu viens la poser, tu fais comme on a fait tout à l'heure, où on pose l'équerre ?

Cet exemple montre comment non seulement la tâche est découpée a priori, même si l'ensemble de la méthode pour résoudre la tâche est annoncé avant le travail individuel des élèves (ce qui n'est pas toujours le cas, les étapes étant parfois indiquées au fur et à mesure), mais aussi comment Denis pose des questions plus pour faire participer les élèves que pour définir le contenu : *« Denis : qu'est-ce qu'on va tracer en rouge ? »* ; enfin, ils montrent comment les élèves répondent parfois en "jouant aux devinettes", plus qu'en mobilisant des connaissances.

Toutefois, le fait de donner ainsi une liste d'instructions avant le travail individuel des élèves est le plus souvent propre aux exercices C*, soit ceux qui correspondent à la première application ou à la découverte d'un résultat du cours. Pour les autres exercices, Denis ménage éventuellement un petit temps de recherche pendant lequel certains élèves ont le temps de traiter la tâche, mais pas tous, Denis donnant alors les instructions pour la traiter, comme dans l'extrait ci-dessous, à propos de l'exercice 23 où il s'agit de construire la médiatrice d'un segment :

Denis : deuxième question, on fait la médiatrice, j'en vois beaucoup qui l'ont déjà fait, les autres je vous laisse un peu plus de temps. Alors comment tu fais Chikh, pour faire la médiatrice ?
Chikh : la moitié du segment.
Denis : la moitié très bien, ça va faire combien, là, la moitié ?
Es : 3
Denis : 3.

Denis à : prends celle-ci, là
Denis : Après qu'est-ce que tu fais Chikh ensuite ? une fois que tu as trouvé le milieu ? Ça, c'est le milieu. Après, comment on fait pour faire la médiatrice ?
Chikh : avec l'équerre on trace un angle droit
Denis : ouais, c'est bon, pose la, comment tu la poses ?
Chikh : ouais, c'est bon
Denis : Et avant t'avais juste oublié quelque chose, là. T'as mesuré le milieu,
Chikh : oui
Denis : Alors qu'est-ce tu dois mettre sur ton dessin ?
Chikh : Ah !
Denis : ça s'appelle comment ?
Es : le codage
Denis : le codage, hein. (Denis, séance 7, exercice 23)

Enfin, certaines tâches sont traitées entièrement collectivement, le travail des élèves se limitant à copier ou imiter ce qui est fait au tableau. Dans ce cas, le mode de travail est encore un questionnement dirigé par Denis, mais qui prend encore plus en charge le contenu que dans l'exemple précédent. Notamment, dans les tâches de preuve, mais pas seulement, la question initiale n'est en général même pas posée aux élèves, Denis découpant directement la tâche et ne posant que des questions partielles, comme dans l'exemple ci-dessous, à propos de la tâche 28b où il s'agit, à partir d'un triangle ABC, de construire les points équidistants de A et de B et situés à 4,5 cm de C.[165]

Denis : Qui a terminé le dessin ? Après on vous demande, on cherche quoi ?
Fathia : les points équidistants –
Denis : Les points qui sont équidistants de A et de B. Où c'est qu'on va les trouver les points qui sont à égale distance de A et de B ?
Chikh : dans le segment
Denis : Alors attention, regardez, si je fais A et B. [Denis dessine un segment AB au tableau] *Où je trouve les points équidistants, à égale distance de A et de B, ils sont où ces points ?*
Chikh : sur le segment.
Denis : non
E : partout
Denis : Partout, est-ce que celui-là, il est à la même distance de A et de B ?
Es : non
Denis : Bilal, regarde au tableau, est-ce que celui-là il est à la même distance de A et de B ?
Es : non
Denis : Est-ce que, si j'en prends un là, il est à la même distance de A et de B ?
Es : non
E : c'est sur la ligne.
Denis : non, il est plus près de quoi ? De quel point ?
Es : de B.
Denis : de B. Où ils sont tous les points équidistants de A et de B ?
E : au milieu
E : sur la droite.
E : sur le milieu du segment.
Denis : Ils sont sur la ?

[165] Nous insistons sur la dernière partie de la phrase pour mettre en évidence que Denis lui, l'omet au début de l'extrait.

Es : médiatrice.
Denis : Alors on va tracer la médiatrice. Vous mesurez. Comment on fait pour la tracer la médiatrice ? Sonia ?
E : on prend le milieu
Sonia : on prend le milieu
Denis : On prend le milieu, et après on utilise ?
Sonia : l'équerre
Denis : l'équerre. Vous tracez la médiatrice, ça, ça sera tous les points à la même distance de A et de B. Donc on trace la médiatrice du segment AB. Alors pour l'instant on le fait avec l'équerre, et on verra, prochaine leçon, comment on fait avec d'autre matériel, donc avec autre chose, ça veut dire, ça veut dire qu'on n'utilisera pas l'équerre, on verra à la fin du chapitre, Rémi, avec le compas. Qui a trouvé, qui a tracé la médiatrice de A et B ? Donc on trace la médiatrice de A et de B.
E : j'ai 4,5
Denis : Après, tu mets 2,2 ou 2, 3. Une fois qu'on a tracé la médiatrice, Il reste une autre question. Placer tous les points équidistants de A et de B. On veut aussi qu'ils soient à 4,5 cm de C, donc comment on va faire, à 4,5 cm de C.
E : on prend le compas
Denis : On prend le compas, quel écartement ?
E : 4,5
Denis : 4,5 c'est parti, et on se met sur quoi ?
E : sur C
Denis : Sur C, on trace. Je répète, hein, pour l'instant vous avez tracé le triangle AB, AC et BC avec les longueurs. On a tracé la médiatrice, après on se met sur le C, on prend quel écartement Bilal sur le C ?
E : 4,5
Denis : 4,5 parce qu'on cherche les points qui sont à 4,5 de C. On trace -
Chikh : le cercle.
Denis : - un cercle. (Denis, séance 9, tâche 28b)

Cet extrait illustre parfaitement la manière dont Denis découpe dès le début, en ne considérant tout d'abord que la première partie de la question et induit la mention de la médiatrice par des questions de plus en plus fermées. Ensuite, l'enseignant fait énoncer les instructions pour tracer la médiatrice, avant même que les élèves essaient de le faire, alors que cette tâche a déjà été réalisée plusieurs fois. La suite de l'épisode montre que le fait que Denis ait pris à sa charge le raisonnement n'a pas permis à tous les élèves de le comprendre : quand il demande à la fin combien il y a de solutions, Mélanie, par exemple, propose *« une infini »*.

Pour les tâches de preuves qui sont traitées en classe (les tâches C10c et C11b), non seulement Denis découpe et prend à sa charge, mais il tente en outre d'algorithmiser la tâche : en effet, il impose aux élèves d'écrire *« on sait que … or … donc »* et ne relie pas les autres éléments à écrire (hypothèses, propriété et conclusion) à la tâche ou au raisonnement, mais à des effets de contrat. Par exemple, le choix de la propriété est motivé par le fait que *« c'est celle qui était à apprendre pour aujourd'hui »* et non par la situation.

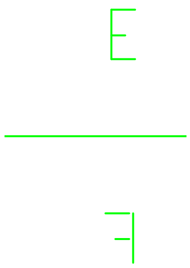
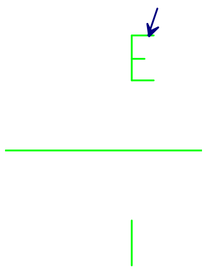
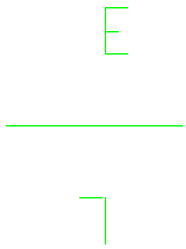
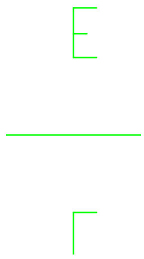
Certaines phases de travail collectif ont lieu *après* le travail individuel des élèves. Lorsque les tâches ont été traitées par les élèves intégralement (exercices 3, 6, 18 et 29) ou que la tâche a seulement été reformulée ou modifiée au départ (exercices 1, 2, 13, C1, C2), on trouve une correction au moins partielle (sauf pour l'exercice 3). Il s'agit alors de la présentation de la réponse au tableau, en général à partir de productions d'élèves, éventuellement guidées par des questions de Denis. Toutefois, les réponses sont souvent reformulées par Denis. Pour les tâches de dessin ou de construction, la correction se limite à faire la bonne figure au tableau. Ainsi, pour les exercices 1 et 29, la figure correcte est faite par un élève, tandis que pour les exercices 2, C1, C2, Denis en réalise au moins une partie. Presque à chaque correction, l'erreur la plus grossière (qu'il a observée sur des productions d'élèves) est pointée : dans la tâche 1a, il s'agit du fait d'avoir inversé le drapeau (confusion avec la symétrie centrale), dans la tâche 1b, d'avoir collé le symétrique à l'axe et dans l'exercice 2, de mettre le garage à l'opposé (confusion avec la translation). Les aides qui sont alors données sont très limitées, en particulier dépourvues de toute référence explicite à des propriétés de la symétrie axiale. Elles restent très contextualisées et très imprécises :

> *Denis : alors y en a qui ont fait une erreur, ou c'est ?*
> *Chikh : le drapeau*
> *Denis : où c'est qu'il y avait une erreur possible ? c'était ? le drapeau, d'accord ? Donc Bilal on fait bien attention le drapeau on va le mettre de ce côté* (Denis, séance 1, tâche 1a)
>
> *Denis : Il faut bien faire attention. Alors je vais le signaler là parce que qu'est-ce qu'il se passe ? Est-ce que l'école, est-ce que l'école elle est au bord de l'eau ? on va dire que ça c'est l'eau.*
> *E : Non*
> *Denis : d'accord ? non, donc quand on change de côté est-ce que l'autre côté elle est au bord de l'eau ?*
> *Es : non*
> *Denis : non. Ok, ça y est tu l'as vu euh Inès ? ouais ? Donc ça veut dire quoi, ça veut dire que là il y a un écart il faut qu'il y soit ici aussi[166], hein* (Denis, séance 1, tâche 1b)
>
> *Denis : le garage il va aller où ? Je vais le mettre là-bas ?*
> *Es : non.*
> *Denis : Non il va être juste à côté. Là il y a un petit mur, donc je vais le mettre de l'autre côté, donc il va être là, d'accord ? c'est toujours par rapport à la droite.* (Denis, séance 1, exercice 2)

La correction se limite en général à la production de la bonne réponse, incluant éventuellement le pointage des erreurs grossières, sous réserve de quelques exceptions : dans le cas de la tâche 1b, la correction est beaucoup plus riche, portant sur les erreurs commises par presque tous les élèves sur le symétrique du mot ECOLE par rapport à un axe horizontal. L'analyse a priori nous a permis de conclure que la tâche était difficile, dans la mesure où le mot symétrique ne pourra pas se lire à l'envers, contrairement à ce à quoi peuvent s'attendre les élèves, qu'il faut considérer les lettres une par une (établir des étapes : adaptation A4), considérer à la fois leur place et leur forme (nouvelle adaptation A4), que la confusion avec la symétrie centrale est encouragée par le fait que le mot commence et se termine par un E, avec un O au milieu, et qu'enfin le résultat, qui est que toutes les lettres sont identiques aux lettres originales, sauf le L, peut être déstabilisant. La correction est alors prise en charge par Denis, mais en faisant participer les élèves. Il pose des questions, exploite les bonnes réponses et tend à ignorer les mauvaises, ou à les modifier sans les invalider explicitement ; il use même d'effets de contrat en proposant sur un ton évocateur des réponses fausses (qui correspondent à l'erreur la plus grossière, mais sans prendre en compte les erreurs plus fines possibles) et conclut parfois à la bonne réponse quand les élèves en invalident une mauvaise. Par exemple (voir ci-dessus pour les figures), une fois qu'un élève a dit que chaque lettre devait être *« en bas »* de sa symétrique, et qu'il a proposé une réponse fausse pour le premier E (image 1), Denis place le symétrique de la

[166] Remarquons qu'il n'est pas précisé qu'il doit être de même mesure.

barre verticale en disant : *« si tu le plies, la barre qui est là [il montre la barre verticale], elle va se plier, elle va aller, elle va être là d'accord ? »* ; puis il propose (images 2 et 3) de placer le symétrique de la barre du haut en inversant latéralement (image 3) : les élèves invalident, et il conclut comme si c'était la bonne réponse, sans même probablement se rendre compte de son erreur, en translatant la barre au lieu de procéder à l'inversion haut-bas ; cela n'a toutefois pas d'incidence sur la réponse finale.

Figure 1 : proposition de Chikh 	*Denis : celle-ci elle va se mettre où ?* [il montre la barre du haut du E] 	*Denis : Là ?* *Es : non* 	*Denis : non, de l'autre côté.* 

Pendant cette correction, Denis offre d'abord pour seule aide d'imaginer qu'on plie (il répète cette expression six fois durant les quelques minutes que dure la correction de cette sous-tâche) puis fait intervenir une propriété de la symétrie (la conservation de la distance à l'axe), mais toujours implicitement et de manière contextualisée : à propos des barres de la lettre E, il demande aux élèves si *« elle est loin de l'eau[167] ».*

Les corrections des exercices de reconnaissance ou de preuve – lorsqu'elles ont lieu (exercices C1, C2, 6, 18) – guidées par des questions de Denis, sont limitées en termes de contenus. En particulier, Denis ajoute rarement quelque chose par rapport aux réponses proposées par les élèves, et même parfois, soucieux d'en améliorer la forme, en édulcore le contenu. Par exemple, dans l'exercice 6, alors qu'un élève propose, pour justifier que les deux maisons ne sont pas symétriques dans la tâche 6a – elles ont été obtenues par translation – de dire qu'elles sont identiques (probablement pour évoquer l'absence de retournement), Denis fait modifier la réponse pour faire écrire *« … parce que les toits ne se superposent[168] pas. »* alors que justement ils se superposent, mais sans retournement, par translation et non par pliage le long de la droite ! De même, pour la correction de la tâche 18d où il s'agit de justifier que deux figures ne sont pas symétriques, les élèves proposent *« parce qu'elles n'ont pas les mêmes mesures »* et *« parce qu'elles n'ont pas la même aire »*, expressions qui font explicitement référence à la propriété de conservation des aires écrite dans le cours, et Denis fait écrire *« pas la même taille »*.

[167] Rappelons que l'énoncé de l'exercice précise de *« dessiner le reflet dans l'eau […] »*

[168] Le mot « superpose » est celui qui a été employé, lors de l'épisode de cours qui concernait la définition de figures symétriques, pour reformuler cette définition.

Pour les exercices où des instructions ont été données soit dès le début, soit au bout d'un temps très court, il n'y a pas de correction, et l'épisode se clôt en général par une vérification individuelle des productions par Denis, sans qu'il y ait d'intervention collective.

Parfois, à l'issue de la résolution de la tâche, qu'il y ait eu correction ou non, on observe une phase collective qui consiste en un apport de la part de Denis : dans la plupart des cas, cet apport se limite à pointer les erreurs les plus grossières, alors que ce pourrait être l'occasion d'une aide constructive, par exemple en faisant référence explicitement à des connaissances. Quelques phases collectives contiennent cependant des apports plus significatifs, le plus souvent lors des phases collectives clôturant les tâches dont la fonction est d'introduire l'énoncé de cours du jour[169]. Le but est alors souvent de faire le lien entre la tâche et l'énoncé qui doit ensuite être écrit dans la leçon. Or on a vu que les tâches d'introduction n'étaient pas toujours bien choisies pour faire émerger les connaissances attendues ; de ce fait, ces interventions, qui pourraient constituer des aides à fonction constructive en engageant un processus de transformation des activités en apprentissages, sont parfois très artificielles faute de s'appuyer sur les activités réelles. Lorsque c'est le cas, comme par exemple pour l'exercice 1, le but de ces phases est alors de mentionner ce qui, bien que n'ayant pas été utilisé par les élèves, est nécessaire pour établir l'énoncé de cours. Ainsi, dans l'exercice 1, la correction de la tâche 1a se clôt par un échange collectif où Denis fait mettre en évidence le lien avec le pliage, en faisant intervenir un élève qui l'a utilisé, mais cette référence au pliage est en décalage par rapport aux activités des élèves, dont deux seulement l'ont utilisé. Il n'était de fait pas nécessaire pour résoudre la tâche, puisqu'il s'agissait d'un dessin approximatif, à main levée. Les quatre autres exercices d'introduction d'énoncés de cours semblaient un peu mieux adaptés et se concluent par un bilan qui pourrait avoir une fonction constructive :

- A la fin des exercices 18 (qui introduit la définition d'un axe de symétrie) et 23 (qui introduit la propriété d'équidistance des points de la médiatrice aux extrémités du segment), Denis dresse des bilans visant manifestement à préparer l'institutionnalisation des connaissances abordées dans l'exercice :

Exercice 18 :

> *Denis : il faut quoi pour que ça fasse un axe de symétrie ?*
> *E : une symétrie*
> *Denis : Il faut que ça fasse une symétrie. Ca veut dire qu'en fait, Célia ?*
> *Linda : les deux figures sont identiques*
> *Denis : Il faut que les deux figures soient identiques, ou que les deux morceaux de figures quand on replie, se superposent, comme pour le champignon. Alors c'est ce qu'on va noter dans le cours* (Denis, séance 6, fin de l'exercice 18)

Exercice 23 :

> *Denis : Alors ce qu'on va essayer de retenir qu'on va noter dans le cours, ça veut dire que si je prends un point sur la médiatrice, qu'est-ce que ça veut dire pour la longueur qui va de ce point au bout du segment ? Je reprends, si je prends, je vais faire un autre dessin. Ça, c'est la médiatrice du segment qui est ici. Si je prends un point là, qu'est-ce que je peux dire de, pour aller de là à là ? Qu'est-ce que je peux dire de ces deux longueurs ?*

[169] Cf. le schéma du scénario de Denis en annexe : ces exercices sont ceux qui sont au-dessus des briques correspondant aux énoncés de cours.

> *Es : elles sont égales.*
> *Denis : Elles sont égales. Maintenant, si je prends un point ici, qu'est-ce que je peux dire de cette longueur ? Alors là on vient de dire ça.* [Il met les codages]. *Qu'est-ce que je peux dire de cette longueur et de celle-ci ?*
> *Es : elles sont égales.*
> *Denis : elles sont égales. Alors là je vais mettre trois traits parce que c'est pas pareil. Maintenant, si je prends un point là, je le prends, à chaque fois, je le prends où ? Il est sur quoi ?*
> *Es : sur la droite.*
> *Denis : Si il est sur la ? médiatrice du segment, le point, la longueur du point de là à là, ça, ça s'appelle comment pour le segment ? C'est les, on l'a redit l'autre fois, ça commence par E, X ?*
> *E : l'extrémité*
> *Denis : les extrémités. Le point qui est sur la médiatrice, les points, ils sont à la même longueur, la même distance des extrémités du segment. Ca marche à chaque fois, hein je prends un point sur la médiatrice, la longueur là, j'ai pas besoin de mesurer ensuite, je sais déjà que ça fera la même qu'ici.* (Denis, séance 7, fin de l'exercice 23)

On peut penser que ces deux bilans ont une fonction constructive importante consistant à identifier le résultat qui a été abordé dans l'exercice, avant de l'institutionnaliser. Toutefois, dans le cas de l'exercice 18, l'énoncé qui est ensuite copié dans la leçon est très différent du bilan effectué à la fin de l'exercice : il ne s'agit plus de deux figures qui doivent être identiques ou de deux morceaux qui doivent se superposer par pliage, mais d'une figure dont *« l'image par symétrie est la figure elle-même »* ; or, on a vu dans le chapitre 2, que ces deux définitions sont emblématiques de deux manières très différentes de concevoir l'articulation entre les aspects dynamique et statique de la symétrie et que l'équivalence des deux définitions est loin d'être triviale.

- Lors de la correction de l'exercice 29 (destiné à établir la méthode de construction de la médiatrice au compas et à la règle), Denis justifie la construction faite par un élève en faisant référence explicitement à une propriété que les élèves ont apprise :

> *Denis : ouais c'est bon. Alors on va expliquer là ce qu'il a fait. Le point qu'il a dessiné, il va être sur quoi ?*
> *E : sur la médiatrice*
> *Denis : pourquoi il est sur la médiatrice ? parce que cette distance-là*
> *Chikh : c'est la même que*
> *Denis : C'est la même que l'autre, le point là, il est équidistant. On a vu une propriété, qui dit, donc c'est la propriété d'avant, si un point il est équidistant des extrémités, -*
> *Es : alors*
> *Denis : - alors il appartient à la médiatrice, c'est la propriété qu'on a utilisée tout à l'heure, donc ce point là il est sur la médiatrice.*(Denis, séance 10, exercice 29)

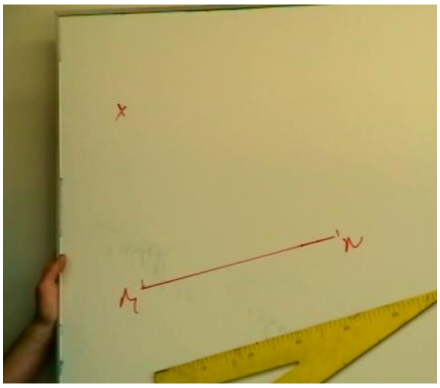
En l'occurrence, l'apport ne vise pas à préparer l'énoncé de cours, à savoir la méthode de construction de la médiatrice au compas qui n'est pas reprise dans le bilan, mais à la justifier en faisant appel à une propriété du cours.

- A la fin de l'exercice 27 (qui introduit la propriété réciproque de l'équidistance, à savoir : si un point est équidistant des extrémités d'un segment, alors il appartient à la médiatrice de ce segment) en revanche, la phase collective nous semble plutôt anti-constructive. L'exercice consistait à faire construire des points équidistants des extrémités puis faire constater aux élèves que ces points appartiennent à la médiatrice du segment[170] ; voici l'extrait des transcriptions correspondant :

Denis : alors les six points M, N, P, Q, R et S, ils sont ?
E : équidistants.
Denis : Avant ça, on va dire ils sont ?
Kimberley : alignés.
Denis : ils sont alignés donc, c'est le mot qu'on a utilisé tout à l'heure, donc ils sont alignés. Tiens, Kimberley, tu passes au tableau, tu mets les points M, N, tu vas faire la phrase en noir au tableau
Aziz : on dirait c'est comme une médiatrice.
Denis : oui, c'est comme une médiatrice, on dirait, c'est comme une médiatrice.
Denis : Les points, alors on met, c'est Aziz, vous mettez le numéro de la question, tu mettras petit d devant, Kimberley, en bleu vous notez les points, donc c'est Aziz, qui a donné le vocabulaire, les points M, N, P, on va essayer de pas en oublier, M, N, P, Q, R, S, tu mettras des virgules entre les points. Refais le S, sont alignés.[…]
Denis : sont alignés et forment ?
Aziz : et forment une médiatrice
Denis : et forment ?
E : et forment la médiatrice.
Denis : alors on va mettre d'abord forment une droite, après on va. On va mettre directement, efface droite, on va prendre médiatrice, et on va mettre médiatrice à la place, alors. On va mettre et forment une médiatrice, médiatrice de quoi ?
E : du segment AB.
Denis : Et forment la médiatrice, on va mettre alors tu mets la, et forment la médiatrice du segment AB. Alors ça on l'a pas démontré, c'est Aziz qui l'a proposé, il a raison, mais on l'a pas démontré. Et forment la médiatrice du segment AB. Alors pourquoi c'est la médiatrice, il y avait un autre mot qu'on a dit tout à l'heure, Farah, c'était quoi ? Les points, ils sont ?
Farah : alignés
Denis : alignés, et ils sont aussi ?
E : équidistants.
Denis : Equidistants.
Denis à Kimberley au tableau : Tu mets car, les points sont équidistants.
Denis : Il faut l'apprendre par cœur, c'est des extrémités du segment.

La dernière partie de l'extrait montre que Denis, après avoir bien précisé qu'il n'a pas été démontré que les points appartiennent effectivement à la médiatrice, justifie ce fait par leur équidistance aux extrémités : autrement dit, la propriété qu'il utilise implicitement pour justifier est … précisément celle que l'on est en train d'élaborer ! Et lorsque Denis insiste, à la fin, sur le fait qu' *« il faut l'apprendre par cœur »*, il ne peut que faire référence à la propriété directe – c'est la seule qui a été vue jusque là – qui ne s'applique pas dans la situation en question, mais qui contient des morceaux de phrase identiques. La confusion est encore plus grande lorsque, à la suite de l'extrait précédent et avant de faire écrire la propriété réciproque – qui n'est énoncée à aucun moment avant le cours – Denis propose un exemple au tableau, comme s'il s'agissait de dresser un bilan de l'exercice ou de vérifier que les élèves ont compris. Il trace au tableau un segment et place un point (cf. image ci-contre) :

[170] L'énoncé de la dernière question est : « sur une figure bien faite, les six points M, N, P, Q, R, S appartiennent à une même droite. Quelle semble être cette droite ? »



Denis : est-ce que ce point là, il va être sur la médiatrice du segment MN ? Qui pense qu'il est sur la médiatrice, qui pense qu'il est pas sur la médiatrice ? On est d'accord, il est pas sur la médiatrice. La distance, s'il est équidistant, si je le fais au compas, si je fais le même écartement, avec le compas, qu'est-ce que je vais pouvoir dire de ce point ? Fathia ?
Fathia : il est sur la médiatrice
Denis : On va dire alors qu'il est sur la médiatrice, d'accord ?
Denis : Donc vous allez maintenant partie cours.

Or il s'agit d'un contre-exemple puis d'un exemple portant sur la propriété directe ! Autrement dit, il s'agit, pour le contre-exemple, de la *contraposée* de la propriété directe, et non de sa réciproque. Cela nous semble plus propre à induire des confusions qu'à faciliter l'apprentissage.

Conclusion sur les épisodes d'exercices

Sur l'ensemble des épisodes d'exercices, les élèves ont effectivement eu à leur charge de faire seuls des dessins (approximatifs) de symétriques, de reconnaître des symétriques (de points, segments, triangles), de reconnaître des axes de symétrie de figure, de reconnaître des propriétés de la symétrie non respectées sur des figures ; ils ont fait, après que la méthode eut été donnée, des constructions de symétriques de figures et de médiatrices ; ils ont seulement copié ce qui était fait au tableau pour les tâches de constructions demandant un raisonnement élaboré ainsi que pour les tâches de preuve. Tout se passe comme si plus les tâches sont difficiles et plus Denis considère les élèves incapables de les résoudre seuls, se chargeant lui-même de leur résolution.

Nous avions précisé dans l'analyse du scénario que les exercices traités en classe étaient en général relativement peu riches, sauf exceptions, mais de surcroît, seules les tâches nécessitant peu de connaissances et de raisonnement (soit parce qu'elles sont élémentaires, soit parce qu'elles sont purement techniques, visant à exécuter des instructions), sont laissées à la charge des élèves. Or nous émettons l'hypothèse que le traitement uniquement collectif ou à la maison des tâches riches et la réalisation individuelle par imitation sont non seulement insuffisantes pour garantir des apprentissages puisqu'elles limitent les activités des élèves, mais qu'en outre, elles sont différenciatrices, notamment parce que certains élèves participent à l'élaboration collective des raisonnements ou au moins suivent le raisonnement de l'enseignant, tandis que d'autres, en général passifs[171], ne sont pas à même de reconstituer le raisonnement à partir des sous-tâches découpées et des instructions exécutées. Le travail collectif ne semble pas à même de remédier à cet inconvénient.

171 Toutefois, certains élèves peuvent être très actifs lors des phases de travail collectif sans pour autant avoir une activité riche, en particulier ceux qui proposent fréquemment des réponses aux questions de l'enseignant, mais plus comme s'ils jouaient aux devinettes comme le montrent leurs réponses ; réciproquement, certains élèves peuvent avoir une activité – dans la tête – riche et propre à provoquer des apprentissages tout en étant apparemment passifs (typiquement, Kimberley n'intervient que très rarement, mais sur des tâches difficiles et ses réponses sont en général pertinentes).

En effet, malgré le temps qui lui est consacré (la moitié du temps de travail sur les exercices) et le fait que la part la plus importante des exercices est traitée collectivement, le rôle des élèves se réduit souvent à répondre à des questions fermées, portant sur des éléments très limités des contenus visés. Enfin, ces phases de travail collectif ne sont que très rarement l'occasion d'un réel apport propre à enrichir la tâche et les activités des élèves : on y trouve peu de questions ou remarques permettant d'établir des liens ou de préparer une institutionnalisation, peu de synthèses, peu de structuration. La même remarque vaut pour les bilans effectués à la fin des épisodes d'introduction d'énoncés de cours . Notamment, l'énoncé de cours visé est rarement mentionné à la fin de l'épisode d'exercices, mais uniquement dans l'épisode de cours, de manière décontextualisée, sans lien avec l'exercice qui vient d'être traité.

Un dernier exemple, qui illustre cette tendance, est que le travail collectif sur les exercices d'introduction n'a pas été l'occasion de "mathématiser" les tâches présentées et traitées dans un contexte quotidien (rappelons qu'il s'agissait de *« dessiner des reflets dans l'eau d'un bateau, d'une école et d'un arbre »*, puis de *« dessiner le plan d'une maison jumelée »*) ; en particulier, alors qu'un élève mentionne à l'issue de la correction de la première tâche et à propos du deuxième exercice qu'il s'agit de *« faire le symétrique de la maison »*, Denis mutualise cette réponse, mais reparle ensuite très vite de reflet, le mot symétrique ne réapparaissant ensuite que dans l'épisode de cours qui suit, quelque trente minutes plus tard. Il semblerait donc que Denis se place parfois même en deçà de l'activité d'au moins certains élèves, peut-être parce qu'il considère que cela correspond aux activités de trop peu d'élèves. L'étude des productions des élèves sur l'exercice 6 tend à faire penser qu'il est parfois même en deçà des activités de la majorité des élèves, puisque dans la tâche 6c où il s'agit de justifier que deux maisons ne sont pas symétriques, alors que onze élèves sur les quinze qui ont traité la question ont identifié l'absence de retournement de la figure, Denis fait juste écrire *« … parce que les toits ne se (sic) coïncident pas ».*

Les épisodes de cours

Le temps consacré aux épisodes de cours se partage entre des temps d'échanges collectifs, pour deux tiers en moyenne du temps, où il s'agit d'élaborer un énoncé qui est ensuite écrit au tableau et recopié par les élèves sur leur cahier, et des temps de travail sur des tâches, ce travail étant en moyenne pour 39% individuel. Les phases de travail sur les tâches C* ont été analysées dans les épisodes d'exercices pour celles qui se rapprochaient d'un réel exercice. Nous ne considérerons ici que les tâches C* qui consistent simplement en une question destinée, en l'absence d'exercice d'introduction, à introduire un énoncé, ou qui sont une simple illustration de l'énoncé, les élèves n'ayant pas d'autonomie pour traiter la tâche.

Certains épisodes de cours ont lieu après un exercice dont le but est de les introduire (exercices 1 et 2 pour la définition de figures symétriques, 18 pour la définition d'axe de symétrie d'une figure, 23 pour la propriété d'équidistance des points de la médiatrice, 27 pour la propriété réciproque et 29 pour la méthode de construction de la médiatrice au compas et à la règle[172]) ; les autres précèdent les exercices qui en seront des applications. Même dans ce dernier cas, où aucun exercice n'est prévu pour introduire l'énoncé de cours, Denis s'appuie systématiquement sur une tâche (C*) ou au moins une question, traitée collectivement. Par exemple, avant d'établir la définition du symétrique d'un point, Denis place au tableau un point et une droite horizontale

[172] Cf. le schéma du scénario de Denis

et demande *« comment on fait pour trouver où [le point] va en face »*, avant que la figure ne soit faite au tableau à partir des questions qu'il pose.

L'analyse du scénario a révélé que les exercices d'introduction n'étaient pas toujours propres à faire émerger les connaissances attendues, et on a vu d'autre part que le déroulement des épisodes d'exercices n'était en général pas axé sur l'objectif de préparer l'institutionnalisation, comme en attestent l'absence de référence à ces connaissances, les très rares bilans et apports de Denis dans les phases collectives et les aides peu constructives. De ce fait, les exercices jouent rarement un rôle réel d'introduction de façon à ce que la leçon soit une réponse aux problèmes posés par les exercices et/ou questions d'introduction.

La leçon est donc nécessairement éloignée d'une réelle institutionnalisation, au sens que prend ce terme en didactique des mathématiques, et Denis apporte de ce fait souvent le contenu de manière décontextualisée, ou en établissant un lien très artificiel avec l'exercice d'introduction, même s'il affirme que le cours est le bilan de l'exercice. Un exemple frappant est le cours qui suit les exercices 1 et 2, consacré à la définition de figures symétriques à partir du pliage alors que la plupart des élèves n'ont pas utilisé de pliage (même si celui-ci a été mentionné à la fin de la correction, à l'initiative de Denis).

Dans tous les cas, Denis "fait formuler"[173] par les élèves l'énoncé (ou les énoncés) de cours visé(s). L'épisode de cours est découpé en phases, chacune correspondant à une partie (en général une proposition grammaticale) d'un énoncé de cours, que Denis fait formuler aux élèves à partir de questions, avant de l'écrire au tableau pour que les élèves la recopient. Chacune de ces phases se déroule donc en "cours dialogué", c'est-à-dire que Denis pose des questions auxquelles les élèves suggèrent des réponses, jusqu'à ce que celles-ci soient suffisamment proches, tant par le contenu que par la forme, de l'énoncé qu'il souhaite faire écrire et qui est prévu avant. Denis pose en général la "question initiale" à laquelle correspond l'énoncé de cours. Les réponses des élèves sont souvent très éloignées de ce qu'il attend. Il fait alors systématiquement évoluer ses questions jusqu'à obtenir un énoncé qui lui paraisse suffisamment proche en combinant des modifications suivantes :

- Il *découpe* en posant des questions visant à faire formuler une partie seulement de l'énoncé,
- il *simplifie* en prenant à sa charge une partie de la réponse, par exemple en donnant le début de la phrase que les élèves n'ont plus qu'à compléter,
- il joue même sur des *effets de contrat*, c'est-à-dire qu'il fait appel à autre chose que le contenu pour obtenir la réponse ; par exemple, pour faire utiliser un mot particulier, il dit parfois *« c'est un mot nouveau qu'on vient d'introduire »* ou encore, il interroge spécialement l'élève qui a été associé à la réponse cherchée lors d'un épisode précédent.

[173] Nous signifions par là que Denis cherche manifestement à faire élaborer par les élèves les définitions et propriétés qu'il souhaite institutionnaliser, mais il les guide par ses questions et l'analyse du déroulement présentée ci-après montre qu'il s'agit plutôt de faire simplement prononcer des mots par les élèves, sans forcément leur dévoluer la responsabilité du sens de la proposition.

Cette modification des questions s'accompagne parfois de *surinterprétation*, c'est-à-dire que Denis, attendant que les élèves formulent un certain énoncé, saisit une réponse partielle ou imprécise et agit comme si l'élève avait donné toute la réponse attendue, en reformulant lui-même de façon plus complète. Parfois même, au bout de quelques échanges, Denis se contente des réponses obtenues et écrit la phrase qu'il a prévue en signifiant – souvent par l'expression *« on le dira différemment »* - que les élèves ont apporté le contenu, mais qu'il change simplement la formulation.

Exemple : il s'agit de la phase visant l'élaboration de la définition de deux figures symétriques[174], durant le premier épisode de cours, qui suit la réalisation des exercices 1 et 2 qui ont consisté à faire des « dessins de reflets dans l'eau » et « le plan d'un maison jumelée », durant lesquels la symétrie n'a été que très peu évoquée et le pliage a été apporté par Denis après la correction.

> *Denis : Alors on va dire ce que c'est que deux figures symétriques. Là on en a dessiné plusieurs alors ça va être quoi Mohammed ?*
> *Mohammed : c'est l'ombre[175] d'une figure*
> *Denis : C'est l'ombre d'une figure, ça veut dire, comment, comment on peut vérifier que les deux figures elles sont bien symétriques ? Affid comment tu fais pour voir si deux figures elles sont symétriques ?*
> *Affid : alors on prend la feuille, on la plie et on regarde*
> *Denis : Et on regarde si les deux figures elles vont ?*
> *Affid : elles vont pareil*
> *Denis : elles vont pareil, donc on le dira différemment - Alors vous marquez (écrit au tableau) : deux figures F et F' sont symétriques, deux figures F et F' sont symétriques*
> *Denis à E : il y a un S à figures, il y en a deux.*
> *Denis à E : souligne définition*
> *Denis : sont symétriques par rapport, alors c'était par rapport à quoi ? c'est quoi qui est important Farah ?*
> *Farah : à la droite*
> *Denis : à la droite, d'accord ? donc par rapport à une droite, par rapport à une droite, on va noter la droite D, donc deux figures sont symétriques par rapport à une droite D, lorsque l'on peut faire, alors ça faisait quoi Chikh sur tes dessins, quand tu les pliais, les deux figures elles doivent être comment ? quand tu pliais les figures sur l'exercice*
> *Chikh : pareil*
> *Denis : pareil donc elles vont être exactement-*
> *Chikh : égales*
> *Denis : - l'une sur l'autre. On va dire différemment, lorsqu'on peut faire coïncider, coïncider là ça veut dire qu'on les met, on les superpose l'une sur l'autre. Lorsqu'on peut faire coïncider F et F' par, on a dit que c'était, pliage.* (Denis, séance 1)

Denis pose ici la question initiale, qui peut être formulée par « que sont deux figures symétriques ? » et à laquelle la définition doit répondre. Mais devant le décalage de la réponse[176]

[174] « Deux figures F et F' sont symétriques par rapport à une droite (d) lorsque l'on peut faire coïncider F et F' par pliage selon la droite (d) ». cf. cours de Denis en annexe.

[175] Le mot *« ombre »* a été utilisé dans l'épisode d'exercice pour reformuler l'énoncé de l'exercice 1 : l'énoncé parlait de *« dessiner le reflet dans l'eau… »* et ombre a été donné par Mohammed comme synonyme de *« reflet »*.

[176] Non seulement la réponse correspondrait plutôt à la question *« qu'est-ce que le symétrique d'une figure ? »*, mais elle est en plus exprimée dans un vocabulaire courant, *« ombre »*, alors que Denis attend un vocabulaire non pas mathématique, mais plus élaboré.

– *« ombre »* – par rapport à ce qui est attendu – deux figures que l'on peut faire coïncider par pliage –, Denis découpe : la question suivante vise uniquement à faire évoquer le pliage. Il utilise de plus un effet de contrat puisque le pliage a été associé à « vérifier » lors de l'épisode d'exercice et qu'il interroge Affid qui est un des rares élèves ayant effectivement utilisé le pliage. Une deuxième série d'échanges sert à faire dire *« par rapport à la droite »*, et la question initiale a été immédiatement simplifiée puisque les élèves ont juste à compléter *« par rapport à »* et que Denis use d'un nouvel effet de contrat (la droite a été qualifiée plusieurs fois de *« ce qui est important »* dans l'épisode d'exercice). Les échanges suivants ont pour but de faire énoncer le fait que les figures coïncident par pliage et la tâche est immédiatement simplifiée puisque Denis évoque lui-même le pliage.

Voici un tableau qui résume une étude fine du jeu de questions/réponses, lors du premier épisode de cours :

	Reprend sans modifier	**Ignore/choisit la bonne en cas de réponses multiples**	**Denis modifie ou enchaine en faisant comme si il reformulait ou après avoir validé (ouais) ou sans commentaire / donne lui-même la réponse sans invalider des réponses fausses : SUR INTERPRETE**	**Invalide explicitement ou demande de préciser**	**Total**
Réponse juste	13		3	2	**18**
Réponse fausse		3	6	5	**14**
Flou (pourrait être interprété de plusieurs façons ou incomplet)	3	2	7	2	**14**
Réponse multiple	1	1	1	1	**4**
Pas de réponse			2	1	**3**
Total	**17**	**6**	**19**	**11**	**53**

Ce tableau montre que certes les élèves répondent en général aux questions posées puisque seules trois questions sur un total de cinquante-trois restent sans réponse, mais que les réponses ne correspondent pas souvent à ce que Denis attend, plus de la moitié d'entre elles étant fausses ou floues. Cela illustre le décalage entre les propos et raisonnements de Denis et ce qu'en comprennent les élèves ce qui le conduit à simplifier et à découper les questions, ou à user de surinterprétations (dix-neuf). Denis préfère souvent "sur-interpréter" ou se contenter de réponses floues plutôt que de demander des précisions ou d'invalider explicitement, y compris quand les réponses sont fausses, (seules cinq réponses fausses sur quatorze sont explicitement invalidées, trois sont ignorées, et six sont reprises et modifiées par Denis, mais l'ambiguïté persiste sur le fait que la réponse était fausse).

Si ces phases de cours, où il s'agit de faire formuler un énoncé, sont en général introduites par une question ou un exercice, ou suivent un exercice censé les préparer, il n'est cependant fait que peu référence à l'activité développée pendant l'exercice (comme dans l'extrait ci-dessus). Les échanges se limitent parfois à la description de l'action réalisée dans le cas de l'exercice, en passant sous silence le processus de généralisation et de décontextualisation. Ainsi, durant la phase de cours où il s'agit de formuler, à la séance 1, la définition de la médiatrice d'un segment comme droite perpendiculaire au segment et passant par son milieu, Denis part du symétrique d'un point par rapport à une droite horizontale, qu'il fait construire par une élève au tableau : celle-ci trace une droite verticale – mais sans le justifier ni même le dire – et reporte la mesure toujours sans justifier, mais en disant *« je mesure du point jusque là »*. Denis fait alors coder l'égalité des mesures, et la suite des échanges a pour but de faire formuler d'abord le fait que la droite est perpendiculaire au segment, puis le fait qu'elle passe par son milieu[177]. Denis conclut *« donc la droite qui passe par le milieu d'un segment, c'est ce qu'on va noter, ça va être la médiatrice »* et fait écrire ensuite la définition de la médiatrice d'un segment. Ce qui a été établi pendant les échanges est que lorsqu'on fait le symétrique d'un point, l'axe coupe perpendiculairement et en son milieu le segment formé par le point et son symétrique ; or la généralisation qui consiste à dire que toute droite coupant perpendiculairement et en son milieu un segment s'appelle la médiatrice de ce segment n'est pas immédiate, mais elle n'est pas formulée. A l'extrême, on peut citer également les épisodes de cours des séances 4, 5 et 6, qui sont entièrement consacrés à la construction effective du symétrique d'un segment (tâche C5), d'une demi-droite (tâche C6), d'une droite (tâche C7) et d'un cercle (tâche C8) et se concluent par l'écriture d'un énoncé tel *« le symétrique d'une demi-droite est une demi-droite »*, obtenu en mobilisant l'analogie avec le premier énoncé *(« le symétrique d'un segment est un segment »)*, lui-même obtenu par simple constatation sur un dessin *(« le segment qui est là, il devient quoi de l'autre côté ? »)*. L'épisode de cours n'est alors presque rien d'autre qu'un prétexte pour faire effectuer une construction qui acquiert le statut de résultat général, sans même avoir été justifiée. Un tel épisode pourrait servir à élaborer la méthode de construction du symétrique d'un segment, d'une droite ou d'une demi-droite, mais aucun bilan n'est fait dans ce sens, et l'énoncé du cours ne fait pas référence à la construction.

Partant de ces constats, nous nous sommes interrogée sur "l'influence" que pouvait avoir un exercice d'introduction mieux adapté que les autres sur le déroulement de l'épisode de cours consécutif : un tel exemple est l'exercice 29 qui tend à introduire la construction de la médiatrice au compas, et qui est relativement adapté dans la mesure où la question initiale à laquelle doit répondre la construction est directement posée, son élaboration restant intégralement à la charge de l'élève. Or l'analyse du déroulement de l'épisode consacré à l'exercice 29 ainsi que de quelques productions d'élèves, complétées par des remarques de Denis, a révélé que la plupart des élèves n'ont pas interprété correctement la tâche, comprenant qu'il fallait utiliser le compas pour placer le milieu du segment avant de construire la perpendiculaire ; cette erreur a été attribuée par Denis à une mauvaise lecture de la consigne, et la correction a consisté en la présentation par un élève de la solution, puis en une construction élaborée collectivement et exécutée individuellement sur les cahiers ; les échanges lors de la correction ont révélé des incompréhensions (Chikh rejoignant ensuite les points construits aux extrémités du segment au lieu de tracer la droite passant par les deux ; Mohammed répondant oui à la question "si l'écart du compas est inférieur à la moitié de la longueur du segment, est-ce que je peux faire la

[177] Cette tâche est rendue difficile par le fait que le segment n'est tracé qu'en pointillés joignant le point et son symétrique, d'autre part le fait qu'on a commencé par tracer la droite et aussi parce que la construction a largement été influencée par le fait que la droite est horizontale. En particulier, l'élève n'aurait peut-être pas tracé des pointillés perpendiculaires à la droite si celle-ci avait été oblique. Denis use largement de simplification, découpage, effets de contrat pour obtenir ces réponses.

construction" …). Malgré ces éléments, le déroulement de l'épisode de cours avait une particularité que nous interprétons comme la conséquence du fait que l'exercice était mieux adapté : les échanges destinés à établir l'énoncé de la méthode, lancés par des questions de Denis montrent que celui-ci, s'il a découpé dès le début, comme à l'habitude, n'a pas simplifié ses questions, les réponses étant tout de suite "suffisamment" proches de l'attendu.

De la même manière, nous avons cherché à analyser l'impact de la présence d'un bilan à la fin de l'exercice d'introduction, visant à faire formuler les énoncés qui vont être ensuite écrits dans le cours, comme à la fin de la correction de l'exercice 18, (portant sur la définition d'un axe de symétrie) ou de l'exercice 23 (portant sur la propriété d'équidistance des points de la médiatrice aux extrémités du segment). Dans les deux cas, Denis n'a pas posé de question, mais a écrit directement l'énoncé que les élèves devaient recopier, ses interventions montrant qu'il considère qu'il ne fait qu'écrire ce qui a été établi lors du bilan (*« c'est ce qu'on va noter dans le cours »*). Tout se passe comme si l'élaboration du bilan à la fin de l'épisode d'exercices avait suffi à établir l'énoncé de cours à écrire. Or dans le cas de l'exercice 18, l'analyse du bilan et celle de l'énoncé révèlent que les deux ont des contenus très différents, comme nous l'avons précisé dans l'analyse des épisodes d'exercices (cf. l'analyse des phases collectives).

Enfin, après l'écriture de l'énoncé, l'épisode de cours se poursuit par une tâche C* qui vise à l'illustrer ou bien se clôt. Dans tous les cas, nous n'avons relevé aucune intervention de l'enseignant qui représente un réel apport. Notamment, on ne trouve pas d'intervention dont le but serait de structurer les connaissances, qu'il s'agisse de synthèse (en particulier, une fois qu'un énoncé a été écrit morceau par morceau, il n'est jamais repris dans son ensemble), d'établir des liens avec d'autres connaissances … Les seuls apports décelables découlent des interventions d'élèves. Ainsi, après la phase de cours visant à élaborer la définition de deux figures symétriques, Denis distribue une feuille à coller sur laquelle sont dessinés deux chiens stylisés, symétriques par rapport à une droite oblique. Un élève demande alors pourquoi les deux chiens sont *« penchés »*. Cette remarque peut être l'occasion de souligner le lien entre l'orientation de la droite et celle du symétrique, et ainsi de mettre en défaut certaines conceptions fausses[178] (notamment liées aux axes verticaux et horizontaux). A la fin de cet épisode de cours, les élèves ont eu à identifier sur un dessin deux paires de points symétriques, et à tracer des pointillés joignant les points symétriques. Un élève fait remarquer que les deux droites ainsi formées sont parallèles entre elles, ce qui permet de mobiliser des connaissances anciennes, ainsi que de travailler sur la justification à l'aide de propriétés, et même de réinvestir la définition de la médiatrice (notamment la perpendicularité) dans un cas non simple. Mais, dans les deux cas, les raisonnements sont largement soutenus par Denis, qui se contente même, dans le deuxième cas, de faire réciter la propriété concernant le parallélisme de deux droites perpendiculaires à une même droite, le raisonnement étant entièrement pris en charge par lui sans toutefois qu'il le mène jusqu'à son terme.

Conclusion sur les épisodes de cours

Ce qui caractérise les épisodes de cours de Denis est que les élèves sont actifs: ils sont très sollicités par des questions, et une part non négligeable de ces épisodes est consacrée à la réalisation de tâches (C*). Cependant, leur activité est restreinte : tout se passe comme si

[178] Dans une mesure relativement restreinte toutefois, notamment parce que les élèves n'ont pas eu à faire eux-mêmes la figure

l'énoncé visé était un puzzle et que chaque série d'échanges avait pour but de mettre en évidence une pièce, la mise en ordre du puzzle restant de la responsabilité de Denis. D'autre part, les échanges en vue d'élaborer des énoncés sont en général pauvres, révélant le décalage entre les attendus de Denis et la réelle activité des élèves : les questions s'apparentent souvent à des devinettes, le lien avec l'activité des élèves pendant les exercices est très peu évoqué, et le travail de transformation des activités accomplies à l'occasion des exercices en énoncés généralisés, décontextualisés, dépersonnalisés est passé sous silence, de même que le travail d'organisation des connaissances.

Les épisodes de correction

Nous avons dénombré douze épisodes de correction, durant en moyenne quatorze minutes et demie. Les corrections occupent en moyenne dix-sept minutes et demie dans une séance.

Les corrections concernent des exercices traités à la maison, éventuellement commencés en classe : c'est le cas des exercices 4, 6 (tâches c et d), 7, 9, 19 et 24 ; ou encore des exercices des devoirs maison ou des contrôles qui ont été d'après Denis particulièrement mal réussis : les exercices 12, 21, 25 et 26 pour les DM et les exercices 1 du contrôle 6 et 2 du contrôle 7. On retrouve des similitudes avec le déroulement des épisodes d'exercices : quand la tâche est facile, Denis laisse la correction à la charge des élèves et apporte peu ; à l'inverse, quand la tâche est difficile, il prend tout à sa charge.

La correction des exercices quotidiens

La correction s'appuie en général sur des propositions d'élèves quand elles sont justes : c'est par exemple le cas des corrections des exercices 4 (où il s'agissait de trouver les erreurs dans un dessin de figures symétriques), de la tâche 9a (où il s'agissait de faire le dessin à main levée du symétrique d'un chien stylisé orienté horizontalement par rapport à un axe vertical), de la tâche 6c (où il s'agissait d'identifier que deux maisons sur quadrillage n'étaient pas symétriques par rapport à un axe horizontal parce qu'il y avait une inversion droite-gauche). Ces propositions d'élèves ne sont pas discutées et sont validées par l'enseignant. L'enseignant demande rarement des explicitations sur la procédure ou des justifications.

Parfois, lorsqu'il a identifié des erreurs sur des productions d'élèves, il les mentionne, mais il s'agit toujours d'erreurs grossières et les explications données sont souvent contextualisées, comme dans l'exemple suivant : à la séance 3, lors de la correction de la tâche 9a (il s'agit de construire à main levée le symétrique d'un chien stylisé orienté dans une position prototypique, sur papier blanc, par rapport à un axe vertical) : Denis laisse faire un élève au tableau, demande qui a su faire, et lorsqu'il se rend compte que Kimberley a décalé la figure d'un carreau, il ajoute :

> *Denis : là il doit y avoir le même nombre de carreaux là et là* [il montre l'écart à l'axe]*, là au tableau, c'est pas très bien fait, c'est comme quand on avait fait la maison, il faut que ce soit le même nombre de carreaux de chaque côté.* (Denis, séance 3)

Dans cet exemple, l'explication inclut une référence à un autre contexte (c'est la seule que nous ayons trouvée dans le chapitre qui dépasse un peu le cadre de la tâche), mais pas à des connaissances générales. Toutefois, dans l'extrait, on peut peut-être considérer que Denis fait appel à des connaissances un peu plus générales, dans la mesure où la maison à laquelle il fait référence est une des premières tâches qui a été traitée dans le chapitre, jouant ainsi éventuellement un rôle d'exemple générique.

Dans le cas où les propositions d'élèves sont fausses, en général Denis ne cherche pas à identifier les erreurs (la réponse fausse est même rarement explicitement invalidée) mais il reprend la tâche à zéro (en particulier il efface ce qui a été fait par l'élève au tableau), la découpe et éventuellement la simplifie, c'est-à-dire en prenant une partie de la résolution à sa charge, ne laissant aux élèves que le rôle de répondre à des questions fermées, menant lui-même le raisonnement. Il est manifeste dans certains extraits que les questions qu'il pose aux élèves ont pour but de les mettre en action, de capter leur attention, mais sans aucune allusion aux connaissances visées : ainsi, pour l'exercice 7 (qui consiste à chercher les axes de symétrie des lettres de l'alphabet), il interroge les élèves pour savoir, après chaque lettre, quelle est la suivante ; de même, pour l'exercice 19 (qui porte sur les axes de symétrie de panneaux de signalisation routière), la plupart des échanges portent sur la signification du panneau.

Parfois, avant même d'interroger un élève, mais en disant que la tâche était difficile, Denis prend la résolution à sa charge, à la manière dont il fait traiter les exercices difficiles, c'est-à-dire par des questions fermées à la classe, et un raisonnement qu'il mène seul (c'est le cas par exemple de l'exercice 24, un des rares exercices complexes donnés à faire comme exercice quotidien).

On observe aussi un phénomène plus étonnant lors de ces corrections : à deux reprises, Denis modifie la tâche au vu de sa difficulté : à la séance 2, lors de la correction de la tâche 6d (il s'agit de justifier que deux maisons, sur quadrillage, ne sont pas symétriques par rapport à un axe oblique : la raison est un décalage d'un carreau), avant même d'avoir demandé une réponse, Denis propose aux élèves de construire le symétrique de l'une des deux maisons – le raisonnement est qu'ensuite, il sera facile de comparer la construction ainsi réalisée et la figure du manuel, mais ce raisonnement n'est pas explicité. La tâche se transforme en une initiation à la construction du symétrique d'une figure par la procédure analytique (point par point).

De même, à la séance 3, lors de la correction de la tâche 9b (cf. ci-dessus pour la correction de la tâche 9a), dans laquelle il s'agit de faire le symétrique d'un chien stylisé dans une position prototypique par rapport à un axe oblique, cette fois Denis ne laisse pas faire un élève, mais "garde la main" : *« Alors il y a le deuxième, qui peut-être vous a peut-être paru un peu plus difficile, alors on va prendre un peu de temps pour le deuxième »* puis il refait la figure au tableau et modifie la tâche en la transformant en construction par la méthode analytique, plutôt que globale :

> *Denis : Comment faudrait faire, si on voulait tracer exactement ? Il faudrait, si je voulais trouver celui-ci exactement où il va comment je fais ? On l'a vu l'autre fois*[179]*. On a commencé à le voir en tout cas. Comment je fais pour trouver le point où il va de l'autre côté ?* (Denis, séance 3)

S'ensuit un échange qui montre que pour Denis, la construction géométrique, algorithmique, est un moyen d'éviter la réponse fausse liée à la conception erronée : en effet, il justifie l'emplacement du symétrique par le fait que lorsque l'on construit le symétrique d'un point, il doit y avoir un angle droit avec l'axe : cela indique ainsi la direction dans laquelle on va construire le symétrique. La tâche de construction approximative à main levée, faisant appel à une conception globale des figures, et au niveau 1 d'appréhension de la symétrie (Grenier et Laborde, op. cité), est transformée en tâche de construction du symétrique d'une figure par une

[179] Denis fait ici référence à la procédure analytique (construction point par point), évoquée à la séance précédente, lors de la correction de la tâche 6d, redéfinie en tâche 6d', cf. ci-dessus.

procédure analytique (point par point, correspondant au niveau 2), à l'équerre et au compas. Denis demande ensuite à tous les élèves de refaire le dessin initial sur leur cahier, et de construire le symétrique de deux points à l'équerre et au compas.

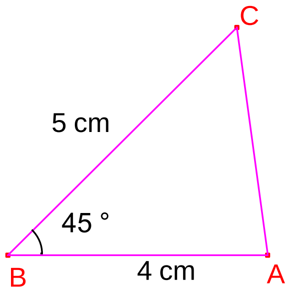
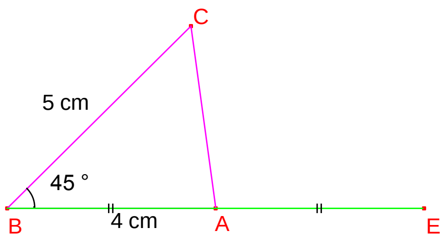
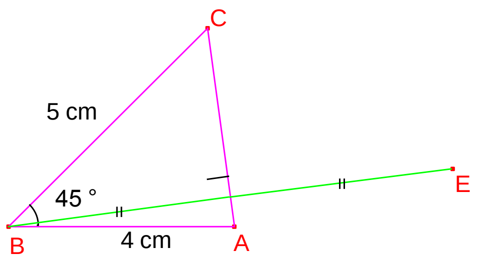
Dans les deux exemples précédents, chaque fois, les tâches sont modifiées pour contourner la difficulté et dans la logique des objectifs d'apprentissage que Denis a assignés au chapitre : sa priorité est la construction analytique du symétrique d'une figure et il saisit l'occasion de ces deux tâches pour introduire le contenu visé, ce qui permet en outre de motiver l'introduction de ce contenu qui permet alors d'éviter des erreurs, mais les contenus d'apprentissage visés par la tâche initiale sont complètement occultés puisque, dans le premier cas, une fois la nouvelle tâche réalisée, il fait écrire la réponse à la question initiale, mais sans faire le lien entre les deux tâches, et dans le deuxième cas, il ne revient même pas à la question initiale.

Les corrections d'exercices quotidiens ont donc comme point commun avec les épisodes d'exercices de laisser complètement à la charge des élèves la correction des tâches très faciles, avec peu d'enrichissement de la part de Denis qui, à l'inverse prend complètement en charge les tâches complexes.

La correction d'exercices de DM et de contrôles mal réussis

Le déroulement de ces exercices est cohérent avec ce que nous avons observé en ce qui concerne la correction des exercices quotidiens : les exercices de contrôles et de DM mal réussis sont donc identifiés a posteriori comme difficiles par Denis. Aussi laisse-t-il peu à la charge des élèves. Cependant, ce qui peut paraître paradoxal est que ces épisodes sont également axés sur une mise en action des élèves : Denis est particulièrement attentif à ce que les élèves ne soient pas passifs et leur fait refaire intégralement les exercices, en partant de l'énoncé, comme s'il s'agissait d'exercices que les élèves n'avaient jamais vus. En revanche, il prend à sa charge la résolution, en découpant et simplifiant dès le départ.

Considérons par exemple la correction de la tâche 12b (DM12, exercice 3, question 2), à la séance 5 : il s'agit d'une tâche de construction du symétrique d'un sommet d'un triangle par rapport à la droite support du côté opposé, nécessitant notamment une adaptation A1 de reconnaissance des modalités d'application de la méthode de construction, dans la mesure où l'axe n'est pas tracé, et où le triangle étant presque rectangle avec un côté horizontal, favorise la mobilisation des conceptions erronées d'alignement et liées aux axes verticaux. (cf. figures ci-dessous).

<table>
<tr>
<td rowspan="2">Figure initiale dans laquelle il s’agit de construire le symétrique de B par rapport à (AC).

</td>
<td>Construction résultant de la mobilisation des conceptions erronées d’alignement et/ou horizontale

</td>
</tr>
<tr>
<td>Construction correcte :

</td>
</tr>
</table>

La plupart des élèves ont réalisé la construction fausse. L’extrait suivant montre comment Denis, au départ, prend à sa charge les adaptations (la reconnaissance de la situation – l’adaptation A1 citée ci-dessus – et l’établissement d’étapes – adaptation A4) :

> *Denis : Après je lis la question, on vous disait faire le point E symétrique de B par rapport à (AC), le symétrique de B par rapport à AC. Donc c’est une symétrie axiale, comment je fais le symétrique de B par rapport à la droite AC ? D’abord l’axe, ça va être quoi ? Inès ?*
> *Fathia : c’est euh, c’est AC*
> *Denis : AC donc vous repassez en rouge la droite AC. Si je fais ça, c’est la droite AC ? On doit penser à faire quoi pour que ce soit la droite ? Chris ?*
> *Chris : il faut prolonger*
> *Denis : il faut prolonger. Donc ça c’est l’axe de symétrie. On vous dit symétrique du point, il fallait faire le symétrique du point B par rapport à la droite AC et après on va s’intéresser à la construction. Alors maintenant, qui arrive à le dire, le point B, on va le mettre en vert, c’était ça, là on en est à la question b.*
> […]
> *Denis : Comment je trouve le symétrique du point B par rapport à la droite AC ? comment, on en a déjà fait, comment on fait la construction, le point B, comment, où il va aller, comment je le trouve de l’autre côté ?* [Priscilla lève la main]
> *Chikh : Monsieur, je peux dire ?*
> *Denis : Priscilla tu proposes quoi ?*
> *Priscilla : avec l’équerre.*
> *Denis : Avec l’équerre, d’accord ? Qui est capable de poser l’équerre correctement ? Alors mettez la sur votre cahier, vous la posez, vous la laissez en place. Donc là, on va prendre un peu de temps. Je vais venir voir comment elle est posée.* [Denis passe alors dans les rangs pour vérifier le placement de l’équerre,

> mais presque aucun élève n'a placé l'équerre correctement et Denis reprend collectivement, puis demande à une élève de montrer au tableau comment poser l'équerre] (Denis, séance 5)

Denis prend à sa charge le fait qu'il faut identifier l'axe et le fait tracer en rouge par les élèves, en faisant prolonger le segment [AC] pour que l'axe soit bien identifié ; puis, il limite la tâche d'abord à placer l'équerre. Toute la suite de la tâche se déroule ainsi : l'établissement collectif de tâches séparées qui correspondent chacune à une étape de la construction, le lien entre elles étant entièrement assumé par Denis. La prise en charge de Denis est encore plus importante pour les deux tâches de preuve qui suivent : Denis pose des questions, mais devant le décalage entre ce qu'il attend et les réponses proposées, il modifie les réponses – sans invalider explicitement.

La fin des épisodes de correction n'est jamais l'occasion d'un bilan ou d'un retour sur l'exercice.

Conclusion sur les épisodes de correction

Contrairement à ce que l'on aurait pu attendre, les épisodes de correction ne sont donc pas – ou très rarement – l'occasion de relever les erreurs possibles, ou d'identifier les connaissances qu'il fallait mobiliser pour réaliser la tâche ni les conditions d'application de connaissances… Les corrections consistent simplement à traiter la tâche, que cela soit fait par un élève ou par l'enseignant. Malgré tout, durant ces phases de correction, les élèves sont loin d'être passifs : ils doivent réaliser la tâche en même temps, en imitant soit l'élève soit l'enseignant et répondre à de multiples questions, parfois indépendantes de la tâche, portant rarement sur le cœur de la tâche, éventuellement sur des tout petits éléments de la réponse.

Les épisodes de récitation

Nous en avons dénombré six, chacun durant en moyenne trois minutes et demie. Il s'agit toujours de faire réciter par un ou plusieurs élèves, après quelques minutes passées à relire la leçon, la définition ou la propriété qui a été vue à la séance précédente. Ces épisodes ont une fonction d'évaluation des élèves (qui sont notés) plus que d'évocation de la leçon précédente. En effet, même si la récitation montre que les élèves n'ont pas compris, le contenu n'est pas repris ; Denis se contente alors de rappeler la nécessité d'apprendre ses leçons et passe à un autre élève. De même, si l'élève énonce une phrase qui n'a pas nécessairement de sens d'un point de vue mathématique, mais proche de celle de la leçon (parce qu'elle contient à peu près les mêmes mots, éventuellement dans un ordre différent), Denis valorise l'intervention et donne en général une bonne note. Voici par exemple l'intervention d'Aziz, à la séance 7 :

> *Aziz, essaie pour la définition, là.*
> *Aziz : Une droite d est un axe de symétrie si cette- de cette figure, si l'image de cette figure par la symétrie est symétri- est sym- par la- de cette figure par la symétrie*
> *Denis : bon reprend, reprend à zéro Aziz, tu prends le temps, recommence, une droite d est un ?*
> *Aziz : est un axe de symétrie*
> *Denis : d'une figure*
> *Aziz : d'une figure*
> *Denis : lorsque*
> *Aziz : lorsque cette figure- l'image de cette figure est symé- est sym- par la symétrie.*
> *Denis : est quoi ? Est la figure*
> *Aziz : est la figure*
> *Denis : elle ?*
> *Aziz : elle*

Denis : même, ça veut dire c'est la figure elle-même. C'est un peu confus, mais il y avait un début je mets 15. (Denis, séance 7)

Si l'élève énonce le début de la phrase, même de façon très peu précise, Denis le soutient en reprenant, en corrigeant, en disant un mot ou le début de la suite pour l'aider. Eventuellement, Denis pose des questions, mais plus rarement. Voici l'intervention de Farah, à la séance 3 :

Farah : si un point est équidistant à égale distant -
Denis : ce
Farah : - alors il appartient à
Denis : à égale distance de quoi, t'as oublié quelque chose
Farah : des extrémités de ce segment alors il appartient à la médiatrice de ce segment.
Denis : D'accord. (Denis, séance 9)

On voit bien dans ces extraits qu'il s'agit d'un exercice formel de récitation qui, selon nous, ne mobilise pas nécessairement de connaissances mathématiques. Bref, la fonction de ces épisodes ne semble pas liée à la construction de connaissances.

Conclusion sur les déroulements de Denis
Globalement, les séances sont organisées de façon relativement régulière, presque rituelle, quitte à ce que cette organisation prime sur la logique du contenu.

Dans la plupart des épisodes, il semblerait que les élèves soient constamment sollicités et actifs, mais rarement sur des activités riches. Si la réalisation de certaines tâches ou de certaines corrections incombe entièrement aux élèves, Denis n'assumant que la responsabilité de la validation, ces tâches ne nous semblent en général pas de nature à permettre aux élèves de construire du sens, ni même des procédures de résolution efficaces (en particulier, pas généralisables). L'enseignant prend notamment à sa charge le découpage et la simplification des tâches complexes (en particulier, des adaptations), en amont de l'activité des élèves, laissant parfois ceux-ci exécuter une liste d'instructions ou imiter un modèle. Si cette méthode peut permettre à certains élèves, à force de répétition, de construire des algorithmes de résolution de certaines tâches (en particulier de certaines tâches de construction), elle ne nous cependant guère favorable à la construction de connaissances explicitables par les élèves et adaptables à des situations inédites.

D'autre part, il nous semble que les phases de travail collectif ne compensent pas la faiblesse du travail individuel. En effet, ces phases ne sont presque jamais l'occasion d'expliciter les connaissances en jeu, les procédures, pas plus que les erreurs possibles ou les liens entre les connaissances ou les tâches.

Autrement dit, si les déroulements tendent à favoriser la mise au travail des élèves, le contenu des activités nous semble trop restreint pour permettre à suffisamment d'élèves de construire des apprentissages. Ils nous paraissent de surcroît très différenciateurs : seul un très petit nombre d'élèves, ceux qui auront compris les raisonnements non explicites de Denis, seront éventuellement capables de les reproduire, même si la forme des déroulements donne l'illusion à beaucoup d'autres, parce qu'ils se sont investis dans les tâches laissées à leur charge, d'avoir rempli leur contrat (écouter l'enseignant, participer, exécuter les tâches demandées, …), sans pour autant amener à la conceptualisation visée par les programmes.

c. La comparaison des déroulements de Martine et de Denis

L'étude de la répartition du temps dans les deux cas nous montre que les déroulements n'obéissent pas aux mêmes logiques pour les deux enseignants. Si Martine privilégie clairement l'activité des élèves sur des exercices, Denis équilibre le temps consacré aux corrections, au cours et aux exercices. La place qu'occupent les corrections chez Denis s'explique en partie par la quantité beaucoup plus importante de travail qu'il donne à faire à la maison. Quant à la place consacrée au cours, elle nous semble renforcer le constat précédent : pour Martine, le cours se limite à une synthèse des exercices, souvent une réelle institutionnalisation des connaissances qui y ont été travaillées ; pour Denis, le cours a une place à part entière, relativement indépendante du travail sur les exercices : certaines connaissances en particulier ne sont abordées que dans le cours, ce qui n'est jamais le cas chez Martine.

Cependant, un constat nous étonne dans l'analyse de la répartition du temps : alors que la fonction des exercices traités en classe, ainsi que leurs contenus apparaissent très différents, un épisode d'exercice a en moyenne la même durée dans les deux classes (environ quinze minutes). En revanche, la répartition du temps entre travail individuel et travail collectif n'est pas la même : un tiers de travail individuel, deux tiers collectif dans la classe de Martine, pour une répartition moitié – moitié entre les deux dans la classe de Denis. Cela signifie que les élèves passent plus de temps à travailler individuellement, mais sur des tâches plus faciles dans la classe de Denis. Cette constatation pourrait s'expliquer par le fait qu'étant en ZEP, les élèves ont plus de mal à se mettre au travail, plus de difficultés, ou bien par le fait que Denis, comme on l'a vu, profite souvent de ces phases pour résoudre des problèmes de discipline, ce qui pourrait allonger leur durée, sans que les élèves y soient pour autant plus actifs ; le fait que les phases collectives sont plus longues chez Martine s'explique aisément puisque non seulement les tâches étant plus faciles chez Denis, leur correction est plus rapide, mais surtout parce que ces phases ont chez Martine une fonction qui dépasse celle de correction de l'exercice et requiert à ce titre davantage de temps.

La gestion des phases collectives par les deux enseignants n'est pas moins différente. Si l'on compare le travail collectif sur les tâches (qu'il s'agisse du traitement collectif d'une tâche ou de la correction d'une tâche) ou l'élaboration des énoncés de cours (qui sont principalement en fin des épisodes d'exercices dans la classe de Martine et dans les épisodes de cours dans celle de Denis), on constate que les élèves n'y jouent pas du tout le même rôle : si la classe a un rôle déterminant dans l'"avancée du savoir" chez Martine, il semblerait que chez Denis, à l'exception de quelques très rares élèves, le savoir et son avancée soient de sa responsabilité presque exclusive.

Nous croyons discerner un phénomène de cercle vicieux dans la classe de Denis : la plupart des tâches du scénario n'étant adaptées ni aux connaissances des élèves, ni aux connaissances visées, pour mobiliser et/ou faire émerger celles-ci, le traitement des tâches est nécessairement pris en charge par Denis, ainsi que l'élaboration des énoncés de cours, ce qui ne favorise par la construction des connaissances visées ; de ce fait, les exercices suivants, fondés sur ces connaissances, ne sont pas non plus adaptés etc. Cependant, même les quelques tâches qui semblaient pouvoir favoriser une activité riche des élèves et/ou une élaboration de synthèses en lien avec l'activité des élèves et éventuellement avec une responsabilité partagée entre l'enseignant et la classe ne semblent pas avoir été l'occasion d'un tel déroulement, même si le fait de mettre le plus possible les élèves "au travail" paraît être un objectif de Denis.

Autrement dit, les choix de Martine, qu'il s'agisse du scénario ou du déroulement, semblent avoir pour objectif principal de favoriser une activité riche et variée des élèves, mais aussi d'engager et de soutenir un processus de construction d'apprentissages à partir de ces activités, en recherchant avant tout une cohérence conceptuelle d'ensemble, par l'établissement notamment de liens entre les différents éléments du chapitre, et même au-delà.

Quant aux choix de Denis, ils semblent beaucoup plus modestes en termes d'apprentissages visés, axés sur une mise en action des élèves le plus souvent possible, mais pas nécessairement une action centrée sur la construction de connaissances.

Les pratiques de Martine nous semblent donc potentiellement plus à même de favoriser des apprentissages à la fois plus variés et plus solides.

A l'inverse, parmi les pratiques de Denis, le manque d'explicitation des procédures et de leurs justifications, ainsi que des "règles du jeu mathématique" en vigueur dans la classe ne facilite guère les apprentissages. Cette lacune s'apparente à un défaut d'identification ou encore de pointage des connaissances mobilisées et/ou visées, que Crinon, Marin et Bautier[180] citent comme typique des pratiques de certains enseignants et particulièrement différenciateur en termes d'apprentissages, notamment dans un contexte social défavorisé.

Conclusion

L'analyse qui précède a mis en lumière les différences de pratique des deux enseignants, lesquelles soulèvent plusieurs questions :

- Comment expliquer ces différences ?

Abstraction faite des classes, deux éléments semblent déterminants pour tenter de les expliquer : d'une part le fait que l'établissement de Denis est en ZEP, d'autre part le fait qu'il s'agit de deux enseignants différents.

L'expérience menée la seconde année avec Denis nous permet de nous interroger sur l'influence du facteur ZEP sur les observations. C'est ce que nous présentons dans les chapitre 6 et 7.

De l'analyse des pratiques des deux enseignants, semblent se dégager des logiques d'ensemble, presque des "principes", propres à chacun d'eux, probablement liés à leur composante personnelle (leur histoire, leur formation, leur rapport aux mathématiques, leur conception de l'enseignement …), éventuellement de manière non indépendante d'autres facteurs (notamment le facteur ZEP). Une relecture des analyses des pratiques des deux enseignants, que nous proposons dans le chapitre 7, nous a permis de caractériser certains traits de ces logiques d'ensemble.

---

[180] Crinon J., Marin B., Bautier E., Quelles situations de travail pour quel apprentissage ? Paroles des élèves, paroles de l'enseignant, in Le développement des gestes professionnels dans l'enseignement du français, D. Bucheton et O. Dezutter (sous la direction de), De Boeck, 2008.

- Au-delà de la recherche des "causes", se pose aussi la question de ce qui pourrait être modifié – amélioré – dans quelle mesure et à quel coût, du point de vue de la formation notamment.

Là encore, l'expérience de la deuxième année nous a permis d'explorer plus avant cette question, comme nous le montrons dans le chapitre 6.

- De manière plus pragmatique, se pose enfin la question, au-delà des activités possibles en classe et de leur potentiel en termes d'apprentissages, de l'impact effectif de ces pratiques sur ces apprentissages.

A défaut d'avoir accès aux apprentissages effectivement réalisés par les élèves, nous avons toutefois tenté d'évaluer les traces de ces apprentissages grâce à l'analyse des productions des élèves en contrôles. Ce sera l'objet du chapitre suivant.

Liste des annexes du chapitre 4

Annexe 1 : projet de cours de Martine

Symétrie orthogonale ou axiale – Axes de symétrie d'une figure

I. Reconnaître.

Photocopie « petites maisons »

Propriété :

Une figure et sa symétrique par rapport à une droite (d) sont superposables par pliage suivant (d).

Elles ont la même forme et les mêmes dimensions.

Exercices : Te souviens-tu page 189 + n°5 page 196

II. Symétrique d'un point.

1) Activité 2 page 191

2) Définition :

Le point A' est le symétrique du point A par rapport à la droite (d)

signifie que :

la droite (d) est la perpendiculaire à la droite (AA') et que (d) passe par le milieu du segment [AA']

ou que A et A' sont confondus sur (d)

3) Notation : On peut noter $S_{(d)}$ la symétrie par rapport à (d) puis $S_{(d)} : A \longmapsto A'$

Pour écrire que A à pour symétrique A' par la symétrie par rapport à (d)

4) Remarque : Si A' est le symétrique de A par rapport à (d)

alors A est le symétrique de A' par rapport à (d).

On dit alors que A et A' sont symétriques par rapport à (d)

(d) est appelée la médiatrice du segment [AA']

5) Constructions : 1) sur papier quadrillé n° 11 et 12 page 197 (photocopie)

2) sur papier blanc (méthode page 194) faire n° 13 a.b.c.d (sans les points R et C)

III. Symétrique de figures.

1) Symétriques de figures particulières :

Compléter la photocopie : symétrique d'un segment , d'une droite, d'un cercle

On retient :

a) Le symétrique d'un segment [AB] par rapport à une droite (d) est un segment de même longueur.

Pour construire le symétrique du segment [AB] on construit les symétriques de A et de B.

b) Le symétrique d'une droite (Δ) par rapport à une droite (d) est une droite (Δ').

Pour construire le symétrique d'une droite (Δ) on choisi deux points A et B sur cette droite (Δ) puis on construit leurs symétriques : A' et B'. L'image de (Δ) est la droite passant par A' et B'.

c) Le symétrique d'un cercle par rapport à une droite (d) est un cercle de même rayon.

Pour construire le symétrique du cercle $\mathcal{C}$ (O ; r) de centre O et de rayon r on construit le symétrique O' de O par rapport à (d) puis on trace le cercle de même rayon r et de centre O' .

2) Symétrique d'une figure :

Pour construire la figure symétrique d'une figure F par rapport à une droite (d), on construit les symétriques de chacun des points de la figure F et on utilise les propriétés de conservation.

Propriétés de conservation :

La symétrie orthogonale conserve :

l'alignement : l'image d'une droite est une droite

les longueurs : l'image d'un segment est un segment de même longueur.

les angles : l'image d'un angle est un angle de même mesure.

le parallélisme : deux droites parallèles ont pour images deux droites parallèles.

l'orthogonalité : deux droites perpendiculaires ont pour images deux perpendiculaires.

Exercices n° 20-22-24-25

IV. Axes de symétrie et figures usuelles.

1) Recherche d'axes de symétrie d'une figure.

A partir de photocopies d'exo du livre, sans refaire les figures, n° 4-5-8-9-11 page 213

et photocopie de figures géométriques simples $\longrightarrow$ Faire bilan :

Figure	Nombre d'axes	Situation
Segment	2	Son support et sa médiatrice
Demi-droite	1	Son support
Droite	une infinité	Elle-même et toute droite qui lui est perpendiculaire
Angle	1	Sa bissectrice
Triangle isocèle	1	La médiatrice de sa base
Triangle équilatéral	3	Les médiatrices de ses côtés qui sont aussi bissectrice de ses angles
Losange	2	Ses diagonales
Rectangle	2	Les médiatrices de ses côtés
Carré	4	Ses diagonales et les médiatrices de ses côtés
Cerf volant	1	Une diagonale
Parallélogramme	0	
Cercle	une infinité	Toute droite qui passe par son centre

Pour déterminer si une figure admet un axe de symétrie

- on cherche un axe éventuel
- on vérifie que cet axe convient (par découpage et pliage, avec calque, par les images de points particuliers…)
- on conclut seulement après vérification

2) Médiatrice d'un segment

Définition :

La médiatrice d'un segment est la droite perpendiculaire passant par le milieu de ce segment

Propriétés :

P_1 : La médiatrice d'un segment est un axe de symétrie de ce segment.

P_2 : Tout point de la médiatrice d'un segment est à égale distance des extrémités de ce segment.

P_3 : Si un point est à égale distance des extrémités d'un segment
alors ce point est un point de la médiatrice du segment

Construction au compas : voir méthode livre page 210

3) Bissectrice d'un angle

Définition : (Rappel)

La bissectrice d'un angle est la droite qui partage cet angle en 2 angles adjacents de même mesure

Propriété :

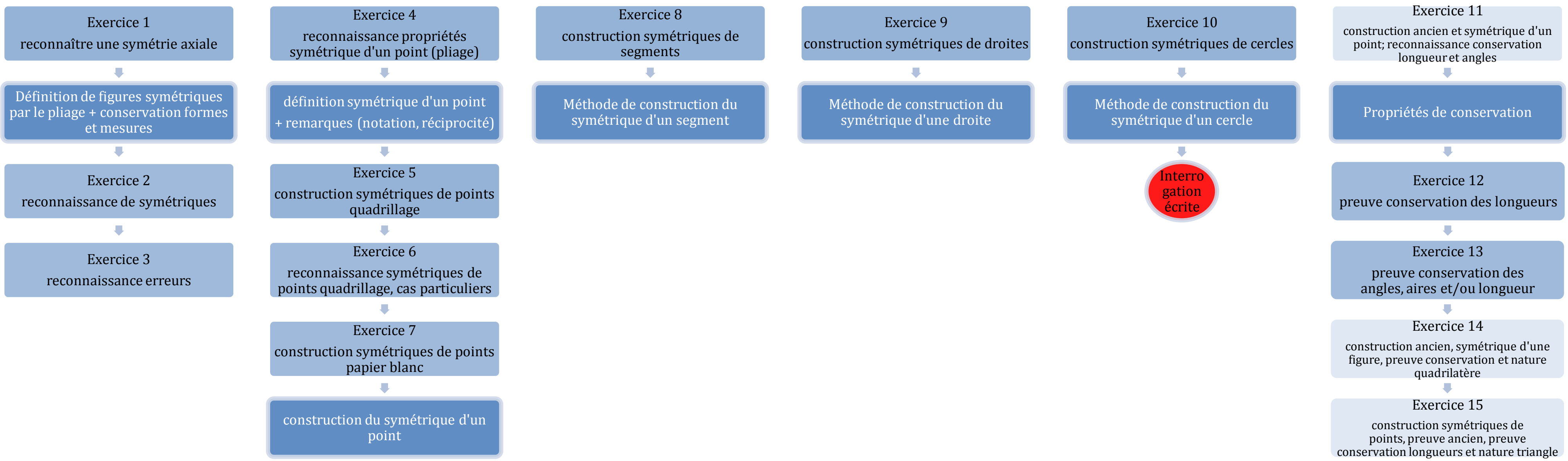
P_1 : La bissectrice d'un angle est l'axe de symétrie de cet angle.

Exercices à voir en fonction du temps

Note : le document initial de Martine inclut aussi les feuilles d'exercices 1 et 2 (cf. annexe : énoncés des exercices)

Annexe 2 : schéma du scénario de Martine

Première partie



Deuxième partie

Exercice 16
reconnaissance, dessin, axes de symétrie segment, droite, angle

↓

Exercice 17
construction ancien + symétrique d'un point, preuve nature triangle

↓

Exercice 18
reconnaissances, dessin/construction, axes de symétrie triangles

↓

Exercice 19
reconnaissance, dessin/construction, axes de symétrie quadrilatères et cercle

↓

Exercice 20
reconnaissance, dessin, axes de symétrie de figures

↓

Exercice 21
compléter une figure par symétrie, quadrillage

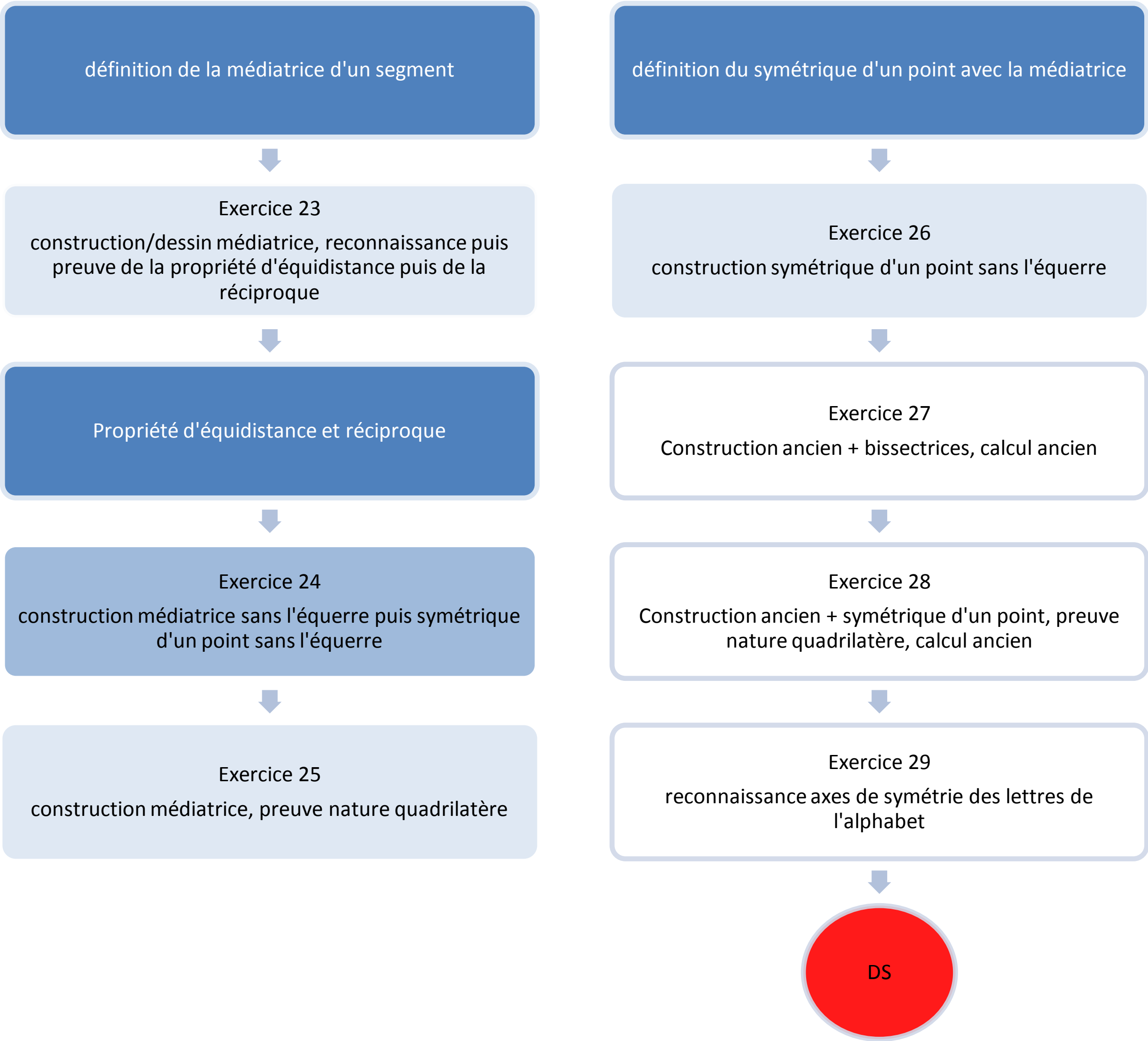
↓

Méthode pour chercher des axes de symétrie

↓

Exercice 22
classement de figures selon le nombre d'axes de symétrie

Troisième partie



Annexe 3 : liste des exercices de Martine

Légende :

Exercices réalisés en classe.
Exercices commencés en classe (au moins par les plus rapides) et terminées à la maison
Exercices réalisés à la maison

Exercices de la partie 1
Exercices de la partie 2
Exercices de la partie 3

L'exercice de synthèse a été laissé tel quel, sans surlignage.

Les exercices ont été classés selon leur partie d'appartenance dominante (et en particulier selon la partie dont relève leur principal enjeu d'apprentissage) : il se peut qu'on trouve une tâche se rapportant à une autre partie dans un exercice classé dans une partie donnée.

exercices		**Date de réalisation**	**genre de tâches**	Adaptations[181]
1	Tâche d'intro	En classe, séance 1.	**Reconnaissance** de transformations	Eventuellement A6
2 a b c	QCM p. 189	En classe, séance 1	**Reconnaissance** de symétriques (figures et points)	A1
3	5 p. 196	en classe séance 1	Erreurs **reconnaissance**	A1, A4
4 a et b	2 p. 191 question 1.	En classe, séance 2	**Construction** par pliage du symétrique d'un point sur feuille blanche **reconnaissance** de la perpendicularité et de l'équidistance	A3 (changement de point de vue : passage du concret au mathématique)
5 a et b	Feuille 2, ex 1	En classe, séance 3	**Construction** symétriques de points quadrillage	A4 : organiser les deux étapes par rapport aux deux conditions de la définition
6	Feuille 2, exercice 2	Commencé en classe, séance 3, à finir	**Reconnaissance** symétriques de points, quadrillages	A4 : les deux conditions
7 a et b	Feuille 2, exercice 3	Commencé à la séance 3 par les plus rapides, corrigé à la séance 4	**Construction** symétriques points blanc **reconnaissance** segments symétriques et conservation des longueurs	A4 : les deux conditions, éventuellement A2
8 a b c d	Feuille 3, exercice 1	En classe, séance 4	**Construction** symétriques de segments, blanc	A4, A1
9 a b c	Feuille 3, exercices 2	Commencé en classe, séance 4, à finir	**Construction** symétriques de droites, blanc	A4, A1, A2 (désanonymer 2 points de la droite)

[181] Rappelons que les adaptations sont indiquées ici très rapidement de façon à donner un aperçu rapide, mais qu'il s'agit d'adaptations des connaissances en jeu dans la tâche, qui dépendent de la procédure de résolution.

10 a b c	Feuille 3, exercice 3	Commencé en classe, séance 4, à finir	**Construction** symétriques de cercles, blanc	A4, A1
11 a b c d	20 p. 199	En classe, séance 5 et séance 6	**Construction** ancien (triangle) + symétrique d'un point **reconnaissance/preuve** conservation longueur et **reconnaissance/preuve** conservation angle	A4 (étapes de construction), A1 (2 fois), A5 (2 fois)
12	22 p. 199	Devoirs : de la séance 6 à la séance 7	**Preuve** conservation des longueurs	A4, A1
13 a b	23 p. 199	En classe, séance 7	**Preuve** conservation angle, **calcul** aire (preuve conservation aire et/ou longueur)	A1, A4, A3, A6, (A5)
14 a b c	31 p. 202	En classe, séance 7	**Construction** ancien + symétrique d'une figure, **preuve** conservation longueur et/ou angle, nature quadrilatère	A4 pour la construction, A3, A1, A4, A2 et A6 éventuellement.
15 a b c	Exercice de la séance 8	En classe, séance 8	**Construction** symétriques de points **Preuve** ancien (parallèle/perpendiculaires), et **preuve** conservation longueurs, nature triangle	A1, A4
16 a b c	Feuille 4 exercice 1	En classe, séance 8 et 9	**Reconnaissance/construction** axes de symétrie segment demi-droite, angle	A1, éventuellement A3
17 a b c d e	34 p. 203	Devoirs sur feuille : de la séance 8 à la séance 9.	**Construction** ancien + symétrique d'un point **preuve** conservation longueurs, **preuve** conservation angle, **preuve** nature d'un triangle	A6, A4, A3 pour la construction, A4, A5 pour la preuve 1 A1, A3, A5, voire A7
18 a b c	Feuille 4 exercice 2	En classe, Séance 9	**Reconnaissance et construction/dessin** axes de symétrie triangles	A1, éventuellement A4 et/ou A3
19 a b c d e f g	Feuille 4 exercice 3	En classe séance 9	**Reconnaissance et construction/dessin** axes de symétrie quadrilatères et cercle.	A1, éventuellement A4 et/ou A3
20 a à u	Feuille chercher les axes exercice 1	Devoir pour la séance 10	**Reconnaissance** axes de symétrie figures	A1, éventuellement A4
21	Feuille chercher les axes, exercice compléter par symétrie	Devoir pour la séance 10	**Construction** symétrique figure, quadrillage	A4

22	Trouver des figures qui ont 0, 1, 2, … axes de symétrie	En classe, séance 10	**classement** synthèse axes de symétrie	Tâche de réorganisation
23 a b c d	Exercice propriété d'équidistance et preuve puis réciproque	En classe, Séance 11	**Construction** symétrique d'un point, **reconnaissance** de l'équidistance et **preuve, Reconnaissance** réciproque	A2/A4, A3 A1, A2, A4
24 a b	Exercice construire la médiatrice sans l'équerre puis le symétrique d'un point	En classe, Séance 11	**Construction** médiatrice et symétrique d'un point au compas	A4, A2, A4
25a b c	32 p. 218	Devoir pour la séance 12	**construction** médiatrices, puis **preuve** réciproque équidistance (cercle)	A4, A1, A2, A3
26 a b	Construire le symétrique d'un point au compas	En classe, séance 12	**Construction** symétrique d'un point au compas + **preuve** conservation longueurs	A2, A4
27 a b b' c	19 p. 215	En classe, séance 13	**Construction** ancien + bissectrice et **calcul** ancien	A2 A3 : changement de cadre
28a b c d e	38 p. 219	En classe, séance 13	**Construction** ancien + symétrique d'un point, **preuve** conservation longueur et nature quadrilatère, **calcul** périmètre (ancien)	A3 (mélange plusieurs notions et ancien nouveau) puis A3 (changement de cadre), A4
29	Axes de symétrie des lettres de l'alphabet	En classe, séance 13	**Reconnaissance** axes de symétrie de figures.	Eventuellement A4

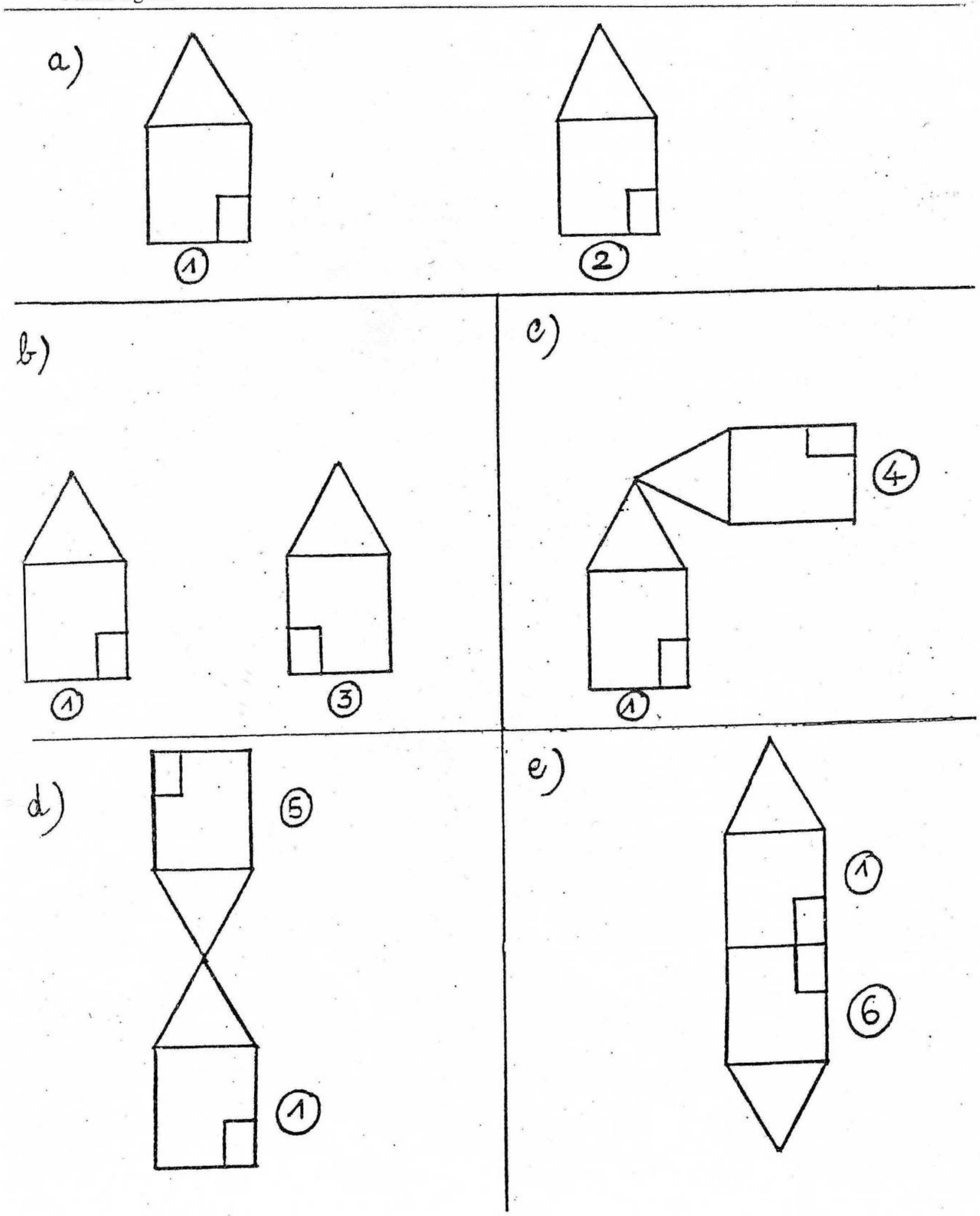
Annexe 4 : énoncés des exercices de Martine

Exercice 1

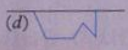
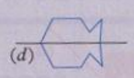
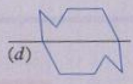
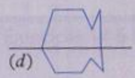
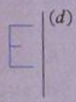
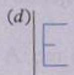
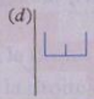
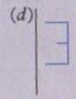
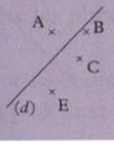
1

« Reconnaître une symétrie orthogonale »

Déterminer comment, dans chaque cas, à l'aide de papier calque, on peut passer de la figure 1 à l'autre figure.

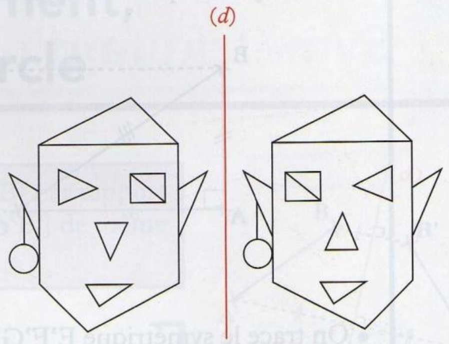


Exercice 2 :

		A	B	C
1	Quand on complète par pliage le long de la droite (d) la figure ci-dessous, on obtient : 			
2	Le symétrique de la figure E par rapport à la droite (d) est : 			
3	Sur la figure ci-contre, le point A a pour symétrique par rapport à la droite (d) : 	le point B	le point C	le point E

Exercice 3 :

5 Clara a voulu dessiner le symétrique de la figure de gauche par rapport à la droite (d), mais elle a commis cinq erreurs : à toi de les trouver !



Exercice 4 :

1. Découvrir

a) Sur une feuille de papier calque, trace une droite (d) et place un point A n'appartenant pas à la droite (d).

b) Plie le papier calque le long de la droite (d). Repère d'une croix l'emplacement du point A de l'autre côté du calque. Nomme A' ce point.

c) Trace la droite (AA'). Tu nommeras I le point d'intersection des droites (AA') et (d).

d) Recopie et complète les phrases suivantes :

« La droite (AA') et la droite (d) sont ...... »

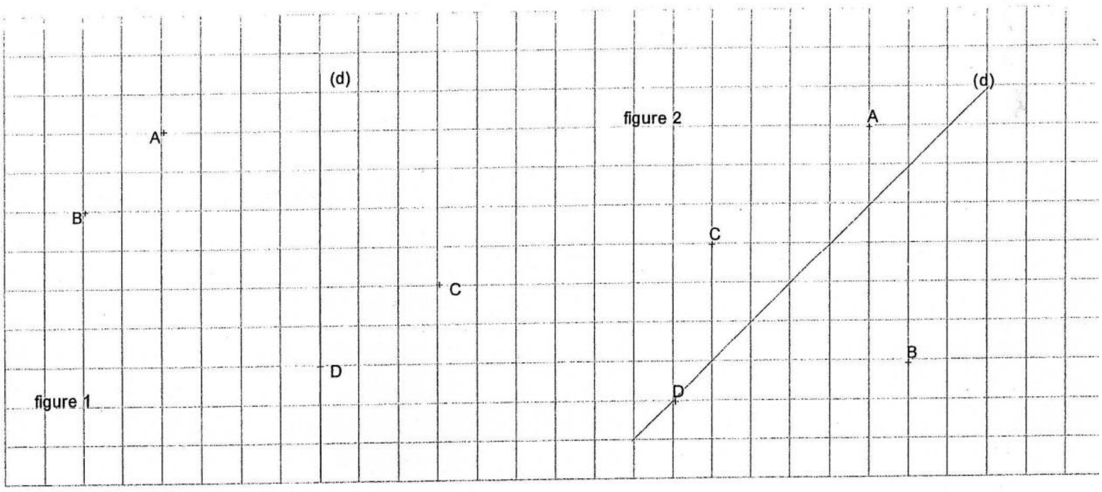
« Le point I est le ...... du segment [AA']. »

« Le point A' est le ...... du point A. »

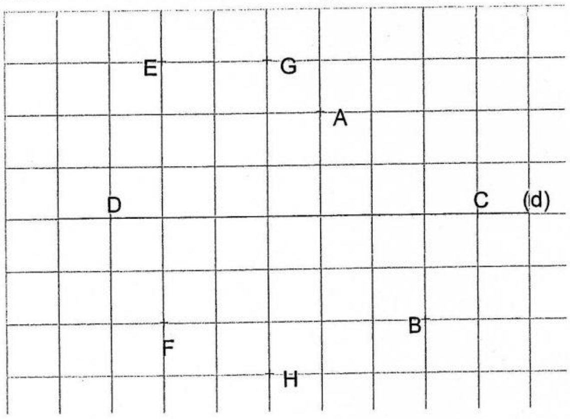
Exercices 5, 6, 7 : feuille 2

Construction du symétrique d'un point sur quadrillage.

Exercice 1 : A l'aide du quadrillage, trace sur la figure 1 puis sur la figure 2, les points A', B', C' et D' symétriques respectifs des points A, B, C et D par rapport à la droite (d).



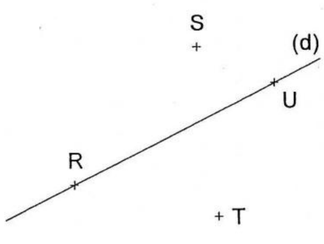
Exercice 2 : En observant la figure, complète chacune des phrases suivantes par « *est* » ou « *n'est pas* »



$D \in (d)$ et $C \in (d)$

Le point A le symétrique du point B par rapport à la droite (d)
Le point G le symétrique du point H par rapport à la droite (d)
Le point E le symétrique du point F par rapport à la droite (d)
Le point C le symétrique du point D par rapport à la droite (d)

Construction du symétrique d'un point sans quadrillage.



1) Construire les points S' et T'symétriques respectifs des points S et T par rapport à la droite (d).
2) Quel est le symétrique du point R ? du point U ?
3) Tracer les segments [ST] et [S'T']. Que remarque-t-on ?
4) Soit M le point d'intersection de (d) et de (SS')
5) Compléter les phrases suivantes :
   les droites (d) et (SS') sont . . .
   le point M est le . . . du segment [SS']
6) Quels sont les segments de cette figure qui ont la même longueur ?

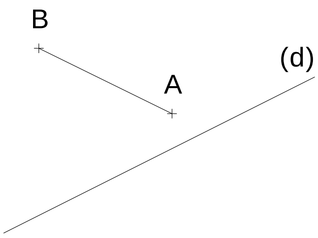
fig en + gros au dos sera faite.

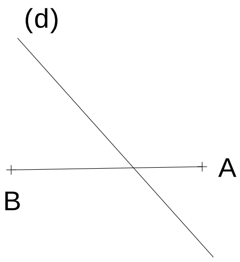
Exercice 8, 9, 10 : feuille 3

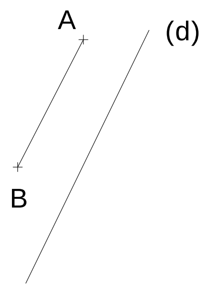
1) Figures symétriques de figures particulières

a) Symétrique d’un segment :

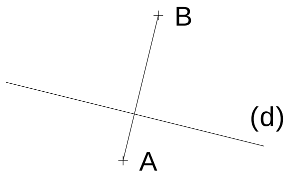
Dans chacun des cas suivants, construire le symétrique par rapport à la droite (d) du segment [AB]







(AB) // (d)



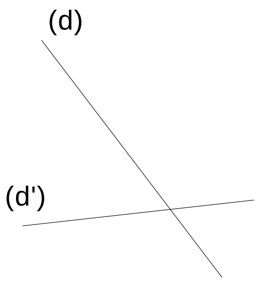
(AB) ⊥ (d)

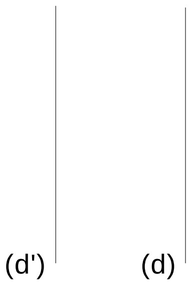
Pour construire le symétrique d’un segment [AB] on construit

Le symétrique par rapport à une droite d’un segment est

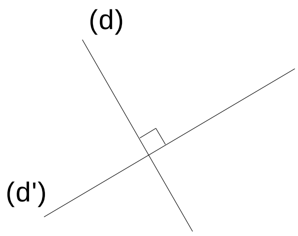
b) Symétrique d’une droite :

Dans chacun des cas suivants, construire le symétrique par rapport à la droite (d) de la droite (d_1)





(d’) // (d)



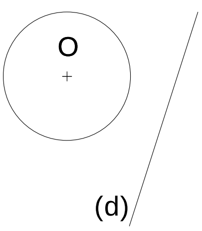
(d’) ⊥ (d)

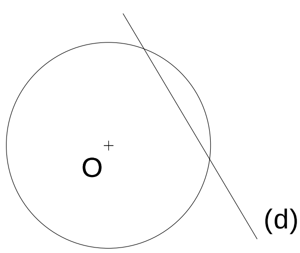
Pour construire le symétrique d’une droite on construit

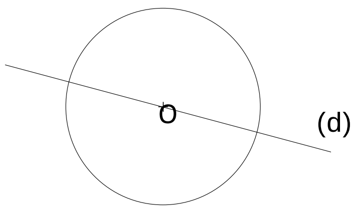
Le symétrique par rapport à une droite (d) d’une droite (d’) est

c) Symétrique d’un cercle :

Dans chacun des cas suivants, construire le symétrique par rapport à la droite (d) du cercle de centre O





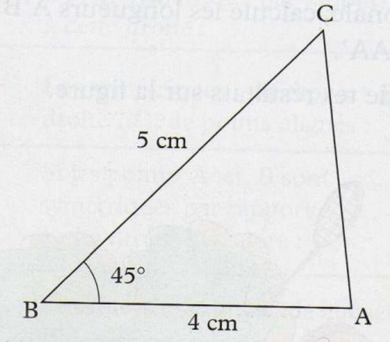


Pour construire le symétrique d’un cercle $\mathcal{C}$ (O ; *r*) on construit

Le symétrique d'un cercle C (O ; *r*) est

Exercice 11 :

20



a) Reproduis la figure ci-dessus sur une feuille blanche.

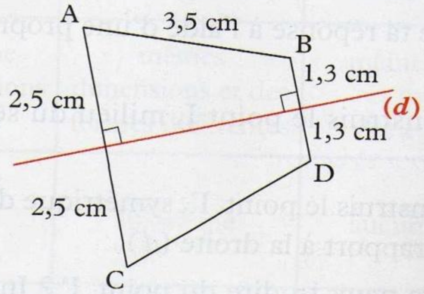
b) Construis le point E symétrique du point B par rapport à la droite (AC).

c) Donne, sans la mesurer, la longueur du segment [AE]. Justifie ta réponse à l'aide d'une propriété du cours.

d) Donne la mesure de l'angle $\widehat{AEC}$. Justifie ta réponse à l'aide d'une propriété du cours.

Exercice 12 :

22 Sans utiliser d'instruments de mesure et en observant la figure ci-dessous, donne la longueur du segment [CD].

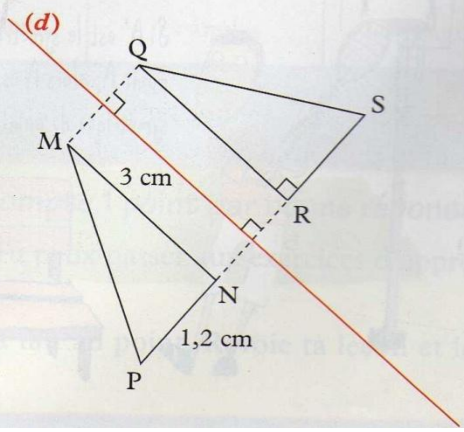


Exercice 13 :

23 Sans utiliser d'instruments de mesure et en observant la figure ci-dessous :

a) Donne la mesure de l'angle $\widehat{MNP}$.

b) Donne l'aire du triangle RSQ.



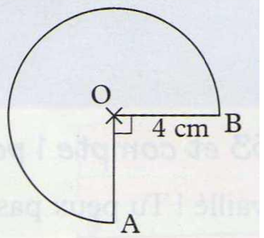
Exercice 14 :

31 Construction d'un carré

a) Reproduis la figure en vraie grandeur.

b) Construis le symétrique de cette figure par rapport à la droite (AB). Nomme alors O' le symétrique du point O.

c) Quelle est la nature du quadrilatère AOBO' ? Justifie ta réponse.



Exercice 15 :

Soit (d) une droite, et A, B, C, D, E cinq points tels que

A $\in$ (d), $S_{(d)} : B \mapsto C$, $S_{(d)} : D \mapsto E$

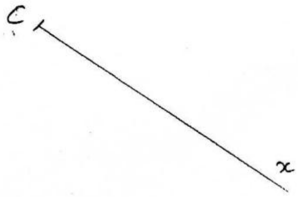
1. Que peut-on dire des droites (BC) et (DE) ?
2. Quelle est la nature du triangle ABC ?

Exercice 16, 18, 19 : feuille 4

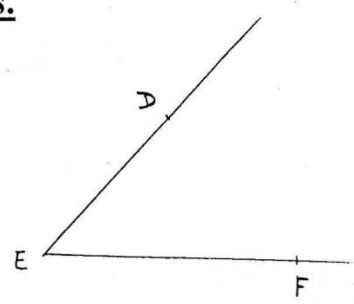
Axes de symétrie de figures géométriques simples.

Construire, s'ils existent, les axes de symétrie des figures suivantes :

segment [AB]

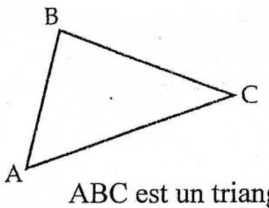


demi-droite [Cx)

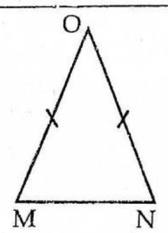


angle $\widehat{DEF}$

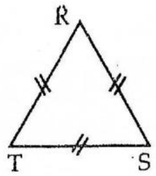
Axes :



ABC est un triangle quelconque

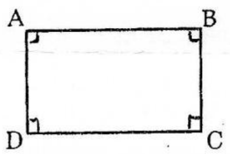


MON est un triangle .... ;

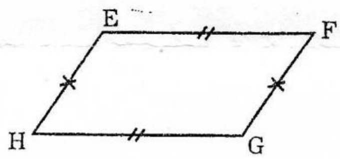


RST est un triangle .... ;

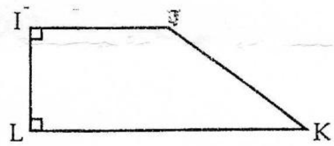
Axes :



ABCD est un .... ;

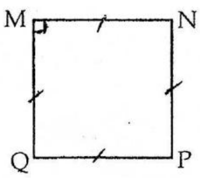


EFGH est un ....

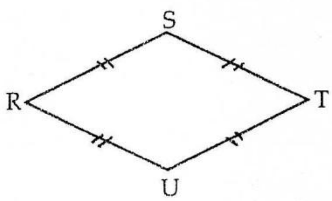


IJKL est un trapèze.

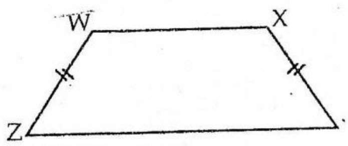
Axes :



MNPQ est un .... ;



RSTU est un .... ;



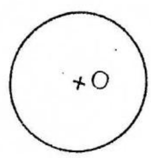
WXYZ est un trapèze isocèle.

Axes :

Cercle

Dessine un diamètre. Est-il axe de symétrie ? ....

Combien peux-tu trouver d'axes de symétrie ? ....



Exercice 17 :

34 Un triangle très particulier

a) Construis un rectangle ABCD tel que AB = 6 cm et $\widehat{ABD} = 30°$.

b) Construis le point E, symétrique du point A par rapport à la droite (BD).

c) Sans faire aucune mesure, mais en utilisant une propriété du cours, donne la longueur BE.

d) Sans faire aucune mesure, donne la mesure de l'angle $\widehat{DBE}$.

e) Quelle est la nature du triangle ABE ?

Exercice 22 :

Trouver des figures qui ont 0, 1, 2, 3, … axes de symétrie.

Exercice 23 : *(énoncé reconstitué à partir du déroulement, il n'a été donné qu'oralement)*

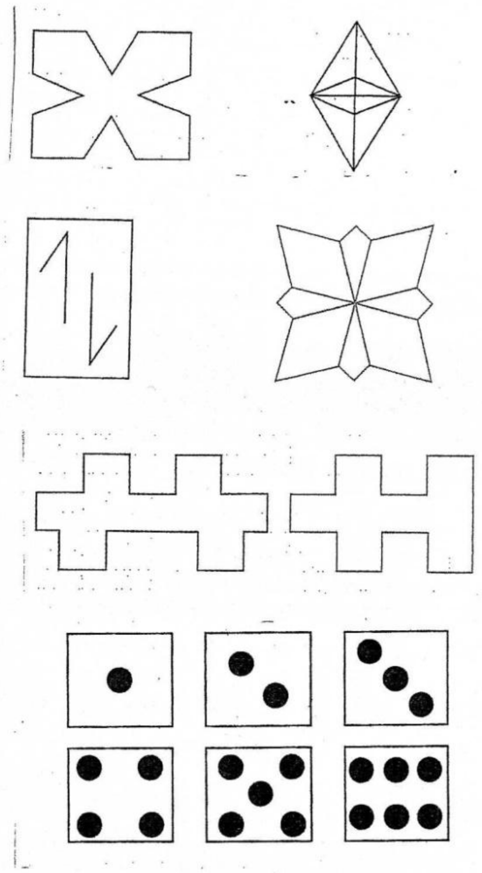
1. représenter un segment [AB] et tracer sa médiatrice d (éventuellement en s'aidant des carreaux).
2. Quelle est la particularité des points de la médiatrice ?
3. Placer un point C n'importe où sur d et montrer/prouver qu'il est équidistant de A et B.
4. La réciproque de la propriété d'équidistance est-elle vraie ? *(les élèves ne traiteront pas vraiment cette question)*

Exercice 24 : *(énoncé reconstitué à partir du déroulement, il n'a été donné qu'oralement)*

1. Tracer un segment, puis sa médiatrice au compas.
2. Placer un point A n'appartenant pas au segment et construire son symétrique au compas.

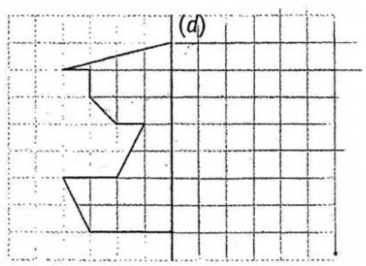
Exercices 20 et 21 (en bas)

Tracer s'ils existent les axes de symétrie des figures suivantes.



panneaux de signalisation

complète la figure de sorte que la droite (d) soit un axe de symétrie



Exercice 25 :

32 Dans un cercle

a) Trace un cercle $\mathscr{C}$ de centre J et de rayon 5 cm.

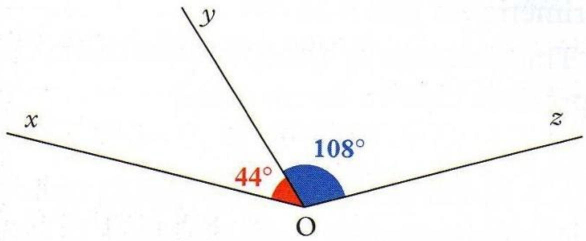
b) Place sur le cercle $\mathscr{C}$ quatre points O, E, L et M dans cet ordre.

c) Fred prétend que les médiatrices des côtés et les diagonales du quadrilatère OELM passent forcément par le centre du cercle.
Amélie lui répond que ce n'est pas toujours vrai et que cela dépend du dessin.
Qui a raison ? Justifie ta réponse.

Exercice 26 : *(énoncé reconstitué à partir du déroulement, il n'a été donné qu'oralement)*
Construire le symétrique d'un point au compas.

Exercice 27 :

19 **a)** Reproduis la figure ci-dessous en tenant compte des mesures indiquées.



b) Construis la bissectrice [Ou) de l'angle $\widehat{xOy}$.

c) Construis la bissectrice [Ot) de l'angle $\widehat{yOz}$.

d) Calcule la mesure des angles $\widehat{uOt}$ et $\widehat{xOz}$.
Que remarques-tu ?

Exercice 28 :

38 Un quadrilatère à reconnaître

a) Trace un cercle de centre O et de rayon 3 cm.

b) Trace une corde [AB] de ce cercle.

c) Construis le point O' symétrique du point O par rapport à la droite (AB).

d) Quelle est la nature du quadrilatère AOBO' ?

e) Calcule le périmètre du quadrilatère AOBO'.

Annexe 5 : Analyse globale du scénario de Martine

Organisation globale :

3 parties se détachent dans son scénario : (qui ne correspondent pas tout à fait aux parties qu'elle a faites dans son cours, mais à peu près chronologiques)

- la symétrie axiale comme transformation : exercices 1 à 15 et 17 et 21 : définie comme une transformation avec un travail sur la reconnaissance puis la construction de figures symétriques (de points, figures usuelles et autres à la fois sur quadrillage et sur papier blanc) avec un travail en même temps sur les propriétés de conservation (introduites très tôt) et enfin quelques preuves faisant intervenir la conservation.

Définition de deux figures symétriques par le pliage, constatation de la conservation, puis définition du symétrique d'un point avec la perpendicularité et l'équidistance, mais sans mentionner la médiatrice et sans l'associer tout de suite à la construction avec l'équerre (cela viendra après avoir travaillé la définition sur quadrillage), puis travail sur la conservation, les symétriques de figures usuelles.

Et des preuves utilisant les propriétés de conservation.

Du point de vue du déroulement, cette première étape s'étale des séances 1 au milieu de la séance 8.

- les axes de symétrie : exercices 16, 18, 19, 20, 22 et 29 : reconnaissance et construction d'axes de symétrie de figures usuelles sur papier blanc avec une tâche de classement de figures en fonction du nombre d'axes de symétrie (tâche 21)
- la médiatrice et ses propriétés et les constructions dérivées : exercices 23 à 27 : reconnaissance des propriétés puis tâches de construction et de preuves.
- L'exercice 28 qui est un exercice de synthèse, mélangeant beaucoup d'aspects.

La transition entre les étapes 1 et 2 est justifiée par MC à la séance 8 par : *« Jusque là, vous aviez des axes de symétrie et vous deviez construire des symétriques de figures, réciproquement j'ai déjà une figure complète, est-ce que je peux trouver un axe de symétrie, c'est-à-dire est-ce qu'on peut la plier sur elle-même ? »*

Le lien entre les étapes 2 et 3 est fait naturellement par le fait que la médiatrice et la bissectrice ont été mentionnée avant comme axes de symétrie du segment et de l'angle et donc justifié comme étude de cas particuliers

L'enveloppe : les connaissances nouvelles et anciennes mobilisées dans le chapitre :[182]

Connaissances nouvelles :

- Sur la symétrie comme transformation :
    - Définition de figures symétriques en référence au pliage

[182] En gras ce qui n'apparaît pas dans l'enveloppe de Denis.

- Définition du symétrique d'un point avec perpendicularité et milieu
- **Notation mathématique (avec flèche)**
- **Réciprocité de la symétrie**
- Construction de symétriques de points sur papier blanc
- Reconnaissance et construction de symétriques de segments sur papier blanc.
- propriété de conservation (alignement, longueur, angles, aires, parallélisme et orthogonalité)
- symétrique d'un segment, d'une droite, d'un cercle.
- Construction du symétrique d'une figure sur papier quadrillé
- Construction du symétrique d'une figure sur papier blanc.
- définition du symétrique d'un point avec la médiatrice
- **construction du symétrique d'un point au compas.**

➢ Sur les axes de symétrie :
  - Définition d'un axe de symétrie en référence à la stabilité de la figure par symétrie
  - **Axes de symétrie de figures géométriques de base (en particulier médiatrice et bissectrice)**
  - **Axes de symétrie de figures géométriques usuelles (triangles, quadrilatères, cercle)**
  - Reconnaissance d'axes de symétrie de figures

➢ Sur la médiatrice :
  - médiatrice comme axe de symétrie de deux points.
  - Définition de la médiatrice par perpendicularité et milieu du segment.
  - Propriété d'équidistance et réciproque,
  - construction au compas
  - **médiatrices des côtés d'un triangle**

connaissances anciennes réinvesties : certaines sont nécessaires pour traiter le chapitre :

➢ Perpendicularité, parallélisme, équidistance, appartenance, alignement, longueur, aire
➢ Point, segment, droite, demi-droite, angle, **droite support d'un segment, d'une demi-droite,** bissectrice d'un angle
➢ Construction d'un point à une distance donnée de deux autres au compas.
➢ **Déplacements sur quadrillage**
➢ Triangles **(quelconque,** isocèle**, équilatéral)**
➢ Quadrilatères **(définition des quadrilatères particuliers –** carré**, rectangle, trapèze, trapèze isocèle, losange, parallélogramme,** diagonales**, propriété des diagonales du losange comme bissectrices des angles)**

D'autres sont indépendantes de la notion de symétrie mais réinvesties à l'occasion d'exercices.

➢ Nature d'un triangle, d'un quadrilatère
➢ **Pentagone, hexagone.**
➢ Cercle (rayon, diamètre, égalité des longueurs des rayons, équidistance au centre des points du cercle**, corde**)
➢ Construction d'angles de mesure donnée, **construction au compas de la bissectrice**
➢ Construction d'un triangle avec un angle et deux longueurs données

- Propriété « si deux droites sont perpendiculaires, toute perpendiculaire à l'une est parallèle à l'autre »
- Périmètre d'une figure
- Construction de la bissectrice au compas.
- Calcul : 3 fois 4, 44/2, 108/2, 22+54, identifier que 76 est la moitié de 152.

Connaissances futures évoquées :

- **Translation, rotation, symétrie centrale**

L'enveloppe est à comparer par exemple avec des manuels, ou d'autres scénarios.

Beaucoup de connaissances anciennes réinvesties, et pas seulement celles qui sont nécessaires pour traiter le chapitre. Elles apparaissent en particulier dans les exercices plus complexes en fin de partie : comme si on commençait par étudier la nouvelle notion, puis on fait un travail pour l'intégrer aux connaissances anciennes, la relier.

A voir dans le déroulement : qui a la responsabilité de convoquer les connaissances anciennes ? y a-t-il un rappel organisé dans ces cas là, avant pendant ou après, ou fait-on comme si c'était transparent. Comment crée-t-on le lien entre ancien et nouveau ? est-ce qu'il s'agit de questions indépendantes, qui sont là juste pour le principe de faire de l'ancien puis du nouveau, ou y a-t-il une réelle articulation ? (voir les adaptations A3 dans les questions portant sur du nouveau)

Dans l'ensemble, on observe une réelle articulation : par exemple, dans l'exercice 14, on fait d'abord une construction relevant de connaissances anciennes, puis une preuve relevant à la fois de connaissances anciennes et nouvelles : il s'agit d'utiliser à la fois la conservation des longueurs et l'égalité de longueur des rayons d'un cercle.

Remarque : même des connaissances futures sont abordées, notamment pendant l'exercice d'introduction : il est fait référence à la translation, la symétrie centrale et la rotation, en précisant quand elles seront étudiées. Il y a ainsi un travail sur la construction du filet, en amont et en aval.

La répartition par genres de tâches est la suivante :

En tout 29 exercices[183] contenant 75 tâches soit en moyenne 2.58 tâches par exercice.

- **Dessins** : 4 d'axes de symétrie
- **Reconnaissance** : 11 tâches de reconnaissance en tout, réparties en trois groupes : les cinq premières au début du chapitre, 3 autres au début du travail sur les axes de symétrie, 2 sur les propriétés de la médiatrice, et une à la toute fin sur les axes de symétrie de figures.
    - une de transformations,
    - une de reconnaissance d'erreurs dans le symétrique d'une figure,
    - 2 sur les symétriques de figures et/ou de points : une sur papier blanc et une sur quadrillage
    - une de reconnaissance de segments de même longueur.

[183] Unité définie par le professeur ou par le livre. Unité d'un énoncé pouvant contenir plusieurs questions et plusieurs tâches mathématiques. Chaque question correspond à peu près à une tâche mathématique.

- 4 sur les axes de symétrie (parfois combinées à la construction/dessin de ces axes)
- 2 concernant les propriétés de la médiatrice. (propriété d'équidistance et réciproque).

➢ **Construction** : 41

Partie 1 : 22 tâches dont 3 sur de l'ancien. Principalement des tâches de construction de symétriques (3 sur quadrillage, le reste est sur papier blanc).

Partie 2 : 11 tâches de construction d'axes de symétrie et de nombreux « dessins » d'axes.

Partie 3 : 8 tâches de construction dont 1 sur de l'ancien, principalement des constructions au compas de médiatrices, symétriques de points et bissectrices.

Dans l'exercice de synthèse : 2 constructions dont 1 relevant de l'ancien.

➢ **Preuve** :15

Partie 1 : 11 tâches dont 4 sur de l'ancien éventuellement mélangé avec du nouveau. Le nouveau mobilisé ici consiste en les propriétés de conservation.

Pas de preuve dans la partie 2

3 tâches de preuve dans la partie 3 : une utilisant la propriété de conservation des longueurs, et une utilisant la propriété d'équidistance des points de la médiatrice aux extrémités du segment mélangé à de l'ancien.

1 tâche de preuve dans l'exercice de synthèse (exercice 28)

➢ **Calcul : 3**

1 tâche de calcul dans la première partie : calcul d'aire d'un triangle rectangle 3*1,2

2 tâches de calcul dans les derniers exercices du chapitre (dont l'exercice de synthèse) qui portent sur de l'ancien, mais qui nécessitent d'utiliser les questions précédentes, et des connaissances nouvelles.

➢ **1 exercice de classement**

Synthèse :

Globalement une dominance des tâches de constructions sur les autres genres (conforme au programme sur cette notion).

Partie 1 : 5 tâches de reconnaissance, 22 de construction et 11 de preuves

Partie 2 : 3 reconnaissance, 11 tâches de construction, et pas de preuve.

Partie 3 : 3 tâches de reconnaissance, 8 de construction et 2 tâches de preuve.

En tout, 11 tâches de reconnaissance (15.3 %), 41 de constructions (56.9 %), 13 de preuves (18.1 %) et 7 autres (9.7%).

Sur les 29 exercices, 16 (55,1 %) relèvent entièrement du même genre de tâches. Construction et reconnaissance : 5 (dont 2 reconnaissance puis construction : les axes de symétrie de figures géométriques)

Reconnaissance et preuve : associées seulement dans l'exercice 23, où on a une tâche de reconnaissance de l'équidistance des points de la médiatrice aux extrémités du segment puis la preuve de la propriété

Construction et preuve : 7 exercices parfois en associant encore avec d'autres tâches, ou plusieurs tâches de preuve.

3 exercices comportent plus au moins 3 tâches de genre différent.

Il semblerait que MC organise les tâches sur chaque partie en tâches de reconnaissance, puis tâches de construction puis tâches de preuve, et enfin des exercices mélangeant des tâches de plusieurs genres. Pour la partie 2, on note l'absence du troisième genre de tâches, lié probablement au fait que l'ensemble de la partie se situe plutôt dans GI (on verra dans le déroulement que MC fait parfois évoluer les tâches vers du GII, notamment pour les axes de symétrie de figures usuelles).

Les conceptions de la symétrie :

Le scénario est construit de telle façon que la première partie a trait à l'approche dynamique de la symétrie, la partie 2 concerne l'approche statique et la partie 3 mélange les deux. Est-ce un choix conscient de MC ? En tout cas très net, et la séparation des deux approches correspond à ce que l'on voit dans un certain nombre de manuels (en particulier celui de sa classe qui sépare en deux chapitres), mais le fait de mélanger les deux dans la dernière partie est plus original (à vérifier dans les manuels).

L'articulation entre les deux conceptions se fait autour de la médiatrice, puis la bissectrice, et par le biais des constructions au compas.

Un travail explicite est parfois mené sur les conceptions fausses, en particulier dans la première partie, un peu dans la deuxième, et presque pas dans la troisième, même si on peut toutefois constater que les figures particulières y sont alors inexistantes (comme si les conceptions erronées n'existaient plus). Le fait de les ignorer a probablement des conséquences : soit cela fait cohabiter des conceptions fausses liées à des cas particuliers avec des conceptions justes : les unes ne se révélant pas dans les mêmes conditions que les autres, soit cela correspond à un réel dépassement des conceptions fausses par les élèves. (en fait, c'est probablement variable selon les élèves et les situations)

Les adaptations :

Au fur et à mesure du scénario, les tâches contiennent de plus en plus d'adaptations, et de plus en plus évoluées.

Quasiment aucune tâche simple et isolée.

Beaucoup de A1, de A4 (lié au fait que la construction même du symétrique d'un point nécessite la prise en compte de 2 contraintes et donc d'établir des étapes).

Les tâches de preuve sont en général complexes : les premières ne contiennent parfois comme adaptation que la reconnaissance de la propriété à utiliser (A1), mais plusieurs mobilisent plusieurs notions, parfois mélangent ancien et nouveau, voire impliquent des changements de points de vue et même deux tâches impliquent un changement de cadre (du géométrique au numérique) : A3. Plusieurs tâches mélangent même plusieurs adaptations de type A3.

On trouve également quelques adaptations A5, allant de simplement utiliser le résultat précédent à utiliser les données de la question précédente, en particulier comment telle figure a été construite…

Quelques A6 avec un choix entre plusieurs manières de faire.

On trouve enfin une adaptation A7 dans l'exercice 17.

Les tâches sont également organisées de façon progressive, contenant progressivement plus d'adaptations, mélangeant des connaissances anciennes et nouvelles.

Le jeu GI/GII :

Un jeu important sur GI/GII, en commençant par des tâches dans GI pour amener progressivement les élèves à travailler dans GII, qu'il s'agisse des preuves ou même des constructions, sauf peut-être pour la partie 2, dans laquelle le paradigme de travail n'est pas très clair.

Un travail explicite sur les niveaux de justification (« sans utiliser d'instrument de mesure »…) mais des énoncés parfois ambigus, en particulier sur les justifications attendues dans les tâches de preuve, mais aussi dans les constructions.

Annexe 6 : Chronologie globale de Martine

Séance 1: 59

temps	0	2:40	4:40	38:08	45:20	47:12
Durée	2:40[184]	2:00	33:28	7:12	1:52	0:48
Episode	**Non mathématiqu**e Installation des élèves	**Cours** Nouveau chapitre, titre	**Exercices** Exercice 1	**Cours** Définition figures symétriques	**Exercice** Exercice 2 tâche 2a	**Cours**: conservation des mesures

temps	48	50:10	57:15	59
Durée	2:10	7:05	1:45	
Episode	**Exercices** Fin exercice 2	**Exercices** Exercice 3	**Non math** Rend les contrôles	**fin**

Séance 2: 54:20

temps	0	3:10	15:20	20:16	38:56	54:20
Durée	3:10	12:10	4:56	18:40	15:24	
Episode	**Non mathématique** Installation	**Calcul**	**Rappels de cours** Retour sur l'activité du matin superposable/symétrique remarque dans le cours	**Exercice** Exercice 4	**Cours**: définition + reprise avec 2 contre-exemples + notation	**devoirs**

Devoirs: Corriger le contrôle

Séance 3: 53

temps	0	20:23	22:40	40:22	47:42	53:00
Durée	20:23	2:17	17:42	7:20	2:18	
Episode	**Rappels de cours** (définition et notation)	**cours** construction du symétrique d'un point (structuration exclusivement)	**Exercice** Exercice 5	**Exercice** Exercice 6 (correction directe)	**Exercice** Exercice 7 en autonomie (commencé)	devoirs

Devoirs: finir l'exercice 7

Séance 4: 54:44

temps	0	1:00	10:15	23:07	27:20	54:44
Durée	1:00	9:15	12: 52	4:13	27:24	
Episode	**Non mathématique** installation	**Rappels de cours** (notation + définition)	**Correction** Exercice 7	**cours** synthèse: méthode construction symétrique d'un point	**Exercice** Exercice 8 + bilan méthodes de construction (oral rapide)	Devoirs

Devoirs: finir la feuille 3

[184] Le découpage à la seconde près peut sembler étonnant. Il nous semblait perdre trop d'information en codant à la demi-minute près et il ne nous semblait pas plus économique de coder à la dizaine de secondes près. Nous avons donc choisi le codage à la seconde près, tout en sachant qu'il n'indique en réalité que le temps à quelques secondes près.

Séance 5: 59

Temps	0	2:40	7:18	10:10	19 :52	37 :04	43	59
Durée	2:40	4:38	2:52	9 :42	17 :12	5 :56	16:00	
Episode	**Non mathématique** Installation des élèves	Interrogation écrite	**Non math**	**Correction** exercice 8 avec synthèses qui ont statut de cours	**Correction** Exercice 9 avec synthèses qui ont statut de cours	**Correction** Exercice 10 avec synthèses qui ont statut de cours	**Exercice** Exercice 11	**fin**

Séance 6: 55:25

temps	0	1:22	12:19	29:02	55:25
Durée	1:22	10:57	16:43	26:23	
Episode	**Non mathématique** Installation des élèves	**calcul** Retour sur les échelles.	**Exercice** Suite de l'exercice 11 + correction	**Cours** Propriétés de conservation + utilisation (avec retour à l'exercice 11)	devoirs

Devoirs: exercice 12

Séance 7: 53:44

temps	0	0:40	8:53	14:47	31:53	53:44
Durée	0:40	8:13	5:54	17:06	21:51	
Episode	**Non mathématique** installation	**Rappels de cours**, retour sur la conservation	**Correction** exercice 12	**Exercices** Exercice 13	**Exercices** Exercice 14	**Non mathématique** Rend l'interro

Séance 8: 52:53

temps	0	1 :00	26:53	29:45	49:19	52:53
Durée	1:00	25:53	2:52	19:34	3:34	
Episode	**Non mathématique** installation	**Exercice** Exercice 15	**Cours**: axes de symétrie de figures usuelles ; titre structuration	**Exercices** Début exercice 16	**Cours** Définitions axe de symétrie	devoirs

Devoirs: pour mercredi 12 mai, DM : rédiger sur feuille l'exercice 17.

Séance 9: 53:16

temps	0	2:35	19:33	23	32:16	40:28	53:16
Durée	2:35	16:58	3:27	9:16	8:12	12:48	
Episode	**Non mathématique** installation	**Correction** DM: Exercice 17	**Rappels de cours**	**Exercices** Reprise et fin de l'exercice 16	**Exercice** Exercice 18	**Exercice** Exercice 19	devoirs

Devoirs: feuille chercher les axes de symétries de figures.

Séance 10: 55:15

temps	0	3:34	34:38	36:31	39:29	51:05	55:15
Durée	3:34	31:04	1:53	2:58	11:34	4:10	
Episode	**Non mathématique** Installation Elle rend les DM Le rétro ne marche pas	**Correction** de l'exercice 20	**Correction** de l'exercice 21	**Cours** méthode pour chercher les axes de symétrie	**Exercice** exercice 22	**Cours** définition médiatrice	fin

Séance 11: 55:15

temps	0	14:25	17:37	22:52	24:24	55:15
Durée	14:25	3:12	5:15	1:32	30:51	
Episode	**Exercice** Tâches 23 a b c	**Cours** Propriété directe	**Exercice** tâche 23 d, traitement collectif de la preuve	**Cours** Propriété réciproque	**Exercice** Exercice 24	devoirs

Devoirs: finir le symétrique de M, et exercice 25.

Séance 12: 53:10

temps	0	3:07	22:10	27:30	53:10
Durée	3:07	19:03	5:20	25:40	
Episode	**Non mathématique** Installation, Réfléchir à ce qu'on a retenu du chapitre	**Correction** exercice 25	**Cours** définition du symétrique d'un point avec la médiatrice	**Exercice** Exercice 26	fin

Séance 13: 52:50

temps	0	4:30	36:10	49:15	52:50
Durée	4:30	31:40	13:05	3:35	
Episode	**Exercice** (fin) Retour sur les constructions du symétrique d'un point	**Exercice** exercice 27	**Exercice** Exercice 28	**Exercice** Exercice 29	fin

Annexe 7 : projet de cours de Denis

Partie géométrique – CHAPITRE D

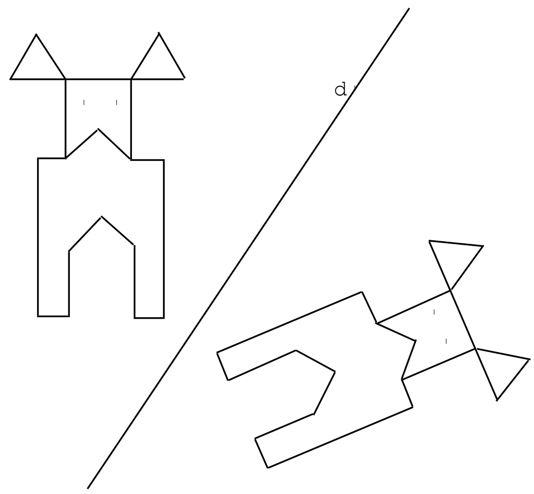
LA SYMETRIE AXIALE

I Approche expérimentale

1) Symétrie axiale et pliage

Définition 1 :

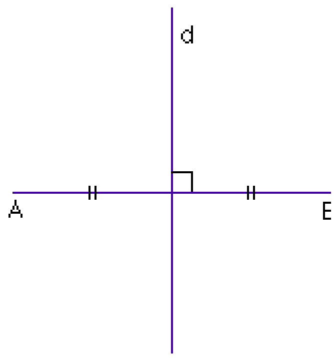
Deux figures $\mathcal{F}$ et $\mathcal{F}'$ sont **symétriques par rapport à une droite** (d) lorsque l'on peut faire coïncider $\mathcal{F}$ et $\mathcal{F}'$ par pliage selon la droite (d).



2) Médiatrice d'un segment

Soit A et B deux points distincts et soit (d) l'axe de symétrie des points A et B.

La droite (d) s'appelle la médiatrice du segment [AB].



Définition 2 :

La **médiatrice d'un segment** [AB] est la droite perpendiculaire à la droite (AB) et passant par le milieu du segment [AB].

II Image de figures usuelles par une symétrie axiale

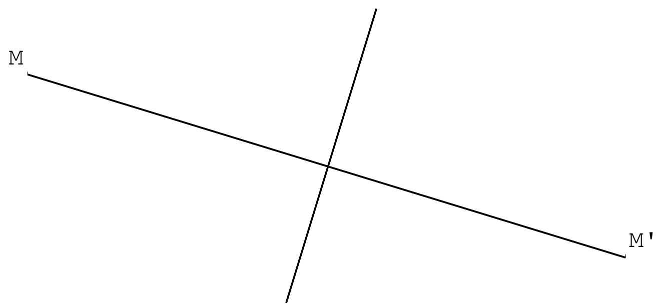
1) Image d'un point

Soit M un point du plan et (*d*) une droite.

L'image M' du point M par rapport à la droite (*d*) est tel que :

- si M$\in$(*d*) : M' et M sont confondus.
  On dit que tous les points de l'axe sont invariants.

- si M∉(*d*) : l'axe de symétrie (*d*) soit la médiatrice du segment [MM'].



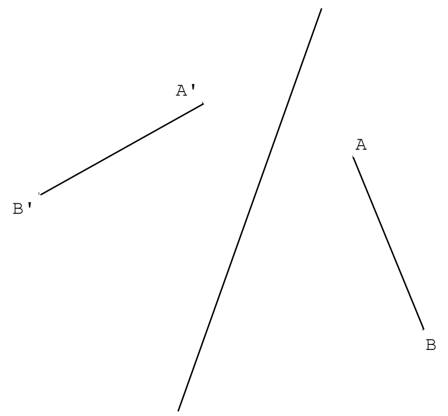
2) Propriété

Propriété 1 :

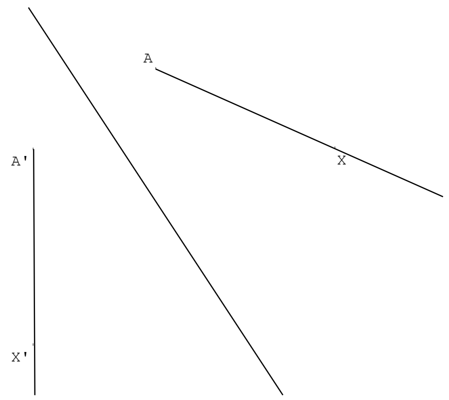
La symétrie axiale conserve les longueurs, l'alignement, les angles, les aires, le parallélisme, l'orthogonalité, …

Conséquences :

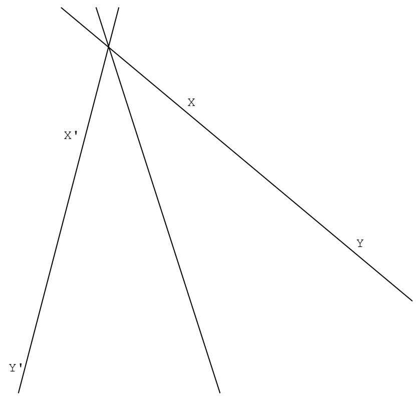
L'image par une symétrie axiale d'un **segment** est un segment de même longueur.



L'image par une symétrie axiale d'une **demi-droite** est une demi-droite.

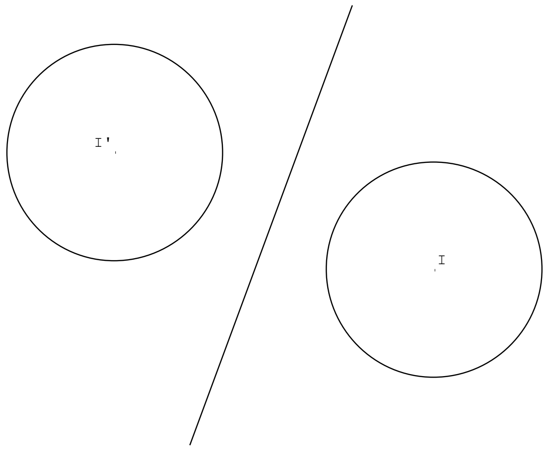


L’image par une symétrie axiale d’une **droite** est une droite.

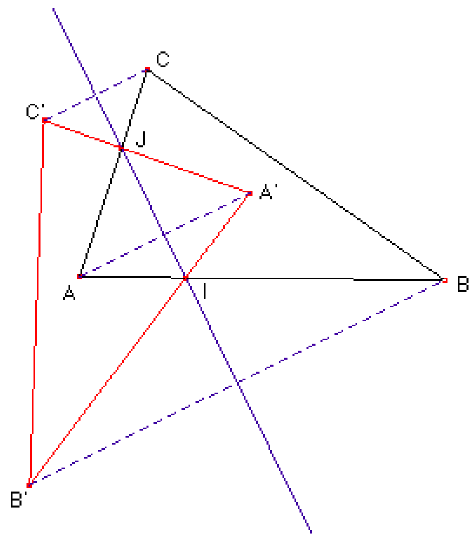


L’image par une symétrie axiale d’un **cercle** est un cercle de même rayon, les centres des cercles étant symétriques l’un de l’autre.

3)Exemple :



4)Soit ABC un triangle tel que : AB = 7cm ; AC = 4cm ; $\widehat{BAC}$ = 80°.



On note I le point de [AB] tel que : AI = 2cm.
On note J le point de [AC] tel que : AJ = 2,5cm.
1.Construire l’image A’B’C’ du triangle ABC par la symétrie d’axe (IJ).

2.Déterminer la mesure de l’angle $\widehat{B'A'C'}$.
On sait que : la symétrie d’axe (IJ) transforme : A en A’
B en B’
C en C’

Or la symétrie axiale conserve les angles.

Donc : $\widehat{B'A'C'}$ = $\widehat{BAC}$ = 80°.

III Axe(s) de symétrie d’une figure

1. Définition

Définition 3 :

Une droite (*d*) est un axe de symétrie d’une figure lorsque l’image de cette figure par la symétrie d’axe (*d*) est la figure elle-même.

E	X	E	M	P	L	E	S
1 axe	2 axes	1 axe	1 axe	__	__	1 axe	__

2. Médiatrice d'un segment

a) Propriété

Propriété 2:

Si un point appartient à la médiatrice d'un segment, alors il est équidistant (à égale distance) des extrémités de ce segment.

Exemple : Soit [AB] un segment tel que : AB = 6cm.

On note (d) la médiatrice du segment [AB], et C un point de (d) tel que : BC = 5cm.

Quelle est la longueur du segment [AC] ? Justifier.

On sait que : C appartient à la médiatrice du segment [AB].

Or, si un point appartient à la médiatrice d'un segment, alors il est équidistant des extrémités de ce segment.

Donc : AC = BC = 5cm

b) Propriété réciproque

Propriété 2' (réciproque) :

Si un point est équidistant (à égale distance) des extrémités d'un segment, alors il appartient à la médiatrice de ce segment.

Exemple : Tracer un triangle IJK tel que : IJ = 7cm ; JK = 5cm ; IK = 7cm.

Démontrer que I appartient à …………………… ?

On sait que : IJ = IK (= 7cm).

Or, si un point est équidistant des extrémités d'un segment, alors il appartient à la médiatrice de ce segment.

Donc : I appartient à la médiatrice du segment [JK].

c) Construction de la médiatrice d'un segment au compas

METHODE : le segment étant tracé

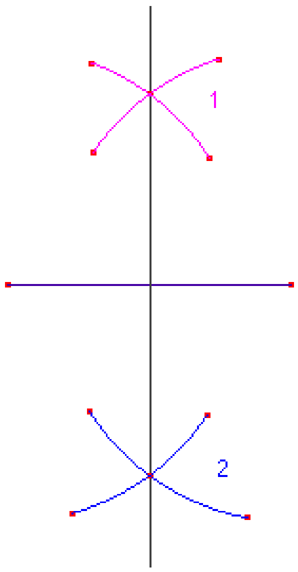
1- prenant un écart de compas suffisant grand, on pointe sur une extrémité du segment et on fait un arc de cercle.
Ensuite, **en gardant le même écart**, on pointe sur l'autre extrémité et on fait un autre arc de cercle.

Les deux arcs de cercles se coupent en un point.

2- on refait la même chose avec un autre écart de compas (ou avec le même écart mais en traçant les arcs de cercles de l'autre côté du segment).

Les nouveaux arcs de cercles se coupent en un autre point.

La médiatrice du segment est la droite passant par les points obtenus.



3) Bissectrice d'un angle

a) Définition

Définition 4 :

Un angle étant donné, l'axe de symétrie de cet angle est appelé la bissectrice d

Exemple : Découper un angle puis déterminer (par pliage) la bissectrice de cet angle.

b) Propriété

Propriété 3 :

La bissectrice d'un angle est la droite qui partage l'angle en deux angles de même mesure.

Exemple : Tracer un angle $\widehat{xOy}$ de 80° puis sa bissectrice (d).

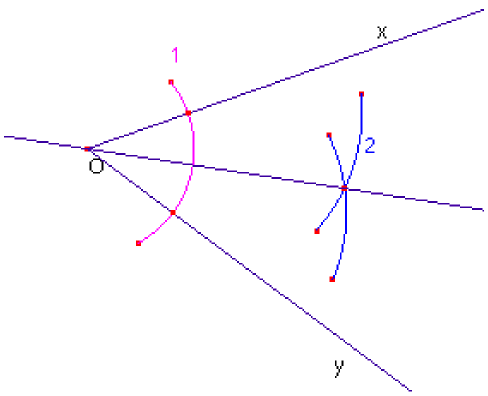
Construction de la bissectrice d'un angle au compas

METHODE : un angle étant donné

1- prenant un écart de compas, placer un point sur chaque côté de l'angle à même distance du sommet.

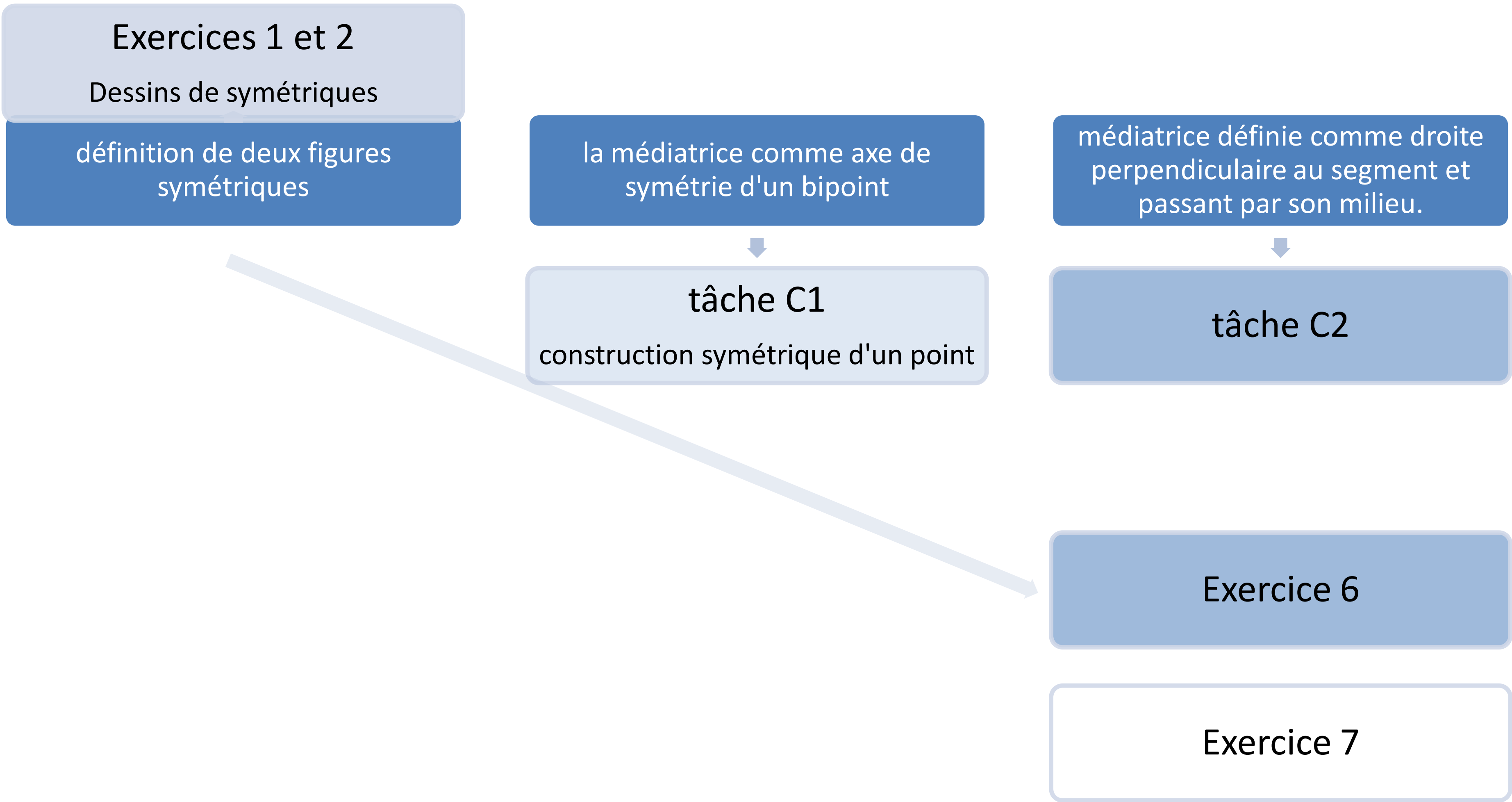
2- prenant un écart de compas, placer un point à même distance des deux points précédents (autre que le sommet de l'angle)

La bissectrice de l'angle est la droite passant par le sommet et par le point obtenu en 2.



Annexe 8 : schéma du scénario de Denis

I Approche expérimentale



II Images de figures usuelles par une symétrie axiale

définition/construction du symétrique d'un point (avec la médiatrice)
- Exercice C3 – construction du symétrique d'un point
- Exercice 3 – dessin de symétriques de figures
- Exercice 9 – Dessin du symétrique d'une figure
- tâche 9b' – construction du symétrique d'un point

propriété de conservation
- Exercice C4 – reconnaissance du symétrique d'un segment et d'un triangle
- DM12
- Exercice 13 – construction du symétrique d'une figure complexe sur quadrillage
- Exercice 14 – construction du symétrique d'une figure complexe sur quadrillage

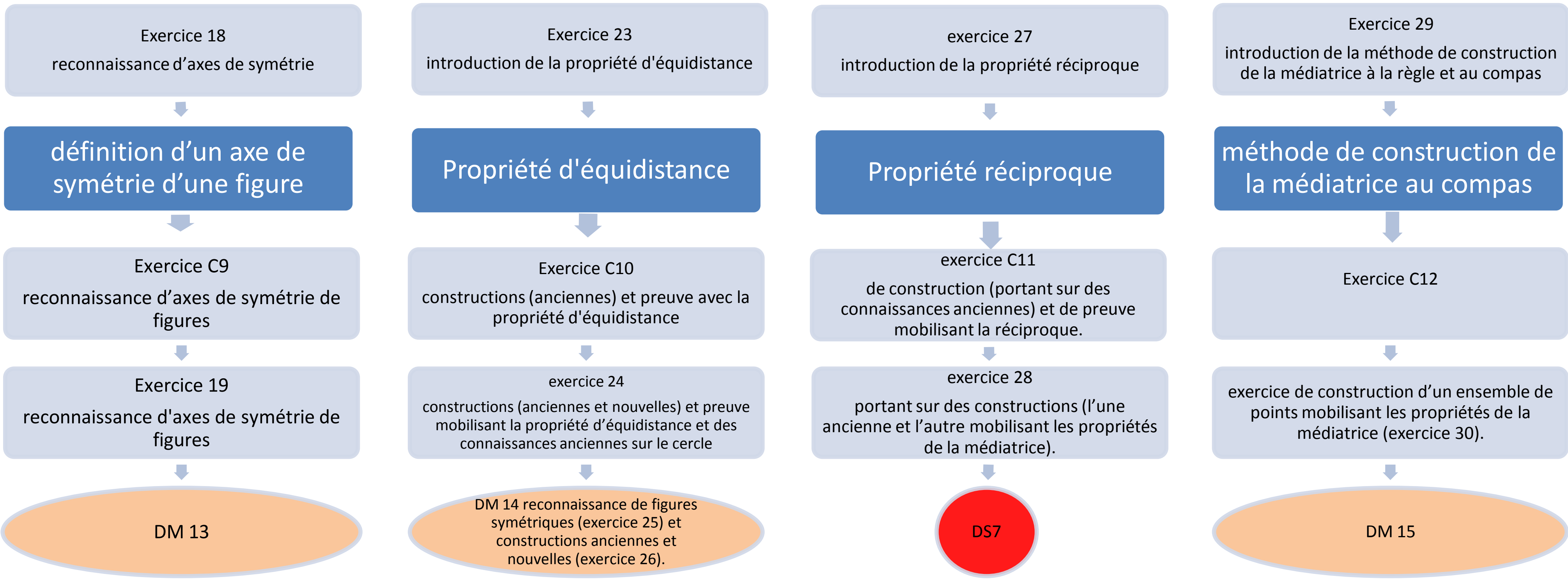
symétrique d'un segment
- Exercice C5 – construction du symétrique d'un segment
- Exercice 15 – construction du symétrique d'une figure complexe sur papier blanc
- Exercice 16 – construction du symétrique d'une figure complexe sur papier blanc
- Exercice 17 – construction du symétrique d'une figure complexe sur papier blanc

symétrique d'une demi-droite
- Exercice C6 – construction du symétrique d'une demi-droite

symétrique d'une droite
- Exercice C7 – construction du symétrique d'une droite
- DS 6

symétrique d'un cercle
- Exercice C8 – construction du symétrique d'un cercle

III Axe(s) de symétrie d’une figure



Annexe 9 : liste des exercices de Denis

Légende :

Exercices réalisés en classe.
Exercices commencés en classe (au moins par les plus rapides) et terminés à la maison
Exercices réalisés à la maison
Exercices réalisés en classe mais pendant des phases de cours

33 exercices (en comptant le 22bis à part du 22) + 12 exercices proposés dans le cours (C*).
45 exercices en tout.

N° d'exercice, tâches	Description	Date de réalisation	Type de tâches	adaptations
1 a b c	Feuille 1 ex 1 : bateau, école, arbre	Séance 1, corrigé séance 1 pour bateau et école ? pour arbre	**Dessins symétrique d'une figure** Papier blanc Axe horizontal	A6 choix de la méthode Eventuellement A2/A4 selon la procédure choisie A1 pour reconnaître la symétrie axiale
2	Feuille 1, ex 2 : plan de la maison	Séance 1 pour la majorité des élèves, correction collective et individuelle partielle	**Dessin** symétrique d'une figure, Papier blanc Axe vertical	A6 et éventuellement A4
3	Feuille 2, ex 3 : le héron	Séance 1 pour certains, séance 2 pour les autres.	**Dessin** symétrique d'une figure, Papier blanc Axe horizontal	
4	Feuille 2, ex 4 : les erreurs	Pour les plus rapides, séance 1	**Reconnaissance** erreurs, papier blanc, axe vertical	
5	Feuille 2, ex 5	Pour les plus rapides, séance 1	**dessin** de symétriques de mots, papier blanc	
C1	Construction médiatrice	Séance 1	**Construction** symétrique d'un point quadrillage, axe vertical	A4
C2	Chiens stylisés	Séance 1	**Reconnaissance** de points symétriques, papier blanc, axe oblique	
6 a b c d	5 p. 193 maisons	Séance 1, correction a et b séance 1, c et d séance 2	**Reconnaissance/preuve**, papier quadrillé	A6 (le choix de la méthode) A1 (mais les élèves n'ont pas vu les propriétés qu'il faudrait appliquer)
6 d'		Figure d	**construction**, axe oblique, quadrillage, en partant de la « penchée ».	A2/A4
7 a à z	7 p. 193 axes de symétrie lettres de l'alphabet	A la maison Corrigé séance 2	**Reconnaissance** et **dessin** d'axes de symétrie	A7 les élèves ne savent pas ce qu'est l'axe de symétrie d'une figure A6 choix de la méthode
C3	Symétrique d'un point	Séance 2	**Construction** du symétrique d'un point, axe oblique	A4
8 a à i	8 p. 193 axes de symétrie figures	Les plus rapides séance 2	**Reconnaissance** axes de symétrie, papier blanc	

9a b	3 p. 192 (chien)	à la maison, corrigé en classe séance 3	**dessin** symétrique d'une figure**,** papier quadrillé, axe vertical puis oblique	A2/A4
9b'	A partir de la tâche 9b (chien 3 p. 192)	Séance 3	**construction** partielle (2 points) symétrique d'une figure, papier mixte (en classe)	A2/A4
C4	symétrique d'un segment, triangle : propriété de conservation	Séance 3	**Reconnaissance** du symétrique d'un segment, d'un triangle (sur le chien début du cours)	
10 a b c	DM 12 ex 1 Trois quarts de cercle	A la maison	**Constructions** (ancien + symétrique d'une figure), papier blanc ou quadrillé, **preuve**, (nature d'un quadrilatère avec conservation des mesures)	A2/A4 pour les constructions, A4, A5, A1, A4 pour les preuves
11	DM 12 ex 2 erreurs	A la maison	**Reconnaissance** erreurs	A1
12 a b c d	DM 12 ex 3 triangle presque rectangle	A la maison	**Constructions** (ancien : triangle) et **construction** symétrique d'un point, papier blanc ou quadrillé, **preuve**, conservation des longueurs, **preuve** conservation d'angle	A4 (plusieurs fois pour constructions et preuves), A5, A1 (plusieurs fois, pour les constructions et les preuves)
13	Feuille 3 ex 1 chien sur quadrillage	Séance 4	**Construction** symétrique d'une figure quadrillage, axe vertical	A4
14a b	Feuille 3 ex 2 bonhomme	Séance 4	**Construction** symétriques de figures, quadrillages, axe vertical et horizontal.	A2/A4/A6
C5	Symétrique d'un segment	Séance 4	**Construction** du symétrique d'un segment axe oblique papier blanc	A4
15	3 p. 192 (chien) à refaire sur feuille blanche	à la maison sur feuille blanche	**Construction** symétrique d'une figure, feuille blanche, axe oblique	A4
16	Symétrique de la maison feuille blanche	à la maison sur feuille blanche	**Construction** symétrique d'une figure, feuille blanche, axe oblique	A4
17	la moitié du papillon. Feuille blanche	à la maison sur feuille blanche	**Construction** symétrique d'une figure, feuille blanche, axe oblique	A4
C6	Symétrique d'une demi-droite	Séance 5	**Construction** du symétrique d'une demi-droite axe oblique papier blanc	A4 A2 A6
C7	Symétrique d'une droite	Séance 5	**Construction** du symétrique d'une droite axe oblique papier blanc	A4 A2 A6
C8	Symétrique d'un cercle	Séance 6	**Construction** du symétrique d'un cercle, axe oblique, cercle à droite, papier blanc	A4
18 a b c d	Activité 2 p. 185 Axes de symétrie	Séance 6	**Reconnaissance** axes de symétrie de figures	A3
C9 a à h	Axes de symétrie	Séance 6	**Reconnaissance** axes de symétrie des lettres du mot EXEMPLES	
19 a à y	Panneaux de signalisation	Séance 6 à finir à la maison	**Reconnaissance** axes de symétrie de figures	

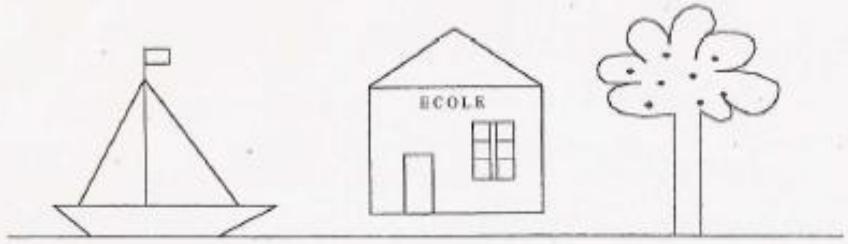
20	DM 13 ex 1 programme de construction		??	A4
21	DM 13 ex 2 Nombre de carreaux pour symétrie		**Reconnaissance** et dessin ? figure symétrique	A6
22 a b c d	DM 13 ex 3 1°)		**Construction** figures (quadrillage), **Reconnaissance/ dessin** axes de symétrie	A4
22bis	DM 13 ex 3 2°)		**construction** symétrique de figures (quadrillage)	A4
23 a b c d e	Activité 7 p. 187	Séance 7	**Construction** d'une médiatrice, **reconnaissance** de la propriété d'équidistance	A4
C10 a b c	Propriété d'équidistance des points de la médiatrice	Séance 7	**Construction** ancien (segment de longueur donnée 6) et nouveau (médiatrice) et **construction** ancien (un point d'une droite à distance donnée d'un point) **preuve** équidistance	A4, A1
24 a b c d	35 p. 196	Devoir de la séance 7 à la séance 8 corrigé séance 8	**Construction** ancien + médiatrices + ancien, **preuve** propriété d'équidistance + cercle	A4, A6, A4, A1,A3 pour la preuve
25	DM 14 ex 1 (cible)		**Reconnaissance** figures symétriques	
26 a b	DM 14 ex 2 demi-cercle et triangle		**Construction** ancien et **construction** symétrique d'une figure	A4 (plusieurs)
27 a b c d	Activité 8 p. 187	Séance 8	**Construction** points équidistants **reconnaissance** médiatrice	A6, A4
C11 a b	Propriété réciproque de la médiatrice	Séance 8	**Construction** ancien (triangle longueurs données) et **preuve** (réciproque de la propriété médiatrice)	A4, A1
28 a b	38 p. 196	Séance 9	**Construction** ancien (triangle) **construction** avec propriétés médiatrice	A4, A1
29a b	Activité 9 p. 187	Séance 10	**Construction** médiatrice au compas	A4
C12	Médiatrice au compas	Séance 10	**Construction** de la médiatrice d'un segment au compas	A4
30 a b	61 p. 199	Séance 10	**Construction** ensemble de points avec propriétés médiatrice	A1, A4
31 a b c d e	DM 15 ex 1		**Construction** ancien (triangle), **construction** symétrique d'un point, **preuve** conservation angle + **calcul**, **reconnaissance** bissectrice, **preuve** nature quadrilatère (cerf-volant)	A4, A4, A1, A3, A4, A1
32	DM 15 ex 2		**Construction** symétrique d'une figure, axe oblique, papier blanc	A4

Annexe 10 : Enoncés des exercices de Denis

Exercices 1 et 2

Exercice 1

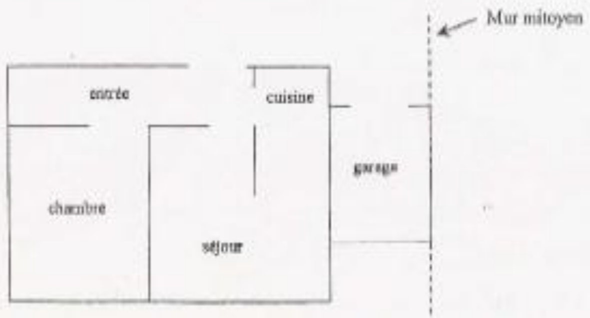
Dessine le reflet dans l'eau du bateau, de la maison et de l'arbre.



Exercice 2

Voici le plan d'une maison.

Dessine le plan de la maison qui lui est jumelée par le garage.

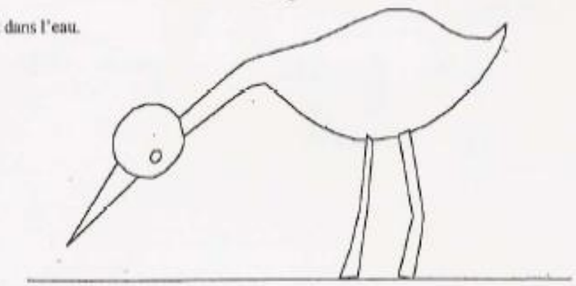


Exercices 3, 4 et 5 (de haut en bas)

Exercice 3

Voici un héron se mirant dans l'eau.

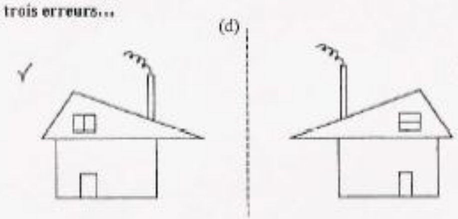
Dessine son reflet.



Exercice 4

On a dessiné à droite le reflet, "comme dans le miroir (d)", du dessin de gauche.

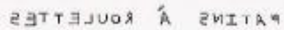
Trouve au moins trois erreurs...



Exercice 5

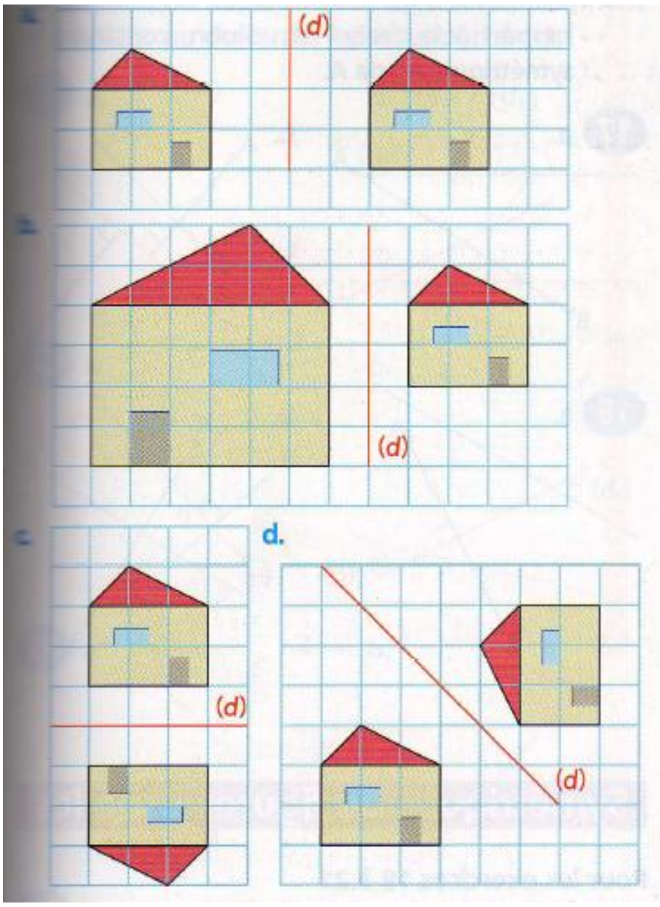
Léonard de Vinci avait pris l'habitude d'écrire de manière que son texte ne soit lisible qu'en le regardant dans un miroir.

1) **Déchiffre** le texte suivant :



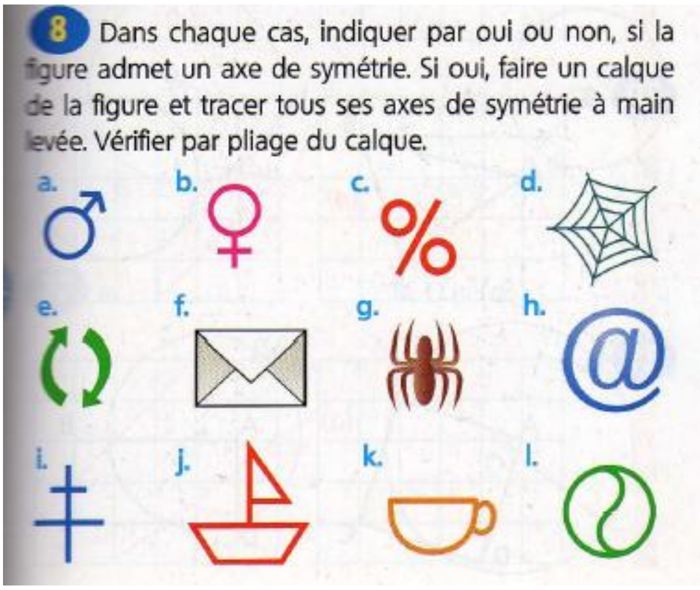
2) **Ecris** ton nom et ton prénom de cette façon.

Exercice N° 6. Enoncé : Dans chaque cas, indiquer pourquoi les deux maisons ne sont pas symétriques par rapport à la droite (*d*).

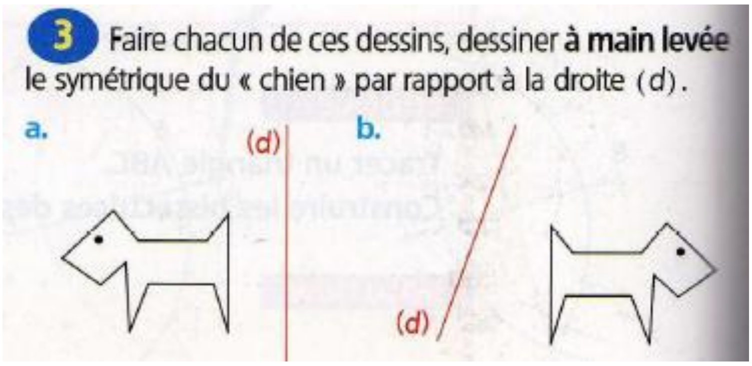


Exercice N° 7. Enoncé : quelles sont les lettres majuscules de l'alphabet qui ont des axes de symétrie ? Les écrire soigneusement pour montrer ces axes de symétrie.

Exercice N° 8.



Exercice N° 9.



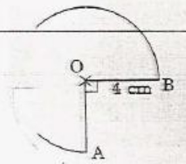
Exercices N° 10, 11 & 12 (DM 12)**.**

PARTIE II

Exercice1.

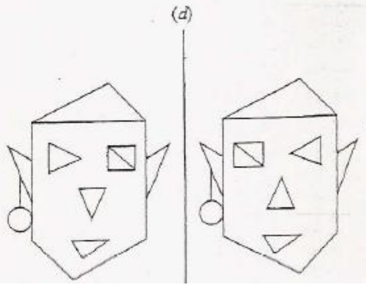
a) Reproduis la figure en vraie grandeur.

b) Construis le symétrique de cette figure par rapport à la droite (AB). Nomme alors O' le symétrique du point O.

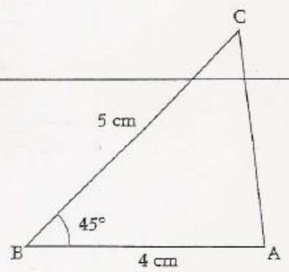


c) Quelle est la nature du quadrilatère AOBO' ? Justifie ta réponse.

Exercice2. Clara a voulu dessiner le symétrique de la figure de gauche par rapport à la droite (d), mais elle a commis cinq erreurs : à toi de les trouver !



Exercice3.



a) Reproduis la figure ci-dessus sur une feuille blanche.

b) Construis le point E symétrique du point B par rapport à la droite (AC).

c) Donne, sans la mesurer, la longueur du segment [AE]. Justifie ta réponse à l'aide d'une propriété du cours.

d) Donne la mesure de l'angle $\widehat{AEC}$. Justifie ta réponse à l'aide d'une propriété du cours.

Exercice N° 13[185].

xercice 1

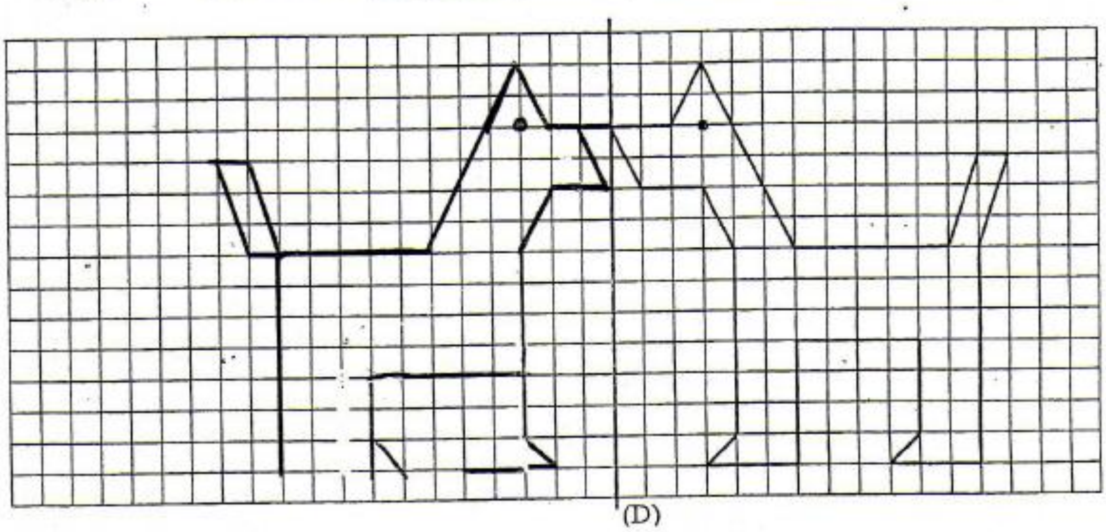
1) **Colorie en jaune** le chien ci-dessous.

2) **Dessine** " le reflet dans le miroir (D) " du chien jaune. Colorie ce reflet en vert.

3) **Vérifie** à l'aide d'un calque ou par pliage.

On dit que : le chien vert est **l'image** du chien jaune **par la symétrie orthogonale d'axe** (D)

ou que le chien vert est **le symétrique** du chien jaune **par rapport à** la droite (D).



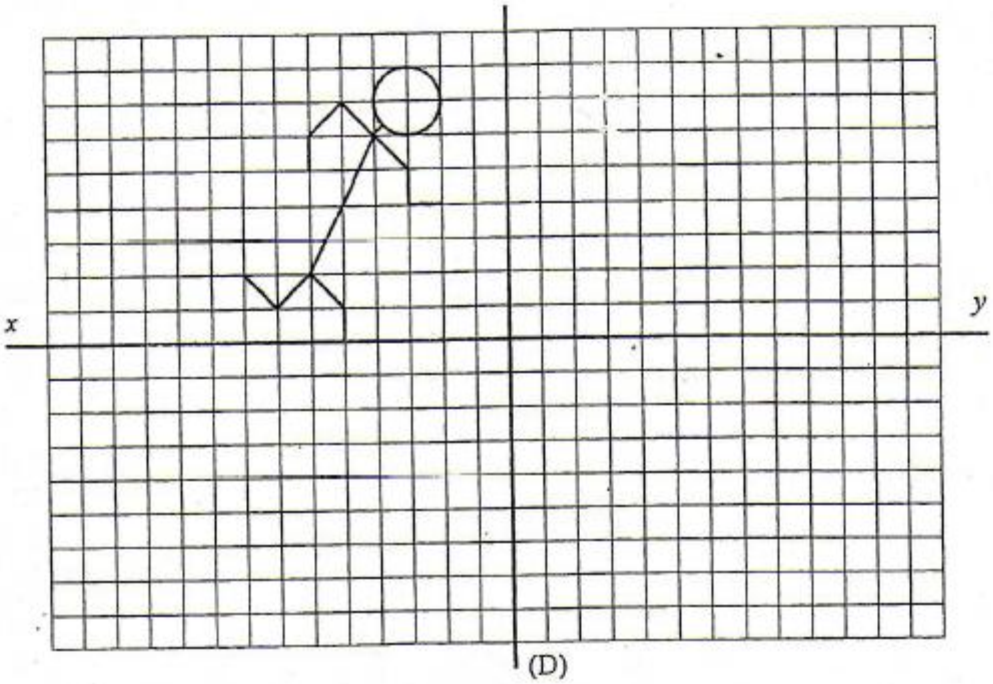
[185] Nous ne disposions pas d'un énoncé "vierge" pour cet exercice : on peut donc y voir la production d'un élève.

Exercice N° 14.

Exercice 2

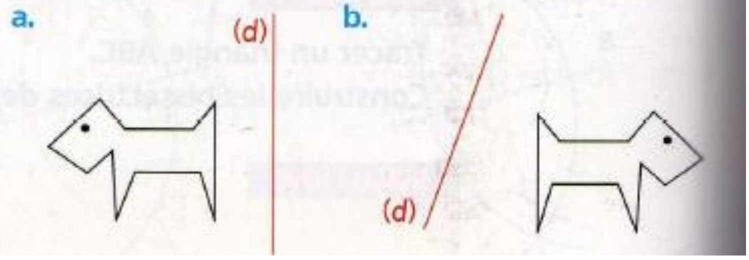
1) **Dessine le symétrique** du bonhomme ci-dessous par rapport à la droite (D). **Trace-le en rouge.**

2) **Construis** en vert l'image du bonhomme de départ dans la symétrie d'axe (xy).

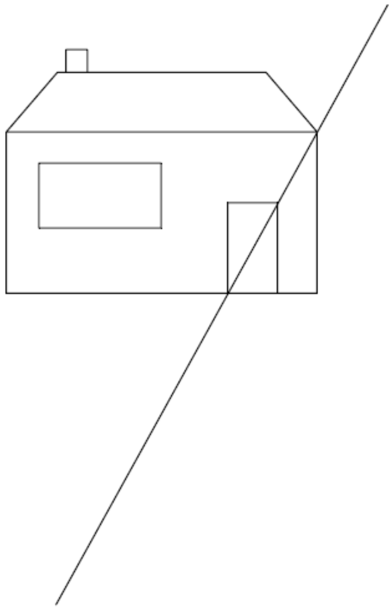


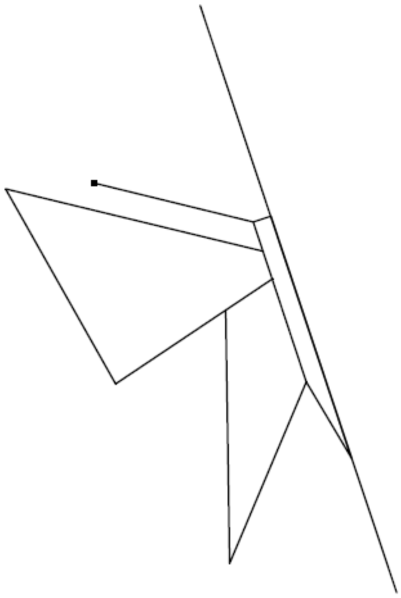
Exercice N° 15.

3 Faire chacun de ces dessins, dessiner **à main levée** le symétrique du « chien » par rapport à la droite (d).

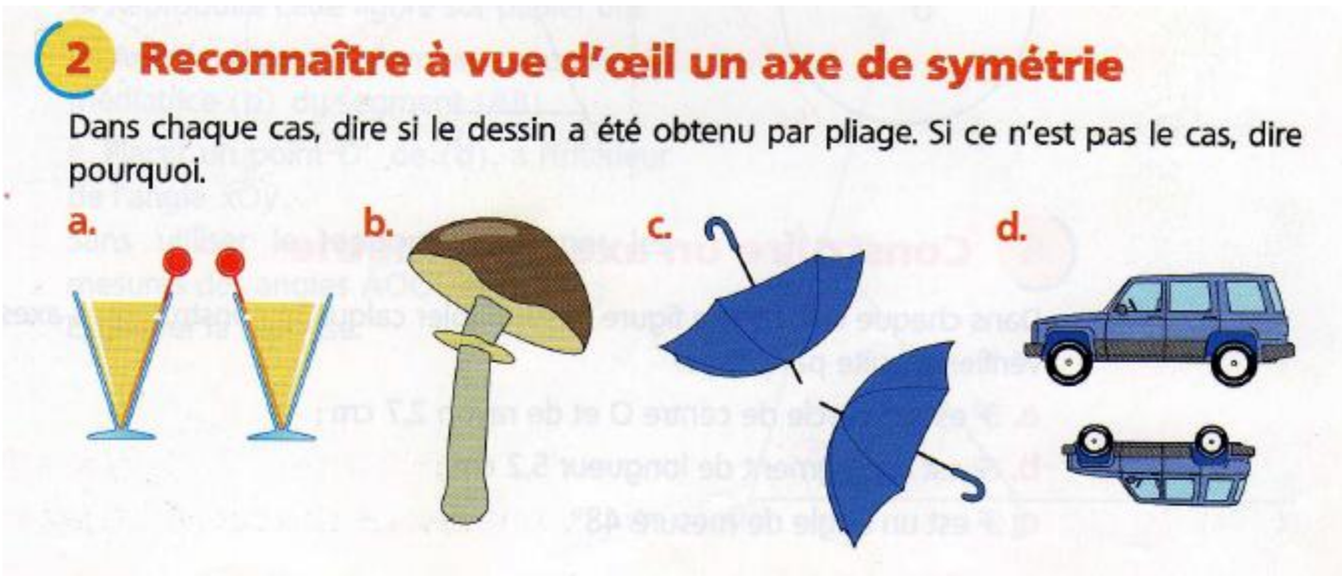


Exercices N° 16 (gauche) et 17 (droite).





Exercice N° 18.

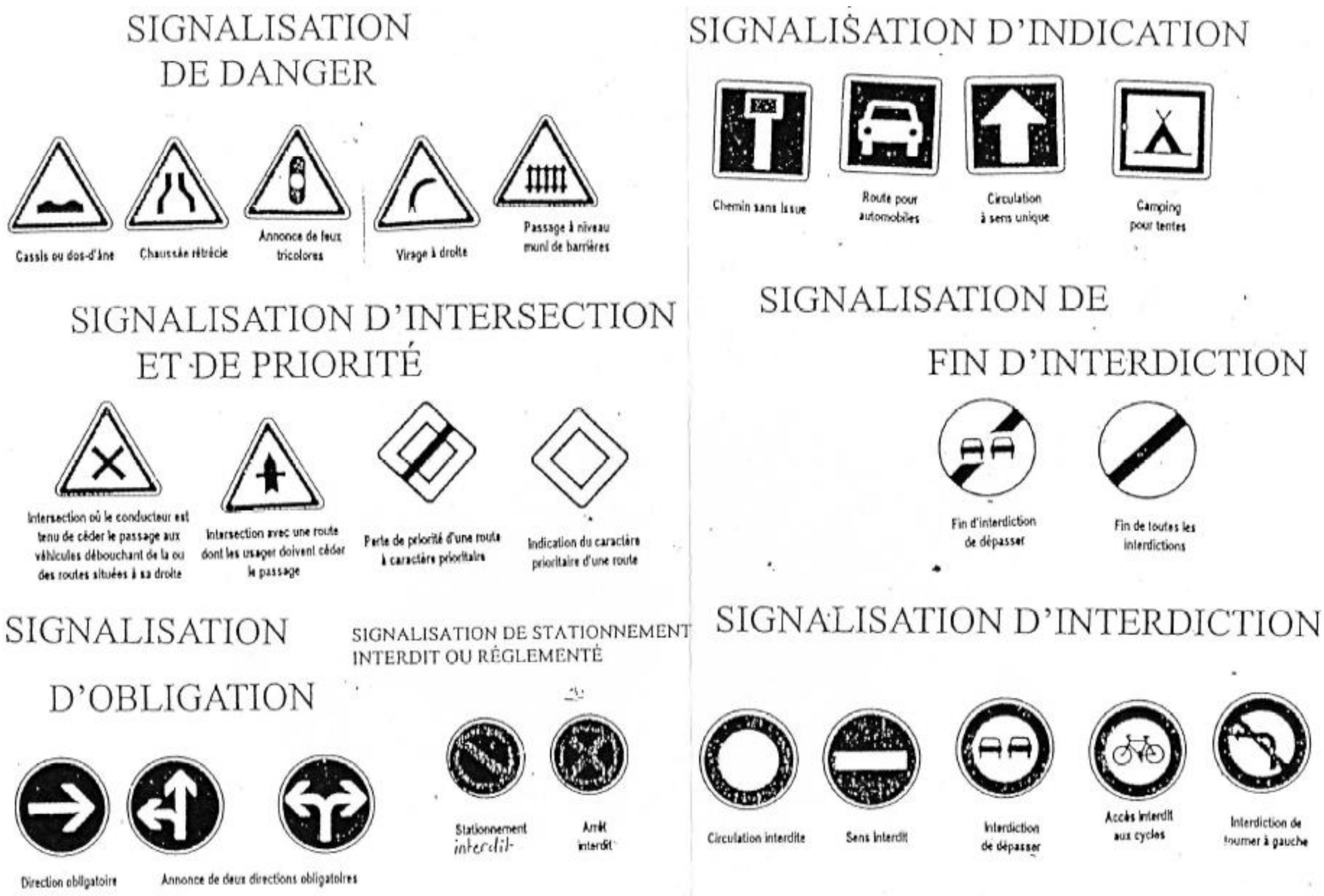


2 Reconnaître à vue d'œil un axe de symétrie

Dans chaque cas, dire si le dessin a été obtenu par pliage. Si ce n'est pas le cas, dire pourquoi.

a. b. c. d.

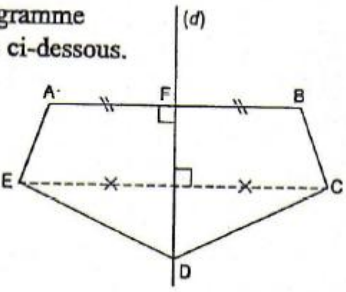
Exercice N° 19. Enoncé : trouver les axes de symétrie.



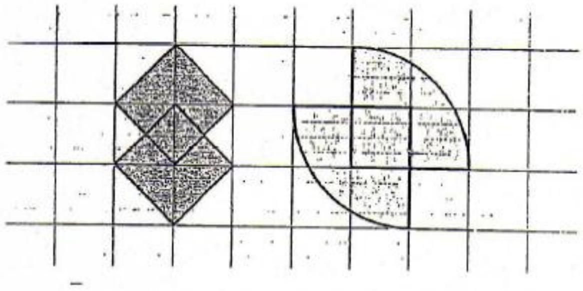
Exercices 20 et 21(gauche) et 22 et 22 bis (droite). (DM 13)

Exercice1.

Rédiger un programme de tracé de la figure ci-dessous. Commencer par : « Tracer un quadrilatère AEDF, tel que $\widehat{AFD}$ = … ».



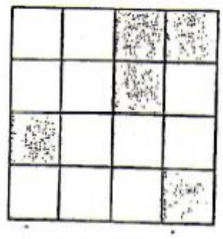
Exercice3. 1°) Reproduire les figures, puis tracer l'axe ou les axes de symétrie de chacune d'elles.



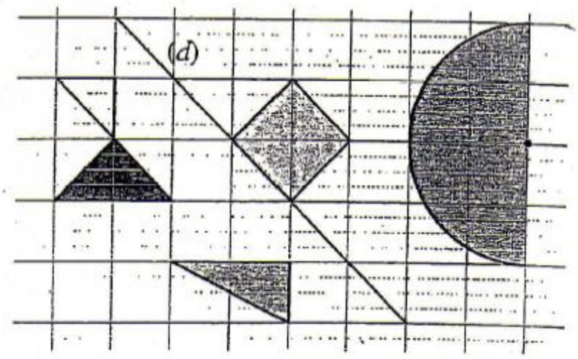
Exercice2.

Quel nombre minimum de petits carrés faut-il colorer pour que le grand carré présente un axe de symétrie ?

a. 1.
b. 2.
c. 3.
d. 4.
e. 5.



2°) Reproduire et compléter la figure pour quelle soit symétrique par rapport à la droite (d).



Exercice N° 23.

7 Une propriété des points de la médiatrice

a. Tracer un segment [AB] de longueur 6 cm.
b. Avec la règle graduée et l'équerre, construire la médiatrice (d) du segment [AB].
c. Placer un point M de la médiatrice (d).
d. Quel est le symétrique du segment [MA] par rapport à la droite (d) ?
Que peut-on dire alors des longueurs MA et MB ?

Exercice N° 24.

35 A, B, C sont trois points non alignés tels que AB = 6 cm et BC = 7 cm.

a. Faire une figure et construire les médiatrices des segments [AB] et [BC].

b. On note O le point d'intersection de ces médiatrices. Tracer le cercle de centre O qui passe par A.

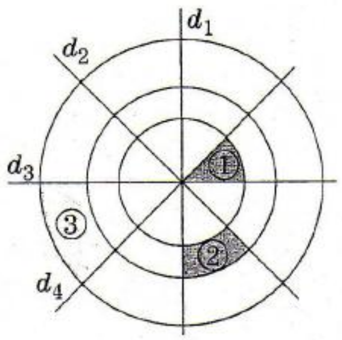
Que remarque-t-on ? Expliquer pourquoi il en est bien ainsi.

Exercices N° 25(gauche) et 26 (droite). (DM 14)

PARTIE II

Exercice 1.

La cible suivante est décomposée en 24 secteurs. Trois d'entre eux sont numérotés. Le tableau suivant permet de numéroter 12 autres secteurs en prenant les symétriques des secteurs ①, ② et ③ par rapport aux droites d_1, d_2, d_3, d_4.

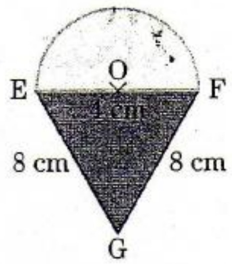


	d_1	d_2	d_3	d_4
①	④	⑤	⑥	⑦
②	⑧	⑨	⑩	⑪
③	⑫	⑬	⑭	⑮

Par exemple, le symétrique du secteur ① par rapport à d_1 est le secteur ④. Reproduire la cible en prenant 2 cm, 4 cm et 7 cm comme rayon des cercles puis numéroter et colorier les 15 secteurs.

Exercice 2.

Reproduire la figure suivante sachant que O est le centre du demi-cercle. Construire son symétrique par rapport à la droite (EF).



Indication : que peut-on dire des symétriques des points E, O et F ?

Exercice N° 27.

8 Une propriété des points équidistants de A et B

Objectif
Conjecturer que tout point équidistant de A et B, appartient à la médiatrice de [AB].

a. Tracer un segment [AB] de longueur 6 cm.

b. Avec les instruments de géométrie, placer :
- un point M à 5 cm de A et à 5 cm de B ;
- un point N à 8 cm de A et à 8 cm de B ;
- un point P à 3 cm de A et à 3 cm de B.

c. Placer trois autres points Q, R, S équidistants de A et B.

d. Sur une figure bien faite, les six points M, N, P, Q, R, S appartiennent à une même droite.
Quelle semble être cette droite ?

Le sens des mots
« Équi » est un préfixe qui indique l'égalité.
« Équidistant » signifie à égale distance.

Exercice N° 28.

38 **a.** Construire un triangle ABC tel que $AB = 4{,}5$ cm, $AC = 5{,}2$ cm et $BC = 7{,}3$ cm.
b. Construire avec la règle et le compas, tous les points qui sont équidistants de A et B, et qui sont à 4,5 cm de C.

Exercice N° 29.

9 Une autre construction de la médiatrice

a. Tracer un segment [AB] de longueur 7 cm.
b. Construire la médiatrice de ce segment avec la règle et le compas.

Exercice N° 30

61 **a.** Tracer un segment [CF] de longueur 3 cm.
b. P est un point tel que $PC = PF$ et $3 \text{ cm} \leq PC \leq 6 \text{ cm}$.
Utiliser la règle et le compas pour indiquer tous les emplacements possibles de P.

Aide
Tu disposes de deux informations sur le point P :
- « $PC = PF$ » : tu sais donc que le point P appartient à …
- « $3 \text{ cm} \leq PC \leq 6 \text{ cm}$ » : où se trouvent tous les points à 3 cm ou plus de C ? à 6 cm ou moins de C ?

Exercices N° 31(gauche) & 32 (droite). (DM 15)

PARTIE II

Exercice 1

MNO est un triangle tel que :

$\widehat{MON} = 52°$, ON = 4,2 cm et OM = 6 cm.

1) Construire le triangle MNO en vraie grandeur.

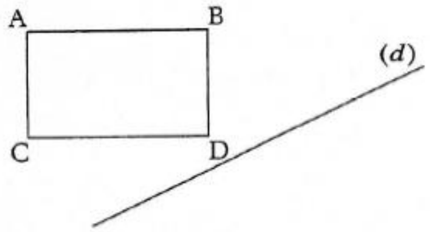
2) Construire le point P symétrique du point N par rapport à la droite (OM).

3) Combien mesure l'angle $\widehat{NOP}$? Justifier la réponse.

4) Que représente la droite (OM) pour l'angle $\widehat{NOP}$? Justifier la réponse.

5) Quelle est la nature du quadrilatère MNOP ? Justifier la réponse.

Exercice 2 Construis le symétrique du rectangle ABCD par rapport à la droite (d).



Annexe 11 : analyse globale du scénario de Denis

Organisation globale

Le plan du cours écrit[186] par Denis nous renseigne sur l'organisation globale du scénario.

L'introduction de la symétrie est faite en référence à l'approche dynamique de la symétrie (la symétrie comme transformation) et par des dessins de symétriques de figures (probablement pour préparer les constructions, en même temps que travailler la perception visuelle et l'aspect « concret » pour les élèves).

La première partie du cours, traitée à l'issue de l'introduction, et qui s'intitule I Approche expérimentale (comme dans le manuel) débute par la définition de deux figures symétriques à partir de la superposition par pliage. Elle est suivie par la définition de la médiatrice, introduite comme « axe de symétrie de deux points A et B » puis définie comme droite perpendiculaire au segment et passant par son milieu. Cela semble curieux car sans rapport apparent avec l'exercice d'introduction ou la première définition (d'autant plus que la notion d' « axe de symétrie » n'a pas encore été abordée), mais peut peut-être s'expliquer par une nécessité pour DB de donner cette définition avant de définir le symétrique d'un point grâce à la médiatrice.

La deuxième partie intitulée II Images de figures usuelles par une symétrie axiale débute par la définition du symétrique d'un point en utilisant la médiatrice. On trouve ensuite la propriété de conservation (des longueurs, alignement, angles, aires, parallélisme et orthogonalité) ; notons qu'il se servira pour l'introduire de constatations faites sur l'exemple de figures symétriques que les élèves ont collé après la définition de la première partie. Les constructions de symétriques de figures de base (segment, demi-droite, droite, cercle) sont présentées comme conséquences de la propriété de conservation. Cette partie se termine par la construction du symétrique d'un triangle coupé par l'axe, mais DB y renoncera par manque de temps, et parce qu'il considère que c'est trop difficile.

La troisième partie enfin porte sur les axes de symétrie d'une figure et commence par la définition d'un axe de symétrie par référence à la stabilité de la figure par symétrie. Vient ensuite une sous-partie sur la médiatrice d'un segment contenant la propriété d'équidistance[187], puis sa réciproque[188] et enfin la construction de la médiatrice au compas. Cette troisième partie s'achève sur la définition de la bissectrice (comme droite partageant un angle en deux angles de même mesure, sans référence à la symétrie), mais il renoncera également à cela par manque de temps.

L'enveloppe : les connaissances nouvelles et anciennes mobilisées dans le chapitre [189]

Connaissances nouvelles :

---

[186] Le cours est écrit par DB avant de commencer le chapitre, et les différences entre ce qui était prévu et ce que les élèves ont effectivement écrit dans leur cahier de leçon seront précisées.

[187] « **Propriété 2:** Si un point appartient à la médiatrice d'un segment, alors il est équidistant (à égale distance) des extrémités de ce segment. »

[188] « **Propriété 2' (réciproque) :** Si un point est équidistant (à égale distance) des extrémités d'un segment, alors il appartient à la médiatrice de ce segment. »

[189] En gras ce qui n'apparaît pas dans l'enveloppe de MC

- Sur la symétrie comme transformation :
  - Définition de figures symétriques en référence au pliage
  - définition du symétrique d'un point avec la médiatrice
  - construction du symétrique d'un point sur quadrillage
  - construction du symétrique d'un point avec perpendicularité et report de longueur
  - propriété de conservation (longueur, alignement, angles, aires, parallélisme et orthogonalité)
  - symétrique d'un segment, **d'une demi-droite**, d'une droite, d'un cercle.
  - Construction du symétrique d'une figure sur papier quadrillé
  - Construction du symétrique d'une figure sur papier blanc.
- Sur les axes de symétrie :
  - Définition d'un axe de symétrie en référence à la stabilité de la figure par symétrie
  - Reconnaissance d'axes de symétrie de figures
- Sur la médiatrice :
  - Définition de la médiatrice comme axe de symétrie de deux points.
  - Définition de la médiatrice par perpendicularité et milieu du segment.
  - Propriété d'équidistance et réciproque,
  - construction au compas.

connaissances anciennes réinvesties : certaines sont nécessaires pour traiter le chapitre :

- Perpendicularité, parallélisme, équidistance, alignement, appartenance, longueur, aire
- Point, segment, droite, demi-droite, angle, bissectrice d'un angle
- Construction d'un point à une distance donnée de deux autres au compas.
- Triangle isocèle
- Nature d'un triangle, d'un quadrilatère
- Cercle (rayon, diamètre, égalité des longueurs des rayons, équidistance au centre des points du cercle)

D'autres sont indépendantes de la notion de symétrie, mais réinvesties à l'occasion d'exercices.

- Quadrilatère (carré, diagonales, **cerf-volant**)
- Construction d'un point à une distance donnée de deux autres au compas.
- Construction d'angles de mesure donnée,
- Construction d'un triangle avec un angle et deux longueurs données
- **Construction d'un triangle dont les longueurs des trois côtés sont données**
- Propriété « si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles entre elles »
- **Programme de construction**
- Construction de la bissectrice au compas.
- Calcul : 52 fois 2.

Aucune connaissance future n'est évoquée.

L'enveloppe regroupe l'ensemble de ce qui est mentionné dans les programmes.

A comparer avec des manuels.

Un certain nombre de connaissances anciennes réinvesties, qui relèvent surtout des constructions et qui sont réinvesties à l'occasion d'exercices (le plus souvent à la maison ou en contrôle).

Répartition des tâches

En tout 45 exercices (dont 12 proposés dans les phases de cours) pour 86 tâches soit en moyenne 1,91 tâches par exercice)

Dessin : 12

- 8 de symétriques de figures (dont 4 par rapport à un axe horizontal et 3 par rapport à un axe vertical et 1 avec un axe oblique)
- 4 exercices de dessins d'axes de symétrie de figures (les lettres de l'alphabet, les panneaux de signalisation, les lettres de exemples, deux figures géométriques)

Reconnaissance : 19

- 6 erreurs (dont deux sur papier blanc, axe vertical, dont 1 en DM, et 4 sur quadrillage dont 2 axes verticaux, 1 horizontal, 1 oblique, les 2 derniers à la maison),
- 1 du symétrique d'un point (papier blanc, axe oblique, reconnaître sur une figure),
- 6 exercices de reconnaissance d'axes de symétrie (contenant les 26 lettres de l'alphabet, puis 12 figures, puis 4 figures, puis 8 lettres, puis 25 panneaux, puis 2 figures géométriques),
- reconnaissance du symétrique d'un segment sur une figure, papier blanc, axe oblique
- 2 reconnaissances (?) d'une figure symétrique (1 sur papier quadrillé),
- 1 de la propriété d'équidistance,
- une médiatrice
- une bissectrice

Construction : 45

- 4 constructions du symétrique d'un point, (dont 1 quadrillage, axe vertical, 1 quadrillage, axe ?, 2 papier mixte[190], axe oblique),
- 12 du symétrique d'une figure (dont 5 sur quadrillage, avec 1 axe oblique, deux verticaux, un horizontal et un oblique ; 3 papier blanc, axe oblique dont 1 où l'axe coupe la figure ; 1 sur papier inconnu, axe oblique ; 2 sur papier mixte, 1 axe horizontal et un oblique),
- 17 constructions ancien (3/4 de cercle ; 2 triangles avec un angle et 2 longueurs ; 3 segments de longueurs données ; trois points non alignés avec 2 distances données ; un cercle de centre donné passant par un point ; un point appartenant à une droite, à une distance donnée d'un point ; une figure formée par un demi-cercle et un triangle ; 6 points équidistants de deux points donnés : 3 longueurs données, 3 non données ; 2 triangles dont les longueurs des 3 côtés sont données),
- 4 symétriques de figures de base (1 segment, 1 demi-droite, 1 droite papier mixte, axe oblique ; 1 cercle papier blanc, axe oblique),

[190] Sur le cahier, c'est-à-dire qu'il y a un quadrillage, mais les élèves ne s'en servent pas : peut être un facteur de perturbation.

- 6 médiatrices (dont 4 milieu et perpendiculaire, papier mixte, (3 segments 6 cm, 1 de 7 cm) ; et 2 compas),
- deux ensembles de points avec des conditions de distance, mobilisant les propriétés de la médiatrice

Preuve : 8

- 3 ancien/nouveau (2 nature quadrilatère, mobilisant la conservation des mesures, 1 propriété d'équidistance et faisant intervenir des propriétés du cercle)
- 1 conservation des longueurs,
- 2 conservation des angles,
- 1 équidistance
- 1 réciproque de la propriété

Calcul : 1

Mesure d'angle : Multiplication par 2 ou addition

1 ex de programme de construction : souvent en ZEP, « pratique du langage »

Synthèse :

19 tâches de reconnaissance (22,1 %), 45 tâches de constructions (voire 53 si on compte les **dessins** de figures symétriques) (52,3 % voire 61,6 %) et 8 tâches de preuve (9,3 %).

La plupart des exercices ne sont composés que d'un genre de tâche (on ne mélange pas les difficultés ?) sauf principalement ceux des DM (et des contrôles).

Sur 42 exercices, 34 (80,9%) relèvent intégralement du même genre de tâche. Les 8 exercices qui mélangent plusieurs genres sont surtout situés à la fin du scénario et 7 d'entre eux contiennent 2 genres (5 construction et preuve, 2 construction reconnaissance) et un exercice (le 31 qui est dans le dernier devoir maison) contient 4 genres (construction, preuve, calcul, reconnaissance et preuve).

Les tâches de dessin sont les tâches d'introduction (comme s'il fallait partir de quelque chose de plus facile, de moins mathématique, de plus concret : les consignes relèvent du concret et pas des maths, et les figures également, et les axes sont dans 7 cas sur 8 horizontaux ou verticaux, aucun axe ne coupe une des figures). Elles se situent dans du pré-GI (?)

<u>Les adaptations :</u>

Les exercices contenant beaucoup d'adaptations et des adaptations originales sont dans les DM. Les exercices en classe sont souvent des tâches simples et isolées, sauf quelques exercices de type C*.

<u>Les conceptions de la symétrie :</u>

La manuel mélange tout au long du chapitre à la fois dans le cours et dans les exercices les approches dynamique et statique de la symétrie. DB lui a choisit de les séparer dans le cours en gardant l'approche statique pour la fin (à une phrase près au début concernant la médiatrice qu'il introduit comme « l'axe de symétrie de deux points », mais sans avoir défini un axe de symétrie[191]), mais suit la progression du livre pour les exercices et mélange ainsi les deux approches.

Beaucoup de tâches peuvent avoir pour conséquence un renforcement des conceptions erronées (les tâches de dessin, et beaucoup d'axes horizontaux et verticaux).

Peu de travail explicite de remise en cause de conceptions erronées.

Le GI/GII :

Peu de travail sur les paradigmes, d'autant que peu d'exercices de preuve (8), l'objectif est clairement majoritairement l'apprentissage des algorithmes de construction de symétriques de figures.

(à rapprocher du peu de justifications en dehors des exercices explicites de preuve).

[191] Il fait plus ou moins consciemment une confusion entre l'axe de la transformation et la notion d'axe de symétrie d'une figure.

Annexe 12 : Chronologie globale de Denis

Séance 1: 1:40:00

Temps	0	5	40:50	54:24	1:23:41	1:25:00	1:40:00
durée	5:00	35:50	13:34	29:17	1:19	15:00	
Episode	**Non mathématique** Vie de classe Post conseil de classe	**Exercices** Exercice 1 Exercice 2 pour les plus rapides Correction tâches 1a et 1b	**Exercices** Exercice 2 Exercice 3 pour certains Correction partielle exercice 2	**Cours** définition de figures symétriques et médiatrice, rappel de propriété sur les parallèles Tâche C1 Tâche C2	**Non mathématique** (emploi du temps)	**Exercices** Exercice 6 Exercice 7 pour certains. Correction tâches 6a et 6b	**Calcul,** correction d'un DM.

Devoirs: copier 3 fois les définitions et apprendre, exercice 7 (le 5 n'est pas donné à finir)

Séance 2: 55:42

Temps	0	1:30	6:35	27:40	35:50	52:23	55:42
Durée	1:30	5:05	21:05	8:10	16:33	3:19	
Episodes	**Non mathématique**	**Récitation** Définitions figures symétriques et médiatrice	**Corrections** Correction tâches 6c et 6d Dont phase **exercice** : tâche 6d' (15 :07)	**Corrections** Exercice 7	**Cours** II image de figures usuelles par une symétrie axiale Symétrique d'un point, tâche C3, points invariants	**Exercices** Exercice 3 Exercice 8 pour les plus rapides	Devoirs.

Devoirs: exercice 9 et revoir les définitions.

Séance 3: 32:40

Temps	0	2	5:30	6	7	23:50	32:40
Durée	2 min	3:30	0:30	1	16:50	8:50	
Episodes	**Non mathématique**	**Récitation** Définitions figures symétriques et médiatrice	**Corrections** Exercice 9	**Non mathématique** (reprise de la règle lever la main…)	**Corrections** (suite) Exercice 9 Dont phase : tâche 9b' (11 :07)	**Cours** Tâche C4 2. Propriétés propriété1: conservation	cahier de texte

Rappel: DM 12 pour le lendemain et DS reporté à la semaine suivante.
Devoirs: Recopier la propriété 1 trois fois et l'apprendre.

Séance 4: 51:10

temps	0	4	6:44	10:06	33:25	46: 36	51:10
Durée	4	2:44	3:22	23:19	13:11	4:34	
Episodes	**Non mathématique** Ramassage des DM, réunion remise de bulletins, rappels sur « s'organiser »	**Récitation** interroge sur la propriété de conservation	**Non mathématique** Mot dans le carnet pour une sortie	**Exercices** feuille 3 (chien et bonhomme sur quadrillage)	**Cours** Propriété: l'image d'un segment est un segment Tâche C5	**Correction** Exercice 4 (erreurs) feuille 2	Cahier de textes

Devoirs: 3 p. 192 b. à refaire (chien, axe en diagonale, voir séance 2), sur feuille blanche

Séance 5: 44:29

temps	0	1:08	17:14	44:29
Durée	1:08	16:06	27:15	
Episode	**Non mathématique** (vérifie que tout le monde a son rapporteur)	**Correction** exercice 12 (DM 12 exercice 3)	**Cours** Image d'une demi-droite. Tâche C6 Image d'une droite. Tâche C7	Cahier de textes

Devoirs: sur feuille blanche, maison et papillon (DB a précisé à l'équerre)

DS N°6
Vacances de Pâques.

Séance 6: 1:17:00

temps	0	0:40	25	44:10	59:37	1:12:00	1:17:00
Durée	0:40	24:20	19:10	15:27	12:23	5:00	
Episode	Non mathématique démarrage	**Correction** DS6 ex 1	**Cours** reprise des propriétés sur droite et demi-droite puis symétrique d'un cercle Tâche C8	**Exercices** Exercice 18	**Cours** III Axes de symétrie Exercice C9	**Exercices** exercice 19	Cahier de textes

Devoirs: Recopier 3 fois la définition 3, l'apprendre, finir la feuille avec les panneaux, rappel du DM 13 à faire (l'exercice 2 sera annulé plus tard)

Séance 7: 52:00

Temps	0	3:30	4:40	14:45	15:50	36:00	52:00
Durée	3: 30	1:10	10:05	1:05	20:10	16:00	
Episode	**Non mathématique**	**Récitation** Aziz, définition axe de symétrie	**Correction** Exercice 19	**Non mathématique** (Absence de Selim)	**Exercices** Exercice23	**Cours** Propriété: si un point appartient à la médiatrice d'un segment, alors il est équidistant des extrémités de ce segment. A 41, tâche C10	Cahier de textes.

Devoirs: Recopier 3 fois la propriété 2. Exercice24. Pour mercredi 25, DM 14

Séance 8: 1:22:14

temps	0	2:40	28:16	33:45	36:51	50:50	1:08:35	1:22:14
Durée	2:40	25:36	5:29	3:06	13:59	17:45	13: 39	
Episode	**Non mathématique** démarrage	**Correction** exercice21 (DM13 exercice 2)	**Non mathématique** Ramassage des définitions copiées	**Récitation** propriété 2 Chris puis Fathia	**Correction** exercice 24	**Exercices** Exercice 27	**Cours** Propriété réciproque médiatrice, tâche C11	**numérique**

Devoirs: propriété à apprendre, pas d'exercice

Séance 9: 55: 00

temps	0	0:45	17:52	22:57	36:25	41:05	55
Durée	0:45	17:07	5:05	13:28	4:40	13:55	
Episode	Non mathématique installation	**Correction** exercice 25 (DM14 ex 1)	**Correction** Exercice 26 (DM14 ex 2)	**Calcul** Correction d'un exercice de calcul du DM	**Récitation** définition Kimberley, Fathia, Affid, Farah	**Exercice** Exercice 28	Cahier de textes.

Devoirs: bien réviser pour le DS.

DS N° 7

Séance 10: 54:05

temps	0	2:50	15:08	26:48	42:07 (vidéo 14:04)	54:05 (vidéo 26)	56 :04
Durée	2:50	12:18	11:40	15:19	11:58	1 :59	
Episode	**Non mathématique** Installation	**Correction** ex du DS 7, partie 1, ex. 2	**Exercices** Exercice 29	**Cours** construction de la médiatrice au compas, méthode, tâche C12	**Exercices** exercice 30	**Non mathématique** Absence d'un prof	**fin**

Pas de devoirs.

DM 15

Séance 11: révisions avant le contrôle commun

Contrôle commun.

Chapitre 5 Productions aux contrôles et lien avec les activités des élèves

Ce chapitre présente l'évaluation des effets de l'enseignement reçu sur les apprentissages des élèves dans les classes de Denis et Martine, menée à l'aide des contrôles et les questions que cela soulève quant au lien entre l'enseignement et l'apprentissage. Après avoir analysé les contrôles sur lesquels nous nous appuyons, nous présentons les résultats de ces analyses pour chacun des enseignants avant de les confronter aux pratiques de ces enseignants.

Introduction

Ce chapitre remplit un double rôle : il s'agit, premièrement, d'étudier les productions des élèves en contrôles pour approcher les apprentissages réalisés au milieu et à la fin du chapitre dans les classes de Martine et Denis – en gardant à l'esprit le caractère partiel et imparfait de cet indicateur ; deuxièmement, de mettre en relation ces résultats avec les enseignements reçus et les activités possibles correspondantes pour mieux comprendre l'influence des pratiques sur les apprentissages – l'élaboration des énoncés de contrôle étant prise comme un élément des pratiques. Toutefois, nous resterons prudents sur les interprétations, compte tenu des réserves qui peuvent être émises sur cette démarche. Tout d'abord, les productions en contrôles ne sont qu'une trace très partielle des apprentissages réalisés : la réussite en contrôle ne signifie pas nécessairement qu'il y a eu apprentissage, de même que l'échec ou, a fortiori, le non traitement d'une tâche ne signifie pas l'absence d'apprentissage ; de nombreux facteurs, tant affectifs que matériels, intervenant dans la réussite au contrôle. Ensuite, l'enseignement reçu n'est pas le seul élément propre à influencer les apprentissages. On ne peut négliger le poids du travail personnel, de l'aide éventuellement reçue à la maison ou même de l'énoncé du contrôle dont la formulation peut empêcher un élève, qui dispose pourtant des connaissances nécessaires, d'identifier, donc de résoudre la tâche … Enfin, la question du temps long reste posée : ce n'est pas parce qu'un élève sait réaliser une tâche à un instant donné dans un contrôle que les connaissances qu'il a mobilisées sont pérennes et inversement : ce n'est pas parce qu'il ne sait pas la traiter ce jour là qu'il n'y parviendra pas une autre fois. Sous ces réserves, les informations tirées de l'analyse des contrôles peuvent être riches d'enseignements : par exemple, il est légitime de s'interroger sur un taux d'échec important à une tâche apparemment facile ou sur un taux de réussite important à une tâche difficile. Conformément à nos hypothèses de départ, nous chercherons à expliquer les résultats obtenus en les confrontant à l'enseignement reçu au cours du chapitre et aux activités possibles correspondantes.

Dans l'optique d'étudier l'influence des pratiques sur les apprentissages, il nous semble pertinent de comparer les résultats aux contrôles des élèves de Denis et Martine. Comme nous le montrerons dans la suite du chapitre, ces résultats font apparaître de grandes disparités, les élèves de Martine montrant globalement une maîtrise beaucoup plus grande des notions en jeu. Une première interprétation serait d'imputer ces disparités au fait que, d'une part, les élèves de Denis sont en ZEP, donc en moyenne plus en difficulté que ceux de Martine, d'autre part que certains exercices du contrôle de Denis sont plus difficiles – contiennent par exemple plus d'adaptations – que celui de Martine. Cependant, le chapitre 4 a montré à quel point l'enseignement reçu était différent à la fois du point de vue du scénario et du déroulement. Nous allons donc tenter de mettre en relation les réussites et échecs des élèves avec cet enseignement, compte tenu des énoncés des tâches des contrôles. L'analyse de l'influence du facteur ZEP fera l'objet des chapitres suivants.

Dans ce chapitre, après avoir analysé a priori les tâches proposées en contrôles, puis les productions des élèves, nous chercherons à interpréter leur taux de réussite ou d'échec en mettant en parallèle, pour des tâches données des contrôles, leurs productions avec les tâches similaires du scénario (tâche identique, du même type, avec les mêmes adaptations, …) et leur déroulement.

1. Les contrôles de Martine et Denis : analyse a priori

Nous présentons d'abord les contrôles de Martine, puis ceux de Denis, avant de comparer les deux.

Nous nous bornons à une description rapide des tâches les plus classiques, éventuellement sous forme de tableau, pour en donner une vision plus synthétique. Nous détaillons en revanche les exercices dont les énoncés sont plus originaux.

a. Les contrôles de Martine

Martine a réalisé, sur le chapitre qui nous intéresse, deux évaluations écrites : une interrogation d'environ cinq minutes en cours de chapitre (à la séance 5) et un contrôle d'une heure en fin de chapitre. Signalons que l'interrogation écrite était une "interrogation surprise", c'est-à-dire que les élèves n'ont pas été prévenus. Nous disposons dans les deux cas des copies de tous les élèves de la classe (excepté les absents).

***L'interrogation écrite*[192]**
Elle est composée de trois items :

Les deux premiers correspondent à des questions de cours, c'est-à-dire qu'il est demandé aux élèves de restituer des énoncés du cours (au moins partiellement).

- Une première question où il s'agit de *« noter mathématiquement [le fait] que le point B est le symétrique du point A dans la symétrie S par rapport à la droite (d) »*.
- La deuxième question consiste à dire ce que signifie *« le point B est le symétrique du point A par rapport à la droite (d) »*.

Le troisième item est une tâche de construction : il s'agit de construire le symétrique de deux points A et E par rapport à une droite, sur papier blanc, avec un axe oblique, puis de placer un point qui soit son propre symétrique. La consigne précise aussi de coder la construction.

La première question correspond à une restitution de la remarque sur la notation mathématique avec la flèche, les lettres étant toutefois différentes de celles de la leçon : dans la leçon, les points symétriques étaient notés A et A', la lettre B étant réservée au point appartenant à l'axe (donc étant son propre symétrique). Une autre difficulté liée à cette question tient au fait que l'ordre

[192] Voir l'annexe 1 pour l'énoncé.

des lettres A et B dans la phrase est inverse de l'ordre des lettres dans la notation (adaptation de type A1).

La réponse attendue à la deuxième question est la récitation de la première partie de la définition du symétrique d'un point, à condition que l'élève interprète correctement la tâche. Si l'élève n'identifie pas la tâche, c'est-à-dire s'il ne comprend pas que c'est la définition qui est attendue, il peut répondre en utilisant le pliage – avec une phrase telle que *« A et B se superposent par pliage le long de la droite (d) »* – ou même se contenter de dire que cela signifie que A est le symétrique de B.

La troisième question est la construction des symétriques de deux points A et E, avec un axe oblique. Les procédures de résolution possibles sont limitées à faire le dessin approximativement, par pliage, ou à appliquer la méthode de construction à l'équerre et au compas (ou à la règle), le calque ayant été interdit oralement. Le terme *« construire »*, renforcé par *« coder la construction »*, incite à recourir à la méthode utilisant les instruments de géométrie. Les difficultés naissent d'abord du fait que la phrase de l'énoncé est compliquée, puisqu'elle comporte à la fois deux tâches différentes et deux nouvelles notations ; ensuite du fait que les deux points dont il faut construire les symétriques sont situés chacun d'un côté de la droite, à peu près à la même distance de celle-ci et formant presque une droite horizontale. Ce dernier élément incite à mobiliser la conception erronée liée aux axes verticaux et peut même déstabiliser un élève au point qu'il pense que les points A et E sont symétriques l'un de l'autre – et qu'il n'identifie donc pas correctement la tâche. Les moyens de contrôle associés à ces procédures sont la perception visuelle et la simulation du pliage. Le placement d'un point qui soit son propre symétrique est une application directe de la définition du symétrique d'un point, à condition que la tâche soit identifiée. En effet, l'application la plus habituelle et élémentaire de cette partie de la définition est de demander de citer le symétrique d'un point de l'axe, tandis que placer un point nécessite au moins de faire un choix (adaptation A6).

Le contrôle de fin de chapitre[193]
Il comporte six exercices. Les deux premiers portent sur des questions de cours.

L'exercice I comporte deux items. Pour le premier, il s'agit de donner le nombre d'axes de symétrie de figures usuelles. L'élève peut soit donner les résultats appris par cœur, soit retrouver les axes en se représentant les figures – mentalement ou au brouillon. Une des questions est posée dans l'ordre inverse, puisqu'elle consiste à nommer une figure possédant trois axes de symétrie.

Les connaissances anciennes éventuellement mobilisées sont les représentations de segment, demi-droite, parallélogramme, rectangle et cercle.

Pour le deuxième item de l'exercice I, il s'agit d'une restitution de vocabulaire : le nom de l'axe de symétrie de l'angle et l'autre nom des axes de symétrie d'un losange[194]. Le premier est une réelle question de cours, le deuxième demande un peu plus de réflexion et l'utilisation d'une connaissance ancienne (le mot *« diagonales »*), ainsi que la représentation du losange et de ses axes de symétrie.

[193] Voir l'annexe 2 pour l'énoncé.
[194] La réponse attendue est *« diagonales »*, mais notons que la réponse pourrait aussi être *« bissectrices »*.

L'exercice II est un exercice de reconnaissance/dessin d'axes de symétrie de six figures non usuelles (un cœur, une étoile…). Les figures b et f sont dérivées du carré, c'est-à-dire qu'un carré initial, en position prototypique, a été modifié en lui rajoutant des éléments. Les réponses sont les suivantes :

- Figure 1 : un axe, vertical
- Figure 2 : un axe, horizontal (un des axes du carré)
- Figure 3 : cinq axes dont un vertical et quatre obliques
- Figure 4 : pas d'axe, mais pas évident car la figure est peu régulière
- Figure 5 : pas d'axe mais un centre de symétrie
- Figure 6 : quatre axes, les quatre axes du carré.

L'exercice III comporte quatre tâches : deux tâches de construction, relevant d'un mélange des paradigmes GI (il s'agit d'évaluer la manipulation des instruments) et GII (pour la méthode de construction), et deux tâches de reconnaissance/preuve. Il porte exclusivement sur l'aspect dynamique de la symétrie. L'énoncé des tâches de preuves indique seulement *« justifier votre réponse »*.

Exercice	**tâche**	**Description rapide**	**Difficultés/adaptations**
Exercice III	Tâche 1	**Construction** (ancien : triangle dont un angle et les deux longueurs des côtés adjacents sont donnés)	
	Tâche 2	**Construction** symétrique d'un point, papier uni, axe oblique	Axe non tracé (A1) ; choix de la méthode (A6)
	Tâche 3	**Reconnaissance/preuve** (conservation des angles)	Angle non tracé (A1 pour la reconnaissance et la preuve)
	Tâche 4	**Reconnaissance/preuve** (conservation des longueurs)	Segment non tracé (A1 pour la reconnaissance et la preuve)

L'exercice IV ne comporte que des tâches de construction et mélange les notions de médiatrices et de symétrique d'une figure.

Exercice	**tâche**	**Description rapide**	**Difficultés/adaptations**
Exercice IV	Tâche 1	**Construction** (ancien : cercle de rayon donné et diamètre)	Choix du diamètre (A6)
	Tâche 2	**Construction** médiatrice	Choix de la méthode (A6)
	Tâche 3	**construction** symétrique d'une figure usuelle (cercle) sur papier uni, axe coupant la figure	Le symétrique du centre du cercle est déjà construit : c'est B

L'exercice V associe des tâches de construction et de reconnaissance/preuve et porte à la fois sur les aspects dynamique et statique de la symétrie à travers les notions de médiatrices et d'axe de symétrie. Une des questions de preuve mobilise une propriété ancienne (*« si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles entre elles »* ou *« si deux droites sont perpendiculaires entre elles, toute perpendiculaire à l'une est parallèle à l'autre »*). L'énoncé des tâches de preuve indique seulement *« justifier »*.

Exercice	tâche	Description rapide	Difficultés/adaptations
Exercice V	Tâche 1	**Construction** médiatrice sur papier uni	reconnaissance des modalités d'application de la construction de la médiatrice d'un segment, alors que la consigne est formulée en référence à l'aspect dynamique de la symétrie (A1) faire un choix parmi les définitions du symétrique d'un point (A6) ou interpréter une consigne qui fait référence à l'aspect dynamique de la symétrie en mobilisant des connaissances qui relèvent de l'aspect statique (A3)
	Tâche 2	**Construction** symétrique d'un point, papier uni, axe oblique	utiliser la droite construite à la question précédente (A5)
	Tâche 3	**Reconnaissance/preuve** (ancien : droites parallèles et perpendiculaires)	des étapes sont nécessaires pour justifier d'abord deux fois la perpendicularité, avant d'appliquer la propriété (A4) ; utiliser les deux questions précédentes pour établir la perpendicularité (A5) ; mélange de notions anciennes et nouvelles (A3)
	Tâche 4	**Reconnaissance/preuve** (ancien et nouveau : nature triangle, conservation des longueurs ou propriété d'équidistance)	le triangle n'est pas tracé (A1 pour la reconnaissance) identifier que pour prouver que le triangle est isocèle, il faut prouver que EF = BF (A1 pour la preuve) des étapes sont nécessaires pour élaborer les preuve (A4) il faut utiliser les questions 1 et 2 (A5) mélange de notions anciennes et nouvelles (A3)

L'exercice VI se réduit à une tâche de construction, qui relève d'un mélange des paradigmes GI pour la manipulation des instruments et la précision des mesures et GII pour l'élaboration de la procédure ainsi que pour la mobilisation de méthodes de constructions connues, comme la construction du symétrique d'un point. Cet exercice suppose une bonne maîtrise du lien entre les aspects statique et dynamique de la symétrie : il s'agit de construire sur papier uni un rectangle dont un sommet, la longueur d'un côté et un axe de symétrie sont donnés. La réalisation de cette tâche nécessite d'établir des étapes, chacune constituant alors une sous-tâche : construire le symétrique du point donné par rapport à l'axe, puis construire les perpendiculaires et terminer la figure en tenant compte des longueurs données. Nous considérons cette tâche comme difficile, par les adaptations des connaissances qu'elle nécessite. Par exemple, effectuer la sous-tâche de construction du symétrique du point suppose tout d'abord de l'identifier (adaptation A1), ce qui nécessite un changement de point de vue (adaptation A3) sur l'énoncé : celui-ci est formulé en référence à l'aspect statique de la symétrie (l'axe de symétrie de la figure est donné) et doit être interprété en lien avec l'aspect dynamique (il s'agit de construire le symétrique d'un point) ; d'autre part, l'adaptation A3 précitée se cumule avec un jeu sur les différents niveaux d'appréhension de la transformation (Grenier et Laborde, op. cité) : l'énoncé porte sur une figure complète (un rectangle) dont une droite donnée est un axe de symétrie, mais les sous-tâches à effectuer concernent les sommets et les côtés :

l'action de la symétrie est vue ici de façon double, à la fois sur la figure rectangle de manière statique (par l'axe de symétrie, au niveau 1) et de manière dynamique sur chacun des sommets (au niveau 2). Néanmoins, l'aspect statique n'est pas mobilisé en référence à l'invariance : il suffit de concevoir un axe de symétrie d'une figure comme droite délimitant deux parties symétriques l'une de l'autre par rapport à cette droite. Enfin, la résolution de la tâche suppose une autre adaptation de type A3 : il faut en effet mélanger les connaissances nouvelles sur la symétrie avec les connaissances anciennes concernant le rectangle (le fait qu'il comporte 4 angles droits et que ses côtés opposés sont de même longueur).

Synthèse

Le contrôle porte sur toutes les parties du chapitre (en particulier, certaines tâches ont trait aux axes de symétrie de figures, d'autres à l'aspect dynamique de la symétrie, d'autres encore au lien entre les deux), mais les propriétés de la médiatrice – équidistance et réciproque – sont peu mobilisées (seule la première l'est éventuellement dans la tâche 4 de l'exercice V). Outre des questions de cours, le contrôle comporte à la fois des tâches de construction et de preuve. Certaines font appel à des connaissances anciennes (notamment les premières tâches de construction des exercices III et IV, et la tâche de preuve numéro 3 de l'exercice V). La plupart des exercices comportent plusieurs tâches et chacune d'entre elles requiert le plus souvent des adaptations. On observe d'autre part une certaine progression des exercices vers des tâches de plus en plus difficiles, au vu des adaptations nécessaires à leur résolution.

Le contrôle fait apparaître une certaine diversité des contenus abordés selon les genres de tâches. En effet, si l'interrogation écrite se limite – outre les questions de cours – à une tâche de construction de symétriques de points sur papier blanc, avec un axe oblique, les tâches de constructions du contrôle comportent : des constructions de symétriques de points sur papier blanc avec axe oblique (tâche 2 de l'exercice III, tâche 2 de l'exercice V), éventuellement dans une configuration complexe ; la construction du symétrique d'une figure sur papier uni (tâche 3 de l'exercice IV) et la construction d'une figure dont on connaît un sommet, une mesure et un axe de symétrie (exercice VI), cette dernière construction nécessitant à nouveau la construction du symétrique d'au moins un point sur papier uni, par rapport à un axe oblique.

Les tâches de construction font cependant toujours appel à la même procédure de construction (procédure analytique, construction à l'équerre et au compas, ou uniquement au compas, de symétriques de points) ; en particulier, aucune construction n'est à faire sur papier quadrillé. Toutefois, on peut considérer que la tâche 3 de l'exercice IV dépasse la simple application de la procédure analytique, notamment parce que le symétrique du centre du cercle est déjà construit ; de même, la tâche de construction de l'exercice 6 va bien au-delà d'une simple adaptation de la procédure et exige d'adapter fortement ses connaissances.

Quant aux tâches de preuve, certaines sont des applications directes – ne nécessitant que la reconnaissance de la configuration – des propriétés de conservation (tâches 3 et 4 de l'exercice III), mais les tâches 3 et 4 de l'exercice V sont beaucoup plus complexes, mélangeant des connaissances anciennes et nouvelles et nécessitant de nombreuses adaptations.

Les contrôles sont donc centrés sur un travail dans le paradigme GII, même si certaines tâches de constructions relèvent à la fois des paradigmes GI et GII. On note également que, si la plupart des tâches font intervenir la symétrie au niveau 2 de la classification de Grenier et Laborde (op.

cité), la dernière d'entre elles nécessite une bonne maîtrise des deux niveaux et du lien entre les deux, cumulé avec une bonne maîtrise du lien entre aspects statique et dynamique de la symétrie.

Les contrôles comportent donc des tâches variées et de difficulté diverse, y compris certaines tâches particulièrement ardues puisque leur résolution suppose de maîtriser l'ensemble du chapitre et les liens entre les différents éléments qui le constituent.

b. Les contrôles de Denis

Denis alternant sur la semaine les séances consacrées au numérique et d'autres consacrées à la géométrie, les contrôles sont mixtes et comportent en général pour moitié des exercices de géométrie sur le chapitre en cours.

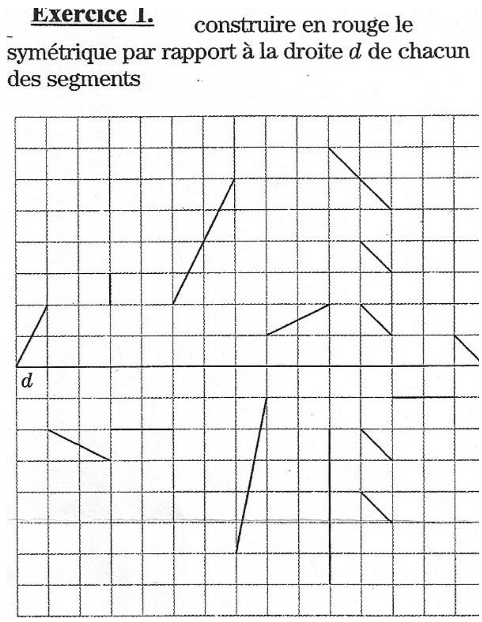
Nous disposons d'un contrôle en cours de chapitre et d'un contrôle en fin de chapitre. Le premier, identifié comme DS6 intervient entre la séance 5 et la séance 6, juste avant des vacances. Par rapport au scénario, il intervient entre les exercices C7 (symétrique d'une droite) et C8 (symétrique d'un cercle), c'est-à-dire au milieu de la partie 3 du cours qui concerne les symétriques de figures usuelles.

Le deuxième est le DS7 qui intervient avant la dernière séance et le dernier DM, c'est-à-dire entre les exercices 28 et 29. Il reste à ce stade à traiter dans le cours la construction de la médiatrice au compas.

Nous disposons en outre d'un contrôle commun à toutes les classes de sixième de l'établissement comportant des exercices portant sur la symétrie axiale. Ce contrôle a eu lieu quelques semaines après la fin du chapitre, une séance de révision ayant été organisée quelques jours auparavant.

Nous disposons de toutes les copies des élèves présents mais, pour le DS6, nous n'avons que les réponses à l'exercice 1.

Le DS6[195]
Le contrôle comporte trois exercices de géométrie.



Enoncé de **l'exercice 1** : construire en rouge le symétrique par rapport à la droite d de chacun des segments. (voir figure ci-contre)

Il s'agit d'une tâche de construction de symétriques de 15 segments sur papier quadrillé. L'axe est horizontal, les extrémités des segments ne sont pas nommées ni même matérialisées, mais sont des nœuds du quadrillage ; les segments sont relativement petits, répartis des deux côtés de l'axe, quelques-uns sont parallèles ou perpendiculaires à l'axe, la plupart sont des diagonales de carreaux ou de groupes de carreaux ; ils sont à des distances variées de

[195] Voir annexe 3 pour l'énoncé.

l'axe, deux le touchent et aucun ne le coupe. Enfin, certains sont presque l'image d'autres par translation, mais à une distance de l'axe qui correspond au symétrique, ce qui risque d'induire les élèves en erreur (favorisant l'oubli du retournement ou l'impression que les segments sont symétriques les uns des autres).

Les procédures de résolution possibles sont similaires à celles présentées pour toutes les tâches de constructions de symétriques : globale – segment par segment – semi-globale – placer le symétrique d'une extrémité de chaque segment puis compléter en inversant haut/bas –, analytique – faire le symétrique de chaque extrémité et relier les points[196]. La technique attendue est celle utilisant le quadrillage, la construction équerre et règle ou compas n'étant pas appropriée.

Un moyen de contrôle est de vérifier que la droite forme bien à la fin un axe de symétrie de la figure, mais rappelons qu'à ce stade du scénario, la notion d'axe de symétrie n'a été qu'évoquée au cours d'un exercice et n'a pas été institutionnalisée (sa perception dans un cas comme celui-là relève toutefois du cycle 3) ; d'autre part, la notion d'axe de symétrie fait appel à l'aspect statique de la symétrie, or toutes les tâches effectuées avant cette évaluation relèvent de l'aspect dynamique, de même que l'énoncé de celle-ci. Un autre moyen est de vérifier que la figure obtenue est constituée d'une ligne brisée continue, formant une unique figure, mais cela s'appuierait sur une idée originale, rien ne l'indiquant dans l'énoncé.

Pour **l'exercice 2**, il s'agit d'*« associer, à vue d'œil, chaque segment à sa médiatrice »*.

Il s'agit d'une tâche de reconnaissance. La figure est relativement complexe pour un élève de sixième : trois droites et deux segments sur papier uni ; un des segments semble horizontal et une droite semble verticale, les deux autres droites sont obliques et parallèles entre elles et un des deux segments semble perpendiculaire à ces deux droites. Il n'y a aucun codage sur la figure.

Les procédures de résolution possibles sont :

Il faut identifier les deux segments sur la figure, tâche facilitée par le fait que les extrémités sont clairement matérialisées et nommées – représentation différente des segments de l'exercice 1 – mais dont la longueur est très peu différente de celles des traits figurant les droites, puis mobiliser la définition de la médiatrice, reconnaître le milieu du segment et les angles droits, et être capable d'appréhender les deux conditions simultanément.

L'expression *« à vue d'œil »* dans l'énoncé induit de se fier à ce qu'on perçoit, mais cela peut être difficile à comprendre pour un élève de sixième, d'autant plus que cela va à l'encontre des exigences de sixième où l'enjeu est précisément de passer d'une géométrie perceptive à une géométrie s'appuyant sur les propriétés mathématiques des figures (apprendre à "ne pas se fier à ce que l'on voit").

Les milieux des deux segments sont dans les deux cas au croisement de deux droites. Autrement dit pour chaque segment, deux droites passent par le milieu : une verticale et une oblique.

[196] Nous renvoyons à la partie de l'analyse du scénario consacrée aux tâches de construction pour une description plus détaillée de ces procédures, et en particulier des connaissances ainsi mobilisées et des adaptations nécessaires.

L'exercice peut poser problème aux élèves confondant perpendiculaire et vertical, d'autant plus que, dans le scenario, la médiatrice a été associée à la notion d'axe de symétrie (elle a été présentée comme axe de symétrie d'un bipoint), les axes étant le plus souvent verticaux.

On décèle donc ici deux types de difficultés :

Un type de difficultés "externe" à la notion lié à l'expression *« à vue d'œil »* et à l'absence de codages, ainsi qu'à la différence de représentation des segments entre les exercices 1 et 2 ; l'autre lié aux notions mathématiques en jeu : la prise en considération des deux conditions de la définition de la médiatrice, et la reconnaissance de la perpendicularité dans une figure complexe créant une confusion possible avec la verticalité.

L'exercice 3 est constitué de trois tâches.

- Tâche a : construction d'un segment de longueur donnée puis de sa médiatrice à l'équerre.

Cette tâche, relativement élémentaire, ne nécessite pas d'adaptation des connaissances, ni ne présente de difficulté technique particulière.

- Tâche b : marquer le milieu I de [AB] puis placer sur d un point C à 5 cm de I.

Demander de marquer le milieu du segment après la construction de la médiatrice peut être troublant pour les élèves, même si le verbe *« marquer »* sous-entend qu'il n'y a qu'à écrire la lettre. Le placement du point C d'un côté ou de l'autre de la droite représente une difficulté dans la mesure où l'élève doit éventuellement, s'il réalise qu'il existe une alternative, choisir entre deux solutions possibles (adaptation A6). Enfin, la procédure attendue pour cette question est l'utilisation du compas (connaissance ancienne), mais elle peut également être traitée "à tâtons" à la règle.

- Tâche c : donner la nature du triangle ABC, sans demande de justification.

Il s'agit d'une tâche de reconnaissance, qui fait appel à des connaissances anciennes (triangle isocèle), mais qui est compliquée par le fait que le triangle ABC n'est pas tracé (la tâche nécessite donc une adaptation A1 consistant à identifier la configuration).

D'autre part, on peut imaginer que des élèves, s'ils procèdent par simple reconnaissance perceptive, identifient ABC comme un triangle équilatéral étant donné la proximité des longueurs (5, 5 et 4)

Les exercices de cette évaluation nous paraissent relativement faciles, ne nécessitant dans l'ensemble que des connaissances nouvelles, sans nécessité d'adaptation. L'exercice 1 ne présente pas de difficulté conceptuelle, hormis pour un élève qui n'aurait pas assimilé le fait que la symétrie fonctionne "dans les deux sens" et la seule difficulté technique éventuelle est liée aux diagonales ; l'exercice 2 ne nécessite comme adaptation des connaissances que la reconnaissance de la configuration (adaptation A1). Quant à l'exercice 3, il ne présente pas non plus de difficulté particulière excepté l'adaptation A6 éventuelle de la question 2.

Enfin, ces exercices portent sur l'aspect dynamique de la symétrie (le seul qui ait été abordé dans le cours à ce stade du scénario), dans une tâche qui pourrait relever du cycle 3 (construction de symétriques de figures sur quadrillage, avec axe horizontal) et sur la notion de médiatrice. Ils ne comportent que des tâches de construction et reconnaissance, mais aucune tâche de preuve.

Le DS7[197]

Ce contrôle se compose de deux exercices de géométrie.

Le premier consiste à construire des symétriques de figures usuelles (segment, cercle, rectangle) par rapport à un même axe. La résolution de la tâche nécessite une procédure analytique, qui fait partie du cours pour le segment et le cercle.

Exercice	**tâche**	**Description rapide**	**Difficultés/adaptations**
Exercice 1	Tâche 1	**Construction** symétrique d'une figure usuelle (un segment), papier uni, axe oblique, distance non nulle de l'axe au segment	
	Tâche 2	**Construction** symétrique d'une figure usuelle (cercle), papier uni, axe oblique, distance non nulle de l'axe au segment	
	Tâche 3	**construction** symétrique d'une figure usuelle (rectangle) sur papier uni, axe oblique coupant la figure	La résolution de la tâche nécessite d'établir des étapes (A4) (construire le symétrique de chaque point puis relier) et d'identifier la configuration pour construire le symétrique de chacun des points (adaptation A1 du fait que l'axe coupe la figure ; ce dernier élément rend également difficile le contrôle perceptif)

Le second exercice mélange des tâches de construction et de preuve et mobilise les propriétés de la médiatrice.

Exercice	**tâche**	**Description rapide**	**Difficultés/adaptations**
Exercice 2	Tâche 1	**Construction** (ancien : cercle de centre et rayon donnés puis placer un point sur le cercle)	
	Tâche 2	**Construction** (ancien : construire deux points sur le cercle à 3 cm de A)	établir des étapes est nécessaire et rendu difficile par le fait que toutes les contraintes sont exprimées dans une même phrase, en langage mathématique (A4)

[197] Voir l'annexe 4 pour l'énoncé.

	Tâche 3	**Preuve** (réciproque propriété d'équidistance)	nécessité d'établir l'équidistance de O à B et C par les propriétés du cercle avant d'appliquer la propriété (A4) nécessité d'utiliser en le réinterprétant le fait que B et C appartiennent au cercle (A5) mélange de connaissances anciennes et nouvelles - propriété des rayons du cercle (A3)
	Tâche 4	**preuve** (réciproque propriété d'équidistance)	
	Tâche 5	**Preuve** (propriété de la médiatrice : le fait qu'elle passe par le milieu)	nécessité d'identifier I et [BC] qui ne sont pas tracés (A1)
	Tâche 6	**Construction** d'un point à l'intersection de la médiatrice et du cercle	mélange de connaissances anciennes et nouvelles puisqu'il faut utiliser la définition du cerf-volant avec les propriétés de la médiatrice (A3) utiliser le fait que (AO) est la médiatrice du segment [BC] (A5)

Le premier exercice porte clairement sur l'aspect dynamique de la symétrie et la méthode analytique de construction de symétriques sur papier blanc. Les deux premières tâches sont des applications directes du cours, tandis que la troisième est un peu plus difficile – du fait de l'axe coupant la figure.

Le deuxième exercice porte sur des tâches de construction et de preuve s'appuyant sur les propriétés de la médiatrice et exigeant des adaptations difficiles, mélangées avec des connaissances anciennes. Les tâches de constructions sont à la charnière entre GI et GII, la précision et la manipulation des instruments étant évaluées, mais aussi le raisonnement permettant d'établir la procédure de construction ; une exception est la dernière tâche de construction (exercice VI) qui se place exclusivement dans GII : c'est la mobilisation des propriétés de la médiatrice, des questions précédentes et des connaissances anciennes sur le cerf-volant qui permettent de placer le point sans qu'il soit nécessaire d'utiliser des instruments. Toutefois, si la médiatrice a été construite, la tâche peut être traitée de manière perceptive. Quant aux tâches de preuve, elles mobilisent la propriété réciproque de l'équidistance des points de la médiatrice, mais la consigne est donnée sous forme de question pour les deux premières preuves ce qui n'incite pas forcément les élèves à mobiliser une propriété, même si la question tend à l'induire par la formulation : *« comment peut-on être sûr que* […] *? »*.

Les nombreuses adaptations et la mobilisation simultanée de connaissances anciennes et nouvelles rendent l'exercice particulièrement difficile.

Le contrôle commun[198]

Sur l'ensemble du contrôle commun, deux exercices ont des contenus en rapport avec le chapitre sur la symétrie axiale.

[198] Voir annexe 5 pour l'énoncé ; nous noterons par la suite CC pour désigner le contrôle commun.

L'exercice 5 est une tâche de reconnaissance/restitution de vocabulaire. Il s'agit d'identifier sur un dessin codé le *milieu* d'un segment, le fait qu'une droite est *perpendiculaire* à un segment et d'en déduire que la droite est la *médiatrice* du segment.

L'exercice ne présente aucune difficulté, la formulation des phrases n'admettant aucune autre réponse. En particulier, l'article *« la »* est inscrit devant la place ménagée pour écrire *« médiatrice* », alors qu'une autre réponse possible était *« un axe de symétrie »*.

L'exercice 7 comporte quatre tâches, associant des tâches de construction et de preuve.

Exercice	**tâche**	**Description rapide**	**Difficultés/adaptations**
Exercice 1	Tâche 1	**Construction** symétriques de deux points, papier uni, axe oblique	
	Tâche 2	**Reconnaissance** du symétrique d'un point appartenant à l'axe	
	Tâche 3	**Preuve** (conservation des angles)	angle non tracé (A1)
	Tâche 4	**Preuve** (conservation des longueurs)	segment non tracé (A1)

L'exercice, très classique, ne nécessite pas d'adaptation particulière des connaissances sinon de reconnaître, dans les tâches de preuve, l'angle et le segment dont il est question.

Synthèse
Les contrôles de Denis couvrent une grande partie du chapitre, et sont très différents les uns des autres[199], même si tous contiennent des constructions et des preuves. Cependant, on ne trouve aucune tâche portant sur les axes de symétrie de figures. La difficulté des exercices est très contrastée : certains semblent faciles (applications directes du cours), d'autres au contraire très difficiles (exercices nécessitant la mobilisation de nombreuses connaissances différentes, avec de multiples adaptations). Seul l'exercice 7 du contrôle commun nous semble d'une difficulté moyenne.

Les tâches de construction sont variées, puisqu'on trouve une construction sur quadrillage (DS6 ex1) et des constructions sur papier blanc (DS7 ex1 et CC ex7), des constructions de symétriques de figures (DS6 ex1 et DS7 ex1) et des constructions de symétriques de points (CC ex7), un cas où l'axe est horizontal avec des figures des deux côtés (DS6 ex1) et un cas où la figure est coupée par l'axe (DS7, ex1, tâche 3) ; la procédure analytique (construction point par point) est la procédure attendue dans l'exercice 1 du DS7 ainsi que dans l'exercice 7 du CC, mais une procédure semi-analytique ou même globale est envisageable dans l'exercice 1 du DS6. On trouve aussi des constructions anciennes, comme celle du point d'un cercle à une distance donnée d'un autre point (DS7 ex2 tâche 2). Si les tâches de construction sont en général à la charnière de GI et GII, l'une d'elles, comme nous l'avons mentionné plus haut, relève cependant clairement de GII, dans la mesure où elle implique un raisonnement faisant intervenir les propriétés des points de la médiatrice d'un segment, ainsi que les propriétés du cerf-volant (DS7 ex2, tâche 6).

[199] L'expression *« les contrôles de Denis »* est employée ici pour signifier *« les contrôles auxquels les élèves de Denis ont été confrontés »* ; en effet, le contrôle commun n'a pas été conçu entièrement par Denis, mais nous nous ne intéressons pas ici aux énoncés en tant que choix de Denis, seulement en tant qu'exercices ayant été réalisés par les élèves en contrôle.

S'agissant des preuves, dans le DS7 elles mobilisent exclusivement les propriétés de la médiatrice (propriété d'équidistance et réciproque) et dans le contrôle commun deux tâches font appel aux propriétés de conservation.

c. Comparaison des contrôles proposés par Denis et Martine, afin d'évaluer les apprentissages

Les évaluations de Denis et Martine présentent des similitudes quant à la représentation de chacune des catégories de tâches : chez Martine, on dénombre cinq questions de cours, neuf tâches de construction et quatre tâches de preuve, pour respectivement quatre, huit et cinq tâches de mêmes catégories chez Denis. Si l'on se réfère aux objectifs d'apprentissages définis par les programmes et analysés dans le chapitre 2, les deux enjeux principaux sont bien présents dans les contrôles de Martine et de Denis : constructions de symétriques sur papier uni à l'équerre et au compas, raisonnements déductifs s'appuyant sur les propriétés des figures, ainsi que la notion de médiatrice d'un segment. Néanmoins, les contenus évalués sont sensiblement différents. Quant aux apprentissages concernant les axes de symétrie des figures, seule Martine inclut dans ses contrôles des exercices permettant de les évaluer.

En analysant plus finement, on s'aperçoit que, si les constructions de symétriques de figures sont présentes dans les contrôles des deux enseignants, on ne trouve pratiquement dans ceux de Martine que des constructions de symétriques de points, y compris dans des configurations complexes (interrogation écrite, ex3 et contrôle ex V), à l'exception d'une tâche de construction du symétrique d'un cercle coupé par l'axe (contrôle exercice III), tandis que Denis consacre deux exercices entiers à la construction de symétriques de figures (l'exercice 1 du DS 6, qui consiste en une construction sur quadrillage et l'exercice 1 du DS7 qui consiste en la construction de symétriques d'un segment, d'un cercle et d'un rectangle coupé par l'axe sur papier uni) et une tâche à la construction de symétriques de points (CC exercice 7).

En revanche, les deux enseignants demandent des constructions qui font appel à des connaissances anciennes dans les deux cas (construction de cercle de rayon et centre donnés, ainsi qu'un diamètre chez Martine, un point appartenant au cercle puis deux points du cercle à distance donnée du premier chez Denis ; construction d'un triangle chez Martine et du quatrième sommet d'un cerf-volant chez Denis). Cependant, si les deux premières sont de nature et de difficulté similaires, la dernière est très différente : la construction d'un triangle dont un angle et deux longueurs sont donnés est une construction de type GI (même si l'on peut considérer que définir l'ordre dans lequel on procède à la construction relève de GII), alors que la construction du quatrième point du cerf-volant relève à l'évidence du paradigme GII, car elle repose sur la mobilisation des propriétés de la médiatrice d'un segment et du cerf-volant (ce qui nécessite un mélange de connaissances anciennes et nouvelles – adaptation A3). Le niveau de difficulté et les connaissances évaluées sont donc très différents dans ces deux tâches. De même, contrairement à Denis, Martine demande des constructions nécessitant des adaptations des connaissances (la première tâche de l'exercice V du contrôle, ainsi que l'exercice VI).

En ce qui concerne les tâches de preuve, les plus classiques, soit celles qui mobilisent la conservation des longueurs et des angles, sont identiques et s'inscrivent dans des configurations similaires chez les deux enseignants, même si chez Denis, elles prennent place dans le contrôle commun, sans avoir été retravaillées lors de la séance de révision. En revanche les autres tâches de preuve sont très différentes : chez Martine, l'une fait appel à des connaissances anciennes et la dernière à la propriété de conservation des longueurs – la propriété d'équidistance des points de la médiatrice aux extrémités du segment peut aussi être éventuellement utilisée – mais avec une adaptation ; chez Denis, les trois tâches de preuves font appel aux propriétés de la médiatrice, avec des adaptations pour deux d'entre elles.

Enfin, en ce qui concerne les deux aspects de la symétrie et le lien entre eux, les connaissances liées à l'aspect statique sont très peu évaluées chez Denis comme en atteste l'absence de tâche sur les axes de symétrie de figures, de même que le lien entre les deux, alors que les élèves de Martine ont eu à effectuer deux tâches nécessitant des adaptations (par changement de point de vue, adaptation A3) réalisables à la condition de maîtriser le lien entre les aspects statique et dynamique. D'autre part, alors que l'on a identifié, dans les scénarios des deux enseignants, que la notion de médiatrice pouvait servir de lien entre les aspects statique et dynamique de la symétrie et alors que les deux enseignants proposent dans les contrôles des tâches faisant appel à cette notion, celle-ci n'est mobilisée en lien avec la symétrie que chez Martine ; en effet, parmi les nombreuses tâches de contrôles de Denis qui font appel à la notion de médiatrice (les exercices 2 et 3 du DS 6, l'exercice 2 du DS 7, les questions de cours du contrôle commun), aucune ne le fait en lien avec la symétrie tandis que, sur les deux tâches mobilisant la médiatrice dans les contrôles de Martine (la tâche 2 de l'exercice IV et la tâche 1 de l'exercice V du contrôle), la deuxième fait explicitement le lien avec la symétrie, puisqu'il s'agit de retrouver la droite par rapport à laquelle deux points donnés sont symétriques (le segment joignant les deux points étant tracé, l'exercice revient donc à construire la médiatrice de ce segment).

La comparaison des résultats aux contrôles est donc délicate et nous resterons prudents. Nous nous appuierons sur les tâches communes, ainsi que sur la confrontation des tâches des contrôles aux scénarios respectifs des deux enseignants.

2. Résultats aux contrôles : quels sont les effets des pratiques observées ?

L'objet de cette partie est d'évaluer, grâce aux productions dans les contrôles, les apprentissages qui ont pu être construits par les élèves de chaque classe, avec les précautions exposées dans l'introduction du chapitre.

Nous présentons les résultats aux contrôles de manière globale puis plus détaillée pour chaque enseignant et nous renvoyons à la partie suivante pour des interprétations plus fines.

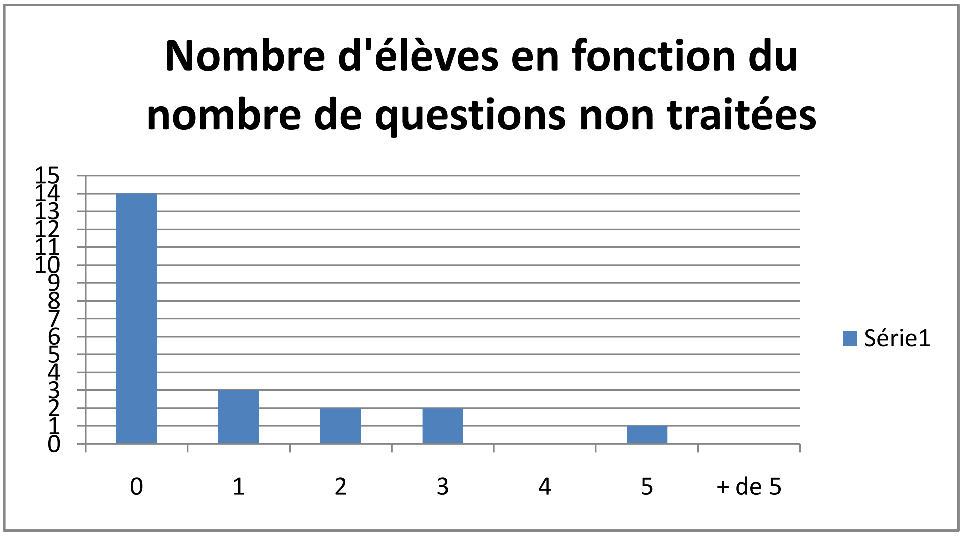
a. Les résultats aux contrôles de Martine

Deux élèves (Matthieu et Marwan) sur vingt-deux étaient absents lors du contrôle. Nous ne disposons donc que de leurs copies pour l'interrogation écrite, ce qui peut fausser quelque peu les résultats, d'autant plus que ces deux élèves sont en grande difficulté. D'autre part, nous ne disposons que d'une partie des productions au contrôle pour Divine, élève elle aussi en difficulté.

Nous présentons tout d'abord les résultats pour l'ensemble des tâches et l'ensemble de la classe, avant d'analyser plus précisément les résultats pour chaque genre de tâche, puis les profils de réussite des élèves.

Réussite globale sur l'ensemble

Notons tout d'abord que très peu de questions sur les vingt-quatre tâches que compte le contrôle n'ont pas été traitées. En moyenne, le nombre de questions non traitées par élève est de 0,86 et les effectifs par nombre de questions non traitées se répartissent comme suit :



Autrement dit, au maximum trois questions sur dix-huit n'ont pas été traitées par les élèves, à l'exception d'une élève (Lina). Les taux moyens de réussite sont donc représentatifs du travail de l'ensemble de la classe. Quant aux tâches non traitées, elles sont concentées sur des questions données ; c'est sur l'exercice V du contrôle que l'on dénombre le plus de questions non traitées : trois pour la question 2 (construction du symétrique d'un point), cinq pour la question 3 (preuve du fait que les droites sont parallèles) et trois pour la question 4 (preuve du fait que le triangle est isocèle). L'analyse a priori a révélé que ces tâches étaient parmi les plus complexes du contrôle ; une autre explication est qu'il fallait réutiliser les questions précédentes pour répondre aux suivantes, ce qui peut déstabiliser un élève qui n'aurait pas confiance en ses réponses. On verra que ces tâches sont également les moins bien réussies.

Globalement, sur l'ensemble des exercices de contrôles (soit dix-huit tâches au total), les taux de réussite par élève sont relativement élevés :

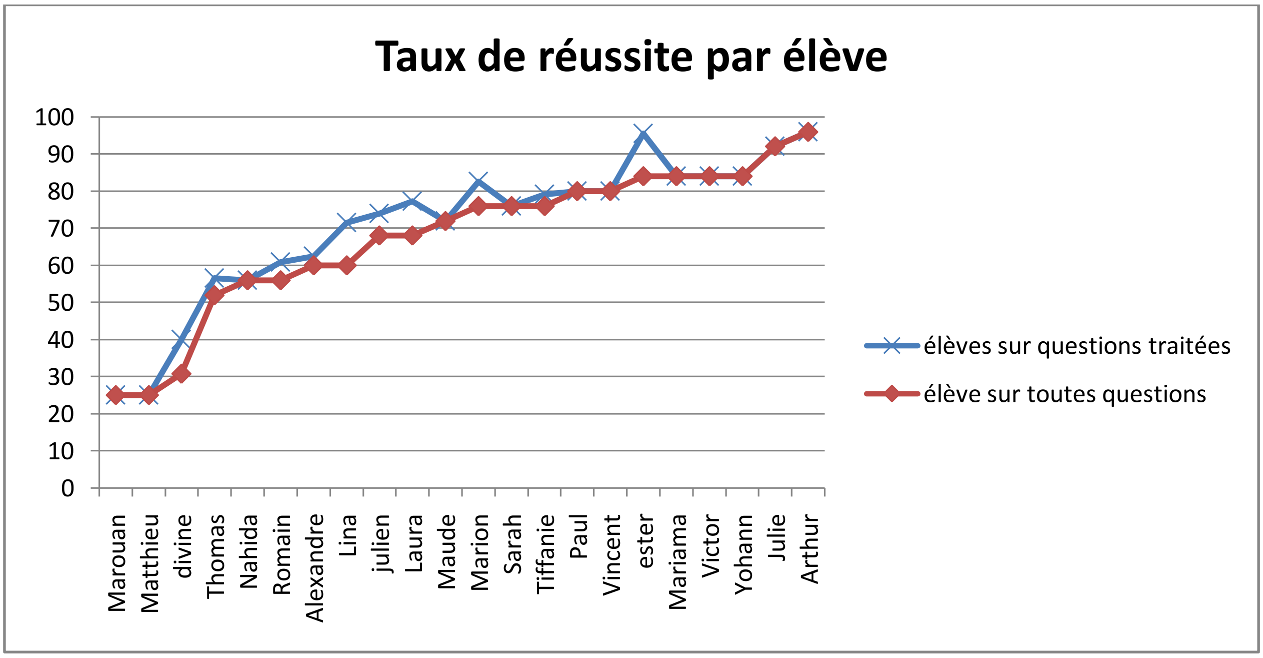
En %	Questions de cours (cinq tâches)	Tâches de construction (neuf tâches)	Tâches de preuve (quatre tâches)	Tâches de reconnaissance / dessin d'axes de symétrie de figures (six tâches)	Ensemble des tâches de contrôle
Taux de réussite sur les réponses[200]	64[201]	76	73	84	75
Taux de réussite sur l'ensemble des copies	64	76	60	84	72

Ces taux sont aussi relativement homogènes, quel que soit le genre de tâche, même si les questions de cours sont un peu moins bien réussies que les tâches de reconnaissance/dessin d'axes de symétrie. En moyenne, un élève réussit tout de même 72% des tâches des contrôles.

Les écarts entre la première et la deuxième ligne révèlent que les questions de construction sont plus rarement non traitées que les questions de preuve.

Les graphiques suivants nous éclairent sur la répartition des taux de réussite des élèves.

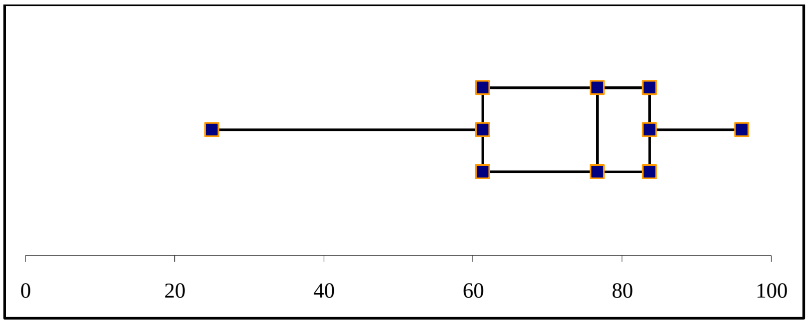
Taux de réussite pour chaque élève (en tenant compte de toutes les questions ou uniquement des questions traitées) :



[200] Dans tout ce qui suit, cela désigne le taux de réussite en rapportant au nombre d'élèves ayant abordé la question.

[201] Ces pourcentages représentent à la fois la moyenne des taux moyens de réussite de chaque élève (pondérés par le nombre de questions qu'il a traitées) et moyenne des taux moyens de réussite pour chaque tâche (pondérée par le nombre d'élèves ayant traité la tâche). Ils peuvent donc se lire de deux façons : en moyenne, un élève a répondu correctement à 64% des questions de cours ou en moyenne, pour une question donnée, 64% des élèves ont répondu correctement.

Et la dispersion de la série des taux de réussite[202] sur toutes les questions est indiquée par le diagramme de Tukey[203] suivant :

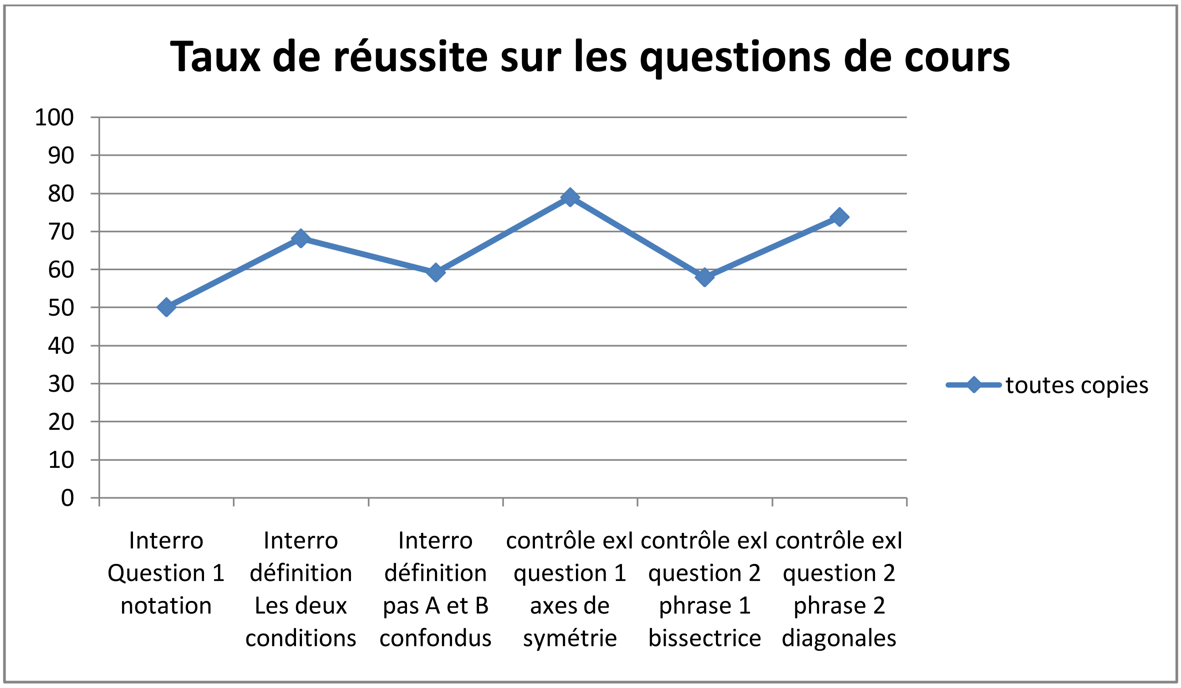


On constate ainsi que très peu d'élèves (trois au total, en plus de Marouan et Matthieu, cf. note 202) ont un taux de réussite inférieur à 50%. La médiane est de 76 %.

Globalement, la réussite aux contrôles de Martine est donc plutôt élevée.

Réussite par tâche pour chaque genre

Pour affiner un peu le constat ci-dessus, voici les taux de réussite pour chaque tâche, classées par genre (question de cours, tâche de construction, tâches de preuve et tâches de reconnaissance/dessin d'axes de symétrie).

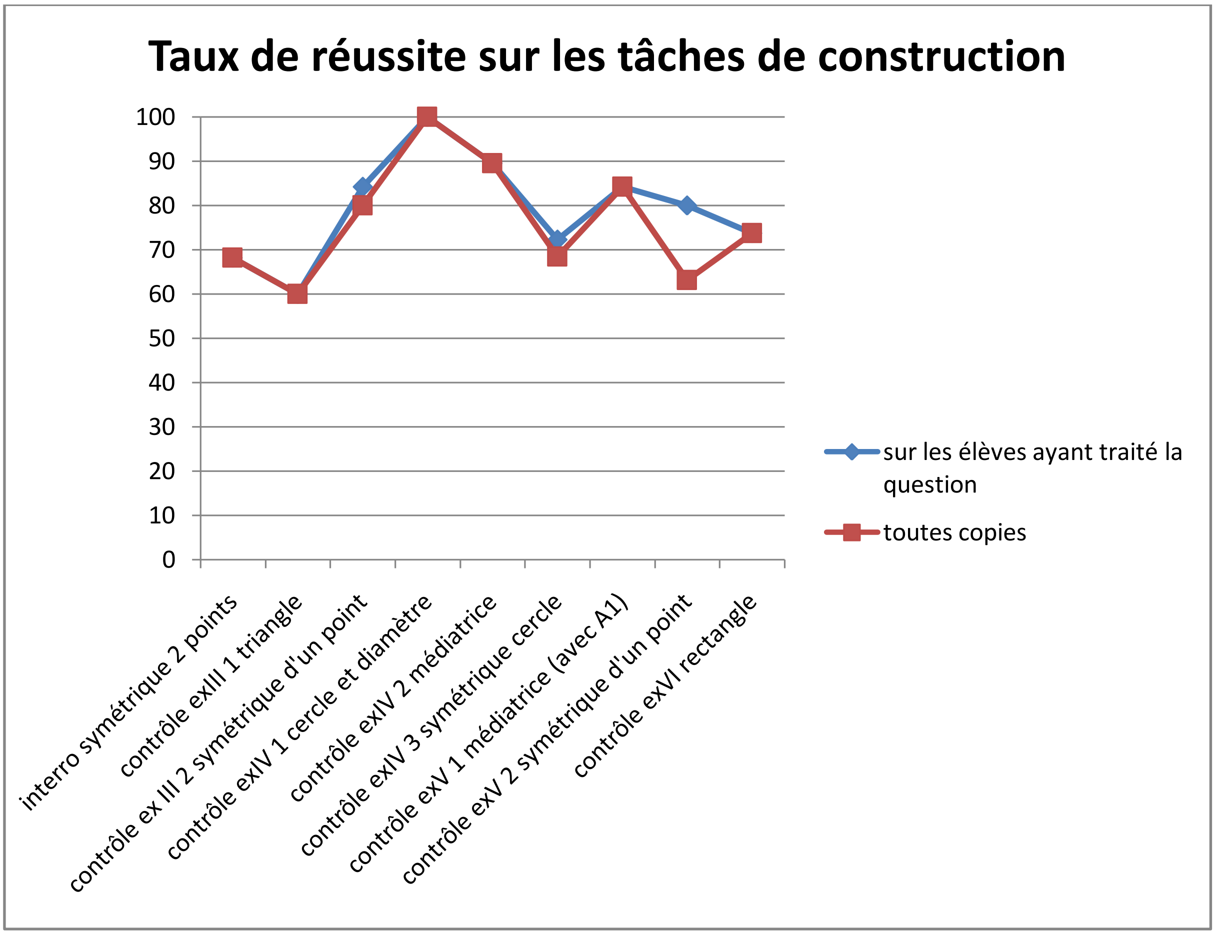


On observe que toutes les tâches sont réussies par au moins 50% des élèves[204]. La tâche la moins bien réussie est la question 1 de l'interrogation écrite, où il s'agissait de traduire en notation

[202] Nous avons exclu du graphique les valeurs correspondant aux élèves pour lesquels les taux n'étaient pas représentatifs, à savoir Matthieu et Marouan.

[203] Le diagramme de Tukey, appelé aussi boîte à moustache représente la valeur minimum (31), le premier quartile (60), la médiane (76), le troisième quartile (84) et le maximum (96).

mathématique le fait que B est le symétrique de A dans la symétrie d'axe (d). Les élèves qui se sont trompés ont inversé A et B. Le deuxième et le troisième point du graphique correspondent à la question 2 de l'interrogation écrite où il s'agissait d'écrire ce que signifiait le fait qu'un point B soit le symétrique d'un point A par rapport à une droite (d). Notons que l'inversion observée dans les réponses à la première question ne pouvait pas se produire, puisque la définition[205] qu'il s'agissait de réciter – en changeant juste les lettres – accorde un rôle symétrique à A et B. Nous avons analysé les productions des élèves selon deux critères qui correspondent chacun à un des points du graphique : le premier correspond au fait que l'élève a bien cité les deux conditions (perpendicularité et milieu) et le second qu'il a identifié qu'on ne lui demandait qu'une partie de la définition, puisque la consigne précise *« A et B étant deux points distincts n'appartenant pas à la droite (d) »*. Nous proposons dans la partie suivante du chapitre une interprétation des réussites et échecs à certaines questions de cours.



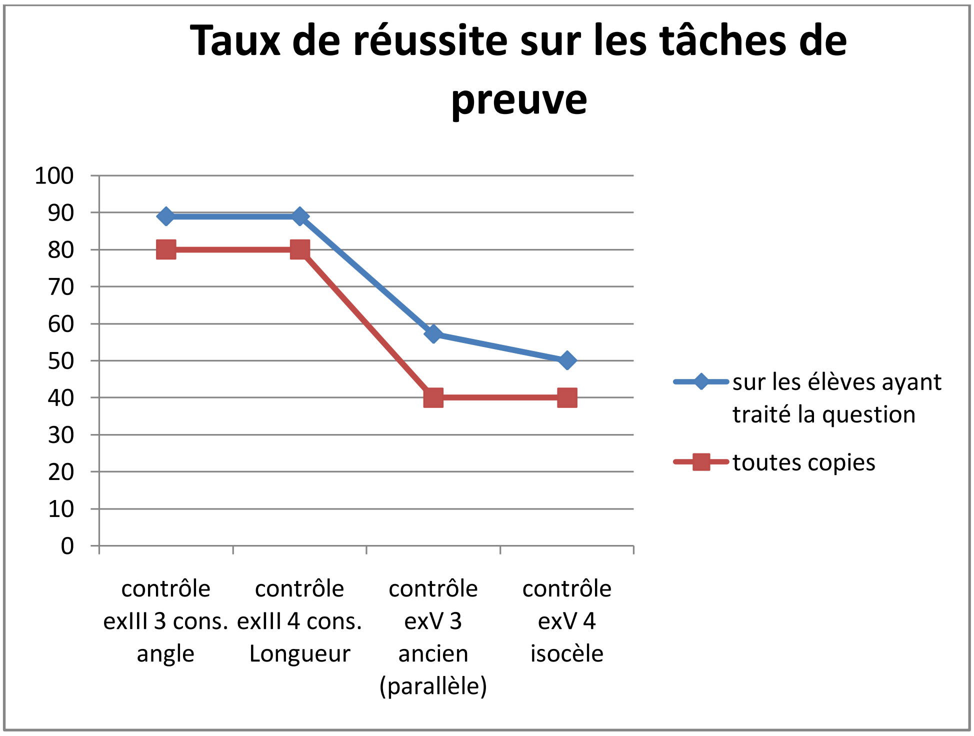
En ce qui concerne les tâches de construction, elles sont toutes réussies par plus de 60% des élèves. La tâche la mieux réussie est certes très élémentaire, mais elle repose sur des connaissances anciennes (il s'agissait de tracer un cercle de centre et rayon donnés, ainsi qu'un

[204] Les taux "toutes copies" et "élèves ayant traité la question" sont identiques car tous les élèves ont traité toutes les questions de cours ; nous n'avons donc reproduit qu'une des deux courbes.

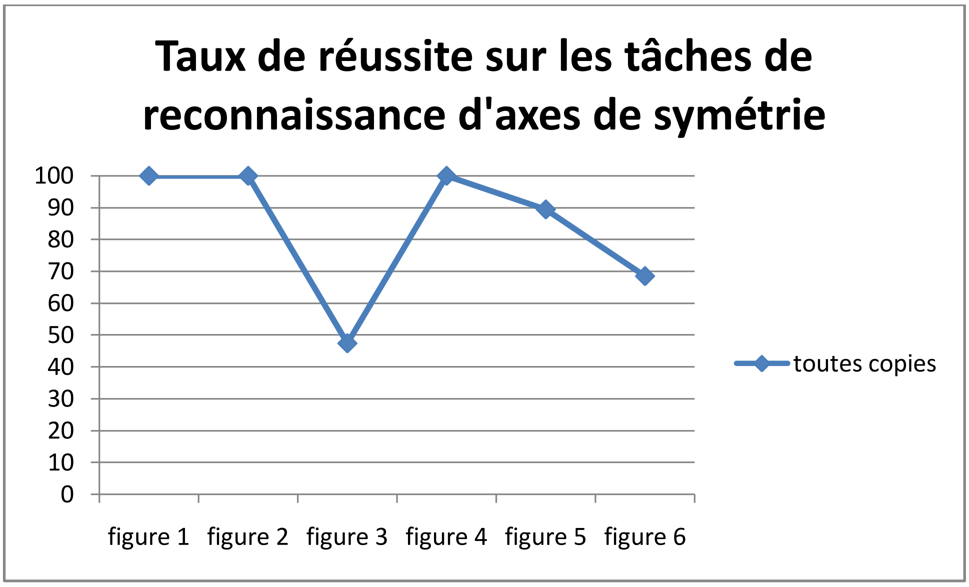
[205] La définition qui figure dans le cours de Martine (cf. annexe) s'énonce ainsi : *« Le point A' est le symétrique du point A par rapport à la droite (d) signifie que : la droite (d) est perpendiculaire à la droite (AA') et que (d) passe par le milieu du segment [AA'] ou que A et A' sont confondus sur (d) ».*

diamètre). Les tâches les moins bien réussies consistaient à tracer un triangle dont un angle et les longueurs des deux côtés adjacents étaient donnés (qui est une connaissance ancienne), et à construire le symétrique d'un cercle par rapport à un axe qui le coupe. En nous fondant sur l'ensemble des copies – et pas seulement sur les tâches traitées – la construction du symétrique du point dans la question 2 de l'exercice V du contrôle est également moins bien réussie que les autres : se cumule sur cette tâche le fait que trois élèves ne l'ont pas traitée et que trois autres n'ont pas pu la traiter faute d'avoir réussi la première construction, qui était indispensable pour répondre à la question. D'autre part, la tâche de construction du symétrique d'un point, qui est déjà réussie par près de 70% des élèves dans l'interrogation écrite (voir plus loin l'interprétation de ce taux de réussite), est traitée avec succès par 80% d'entre eux dans le contrôle, dans une configuration non simple (il s'agit de l'exercice III du contrôle, où il faut construire le syémtrique d'un sommet du triangle obtenu à la question précédente par rapport au côté opposé ; le triangle étant presque rectangle, il induit la conception erronée d'alignement : seuls trois élèves ont commis cette erreur).

Enfin, deux tâches (la question 1 de l'exercice V et l'exercice VI) qui avaient été identifiées comme difficiles dans l'analyse a priori parce qu'elles nécessitaient un changement de point de vue (adaptation A3) pour passer d'une consigne formulée en référence à un aspect de la symétrie, à une résolution faisant appel à des connaissances relevant de l'autre aspect, sont respectivement réussies par 80 % et 70 % des élèves. Nous renvoyons plus loin pour une analyse des résultats en rapport avec l'enseignement reçu.



Les taux de réussite aux tâches de preuve sont très élevés (80%) pour les preuves classiques, soit celles qui nécessitent peu d'adaptations et qui ont été traitées de nombreuses fois au cours du chapitre, à savoir les preuves mobilisant la propriété de conservation (des angles pour la question 3 de l'exercice III et des longueurs pour la question 4 de l'exercice III). Ils sont nettement inférieurs – mais atteignent tout de même 40% – pour les tâches les plus difficiles, qui nécessitent plus d'adaptations et pour la question 3 de l'exercice V, qui fait appel à des connaissances anciennes (la propriété qui lie les droites perpendiculaires et parallèles). Nous renvoyons là encore à la suite du chapitre pour une interprétation.



Les taux de réussite sont très élevés pour les tâches de reconnaissance/dessin d'axes de symétrie de figures (l'exercice II du contrôle). Comme on l'a vu, c'est du reste pour cette catégorie de tâches que le taux de réussite moyen est le plus élevé. La plupart des élèves y obtiennent leur meilleur taux de réussite (par rapport aux autres catégories) hormis quelques exceptions, comme Mariama qui réalise là son plus mauvais score ou Nahida, Paul et Marion, les trois seuls élèves pour qui ce score est inférieur à leur taux de réussite globale (cf. infra, *profils de réussite des élèves*).

Ces tâches sont relativement faciles dans l'ensemble, et auraient même pu être traitées au cycle 3. Toutefois, les taux de réussite sur la figure 6 et plus encore sur la figure 3 (cf. figures ci-contre) sont relativement faibles avec respectivement à peine 70 % et à peine 50%.

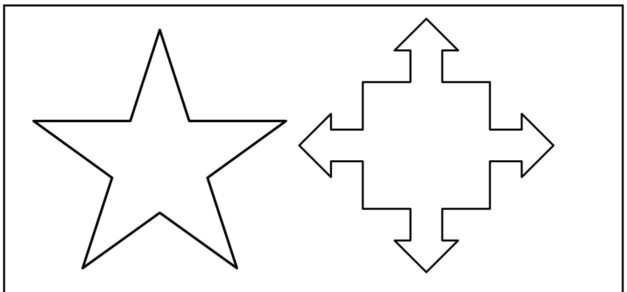


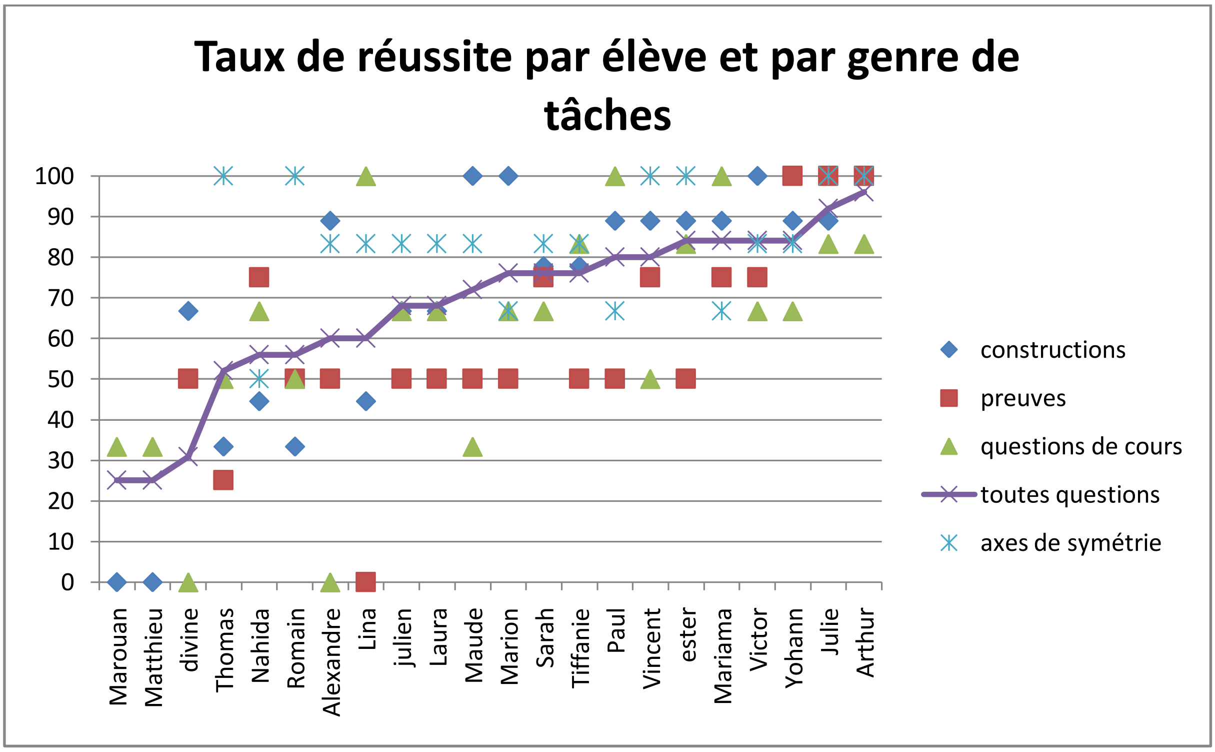
Figure 3 Figure 6

Il s'agit des deux figures les plus difficiles, puisqu'il fallait y trouver des axes autres que verticaux et horizontaux. Néanmoins, si la tâche 3 est effectivement la plus difficile, puisqu'il s'agit de trouver cinq axes dont la perception nous paraît moins évidente que les autres, la figure 6 est de difficulté relative, puisqu'il s'agit de trouver les deux axes horizontal et vertical et les diagonales du carré duquel la figure est dérivée.

Or, c'est sur ce type de figure que l'on devrait avoir une progression entre le cycle 3 et la sixième. Bien que ne disposant pas de statistiques pour étayer notre remarque, nous pensons que les taux de réussite sur ces deux tâches sont inférieurs à ce que l'on aurait pu attendre, notamment si l'on compare leur difficulté à celle de certaines des tâches de construction ou de preuve réussies à plus de 70 %.

Les profils de réussite des élèves

Ce dernier graphique récapitule, pour chaque élève, son taux de réussite à chaque catégorie de questions, en classant les élèves par ordre croissant par rapport à leur taux de réussite sur l'ensemble. L'objectif était de voir par exemple si ce sont toujours les mêmes catégories de tâches qui sont les mieux ou les moins bien réussies. Nous obtenons ainsi le graphique suivant :



Le graphique révèle des profils d'élèves très divers : les plus contrastés, pour des taux de réussite globale relativement proches, sont ceux d' Alexandre, de Lina et de Nahida :

En %	Taux de réussite en questions de cours	Taux de réussite en constructions	Taux de réussite en preuves	Taux de réussite sur les axes de symétrie	Taux de réussite global
Alexandre	0	89	50	83	60
Lina	100	44	0	83	60
Nahida	67	44	75	50	56

Certains élèves ont des taux de réussite très variables selon les catégories : l'écart pour quatre d'entre eux est supérieur ou égal à 67 points, atteignant même 100 points pour Lina ; beaucoup d'autres élèves ont en revanche des taux de réussite relativement homogènes.

Cette constatation révèle selon nous l'importance de "l'effet élève". Cependant, on observe aussi des régularités : par exemple, tous les élèves qui ont de très bons taux de réussite sur les preuves en ont aussi des très bons sur les constructions – l'inverse n'étant pas vrai – à l'exception de Nahida, qui a manifestement un profil très particulier, puisque son taux de réussite en preuves atteint 75% alors que son taux de réussite en constructions est un des plus faibles avec 44%. On observe également que la plupart des élèves moyens, ceux dont le taux de réussite global se situe entre 60% et 80%, réalisent leur plus mauvais score, soit 50%, pour la catégorie des tâches de preuves. Parmi les quatre tâches de preuves, la plupart n'ont réussi que les deux plus "classiques", échouant aux deux plus difficiles, à l'exception de deux d'entre eux qui ont réussi une des deux tâches difficiles.

Conclusion et premières interprétations

L'analyse a priori des contrôles a montré que les objectifs d'apprentissages définis par les programmes – qu'il s'agisse des constructions de symétriques, des connaissances sur les axes de symétrie des figures ou des compétences sur le raisonnement déductif – semblent maîtrisés par une grande majorité d'élèves de la classe de Martine. Des exercices comportant des difficultés (notamment des adaptations de connaissances importantes) sont également réussis par plus de la moitié des élèves.

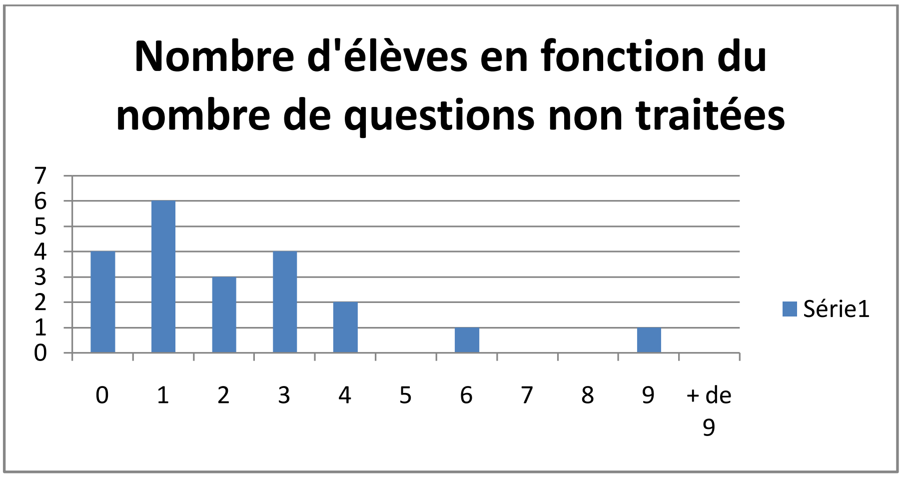
b. **Les résultats aux contrôles de Denis**

Précisons tout d'abord que, pour le DS6, nous ne disposons des productions que pour l'exercice 1, c'est-à-dire l'exercice de construction de symétriques sur quadrillage, mais non pour les deux exercices portant sur les médiatrices. D'autre part, un élève était absent à chacun des contrôles (Mohammed S pour le DS6 et Carlos pour le DS7), ce qui altère les résultats globaux pour ces deux élèves (surtout pour Carlos, puisque pour Mohammed, il ne manque qu'un exercice) ainsi que pour la classe, Mohammed étant un élève en grande difficulté, Carlos ayant été qualifié par Denis durant l'entretien préalable de *« bon mais en difficulté »*, c'est-à-dire qui comprend vite et serait capable d'avoir de bonnes notes mais ne les obtient pas par manque de travail et par son attitude.

Nous présentons, comme pour Martine, d'abord les résultats de l'ensemble de la classe, sur l'ensemble des tâches, puis les résultats par genre de tâches et enfin les profils de réussite des élèves.

Réussite globale sur l'ensemble

Tout d'abord, sur un total de dix-sept tâches et vint-et-un élèves, le nombre de questions non traitées est relativement important. Il avoisine en effet 2,2 questions non traitées par élève en moyenne, avec de grandes disparités selon les élèves :



Toutefois, à part pour quelques élèves qui ont beaucoup de questions non traitées, les questions non traitées sont souvent les mêmes. Ainsi, la question 3 de l'exercice 2 du DS7 n'a été traitée que par huit élèves sur vingt-et-un et les questions 2 et 3 de l'exercice 7 du contrôle commun n'ont pas été traitées par six élèves (sans que ce soient les mêmes élèves pour les deux questions). Enfin, quatre élèves n'ont pas répondu à la question 4 de l'exercice 2 du DS7, ce qui représente un pourcentage important.

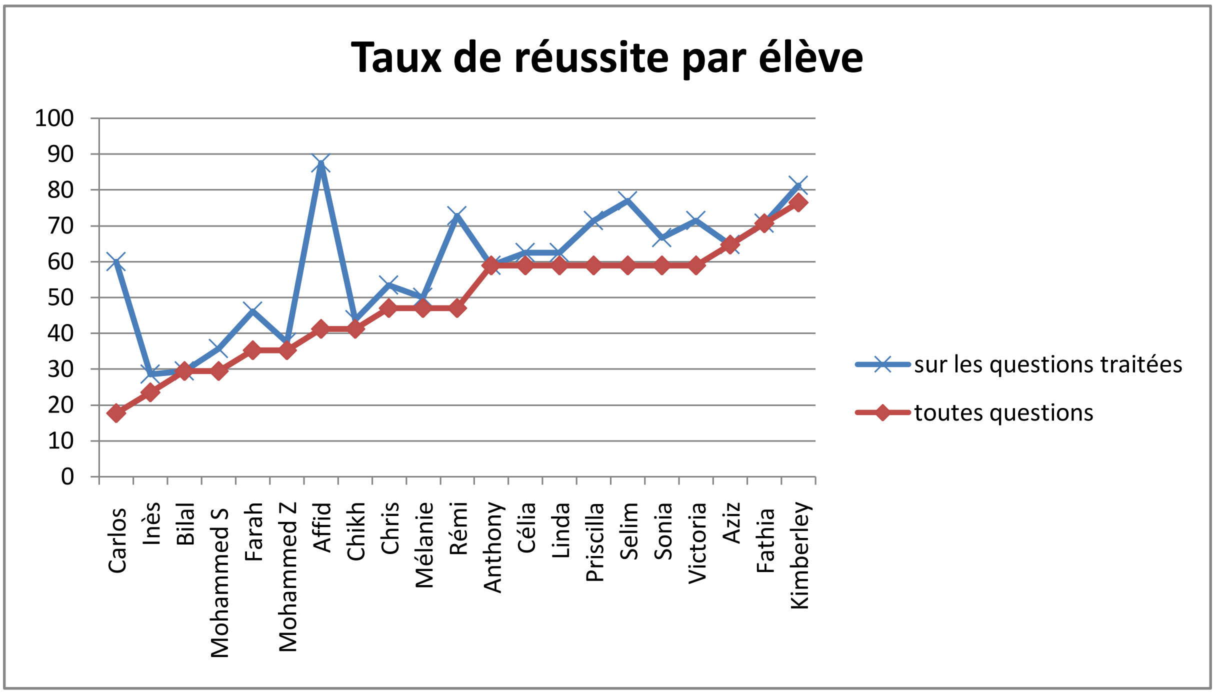
Ainsi, les taux de réussite aux contrôles ne perdent en représentativité de l'ensemble de la classe que pour quelques questions, de même que les taux individuels ne perdent en représentativité que pour quelques élèves (en particulier Affid qui comptabilise neuf questions non traitées). Les taux de réussite, les courbes et les interprétations tiennent systématiquement compte de ces non-réponses. Voici un premier aperçu des taux de réussite globale selon les catégories de tâches :

En %	Questions de cours (trois tâches)	Tâches de construction (huit tâches)	Tâches de preuve (cinq tâches)	Ensemble des tâches de contrôle
Taux de réussite sur les questions traitées	85[206]	70	17	58
Taux de réussite sur l'ensemble des copies	84	65	13	49

On observe à la fois que le taux de réussite sur l'ensemble des tâches est peu élevé (58% sur les réponses, 49% sur l'ensemble des copies) et une grande disparité des résultats selon les catégories de tâches. Le taux de réussite pour les questions de cours est le plus élevé, et le taux de réussite pour les tâches de construction est nettement supérieur à celui des tâches de preuve, ce dernier étant particulièrement faible : sur une tâche de preuve, en moyenne, seul un élève sur huit mobilise la connaissance attendue.

[206] Pour le calcul et la lecture de ces pourcentages, cf. note 10.

La répartition des taux de réussite par élève sur les questions qu'il traite ou sur l'ensemble des questions est la suivante :



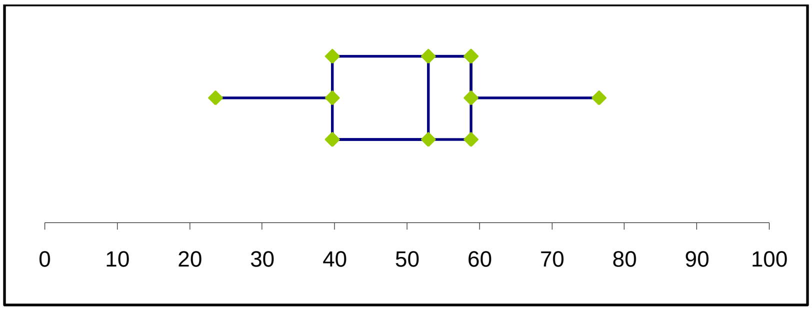
Le graphique montre que seuls trois élèves se distinguent par un taux de réussite supérieur à 60%, sept élèves ont un taux de réussite proche de 60%, ce taux étant inférieur à 50% pour tous les autres. Bref, plusieurs élèves ont des taux de réussite faibles, en excluant le cas de Carlos pour lequel le faible nombre de questions traitées ne rend le taux de réussite non significatif.

L'écart entre les deux courbes fait apparaître que les élèves qui ne traitent pas un nombre important de questions ne sont ni particulièrement les bons, ni les mauvais[207] ; ces questions non traitées se prêtent à deux interprétations : soit le temps passé par les élèves sur les questions qu'ils ont traitées ne leur a pas permis de traiter les autres, soit leur maîtrise du contenu leur a permis de discerner à l'avance les questions auxquelles ils sauraient répondre. L'analyse confirme plutôt la deuxième hypothèse, au moins pour un certain nombre d'entre eux puisqu'on observe une "sélection" des questions non traitées : Rémi, Selim et Victoria n'ont pas traité trois questions de preuves ; Affid n'a traité aucune des six tâches de preuve malgré son taux de réussite très élevé sur les questions traitées (80%) ; deux tâches de preuve n'ont pas été traitées par Priscilla. Pour Rémi et Priscilla, les questions non traitées correspondent aux tâches 4, 5 et 6 de l'exercice 2 du DS7, après qu'ils eurent échoué à la tâche 3 : ils auraient ainsi abandonné un exercice faute de parvenir à résoudre une des questions.

La dispersion de la série des taux de réussite par élève[208] est indiquée par le diagramme de Tukey[209] suivant :

[207] Ici, "mauvais" et "bon" ne renvoient qu'à la réussite lors de ces contrôles.

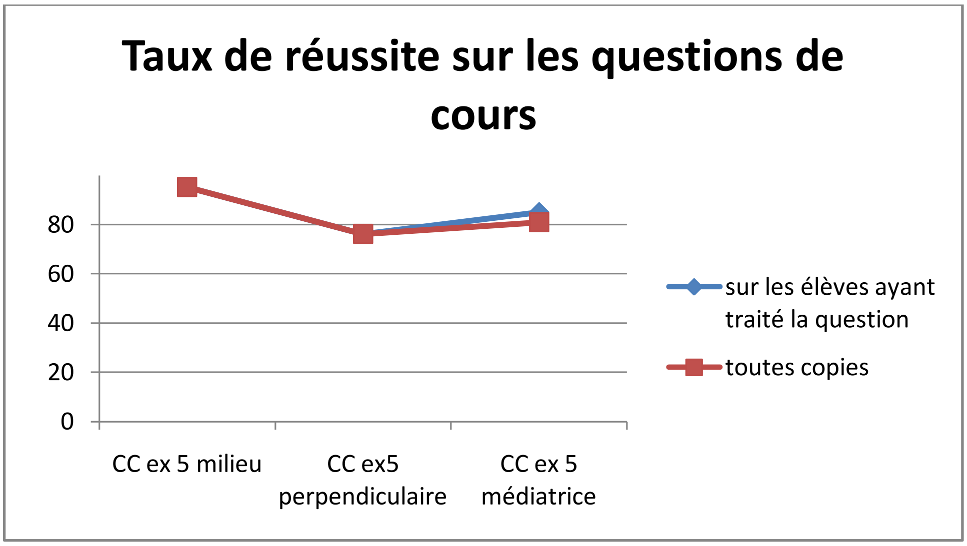
[208] Nous avons exclu du graphique la valeur correspondant à l'élève dont le taux n'est pas représentatif du fait de ses absences aux contrôles, à savoir Carlos.



Les taux de réussite varient de 23 % à 76 %, la médiane se situant à 53%, tandis que le premier quartile est 39 et le troisième 59. Autrement dit, 75% des élèves de la classe a un taux de réussite inférieur à 59 %, et 25% des élèves un taux inférieur à 39%, ce qui nous paraît plutôt faible.

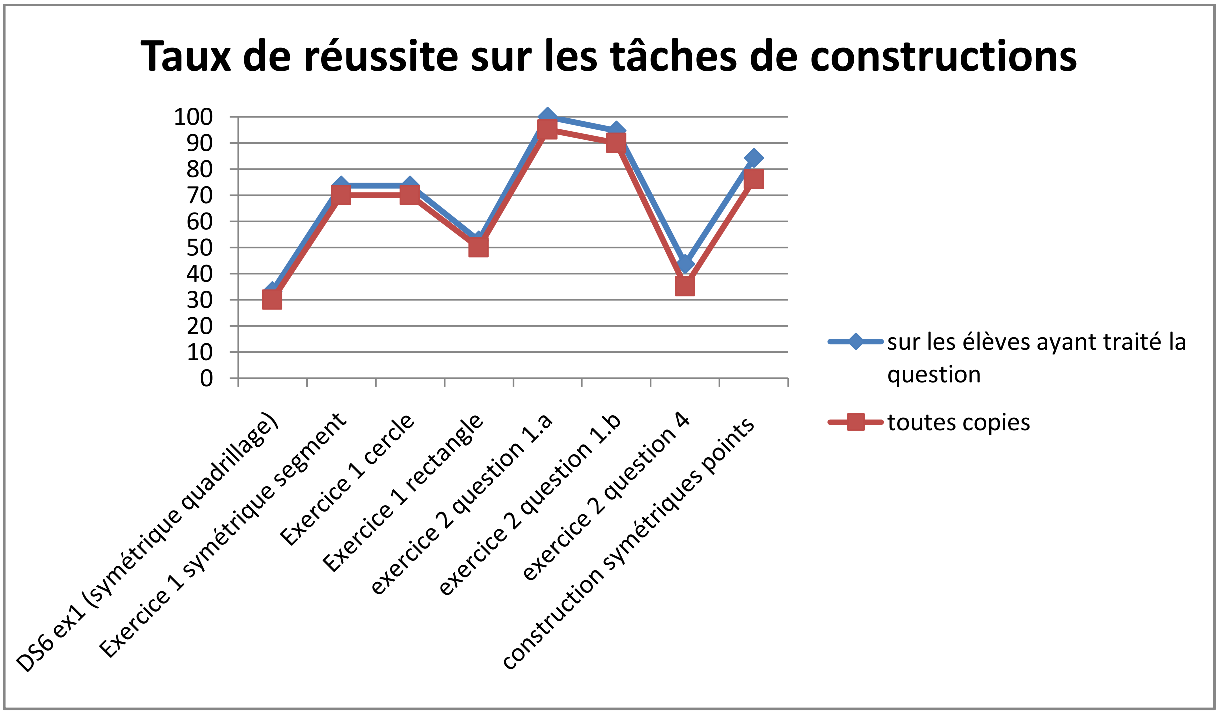
Réussite par tâche pour chaque genre

Pour affiner le constat fait à l'aide du tableau des données générales ci-dessus, voici les taux de réussite pour chaque tâche, classées par genre (question de cours, tâche de construction et tâche de preuve).



Les taux de réussite sur les questions de cours sont en moyenne élevés. Il s'agissait de tâches élémentaires de restitution de vocabulaire à partir de la reconnaissance sur un dessin codé (prototypique) d'un milieu, de la perpendicularité puis de conclure que la droite était la médiatrice du segment.

[209] La valeur minimum est 24, le premier quartile est 40, la médiane est 53, le troisième quartile est 59 et le maximum est 76 .



On observe que les tâches de constructions sont réussies de manière très diverse, de 30% pour l'exercice 1 du DS6 à 95% pour la première tâche de l'exercice 2[210] du DS7 (où il s'agissait de tracer un cercle de centre et rayon donnés et de placer un point sur ce cercle). La deuxième tâche du même exercice[211] est également très bien réussie (à 90%) : il s'agissait de construire deux points sur le cercle, à distance donnée du premier point placé (connaissance ancienne).

De même, en ce qui concerne les constructions de symétriques de figures sur papier blanc, qui sont l'enjeu principal du scénario de Denis, les taux de réussite sont relativement élevés, variant de 50% pour le symétrique du rectangle coupé par l'axe dans l'exercice 1 du DS7 à 76% pour le symétrique de deux points dans l'exercice 7 du contrôle commun, et atteignent 70% pour le symétrique du segment et le symétrique du cercle. L'objectif principal du scénario de Denis (construction de symétriques de figures par la méthode analytique) semble donc globalement atteint, sauf éventuellement en ce qui concerne la construction du symétrique d'une figure coupée par l'axe. Nous proposerons ultérieurement une interprétation plus fine de ces résultats en lien avec les activités que les élèves ont développées en classe.

En revanche, on constate un faible taux de réussite sur l'exercice 1 du DS6 qui consistait en une construction de symétriques sur quadrillages et dont nous proposerons également une interprétation plus loin.

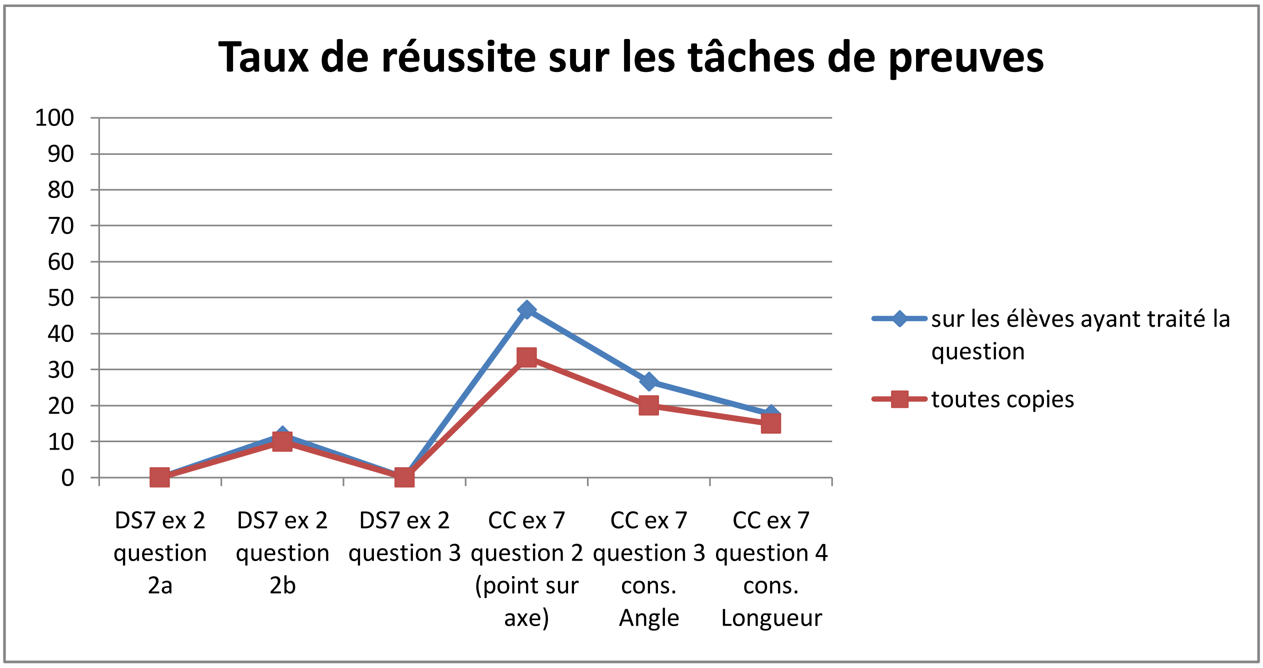
Le dernier taux de réussite faible concerne la question 4 de l'exercice 2 du DS7, qui correspond à la sixième et dernière tâche de l'exercice : il s'agissait de construire un point de telle façon qu'il forme un cerf-volant avec trois autres points. Or si de nombreux élèves ont traité la question, la plupart avaient échoué aux questions précédentes, ce qui les a empêchés de réussir la tâche puisque beaucoup ont placé un point au jugé, alors qu'on attendait d'eux qu'ils s'appuient sur les

[210] La première tâche de l'exercice 2 du DS 7 correspond à la question 1.a. de l'énoncé.

[211] Qui correspond à la question 1.b. de l'énoncé.

constructions précédentes (adaptation A5) et sur les propriétés de la médiatrice pour le construire.

En ce qui concerne les cinq tâches de preuve, voici les taux de réussite :



On constate qu'ils sont très faibles, voire nuls pour certaines questions. Au plus trois élèves sur dix mobilisent la connaissance appropriée (soit une propriété permettant de répondre à la question) sur certaines de ces tâches.

Les taux de réussite sont particulièrement faibles sur les tâches de l'exercice 2 du DS7 : il s'agissait de mobiliser les propriétés de la médiatrice, moyennant un certain nombre d'adaptations (en particulier dans les tâches 3 et 5[212] de l'exercice) et rappelons que la consigne – sous forme de question – n'indiquait pas nécessairement que l'on attendait un raisonnement s'appuyant sur une propriété.

Bref, pour les tâches ne nécessitant pas d'adaptation, un ou deux élèves sur dix réussissent à mobiliser une propriété permettant de répondre à la question, mais lorsqu'une adaptation est nécessaire et que la consigne est donnée sous forme de question, aucun élève ne sait résoudre la tâche. En étudiant les réponses des élèves, on constate que la plupart n'ont pas les moyens de résoudre la tâche – ni même de comprendre la question posée – : si quelques élèves sont dans une démarche de type GII et mobilisent une propriété, en général celle-ci n'est pas adaptée, à l'image de Kimberley qui, à la question *« pourquoi peut-on être sûr que le centre O est sur la médiatrice du segment [BC] ? »*[213] dans l'exercice 2 du DS7 répond : *« la médiatrice est une droite passant par le milieu du segment [BC] en étant la perpendiculaire du segment [BC] »* (son raisonnement repose donc sur un argument perceptif) ; quant à la plupart des élèves, non

[212] Qui correspondent respectivement aux questions 2a et 3 de l'énoncé de l'exercice.

[213] La réponse attendue utilise le fait que les points B et C appartenant au cercle, ils sont à équidistance de O, celui-ci appartenant donc à la médiatrice de [BC] d'après la propriété : *« si un point est équidistant des extrémités d'un segment, alors il appartient à la médiatrice de ce segment »*.

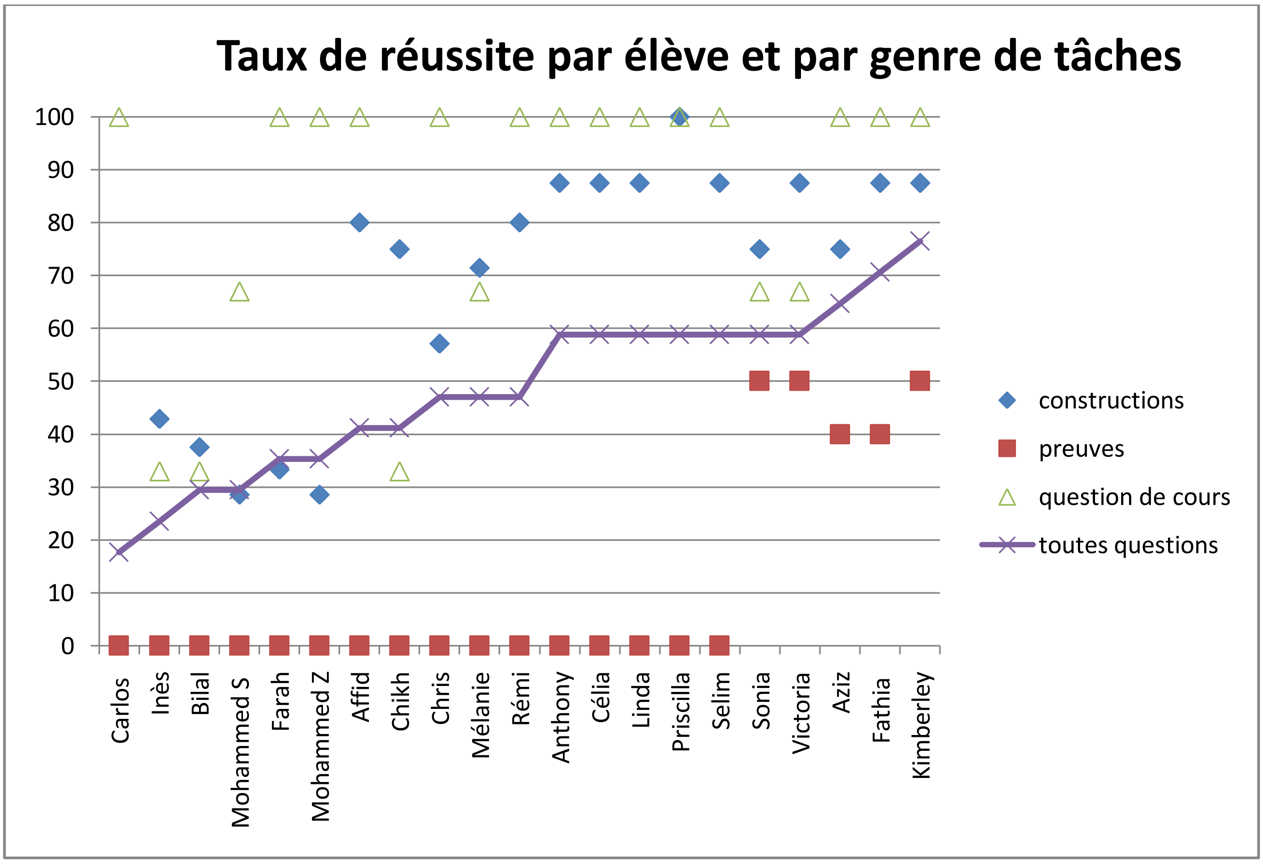
seulement ils ne raisonnent pas dans une logique de type GII, mais ils ne perçoivent pas correctement la situation ou ne disposent pas des connaissances nécessaires pour résoudre la tâche : à la même question que ci-dessus, sept élèves par exemple disent que A[214] ou O sont le milieu du segment [BC], deux disent que A est la médiatrice de [BC] ; d'autres enfin sont dans une logique relevant clairement du paradigme GI, comme Chikh : *« si on trace le segment [CB], sa fait la médiatrice du segment [BC] »*.

Notons toutefois que le contrôle commun a eu lieu plusieurs semaines après la fin du chapitre et que, si quelques révisions ont été faites peu de temps auparavant, elles ne portaient que sur des tâches de construction. On peut supposer que si elles avaient aussi porté sur des tâches de preuve, les deux tâches de preuve du contrôle commun (qui consistaient en une application de la propriété de conservation sans adaptation particulière) auraient été mieux réussies.

Ne perdons pas non plus de vue que l'initiation au raisonnement déductif en sixième ne relève pas du seul chapitre sur la symétrie, mais s'étale sur toute l'année, même si ce chapitre est un outil privilégié pour entamer un processus de passage de GI à GII. Or le chapitre relatif à la symétrie axiale a été traité par Denis au mois d'avril, soit plutôt en fin d'année.

Les profils de réussite des élèves

Tout comme pour Martine, nous avons représenté sur un graphique, le taux de réussite de chaque élève pour chaque catégorie de tâches, en classant les élèves par ordre croissant de taux de réussite global (sur l'ensemble des questions) :



[214] Dans cet exercice, A est un autre point équidistant de B et de C, mais ni A, ni O ne sont le milieu de [BC].

Seuls les élèves ayant un taux de réussite global élevé ont un taux de réussite non nul sur les tâches de preuve. Quant au taux de réussite sur les questions de cours, il ne semble pas corrélé à la réussite globale.

Les tâches de constructions et les tâches de preuve semblent discriminer des groupes assez nets d'élèves[215]. Ainsi, pour les tâches de construction, quatorze élèves ont un taux de réussite compris entre 70% et 100% tandis que cinq élèves ont un taux compris entre 25% et 45%. Seul Chris fait exception avec 57% de réussite. Parmi les élèves qui ont un bon taux de réussite pour les constructions, cinq ont un taux de réussite non nul en preuves – ce sont les cinq élèves ayant le meilleur taux de réussite globale – neuf autres ont un taux de réussite nul en preuves.

Il semblerait donc qu'il faut avoir compris les constructions pour réussir les preuves, soit parce que les élèves ont concentré leurs efforts d'apprentissages sur les constructions, celles-ci étant surreprésentées dans le scénario, soit parce que la maîtrise des constructions est effectivement indispensable pour comprendre les preuves. Une analyse plus poussée des réponses des élèves nous permettra plus loin d'affiner ces interprétations.

Ce dernier graphique nous montre en tout cas que tous les élèves réussissent mieux les tâches de construction que les tâches de preuve. Deux interprétations sont possibles : soit les tâches de preuve sont beaucoup plus difficiles, comme l'a du reste montré l'analyse *a priori* du DS7, soit c'est une conséquence de l'enseignement reçu, les tâches de preuve n'étant pas un enjeu central du scénario – les deux facteurs se conjuguant probablement.

Conclusion et premières interprétations

Les taux de réussite aux contrôles des élèves de Denis sont plutôt faibles, excepté pour quelques tâches de construction et quelques questions de cours élémentaires. On note le taux particulièrement bas de réussite pour les tâches de preuve.

En comparant les résultats à l'analyse a priori des tâches des contrôles, on constate que parmi les questions de cours, la seule qui ne soit pas élémentaire n'est réussie que par environ la moitié des élèves ; parmi les tâches de construction, les tâches élémentaires, même si elles mobilisent des connaissances anciennes, sont très bien réussies, les tâches “classiques”, c'est-à-dire qui figurent dans le cours et qui ont été répétées plusieurs fois (construction de symétriques de points, construction de symétriques de figures usuelles non coupées par l'axe) sont bien réussies, mais la construction des symétriques de segments sur quadrillage – avec des adaptations non travaillées auparavant – n'est réussie que par un élève sur trois, et la construction du symétrique d'une figure coupée par l'axe n'est réussie que par un sur deux. Quant aux tâches de preuve, si les plus simples (ne nécessitant pas d'adaptation) ont un taux de réussite faible (respectivement 10%, 20% et 15% pour la quatrième tâche de l'exercice 2 du DS7 et les troisième et quatrième tâches de l'exercice 7 du contrôle commun), les tâches nécessitant des adaptations ont un taux de réussite nul.

Par rapport aux objectifs d'apprentissage qui correspondent aux programmes, on constate que les élèves maîtrisent la construction de symétriques à l'équerre et au compas, excepté pour la moitié d'entre eux dans le cas où l'axe coupe la figure (en tout cas quand celle-ci est un rectangle

[215] Nous excluons à nouveau des analyses le cas de Carlos, dont les absences lors des contrôles nous ont privés d'une grande partie de ses productions.

et a un de ses sommets sur l'axe) ; en ce qui concerne les compétences liées à la notion d'axe de symétrie, elles ne sont pas évaluées. Enfin, à propos du passage de GI à GII, les élèves n'ont pas été capables, à l'occasion du contrôle, de mobiliser la bonne propriété pour justifier un résultat ; l'analyse plus fine des réponses montre même que les élèves n'ont pas répondu à ces questions dans la logique de GII, à savoir en utilisant les propriétés des figures, mais en faisant appel à des éléments perceptifs, instrumentés. Leurs réponses souvent incohérentes laissent supposer qu'ils manquent de connaissances pour pouvoir même comprendre la question.

c. Comparaison des résultats aux contrôles de Denis et de Martine

Nous comparons tout d'abord les taux de réussite globale avant d'affiner la comparaison en sélectionnant certaines tâches qui le permettent.

Comparaison des taux globaux

Globalement, les résultats aux contrôles apparaissent meilleurs chez Martine que chez Denis, le taux moyen de réussite sur l'ensemble des tâches et des copies avoisinant respectivement 70%[216] et 50%, même si, encore une fois, ces taux doivent être comparés avec prudence pour de multiples raisons (la faible fiabilité des résultats lors d'un contrôle, les multiples facteurs qui peuvent les influencer – des tâches prescrites à l'enseignement reçu sans négliger le facteur ZEP…).

Si l'on compare les questions de cours, le taux de réussite des élèves de Denis (84%) est supérieur à celui des élèves de Martine (64%). Cependant, cette différence ne nous paraît pas très significative dans la mesure où les tâches proposées sont très différentes. Il s'agit le plus souvent chez Denis de restituer du vocabulaire de manière contextualisée, alors que chez Martine, il s'agit de restituer des définitions, le nombre d'axes de figures usuelles, ou, lorsqu'il s'agit de restituer du vocabulaire, c'est dans des énoncés généraux, décontextualisés.

En ce qui concerne les tâches de construction, le taux est de 65% pour les élèves de Denis et de 76% pour ceux de Martine. Bien qu'il soit difficile d'en tirer des conclusions, nous nous efforcerons d'exploiter les informations fournies par les tâches similaires un peu plus loin.

Pour les tâches de preuve, le taux de réussite est de 60% chez Martine et de 13% chez Denis. Certes, les tâches sont très différentes, mais on observe que les élèves de Denis ont été dans l'ensemble incapables de résoudre les tâches de preuve du contrôle ; or si certaines étaient difficiles, d'autres étaient d'une difficulté moyenne et certaines étaient presque identiques à celles des contrôles de Martine (cf. supra).

Comparaison sur des tâches similaires[217]

Comme on l'a précisé plus haut, dans la comparaison des contrôles à l'issue des analyses a priori, certaines tâches sont similaires voire identiques (même si les configurations ne sont pas tout à

[216] Nous ne mentionnons dans cette partie que les taux correspondant à l'ensemble des copies, puisqu'il s'agit de comparer les résultats des classes.

[217] Lorsque nous comparons des tâches, nous tenons compte à la fois de la tâche mathématique sous-jacente et de la manière dont la consigne est formulée ; aussi, lorsque nous parlons de tâches similaires, il s'agit de tâches mathématiques similaires et dont la consigne est la même à quelques détails près.

fait les mêmes). Les résultats obtenus sur ces tâches précises sont donc particulièrement éclairants.

S'agissant des tâches de construction élémentaires mobilisant des connaissances anciennes, les taux de réussite, très élevés, sont similaires dans les deux classes : 100% dans la classe de Martine et 95% dans celle de Denis, mais ces tâches ne sont pas la trace d'apprentissages très importants, et sont sans lien avec la symétrie.

En revanche, pour ce qui est des tâches de construction de symétriques de points, sur papier blanc, avec axe oblique, les taux de réussite sont de 76% chez Denis (dans une situation sans adaptation) et de 68%, 80% et 63% pour les trois tâches de construction de symétriques de points dans les contrôles de Martine. Le premier taux pour les élèves de Martine correspond à l'interrogation écrite ; le second à la construction du symétrique d'un sommet d'un triangle construit dans la question précédente (adaptation A5), mais dans une configuration complexe puisque le triangle est presque rectangle, ce qui peut favoriser la conception erronée d'alignement ; le troisième correspond également à une situation complexe, puisqu'il s'agit de réutiliser la question précédente (adaptation A5). La réussite de la construction du symétrique d'un point à l'équerre et au compas semble donc similaire dans les deux classes.

Si l'on compare les taux de réussite sur la construction du symétrique d'un cercle, qui fait partie du cours, ils sont de 70% chez Denis et de 68% chez Martine ; cependant, les configurations de départ pour les deux tâches étaient très différentes : alors qu'il s'agit d'une configuration élémentaire (juste le cercle et l'axe sur papier blanc) et d'une tâche indépendante d'autres tâches chez Denis, il s'agit chez Martine d'un cercle coupé par l'axe, dont le symétrique doit être fait par rapport à une droite construite dans la question précédente (adaptation A5). Cette tâche est à la fois compliquée par le fait que l'axe coupe la figure et simplifiée par le fait que l'axe est éventuellement vertical (pour onze élèves sur les dix-neuf copies) et que le symétrique du centre du cercle est déjà construit – ce qui peut soit faciliter la tâche soit déstabiliser les élèves.

Si l'on compare maintenant cette tâche de construction chez Martine à une tâche de construction chez Denis où l'axe coupe aussi la figure (construction du symétrique d'un rectangle, DS7 ex 1), le taux de réussite n'est que de 50% dans ce dernier cas. Toutefois, la construction du rectangle nécessite la construction du symétrique de quatre points différents ; en outre, le contrôle perceptif et l'anticipation de la figure sont plus difficiles dans le cas du rectangle ; enfin, les particularités de la tâche assignée par Martine et mentionnées dans le paragraphe précédent ont également éventuellement un effet. Les résultats des élèves de Martine sont difficiles à interpréter, mais il semble que les cinq élèves qui ont échoué n'ont pas su identifier de quel(s) point(s) il fallait construire les symétriques, ni par rapport à quelle droite. Dans les productions des élèves de Denis, c'est le fait que l'axe coupe la figure qui fait obstacle à la réussite de la tâche : le taux de réussite de n'est alors plus que de 50% au lieu de 70% dans les cas de symétriques de figures non coupées par l'axe où les figures étaient aussi plus élémentaires ; on constate également que la plupart des élèves qui ont échoué à construire le symétrique du rectangle se sont interrompus ou ont mal terminé la figure après avoir construit correctement le symétrique d'au moins deux sommets. Nous interprétons cela comme la manifestation d'une difficulté de contrôle de la figure et éventuellement comme la trace de la conception erronée de transformation d'un demi-plan dans un autre – certains élèves ne construisant que les symétriques des points situés d'un même côté de l'axe.

En ce qui concerne les tâches de preuve, les questions 3 et 4 de l'exercice III du contrôle de Martine et les questions 3 et 4 de l'exercice 7 du contrôle commun de Denis sont identiques. Pour les premières, il s'agit de trouver la mesure d'un angle symétrique d'un angle dont on connaît la mesure en mobilisant la conservation des mesures des angles ; pour les secondes, la tâche est la même, mais porte sur la longueur d'un segment. Notons que les tâches sont identiques et la configuration, similaire : il s'agit au départ d'un triangle dont on a construit le symétrique d'un sommet par rapport au côté opposé chez Martine, ou dont on a construit le symétrique de deux sommets par rapport à une droite passant par le troisième chez Denis. Les taux de réussite sont respectivement de 80% et 80% pour les élèves de Martine et de 20% et de 15% dans la classe de Denis. Ces différences très importantes doivent cependant être nuancées, dans la mesure où chez Denis, ces tâches prennent place dans le contrôle commun qui a lieu plusieurs semaines après la fin du chapitre, sans avoir été précédé d'une révision des tâches de preuve. D'autre part, avant d'en déduire que les apprentissages en termes de preuve sont mieux assimilés par les élèves de Martine, il convient d'examiner les différents facteurs propres à expliquer ces différences : on peut supposer que le facteur ZEP, joint à l'influence des pratiques, joue un rôle important pour ces tâches où l'expression et la rédaction sont essentielles, les difficultés liées à la langue se cumulant avec les difficultés mathématiques.

Comparaison de tâches dont la résolution peut se heurter à une conception erronée

On peut également comparer deux tâches pour lesquelles la difficulté tient à la conception erronée de transformation d'un demi-plan dans l'autre : il s'agit de l'exercice 1 de l'interrogation de Martine (dans lequel il s'agissait de construire le symétrique de deux points situés chacun d'un côté de l'axe, dans une position peu éloignée de la symétrie) et de l'exercice 1 du DS 6 chez Denis (dans lequel il s'agissait de construire des symétriques de segments situés de part et d'autre d'un axe horizontal). Dans la classe de Martine, deux élèves n'ont pas identifié la tâche, et l'un d'eux au moins a identifié les deux points comme symétriques, ce que nous interprétons comme une manifestation possible de la conception erronée mentionnée ci-dessus ; dans la classe de Denis, quatre élèves n'ont pas identifié la tâche et deux autres n'ont construit les symétriques que dans un sens (du haut vers le bas), ce qui reflète, selon nous, la même conception erronée.

Conclusion

Même si les résultats globaux sont très différents, entre les élèves de Denis et ceux de Martine, ils n'en sont pas moins similaires pour certaines tâches de construction. En revanche, en ce qui concerne les tâches de preuve, on observe une très grande disparité : alors que les élèves de Martine semblent à peu près capables de les maîtriser, la plupart de ceux de Denis y échouent.

Au vu des objectifs définis par les programmes, on peut noter que si les élèves des deux classes semblent maîtriser de façon équivalente la construction du symétrique d'un point sur papier blanc avec l'équerre et le compas, les autres objectifs semblent être mieux assimilés par les élèves de Martine.

Cette remarque ne permet pas pour autant de conclure à une meilleure "efficacité" de Martine en termes d'apprentissages. En effet, outre les réserves émises dans l'introduction de ce chapitre liées à la fiabilité des résultats des contrôles en termes de reflet des apprentissages réalisés et au contenu différent de ces contrôles, il convient, pour mesurer l'impact des pratiques sur les résultats, d'analyser plus finement le lien entre les productions aux contrôles et l'enseignement reçu. C'est ce que nous nous proposons de faire dans la suite de ce chapitre.

3. Lien entre les productions des élèves en contrôles et les activités développées au cours du chapitre

Le but de cette partie du chapitre est de mieux comprendre et d'interpréter les résultats aux contrôles des élèves de Denis et Martine, en évaluant l'impact de leurs pratiques respectives sur les productions des élèves, en s'interrogeant sur le lien entre pratiques et apprentissages (même si, rappelons-le, nous n'approchons les apprentissages que très partiellement). Rappelons qu'un autre facteur *a priori* important intervient : le fait que Denis exerce en ZEP et Martine dans un établissement ordinaire ; sans intégrer l'influence de ce facteur sur les observations pour l'instant, nous ne le considérons pas pour autant comme neutre.

Nous analysons ainsi, dans chacune des deux classes et sur des contenus donnés, les productions des élèves en contrôles, en comparant les réussites et échecs constatés avec les activités menées durant le chapitre, c'est-à-dire d'une part avec le scénario, d'autre part avec le déroulement du chapitre.

a. Dans la classe de Martine

Après avoir montré comment les tâches les plus "classiques", correspondant aux objectifs principaux du chapitre et ayant été traitées plusieurs fois sont en général réussies par une large majorité des élèves, nous analysons plus finement les déroulements des tâches qui font exception, soit les quelques tâches qui, malgré la répétition, ne sont pas aussi bien réussies, et celles qui sont réussies malgré une absence de répétition.

Une grande cohérence des contrôles avec le scénario

Les tâches et même les exercices proposés dans les contrôles sont pour la plupart très similaires[218], voire identiques, à des tâches et à des exercices traités durant le chapitre. Ainsi, l'exercice 3 de l'interrogation écrite est identique à la tâche 7a, l'exercice III du contrôle ne diffère de l'exercice 19 que par les valeurs numériques (sans que ces différences n'induisent de différences dans la configuration géométrique), les tâches 3 et 4 de l'exercice V du contrôle correspondent aux tâches 15b et 15c etc. Les exercices du contrôle mélangent pour la plupart constructions et preuves, comme les exercices du chapitre.

Les questions de cours ne correspondent pas à des tâches du chapitre, excepté la question 2 de l'exercice I du contrôle qui reprend une partie de la tâche 22 ; elles sont en revanche limitées à la restitution d'un énoncé de cours, ou même simplement de mots de vocabulaire.

[218] L'expression "tâches similaires" renvoie toujours à des tâches mathématiques identiques, et dont l'énoncé est formulé de manière similaire : par exemple, on qualifiera de tâches similaires les tâches impliquées par les énoncés suivants : *« Donner la longueur du segment [AC]. Justifier. »* et *« Quelle est la longueur du segment [AC] ? justifier. »* ; autrement dit nous parlons de tâches similaires lorsque, la tâche mathématique sous-jacente étant la même, la différence d'énoncé ne semble pas être de nature à induire des différences dans les activités des élèves.

Toutes les tâches du contrôle portent sur des connaissances qui ont été vues, ou revues dans le cas de connaissances anciennes, au cours du chapitre.

La plupart sont conformes aux objectifs principaux du chapitre : les constructions de symétriques de figures sur papier blanc – principalement des symétriques de points, y compris dans des configurations complexes –, la reconnaissance d'axes de symétrie de figures, les tâches de preuves mobilisant les propriétés de conservation, les tâches portant sur la notion de médiatrice en lien avec la symétrie …

Nous notons toutefois une exception : parmi toutes les tâches de reconnaissance/dessin ou de construction d'axes de symétrie de figures, très peu présentaient des axes de symétrie non horizontaux ou verticaux et pour les rares figures qui en comportaient, il s'agissait chaque fois des diagonales du carré (par exemple pour les dés, exercice 20). La seule figure qui comporte des axes autres est le cercle, mais c'est un cas très particulier. Il nous semble que cette relative absence dans le scénario explique en grande partie le faible taux de réussite (47 %) pour la figure 3 (l'étoile, cf. la première analyse des résultats du contrôle) de l'exercice II du contrôle : ce taux nous paraît en effet relativement bas, compte tenu de la difficulté "absolue" de la tâche, qui relève de connaissances du cycle 3.

Enfin, la construction demandée dans l'exercice VI du contrôle est originale par rapport à ce qui a été traité dans le chapitre, mais nous y reviendrons.

L'efficacité de la variété des tâches, et des situations, lorsqu'un travail en classe est organisé avant le travail à la maison

Ces tâches – ou des tâches similaires – ont été traitées plusieurs fois durant le chapitre, dans des situations variées et de difficulté croissante, exigeant notamment de plus en plus d'adaptations, d'abord en classe puis à la maison.

Nous présentons ci-dessous pour les deux types de tâches les plus fréquents – construction du symétrique d'un point sur papier blanc et preuve mobilisant la conservation des longueurs – la répartition des tâches du scénario correspondantes en fonction des critères avec/sans adaptation et en classe/à la maison :

Tâche de construction du symétrique d'un point sur papier blanc				
tâche	Sans adaptation	Avec adaptations ou dans une configuration complexe	En classe	A la maison
7a				
8abcd				
9ab				
10ab				
11b				
14b				
15a				
17b				
23a				
24b (au compas)				
26 (au compas)				
28b				

Tâches de preuve mobilisant la propriété de conservation des longueurs				
tâche	Sans adaptation	Avec adaptations ou dans une configuration complexe	En classe	A la maison
11c				
12				
13b				
14c				
15c				
17c				
17e				
26b				
28c				

Ces tableaux montrent bien qu'au moins une situation sans adaptation est traitée avant les situations comportant des adaptations, et qu'au moins une situation (avec et sans adaptation) est traitée en classe avant d'être donnée à faire à la maison.

Or presque toutes les tâches qui correspondent aux enjeux principaux du chapitre et qui ont été répétées dans le scénario sont réussies par au moins 70 % des élèves de la classe : la deuxième question de cours de l'interrogation écrite, et, pour le contrôle, la question de cours 1 de l'exercice I, les tâches 1, 2, 4, 5 et 6 de l'exercice II, les tâches 2, 3 et 4 de l'exercice III et les tâches 2 et 3 de l'exercice IV. Autrement dit, l'organisation des tâches dans le scénario et les modes de travail associés ont bien une influence sur les taux de réussite en contrôles.

Une analyse plus fine des déroulements correspondant aux exceptions : des tâches répétées qui ne sont pas réussies par une grande majorité d'élèves

Parmi ces exceptions figurent la question de cours 1 de l'interrogation écrite (l'écriture de la notation mathématique de la symétrie de deux points) et les tâches 2 et 4 de l'exercice V du contrôle (construction du symétrique d'un point dans une configuration complexe et reconnaissance/preuve de la nature d'un triangle mobilisant la conservation des longueurs) qui, bien qu'ayant été toutes les trois répétées, ne sont réussies que par respectivement 50%, 63% et 40% des élèves. Le taux de réussite relativement bas observé pour la tâche 2 de l'exercice V tient au fait que plusieurs élèves ne l'ont pas traitée (le taux est de 80 % de réussite, si l'on ne considère que les élèves qui l'ont traitée – taux proche de celui correspondant aux autres tâches de ce type dans le contrôle), probablement parce qu'il fallait utiliser les questions précédentes (adaptation A5), comme nous l'avons précisé dans la première analyse des résultats aux contrôles de Martine (cf. supra).

Les déroulements associés à la première question de cours de l'interrogation écrite

Nous avons analysé plus finement les déroulements liés aux connaissances en jeu à la question 1 de l'interrogation écrite. Les réponses des élèves à la question 1 de l'interrogation écrite se répartissent de la manière suivante :

Sur 22 copies	**Question 1**
Non traité	1
Réponse attendue $S_{(d)} : A \mapsto B$	11
A l'envers $S_{(d)} : B \mapsto A$	10

A l'exception de Matthieu qui n'a pas traité la question, tous les élèves identifient la tâche (transcrire du français en notation mathématique le fait qu'un point est le symétrique d'un autre par rapport à une certaine droite) et connaissent la notation, mais la moitié environ inverse les points. Si l'on reprend le déroulement, on s'aperçoit que cette tâche s'est présentée trois fois : une fois dans le cours, à la séance 2, mais c'est Martine qui a proposé la solution en l'accompagnant d'une explication collective sur l'ordre des lettres, et il s'agissait d'un point F symétrique d'un point E ; et deux fois lors de rappels de cours, dans les séances 3 et 4, où il s'agissait d'un point B symétrique d'un point A, les élèves étant passifs la première fois, mais actifs la deuxième ; d'autre part, la tâche inverse (transcrire de la notation mathématique en français) a été proposée à la séance 3, à propos d'un point N symétrique d'un point M et assortie d'explications sur l'ordre des lettres, mais contextualisées. Une explication nous semble résider dans la formulation de la question dans le cas de l'interrogation : *« B est le symétrique du point A »* (l'ordre des points dans la phrase en français est alors inverse de l'ordre dans la notation mathématique), or cette formulation est identique à celle employée pendant le cours, et lors de l'explication collective de la séance 3, mais différente de celle employée dans les deux cas où les élèves ont été actifs. De plus, si des explications ont été données sur le rapport entre l'ordre des lettres dans la phrase et dans la notation mathématique, elles sont toujours restées contextualisées, et aucune explicitation n'a été fournie sur le lien entre la formulation en français et l'ordre des lettres dans la notation mathématique. Tout se passe comme si la moitié des élèves avait identifié la tâche, mais non le fait que la formulation était différente de celle à laquelle ils avaient été majoritairement confrontés. Ils auraient alors appliqué directement la procédure expérimentée avec succès les deux fois où ils ont eu à l'écrire eux-mêmes : écrire les deux lettres dans le même ordre que dans la phrase.

Autrement dit, malgré une tâche relativement élémentaire et répétée durant le déroulement du chapitre, le fait que les élèves n'aient pas été confrontés par eux-mêmes à une certaine adaptation provoquerait un échec de la moitié de la classe. Certains éléments renforcent cette analyse. En effet, un des élèves a été confronté à cette adaptation puisque, lors de la séance 3 où il s'agissait de transcrire dans l'autre sens (de la notation en français) il a employé l'expression *« est le symétrique de »* en commettant une erreur (il a placé les lettres dans le même ordre que dans la notation) ; lorsqu'il soumet sa réponse à l'enseignante, Martine corrige, mais sans mutualiser : l'élève en question n'a pas commis d'erreur dans l'interrogation écrite. En outre, une autre élève, Mariama, dans une de ses copies, a employé l'expression « est le symétrique de » à la place de *« a pour symétrique »*, ce qui confirmerait que les élèves n'ont pas saisi la différence entre les deux et considèrent ces formulations comme interchangeables.

Cette analyse n'est toutefois qu'une interprétation possible et partielle, dans la mesure où la moitié de la classe a néanmoins répondu correctement, que les derniers éléments ne concernent que deux élèves, que la tâche est très limitée, probablement peu représentative d'un réel apprentissage. On peut notamment imaginer que des élèves ont pu ne pas chercher à raisonner, mais répondre sans réfléchir, d'autres encore hésiter sur la réponse et choisir au hasard…

Les déroulements associés à la tâche 4 de l'exercice V du contrôle

La tâche consiste à reconnaître et à prouver qu'un triangle formé par deux points symétriques et un point de leur axe de symétrie est isocèle. On peut mobiliser la propriété de conservation des longueurs ou la propriété d'équidistance des points de la médiatrice aux extrémités du segment. Les deux options nécessitent une adaptation (A1) non triviale : il faut en effet avant tout être capable de traduire "prouver que le triangle BEF est isocèle" par "prouver que FE = FB" ; puis cela suppose encore d'établir des étapes (adaptation A4) puisque dans la première option, il faut d'abord établir que, B et E étant symétriques (qui vient d'une question précédente : adaptation A5) et F appartenant à l'axe étant son propre symétrique, alors les segments [FE] et [FB] sont symétriques, puis appliquer la propriété de conservation des longueurs pour conclure ; la deuxième option suppose d'interpréter le fait que E et B sont symétriques par rapport à (d) par le fait que (d) est la médiatrice du segment [EB] (en faisant intervenir la dernière définition du symétrique d'un point donnée dans le cours) puis d'utiliser la propriété d'équidistance pour conclure. Dans tous les cas, la tâche est complexe et nécessite de nombreuses adaptations. Nous présentons les résultats des élèves ci-dessous :

		Nombre d'élèves (sur 20 copies)	En %
Question non traitée		3	15
Raisonnement fondé exclusivement sur les propriétés de la figure	Propriétés permettant de répondre à la question[219] [dont propriété de conservation des longueurs ; dont propriété d'équidistance]	8 [4; 4]	40
	Propriétés non adaptées à la situation	2	10
Raisonnement fondé sur des arguments de type perceptif		2	10
Réponse montrant que l'élève n'a pas compris la question ou ne dispose pas des connaissances nécessaires pour la traiter[220]		5	25

Or cette tâche a été traitée deux fois durant le chapitre (tâche 15c, en classe et tâche 17e, à la maison) ; d'autres tâches assez proches mais un peu plus difficiles – reconnaître et prouver la nature d'un quadrilatère en mobilisant les propriétés de conservation : 14c et 28d, toutes les deux en classe – ont également été traitées deux fois dans le chapitre. Cependant, ces quatre tâches ont été effectuées avant que ne soit vue la propriété d'équidistance, ce qui implique que dans ces quatre cas, elles ont été traitées en mobilisant les propriétés de conservation. Autrement dit, les quatre élèves qui ont mobilisé la propriété d'équidistance pour cette tâche ont réalisé une adaptation originale de cette connaissance, d'autant plus que cette propriété n'a pas été utilisée dans des tâches de preuve durant le déroulement du chapitre ; toutefois, cette propriété a été elle-même démontrée (tâche 23c) dans une configuration similaire à celle de la

[219] Nous avons comptabilisé dans cette catégorie tous les élèves dont la réponse fait référence de manière contextualisée ou décontextualisée à la propriété de conservation des longueurs ou à la propriété d'équidistance, même si la preuve n'est pas complète (s'il manque notamment une des étapes que nous avons citée ou si l'expression n'est pas correcte).

[220] Par exemple, dans une question où on demande de justifier qu'un triangle est isocèle, l'élève écrit : *« parce qu'il a ses trois côtés égaux »* (ce qui n'est pas vrai). Certaines de ces réponses font appel à des arguments de type perceptif et d'autres sont liées à des propriétés mathématiques des figures.

tâche du contrôle, et en mobilisant la propriété de conservation, ce qui peut expliquer la réponse des élèves.

Le faible taux de réussite à cette tâche s'explique a priori principalement, selon nous, par sa difficulté liée au nombre d'adaptations nécessaires à sa résolution. Néanmoins, de l'analyse des déroulements des cinq tâches mentionnées ci-dessus, il ressort que dans les quatre cas de traitement en classe, c'est chaque fois Martine ou éventuellement un élève, à la demande de Martine, qui prend en charge l'adaptation initiale (celle qui permet de passer de "prouver que le triangle est isocèle (14c, 15c)" ou "prouver que le point F est équidistant de B et E (23c)" ou "prouver que le quadrilatère est un losange (28d)" à "prouver que FB = FE") ***avant*** l'activité des élèves, la tâche étant même traitée collectivement dans le cas de 14c et de 28d. Nous avons aussi analysé les productions des élèves à l'exercice 17 (traité comme "devoir maison", c'est-à-dire à la maison, mais qui est relevé) : voici les résultats pour la tâche 17e, en sachant qu'elle était un peu différente puisque le triangle était en fait équilatéral, mais que les données de l'énoncé ne permettaient de prouver que son caractère isocèle :

<table>
<tr><th colspan="2">Question 5</th><th>Effectifs (sur 18)</th><th>En %</th></tr>
<tr><td colspan="2">Question non traitée</td><td>1</td><td>5,6</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Raisonnement fondé exclusivement sur les propriétés de la figure</td><td>Propriétés permettant de répondre à la question</td><td>6</td><td>33,3</td></tr>
<tr><td>Propriétés non adaptées à la situation</td><td>0</td><td>0</td></tr>
<tr><td colspan="2">Equilatéral justifié par perceptif, instrumenté ou non justifié</td><td>7</td><td>38,9</td></tr>
<tr><td colspan="2">Réponse juste (isocèle) et non justifiée</td><td>3</td><td>16,7</td></tr>
<tr><td colspan="2">Réponse fausse</td><td>1</td><td>5,6</td></tr>
</table>

Cinq élèves sur les six qui avaient su faire en Devoir Maison ont su faire le jour du contrôle (deux d'entre eux en utilisant la propriété de conservation et trois autres en utilisant la propriété d'équidistance) ; les deux autres élèves qui réussissent le jour du contrôle n'avaient pas traité la question dans le DM pour l'un et pas rendu le devoir pour l'autre, nous ne pouvons donc pas savoir ce qu'ils auraient répondu. En tout cas, parmi les élèves qui avaient échoué à cette tâche dans le DM, l'un a su résoudre partiellement la tâche du contrôle en répondant faux (équilatéral) mais en justifiant le fait que le triangle était isocèle par la propriété de conservation des longueurs. Toutefois, parmi les sept élèves qui avaient répondu équilatéral en justifiant de manière perceptive, on note qu'outre cet élève, trois autres ont donné une réponse partielle dans le contrôle, témoignant manifestement d'une tentative de raisonnement de type GII.

Ces résultats confirment que le traitement préalable de deux tâches similaires en classe n'avait pas suffi à ce que plus d'un tiers des élèves réussissent la tâche du DM, qui, convenons-en, était un peu plus difficile, et que la correction du DM ainsi que le traitement en classe d'une nouvelle tâche similaire après le DM n'ont pas suffi à faire progresser les élèves qui n'avaient pas réussi dans le DM. A nouveau, nous imputons cela au fait que Martine ou la classe ont systématiquement pris en charge l'adaptation majeure liée à cette tâche sans que les élèves y soient confrontés individuellement.

Comme nous l'avons mentionné plus haut, cette tâche est néanmoins très difficile pour la classe de sixième et le taux de réussite nous semble malgré tout relativement élevé.

Nous avons conscience que ces résultats sont très limités par le nombre de tâches et d'élèves concernés, ainsi que par la diversité des facteurs pouvant intervenir dans la réussite ou l'échec le jour du contrôle. Néanmoins, ils semblent renforcer l'hypothèse selon laquelle la présence de tâches dans le scénario n'est pas une condition suffisante pour l'apprentissage : le déroulement associé aux tâches du scénario joue également un rôle important. Cette hypothèse est encore validée par les exemples qui suivent.

Une analyse approfondie d'autres exceptions : des tâches réussies au contrôle malgré une place faible ou une absence dans le scénario

Si la plupart des tâches des contrôles sont très proches de celles traitées plusieurs fois durant le chapitre, d'autres en revanche sont évaluées alors qu'elles n'ont été que peu évoquées au préalable ou même sans que des tâches similaires ne figurent dans le scénario. Nous ne mentionnerons pas les quelques tâches très élémentaires faisant appel à des connaissances anciennes et qui sont très bien réussies, mais d'autres tâches moins faciles et pour lesquelles le taux de réussite est tout de même élevé.

Une tâche peu traitée durant le chapitre, mais néanmoins réussie

La troisième question de l'interrogation écrite[221] consiste à construire le symétrique de deux points par rapport à un axe oblique, sur papier blanc. Or, si cette tâche s'avère classique et est répétée de nombreuses fois à l'échelle du chapitre, elle n'a en revanche été traitée qu'une seule fois en tant que telle lorsque l'interrogation écrite a lieu (à la séance 5). En effet, cette tâche est similaire à la tâche 7a[222], commencée en classe lors de la séance 3 avec un travail individuel des élèves et terminée à la maison, puis corrigée rapidement par Martine à la séance 4, celle-ci interrogeant des élèves sur les instruments à utiliser, mais prenant en charge rapidement la construction. Quelques autres constructions de symétriques de points sur papier blanc ont été réalisées lors de la séance 4, comme sous-tâches de la construction de symétriques de segments, droites et cercles en travail individuel des élèves (les deux derniers n'ont été traités en classe que par les élèves les plus rapides), suivies d'une brève synthèse collective parce que l'heure se termine – les élèves n'ayant toutefois traité pour la plupart que deux symétriques de segments. Durant cette synthèse, est évoquée la méthode de construction du symétrique d'un point :

> *Pour construire le symétrique du segment AB, on construit le symétrique des extrémités du segment, vous l'écrivez, le symétrique des extrémités, c'est-à-dire, des extrémités A et B et on en est ramené à l'exercice précédent où vous aviez à construire le symétrique d'un point. […] ce que j'ai fait, c'est que j'ai tracé la perpendiculaire, […] la perpendiculaire à d passant par A, puis j'ai reporté cette longueur là, et j'ai obtenu le point A'.* (Martine, séance 4, correction de l'exercice 8)

Les constructions sont ensuite terminées à la maison puis corrigées collectivement à la séance suivante, mais *après* l'interrogation écrite. D'autre part, un autre exercice a porté sur des

---

[221] Les élèves n'ayant pas été prévenus n'ont donc pas fait de révisions particulières.

[222] Là encore, tâche "similaire" signifie qui a le même énoncé et se place dans une configuration similaire ; la seule différence (outre le fait que dans le cas de la tâche 7a, il y a d'autres points sur la figure), est que les deux points dont il s'agit de construire le symétrique sont, dans la tâche 7a presque sur une même verticale, de manière à induire éventuellement la conception erronée liée aux axes horizontaux/verticaux, si l'élève identifie les deux points comme symétriques (ce qui peut être induit par la conception erronée de transformation d'un demi-plan dans un autre) ; dans la tâche de l'interrogation écrite, les deux points sont presque sur une même horizontale (induisant la mobilisation éventuelle des mêmes conceptions erronées).

constructions de symétriques de points, mais sur quadrillage, la technique étant très différente et la perpendicularité étant notamment prise en charge par le quadrillage lui-même.

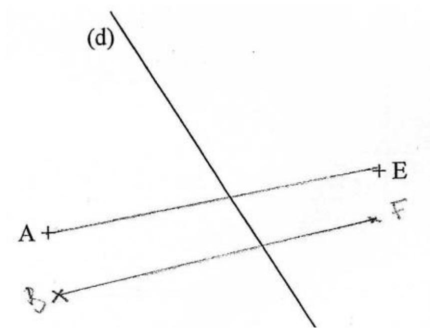
Or cette tâche n'est pas simple, dans la mesure où elle demande une adaptation A4 et la mobilisation de connaissances anciennes : il s'agit d'abord de tracer la perpendiculaire à l'axe passant par le point, de la prolonger, puis de reporter la distance du point à l'axe de l'autre côté de l'axe avec la règle ou le compas. Elle allie donc une bonne maîtrise de la définition (perpendicularité et équidistance), des outils et des constructions de perpendiculaires à une droite donnée passant par un point donné.

Voici les résultats obtenus à l'interrogation écrite :

Sur 22 copies		**Question 3**
Juste et codé		13
Juste non codé		7
	Dont approximatif	5
faux		2

Vingt élèves sur les vingt-deux ont identifié la tâche et tenté de construire le symétrique des deux points. Parmi les deux qui échouent, l'une des productions est difficile à comprendre, mais l'autre montre clairement que l'élève a identifié les deux points comme étant symétriques l'un de l'autre et construit les deux points demandés comme extrémités d'un segment parallèle et approximativement de même longueur que le segment [AE] (cf. image ci-contre), probablement induit en erreur par le fait qu'ils étaient chacun d'un côté de l'axe dans une position peu éloignée de la symétrie ni de l'horizontale.

Matthieu, interro



Nous interprétons cela comme une conséquence possible de la conception erronée de transformation d'un demi-plan dans un autre dans un seul sens – en l'occurrence, de gauche à droite.

Parmi les vingt autres, tous ont réalisé une construction avec les instruments de géométrie comme attendu, tous appliquent l'équidistance, treize codent les deux conditions (perpendicularité et équidistance). Pour cinq élèves au plus, l'approximation et l'absence de codage de la figure ne permettent pas de savoir si ils ont construit le symétrique “en face” au jugé ou en mobilisant la perpendicularité mais en étant maladroit sur la manipulation de l'équerre.

En comptant comme réussies les productions pour lesquelles la précision de la construction ou le codage permettent de supposer que l'élève a effectivement construit la perpendicularité et l'équidistance, le taux de réussite obtenu est de 68%. Il atteint 91% si l'on inclut les constructions approximatives.

Tout se passe comme si le travail important en amont sur la définition du symétrique d'un point, (notamment pour mettre en évidence l'importance des deux conditions) avait suffi pour permettre aux élèves d'élaborer seuls la méthode de construction du symétrique d'un point sur papier uni (dans l'exercice 7). Nous interprétons la réussite de ces élèves lors de l'interrogation écrite (et notamment le fait qu'ils appliquent effectivement les deux conditions de perpendicularité et d'équidistance) par le fait que le faible nombre de traitements de la tâche est compensé par un travail répété sur la définition de deux points symétriques et par des phases collectives riches autour de l'activité individuelle sur la tâche 7a. En effet, le travail sur la définition et notamment sur les deux conditions a débuté par un exercice, suivi d'une phase de synthèse où Martine a effectivement fait formuler la synthèse par des élèves – y compris en s'appuyant sur des élèves habituellement en difficulté, quitte à faire plusieurs retours sur l'exercice ; la définition a ensuite été reprise lors de rappels de cours (à la séance 3 et à la séance 4), assortie de contre-exemples pour mettre en évidence la nécessité des deux conditions ; elle a également été travaillée à plusieurs occasions dans des exercices (notamment les exercices 5 et 6, sur quadrillage) ; enfin, après la correction rapide de l'exercice 7, à la séance 4, une synthèse a été élaborée collectivement sur la méthode de construction du symétrique d'un point. Là encore, la responsabilité de l'élaboration de la synthèse a été largement assumée par les élèves. Le travail individuel associé à un travail collectif de synthèse et de décontextualisation après l'exercice, semble donc avoir suffi à la majorité des élèves.

Pour renforcer ces analyses, voici la correspondance entre les constructions de symétriques (question 3 de l'interrogation écrite) et les réponses à la deuxième question de l'interrogation écrite, qui porte justement sur la définition de deux points symétriques.

	construction juste	**construction fausse ou approximative**	**total**
les deux conditions	13	2	15
pas les deux conditions	2	5	7
total	15	7	22

On note une forte corrélation entre la réussite aux deux questions. En effet, les deux élèves qui n'ont pas su identifier la tâche de construction ont eu faux à la définition (Thomas et Matthieu ne sont capables ni d'écrire la définition ni de faire la construction). D'autre part, les élèves qui ont identifié la tâche de construction, mais n'ont pas su la traiter, ont échoué en général aussi à la définition (parmi les sept qui ont une construction fausse ou approximative, quatre ont écrit une définition avec une seule condition, et un avec le pliage).

Cependant, la corrélation n'est pas automatique : deux élèves, malgré une définition erronée, ont tout de même réalisé une construction correcte : Alexandre, dont la définition ne mentionnait qu'une seule condition, et Maude qui n'avait pas identifié la tâche et a répondu A est le symétrique de B, puis un début de définition incompréhensible.

Cette corrélation n'apparaît pas forcément comme cohérente : Alexandre ne mentionne pas l'égalité des longueurs dans la définition, mais la réalise dans la construction, comme en attestent les traces de compas ; quant à Marouan, qui ne mentionne dans la définition que la perpendicularité, n'a pas forcement construit une perpendiculaire (l'approximation de la construction ne permet pas de le savoir) et ne code que l'égalité des longueurs.

Nous en concluons que les extrêmes sont corrélés (les deux élèves qui n'identifient même pas la tâche pour la construction sont aussi ceux qui écrivent une définition fausse), tandis que presque tous les élèves qui mentionnent les deux conditions dans la définition réussissent la construction. Les seules exceptions sont ceux dont la précision de la construction ne permet pas de savoir s'ils ont réellement construit une perpendiculaire. Toutefois, nous retenons également que cette corrélation n'est ni complète ni totalement cohérente. Par exemple, il semblerait que des connaissances procédurales ne sont pas forcément explicitables de manière décontextualisée (comme chez Alexandre par exemple).

Qu'il s'agisse de la définition ou de la construction, il n'est pas possible a priori d'établir quel facteur explique les résultats observés lors de l'interrogation. On peut conclure en revanche qu'une élaboration collective avec des responsabilités réellement partagées entre l'enseignante et la classe, un travail collectif important pour l'institutionnalisation, après travail individuel, associés à plusieurs reprises lors des rappels de cours des séances ultérieures et des utilisations en contexte de construction ont permis à quinze élèves, sur les dix-huit écrivant la définition, de mentionner les deux conditions. D'autre part, en ce qui concerne les constructions, malgré un nombre de tâches limité, une activité des élèves riche – ils ont été confrontés directement au problème de la construction du symétrique d'un point, n'ayant à leur disposition que la définition[223] – renforcée par une phase collective également riche – dans le sens où la classe est effectivement au moins en partie responsable du savoir – soit une condition suffisante pour permettre à quinze à vingt élèves sur les vingt qui identifient la tâche de la réussir.

En l'occurrence, c'est donc bien la combinaison de phases collectives générant une réelle activité des élèves et s'appuyant sur une activité individuelle riche qui est propice à l'élaboration d'un processus de construction de connaissances.

Les tâches du contrôle hors scénario mais néanmoins réussies

Certaines tâches de contrôles sont plus inattendues par rapport au scénario, voire comportent des adaptations inédites, comme par exemple la tâche 1 de l'exercice V ou l'exercice VI : comme nous l'avons précisé dans l'analyse a priori des tâches de contrôle, la tâche 1 de l'exercice V nécessite soit de raisonner par changement de point de vue (adaptation A3) pour interpréter la consigne formulée en référence à l'aspect dynamique de la symétrie, en mobilisant des connaissances qui relèvent de l'aspect statique, soit d'appliquer la dernière définition écrite dans le cours du symétrique d'un point à l'aide de la médiatrice. Or cette définition est l'un des rares résultats du cours qui ne soit pas explicitement l'institutionnalisation d'un énoncé élaboré lors d'une tâche (cf. schéma du scénario) et qui n'a pas non plus été appliqué de manière explicite dans un exercice (durant tout le déroulement de l'exercice 26, choisi pour être l'exercice d'application de cette définition, le mot médiatrice n'est pas prononcé). Quant à l'exercice VI, il nécessite pour être réussi, le changement de point de vue évoqué ci-dessus, c'est-à-dire qu'il

[223] Pour comparer, précisons que dans la classe de Denis, la méthode de construction a d'abord été élaborée par l'enseignant, avant que les élèves ne l'exécutent.

suppose de bien maîtriser le lien entre aspect statique[224] et dynamique de la symétrie, en même temps qu'une bonne maîtrise de l'articulation entre les deux niveaux d'appréhension des transformations (au sens de Grenier et Laborde, 1987) : le niveau 1 de l'action sur les figures et le niveau 2 d'application ponctuelle. Ces deux tâches nous semblent donc sortir du cadre strict du scénario.

Or elles sont réussies par respectivement 80% et 70% des élèves de la classe, ce qui nous semble élevé. Nous attribuons ces taux de réussite au fait que, si la définition n'a pas été mobilisée dans une tâche et que le changement de point de vue impliqué n'a pas non plus été travaillé durant le chapitre, ces deux notions sont en revanche en droite ligne des objectifs conceptuels centraux du chapitre, à savoir articuler les deux aspects de la symétrie, notamment grâce à la notion de médiatrice. A ce titre, et comme on l'a mis en évidence dans le chapitre précédent, la structure de scénario de Martine, soutenue par un discours de structuration des contenus très présent lors des déroulements a permis à la plupart des élèves de mettre en lien et en cohérence l'ensemble du chapitre, permettant ainsi la réalisation de ces adaptations.

Ces interprétations restent évidemment toujours à prendre avec précaution, étant donné que d'autres facteurs peuvent jouer un rôle, comme des effets de contrat : par exemple, dans la tâche 1 de l'exercice 5, les élèves interprétant la consigne comme *« il faut tracer une droite »* mobilisent la construction de la médiatrice comme seule construction de droite vue durant le chapitre ; cela pourrait notamment expliquer que certains élèves ayant tracé la médiatrice sans être sûrs de réaliser la bonne tâche ne continuent pas l'exercice (c'est le cas de trois élèves qui réussissent la première tâche mais ne traitent pas les suivantes).

Conclusion à propos du lien entre enseignement et productions aux contrôles dans la classe de Martine

Un certain nombre de facteurs semblent donc concourir à la réussite des élèves observée dans les contrôles. D'une part ceux-ci, sans être faciles, sont cohérents avec les objectifs d'apprentissage visibles dans le scénario et avec les tâches traitées durant le chapitre ; d'autre part, si le fait qu'une tâche soit répétée plusieurs fois dans le scénario semble assurer une certaine réussite lors des contrôles[225], on a vu dans certains cas comment la cohérence d'ensemble du scénario ainsi que les déroulements des tâches précises, mais aussi le fait que le déroulement soutient la cohérence d'ensemble du scénario semblent également jouer un rôle non négligeable.

[224] En revanche, ce n'est tout de même pas l'aspect statique en tant qu'invariance d'une figure qui est mobilisé dans la tâche, mais seulement le fait que si une droite est un axe de symétrie d'une figure, alors ce qui est d'un côté de l'axe est l'image de ce qui est de l'autre côté par la symétrie, or cette connaissance est plus élémentaire et plus en cohérence avec le cycle 3, de même qu'elle rend plus évident le lien entre les deux aspects.

[225] On retrouve ici un résultat déjà observé par Horoks (2006) et nuancé par Dumail (2007) : Horoks a ainsi établi que la répétition de tâches durant le déroulement de l'étude d'une notion a un impact positif sur la réussite des élèves en contrôles sur des tâches similaires ; quant à Dumail, elle a montré que cette répétition, quand elle est porte sur des tâches toujours identiques et associées à certaines caractéristiques du déroulement, peuvent empêcher que les élèves soient capables d'adapter leurs connaissances à des tâches très légèrement différentes en contrôles.

Toutefois, il ne faut pas sous-estimer l'impact que peut avoir eu le travail personnel des élèves, notamment les révisions pour le contrôle, ou encore le fait que certaines réponses peuvent correspondre davantage à des effets de contrat qu'à de réels apprentissages, ou que l'on peut s'interroger sur le terme même d'apprentissages puisqu'il ne s'agit que d'un contrôle à un moment donné et que la question de la pérennité de ces apprentissages se pose, sans exclure la possibilité que certains élèves aient triché …

Néanmoins, il nous semble que l'enseignement reçu (scénario et déroulement) est, au moins en partie, responsable des productions observées.

b. Dans la classe de Denis

Nous expliquons tout d'abord pourquoi l'écart entre ce qui est demandé en contrôle et ce qui est traité au cours du chapitre est très grand, à la fois en termes de contenus et de difficulté, puis nous tentons d'analyser les résultats obtenus pour certaines tâches particulières.

Des contrôles peu cohérents avec ce qui a été traité durant le chapitre

Si on compare les exercices proposés par Denis en contrôle à ceux du scénario, on observe que la plupart des exercices de contrôles ressemblent beaucoup plus aux exercices des DM qu'à ceux traités en classe ; par exemple, les contrôles comportent des exercices mélangeant des tâches de construction et des tâches de preuves (jusqu'à six tâches pour l'exercice 2 du DS 7), or on ne retrouve ce type d'exercices que dans les DM (l'exercice comptant le plus de tâches dans le scénario, hormis les exercices de recherche d'axes de symétrie de figures, étant l'exercice 31, dans le DM 15, qui compte cinq tâches).

Par leur contenu, les exercices de contrôles font souvent appel à des connaissances du scénario, mais dans des situations différentes exigeant des adaptations plus nombreuses ou même nouvelles. Cependant, la tâche 6 de l'exercice 2 du DS7 fait appel à des connaissances qui n'ont pas été évoquées dans le chapitre[226] : les propriétés du cerf-volant en lien avec la symétrie et la médiatrice. Nous avons du reste déjà évoqué le taux bas de réussite à cette tâche dans le contrôle qui est d'après nous davantage lié à la difficulté de l'exercice et au fait que cette tâche en est la dernière alors qu'elle nécessite d'avoir traité les précédentes, plus qu'au fait que les élèves ne disposaient pas des connaissances pour la résoudre ; néanmoins, les deux motifs se cumulent probablement.

Un exemple de tâche peu cohérente avec le scénario ou l'explication d'un faible taux de réussite

Nous considérons ici l'exercice 1 du DS6 qui nous semble emblématique des tâches de contrôles pas tout à fait cohérentes avec le scénario.

Il s'agit de construire les symétriques de quinze segments sur papier quadrillé. L'axe est horizontal, les extrémités des segments ne sont pas nommées ni même matérialisées, mais sont des nœuds du quadrillage ; les segments sont relativement petits, répartis des deux côtés de l'axe, quelques-uns sont parallèles ou perpendiculaires à l'axe, la plupart sont des diagonales de carreaux ou de groupes de carreaux ; ils sont à des distances variées de l'axe, deux le touchent et aucun ne le coupe. Enfin, certains sont presque l'image d'autres par translation, à équidistance

[226] La tâche 31e du scénario porte sur le cerf-volant, mais elle est traitée après le contrôle.

de l’axe, ce qui risque d’induire les élèves en erreur en favorisant l’oubli du retournement voire leur identification comme symétriques.

Les procédures de résolution possibles sont similaires à celles présentées pour toutes les tâches de constructions de symétriques (globale : segment par segment ; semi-globale : placer le symétrique d’une extrémité de chaque segment puis compléter en inversant haut/bas ; analytique : faire le symétrique de chaque extrémité et relier les points[227]) même si elles imposent en plus de traiter segment par segment, les tâches du scénario ne comportant, elles, chaque fois qu’une figure. La technique attendue est celle utilisant le quadrillage, la construction à l’équerre et à la règle ou au compas n’étant pas appropriée.

Les élèves ont déjà, à ce stade du chapitre[228], travaillé sur des tâches de construction, certaines sur papier quadrillé, et certaines avec axe horizontal. En revanche, aucune tâche du scénario ne cumule ces trois caractéristiques. D’autre part, dans ces exercices, il s’agissait toujours d’une figure de départ située d’un côté de l’axe (en haut quand l’axe était horizontal) et non de part et d’autre. Or c’est un facteur important, car la conception – erronée – de la symétrie qui a ainsi été renforcée est celle de transformation d’un demi-plan dans un autre, dans un seul sens et elle peut empêcher la réalisation de la tâche du contrôle. La seule tâche du scénario propre à remettre en cause cette conception est l’exercice de construction du symétrique de la maison sur papier blanc (exercice 16), pour laquelle l’axe coupe une partie de la figure, qui a été traité à la maison, mais n’a pas encore été corrigé au moment du contrôle.

En outre, les élèves ont travaillé sur un exercice où il s’agissait de construire le symétrique d’un segment (une partie du cours y a été consacrée à la séance qui précède le contrôle), mais d’*un* seul, alors que l’exercice présent en compte *quinze* ; d’autre part, il s’agissait d’un axe oblique, sur papier mixte[229], et il fallait utiliser la méthode de construction à la règle et au compas, inappropriée pour l’exercice du contrôle. Toutefois, les tâches proposées dans le scénario ont permis d’aborder – même si Denis prenait la plus grosse partie à sa charge – la méthode analytique (procéder extrémité par extrémité puis relier les points) qui est ici pertinente, à condition d’utiliser le quadrillage.

Pour les constructions de symétriques sur quadrillage, la procédure utilisée était surtout semi-analytique : construire le symétrique d’un point, puis faire en suivant, en inversant (par exemple pour le chien – exercice 13 – ou le bonhomme – exercice 14) ou point par point. Aucune de ces deux techniques ne se prête à l’exercice analysé, les points étant trop nombreux, et la ligne n’étant pas continue ni ne représentant un dessin concret. D’autre part, jusqu’alors, les figures étaient toujours des dessins figuratifs, ce qui n’est pas le cas en l’occurrence et invalide donc un moyen de contrôle qui a joué un rôle essentiel dans les tâches proposées.

Enfin, cette tâche est habituellement formulée dans les manuels comme *« compléter une figure par symétrie »*, puisque le résultat final est *une* figure (un trait continu). Un moyen de contrôle est de vérifier que la droite forme bien à la fin un axe de symétrie de la figure (au moins de

---

[227] Nous renvoyons à la partie méthodologie du chapitre précédent pour une description plus détaillée de ces procédures, en particulier des connaissances ainsi mobilisées et des adaptations nécessaires.

[228] Rappelons que le DS6 a lieu entre les séances 5 et 6.

[229] “Papier mixte” désigne le papier du cahier (donc quadrillé), mais sur lequel on travaille comme s’il était uni.

manière perceptive), mais rappelons qu'à ce stade du scénario, la notion d'axe de symétrie n'a été qu'évoquée au cours d'un exercice, mais non institutionnalisée (elle relève toutefois du cycle 3) ; d'autre part, la notion d'axe de symétrie fait appel à l'approche statique de la symétrie, or toutes les tâches effectuées avant cette évaluation relèvent de l'approche dynamique, de même que l'énoncé de celle-ci. Un autre moyen est de vérifier que la figure obtenue est constituée d'une ligne continue, formant une unique figure, mais cela s'appuierait sur une idée originale, la situation ne s'étant pas présentée dans les tâches antérieures (il s'agissait toujours d'une figure d'un côté et de son symétrique de l'autre) et rien ne l'indiquant dans l'énoncé.

L'exercice correspond donc peu à ce qui a été traité en classe et est donc potentiellement déstabilisant pour les élèves.

Voici les résultats des élèves pour cet exercice :

	Effectifs (sur 20 copies)	**Pourcentages**
Non traité	2	10
Justes [dont avec traces de compas]	6 [2]	30
Partiellement juste [dont manquent les diagonales ou erreurs sur les diagonales ; dont que des traits en bas]	6 [3 ;2]	30
Faux [dont n'identifient pas la tâche]	6 [4]	30

Le taux de réussite est de 30 % dont un tiers a appliqué la méthode équerre et compas, au moins pour quelques points, plutôt que le quadrillage ; nous interprétons cela par une incertitude des élèves sur l'attendu de l'enseignant due à l'originalité de la tâche par rapport aux tâches du scénario.

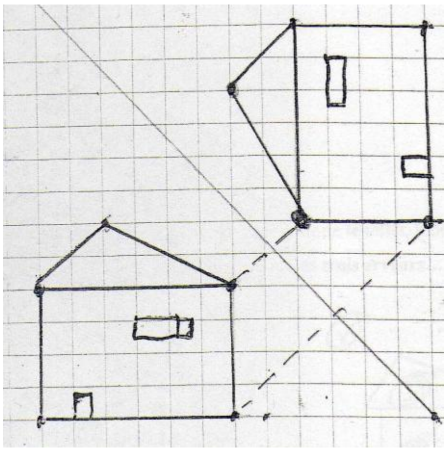
D'autre part, 20% des élèves (soit quatre d'entre eux) n'identifient pas la tâche, dont Mohammed Z par exemple, qui s'est contenté de tracer un axe vertical coupant le quadrillage en deux parties égales. On décèle aussi des traces de conceptions erronées : le fait de ne pas retourner les segments obliques – c'est-à-dire inverser l'orientation haut/bas – peut révéler une confusion avec la translation, mais surtout deux élèves n'ont construit les symétriques que du haut vers le bas (rien n'a été tracé en haut). Nous voyons là une illustration relativement probante de la conception erronée de transformation d'un demi-plan dans un autre, dans un seul sens.

Non seulement la tâche est peu cohérente avec le scénario, ce qui est très probablement déterminant pour le taux d'échec élevé, mais de surcroît, rien dans les déroulements ne pouvait permettre aux élèves de faire seuls le lien entre les diverses connaissances et situations qui étaient nécessaires à la résolution de la tâche. En effet, on a précisé dans le chapitre précédent, lors de l'analyse des déroulements de Denis, qu'il ne fait pratiquement aucun ajout à l'activité des élèves. Or, par exemple, même si le scénario contient quelques tâches de dessin global de symétriques de figures ou de preuves de non-symétrie permettant de mettre en évidence le retournement, celui-ci n'a jamais été évoqué explicitement, les seules aides/explications données par Denis étant *« imaginez qu'on plie, où est-ce qu'il va aller ? »*, ou mobilisant la conservation de la distance à l'axe. Mais l'application de cette dernière propriété correspond au niveau 2 (dans l'échelle de Grenier et Laborde, ibid.) d'appréhension des transformations, soit l'application ponctuelle, puisque, pour expliquer le retournement d'une figure dans la symétrie, cela suppose de la concevoir comme ensemble de points dont la distance à l'axe est conservée.

Or cette approche n'est pas celle qui est mobilisée *a priori* par la tâche : les segments doivent être traités de manière globale.

De plus, non seulement aucune tâche du scénario ne permettait la mise en défaut de la conception erronée de transformation d'un demi-plan dans un autre, dans un seul sens, mais certaines étaient même plus propices à la renforcer; les déroulements associés à ces tâches, ne permettaient pas davantage cette mise en défaut. Bien au contraire, le fait que Denis qualifie systématiquement le symétrique de *« point de l'autre côté »*, ou parle de *« trouver où il va le point de l'autre côté »* pour évoquer la construction d'un symétrique est de nature à conforter cette conception.

Une des méthodes les plus adaptées pour traiter la tâche était probablement une procédure semi-globale (compter les carreaux pour construire le symétrique d'une extrémité d'un segment puis construire ce segment en retournant le segment initial). Cette méthode a été utilisée une fois durant le chapitre par Denis dans la construction du symétrique de l'une des deux maisons dans la tâche 6d' (redéfinie à partir de la tâche 6d dans laquelle il s'agissait de justifier que deux maisons sur quadrillage n'étaient pas symétriques) ; or l'étude des cahiers d'une douzaine d'élèves de niveaux variés montre que la plupart n'ont pas tracé l'axe correctement (en particulier il ne passe pas par des nœuds du quadrillage), le placement des symétriques des points étant alors approximatif (cf. figure ci-contre). La plupart des élèves n'avait d'ailleurs manifestement pas compris les buts de la tâche (ni le premier : la construction du symétrique devait permettre d'identifier pourquoi la figure du manuel n'était pas symétrique ; ni le deuxième : apprendre à construire des symétriques de figures sur quadrillage).



En résumé, le fait que cette tâche soit peu cohérente avec le scénario explique en grande partie le taux d'échec important, d'autant plus que les déroulements étaient dépourvus d'éléments permettant de compenser les manques du scénarios du point de vue de cette tâches.

Des tâches plus difficiles en contrôles que dans le scénario

Une tâche de construction difficile

Nous nous intéressons ici à l'exercice 1 du DS7, dans lequel il s'agit de construire le symétrique d'un segment, d'un cercle et d'un rectangle, sur papier blanc, par rapport à un axe oblique. Si les deux premières tâches (le segment et le cercle) ont déjà été traitées durant le chapitre (tâche C5 pour le segment et C8 pour le cercle), en revanche la troisième est plus difficile que les tâches du scénario. En effet, si plusieurs constructions de symétriques ont porté sur des figures complexes, une seule (la tâche 16), traitée à la maison et qui n'a pas été corrigée, portait sur une figure coupée par l'axe ; d'autre part, la tâche 16 ayant été traitée tôt dans le chapitre par rapport aux constructions sur papier blanc à l'équerre et au compas et étant particulièrement complexe (il était nécessaire pour la traiter de construire le symétrique de dix-huit points, alors que les tâches du scénario avaient porté jusque là soit sur des constructions globales de symétriques de dessins figuratifs à main levée, soit sur des constructions à l'équerre et au compas, mais de points ou segments), la plupart des élèves l'avaient traitée de manière globale, par pliage ou approximativement – à main levée ou à la règle au jugé. Sur dix-sept élèves, seuls huit avaient réussi complètement la tâche, huit avaient fourni une production partiellement juste, mais n'avaient fait le symétrique d'au moins une partie de la figure que dans un seul sens, et une avait une production fausse (traduisant la conception erronée d'alignement et n'ayant fait la construction que dans un sens)[230].

Les résultats à l'exercice 1 du DS 7 sont les suivants (nous avons reproduit les résultats des trois tâches de l'exercice pour comparaison) :

Sur 23 élèves	**segment**	**cercle**	**Rectangle**
Juste + codages	10	9	6
Juste non codé	7	7	4
Dont approximatifs	3	3	1
Faux [dont manifestation de conceptions fausses]	2	3	2 [1]
Juste mais points non reliés			3
Juste sauf points mal reliés			2
Partiel (seulement 2 points)			2 (dont 1 troisième point faux)
Non traité	1	1	1

Le taux de réussite pour les trois tâches est donc respectivement de 70%, 70% et 50% et l'analyse qualitative des productions révèle que de nombreux élèves sont gênés par le fait que la figure coupe l'axe, soit parce qu'ils ne construisent les symétriques que d'un côté de l'axe, soit parce qu'ils relient mal ou ne relient pas les points (le fait que l'axe coupe la figure rend difficile également le contrôle visuel, essentiel pour relier les points construits). D'autres facteurs peuvent expliquer les échecs : la résolution de la tâche suppose la réalisation de plusieurs sous-tâches (la construction du symétrique de chacun des sommets et le fait de relier les points) ; l'un des sommets appartient à l'axe (il faut mobiliser le fait qu'un point de l'axe est son propre symétrique, et cela implique également de relier les points construits avec ce point).

Là encore, même si la cohérence de la tâche du contrôle avec le scénario est probablement en cause, notons aussi que les conceptions erronées qui peuvent faire obstacle à la résolution de la tâche n'ont eu l'occasion d'être mises en défaut ni dans une tâche prévue par le scénario (excepté la tâche 16, mais avec les réserves exprimées plus haut), ni lors des déroulements.

Une tâche de preuve difficile

On trouve également dans le DS7 des tâches de preuves qui sont plus difficiles que celles traitées dans le chapitre. En effet, les troisième et cinquième tâches de l'exercice 2 mobilisent la propriété réciproque de l'équidistance, avec des adaptations. Par exemple, dans la troisième tâche, il s'agit d'identifier que le centre du cercle appartient à la médiatrice du segment joignant deux points du cercle : non seulement le segment et la médiatrice ne sont pas tracés – mais cela évite peut-être des raisonnements fondés sur des arguments de type perceptifs –, mais en outre

[230] Un exemple de production partiellement juste, mais dans un seul sens, est le premier exemple de construction fausse figurant dans l'annexe 3 du chapitre 2, consacrée aux conceptions erronées.

il est indispensable d'interpréter le fait que les deux points appartiennent au cercle par le fait que le centre en est équidistant, ce qui implique à la fois un changement de point de vue (passer d'une information sur les deux points à une information sur le centre du cercle) et le mélange de connaissances anciennes (la propriété du cercle qui permet d'affirmer que tous les points du cercle sont à la même distance du centre qui a été revue dans la tâche 24d) et nouvelles (l'équidistance et la médiatrice), soit une double adaptation A3.

Or, si la propriété en question a été utilisée dans la tâche de preuve C11b, elle l'a été sans adaptation. Elle n'a été utilisée avec des adaptations que dans des tâches de constructions (dans les exercices 28 et 30).

Le taux de réussite pour ces deux tâches est nul. Outre les arguments précédents, les analyses suivantes montreront qu'une tâche de preuve, même sans adaptation et similaire à des tâches du scénario est de toutes façons en soi difficile pour ces élèves.

Des tâches relativement cohérentes avec le scénario mais pas réussies pour autant

Certaines tâches des contrôles sont cohérentes avec le scénario, sans adaptations particulières, mais pas réussies pour autant. Il s'agit principalement de tâches de preuve.

Il en va ainsi notamment de la quatrième tâche de l'exercice 2 du DS7 qui mobilise la réciproque de la propriété d'équidistance des points de la médiatrice, sans adaptation particulière. Cela correspond donc à la plupart des tâches de preuve proposées dans le scénario, même si une seule mobilise cette propriété.

De même, les troisième et quatrième tâches de l'exercice 7 du contrôle commun mobilisent la propriété de conservation – des angles pour l'une, des longueurs pour l'autre.

Or les taux de réussite à ces trois tâches sont très faibles (de 10% à 20% de réussite, soit deux à quatre élèves mobilisant une propriété adaptée à la situation).

Il se trouve qu'un nombre non négligeable de tâches de preuves, huit au total, ont été traitées durant le chapitre, avec ou sans adaptation, en classe ou à la maison, comme le montre le tableau suivant :

	Sans adaptation	Avec adaptations	A la maison	En classe
10 b (DM 12 ex 1)				
12 c (DM 12 ex 3)				
12 d (DM 12 ex 3)				
C10 c				
24 c				
C11 b				
31 c (DM 15 ex 1)				
31 e (DM 15 ex 1)				

Si la première mobilise une propriété avec adaptation, la plupart ne nécessitent pas d'adaptation des propriétés ; d'autre part, six de ces huit tâches sont traitées à la maison et les deux qui le sont en classe prennent la forme de tâches de type C*, c'est-à-dire comme des exemples d'applications traitées dans le cours.

Les élèves ont donc été directement confrontés à ces tâches, mais dans un premier temps à la maison et seulement après en classe, et avec des déroulements dont les analyses présentées dans le chapitre 4 montrent qu'ils ne faisaient aucune place au travail individuel, la tâche étant prise en charge directement par Denis.

On retrouve là un élément observé à l'échelle du chapitre : le travail sur les tâches de preuve n'est pas un objectif central du scénario. Son enseignement n'est pas organisé de façon progressive, et ces tâches sont relayées en périphérie du scénario, dans les DM. Nous parlons de périphérie, car la base du travail des élèves est constituée par les tâches traitées en classe, mais si on a vu dans l'analyse du scénario de Denis que les DM concentraient les tâches les plus difficiles, mais aussi les plus riches, on constate ici que ce sont dans les DM que l'on trouve les tâches de preuve les plus proches de celles des contrôles.

Même en constatant que les tâches de preuve n'ont pas fait l'objet d'une attention particulière dans le scénario, et même en tenant compte du fait que ce sont des tâches difficiles en sixième où l'initiation au raisonnement déductif s'étale sur toute l'année – le chapitre sur la symétrie axiale a été étudié au mois d'avril –, les taux de réussite à ces tâches en contrôles nous semblent faibles. Nous avons donc analysé plus finement les déroulements en classe des tâches de preuves C10c et C11b, mais aussi le déroulement de la correction de l'exercice 3 du DM 12, ainsi que celui d'une petite phase d'un épisode de cours, dans laquelle une preuve est réalisée, suite à une remarque d'élève.

Nous constatons que la reconnaissance même du type de tâche, notamment la nécessité de fonder le raisonnement sur les propriétés de la figure n'est jamais évoqué, et toujours pris en charge systématiquement par Denis. Au point que lorsqu'il s'agit d'une tâche de reconnaissance/preuve, consistant à répondre à une question puis à justifier sa réponse (par une preuve), Denis entame directement la rédaction de la preuve, sans que la réponse ne soit même évoquée. Par exemple, à la séance 7, pour la tâche C10, alors qu'il a laissé les élèves faire la première tâche (tracer un segment de 6 cm et sa médiatrice) individuellement après rappel de la méthode de construction de la médiatrice et que la seconde (placer un point C de la médiatrice à 5 cm d'une des extrémités du segment) a été traitée collectivement, Denis enchaine :

Denis : On a mis le point C. Alors après vous marquez on sait que, on va faire la rédaction, en noir.

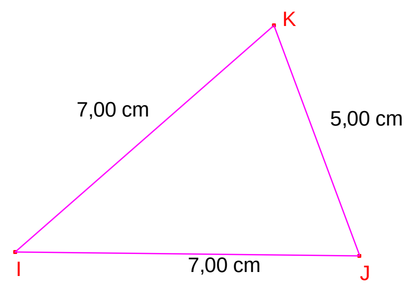
Il ne parle pas de répondre à la question ou de faire la démonstration, mais de *« faire la rédaction »* : c'est sur le plan de la forme que se place Denis d'emblée, et c'est du reste sur ce plan que sont traitées ces tâches. En effet, le traitement des tâches de preuve repose sur l'emploi systématique des formules *« on sait que … or … donc … »* – formulation à laquelle Denis fait référence dans la citation précédente. Lors du traitement collectif des tâches de preuve, Denis pose en général des questions aux élèves pour "remplir les trous" : le rôle des élèves est donc de citer les données de l'énoncé[231] pour répondre à la première question, ce qui est en général réussi, puis de choisir et de réciter une propriété, enfin de conclure, ces deux derniers éléments posant davantage de problèmes ; dans ce cas, seuls les très bons élèves en général interviennent (Aziz, Fathia, Kimberley), sauf exception (Carlos propose ainsi une propriété – mais inadaptée à

[231] Notons que toutes les tâches de preuve proposées en classe s'appuient directement sur l'énoncé, et n'exigent généralement pas d'utiliser les résultats de questions précédentes.

la situation[232] – dans le cas de la tâche C10). Or même ces très bons élèves ne sont pas toujours capables de citer une propriété ou une conclusion cohérente avec la situation : ainsi Aziz cite la propriété directe au lieu de la réciproque et Kimberley conclut par rapport à des angles lorsqu'il s'agit de longueurs. Le choix de la propriété est de fait souvent prise en charge par Denis, de même que la conclusion, au moins partiellement. Denis ne justifie jamais le choix de la propriété par le sens de la situation, mais par effet de contrat, comme par exemple dans l'extrait ci-dessous que nous avons reproduit car il illustre bien le traitement des tâches de preuves :

Il s'agit de la tâche C11b (voir l'énoncé de l'exercice et la figure associée ci-contre). Denis a laissé en blanc la fin de la question et commence par demander aux élèves de compléter : il s'agit de démontrer que le point I appartient à la médiatrice de [KJ].

Tâche C11
Tracer un triangle IJK tel que IJ égal 7 cm, JK égal 5 et IK égal 7.
Démontrer que I appartient à … ?



Denis : Donc qu'est-ce qu'on doit démontrer ?
Denis à Rémi : Rémi, qu'est-ce qu'on doit démontrer ? Que I, il appartient à quoi ?
Rémi : ben à KJ.
Denis : est-ce qu'il est sur KJ, I ?
Rémi : non
Denis : non, donc c'est quoi le vocabulaire que tu dois utiliser ? –
Rémi : équidistant
Denis : – Que I il appartient à ?
E : à la médiatrice
Denis : à la médiatrice de ?
E : KJ
Denis : de KJ, c'est ça qu'on va essayer de démontrer.
Denis à Chris : retrace le, là.
Denis : Alors vous commencez par on sait que. Qu'est-ce qu'on sait ? […] Alors après, vous marquez on sait que, on va changer, là, on note ça après on va changer de…
E : en noir ?
Denis : En noir, on sait que. Alors qu'est-ce qu'on sait ? Il y a des mesures, Célia, qu'est-ce que tu proposes ?
Célia : que JI égal KI.
Denis : égal KI. On sait que JI égal KI et ils mesurent tous les deux ?
Célia : 7 centimètres.
Denis : 7 centimètres, vous mettez en bleu après on sait que JI égal KI égal 7 centimètres. Or et bien sûr la propriété d'aujourd'hui c'est laquelle ? Alors vous la savez pas encore mais faudra -
Aziz : si un point appartient à la médiatrice d'un segment.
Denis : - mais il faudra l'apprendre. Si un point. Alors attention, ça c'est celle qu'il fallait apprendre pour aujourd'hui, maintenant, celle qu'on a vue aujourd'hui, elle commence par si un point ?
Es : si un point est équidistant
Denis : est équidistant, donc vous marquez si un point est équidistant, équidistant de quoi ?
Aziz : de la
E : des extrémités
Denis : des extrémités, équidistant des extrémités d'un segment.
Aziz : on écrit en bleu ou en noir ?

232 Il cite en fait la propriété de conservation des longueurs qui a été utilisée plus tôt dans la séance pour *justifier* la propriété d'équidistance ; or il s'agit là d'une tâche où il faut *utiliser* cette propriété : il semblerait qu'il ait tenté de faire le lien entre l'exercice de début d'heure et l'exercice d'application, respectant un certain contrat didactique, mais ce lien restant fait sur la forme provoque un échec. La réponse de Denis fait également plus référence au contrat qu'au sens. On peut noter qu'Aziz a refait la même erreur dans le DS7.

Denis : en bleu, écris en bleu, il y a que les mots de liaison en noir. Donc si un point est équidistant des extrémités d'un segment, alors, c'est quoi la fin ?
E : il appartient à la médiatrice
E : il appartient
Denis : alors il appartient à la médiatrice de ce segment, il appartient à la médiatrice de ce segment. Après vous mettez l'autre mot, donc, en noir, et donc ça va être quoi la conclusion ? JI égal KI, donc il y a un point qui est à égale distance, c'est lequel, le point qui est à égale distance des extrémités et de quel segment ? Fathia ?
Fathia : Donc I appartient à la médiatrice euh de JK.
Denis : excellent I appartient à la médiatrice, donc I appartient à la médiatrice du segment, on va rajouter du segment JK. Donc I appartient à la médiatrice du segment JK. Donc I appartient à la médiatrice du segment JK. Et là on met les crochets maintenant, en bleu ça. On sait que, or, et donc, en noir, et le reste, c'est en bleu. Donc, en bleu, I appartient à la médiatrice du segment JK. (Denis, séance 8)

Il nous semble pouvoir conclure que, si les tâches de preuve ne font pas partie des enjeux du scénario, ne favorisant pas leur apprentissage, les déroulements ne sont pas à même de combler cette lacune. En outre, même la part "algorithmisée" et répétée plusieurs fois – à savoir l'emploi des formules *« on sait que … or … donc … »* – n'a pas été mobilisée par les élèves en contrôles : seuls deux élèves utilisent cette formulation (Aziz et Kimberley) et en général en citant une propriété inadéquate : autrement dit, si cet enseignement a permis à quelques très bons élèves d'intégrer le fait que certaines questions nécessitent un raisonnement fondé sur les propriétés des figures (ou plutôt nécessite de rédiger d'une manière particulière et de citer une propriété du cours) et d'identifier ces questions, ce raisonnement reste très formel, relativement indépendant du sens des situations.

Ce constat évoque d'autres résultats de recherche[233] sur la démonstration, même s'ils concernent d'autres niveaux scolaires, qui ont montré que l'enseignement du raisonnement déductif axé sur des "méthodes" prenant en charge la structure du raisonnement (schémas, découpage en "petits pas", …) de manière automatique ou algorithmique ne permettent en général pas aux élèves d'appréhender correctement ce qu'est une démonstration, ni sa motivation, ni le statut des énoncés, la construction du texte etc.

Conclusion à propos du lien entre enseignement et productions aux contrôles dans la classe de Denis

Les contrôles dans la classe de Denis sont peu adaptés à l'évaluation des apprentissages potentiellement réalisés au cours du chapitre. En effet, plusieurs exercices sont plus difficiles que ceux du scénario ou peu cohérents avec celui-ci. S'ils montrent qu'entre un tiers et la moitié des élèves, selon les tâches, maîtrisent suffisamment leurs connaissances pour être capables de les adapter à des situations nouvelles, ils ne permettent en général pas de conclure sur ce qui se serait passé si le contrôle avait contenu des tâches plus proches de celles du scénario. En revanche, pour les tâches de construction relativement simples et cohérentes avec le scénario (construction du symétrique d'un cercle, d'un segment et d'un point sur papier blanc avec axe oblique), les taux de réussite sont de 75% à 85%. Autrement dit, l'objectif majeur assigné au chapitre par Denis est atteint au moins pour des figures simples, même si les déroulements observés pour ces tâches ne laissaient pas une grande autonomie aux élèves. Ils ont donc appris à effectuer ces constructions en exécutant, voire en imitant, et en répétant. Quant aux tâches de

[233] Citons par exemple l'article de Demongeot et Gandit (2003).

preuves, très peu d'élèves sont capables de les traiter, même lorsqu'elles ne présentent pas de difficultés particulières et sont cohérentes avec le scénario. Notons que la maîtrise de ces tâches ne faisait pas partie des objectifs principaux de Denis.

Conclusion

Chacune des deux parties de cette conclusion correspond à l'un des objectifs que nous avions assignés à l'étude des contrôles et des productions.

D'une part, nous pouvons conclure de ces analyses que, si la réussite dans les deux classes sur des tâches de construction de symétriques dans des situations simples est sensiblement équivalente, en revanche les élèves de Martine semblent avoir acquis une meilleure conceptualisation d'ensemble de la notion. La majeure partie d'entre eux maîtrise également certains raisonnements déductifs, y compris dans des situations relativement complexes mais étudiées durant le chapitre, pour un peu moins de la moitié des élèves. En revanche, dans la classe de Denis, l'initiation au raisonnement déductif n'a pas permis aux élèves de traiter les tâches proposées en contrôles.

D'autre part, les résultats des analyses tendraient donc à faire penser que les pratiques de Martine ont été plus favorables à la construction d'apprentissages que celles de Denis. En particulier, nous avons mis en évidence que la manière dont le scénario est organisé peut être déterminante, abstraction faite de l'enveloppe des connaissances qu'il permet d'aborder et des tâches qu'il contient, prises séparément. Notamment, les scénarios de Martine et de Denis comportent chacun respectivement neuf et huit tâches de preuve, qui recouvrent sensiblement les mêmes types de situations et sont même parfois identiques. Or, les tâches les plus classiques sont réussies par 80% des élèves de Martine et les tâches les plus difficiles par environ 50% en contrôles, alors que chez Denis, ces pourcentages ne sont approximativement que de 20% et 0%. Sans méconnaître l'influence du facteur ZEP le chapitre suivant montrera qu'il n'explique probablement pas tout.

Peut-on pour autant parler d'une différence d'efficacité des pratiques respectives ? Dans une certaine mesure, chacun des enseignants a atteint les objectifs qu'il s'était assignés en traitant le chapitre sur la symétrie axiale, mais ces objectifs étaient très différents, ceux de Martine étant plus ambitieux que ceux de Denis. Les moyens d'y parvenir ne sont pas moins différents : alors que l'exécution répétée des consignes semble avoir porté ses fruits dans la classe de Denis pour les tâches de construction, c'est au contraire une combinaison d'activités variées et de difficulté croissante soumises aux élèves assorties de phases collectives systématiques et riches, ainsi qu'une grande cohérence d'ensemble qui semble expliquer les réussites dans la classe de Martine.

Ces conclusions soulèvent plusieurs questions : ces différences de pratiques résultent-elles d'une nécessité liée au facteur ZEP ? Autrement dit, les pratiques de Denis reflètent-elles une adaptation nécessaire aux élèves auxquels il enseigne ? Ou encore : les pratiques de Martine auraient-elles permis aux élèves de Denis de mieux réussir les contrôles ? Auraient-ils mieux réussi que les élèves de Martine ?

De même, les objectifs visés par les enseignants correspondent-ils à des nécessités ?Pour formuler la question autrement, peut-on envisager en ZEP un enseignement de la symétrie axiale dont l'objectif serait une cohérence conceptuelle d'ensemble et une initiation au raisonnement déductif ? Dans l'affirmative, grâce à quelles pratiques ? En particulier, les pratiques de Denis, fondées sur la répétition d'exécution de consignes permettraient-elles d'atteindre ces objectifs ?

Si la plupart de ces questions nous semblent ouvertes, nous pensons cependant que l'algorithmisation des procédures est possible pour des tâches de construction relativement élémentaires, mais non pour des tâches plus élaborées, telles que les tâches de preuve et certaines tâches de construction qui relèvent d'une logique GII. Cela aurait pour conséquence que des objectifs d'apprentissages plus ambitieux en ZEP imposerait une modification des pratiques de Denis, qu'il s'agisse du scénario, qu'il conviendrait d'adapter à ces objectifs, ou des déroulements.

La suite de ce travail est une tentative d'approfondir ces questions.

Liste des annexes du chapitre 5

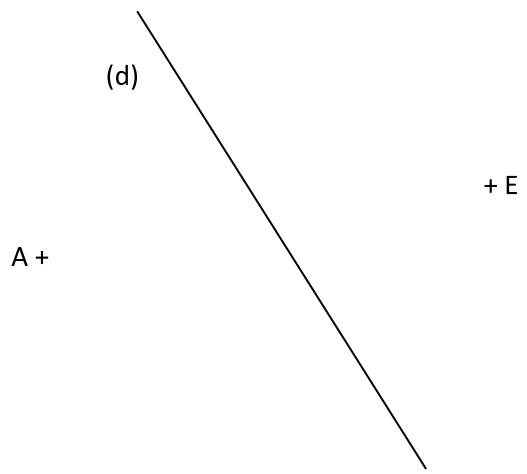
Annexe 1 : interrogation écrite Martine

Contrôle de mathématiques du 4 mai 2007

1) On considère une droite (d). Indiquer comment on peut noter mathématiquement que le point B est le symétrique du point A dans la symétrie S par rapport à la droite (d).

2) A et B étant deux points distincts n'appartenant pas à la droite (d), compléter la phrase suivante :
Dire que le point B est le symétrique du point A par rapport à la droite (d) signifie que :

3) Construire le point B symétrique du point A puis le symétrique F du point E dans la symétrie par rapport à la droite (d). Coder la construction. Placer un point M qui soit son propre symétrique dans la symétrie par rapport à la droite (d).



Annexe 2 : contrôle de fin de chapitre Martine

6^{ième} G - Contrôle de mathématiques du 16 mai 2007 -

I – 1°) Complétez le tableau suivant :

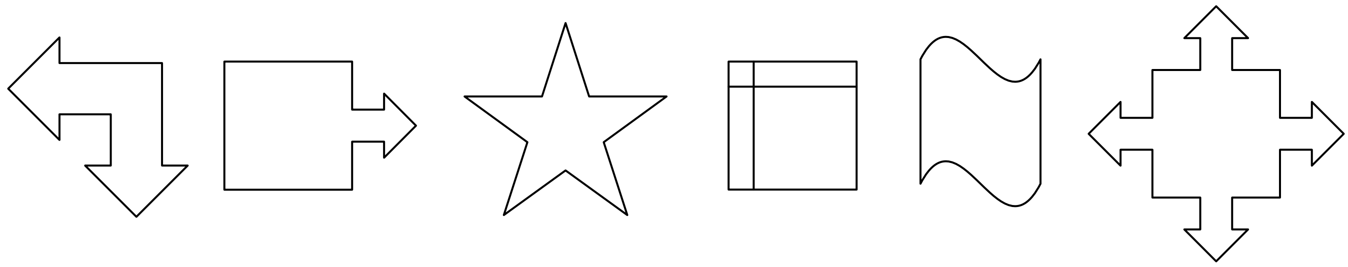
Nom de la figure géométrique	Segment	Demi-droite	Parallélogramme	Rectangle	Cercle	
Nombre d'axes de symétrie						3 axes

2°) Compléter les phrases suivantes par le nom qui convient :

L'axe de symétrie d'un angle est aussi appelé . . . .

Les axes de symétrie d'un losange sont aussi appelées ses . . . .

II – Pour chacune des figures suivantes, construire, s'il y en a, les axes de symétrie.



III – 1°) Construire un triangle AMI tel que AM = 4 cm, AI = 6 cm et $\widehat{MAI} = 55°$.

2°) Construire le point S tel que S soit le symétrique de A par rapport à la droite (MI)

3°) Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{MSI}$? Justifier votre réponse.

4°) Quelle est la longueur du segment [MS] ? Justifier votre réponse.

IV – 1°) Construire ci-dessous un cercle $\mathcal{C}$ de centre O de rayon 4 cm et un diamètre [AB] de $\mathcal{C}$.

2°) Construire la médiatrice (d) du segment [OB]

3°) Construire le symétrique du cercle $\mathcal{C}$ dans la symétrie par rapport à (d).

+
O

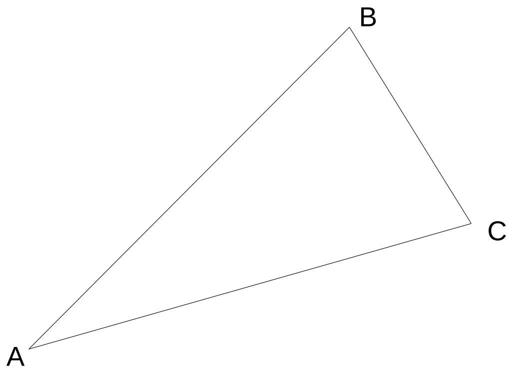
V –- Sur la figure ci-dessous, que vous devez compléter, le point C est le symétrique du point A par rapport à une droite (d) qui a été effacée.

1°) Construire la droite (d) à la règle et au compas. Laisser apparents les traits de construction.

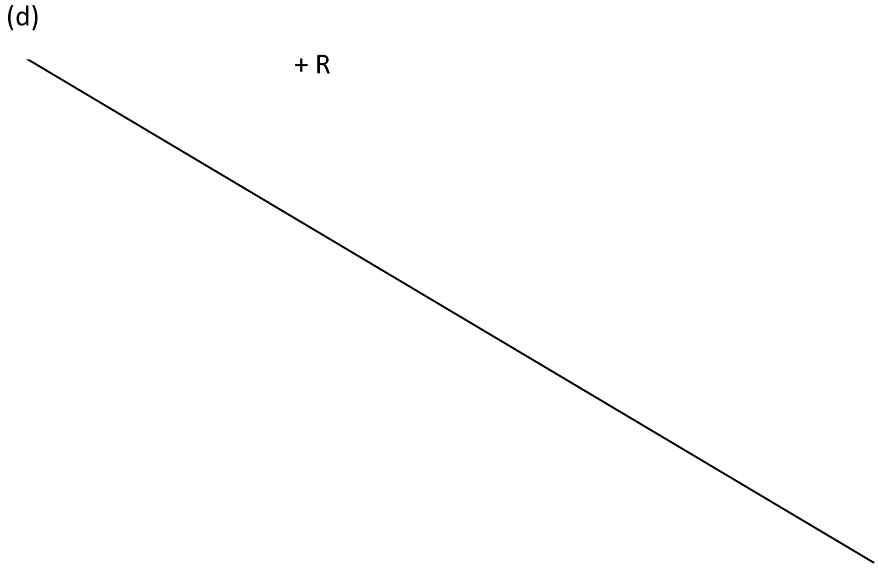
2°) Construire le point E symétrique du point B dans la symétrie par rapport à la droite (d).

3°) Que peut-on dire des droites (AC) et (BE) ? Justifier.

4°) La droite (d) coupe le segment [AC] en F. Quelle est la nature du triangle BEF ? Justifier.



VI – Construire ci-dessous le rectangle RECT admettant la droite (d) pour axe de symétrie et tel que RE = 6 cm

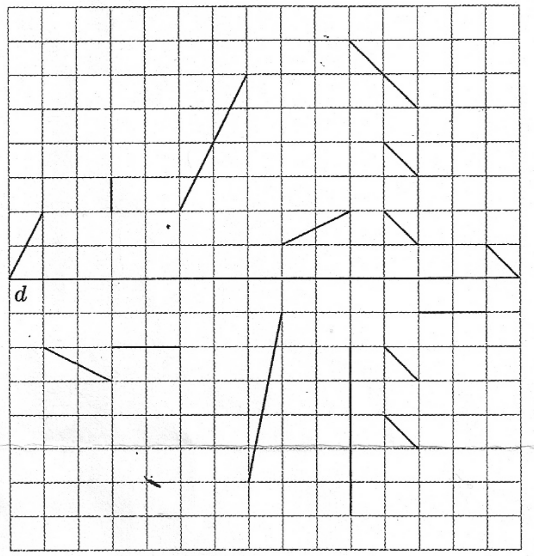


Annexe 3 : contrôle DSII6 de Denis

Devoir surveillé n°6
Jeudi 29 mars 2007

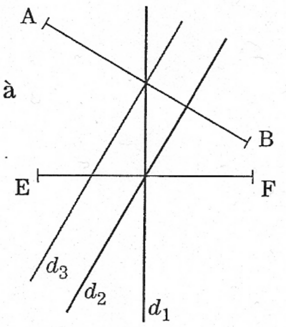
PARTIE I

Exercice 1. construire en rouge le symétrique par rapport à la droite d de chacun des segments



Exercice 2.

Associer, à vue d'œil, chaque segment à sa médiatrice.



Exercice 3.

a. Tracer un segment [AB] de longueur 4 cm et sa médiatrice d à la règle et ~~au compas.~~ à l'équerre
b. Marquer le milieu I de [AB] puis placer sur d un point C à 5 cm de I.
c. Quelle est la nature du triangle ABC ?
~~Justifier la réponse.~~

PARTIE II

Exercice 1.

Pose et effectue les multiplications.

a) 246×78 **b)** 523×407
~~c) 6 100 × 93~~ ~~d) 892 × 125~~

Exercice 2.

Calcule mentalement les produits :

a) $42,5 \times 0,1$ **b)** $347 \times 0,01$
c) $653,4 \times 0,001$ **d)** $9 \times 0,01$
e) $93,8 \times 0,001$ **f)** $0,023 \times 0,1$

Exercice 3.

Calcule les produits après avoir astucieusement regroupé certains facteurs :

a) $5 \times 39 \times 2$ **b)** $4 \times 15 \times 25$
c) $50 \times 48 \times 2$ **d)** $125 \times 27 \times 8$

Exercice 4.

Mo achète sur Internet 12 voitures miniatures de collection à 12,5 € l'une. Il faut compter 17 € de frais d'envoi.
Quelle est la dépense de Mo ?

Exercice 5.

Une piste d'athlétisme mesure 400 mètres.
Une course fait 12,5 tours.
a. Quelle distance est parcourue durant cette course ?
b. Après six tours, quelle distance reste à parcourir ?

Annexe 4 : contrôle DSII7 de Denis

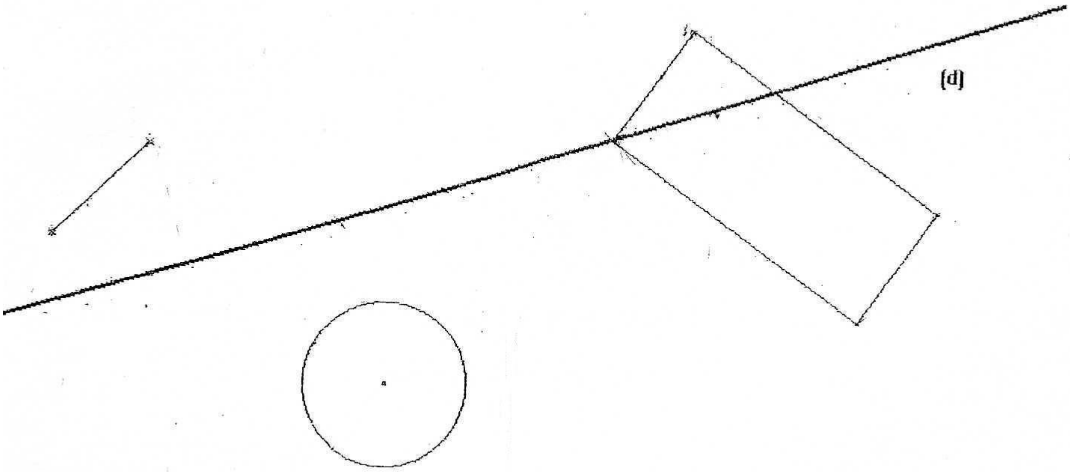
Collège Stendhal

Devoir surveillé n°7
Mercredi 2 mai 2007

PARTIE I

Exercice 1

Construire les symétriques des figures ci-dessous par rapport à la droite (d).
Laisser apparents les traits de construction.



Exercice 2

1. a. Tracer un cercle de centre O et de rayon 4 cm puis placer un point A sur ce cercle.
b. Placer sur le cercle les points B et C tels que AB = AC = 3 cm.

2. a. Pourquoi peut-on être sûr que le centre O est sur la médiatrice du segment [BC] ?
b. Pourquoi peut-on être sûr que le point A est sur la médiatrice du segment [BC] ?

3. La droite (AO) coupe le segment [BC] en I.
Prouver que le point I est le milieu du segment [BC].

4. Placer sur le cercle un point D pour que ABDC soit un cerf-volant.

PARTIE II

Exercice 1

Ariane et Valère préparent une randonnée. Ariane a 528 gâteaux, elle doit remplir des boîtes qui en contiennent exactement 14 chacune. Valère a 436 gâteaux, il doit remplir des boîtes qui en contiennent exactement 16 chacune.
À qui restera-t-il le moins de gâteaux lorsqu'ils auront terminé le rangement ?

Exercice 2

Lors d'une représentation théâtrale, il a été vendu 185 places à 14 euros et des places à tarif réduit à 9 euros.
La recette totale s'est élevée à 3 283 euros.
Combien de places à tarif réduit ont été vendues ?

Chapitre 6 Denis II[234] : l'expérience avec Denis, la deuxième année

Ce chapitre porte sur la deuxième année du dispositif expérimental et l'expérience menée avec Denis. Après avoir détaillé les conditions précises de cette expérience, nous analysons les pratiques de Denis, en ne nous intéressant donc qu'aux déroulements, puis nous exposons les résultats des analyses des contrôles avant d'établir des comparaisons avec les résultats obtenus la première année.

Introduction

Rappelons le principe de l'expérience : nous avons proposé à Denis, l'année qui a suivi les analyses précédentes, d'appliquer avec notre aide dans sa classe de sixième – une nouvelle classe, mais toujours dans le même établissement – le scénario conçu et mis en œuvre l'année précédente par Martine.

Cette aide a consisté à fournir à Denis des clés pour comprendre le scénario, mais aussi des éléments pour l'analyse *a priori* des tâches, ainsi que quelques indications de déroulements, afin notamment de favoriser des phases collectives riches et la donnée d'éléments de structuration des connaissances. Conformément à la conclusion du chapitre précédent, il s'agit entre autres de valider l'hypothèse selon laquelle la réalisation des objectifs du scénario de Martine suppose des déroulements différents de celles observées chez Denis la première année.

Pour faciliter les analyses comparatives, Denis nous a laissé choisir les exercices des contrôles. Ceux-ci ont donc été conçus par nous, de manière à inclure des exercices proposés dans les contrôles de chacun des deux enseignants la première année.

Les questions que soulève cette expérience se placent sur deux plans :

- quelles seront les conséquences de cette expérience sur les apprentissages des élèves ? Les résultats en contrôles seront-ils meilleurs que ceux de l'année précédente ?
- quelles seront les conséquences sur les pratiques de Denis ? Ses déroulements seront-ils plus similaires à ceux que l'on a observés dans sa classe la première année ou à ceux de Martine ?

Cette expérience nous permet également de questionner l'influence du facteur ZEP, à la fois sur les apprentissages et sur les pratiques. En effet, bien que les élèves de Denis II soient nécessairement différents de ceux de Denis I, il s'agit toujours d'élèves de ZEP. Les deux classes concernées sont en outre comparables : aucune des deux ne propose d'options particulières, lesquelles induisent souvent un profil des élèves, et les résultats obtenus par les élèves aux évaluations d'entrée en sixième sont similaires.

Les questions de recherche sous-jacentes explorées ici correspondent également aux deux axes de la thèse : approfondir l'étude des liens entre pratiques et apprentissages et mieux comprendre les logiques des pratiques des enseignants. En effet, en "fixant certains paramètres"

[234] Par souci d'alléger la lecture, nous désignerons dans la suite du travail par Denis I ce qui relève de la classe de Denis la première année et par Denis II tout ce qui a trait à la deuxième année.

tout en en faisant varier d'autres (entre Martine et Denis II, le scénario est le même mais l'enseignant est différent ; entre Denis I et Denis II, l'enseignant est le même mais le scénario est différent) cette expérience nous permet de questionner plus avant les liens entre pratiques et apprentissages, en particulier quant aux influences respectives du scénario et du déroulement sur les résultats aux contrôles. De même, du point de vue des pratiques de Denis, l'application d'un nouveau scénario, de surcroît conçu par un autre enseignant, dans le cadre d'une expérience de recherche, crée une perturbation qui peut être riche d'enseignements.

Une des idées en ligne de mire de cette expérience est évidemment de rechercher ce qui peut changer dans les pratiques d'un enseignant – en ZEP – à quel coût et pour quelle amélioration des apprentissages. Nous n'avons pas la prétention d'apporter des réponses à ces questions, mais à tout le moins d'émettre quelques hypothèses.

Nous précisons dans une première partie les conditions de l'expérience, avant d'analyser les déroulements et les résultats aux contrôles, en centrant nos analyses sur les activités des élèves, en lien avec les pratiques.

1. Les conditions précises de l'expérience : le scénario et l'accompagnement

a. Comment l'expérience a-t-elle été présentée à Denis ?

L'idée a été de lui proposer de relever un “challenge”. Les analyses de l'année précédente ayant démontré qu'un scénario plus ambitieux dans une classe ordinaire avait permis aux élèves de cette classe de traiter avec succès dans les contrôles des tâches plus variées et plus difficiles que les siens, nous lui avons proposé d'appliquer dans sa classe le scénario de Martine afin de savoir s'il était possible de proposer à des élèves de ZEP des contenus plus ambitieux et avec quelles conséquences.

Cependant, lorsque nous lui avons proposé cette expérience (en février de la deuxième année), Denis venait précisément d'aborder – depuis quelques séances – un chapitre consacré à la symétrie axiale. En effet, dans le cadre d'une progression commune à l'établissement, les enseignants de sixième s'étaient mis d'accord pour mieux répartir tout au long de l'année l'étude de certaines notions, en particulier pour traiter dès le mois de février une partie des contenus liés à la symétrie axiale, avant d'y consacrer une deuxième partie ultérieurement (au mois d'avril ou mai). Les contenus des séances déjà effectuées étaient en grande partie les mêmes que l'année précédente : les mêmes exercices d'introduction avaient débouché dans le cours sur la même définition de figures symétriques (à partir du pliage) et de la médiatrice comme axe de symétrie d'un bipoint puis comme droite perpendiculaire et passant par le milieu du segment ; puis quelques constructions de symétriques de dessins figuratifs sur quadrillage (dont certaines avec axes obliques), ainsi que l'exercice 9 de Denis I (deux constructions de symétriques de dessins figuratifs à main levée par rapport à un axe vertical puis à un axe oblique sur papier mixte) et enfin l'exercice 18 de Denis I (reconnaître si des figures ont été obtenues par pliage) ont conduit à écrire la même définition d' *« axe de symétrie d'une figure »* que l'année précédente dans le cours.

Denis a alors proposé d'interrompre son chapitre pour permettre la réalisation de l'expérience dans le courant du mois de mars, mais nous avons dû tenir compte de ce qui avait déjà été fait à la fois pour le scénario et dans l'analyse des résultats. En particulier, si le scénario de Martine n'a guère été modifié, nous y avons cependant inclus les deux définitions (figures symétriques et axe de symétrie) seulement comme des rappels.

Cependant, au vu des contenus travaillés et en émettant l'hypothèse raisonnable que les déroulements ont été proches de ceux de l'année précédente, ce travail préalable a pu servir à rappeler des connaissances de cycle 3, mais les contenus d'apprentissages du programme de sixième n'ont été que peu abordés.

b. **Le scénario effectivement soumis à Denis**[235]

Le scénario a bien entendu été quelque peu modifié, ne serait-ce que parce que les séances n'étaient pas nécessairement réparties de la même façon ; par exemple, Martine avait parfois donné des devoirs à faire d'une séance à l'autre, mais la tenue de ces séances durant la même journée pour Denis rendait impossible la réalisation d'un travail personnel entre les deux. De même, certains exercices de Martine ont dû être légèrement modifiés car ils faisaient appel à des connaissances anciennes telles que les aires, que Denis n'avait pas traitées.

Certaines modifications ont aussi eu pour but de ne pas trop perturber le mode de fonctionnement de la classe de Denis. Notamment, celui-ci ayant pour habitude de donner régulièrement des devoirs maisons (DM), nous en avons ajouté au scénario de Martine. De même nous avons respecté son choix, lorsqu'il considérait qu'un exercice prévu pour être traité à la maison devait plutôt l'être en classe ou inversement.

Nous avons apporté d'autres modifications, mais minimes, en fonction des analyses réalisées l'année précédente consistant par exemple à modifier la formulation d'un énoncé qui avait posé problème aux élèves ou à rendre, les DM proposés cohérents avec l'ensemble du scénario.

Le scénario était initialement prévu séance par séance, mais les DM ont été élaborés au fur et à mesure. Dix séances seulement étaient prévues, au lieu de treize dans celui de Martine, dont nous avons exclu les derniers exercices de synthèse parce qu'ils faisaient appel à des connaissances anciennes non traitées par Denis et recoupaient les exercices de synthèse que nous avions ajoutés dans les DM ; d'autre part, Denis n'a pas souhaité traiter la construction du symétrique d'un point au compas ; enfin, certains points avaient déjà été étudiés dans le premier chapitre traité par Denis avant l'expérience. Bien entendu, nous savions que des ajustements seraient nécessaires, notamment en fonction des corrections de DM ou de contrôles.

Les principales modifications ont porté sur l'ajout de tâches de construction de symétriques de figures complexes sur papier blanc (exercices 14, 15, 18, 27), qui étaient peu présentes dans le scénario de Martine, alors qu'elles constituent un enjeu du programme et l'objectif principal que Denis assignait au chapitre. Nous avons également ajouté l'exercice 8 consistant à reconnaître et à justifier le caractère symétrique ou non de bipoints. Le but était non seulement de donner un exercice à faire à la maison entre deux séances comme le fait systématiquement Denis,

[235] Voir en annexe 1 le projet séance par séance, remis à Denis, avec les modifications par rapport au scénario de Martine.

contrairement à Martine, mais aussi d'inclure dans un exercice le travail conséquent sur la définition de points symétriques mené lors d'une phase collective par Martine et qui nous avait paru avoir un grand impact sur les résultats en contrôle. S'agissant des tâches de reconnaissance/dessin d'axes de symétrie de figures, nous avons également légèrement modifié les exercices de Martine de façon à y inclure davantage de figures comportant des axes de symétrie autres qu'horizontaux et verticaux. Les figures usuelles ont notamment été présentées dans une position non prototypique. Enfin, les derniers exercices du chapitre ont été supprimés, non seulement parce que le scénario paraissait déjà long à Denis, mais aussi parce que certaines tâches portaient soit sur des contenus qui avaient déjà fait l'objet d'exercices supplémentaires (dans les DM), soit sur des connaissances anciennes qui n'avaient pas encore été vues dans la classe de Denis telles que la notion de périmètre.

Bref, hormis ces quelques retouches sous forme d'ajouts ou de suppressions, l'enveloppe des contenus abordés dans le chapitre est identique.

Au fil des séances, ce scénario a été ponctuellement ajusté, selon que Denis avait ou non réussi à terminer les exercices qui devaient être traités durant la séance. Nous avions notamment décidé de décaler ce qui était prévu de séance en séance. Cependant, le scénario n'a pas été réécrit en cours de chapitre et les modifications qui lui ont été apportées l'ont été oralement. Des alternatives étaient en outre systématiquement prévues, pour les devoirs à donner, selon la tournure de la séance.

Enfin, nous avions laissé Denis libre d'organiser l'apprentissage de la leçon comme à son habitude (faire copier les définitions et propriétés à la maison, les faire réciter en classe…), sans lui imposer les "rappels de leçon" de Martine. Il a ajouté lui-même spontanément, au cours d'une séance, deux tâches dans des épisodes de cours : deux constructions de médiatrices, l'une à l'équerre, l'autre au compas, pour illustrer des énoncés de cours.

Le scénario suivi est donc globalement celui de Martine. Nous avons respecté sa cohérence d'ensemble, même si certains points ont été modifiés pour pallier quelques insuffisances et pour se conformer au mode de fonctionnement de Denis.

Nous joignons en annexe la liste effective des exercices, en incluant leur référence et leur rang dans le scénario de Martine et en signalant les tâches nouvelles ou, au contraire, celles qui ont été supprimées. Les modifications de l'ordre des exercices peuvent être retrouvées en comparant les deux numérotations.

c. L'entretien préalable

Le scénario (cf. annexe 1) a été donné à Denis pour qu'il en prenne connaissance, sous la forme d'un document d'une page (cf. annexe 2) expliquant les aspects dynamique et statique, et exposant certaines conceptions erronées. Un entretien a eu lieu quelques jours après, avant la première séance, pour en discuter.

Ce fut l'occasion d'expliquer le scénario en insistant sur sa cohérence d'ensemble : à la fois par rapport aux aspects dynamique et statique et au lien entre les deux, au travail sur les conceptions erronées, ainsi que sur l'initiation au raisonnement déductif. Ce dernier point a exigé des explications approfondies, car Denis semblait sceptique sur la capacité de ses élèves à comprendre la nécessité de ce type de raisonnement par rapport à la mesure. Nous avons alors suggéré de modifier légèrement les énoncés pour que les raisonnements puissent être menés sur des figures “à main levée” afin d'éviter le recours à la mesure ; Denis a aussi suggéré que le raisonnement pourrait être fait sans avoir préalablement dessiné la figure, ce qu'il utilisera du reste pour un exercice.

Globalement, ce qui semble avoir le plus surpris Denis est la cohérence d'ensemble du scénario *« beaucoup plus structuré, […] beaucoup plus réfléchi »*. Il considère cela comme *« intéressant »*, mais *« ça ne [lui] paraît pas forcément évident de suivre le truc, […] heureusement qu'il y a le synopsis[236] »*. Il semble également surpris par l'ambition du scénario :

> *Je trouve que c'est beaucoup plus abouti. Elle leur donne tout ça ? Je veux dire dans le chapitre, ils font tout ça ? Ils ont fait tout ça l'année dernière ?*

Nous lui faisons remarquer que son propre scénario contenait un tiers d'exercices en plus, même si chacun d'eux comportait en moyenne moins de tâches.

Denis conclut toutefois qu'il adhère à la proposition, et que *« ça ne [le] dérange pas du tout de suivre ça »*, tout en soulignant l'effort que cela va lui demander :

> *Il va falloir que je sois très vigilant pour bien suivre, pour avoir le même raisonnement, j'ai remarqué, t'as mis des remarques quelquefois, il faudra que je regarde bien ça* [il montre le “synopsis”] *avant d'y aller, pendant et si t'es là, t'hésites pas à me faire signe, si tu vois que je m'embarque.*

d. **L'accompagnement**

L'accompagnement de Denis pour l'expérience a consisté en un entretien préalable, des remarques écrites sur le document contenant le scénario que nous lui avons remis, ainsi que des interventions ponctuelles informelles, lorsque nous assistions aux séances.

Le but de cet accompagnement était principalement de lui donner des clés pour comprendre le scénario (sa cohérence d'ensemble, le choix des exercices etc.) afin non seulement de l'aider à se l'approprier, mais aussi de l'outiller pour lui permettre de prendre certaines décisions lors des déroulements ; autrement dit de compenser un peu le fait que ce n'est pas lui qui l'a conçu. Nous considérons en effet que les objectifs que l'enseignant assigne à la tâche dans son scénario ont une influence sur les décisions qu'il prend lors du déroulement ; il était donc important que Denis comprenne l'objectif associé à chaque tâche et la cohérence d'ensemble du scénario. Les éléments d'analyse *a priori* des tâches précisés lors de l'entretien préalable (les différents aspects de la symétrie en jeu, les conceptions erronées de la symétrie, le passage d'un paradigme géométrique à l'autre, l'identification des adaptations des connaissances en jeu dans les tâches …) ont le même but : permettre à Denis d'ajuster les déroulements en le mettant en mesure d'interpréter les productions et erreurs des élèves. Quant aux indications de déroulements, elles tendent à favoriser une activité individuelle plus étoffée des élèves en les laissant chercher ou en leur faisant formuler la synthèse, ainsi que des phases collectives enrichies par des synthèses ou l'indication des liens à établir.

[236] Il fait référence ici au document indiquant la progression séance par séance.

L'entretien a également été l'occasion d'expliquer à Denis qu'il était important, pour que l'expérience réussisse du point de vue des apprentissages des élèves, qu'il intègre la logique du scénario, de façon par exemple, en cas d'imprévu (notamment dans les réactions d'élèves) à pouvoir réagir en cohérence avec sa ligne directrice.

Le but principal de l'entretien a donc été d'expliciter cette cohérence d'ensemble, le "fil directeur".

Les remarques portées sur le scénario concernent :

- les difficultés que peuvent rencontrer les élèves : par exemple, pour l'exercice 1, nous avons invité Denis à insister sur le fait que toutes les transformations ne sont pas des symétries, ce qui ne paraissait pas évident pour tous les élèves de Martine l'année précédente ; en particulier, nous mettions en évidence les adaptations particulières, mais sans dire à Denis comment les traiter. Par exemple, pour l'exercice 1 de la feuille 6, nous avions précisé que la droite par rapport à laquelle il s'agissait de construire le symétrique n'était pas tracée (adaptation A1/A2), ce qui pouvait poser problème aux élèves.

- les enjeux des tâches par rapport au scénario : pour l'exercice 1 de la feuille 5, nous avons précisé qu'il s'agissait de faire découvrir la propriété de conservation des longueurs et des angles.

- ce sur quoi devaient porter les synthèses et éventuellement la structuration : par exemple, au début de la deuxième partie du scénario relative au travail sur les axes de symétrie des figures, nous avons précisé qu'il fallait expliquer l'articulation entre les aspects dynamique et statique de la symétrie.

- quelques indications sur le fait de "faire formuler les élèves", "faire justifier", notamment avant les synthèses-clés, comme la définition du symétrique d'un point etc.

En revanche, dans la mesure où le lien entre le cours et les exercices avait été mis en évidence lors de l'entretien préalable, aucune remarque n'a été portée sur le scénario remis à Denis sur ce sujet.

Les remarques ont été parfois rediscutées avec Denis avant les séances auxquelles nous avons assisté (environ une sur deux).

D'autres observations ont été formulées ponctuellement lors d'échanges informels, mais dont nous n'avons pas gardé trace.

Enfin, il nous semble important de mentionner que si le scénario est conçu séance par séance, précisant les contenus et l'ordre dans lequel ils doivent être abordés, en revanche Denis reste libre de consacrer à chaque phase le temps qu'il juge nécessaire, sous réserve d'essayer de respecter le scénario, c'est-à-dire de traiter durant la séance l'ensemble de ce qui était prévu. Bien entendu, nous lui laissions tout de même le choix de reporter à une séance ultérieure les contenus qu'il n'aurait pas eu le temps de traiter, s'il estimait nécessaire d'y consacrer davantage de temps.

Ce qui est resté à la charge de Denis a donc été la “mise en musique” effective du scénario dans la classe. Il connaissait les objectifs et disposait de quelques outils pour les atteindre, mais sans savoir comment les utiliser. Autrement dit, sont restés à sa charge la gestion du temps, celle des interactions (notamment les aides), la responsabilité de mettre les élèves au travail, le choix de laisser éventuellement à leur charge une partie du travail, l’évaluation en temps réel des productions et des erreurs, …

2. Les déroulements

Nous utilisons la même méthode que pour l’analyse des déroulements de Denis I et de Martine dans le chapitre 3 : nous nous plaçons d’abord à l’échelle du chapitre entier, puis des séances, et enfin des épisodes. Nous nous appuyons principalement sur la chronologie globale, présentée en annexe. Nous nous servons aussi du découpage des épisodes en phases lorsque cela est nécessaire – notamment pour évaluer le temps de travail collectif et le temps de travail individuel sur les exercices – mais nous n’avons pu le reproduire dans la thèse.

Nous proposons ainsi une caractérisation des déroulements de Denis II avant de la confronter à celle établie pour Denis I et Martine dans le chapitre 4, en nous fondant sur une comparaison des graphiques que nous avons et sur une étude plus détaillée de quelques épisodes.

Nos interprétations s’efforceront de tenir compte du fait qu’une partie des caractéristiques des déroulements découle du scénario et des indications que nous avons données à Denis, mais qu’une autre est indissociablement liée à la classe, aux spécificités des pratiques de Denis et à la contingence. Les déroulements sont finalement la contribution de Denis à l’application du scénario de Martine dans une classe nouvelle. Autrement dit, les pratiques propres à Denis, le scénario de Martine et la classe sont des facteurs explicatifs des différences que l’on pourra observer, mais la combinaison des trois et l’artifice de l’expérience le sont aussi : il se peut, par exemple, que Denis ajuste sa pratique du fait que ce n’est pas lui qui a conçu le scénario.

Si on peut s’attendre à ce que les résultats se situent entre ce qui a été observé pour Denis I et ce qui l’a été pour Martine, nous allons voir que certains résultats sont autrement plus surprenants.

a. Les déroulements de Denis II

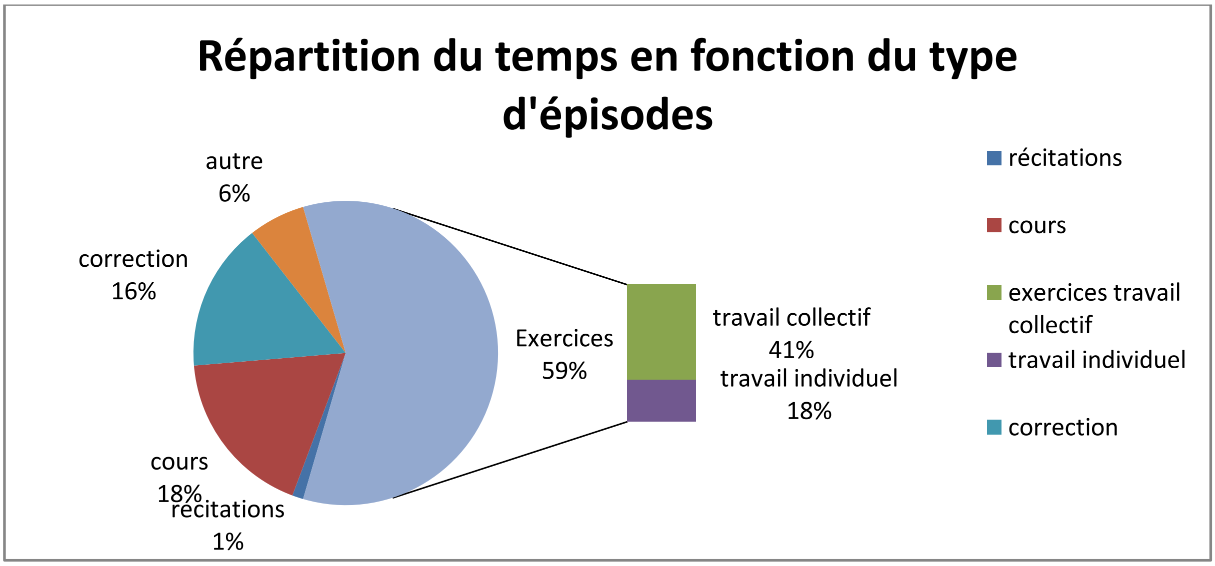
A l’échelle du chapitre

Le chapitre occupe quatorze séances au total, pour une durée de 12H23 minutes, réparties selon les types d’épisodes comme suit :

types d'épisodes		durée totale	nombre d'épisodes	durée moyenne d'un épisode	durée moyenne par séance
Récitations/ rappels de cours		0:08:46	5	0:01:45	0:00:38
cours		2:13:46	16	0:08:22	0:09:33
exercices	**total**	7:19:07	29	0:15:09	0:31:22
	travail collectif	5:05:37		0:10:32	0:21:50
	travail individuel	2:13:30		0:04:36	0:09:32
correction		1:57:26	11	0:10:41	0:08:23
autre		0:44:44		0:07:27	0:03:12
total		12:23:49	58		0:53:08

On trouve en moyenne un épisode de cours et deux épisodes d'exercices par séance, ainsi qu'un épisode de correction lors de deux séances sur trois. Si la répartition des moyennes par séance sera commentée ci-dessous, on peut noter la durée d'un épisode de chaque type : en moyenne, les épisodes de cours sont deux fois moins longs que les épisodes d'exercices soit environ 15 minutes pour ces derniers, dont 4 minutes et demie en travail individuel des élèves. D'autre part, un épisode de correction dure en moyenne approximativement 10 minutes 30.

Les temps moyens par séance (ou sur l'ensemble) se répartissent comme suit :



Le travail sur les exercices occupe la majeure partie du temps, près de 60 %, réparti entre un tiers de travail individuel et deux tiers de travail collectif. Le reste du temps se partage à peu près équitablement entre les épisodes de correction et de cours, en excluant les récitations qui ne représentent qu'1% du temps. Le temps très faible consacré aux récitations tient au fait qu'un épisode de récitation dure en moyenne environ 1 minute 45, mais aussi qu'il n'y a que cinq épisodes de récitation sur l'ensemble des quatorze séances. Nous n'avions pas demandé à Denis d'effectuer des rappels de cours, mais en revanche, nous l'avions laissé libre de faire réciter la leçon, comme à son habitude, ce qu'il n'a fait que rarement.

A l'échelle des séances : quelle application du scénario ?

L'organisation des séances découle en grande partie du scénario initial, en particulier la succession des épisodes. Nous ne décrivons donc pas l'organisation des séances en tant que telle, mais en la comparant au scénario prévu. Comme nous l'avons précisé précédemment, celui-ci avait été découpé séance par séance, mais dès la première séance, Denis n'a pas pu traiter l'ensemble de ce qui était prévu, quelques minutes en début d'heure ayant été consacrées à faire passer un test aux élèves. C'est pourquoi nous ne comparons pas séance par séance, mais, en tenant compte des décalages, tentons d'identifier ce qui a été modifié par rapport au cheminement prévu.

Conformément à nos prévisions, l'organisation des séances dépend de l'avancée des contenus. Toutes comportent au moins un épisode d'exercices, mais certaines séances sont dépourvues d'épisode de cours (les séances 8, 10, 12 et 14).

La succession des épisodes n'a pas été modifiée par Denis, à quelques exceptions près[237]. Globalement, le cheminement prévu a été respecté, ainsi que la succession des épisodes. Les quelques épisodes de structuration prévus ont été réalisés, mais pas nécessairement avec le statut d'épisodes de cours, lesquels sont les caractéristiques de Martine qui semblaient *a priori* les plus éloignées des pratiques de Denis. Les différences principales avec le scénario initial consistent en un glissement de certains épisodes vers les séances suivantes, mais il est difficile d'évaluer si cela est dû au fait que Denis a mis plus de temps que prévu à traiter le scénario, ou aux épisodes rajoutés (en particulier les corrections). Notons toutefois que, pour respecter les habitudes de Denis dans sa classe, certains exercices à faire à la maison ont été ajoutés au scénario de Martine et leur correction en classe a pris du temps. De surcroît certains exercices qui devaient être traités à la maison l'ont été en classe, soit parce qu'ils paraissaient trop difficiles à Denis, soit parce que les élèves avaient déjà trop de DM à faire, soit il s'agit de confusions de Denis. On constate cependant d'ores et déjà que lors de la première séance, Denis a traité sensiblement les mêmes contenus que Martine dans le même temps – en comparant les 49 premières minutes de la séance de Martine qui en a duré 59 avec les 49 minutes de la séance de Denis.

A l'échelle des épisodes

Nous présentons, comme pour l'analyse des déroulements de Denis I et Martine, l'analyse des épisodes en commençant par les épisodes d'exercices.

Les épisodes d'exercices

On en dénombre en moyenne deux par séance, qui durent environ quinze minutes chacun, réparties en cinq minutes de travail individuel et dix minutes de travail collectif. Cette tâche occupe donc plus de la moitié du temps (environ 60 %), ce qui résulte en partie du scénario, mais pas seulement, puisque Denis est libre de la durée qu'il consacre à chaque épisode – de même que la proportion du temps qu'il consacre au travail individuel.

Le démarrage des épisodes d'exercices

Ils ne sont en général pas "introduits" dans le sens où Denis n'en explique pas le contenu, ni comment ils s'articulent avec le reste du chapitre. Pour le premier exercice, en particulier, il

[237] Cf. annexe 7 pour le détail, séance par séance.

n'annonce pas le titre du chapitre, précisant qu'il le donnera après. Les élèves ne savent donc pas *a priori* sur quoi ils vont travailler. Seul l'exercice 1 de la feuille 7, qui correspond au début du travail sur les axes de symétrie des figures, déroge à cette règle. Avant cet exercice, Denis explique qu'après s'être intéressés aux constructions de symétriques de figures, l'axe étant donné au départ, il va s'agir désormais de chercher si les figures possèdent des axes de symétrie (lien entre aspects dynamique et statique de la symétrie) ; il ne donne pas davantage d'explication, mais fait un dessin – une maison symétrique par rapport à un axe vertical – et demande aux élèves si la figure admet un axe de symétrie. Les élèves répondent oui, il ajoute une cheminée d'un côté, leur fait constater qu'il n'y a plus d'axe de symétrie et leur annonce qu'après un travail sur des figures simples, ils travailleront sur des figures plus complexes comme celle-ci, puis commence le travail sur l'exercice 1 de la feuille 7 dans lequel il s'agit de trouver les axes de symétrie d'un segment, d'une demi-droite, d'une droite et d'un angle. Ce dessin est évoqué à la séance suivante pour appuyer à nouveau un discours de structuration à propos du lien entre aspects statique et dynamique. Cette intervention avait été indiquée par nous sans en préciser le contenu exact, notamment pas le fait d'utiliser un dessin, qui relève d'une initiative de Denis.

Denis ne laisse généralement pas les élèves faire immédiatement l'exercice. En fait, beaucoup d'exercices sont traités au moins en partie collectivement, soit parce que Denis donne des indications dès le début ou rapidement, soit parce qu'il ne laisse que peu de temps au travail individuel et prend très rapidement en charge la résolution de la tâche.

Pourquoi certaines tâches plutôt que d'autres sont-elles traitées collectivement ? Deux interprétations nous semblent plausibles : ce sont les tâches les plus difficiles qui sont les plus prises en charge par Denis (notamment les tâches de preuve, qui sont systématiquement traitées collectivement, à une exception près) ; d'autre part, plus on avance dans le chapitre, et plus Denis, sans doute soucieux de gagner du temps, prend en charge les tâches, estimant que leur traitement collectif est plus rapide. Les deux raisons se combinent, puisqu'à partir de l'exercice 24, qui porte sur les axes de symétrie de figures et annonce la deuxième partie du chapitre, qui est étudiée à la séance 9 au lieu de la séance 6 comme il était initialement prévu, Denis ayant "pris du retard", il ne laisse plus à la charge des élèves que les tâches souvent faciles de reconnaissance d'axes de symétrie de figures.

Pour la plupart des exercices, il y a au moins une lecture collective de l'énoncé et une reformulation destinée à en simplifier l'expression sans nécessairement simplifier la tâche mathématique[238] : par exemple, pour l'exercice 1, dont la consigne est *« expliquer dans chaque cas par quel mouvement du calque, on passe de la figure 1 à l'autre figure »*, Denis reformule par : *« donc vous essaierez de faire bouger le calque pour répondre aux questions »* - alors qu'il n'y a pas d'autre question.

Pour quelques exercices, les interventions collectives se limitent à cette reformulation, et le traitement de la tâche est ensuite individuel, au moins dans un premier temps : il s'agit des exercices 1, 2, 3, 9, 26, 31, 34 ; autrement dit principalement les tâches plutôt faciles soit parce qu'élémentaires, soit parce que des tâches similaires ont déjà été traitées (construction de symétriques de points sur papier quadrillé, reconnaissance d'axes de symétrie de figures…) avec

[238] Il s'agit en général de simplifier l'expression française, mais cela génère parfois plutôt des confusions, la reformulation étant souvent moins précise.

une exception : l'exercice 34, le dernier du chapitre, qui est complexe, mais auquel Denis a décidé de consacrer une heure entière.

La phase collective de démarrage des exercices va le plus souvent au-delà d'une simple reformulation : Denis donne quelques indications : par exemple, pour l'exercice 4 (construire le symétrique d'un point par pliage puis établir la définition du symétrique d'un point), Denis découpe la tâche dès le début en précisant des étapes ; de même, pour l'exercice 7 (où il s'agit de construire pour la première fois le symétrique de points sur papier blanc, alors que la procédure n'a pas été indiquée), Denis précise quels instruments vont être nécessaires ; pour l'exercice 20, il prend en charge dès le début l'adaptation principale qui consiste à identifier la droite – qui n'est pas tracée – par rapport à laquelle il faut construire le symétrique ; pour l'exercice 33, dans lequel les élèves doivent élaborer la méthode de construction de la médiatrice au compas au bout de quelques minutes, après avoir précisé les instruments de géométrie auxquels les élèves avaient droit, Denis indique qu'ils ont le droit d'utiliser les propriétés qui viennent d'être vues en cours et les fait même relire, puis il prend en charge la première adaptation de l'exercice qui consiste à passer de "*tracer la médiatrice*" à "*construire deux points de la médiatrice*" (il s'agit de reconnaître les modalités d'application des connaissances : adaptation A1).

Pour un certain nombre de tâches, ces phases collectives au démarrage vont jusqu'à l'élaboration de toute la procédure de résolution de la tâche, que les élèves n'ont ensuite plus qu'à exécuter. Il en est ainsi pour les exercices de construction de symétriques de segments, de droites, de cercles (les exercices de la feuille 4), puis pour les exercices complexes (avec plusieurs tâches) : en général pour ceux-ci, Denis donne la méthode pour effectuer la construction puis la ou les tâches de preuve sont traitées collectivement.

Enfin, certains exercices sont traités intégralement collectivement, les élèves n'ayant qu'à imiter ou recopier ce qui est fait au tableau : il s'agit de l'exercice 27 et de tous les exercices contenant principalement des tâches de preuve.

Le travail individuel

Ce sur quoi les élèves travaillent individuellement est donc en général nettement moins riche que le contenu initial des tâches.

Pendant ces phases de travail individuel, Denis ne dispense que très peu d'aides individuelles. Il les met souvent à profit pour gérer des problèmes de disciplines, ramasser des DM …

On note quelques interventions en aparté destinées à aider les élèves habituellement en difficulté. Ces aides portent éventuellement sur la procédure de résolution. Denis aide notamment souvent Ben[239] à traiter les tâches, en les découpant et en les simplifiant, comme pour la tâche C2 qui consiste à construire la médiatrice d'un segment à l'équerre, et où Denis va jusqu'à effectuer pour lui la division par 2 de la longueur du segment pour qu'il puisse placer le milieu. Les aides portent aussi souvent sur la reprise de l'énoncé et quelques échanges visent à évaluer les productions des élèves, éventuellement à identifier une erreur que Denis laisse l'élève corriger. De nombreuses aides portent majoritairement sur des connaissances anciennes élémentaires qui font obstacle à la réalisation de la tâche : par exemple, Denis précise que la

[239] Ben est un élève identifié par Denis comme en grande difficulté.

droite (AA') est la droite qui passe par A et A', que la lettre *d* à côté d'une droite ne désigne pas un point, qu'un point ne suffit pas pour tracer une droite …

Cependant, durant les phases de travail individuel, ont lieu de nombreuses interventions collectives qui visent beaucoup plus à prendre en charge une partie de la résolution – l'exemple ci-dessus à propos de l'exercice 33 où Denis indique qu'il faut utiliser les propriétés du cours et les fait relire est éclairant – mais il arrive aussi qu'il rappelle la méthode établie au début de l'épisode (par exemple pour la construction de symétriques de droites, dans l'exercice 2 de la feuille 4), ou bien qu'il faut conserver l'écartement du compas pour construire un point, dans la construction de la médiatrice au compas … Ces aides peuvent être qualifiées de *procédurales* au sens où elles portent sur la procédure de résolution, mais elles ont parfois aussi une visée *constructive*, notamment lorsque les exercices ont pour seul objectif la maîtrise de ces méthodes – comme les exercices de construction de symétriques de droites ou de cercles.

Denis fait en revanche rarement appel à la leçon, c'est-à-dire à des connaissances décontextualisées, excepté les deux fois où il évoque la définition du symétrique d'un point (lors de la construction de symétriques de points sur quadrillage, dans l'exercice 1 de la feuille 3 et dans l'exercice 12 de construction de symétriques de droites). Deux autres interventions dans le chapitre évoquent non pas la leçon directement, mais un exercice ou un exemple qui a été traité et qui peut avoir le statut d'exemple générique. Par exemple, à l'occasion de la reprise à la séance 10, de l'exercice 1 de la feuille 7, qui porte sur les axes de symétrie de figure et qui a été commencé à la séance 9, Denis ne fait pas référence à la définition d'axes de symétrie d'une figure qui a pourtant été écrite dans la leçon, mais au dessin qu'il avait fait pour introduire la notion d'axe de symétrie.

Les phases collectives : en début, en fin d'épisode, ou le traitement collectif complet de certaines tâches

Certaines phases collectives ont lieu au début du traitement des exercices, et ont pour but, comme précisé ci-dessus, de reformuler les consignes ou de fournir des aides aux élèves, afin probablement de ne pas les laisser seuls devant la tâche ; en particulier, de prendre en charge les adaptations qui pourraient faire obstacle à la résolution (notamment la reconnaissance des modalités d'application des connaissances – adaptation A1 – lorsque la situation est difficile à identifier, ou encore le fait d'établir des étapes avant de commencer – adaptation A4). Nous ne présentons ci-dessous qu'un exemple, mais qui illustre bien les phases collectives de début d'épisodes, lorsqu'elles tendent à élaborer une procédure que les élèves n'ont plus qu'à appliquer : il s'agit du début de l'exercice 12, qui consiste à construire des symétriques de droites sur papier blanc.

[Denis a donné l'exercice à faire puis cherché un énoncé pour des élèves absents à la séance précédente, les élèves ayant donc eu environ trois minutes de recherche individuelle. Puis il demande qui a une idée, mais personne ne répond. Il évoque alors le calque et le pliage du début, puis le fait que l'on peut utiliser l'équerre et le compas, ce qu'il illustre en faisant construire le symétrique d'un segment au tableau par une élève (*« on va revoir la leçon, là, de la dernière fois »*) ; pendant que l'élève fait la construction au tableau, il rappelle que pour se souvenir de la construction, il faut se rappeler des deux conditions de la définition]

> *Denis : comment on fait, pour se souvenir, elle est en train de faire quoi ? Le symétrique du segment, donc elle a mis l'équerre, c'est quoi les deux conditions ? Dans la définition, c'est quoi les deux conditions ? Soukaïna ?*
> *Soukaïna : que elles soient perpendiculaires.*

Denis : Il faut qu'elles soient perpendiculaires. Première condition, il faut que ce soit perpendiculaire, un angle droit, deuxième condition ?
E : que
Denis : Le compas, il sert à quoi ? Il sert dans la deuxième condition.
E : La même longueur,
Denis : il faut qu'il y ait la ?
Es : même longueur
Denis : même longueur, d'accord, c'est pour ça qu'on avait dit qu'on appelait ça aussi la médiatrice.

[Après avoir fait rappeler que pour le segment, on a considéré les extrémités, Denis donne dans la suite la méthode de construction]

Denis : Par contre, pour tracer une droite, on a combien de points à mettre ?
Es : deux
Denis : deux. Ca veut dire quoi, ça veut dire que si j'arrive à trouver deux points, donc on va en prendre un n'importe où ici, sur la droite, c'est vous qui choisissez. Est-ce que, Quentin, est-ce que on les met tout au bout ?
Es : non
Denis : Non, parce qu'on a dit qu'il y a pas de bout. Donc vous prenez un point, vous prenez un deuxième point et maintenant c'est à vous de le faire. Qui a compris comment on fait, maintenant ? On va faire un peu comme on a fait, maintenant, il y a deux points, on va les trouver de l'autre côté, on va les rejoindre, et on aura le symétrique. Donc à vous de faire. (Denis II, séance 5)

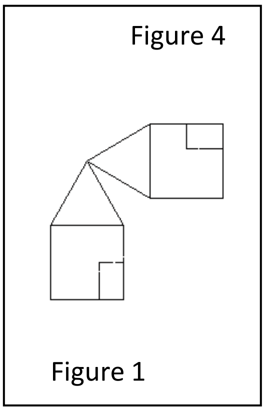
On voit bien dans cet extrait comment Denis prend en charge les difficultés - il avait même fait figurer l'axe en rouge pour faciliter l'identification de la configuration – et surtout l'élaboration de la procédure, que les élèves n'ont ensuite plus qu'à exécuter. Mais cette démarche s'accompagne d'apports importants : si certains ne portent que sur des questions de vocabulaire (les extrémités, la médiatrice), d'autres sont potentiellement constructifs : évoquer la définition du symétrique d'un point pour justifier la construction ou rappeler la méthode de construction du symétrique d'un segment peuvent contribuer à établir des liens entre les connaissances.

On ne trouve pas de phase de travail collectif en cours d'épisodes, tout au plus des interventions isolées : Denis donne simplement une aide, souvent en rappelant la procédure établie au début ou fait une remarque ; le plus souvent, dès que Denis prend la parole collectivement, il prend en main la fin de l'épisode : correction ou traitement collectif de l'exercice.

Dans les phases collectives de fin d'épisode, lorsque les élèves ont disposé d'un temps de travail individuel, Denis commence souvent par reprendre la procédure de résolution – qui a en général été indiquée au début de l'exercice – ou par donner un énoncé un peu général de reformulation de la tâche qui peut s'apparenter à une indication de procédure. Ces interventions peuvent être considérées comme des aides dont la fonction est constructive : il s'agit de mettre en évidence la procédure de résolution de la tâche, mais en l'exprimant de façon générale, ce qui s'apparente à une façon d'indiquer ce qu'il va falloir retenir de l'exercice – la procédure pour traiter n'importe quelle tâche similaire ou une formulation des connaissances à utiliser – même si cela n'est pas explicité. Par exemple, pour le premier exercice de reconnaissance d'axes de symétrie de figures (exercice 24), dont la fonction dans le scénario est, outre l'identification des axes de symétrie de figures usuelles, l'élaboration d'une méthode pour reconnaître un axe de symétrie, la correction commence par : *« Comment on va reconnaître s'il y a un axe de symétrie ? »* et une référence, non pas à la définition d'axes de symétrie qui a été écrite dans la leçon à la séance précédente, mais au dessin par lequel Denis a introduit la notion d'axe de symétrie : *« J'ai donné quoi comme exemple hier, pour les axes de symétrie ? J'avais dessiné quoi ? Tout le monde avait trouvé. Après, j'ai changé quelque chose, il n'y avait plus d'axe. »* Quelques minutes plus tard, il propose un énoncé qui peut avoir une fonction de reformulation simplifiée de la définition d'un axe de symétrie – mais, de fait, ambiguë, car assimilant invariance globale et invariance point par point – : *« mettre quelque part une droite et si je replie, je reste au même endroit »* (cette question est posée avant de traiter le cas de la demi-droite, pour laquelle invariance globale et point par point sont équivalentes) ; cependant, Denis n'explique jamais comment cet énoncé est relié à la définition.

Puis les phases collectives de fin d'épisode ont principalement pour fonction de corriger la tâche, en donnant la bonne solution. Cela se fait en général à partir de questions de Denis et de propositions d'élèves. Denis demande des précisions aux élèves, demande éventuellement qui est d'accord, mais c'est lui qui valide la plupart du temps et c'est aussi souvent lui qui justifie les bonnes réponses – quand une justification est donnée, ce qui n'est pas toujours le cas – ou qui explique pourquoi une réponse est fausse. Cependant, on observe une évolution : en effet, au début du chapitre, les précisions apportées aux réponses et même parfois les justifications sont à la charge des élèves ; par exemple, durant la correction de l'exercice 1, la responsabilité des réponses est largement laissée aux élèves, comme on peut le voir dans l'extrait ci-dessous :

[Exercice 1, question c : il s'agit de passer d'une maison à une autre par une rotation de sens direct et d'angle 90° (cf. figure ci-contre)]

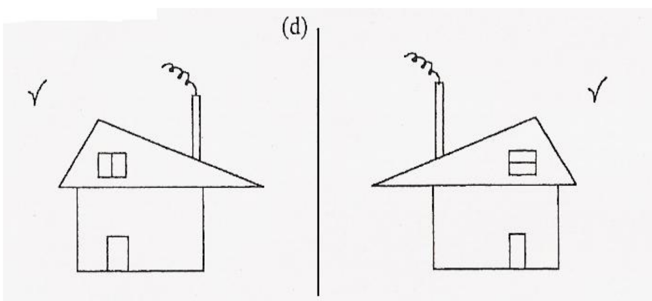


Denis : Maintenant on passe au c. Alors il y a les deux maisons pour le c, comment on passe, toujours figure 1 à figure 4, maintenant.
Es : [brouhaha]
E : monsieur, on peut faire pivoter
E : il faut faire pivoter comme ça
Denis : Alors, comment on fait pivoter ? Ouais, Safir ça marche, Quentin il a trouvé aussi, comment on fait pour passer, je répète de la 1 à la 4. On va faire pivoter, on fait pivoter, à quel moment on s'arrête ? Comment on fait pour le faire pivoter ?
E : comme ça.
Thamara : comme dans les aiguilles mais dans l'autre sens.
Denis : alors, est-ce que je pivote, comme y a Thamara qui est en train de dire, est-ce qu'on pivote comme les aiguilles d'une montre ou pas ?
Es : non
Denis : alors on va prendre une montre à aiguilles. Dans le sens inverse des aiguilles d'une montre. Donc on part, ça dépend, on part de la figure 1, on va à la figure 4, donc on tourne dans quel sens, on tourne dans ce sens-là. dans le sens inverse des aiguilles d'une montre. Mais à quel moment on s'arrête ?
Thamara : quand on
Denis : alors réfléchissez, Thamara, t'attends un peu, à quel moment on s'arrête ? Est-ce que je fais pivoter beaucoup, enfin, comment je sais quand je dois m'arrêter quand je pivote ? Quentin ?
Quentin : dès qu'on est sur la figure 4
Denis : dès qu'on est sur la figure 4, et comment, on va trouver qu'on arrive sur la figure 4 ? Alors Quentin, explique aux autres, comment t'as fait, toi.
Quentin : moi j'ai posé sur une figure et j'ai mis
Denis : attends, t'es parti de quelle figure ?
Quentin : de la 1.
Denis : vous mettez tous votre calque, on va écouter Quentin, mettez votre calque sur la figure 1 du c. Hayet suit, on en est au c. ouais, faut pas mettre sur le b, alors. Tout le monde y est ? Thamara suit, le calque sur la figure 1 de la c. et Quentin, alors essaie d'expliquer comment t'as fait après.
Quentin : j'ai pris le compas.
Denis : alors prenez le compas
Quentin : je l'ai mis sur la pointe de la maison
Denis : on prend le compas il l'a mis sur la pointe, alors sur la pointe de quoi, du ?
Es : du toit.
Denis : du toit, d'accord ? sur la pointe du toit, alors vous mettez juste la pointe.
E : on peut faire avec le stylo aussi.

Denis : On peut faire avec le stylo aussi, ouais, posé sur la pointe, et après qu'est-ce qu'il a fait ? est-ce que t'as utilisé le crayon ?
Quentin : non
Denis : non, y a pas besoin du crayon. Après qu'est-ce qu'il a fait ?
Quentin : j'ai fait pivoter
Es : il a fait pivoter.
Denis : après il a fait pivoter quoi ?
E : la feuille.
Denis : la feuille. Vous faites pivoter la feuille après, vous faites tourner la feuille. Voilà, c'est comme ça, est-ce qu'elle va sur l'autre ?
Es : oui
Denis : oui, donc on va essayer de résumer, on a dit qu'on faisait quoi pour passer de la 1 à la 4 ?
E : on fait un quart de cercle
E : la figure 1
Denis : on fait pivoter
E : on fait un quart
Soukaïna : On fait la moitié d'un demi-cercle.
Denis : on fait la moitié d'un demi-cercle, elle rajoute Soukaïna. Est-ce que tout le monde est d'accord ?
Es : oui
Es : non, on fait un quart
Denis : un quart ? c'est ça, elle a dit la moitié d'un demi-cercle, ça fait un quart, d'accord ? donc on fait un quart de ?
E : cercle
Denis : cercle, d'accord, et ça fait aussi, l'angle, ça fait quoi comme angle, ça ?
E : 90°
Denis : 90°
E : angle droit.
Denis : donc on va le mettre ici, là.
Isaac : monsieur, on peut le faire des deux côtés
Denis à Isaac : ouais, mais nous on part de là, d'accord ? on part de la 1, on peut faire dans l'autre sens, mais nous, on part de la 1 pour aller à la 4, d'accord ? (Denis, séance 1, exercice 1)

Ce sont des élèves qui ont mentionné le fait de tourner, puis le sens et enfin la mesure (un quart de cercle) même si c'est Denis qui évoque les angles.

On observe dans presque toutes les corrections d'exercices traités en classe – lorsqu'il s'agit réellement d'une correction, c'est-à-dire lorsque les élèves ont eu un temps de travail individuel pour traiter la tâche, et non pas lorsque celle-ci est traitée collectivement – que Denis laisse en général la responsabilité aux élèves de proposer des réponses, même pour une tâche difficile : par exemple, lors de l'exercice 24 (l'exercice 1 de la feuille 7, le premier qui porte sur les axes de symétrie de figures – segment, demi-droite, droite et angle), Denis attend qu'un élève trouve l'axe de symétrie de la demi-droite (le support). Après que plusieurs propositions fausses ont été faites, il laisse du temps, jusqu'à ce qu'un élève propose la bonne réponse.



Cependant, si la responsabilité de proposer des réponses échoie en général aux élèves, plus on avance dans le chapitre et plus les précisions et les justifications sont à la charge de Denis, y compris pour des tâches faciles. Par exemple, pour l'exercice 3, dans lequel il s'agit d'identifier des "erreurs" sur des figures symétriques (cf. figure ci-contre), la justification revient aux élèves, même s'ils sont guidés par Denis :

> *Ali : le pigeon.*
> *Denis : Le pigeon. Alors le pigeon il est comment sur celui de gauche ? De l'autre côté, il est -*
> *E : pareil*
> *Denis : - mis de la même façon. Comment on passe de celui-là à celui-là ? Sarah ?*
> *Sarah : on plie*
> *Denis : alors si on plie, est-ce qu'on va se retrouver sur celui-ci ?*
> *Es : non*
> *Denis : Alors pour passer de là à là, qu'est-ce qu'on fait ? Essaie de penser à ce qu'on a fait ce matin avec le calque[240]. Si je le plie, il va pas se retrouver là. Pour aller de là à là, il faut que je fasse quoi ? Isaac ?*
> *Isaac : faut qu'on, euh la barre qui est comme ça, il faut la mettre de l'autre côté.*
> *Denis : il faut la mettre de l'autre côté. Pour l'instant, si je les laisse comme ça comment je fais pour aller de celui-là à celui-là ? Est-ce que j'ai fait une symétrie axiale ? Qu'est-ce qu'on a fait en fait ? Ben ?*
> *Ben : on avance*
> *Denis : on l'a fait ?*
> *Es : glisser*
> *Denis : glisser, d'accord ? Si je le fais glisser, il va se retrouver ici, Sarah. Si je veux faire la symétrie axiale, il faut que je fasse, soit avec le calque, soit je retourne la feuille, il y en a qui ont retourné ce matin le calque. Donc de l'autre côté, il devrait être comment ? La grande barre qui est là, elle devrait se retrouver de ce côté et la petite ici. Est-ce qu'il est comme ça ?*
> *Es : non*
> *Denis : non, donc c'est Ali qui l'avait signalé, là, il y a une erreur.* (Denis, séance 2, feuille 2, exercice 2)

Alors que, plus loin dans le chapitre, même pour des tâches faciles, Denis prend souvent en charge la justification des réponses : lors du traitement de l'exercice 24, par exemple, qui porte sur les axes de symétrie de figures – segment, demi-droite, droite et angle – Denis s'appuie sur des propositions d'élèves mais qu'il justifie ou invalide lui-même. L'invalidation est d'ailleurs toujours justifiée avec le même argument, fondé sur un raisonnement qui n'est jamais tout à fait explicité : à propos de la demi-droite, lorsqu'un élève suggère un axe perpendiculaire à la demi-droite : *«* [si je mets l'axe ici et que je replie] *toute la partie qui est là-bas qui se termine pas, elle va venir ici, donc faudrait rallonger, là ».* L'argument est toujours contextualisé, et l'explication fait rarement référence à une connaissance décontextualisée ; en particulier, dans la correction de ce même exercice, Denis utilise des énoncés un peu généralisés, ou fait appel à d'autres situations, mais pas à la définition d'un axe de symétrie qui a pourtant été écrite dans la leçon à la séance précédente.

On observe une autre tendance lors des échanges pendant la correction des tâches : les réponses proposées par les élèves ne sont pas toujours valorisées pour leur pertinence par rapport aux objectifs d'apprentissage visés. En effet, dans l'extrait reproduit précédemment, qui correspond à la correction d'une tâche de l'exercice 1 (la transformation géométrique qui permet de passer d'une maison à l'autre), par exemple, la plupart des échanges visent à caractériser la transformation (nature, sens, angle), mais l'échange avec Quentin ne nous semble pas pertinent puisqu'il porte sur la réalisation matérielle du déplacement, lequel n'est pas un enjeu majeur. Elle parasite plutôt la réflexion sur la transformation géométrique ; pourtant, Denis la valorise, en demandant à tous d'écouter, et de faire la même chose. Enfin, le dernier échange, avec Isaac, montre également un phénomène étonnant : nous pensons que Denis sous-interprète l'intervention d'Isaac, en en minorant le contenu. En effet, Denis interprète *« on peut le faire des*

---

[240] Denis fait référence à ce qui a été fait dans l'exercice 1, où il s'agit d'identifier quel mouvement permet de passer d'une figure à l'autre.

deux côtés » comme si Isaac avait mal compris la consigne et qu'il passait de la figure 4 à la figure 1 au lieu de l'inverse, mais cette remarque aurait pu être interprétée comme le fait qu'il existe aussi une rotation de sens indirect (de 270°) permettant de passer de la figure 1 à la figure 4. Nous reviendrons plus loin sur d'autres interventions de Denis montrant qu'il interprète parfois de façon erronée les interventions des élèves.

Durant ces phases collectives de correction, Denis propose parfois des apports qui vont au-delà des réponses :

- Des demandes de justification avec argument contextualisé voire avec référence à des connaissances décontextualisées. Par exemple, pour l'exercice 2 (le QCM), il demande pourquoi les autres propositions ne sont pas correctes tout en acceptant des réponses très contextualisées et éventuellement confuses (un élève justifie, dans le cas b, le fait que la figure n'a pas été retournée, mais simplement translatée par : *« parce que c'est du même sens »*) ; dans le même exercice, dans un autre cas de translation, Denis fait justifier en évoquant le fait que la figure a glissé[241]. Pour les tâches de construction, les apports concernent en général le fait de coder les figures, mais aussi parfois des justifications ou même des références à des connaissances décontextualisées. Ainsi, la méthode de construction du symétrique d'un cercle est justifiée en faisant appel à la conservation des longueurs, même si l'argument reste contextualisé ; lors de la correction du symétrique d'un segment (feuille 4, exercice 1), à la séance 5, Denis rappelle les deux conditions de la définition du symétrique d'un point (perpendiculaire et milieu) ; de même, lorsqu'il corrige la construction du symétrique d'une droite perpendiculaire à l'axe, Denis fait justifier par un élève en disant que construire le symétrique d'un point de la droite ne nécessite que l'utilisation du compas, puisque les deux droites sont déjà perpendiculaires.

- Des prolongements : par exemple, dans l'exercice 1, lorsque les élèves trouvent le mouvement qu'il fallait appliquer au calque pour passer d'une figure à l'autre, Denis les fait préciser jusqu'à caractériser la transformation (cf. par exemple l'extrait ci-dessus, à propos de la rotation), ou donne éventuellement le nom de la transformation impliquée, même si, paradoxalement, il a évoqué le fait qu'il fallait savoir où on plie, dans le cas des symétries, mais en disant que l'on verrait cela plus tard et il n'a donné le nom des transformations que pour les cas qui n'étaient pas des symétries – alors qu'un élève a lui-même parlé de symétriques, mais Denis n'a pas relevé. Dans la question 3 de l'exercice 3 (une question du QCM où il s'agit d'identifier quel point est le symétrique d'un autre par rapport à un axe oblique, l'un étant correct, l'autre forme une droite horizontale avec le point initial et le troisième forme une droite verticale avec le point initial), Denis demande où l'axe devrait être placé pour que les autres points soient symétriques. A l'occasion de l'exercice 31 (1 de la feuille 8, qui consiste à reconnaître des axes de symétrie de figures), Denis demande même aux élèves, sur une figure où ils ont identifié qu'il y avait un axe de symétrie, de le construire, à partir du segment joignant un couple de points symétriques (c'est lui qui indique la méthode, mais un élève précise que l'axe doit être perpendiculaire au segment). Enfin, dans l'exercice 24, à l'occasion de la tâche

[241] Le terme de glissement a été employé dans l'exercice 1 à propos du cas de translation.

de reconnaissance de l'axe de symétrie d'un angle, Denis évoque la construction de la bissectrice au compas et demande à un élève de la réaliser au tableau.

- La préparation d'une institutionnalisation : à l'occasion de l'exercice 2 (le QCM), lors de la justification du fait qu'une des figures n'est pas symétrique d'une autre parce qu'elles n'ont pas les mêmes dimensions, Denis va jusqu'à généraliser et énoncer la conservation des mesures de manière décontextualisée, énoncé qui est ensuite écrit dans la leçon (ce qui était prévu par le scénario).

- Certains apports enfin concernent le vocabulaire, mais assez rarement : par exemple, à l'issue de la construction que nous venons d'évoquer, Denis demande *« les droites, la droite d et la droite d', elles sont comment, c'est quoi le mot qu'on a déjà utilisé ? »*. Cette question ne semble pas faire sens, en tout cas pas pour tous les élèves puisque l'un répond par effet de contrat le mot nouveau qui a été mis en évidence dans le dernier énoncé de cours : *« E : par rapport. »* ; Denis donne alors la réponse : *« confondues »*.

Nous avons observé une autre régularité des apports de Denis, essentiellement pendant les phases collectives. Pour donner une aide, il fait référence sauf exception, à des connaissances procédurales ou à des situations d'actions, plutôt qu'à des définitions ou à des propriétés. Par exemple, on a vu comment il évoquait le dessin qu'il avait fait pour illustrer la notion d'axe de symétrie d'une figure plutôt que la définition, pourtant été écrite dans le cours. De même, dans l'exercice 16, lors de la correction de la construction du symétrique d'un point dans une configuration complexe, plutôt que d'évoquer directement la définition du symétrique d'un point, ou même la méthode de construction, il préfère refaire une figure à côté, sans la configuration complexe (un point et une droite) et demande à l'élève au tableau comment il ferait, puis lui indique de faire pareil dans la configuration de l'exercice. En outre, lorsque Denis demande une justification à un élève, il l'invite souvent à dessiner une figure au tableau plutôt que d'exprimer sa réponse en français. Par exemple, à la fin de l'exercice 2, Denis demande, en prolongement de l'exercice (le QCM, où il s'agissait d'identifier, parmi 3 points, le symétrique d'un point donné), où l'axe devrait être placé pour que ce soient les deux autres points qui soient les symétriques (la réponse est de placer un axe horizontal pour l'un et vertical pour l'autre) : Denis demande à un élève de venir montrer au tableau où il placerait la règle.

Enfin, certains exercices sont traités intégralement collectivement, comme nous l'avons indiqué plus haut. Nous distinguons ici le cas des exercices contenant principalement des tâches de preuve (16, 17, 19, 32), et le cas de l'exercice 27 (tâche de classement des figures selon le nombre d'axes de symétrie). Dans ce dernier cas, il s'agit d'une tâche éventuellement déstabilisante, mais *a priori* pas difficile. Si elle est traitée collectivement, c'est sans doute parce que l'enjeu d'apprentissage n'est pas très important pour Denis. Il s'agit uniquement pour lui de *« récapituler ce qu'on a vu sur la feuille[242] »*.

[242] Il fait référence à la feuille 7 qui concerne les axes de symétrie de figures usuelles (segment, demi-droite, droite, angle, triangles et quadrilatères).

Le cas particulier des tâches de preuve

Toutes les tâches de preuve du chapitre, traitées en classe[243], le sont collectivement, hormis la question 1 de l'exercice 3 de la feuille 5, où il s'agit de reconnaître et de prouver que les droites joignant deux paires de points symétriques sont parallèles entre elles : Denis laisse les élèves chercher, puis, au bout d'une minute et demie, après avoir vu sur un cahier qu'une bonne élève avait répondu sans justifier, il annonce :

> *Denis : il faut faire la démonstration, ça veut dire que là, qu'est-ce qu'il faut faire dans une démonstration ? On sait que, après il y a quoi ?*
> *Es : or*
> *Denis : or*
> *E : et donc*
> *Denis : et donc, hein, il faut faire dans l'ordre.*(Denis, séance 8, feuille 5, exercice 3)

Puis il laisse à nouveau quelques minutes aux élèves avant la correction : le traitement de la tâche n'est donc pas collectif, mais Denis en prend tout de même une partie à sa charge.

Bref, Denis prend systématiquement en charge une part importante de chacune des tâches de preuve, en particulier presque tout ce qui relève du raisonnement (l'organisation des étapes, le choix des propriétés mobilisées ...), ne laissant parfois aux élèves qu'à "remplir les trous". Voici le début du traitement de l'exercice 17, représentatif de l'ensemble de la phase, (l'exercice 2 de la feuille 5 consistant à donner la longueur d'un segment symétrique d'un autre dont on connaît la longueur) et qui illustre comment Denis prend la tâche à sa charge :

[Certains élèves (les plus rapides) ont commencé à traiter l'exercice lors de l'épisode d'exercices précédent ; trente secondes après l'annonce de l'exercice (il n'est pas demandé dans l'énoncé de justifier, aussi les élèves peuvent avoir terminé rapidement)]

> *Denis : je répète de nouveau, on va sur la feuille, on fait l'exercice 2. Levez la main ceux qui ont terminé. l'exercice 2. Donc <u>on va regarder ensemble</u>[244] la première question. Isaac, tu lis la première question, qu'est-ce qu'il y avait marqué ?*
> *Isaac : sans utiliser d'instrument de géométrie et en observant la figure ci-dessus, donne la longueur du segment DC.*
> *Denis : Donne la longueur du segment DC. Alors sans les instruments de géométrie, alors qui pense avoir trouvé, comment on fait pour trouver la longueur du segment DC ? On va mettre d'abord vous écrivez en bleu, hein, je vais mettre en noir au tableau, parce qu'on voit pas bien, exercice 2.*
> *E : on peut le mettre en rouge exercice 2*
> *Denis : vous pouvez le mettre en rouge, oui. Exercice 2, donc on reprend, on vous demande la longueur du segment DC, relevez, levez la main ceux qui ont trouvé la longueur du segment DC, sans utiliser d'instrument de géométrie, ça veut dire sans la règle, rien qu'en regardant la figure. Nahel, t'as trouvé combien ?*
> *Nahel : 3,8*
> *Denis : 3,8 alors vous marquez au début, le symétrique, on va regarder, on va bien détailler, comme on a fait tout à l'heure* [ce qui a été détaillé précédemment est le fait de rédiger, en indiquant le symétrique de chaque extrémité, avant de donner le symétrique d'un segment ou d'un angle], *le symétrique du point A est, alors le point A, ça devient quoi ?*
> [...]
> *Denis : Le symétrique du point A, alors on lève la main, qui a trouvé, le symétrique du point A, c'est quoi ? Dounia ?*
> *Dounia : A*
> *Denis : regarde la figure. Safir ?*

---

[243] Un certain nombre de tâches de preuve ont été ajoutées au scénario dans des DM (cf. en particulier les exercices 22 et 29, qui correspondent aux DM14 exercice 1 et DM15 exercice 2).

[244] Nous soulignons pour mettre en évidence.

Safir : c'est C
Denis : c'est C. Le symétrique du point A est le point C.
Denis à : [...] *Est le point C, pourquoi c'est le point C, comment on le sait ? qui a la preuve ? il y a combien de conditions à vérifier ?*
E : 2
Denis : Vincent, c'est quoi les conditions à vérifier ?
Vincent : c'est que c'est symétrique
Denis : Pourquoi c'est symétrique ? on vérifie les conditions, c'est quoi les conditions ? Nicolas ?
Nicolas : parce qu'il y a un angle dr -
Denis : Parce qu'il y a un angle droit, c'est la première condition, est-ce que ça suffit ?
Es : non
Denis : Damien, il y a quoi d'autre ?
Damien : la longueur
Denis : la longueur, il y a un angle droit et les deux longueurs, 2,5, donc le point A, ça devient le point C. Après vous marquez le symétrique, Nahel, tu passes au tableau, tu mets le symétrique, après le point A, qu'est-ce qu'il y a d'autre à faire, ca va être quoi le symétrique du point B ? (Denis, séance 7, exercice 2 feuille 5)

Cependant, la réalisation de ces tâches s'accompagne d'apports que nous considérons comme des aides à fonction constructive : par exemple, toujours lors de la réalisation de la première tâche de preuve après que la propriété de conservation a été établie dans le cours, Denis établit un lien avec d'autres tâches similaires en évoquant les tâches de preuve qui ont été réalisées plus tôt dans l'année, à propos des propriétés des droites parallèles et perpendiculaires[245], même s'il n'évoque à ce moment que la forme :

Denis : comment on fait une démonstration, une preuve, comment on a fait pour les droites perpendiculaires et parallèles, c'est quoi les mots importants ? on doit commencer par dire quoi ? il y avait trois choses qu'on mettait en noir, avant de mettre la propriété et la conclusion. Il y a personne qui s'en souvient ? Damien ?
Damien : donc
Denis : donc
Damien : or
Denis : mais tu les donnes dans le désordre, là, attention, dans l'ordre, on essaie de les donner dans l'ordre. Soukaïna, c'est quoi ?
Soukaïna : on sait que
Denis : on sait que, vous rajoutez ici, on va le mettre en vert, on sait que. Vous rajoutez dans la marge juste au dessus, on sait que. Donc on l'a beaucoup utilisé ça, quand on faisait les droites parallèles perpendiculaires. Ca va être le moment de le réutiliser, on sait que. Après, il y avait quoi ?
Es : donc
Es : or
Denis : c'est, ensuite, c'est le ? Or. Alors qui pense avoir trouvé, le or ça va être quoi, là ? On a dit le segment ça devient le segment CD, et nous on veut savoir la longueur du segment CD, c'est quoi la propriété qu'on veut utiliser ? [...] *On vient de mettre le- ce qu'on savait. C'est quelle propriété qu'on va utiliser pour dire que le segment CD, il mesure la même chose que AB ? Nicolas ?*
Nicolas : on sait que
Denis : On sait que, c'est ici, c'est ce qu'on connaît déjà. Or, c'est une propriété c'est- on va l'utiliser pour ne pas utiliser- on a dit, on regarde sur la figure, on n'a pas besoin des instruments de géométrie. On fait une démonstration. Sans les instruments de géométrie, on sait déjà. (Denis, séance 7, feuille 5, exercice 2)

[245] Les propriétés telles que *« si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième, alors elles sont parallèles entre elles »*, qui font partie du programme de sixième et dont l'étude est souvent pour les enseignants l'occasion d'initier les élèves au raisonnement déductif.

Cet extrait révèle aussi un apport d'un autre ordre : la dernière intervention de Denis qui vise à expliquer la démarche de démonstration, bien qu'un peu confuse (notamment le statut de la figure) ; a un but constructif, dans la mesure où elle précise les "règles du jeu mathématique", ce qui nous semble essentiel par rapport à l'enjeu de passage d'un paradigme géométrique à un autre.

D'autres aides, lors du traitement collectif de tâches, nous semblent moins propres à favoriser des apprentissages : par exemple, lors du traitement de l'exercice 8 (exercice 3 de la feuille 5 où il s'agit, dans la première question, de trouver la mesure du symétrique d'un angle droit), alors qu'un élève propose 95°, Denis répond : *« recommence, parce que son symétrique, c'est un angle droit »* puis il interroge sur *« la propriété qu'on utilise »* ; or il est probable que l'élève a mesuré avec un rapporteur et qu'il a commis une erreur de mesure : lui dire de recommencer le conforte dans l'idée que mesurer est ce qu'on attend de lui, alors qu'il s'agit au contraire de raisonner sur les propriétés de la figure – passage d'un paradigme à l'autre.

Toutefois, une part de responsabilité est laissée à la classe lors du traitement collectif de certaines tâches : par exemple, à l'occasion de l'exercice 32 (qui porte sur l'élaboration de la propriété d'équidistance des points de la médiatrice), Denis attend qu'un élève établisse la conjecture de la propriété, malgré des premières réponses qui sont très éloignées de l'attendu : Denis relance plusieurs fois la classe : à la question initiale posée par Denis *« que peut on dire d'un point de la médiatrice par rapport aux points A et B ? »* (Denis fait ensuite choisir un point de la médiatrice, puis en montre un autre, précise que la remarque doit être la même pour n'importe quel point …), les élèves font plusieurs propositions : *« c'est parallèle »*, *« on peut faire un angle », « il est symétrique », « on peut faire un triangle »* … ; Denis invalide chaque proposition soit en précisant qu'elle n'est pas adaptée, comme la mention des parallèles, soit en montrant qu'un point n'appartenant pas à la médiatrice satisfait aussi la condition, mais à la demande d'un élève, il refuse de nommer le point, sans doute pour renforcer l'idée que le point est quelconque, mais cela rend plus difficile l'expression de la conjecture. Denis finit par induire la réponse en saisissant d'abord la mention de la symétrie, puis l'idée qu'il y a un triangle :

> *Denis : s'il est symétrique, qu'est-ce qu'on peut dire ce point en allant vers A, et ce point en allant vers B*
> […]
> *Denis :* [qui prend un autre point hors de la médiatrice] *Et ça, c'est pas un triangle ?*
> *E : si*
> *Denis : d'accord, par contre, ce triangle là, il est plus net, il est plus beau, d'accord ? pourquoi il est plus beau ?*
> *Isaac : ah, je sais*
> […]
> *Isaac : Les mesures sont pareilles*
> *Denis : Les mesures sont pareilles,*
> *Isaac : de A et le point, de B et le point.*

La dernière intervention montre bien à quel point le fait de ne pas avoir nommé le point rend plus difficile l'expression. Si Denis finit par induire la réponse, cette phase a cependant permis aux élèves de se saisir de la question et éventuellement de développer une activité riche car imposant de mettre en lien des connaissances et d'appréhender la notion de conjecture, même si, selon nous, sa formulation correcte n'est pas à la portée des élèves dans ce cas précis.

De même, pour l'une des tâches de reconnaissance/preuve mobilisant la conservation, même si elle est traitée collectivement, une part du contenu est apporté par des élèves, mais paradoxalement, il s'agit d'une des premières tâches (la tâche 16d) dans laquelle est demandée la mesure d'un angle symétrique d'un autre dont on connaît la mesure. Les échanges suivants montrent que des élèves assument une part de la résolution :

> *Denis : Alors Combien il mesure l'angle en rouge ici ? Yamina lève la main Yamina, ouais ?*
> *Yamina : 45*
> *Denis : 45. Pourquoi il mesure 45 ?*
> *Nicolas : parce que c'est la même mesure*
> *Denis : Parce que c'est la même mesure que lequel ?*
> *Es : que l'autre*
> *Denis : que l'autre, pourquoi c'est la même mesure que l'autre ? Parce que les angles ils sont comment ?*
> *E : symétriques*
> *Denis : Ils sont symétriques, hein ? Vous marquez les angles, c'est la quatrième, les angles CBA et CEA sont symétriques , et CEA sont symétriques,*
> *Thamara : donc ils ont la même mesure*
> *Denis : donc ils ont la même mesure.* (Denis II, séance 6, exercice 16)

Une élève donne la mesure, une autre convoque la symétrie, et enfin une autre formule la conclusion (notons que Yamina et Thamara font partie des meilleures élèves de la classe).

A la fin des épisodes d'exercices

Tous les exercices se terminent par une phase collective, excepté l'exercice 5, pour lequel Denis vérifie individuellement les productions, avant de passer à l'exercice suivant.

Les phases collectives se terminent souvent à la fin de la correction marquée par l'écriture de la solution (c'est le cas des exercices 2, 12, 13, 17, 19, 20, 25, 26, 27, 31, 32, C2), ou par une conclusion très brève : *« donc on a trouvé les cinq erreurs »* (exercice 3).

Un exercice se termine par un prolongement, à partir d'une remarque d'élève : dans l'exercice C3, où il s'agit de construire une médiatrice au compas, une élève fait remarquer que les points (les extrémités du segment et les deux points construits au compas) forment un cerf-volant, ce que Denis reprend sans plus de commentaires.

Enfin, certains exercices se terminent par un bilan, souvent rapide, mais manifestement destiné à synthétiser ce qui doit être retenu de l'exercice, c'est-à-dire potentiellement à entamer un processus de transformation du travail réalisé en connaissances. Il s'agit en général d'exercices qui ont pour fonction dans le scénario d'introduire un énoncé de cours : à la fin de l'exercice 4, Denis reprend les deux "conditions" (perpendiculaire et milieu) qui caractérisent deux points symétriques, et évoque le cas d'un point sur la droite, l'épisode de cours qui suit étant consacré à la définition du symétrique d'un point ; à la fin de l'exercice 7, l'enseignant reprend la méthode de construction du symétrique d'un point sur papier blanc en la justifiant par référence à la définition, avant d'écrire la méthode dans le cours ; à la fin de l'exercice 9, il généralise la méthode de construction du symétrique d'un segment sur papier blanc (*« toujours vous faites pareil, le point A et le point B à chaque fois »*) puis prépare l'énoncé de cours visé (*« Si je fais un segment, si je fais son symétrique, c'est, on obtient quoi ? »*[246]) ; à la fin de l'exercice 16, Denis

[246] Cette remarque établit le fait que le symétrique d'un segment est un segment – l'énoncé est ensuite écrit dans le cours – plus qu'elle ne dresse un bilan des connaissances mobilisées par la tâche.

généralise la constatation faite sur un couple de segments symétriques et un couple d'angles symétriques pour obtenir la propriété de conservation qui est ensuite écrite dans le cours ; à la fin de l'exercice 33, Denis reprend la méthode de construction de la médiatrice d'un segment au compas, qui est ensuite écrite dans le cours. Le cas de l'exercice 1 est particulier : à la fin de la correction, durant laquelle Denis a apporté plusieurs prolongements, comme la caractérisation et le nom de certaines des transformations en jeu – sauf la symétrie axiale – il passe au cours et fait écrire[247] la définition de deux figures symétriques, avant de revenir sur l'exercice 1 en identifiant les cas de symétries axiales (il simplifie cependant directement en associant symétrie axiale et pliage, les élèves n'ayant plus qu'à identifier sous quelles figures le mot *pliage* a été écrit). Quant aux exercices 30 et 34, ils n'ont pas pour fonction d'introduire un énoncé du cours, mais font tout de même l'objet d'un bilan. Celui-ci porte, dans l'exercice 30, où il s'agissait de compléter une figure pour qu'elle admette un axe de symétrie, sur le lien entre aspects dynamique et statique (il avait été indiqué dans le document remis à Denis) ; dans l'exercice 34, où il s'agissait de prouver un énoncé général (le fait que les médiatrices de cordes passent par le centre du cercle) et d'en invalider un autre (le fait que les diagonales d'un quadrilatère inscrit dans le cercle passent par le centre), Denis conclut sur le fait que, dans le premier cas, *« on a fait la démonstration dans le cas général »*. Ce dernier énoncé ne nous paraît pas nécessairement à la portée de tous les élèves, mais participe néanmoins à l'identification des "règles du jeu mathématique" et constitue de ce point de vue une aide à fonction constructive.

Conclusion sur les épisodes d'exercices

Les élèves ne sont que très rarement confrontés aux tâches initialement prescrites dans le scénario et n'ont souvent que quelques minutes pour y réfléchir. Ce délai peut suffire à certains d'entre eux au moins pour s'approprier la question, voire pour traiter une partie des tâches. En général, rares sont les tâches entièrement laissées à leur initiative, hormis l'exécution de procédures élaborées collectivement, souvent assorties d'aides collectives importantes. Le travail individuel des élèves est particulièrement limité pour les tâches de preuve presque intégralement traitées collectivement, les élèves n'ayant qu'à répondre à des questions de Denis et à recopier ce qui est écrit au tableau.

Les phases collectives se caractérisent par une importante prise en charge de Denis, mais qui n'est ni complète, ni systématique, bien que fréquente. La classe conserve en effet parfois une part de responsabilité dans l'élaboration des réponses. Et si les solutions élaborées sont parfois justifiées (éventuellement par Denis, ou par les élèves à la demande de Denis) et surtout enrichies par des apports de nature diverse : il s'agit souvent de prolongements, éventuellement sans rapport direct avec l'enjeu d'apprentissage principal de l'exercice. Le but est aussi d'établir des liens ou de mobiliser d'autres connaissances, ou encore d'expliciter les connaissances en jeu. On note également certains apports destinés à préciser les "règles du jeu mathématiques". Ils tendent par exemple à structurer les connaissances, en évoquant les liens entre différentes parties du chapitre. Certains d'entre eux figuraient dans le scénario remis à Denis, mais d'autres relèvent de sa propre initiative.

Les épisodes de cours

[247] Il la fait en fait retrouver par les élèves dans le début de chapitre précédent, consacré à la symétrie, et recopier dans le nouveau chapitre.

On en dénombre seize au total, soit un peu plus d'un par séance pour une durée moyenne légèrement inférieure à neuf minutes : onze ne dépassent pas 6 minutes 20, un dure environ 11 minutes, deux sont de l'ordre de 15 minutes (environ quatorze minutes à la séance 7 et près de dix-sept minutes à la séance 13) et deux excèdent vingt minutes (environ vingt-et-une minutes et demie à la séance 2 et vingt-six minutes à la séance 13). Les deux premiers épisodes de cours longs correspondent à des énoncés clés du cours : le premier (séance 2) porte sur la définition du symétrique d'un point et le deuxième (séance 7) sur la propriété de conservation. L'épisode qui dure onze minutes comporte une tâche de type C*[248] qui y occupe huit minutes (cf. infra pour l'étude détaillée de cet épisode). Quant aux deux derniers épisodes, (à la séance 13), ils incluent chacun une tâche C*, sans que cela semble déterminant pour leur durée (elles durent respectivement deux minutes et demie et cinq minutes et demie), mais chacun de ces deux épisodes concerne chaque fois plusieurs énoncés : le premier porte sur la définition de la médiatrice et la propriété d'équidistance des points de la médiatrice aux extrémités du segment, le deuxième sur la propriété réciproque ainsi que sur la définition et la construction de la bissectrice d'un angle.

Le scénario est construit de sorte qu'un épisode de cours porte sur un énoncé introduit par un ou plusieurs exercices qui l'ont précédé, c'est-à-dire qu'il apparaît comme bilan, au moins partiel de ce qui a été vu dans ces exercices.

Certains énoncés de cours sont des rappels d'énoncés qui avaient déjà été écrits dans le chapitre commencé par Denis avant l'expérience : il en va ainsi de la définition de figures symétriques, de la définition d'un axe de symétrie d'une figure, et de celle de la médiatrice d'un segment. Dans ce cas, Denis fait simplement relire et recopier l'énoncé concerné, sous réserve d'ajouts minimes. Par exemple, pour la définition de figures symétriques, après avoir fait relire la définition écrite précédemment, Denis repose seulement la question de l'association avec le pliage, avant de faire écrire l'énoncé :

> *Denis : Alors pour que ce soit une symétrie axiale, si il y a une figure et la figure symétrique, comment on voit qu'il y a une symétrie axiale ? Par la méthode la plus simple ? Ce que vous avez fait au début de l'heure[249], d'ailleurs, il y en a qui l'ont très bien fait.*
> *E : on plie la feuille.*
> *Denis : Donc on plie la feuille, d'accord, on vérifie par pliage que ça fonctionne, donc on va noter.* (Denis II, séance 1)

Notons que pour cette question, alors que le pliage a été explicitement associé aux cas de symétries dans l'exercice, Denis ne fait pas seulement référence au contenu de l'exercice, mais à l'action de pliage que certains élèves ont réalisée dans le test. Autrement dit, l'énoncé du cours n'est pas réélaboré à partir de l'activité que les élèves ont développée sur l'exercice, mais après avoir fait écrire cet énoncé, Denis revient sur l'exercice pour faire le lien en demandant aux élèves d'identifier les figures correspondant à des symétries.

D'autre part, l'analyse des déroulements des épisodes de cours a montré que les exercices visant à introduire un contenu de cours se concluent souvent par des bilans, portant sur l'élaboration de l'énoncé qui doit ensuite être écrit dans la leçon. De ce fait, l'épisode de cours se résume

[248] Nous référençons ainsi les tâches incluses par Denis dans le cours (cf. chapitre 3).
[249] Denis fait ici référence au test que nous avons fait passer rapidement aux élèves en début d'heure et pour lequel certains élèves ont réalisé un pliage.

parfois à écrire dans la leçon l'énoncé qui a été élaboré en fin d'épisode d'exercices. En particulier, Denis pose peu ou pas de question avant d'écrire l'énoncé, et l'épisode se clôt sur l'écriture de cet énoncé, sans apport supplémentaire. C'est le cas notamment des épisodes de cours qui concernent les symétriques de droites et cercles (avec la méthode de construction), ou encore de la remarque inscrite dans le cours à la suite de la définition de figures symétriques et qui concerne la conservation des mesures, ainsi que la propriété de conservation des longueurs et des angles.

Cependant, exceptionnellement, Denis repose des questions avant de faire écrire l'énoncé de cours et lorsque celles-ci portent sur les contenus de l'exercice, les réponses des élèves sont souvent proches de l'attendu, Denis demandant éventuellement de préciser, mais simplifiant peu ses questions. Toutefois, il découpe parfois la tâche d'emblée, sans poser la question initiale, comme par exemple pour la définition de figures symétriques, où il ne pose que la question du pliage. En revanche, lorsque l'énoncé qu'il veut faire écrire n'est pas complètement cohérent avec l'exercice, ou que celui-ci n'a pas permis de mettre cette cohérence en évidence, les réponses des élèves sont éventuellement décalées. Denis simplifie alors ses questions et prend éventuellement à sa charge majoritairement les réponses, mais pas toujours. Ainsi, pour l'énoncé de cours portant sur la méthode de construction du symétrique d'un point, Denis repose la question :

> *Denis : alors comment on doit faire, comment on s'y est pris pour tracer le symétrique par rapport à la droite ? Coraline comment on a fait, comment on fait pour tracer le symétrique du point A par rapport à la droite ?*
> *Coraline : On trace une perpendiculaire*
> *Denis : on trace une perpendiculaire, une perpendiculaire à quoi ?*
> *Coraline : euh à la droite d*
> *Denis : perpendiculaire à la droite d et qui passe par ?*
> *Coraline : A*
> *Denis : A, d'accord, donc vous marquez, on trace la perpendiculaire, on trace la perpendiculaire à d qui passe par A. Donc première étape, on fait la perpendiculaire à d qui passe par A. Ça veut dire qu'avec l'équerre, on aurait fait ça. et ensuite ? Hayet ?*
> *Hayet : on prend le compas,*
> *Denis : on prend le compas, pour faire quoi ?*
> *Hayet : pour mesurer*
> *Denis : Pour mesurer cette longueur-là et on la reporte de l'autre côté, on va noter.* (Denis II, séance 3)

On remarque dans cet extrait que Denis fait référence à l'exercice (*« comment on a fait »*), mais la reformulation *« comment on fait »* peut être interprétée comme une tentative de généralisation. Et si la première condition est donnée conformément à l'attendu, en référence aux propriétés mathématiques (*« on trace une perpendiculaire »*), en revanche la deuxième l'est en référence à l'action (*« on prend le compas »*) – cependant, cette dernière est plus difficile à énoncer, puisqu'évoquer le milieu suppose de concevoir la figure comme terminée. On voit bien comment, dans le premier cas, Denis fait préciser sa réponse à l'élève, alors qu'il prend en charge la réponse dans le deuxième, ce qu'il ne fait pas toujours immédiatement : par exemple, pour la définition du symétrique d'un point, il relance d'abord les élèves.

Voici le détail de l'analyse du jeu de questions/réponses lors du premier épisode d'institutionnalisation :

	Reprend sans modifier ou ajoute une demande de justification (+J[250])	Ignore ou choisit la bonne en cas de réponses multiples	Modifie ou enchaine en faisant comme si il reformulait ou après avoir validé (ouais) ou sans commentaire / donne lui-même la réponse sans invalider des réponses fausses : SUR INTERPRETE	Invalide explicitement ou demande de préciser	Renvoie aux élèves	Total
Réponse juste	13 (dont 5 +J)	1				**14**
Réponse fausse				1 (+J)	1 (+J)	**2**
Flou (pourrait être interprété de plusieurs façons ou incomplet)						**0**
Réponse multiple				2 (+J)	1	**3**
Pas de réponse						**0**
Total	**13**	**1**	**0**	**3**	**2**	**19**

Ce tableau montre que la plupart des réponses correspondent à l'attendu et sont relativement précises mais aussi que Denis demande relativement souvent des précisions ou des justifications. On note enfin qu'il n'use jamais dans cet épisode de surinterprétations qui se révèlent inutiles puisque les réponses des élèves sont correctes.

D'autre part, nous avons observé qu'en général, lorsque Denis fait reformuler l'énoncé par les élèves, il s'appuie à cette fin sur une figure. Ainsi, par exemple, pour faire écrire la définition du symétrique d'un point, après l'exercice 4, il repart d'une figure pour faire énoncer les deux conditions (perpendiculaire et milieu) ; de même, pour la définition de la propriété d'équidistance des points de la médiatrice aux extrémités du segment.

L'épisode de cours consacré à la méthode de reconnaissance d'un axe de symétrie présente un déroulement très particulier. Nous avions précisé dans le document remis à Denis qu'il pouvait, à l'issue de l'exercice 31, faire écrire par chaque élève une méthode pour déterminer si une figure a un ou des axe(s) de symétrie, l'énoncé de la leçon devant se présenter comme un bilan après une synthèse collective. Or, Denis a légèrement modifié le scénario – sans que nous puissions déterminer les raisons de ce changement – en plaçant l'épisode de cours concernant cette méthode juste après les premiers exercices sur les axes de symétrie, (les exercices 24 à 26 de la feuille 7). Durant le déroulement de ces exercices, Denis a fait des remarques abordant la structuration sur le lien entre aspect dynamique et statique, ainsi que des interventions qui visaient moins à formuler une méthode pour trouver les axes de symétrie d'une figure, qu'à travailler sur la signification de la notion d'axe de symétrie (*« une droite et si je replie, je reste au même endroit »*, Denis, séance 10) ; laquelle avait en outre été définie dès le premier exercice sur le sujet, identifiée comme un rappel du premier chapitre (commencé par Denis avant l'expérience) et écrite dans le cours. L'épisode de cours sur la méthode de reconnaissance s'ouvre donc par l'écriture du titre (*« recherche d'axes de symétrie d'une figure »*) et le début de la phrase : *« Pour déterminer si une figure admet un axe de symétrie »,* puis Denis s'arrête et demande aux élèves – en précisant que ce n'est pas un contrôle, mais que ce sera peut-être noté

[250] Dans chacune des cases, l'indication +J signifie que Denis demande une justification.

– d'écrire sur une feuille une *« méthode pour savoir s'il y a un ou des axes de symétrie »*. La tâche est manifestement très difficile au point que plusieurs élèves disent ne pas savoir faire ou n'avoir aucune idée. Denis leur demande alors de réfléchir et leur demande de faire d'abord sans exemple, sans doute pour les obliger à généraliser et à décontextualiser. Après quelques minutes qu'il a mises à profit pour donner oralement les notes obtenues par chacun au dernier devoir maison, Denis ramasse les feuilles et annonce qu' *« on fait la synthèse ensemble »*. Ayant regardé rapidement les feuilles ramassées, il fait la synthèse quasiment seul, mais en ajoutant, en plus du contenu visé (à savoir, *« on cherche un axe éventuel, on vérifie que cet axe convient par pliage ou par les images des points particuliers… . On conclut seulement après vérification »*[251]), des références au calque, à l'équerre et au compas etc.

Lors des épisodes de cours, Denis s'appuie donc en général sur l'exercice qui a permis d'introduire les connaissances visées, au point que, parfois, le cours se limite à écrire ce qui y a été élaboré. Toutefois, lorsqu'un échange a lieu, une part des contenus est apportée par les élèves. C'est le cas lorsque les exercices étaient cohérents avec les objectifs visés, mais c'est aussi une conséquence de la gestion de Denis qui ne fait pratiquement jamais écrire dans le cours un énoncé qui n'a pas fait l'objet d'un échange collectif, quitte à prendre lui-même la réponse en charge.

Les épisodes de correction

Ces épisodes concernent soit les exercices donnés à faire d'une séance à l'autre (les "exercices du jour"), soit des exercices qui, commencés en classe étaient à terminer à la maison, soit des exercices de DM ou de contrôles que Denis décidait de corriger, parce qu'ils avaient été mal réussis.

On trouve onze épisodes de ce type, soit un peu moins d'un par séance irrégulièrement répartis. Certaines séances en comportent deux et même trois pour la séance 9. Sept de ces épisodes sont consacrés à la correction d'exercices du jour, trois à la correction d'exercices de DM (DM13 exercice 1, DM14 exercice 2 et DM 14 exercice 1, questions 1, 2 et 4), et un à la correction de l'exercice 1 du DSII7. Un épisode de correction dure en moyenne un peu plus de dix minutes et demie, et les corrections des exercices du jour sont en général plus courtes que celles de DM.

Le déroulement de ces épisodes présente des similitudes importantes avec les phases collectives de fin des épisodes d'exercices. En effet, la correction s'appuie en général sur des propositions d'élèves, mais toujours largement guidées par des questions de Denis. S'il demande parfois des précisions ou des justifications, il prend en général en charge la validation et la formulation des réponses, lorsqu'elles doivent être écrites.

D'autre part, on note un certains apports de sa part, outre le fait de donner la solution de l'exercice et même si cela n'est pas systématique. Il s'agit notamment de faire le lien avec des connaissances décontextualisées – avec le cours –, ou d'évoquer d'autres contenus. Ainsi, à la séance 3, la correction de l'exercice 6, consistant à reconnaître et à justifier que des points sont ou non symétriques sur des figures, est l'occasion pour Denis d'évoquer les deux conditions de la définition, et même de les reprendre longuement. De même, la correction de l'exercice 13 de

[251] Il s'agit de l'énoncé que Martine avait fait écrire aux élèves à l'issue d'une synthèse collective, dans laquelle les élèves avaient apporté eux-mêmes une part du contenu.

construction de symétriques de cercles débute par une reprise de la méthode de construction, indépendamment des tâches proposées, laquelle est justifiée en faisant appel à la conservation des longueurs, un autre apport concernant les points où le cercle et son symétrique se coupent, remobilisant la notion de points invariants et de points confondus. Autre exemple : au début de la correction de l'exercice 14, Denis pose la question de la méthode de construction du symétrique d'une figure d'un point de vue général (*« comment on va faire le symétrique d'une figure »*), même si elle est immédiatement contextualisée ; dans la correction de l'exercice 1 du DM13, où il s'agit de reconnaître et justifier que des maisons ne sont pas symétriques. Il évoque dans le cas *b* la propriété de conservation des mesures, au lieu de se contenter d'une réponse contextualisée. Précisons que, dans certains cas, ces apports correspondent précisément au cours prévu en synthèse de l'exercice.

Pour les tâches de preuve, la correction est souvent prise en charge par Denis, notamment certaines adaptations, sans même l'expliciter. Par exemple, lors de la correction de l'exercice 21, où il s'agit de justifier que le triangle est isocèle, Denis prend d'emblée en charge l'adaptation qui consiste à passer de *« démontrer que le triangle est isocèle en A »* à *« démontrer que AB = AC »*, le fait de faire une démonstration, ainsi que la mobilisation de la symétrie et des propriétés. En revanche, notamment pour la correction de l'exercice 1 du DM14, il laisse un peu de temps aux élèves pour réfléchir à nouveau à la tâche avant de la corriger et c'est l'un d'eux qui mobilise la symétrie. Toutefois, là encore, ces corrections s'accompagnent de fréquents apports : Denis expose à nouveau à plusieurs reprises la manière d'identifier le symétrique d'un angle ou d'un segment en considérant chaque point et son symétrique. Autre illustration : à la fin de la correction de l'exercice 21, l'enseignant souligne que ce qui vient d'être fait est une démonstration et rappelle la procédure à suivre :

> *Denis : alors ça c'est une démonstration, on sait que, on dit ce qu'on sait, or on met la propriété, donc. Cette longueur là, vous pourrez rajouter le codage, si un triangle a deux côtés de même longueur* (Denis II, séance 9)

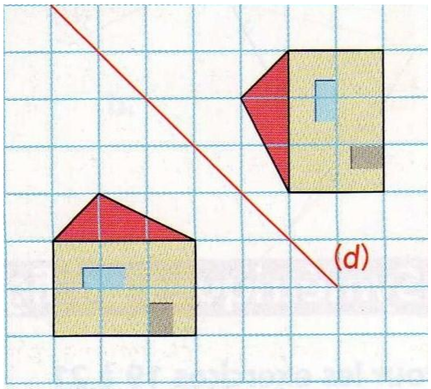
Cette intervention peut être difficilement compréhensible par un élève, mais elle est à nouveau l'occasion de préciser et d'identifier les "règles du jeu mathématiques", ce qui nous semble essentiel pour initier le passage d'un paradigme à l'autre.

De même, au début de la correction de l'exercice 2 du DM 14, à la séance 10, Denis donne une aide procédurale, qui réduit le fait de faire une démonstration à citer une propriété, mais qui est générale :

> *Il y en a beaucoup qui ont oublié de mettre les justifications, ça veut dire qu'il faut mettre la propriété.* (Denis II, séance 10)

Enfin, tant les épisodes de correction que les épisodes d'exercices, révèlent parfois des interprétations erronées, sinon des erreurs de la part de Denis, *a priori* liées à une mauvaise interprétation d'interventions d'élèves, ou à une volonté d'aller vite et/ou de faire passer un contenu précis, au point de négliger les propositions des élèves. Ainsi, lors de la correction uniquement orale de l'exercice 1 du DM 13, consistant à reconnaître si deux figures sur quadrillages sont symétriques ou non et de justifier, Denis, manifestement soucieux d'aller vite, pour la question 4 (figure ci-dessous), après avoir demandé qui pensait que les figures étaient symétriques et qui pensait que non, explique pourquoi elles ne le sont pas :

Denis : regardez bien si on plie, si on part d'ici [il montre le haut du toit de la maison de droite]
Nicolas : oui mais si on fait pivoter, elle est dessus
Denis : c'est pas pivoter qu'on veut, c'est symétrique, si je pars d'ici, si je pars avec un angle droit, il faut combien de carreaux ici ?
Es : un
Denis : il y en a un, alors comptez les carreaux, il y en a qu'un, ici, il y a un carreau en diagonale, et là, il y en a combien ?
Es : 2
Denis : et là, 2, donc est-ce qu'elles sont symétriques ?
Es : non
Denis : c'est quoi qui est pas respecté ?
Es : les carreaux
E : la ligne droite
Denis : alors les angles droits ils sont respectés. Mais la mesure, ou la longueur- Là il y a un carreau, et là deux pour rejoindre le toit, donc les dernières, est-ce qu'elles étaient symétriques ?
Es : non
Denis : donc la réponse, c'était non, hein. (Denis, séance 7, correction exercice 10)



Dans cet extrait, non seulement Denis ignore l'intervention de Nicolas qui montre qu'il n'a pas compris de quoi il s'agit, mais il affirme que *« les angles droits ils sont respectés »*, ce qui est faux : le segment joignant les sommets des toits n'est pas perpendiculaire à l'axe et ne passe même pas par le nœud du quadrillage utilisé pour le comptage des carreaux.

Parfois même, la correction qu'il propose ne nous semble pas appropriée, Denis interprétant mal les productions d'élèves : ainsi, pour la correction de l'exercice 1 du DSII 7, où il s'agissait de dire ce que signifiait que deux points étaient symétriques la réponse attendue était que les élèves citent la définition. Or, Denis privilégie le fait que la droite est la médiatrice du segment, mentionnant à peine les deux conditions, perpendiculaire et milieu, alors que le principal problème des élèves a été d'identifier la tâche – seuls neuf d'entre eux sur vingt-et-un ont tenté de donner une définition – et que ceux qui y sont parvenus se sont efforcés, souvent sans succès, de citer les deux conditions. Enfin, l'analyse des productions pour l'exercice 3 du contrôle montre que les élèves, dans leur grande majorité (95%), mobilisent explicitement les deux conditions dans un contexte de construction. Autrement dit, ce qui leur pose un problème est moins la méconnaissance de ces conditions, que le fait de devoir les exprimer en français, et de manière décontextualisée. Or ce n'est pas sur ce plan que porte la correction proposée par Denis.

Conclusion sur les déroulements de Denis II

Si ces déroulements présentent certaines caractéristiques propres à favoriser l'activité des élèves, ils portent en général sur des tâches nettement moins riches que celles initialement prescrites par le scénario, les adaptations des connaissances, en particulier, étant souvent prises en charge par Denis ou de manière collective. Les élèves sont rarement confrontés directement, à l'occasion d'un travail individuel, à des tâches complexes. Ils n'ont le plus souvent qu'à appliquer une procédure élaborée collectivement ou même indiquée par Denis.

En revanche, certains aspects des déroulements semblent entamer un processus de construction d'apprentissages à partir des activités, notamment en établissant des liens, en mettant l'accent, dans une certaine mesure, sur les processus de généralisation, de décontextualisation, de recontextualisation et en explicitant un peu les “règles du jeu mathématique”, en particulier en ce qui concerne la démonstration.

Enfin, la plupart des indications précises qui avaient été portées sur le document remis à Denis ont été suivies (les synthèses et les liens à faire, …), mais parfois de manière un peu formelle. L’invitation à faire formuler les élèves ne semble guère avoir été suivie d’effet, excepté le fait que Denis demande aux élèves, dans la tâche C1, de formuler par écrit une méthode de recherche d’axes de symétrie de figures. Comme on l’a vu toutefois, cette formulation n’a pas servi d’appui pour la synthèse que Denis a élaborée presque seul. L’effet le plus marquant de l’accompagnement est, selon nous, d’avoir fourni des arguments et des outils à Denis pour interpréter les productions et erreurs des élèves, et pour nourrir ses apports dont la plupart nous semblent avoir un effet déterminant sur les activités des élèves et sur leurs apprentissages.

Ces déroulements présentent d’autre part certaines similitudes avec ceux de Denis I et d’autres avec ceux de Martine, se situant parfois entre les deux. C’est ce que nous précisons dans les deux prochaines parties de ce chapitre.

b. **Comparaison avec Denis I**

Nous comparons les déroulements à l’échelle du chapitre, des séances puis des épisodes, sans prétendre à l’exhaustivité, mais en mettant l’accent sur les points communs ou différences qui nous semblent significatifs et non neutres en termes d’activités potentielles des élèves.

A l’échelle du chapitre

La deuxième année, Denis consacre quatre séances et 2H15[252] de plus que la première année au chapitre, soit environ 20 % de temps supplémentaire. Toutefois, des contenus nouveaux ont été traités la seconde année, notamment les axes de symétrie de triangles et quadrilatères auxquels s’ajoutent des rappels sur la bissectrice, qui avaient été prévus dans le scénario de Denis I, mais avaient été supprimés lors du déroulement.

La répartition du temps entre les différents types d’épisodes est très différente : alors que la première année, le temps se répartit à peu près équitablement entre cours, exercices et corrections – si l’on exclut les 6 % du temps consacrés aux récitations de cours et les épisodes non mathématiques – la deuxième année, le travail sur les exercices occupe 60 % du temps, sur les corrections 16 % et sur les cours 19 %.

Le temps passé sur les exercices fait plus que doubler en valeur absolue – environ 3H pour Denis I au lieu de plus de 7H pour Denis II – dont respectivement 1H35 et 2H05 de travail individuel ou encore 1H30 et plus de 5H de travail collectif. Les épisodes de cours, en revanche, n’occupent plus que 2H22 chez Denis II, contre 2H51 chez Denis I et les corrections 1H57 au lieu de 2H55. C’est essentiellement le volume horaire des épisodes de récitation qui a diminué, passant de 20 minutes la première année à moins de 9 minutes l’année suivante où leur nombre est ramené de 6 à 5, malgré les quatre séances supplémentaires. Cela s’explique probablement par le fait que le scénario lui imposant de traiter un certain nombre de tâches dans l’heure, il préfère

[252] Les séances sont de durée variable, dans la mesure où Denis a parfois deux heures de cours à la suite : certaines séances durent jusqu’à 1H50, la première et la deuxième années, de sorte que quatre séances ne correspondent pas nécessairement à l’équivalent de quatre heures de cours.

entreprendre immédiatement le travail du jour, plutôt que de passer du temps à faire réciter la leçon. Le nombre des épisodes de chaque catégorie est aussi très différent : celui des épisodes de cours est passé de 10 à 16, leur durée moyenne étant ramenée d'environ 17 minutes à 9 minutes ; le nombre d'épisodes d'exercices est porté à 28 au lieu de 12 l'année précédente, mais leur durée moyenne reste proche de 15 minutes ; et le nombre d'épisodes de correction est stable, tandis que leur durée moyenne a été ramenée d'environ quatorze minutes et demie à dix minutes et demie. Ce dernier constat peut s'expliquer par le fait que les exercices de géométrie des DM et des contrôles ont été rarement ratés[253], ce qui conduit Denis à n'en corriger que quelques questions, ou à passer rapidement sur la correction de certaines. C'est notamment le cas pour l'exercice 1 du DM 13, qu'il ne corrige qu'oralement en précisant que seule la dernière question a été mal réussie, ou pour l'exercice 1 du DM 14 dont il ne corrige que trois des six questions (les questions 1, 2 et 4).

On observe donc principalement un très grand changement du poids du travail sur les exercices, à la fois en valeur absolue et en proportion du temps total, ce qui peut indéniablement avoir un effet sur les activités, donc sur les apprentissages des élèves.

A l'échelle des séances

Contrairement à celles de Denis I, les séances de Denis II ne présentent pas d'organisation type, malgré quelques caractéristiques permanentes : correction et/ou récitation en début d'heure, un épisode de cours toutefois moins systématique la deuxième année… Mais n'oublions pas que l'organisation des séances était très largement décidée par le scénario.

A l'échelle des épisodes

Si les différences observées à l'échelle du chapitre sont importantes, celles que l'on constate à une échelle plus fine (celle des épisodes, mais aussi celle des interactions) nous semblent également fondamentales quant à leurs conséquences potentielles sur les activités des élèves.

Nous comparons deux exercices identiques[254] : l'exercice 12 de Denis I (l'exercice 3 du DM 12) et l'exercice 16 de Denis II (exercice 1 de la feuille 5). Ils contiennent quatre tâches dont deux de construction (d'un triangle, puis du symétrique d'un point) et deux de preuve (mobilisant l'une la conservation des angles et l'autre celle des longueurs). Mais alors que l'exercice est traité la première année sous la forme d'un DM ensuite corrigé en classe à la séance 5 car il a été particulièrement mal réussi, l'année suivante Denis le traite en classe à la séance 6 après avoir accordé aux élèves un bref temps de travail individuel. Dans les deux cas, Denis prend beaucoup à sa charge, mais un peu moins la deuxième année et pas de la même manière : pour la question 2 par exemple, où il s'agit de construire le symétrique d'un sommet du triangle par rapport au côté opposé – il faut identifier l'axe, la droite n'étant pas tracée et la configuration peut induire une conception erronée d'alignement car le triangle est presque rectangle – la première année, Denis prend en charge directement la reconnaissance de l'axe en le faisant tracer en rouge, reformule la question en *« le point B, où il va aller, où je le trouve de l'autre côté ? »* et découpe d'emblée la tâche en la limitant d'abord à placer l'équerre ; la deuxième année, il fait venir un

[253] Denis dit par exemple, à la séance 6, alors qu'un élève lui demande si le DM 13 va être corrigé : *« En géométrie, il y a eu très peu d'erreurs, on va corriger surtout sur les fractions ».*

[254] Voir l'analyse des épisodes de correction de Denis I dans le chapitre 3 pour les figures correspondantes, les conceptions erronées en jeu et des extraits de transcriptions de Denis I.

élève au tableau après s'être aperçu que sa figure sur le cahier était fausse, trace l'axe en rouge, mais, au lieu de découper d'emblée, comme l'élève a mal positionné l'équerre, Denis refait une figure à côté en isolant le point et l'axe ; l'élève positionne alors correctement l'équerre et Denis l'invite à revenir à la figure d'origine puis l'élève termine la construction, Denis n'intervenant que pour dire *« après, qu'est-ce qu'on fait Nahel ? »* puis lui conseiller de prolonger la perpendiculaire initiale. Autrement dit, il a aidé l'élève à procéder à la seconde adaptation mais en le laissant la traiter, sans la prendre en charge comme il l'avait fait la première année. On observe le même phénomène sur les tâches de preuve : par exemple, pour la question 4, la première année, Denis n'a pas interrogé les élèves sur la longueur du segment, et a pris en charge directement la résolution sans même expliciter le raisonnement :

> *Denis : Le B il va où ? Il va sur le E et le A, il va où ?*
> *E : il reste sur-*
> *Denis : parce qu'il bouge pas, tout le monde est d'accord ? Pourquoi il bouge pas ? Farah ?*
> *Farah : parce qu'il est sur la médiatrice.*
> *Denis : parce qu'il est sur ? la médiatrice, mais surtout parce qu'il est sur ? L'axe, hein, d'accord ? Vous marquez, l'image alors petit c, l'image du segment [AB] est le segment [AE].* (Denis I, séance 5)

Denis demande ensuite *« Après on sait que, il y a quoi ? »*, puis la propriété qu'il fallait utiliser (une élève cite la propriété de conservation et Denis l'arrête après les longueurs), et il conclut : *« pas besoin de mesurer pour savoir qu'en fait, la longueur là, c'est la même qu'ici »*. Ce faisant, il opère un glissement implicite qui paraît peu accessible aux élèves : il s'agit au départ de "trouver la longueur d'un segment", mais Denis conclut comme si l'objectif avait été "prouver que le segment a la même longueur que l'autre". Ces différences, pour être subtiles, n'en sont pas pour autant anodines en classe de sixième.

La deuxième année, Denis demande la mesure à un élève, puis l'invite à la justifier ; pour sa part, il explicite complètement le raisonnement, notamment le fait de noter le symétrique de chaque extrémité du segment pour conclure que les segments sont symétriques, demande aux élèves *« donc le symétrique du segment BA est le segment ? »* et malgré une bonne réponse, il réexplique en faisant appel à un argument général : *« on l'a déjà vu, le symétrique d'un segment, c'est un segment, pour trouver le symétrique, faut prendre les extrémités du segment, le symétrique des extrémités, ça veut dire B ça devient E, A ça devient A, donc BA ça devient EA. »* Il termine en reprenant le raisonnement :

> *Denis : Donc là on a dit la longueur BA et la longueur AE, c'est les mêmes, pourquoi, parce que le symétrique d'un segment, c'est un segment et en plus, quand on fait une symétrie, qu'est-ce qu'on peut dire sur les longueurs ?*
> *Thamara : ils sont égaux*
> *Denis : les longueurs, c'est les mêmes, BA ça devient AE, donc il a la même longueur, il y a pas besoin de mesurer.* (Denis II, séance 6)

Bref, là encore, Denis laisse davantage à la charge des élèves la deuxième année, et surtout, le traitement des tâches est enrichi par des apports sur le lien avec des connaissances décontextualisées, l'explicitation et la justification des raisonnements.

Certes, tous les déroulements ne sont pas aussi caricaturalement différents d'une année sur l'autre, mais, à l'évidence, ceux de la deuxième année sont beaucoup plus propres à favoriser les activités des élèves.

On trouve des différences similaires dans les épisodes de cours : la deuxième année leur déroulement s'appuie davantage sur les exercices qui ont permis d'introduire la notion visée et, si la responsabilité des contenus n'est que très légèrement reportée sur les élèves, en revanche les apports sont quantitativement et qualitativement beaucoup mieux adaptés, à la fois aux connaissances visées et aux activités des élèves.

Conclusion

En résumé, les différences très importantes observées la deuxième année sur le traitement du chapitre se révèlent différenciatrices du point de vue des activités des élèves. En particulier, étant donné le scénario, le fait que 60 % du temps soit consacré au travail sur les exercices favorise l'activité des élèves sur des tâches plus riches, sinon l'activité individuelle autonome. Cette dernière ne représente en effet plus qu'un tiers du temps de travail sur les exercices, mais tout de même environ 30 % de temps supplémentaire par rapport à la première année.

A un niveau plus fin, les différences constatées ne nous semblent pas moins déterminantes pour l'activité des élèves. Si le travail individuel est toujours très encadré et ne porte pas sur les tâches initiales, on note l'apparition d'un discours de structuration des connaissances, de justifications plus nombreuses et portant sur le sens, des apports plus nombreux et de surcroît cohérents tant avec les objectifs d'apprentissages qu'avec les activités des élèves, ainsi qu'une plus grande responsabilité laissée aux élèves dans les phases de travail collectif, qui n'inclut cependant toujours pas la formulation.

Tout se passe comme si le fait de disposer d'un scénario bien conçu, progressif, varié et cohérent permettait aux élèves de jouer un rôle réel durant les phases collectives. D'autre part, le scénario et l'accompagnement dont nous l'avons assorti permettent à Denis de faire appel au sens notamment pour justifier et pour structurer, de faire des apports (par exemple relier les connaissances entre elles, en se fondant sur la cohérence globale du scénario…) et de laisser davantage d'initiative aux élèves, ce que le scénario de la première année n'autorisait guère. Toutefois, la possibilité offerte par le scénario, ne saurait expliquer à elle seule cette richesse, largement imputable aux choix de déroulement de Denis.

Autrement dit, tout se passe comme si la qualité du scénario la deuxième année permettait l'émergence ou le développement d'une ZPD des élèves, les outils que nous avons donnés à Denis l'aidant seulement à repérer ce potentiel et à ajuster ses interventions en fonction. Dès lors, ses interventions contribuent au processus de transformation de "connaissances presque là" en "connaissances déjà là".

c. Comparaison avec Martine

Nous comparons là encore les déroulements à l'échelle du chapitre, des séances puis des épisodes, sans prétendre à l'exhaustivité, mais en relevant les points communs ou différences qui nous semblent significatifs et non neutres en termes d'activités potentielles des élèves.

A l'échelle du chapitre

Denis consacre une séance et environ une heure[255] de plus que Martine au chapitre. Cependant, il est difficile d'interpréter cette information puisque le scénario de Martine a tout de même été légèrement modifié. Toutefois, l'enveloppe des contenus abordés est presque identique à quelques détails près : certaines connaissances anciennes qui étaient mobilisées chez Martine dans des exercices ne l'ont pas été chez Denis car les chapitres correspondants n'avaient pas été traités (notamment la notion d'aire), mais surtout, en ce qui concerne les contenus liés à la symétrie axiale, le scénario appliqué par Denis n'inclut pas la construction du symétrique d'un point au compas. Le rythme d'avancée dans le chapitre que nous commentons plus loin nous renseigne également sur la différence observée quant au nombre des séances.

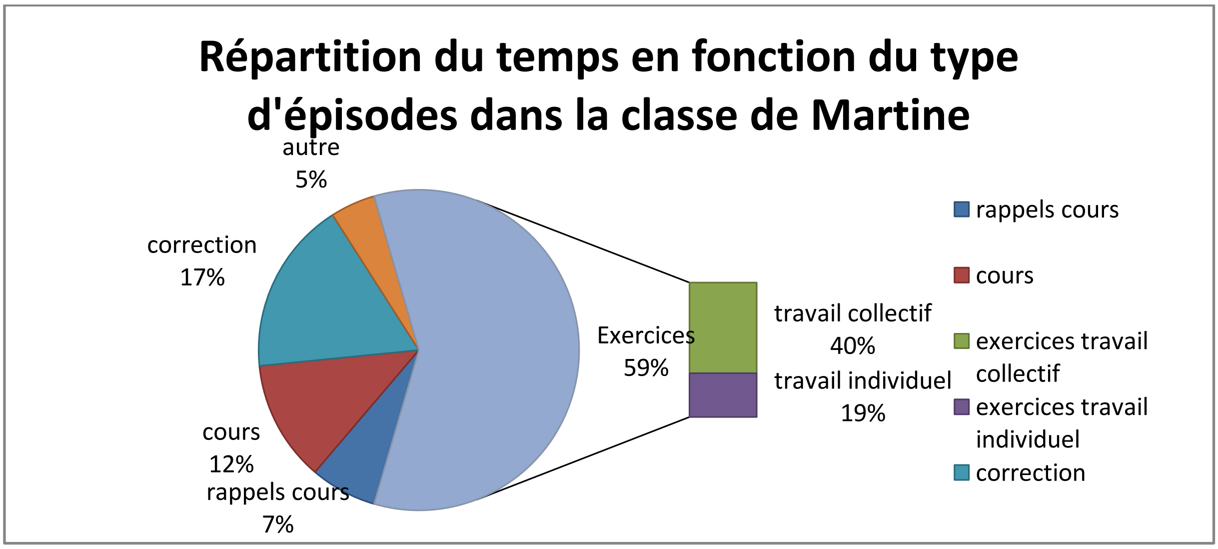
D'autre part, compte tenu de la séance supplémentaire de Denis, le nombre d'épisodes de chaque type est très proche, ce qui est la conséquence logique du scénario :

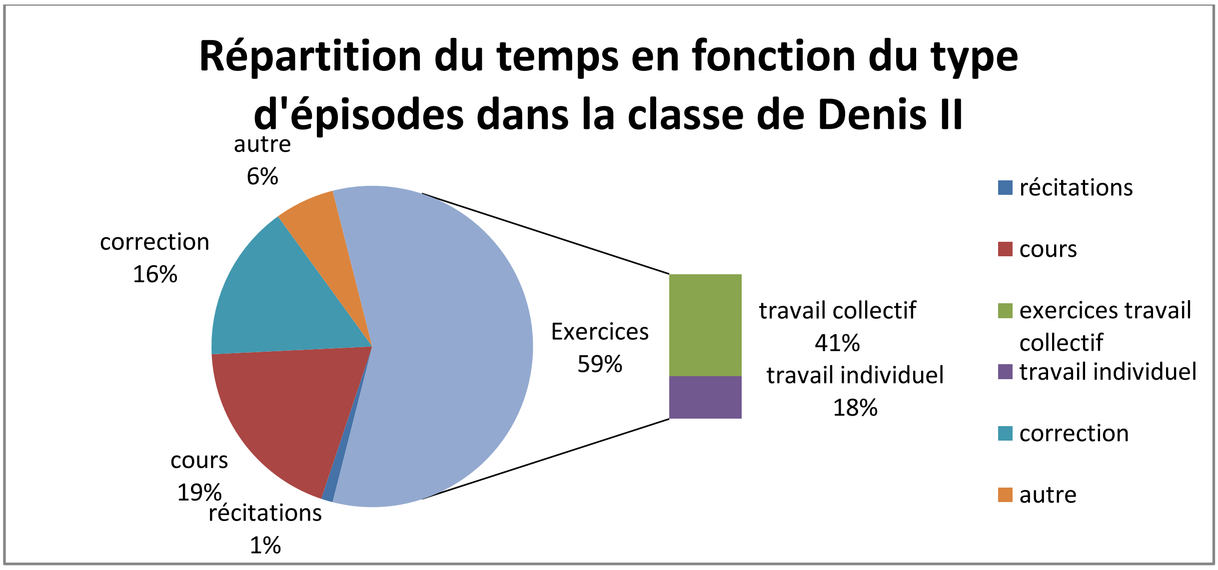
	Nombre de séances	Nombre d'épisodes de rappels de cours / de récitation[256]	Nombre d'épisodes de cours	Nombre d'épisodes d'exercices	Nombre d'épisodes de correction
Martine	13	5	14	27	9
Denis II	14	5	16	28	11

De même, comme le montre le graphique ci-dessous, la proportion de temps correspondant à chaque type d'épisodes est égale, à 1% près, à l'exception des épisodes de cours et de rappels de cours/récitations. Quant à la répartition entre le temps de travail individuel et collectif sur les exercices, elle est également pratiquement identique.

[255] Les séances de l'un et l'autre enseignants ont des durées variables : environ 55 minutes pour celles de Martine au lieu d'une demi-heure à 1H50 pour celles de Denis II.

[256] Nous classons dans la même catégorie les épisodes de rappels de cours chez Martine et de récitation chez Denis, mais il convient de noter que ceux-ci n'ont pas tout à fait la même fonction.





Le temps consacré aux récitations et aux rappels de cours est très limité chez Denis II. Si nous ne lui avions pas demandé d'effectuer des rappels de cours, nous l'avions laissé libre de faire réciter la leçon, comme à son habitude ; or, il ne l'a fait que quatre fois, au lieu de six la première année, pour quatre séances de moins, sans doute afin de gagner du temps pour pouvoir traiter toutes les tâches prévues durant la séance.

En revanche, les cours occupent davantage de temps que chez Martine. Cela s'explique d'une part par le fait qu'un certain nombre de synthèses, tenant lieu de cours, sont écrites dans le cahier à la fin des exercices dans la classe de Martine[257] et sont donc comptabilisées comme un épisode d'exercice, tandis que Denis fait écrire dans le cahier de cours les synthèses qui ont été faites à l'issue des exercices, lesquelles sont alors comptabilisées comme épisodes de cours.

Malgré une répartition presque identique, Denis consacre au total un peu plus de temps à chaque type d'épisode. Les élèves de Martine ont travaillé en tout environ 6H45 sur des

[257] Rappelons que Martine alterne cours et exercices dans un même cahier, alors qu'ils font l'objet de cahiers séparés dans la classe de Denis.

exercices, contre 7H19 pour ceux de Denis, le temps de travail individuel étant identique à une minute près, et le temps de travail collectif étant respectivement de 4H33 chez Martine et de 5H05 chez Denis. Les élèves de Denis ont donc passé environ une demi-heure de plus sur des exercices, sous forme de travail collectif.

Si l'on observe maintenant le rythme d'avancée dans le chapitre (cf. la chronologie globale ou la liste des exercices en annexe), on constate que Denis passe davantage de temps sur la construction de symétriques de figures, sur la méthode pour chercher des axes de symétrie, ou sur la méthode de construction d'une médiatrice au compas, tandis que Martine s'attarde plus longuement sur la définition du symétrique d'un point et sur la définition et les propriétés de la médiatrice. La plupart des contenus de type "méthodes", que l'on pourrait appeler "connaissances procédurales", ne sont évoqués qu'en exercices par Martine, alors qu'ils font l'objet d'épisodes de cours spécifiques chez Denis.

A l'échelle des séances

L'échelle des séances ne nous semble guère pertinente pour la comparaison, leur déroulement étant très différent, du fait qu'elles ne portent pas exactement sur les mêmes contenus, en raison des corrections ajoutées par Denis ou des légères retouches apportées au scénario.

La première séance de chacun des enseignants fait toutefois exception, puisque les contenus sont identiques pendant 49 minutes, soit la durée de la séance de Denis, celle de Martine étant plus longue. Durant ces 49 minutes, le temps consacré à chaque contenu est le même : Martine passe 33 minutes et demie et Denis un peu plus de 34 minutes sur l'exercice 1, ils passent respectivement un peu plus de 7 minutes et environ 6 minutes sur la définition de deux figures symétriques, puis près de 2 minutes et un peu moins de 3 minutes sur la tâche 2a et enfin 50 secondes et 1 minute sur la remarque concernant la conservation des formes et des mesures. Cela semble indiquer que sur des contenus identiques, la répartition du temps est la même, mais nous verrons que, d'un point de vue qualitatif, ce temps n'est pas utilisé de la même manière.

Une autre différence, à l'échelle de cette séance, est que Martine consacre un épisode de cours de deux minutes avant l'exercice 1, destiné à introduire cet exercice, en donnant notamment le titre du chapitre, ce que ne fait pas Denis. Pour sa part, il a divisé l'épisode d'exercices concernant l'exercice 1 en deux parties : le bilan de l'exercice n'a été fait qu'après l'épisode de cours sur la définition de figures symétriques. Cette méthode semble révélatrice d'une tendance qui se confirme lors de la comparaison qualitative des épisodes d'exercices et de cours, quant à la façon dont Denis et Martine lient d'une manière générale les exercices et le cours. Pour Martine, les cours sont la synthèse des exercices, au sens où les énoncés institutionnalisés s'appuient sur les activités des élèves, le cours ayant logiquement lieu après l'exercice. A l'inverse chez Denis, l'exercice fournit simplement un contexte de découverte et d'application des énoncés du cours : il est donc commencé avant le cours pour introduire les énoncés, mais son bilan n'est dressé qu'après le cours, pour montrer comment celui-ci s'y applique.

A l'échelle des épisodes

Sauf exception, les épisodes de même nature ont en moyenne des durées relativement proches soit environ 15 minutes pour un épisode d'exercices et approximativement 6 minutes pour Martine contre un peu plus de 8 minutes pour Denis pour un épisode de cours. Un épisode de correction de Martine dure 13 minutes et demie au lieu de 10 minutes 40 pour celui de Denis.

D'autre part, comme à l'échelle du chapitre, la répartition du temps entre travail individuel et collectif dans les épisodes d'exercices est de l'ordre de un tiers / deux tiers dans les deux classes, soit respectivement 5 minutes et 10 minutes sur un total de 15 minutes.

Cependant, qualitativement, l'utilisation qui est faite de ce temps est différente.

Sur les exercices, nous avons vu que Denis intervient collectivement en général très tôt, voire dès le début, pour reformuler la tâche, la simplifier ou la découper en prenant en charge une partie du travail – notamment les adaptations – alors que Martine laisse presque toujours les élèves travailler directement sur les tâches initiales, y compris lorsqu'elles impliquent des adaptations. Par conséquent, le travail individuel des élèves sur un même exercice, ne porte pas tout à fait sur les mêmes tâches. En particulier, si les élèves de Martine sont souvent confrontés à des exercices dont ils doivent élaborer eux-mêmes la procédure de résolution à partir des contenus du cours, ceux de Denis le sont beaucoup plus rarement : pour les constructions de symétriques de points ou de figures, aucune méthode n'est donnée avant le travail individuel des élèves dans la classe de Martine (pour le symétrique d'un point par exemple, dans l'exercice 7, la seule aide fournie est le rappel de la définition de deux points symétriques) ; au contraire, dans la classe de Denis, des éléments de procédure sont donnés parfois dès le début (pour la construction du symétrique d'un point, les instruments à utiliser sont indiqués après seulement 2 minutes).

A l'extrême, les tâches de preuve sont entièrement traitées collectivement dans la classe de Denis, alors qu'une partie du travail est individuel dans celle de Martine.

Les aides individuelles prodiguées par chacun des enseignants pendant ces phases de travail individuel sont, dans les deux cas, très peu fréquentes. En revanche, le travail collectif sur les exercices est très différent, par son contenu et notamment par les apports des deux enseignants, au-delà de la simple correction de la tâche. En effet, chez Martine, ce travail collectif porte souvent sur les connaissances visées, tandis que chez Denis, soit il se limite aux tâches, soit il porte sur des connaissances autres que celles visées, eu égard à la fonction de la tâche dans le scénario. Par exemple, dans l'exercice 1, la phase de travail collectif chez Martine a pour fonction non seulement de corriger l'exercice (c'est-à-dire d'indiquer le mouvement qu'il fallait imprimer au calque pour passer d'une figure à l'autre), mais aussi de nommer et de caractériser les transformations géométriques en jeu, de façon à identifier, en guise de synthèse, la symétrie axiale comme étant celle qui correspond au pliage ou au retournement de la feuille. La phase de travail collectif chez Denis, sur le même exercice, a pour fonction, non seulement de trouver le mouvement à imprimer au calque, mais aussi d'identifier et de caractériser les transformations[258], ***excepté*** pour la symétrie axiale qui n'est pas citée[259]. Une autre illustration de cette tendance est la correction de l'exercice 4 de chacun des scénarios, destiné à introduire la définition du symétrique d'un point, en faisant constater la perpendicularité et le fait que l'axe passe par le milieu du segment joignant deux points symétriques obtenus par pliage : chez Denis, après que les élèves ont fait la construction par pliage, la correction est orientée sur le fait de compléter les phrases à trous indiquées dans l'énoncé, par les mots *« perpendiculaire »*, *« milieu »*, *« symétrique »* et *« médiatrice »* ; chez Martine, la construction par pliage a été

[258] Cela avait été indiqué par nous comme une possibilité dans le scénario.
[259] Elle a en réalité été citée, mais par un élève, sans que Denis relève cette remarque.

commentée en faisant identifier par les élèves que les deux points obtenus étaient symétriques l'un de l'autre, puis la correction de la deuxième partie est initiée par les questions : *« Maintenant observez la figure, essayez de me dire ce que vous observez, ce que vous remarquez »*, puis *« que pouvez vous dire de cette droite AA', par rapport à la droite d ? »*. Autrement dit, dans la classe de Denis, le fait que l'axe est perpendiculaire au segment et passe par son milieu ne sont pas obtenus comme réponses à la caractérisation de la figure, qui permettrait de définir la notion de points symétriques. Le seul enjeu semble être de compléter des phrases, alors que chez Martine, le but de caractériser la figure est explicite. D'autre part, dans les deux classes, le cas d'un point appartenant à l'axe est mentionné, ce qui était indiqué dans le scénario pour Denis, puis le résultat des observations est repris : Denis demande aux élèves de placer un autre point de la même façon et de placer des codages qui indiquent la perpendicularité et le milieu, tandis que Martine refait formuler la caractérisation de la figure : *« A quelles conditions le point A et le point A' sont symétriques par rapport à une droite d ? »* puis *« Quelles sont les particularités de la figure ? »*. Cette différence d'approche est typique des déroulements de Denis II et de Martine : celle-ci fait souvent reformuler les idées et raisonnements par les élèves, tandis que Denis les place plus volontiers dans l'action[260].

Quant aux tâches de preuve, elles sont intégralement traitées sur le mode collectif dans la classe de Denis, alors que seule la correction fait l'objet d'un tel traitement après un travail individuel des élèves chez Martine, à l'exception des tâches 11c et 11d qui servent à introduire les propriétés de conservation et qui sont traitées collectivement (cf. chapitre 3). Martine laisse aussi, durant ces phases collectives, largement à la charge de la classe la validation et la justification des raisonnements, ce que Denis ne fait qu'exceptionnellement.

Les apports durant les phases d'exercices sont aussi plus systématiques et plus axés sur les connaissances visées dans le cas de Martine, ceux de Denis, moins systématiques, faisant plus spécifiquement référence aux énoncés de cours visés. Dans les deux cas, certains apports consistent en un discours métamathématique sur les preuves visant à expliciter les "règles du jeu mathématique", mais encore une fois de manière plus systématique chez Martine.

Enfin, les interventions de Martine semblent toujours adaptées aux interventions des élèves, grâce à une bonne interprétation de leurs productions et de leurs erreurs, au point parfois de reprendre longuement à l'occasion des épisodes de cours, des raisonnements sur des tâches données ou des cheminements plus globaux. De telles interventions, beaucoup plus rares et limitées chez Denis, sont surtout parfois moins bien ciblées, sinon même contestables.

En ce qui concerne les épisodes de cours, la responsabilité des contenus est davantage partagée entre Martine et ses élèves qu'entre Denis et les siens. Dans le premier cas, les énoncés de cours sont toujours élaborés comme synthèse des exercices, en s'appuyant sur les activités des élèves,

[260] On peut être tenté d'évoquer ici un parallèle avec les phases d'action et de formulation de la théorie des situations (TSD, Brousseau, 1998), mais nous parlons ici d'action au sens simplement de rendre les élèves matériellement actifs, pas nécessairement sur un problème mathématique, de même, nous parlons de formulation au sens large, pas spécialement de formulation d'une solution ou d'un raisonnement, mais de formuler au sens de mettre en forme de manière correcte ce qui a été dit – c'est pourquoi nous parlons plutôt d'ailleurs de reformulation.

alors que cette articulation, bien que présente aussi chez Denis, y semble parfois un peu artificielle.

Conclusion

Au grain le plus gros, on observe donc des similitudes même étonnantes de précision entre les déroulements de Martine et Denis (cf. la répartition du temps). Est-ce un hasard, ou le déroulement, au moins en ce qui concerne la répartition du temps, est-il entièrement déterminé par le contenu du scénario ? Il semble peu probable que la répartition entre temps de travail individuel et collectif sur un exercice ne dépende que de l'énoncé. En revanche, la fonction que la tâche remplit dans le scénario par rapport à sa cohérence globale pourrait jouer un rôle dans la mesure où, si l'objectif est de faire émerger tel et tel contenu, cela prend du temps collectivement. On peut également y voir un effet de la pratique personnelle des enseignants : en effet, on avait déjà constaté entre Denis I et Martine que le temps consacré à un épisode d'exercice était d'environ 15 minutes dans les deux cas.

Au niveau des épisodes, en particulier des épisodes d'exercices, la proportion de travail individuel et de travail collectif est la même, ainsi que la durée absolue, mais le contenu du travail individuel diffère puisque, contrairement à Denis, Martine laisse en général les élèves traiter directement la tâche.

D'autre part, outre les tâches prescrites aux élèves, le contenu et les modalités de déroulement des phases collectives peuvent être très différenciateurs entre les deux classes. Martine laisse une grande responsabilité aux élèves sur le contenu, les validations et les justifications, alors que Denis le fait plus rarement, prenant notamment systématiquement en charge la validation par exemple. De même, Martine laisse souvent aux élèves une part de responsabilité dans la formulation même des réponses, que son but soit de leur faire travailler cette compétence, d'évaluer leur degré de compréhension, ou encore de faciliter leur compréhension.

La question se pose alors de l'impact des pratiques, scénario et déroulements, sur les apprentissages des élèves. Nous nous proposons de l'évaluer en analysant les résultats aux contrôles, comme dans la première partie, tout en gardant à l'esprit le caractère partiel et imparfait de cet indicateur.

3. Résultats aux contrôles

a. Les énoncés des contrôles

Comme nous l'avons annoncé dans l'introduction, les exercices des contrôles ont été choisis par nous-mêmes avec l'accord de Denis parmi les exercices proposés l'année précédente dans les contrôles de Denis et de Martine.

Le premier contrôle de Denis II, noté DSII7 a lieu entre la séance 8 et la séance 9 et le second, le DSII8 a lieu en fin de chapitre, après la dernière séance. En raison des vacances scolaires qui ont eu lieu entre la dernière séance et le DSII8, Denis a souhaité organiser une séance de révisions quelques jours avant ce dernier ; les exercices ont là aussi été proposés par nous (cf. énoncés en annexe 2).

Les exercices des contrôles ont été choisis d'une part pour permettre une évaluation en étant cohérents avec les objectifs du chapitre à la fois ceux définis par les programmes et ceux privilégiés par Martine, d'autre part pour faciliter les comparaisons entre les résultats obtenus par les élèves de Denis et Martine. Ainsi, le premier, intervenant en cours de chapitre, a été conçu, conformément aux deux contrôles correspondants de Denis et de Martine, uniquement sous forme de questions de cours et de tâches de construction alors que le deuxième équilibre tâches de construction et tâches de preuves, issues des différents énoncés de contrôles des deux enseignants.

Le DSII7 (énoncé en annexe 5) contient comme exercices 1 et 2, les questions 2 et 3 de l'interrogation écrite proposée en cours de chapitre par Martine, l'une visant la restitution de la définition de deux points symétriques par rapport à une droite, dans le cas où les points n'appartiennent pas à la droite, l'autre consistant en la construction du symétrique de deux points par rapport à un axe oblique, sur papier blanc, les deux points étant situés de part et d'autre de l'axe, dans une position proche de l'horizontale et de la symétrie. Le troisième exercice du DSII7 reprend l'exercice 1 du DS7 de Denis I, à savoir la construction du symétrique d'un segment, d'un cercle et d'un rectangle par rapport à un axe oblique, sur papier blanc, le rectangle étant coupé par l'axe.

Quant aux exercices 1 et 3 du DSII8, ils reprennent les exercices II et V du contrôle de Martine, qui portent respectivement sur la reconnaissance/dessin d'axes de symétrie de figures et sur la construction de la médiatrice d'un segment avec adaptation, puis du symétrique d'un point avec adaptation et dans une configuration complexe, puis deux tâches de preuve faisant appel respectivement à la propriété permettant d'établir que deux droites sont parallèles entre elles lorsqu'elles sont perpendiculaires à une même droite, et à la propriété de conservation des longueurs avec adaptation ou à celle d'équidistance des points de la médiatrice avec adaptation, dans le but de justifier qu'un triangle est isocèle. Le deuxième exercice du DSII8, soit l'exercice 7 du contrôle commun de Denis I, porte sur la construction du symétrique de deux points sur papier blanc avec axe oblique, puis comporte une question relative au symétrique d'un point de l'axe, et enfin deux tâches de preuve mobilisant respectivement la conservation des angles et celle des longueurs, sans adaptation particulière[261].

Les contrôles proposés ne contiennent que des tâches similaires à celles traitées durant le chapitre, hormis la tâche 1 de l'exercice 3 du DSII8, pour laquelle l'adaptation A1 ou A3 nécessaire avant le tracé de la médiatrice est inédite. (cf. analyse *a priori* de la tâche dans le chapitre 5 pour plus de précisions).

b. **Les résultats aux contrôles**

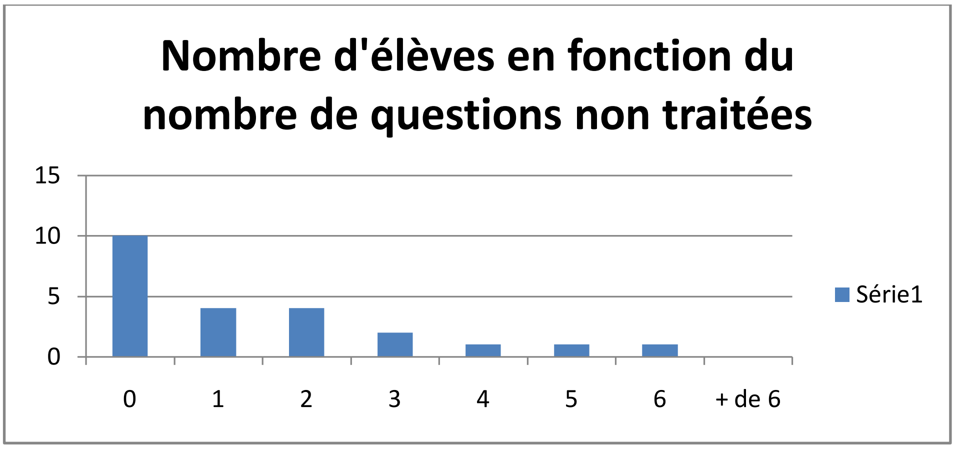
Parmi les 24 élèves de la classe, une seule n'a assisté à aucun des deux contrôles – elle n'est donc pas prise en compte dans l'analyse des résultats – et deux autres, Nicolas et Soukaïna, étaient absents pour le premier. Il nous manque donc cinq tâches pour ces deux élèves qui sont plutôt en difficulté, ce qui peut fausser un peu les résultats de la classe, mais notons pour les

[261] Une analyse *a priori* plus détaillée de ces exercices figure dans le chapitre 5, dans les analyses *a priori* des contrôles de Denis I et de Martine.

comparaisons, cette situation tend plutôt à rétablir l'équilibre, puisqu'elle était similaire dans les classes de Denis I et de Martine.

Tout comme dans le chapitre précédent, nous procédons d'abord à une analyse "brute" des résultats, uniquement fondée sur l'analyse a priori des tâches, avant d'affiner l'analyse en relation avec l'enseignement reçu lors d'une seconde étape.

Réussite globale sur l'ensemble
Sur un total de dix-neuf tâches et de vingt-trois élèves, le nombre moyen de questions non traitées est de 1,4 par élève, dix-huit élèves ayant seulement au plus deux questions non traitées :



Les tâches non traitées se concentrent sur certaines questions : ainsi, on trouve respectivement sept et dix élèves n'ayant pas traité la tâche 3 et la tâche 4 de l'exercice 3 du DSII8, autrement dit les deux tâches de preuve les plus difficiles – l'une faisant appel à une connaissance ancienne et l'autre exigeant une adaptation difficile – mais qui sont aussi les deux dernières tâches de l'énoncé, même si certains élèves n'ont pas traité les exercices dans l'ordre. Les taux de réussite de la classe sont donc moins significatifs que pour ces tâches là. De même, le taux de réussite ne perd de son sens en raison du nombre de tâches traitées que pour certains élèves.

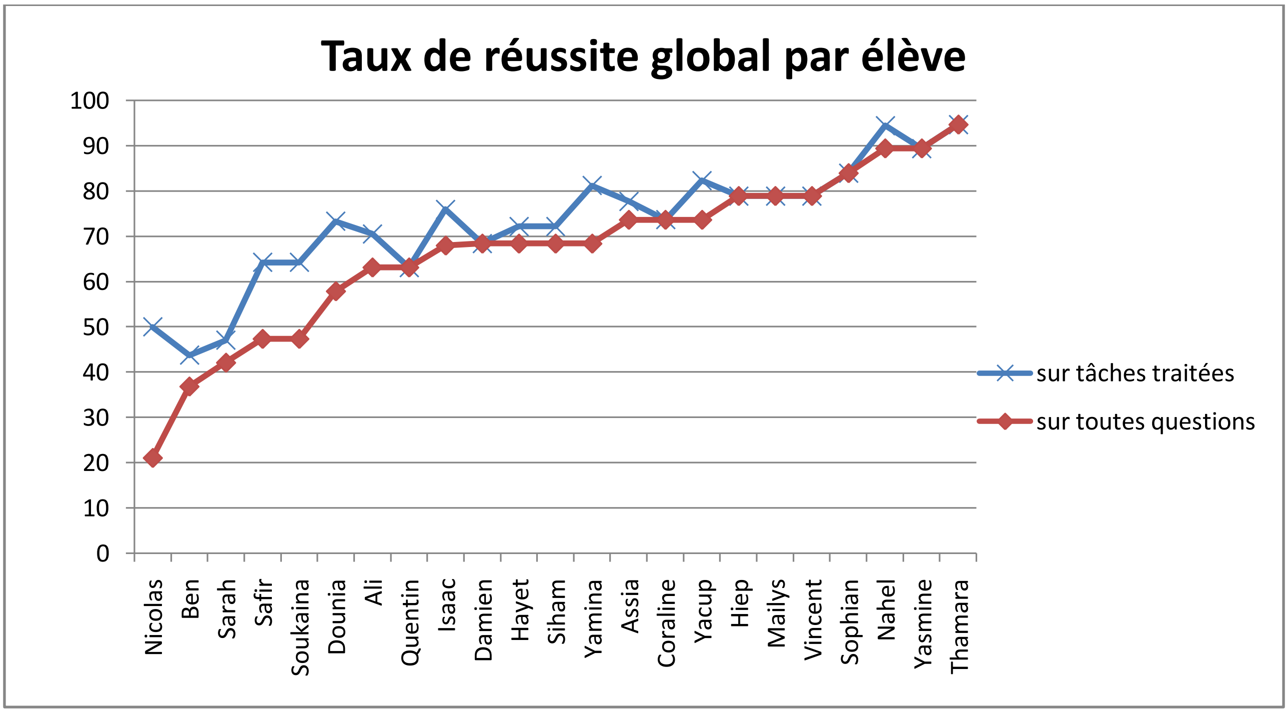
Nous tentons, dans la plupart des analyses, de tenir compte des questions traitées ou non en indiquant les taux de réussite par rapport aux réponses ou par rapport à l'ensemble des tâches ou des copies, lorsque nous pensons que cela présente un intérêt. Lorsqu'un seul taux est annoncé, il concerne l'ensemble des copies ou des questions.

Le tableau suivant propose, comme pour Denis I et Martine un premier aperçu des résultats de la classe par groupe de tâches. Le groupe questions de cours ne comportant qu'une tâche, ses résultats ne sont représentatifs que de cette tâche et ne sont donc pas généralisables.

En %	Questions de cours (1 tâche)	Tâches de construction (7 tâches)	Tâches de preuve (5 tâches)	Tâches de reconnaissance / dessin d'axes de symétrie de figures (6 tâches)	Ensemble des tâches de contrôle
Taux de réussite sur les réponses	16	88	63	74	73
Taux de réussite sur l'ensemble des copies	14	82	51	74	66

Les taux de réussite globaux sont respectivement de 73% et de 66 % pour l'ensemble des élèves ayant traité les tâches et pour l'ensemble des copies. Notons le faible taux de réussite sur la question de cours et le fait que le taux de réussite sur les tâches de preuve est un peu inférieur aux autres groupes – sauf la question de cours – mais néanmoins supérieur à la moitié, même sur l'ensemble des copies.

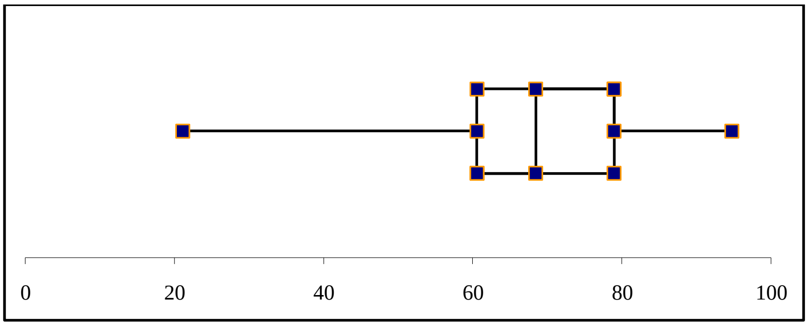
Les taux de réussite par élève sur les tâches qu'il a traitées ou sur l'ensemble des tâches sont les suivants :



Ce sont surtout les élèves qui obtiennent les moins bons résultats qui ont le plus de questions non traitées.

On observe également que seuls cinq élèves ont des taux de réussite inférieurs à 50%, ce taux étant supérieur à près de 60% pour les autres.

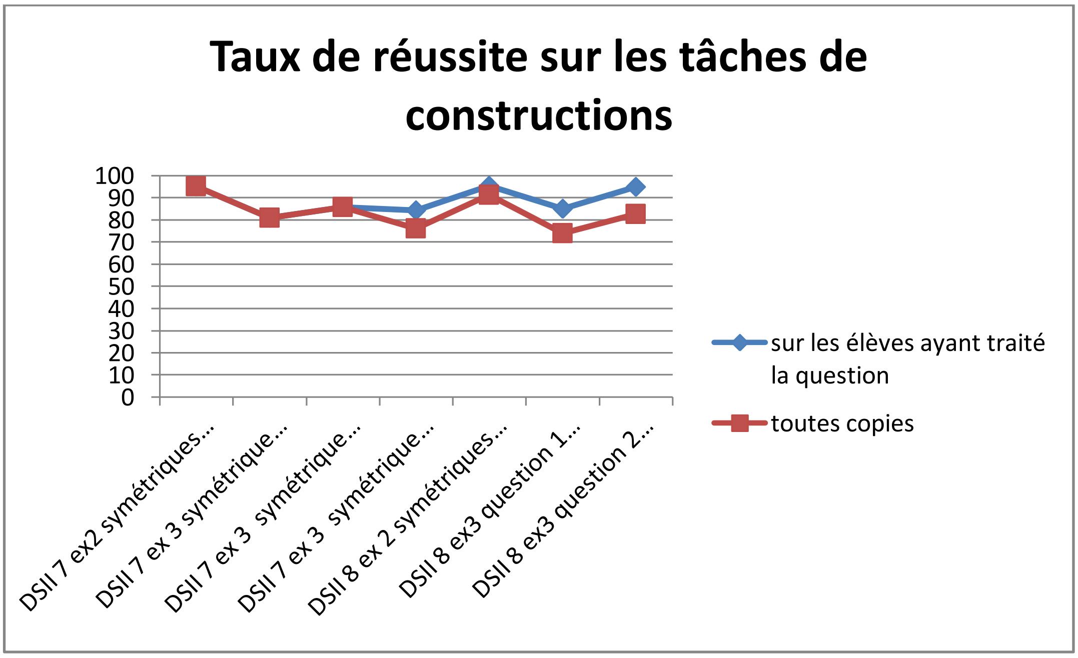
Nous avons réalisé le diagramme de Tukey[262] suivant pour illustrer la distribution des taux de réussite :



Il montre que les taux de réussite vont de 21 % à 95 %, la médiane se situant à 68 %. Pour 75 % des élèves de la classe, ce taux excède 60%.

La réussite par tâche pour chaque catégorie de tâches

L'unique question de cours, qui consistait à réciter la définition de deux points symétriques n'est réussie que par 14 % des élèves – 16 % de ceux qui ont traité la question. Autrement dit, seuls trois élèves sont capables de citer les deux conditions, perpendiculaire et milieu. L'analyse qualitative des réponses révèle que cinq élèves ne citent qu'une seule des conditions, les autres proposant, soit une réponse cohérente, mais ne correspondant pas à l'attendu pour deux d'entre eux, soit une réponse fausse – seuls 2 élèves ne traitent pas la question. De surcroît, même parmi les élèves qui ont énoncé les deux conditions, la forme n'est jamais complètement correcte, soit sur du fait de l'expression, soit du point de vue des notations mathématiques.



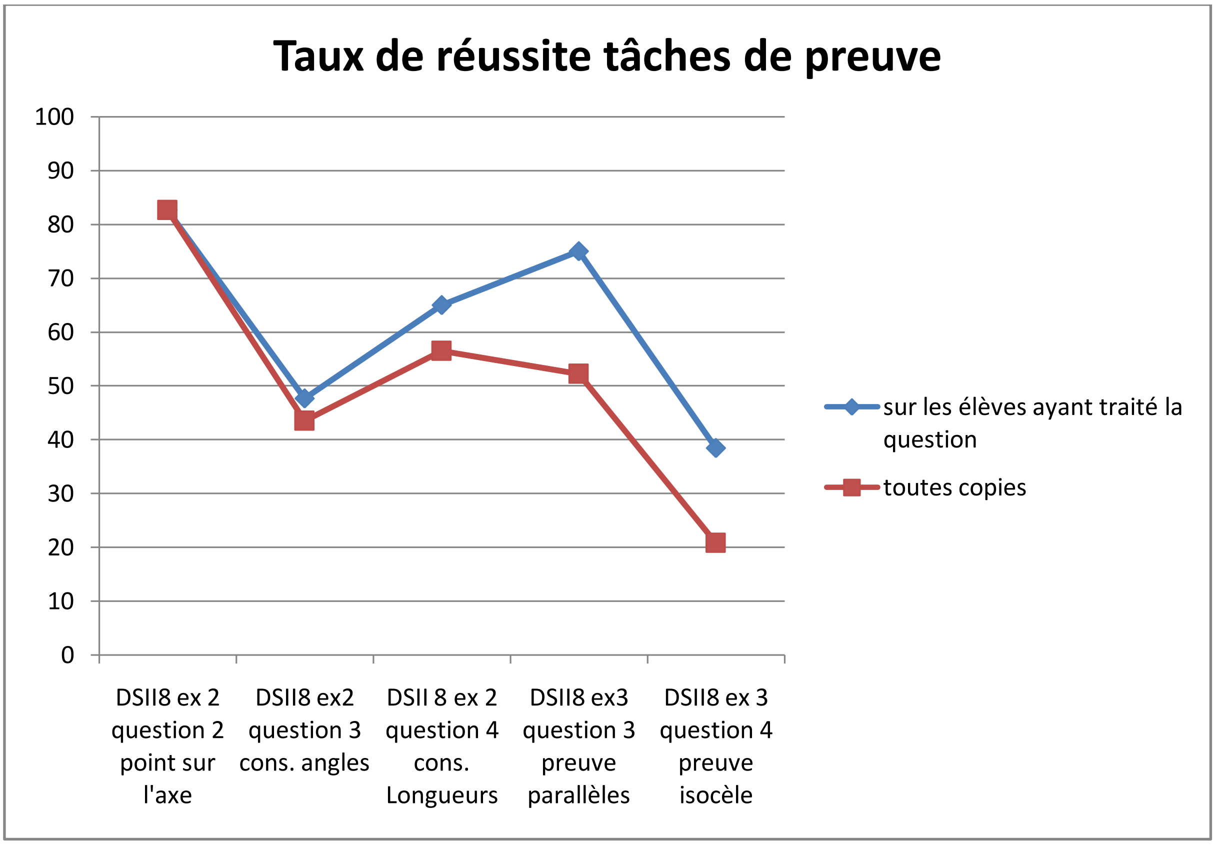
Ces taux de réussite sont globalement très élevés puisque tous excèdent 70 %. En particulier, la construction du symétrique d'un point sur papier blanc avec axe oblique est réussie par 95 %

[262] Le minimum est 21 ; le premier quartile, 61 ; la médiane, 68 ; le troisième quartile, 79 ; et le maximum, 95.

des élèves, et par un peu plus de 80% dans le cas où la situation comporte une adaptation (DSII8 exercice 3, question 2).

D'autre part, les constructions de symétriques de figures complexes sont réussies par 76% à 86% des élèves selon qu'il s'agit du cercle ou du rectangle coupé par l'axe : autrement dit, même dans une situation complexe, la tâche est réussie par trois élèves sur quatre. Enfin, la construction de la médiatrice d'un segment est réussie par 74 % des élèves, malgré l'adaptation nécessaire (cf. analyse *a priori*). Les deux tâches les moins bien réussies sont néanmoins celles nécessitant des adaptations.

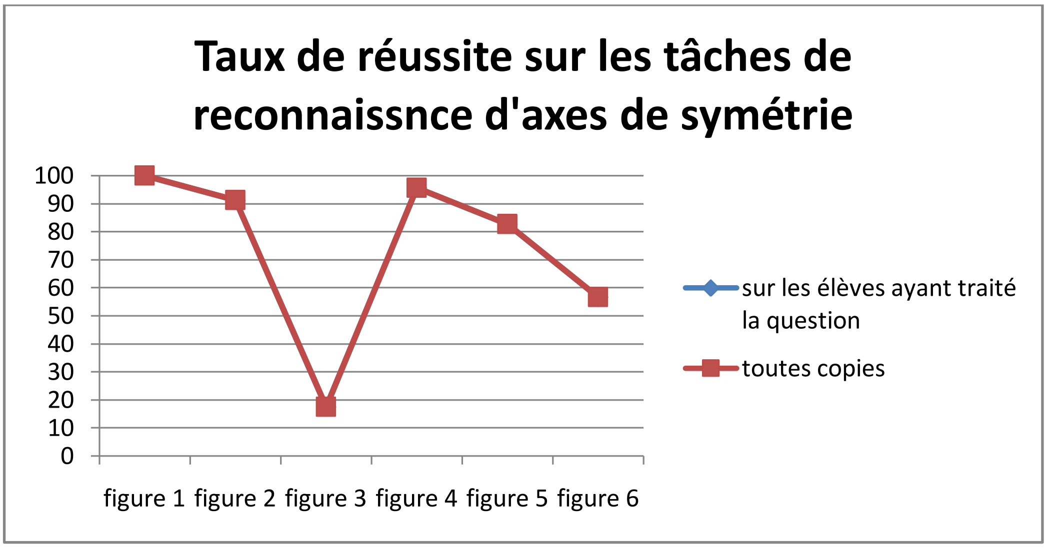
Il semble donc que plus des trois quarts des élèves de la classe maîtrisent la construction sur papier blanc de symétriques de points, de figures, et de médiatrices, y compris dans certaines situations complexes.



Les taux de réussite sont nettement plus faibles dans ce groupe de tâches, mais avoisinent néanmoins les 50 % pour les tâches classiques, de difficulté moyenne.

Ils reflètent encore une fois la difficulté des tâches, mais moins nettement : la première tâche, qui concerne l'identification du symétrique d'un point de l'axe est réussie par plus de 80 %, alors que la dernière (DSII8, exercice 3, question 4) est nettement moins bien réussie que les autres. C'est aussi la plus difficile, puisqu'elle nécessite une adaptation avant de pouvoir utiliser la propriété de conservation ou la propriété d'équidistance des points de la médiatrice aux extrémités du segment : il s'agit d'identifier que prouver que le triangle BEF est isocèle en F revient à prouver que BE = BF. (cf. analyse *a priori*, contrôles de Martine, chapitre 5). Cependant, contrairement à ce que l'on aurait pu attendre, la tâche portant sur une propriété ancienne[263] – mais qui a été revue au cours du chapitre, et appliquée dans une tâche similaire – est un peu mieux réussie que celle qui mobilise la conservation des angles, et même beaucoup mieux réussie si l'on ne considère que les élèves qui ont traité la question. C'est sur les deux dernières tâches que le taux de non-réponse est le plus élevé de toutes les tâches de contrôle, probablement parce que leur résolution exigeait d'avoir réussi les tâches précédentes (adaptation A5).

Il faut cependant nuancer ces résultats : nous n'avons tenu compte, pour coder la réussite de la tâche, que du contenu, et du fait que l'élève mobilise ou non une propriété adaptée à la situation en négligeant l'absence d'autres étapes de la preuve et la forme[264], laquelle est très souvent impropre, l'expression française comportant de nombreuses erreurs.

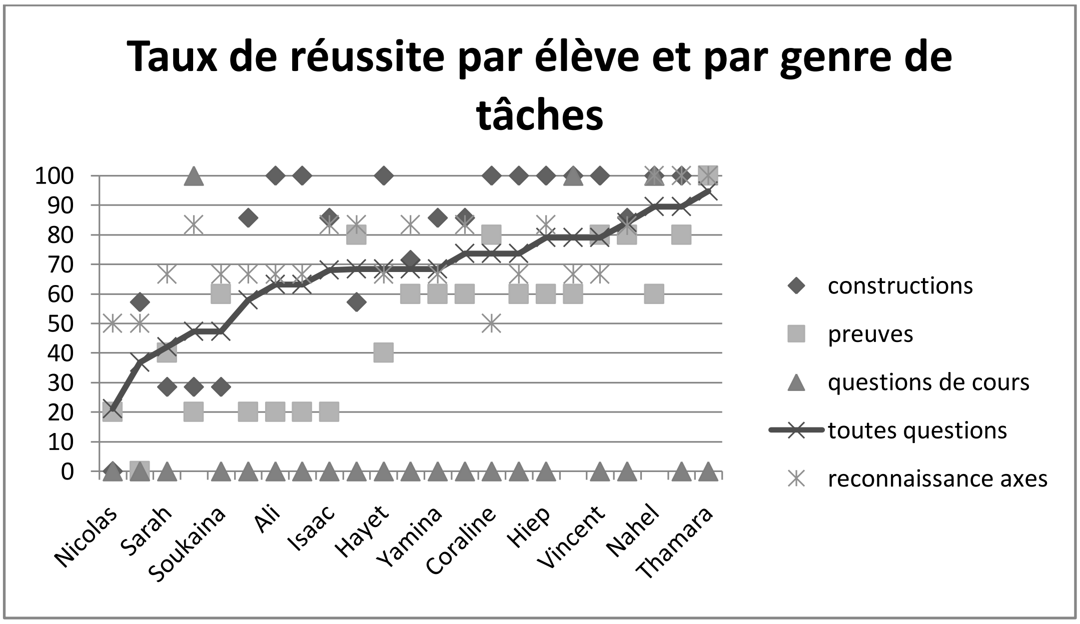


Tous les élèves ont traité toutes les tâches de cet exercice (bien que ce soit difficile à savoir pour la figure 4, qui ne comporte pas d'axe de symétrie). Les taux de réussite reflètent la difficulté des tâches : ils excèdent 90% pour les tâches ne comportant que des axes horizontaux ou verticaux, mais sont nettement inférieurs pour celles qui en contiennent d'autres (moins de 20 % pour la figure 3 – l'étoile, qui comportait cinq axes, cf. l'analyse des résultats de contrôles de Martine, chapitre 5 – et moins de 60% pour la figure 6 – la figure issue d'un carré, qui comportait les quatre axes du carré) ; quant à la figure 5, elle ne comportait pas d'axe, mais un centre de symétrie, portant à confusion pour près de 20% des élèves qui y ont vu un axe de symétrie.

[263] La propriété qui établit que deux droites parallèles à une même droite sont parallèles entre elles.

[264] Cela nous semble justifié dans une classe de sixième où la capacité à mobiliser une propriété adaptée à une situation est déjà une réussite. Nous avons déjà évoqué lors de l'exposition de la méthodologie (chapitre 3) le caractère discutable de ce choix et nous y reviendrons plus loin.

Les profils de réussite des élèves



Il ressort de ce graphique que la plupart des élèves, y compris ceux qui ont des taux de réussite globale élevés, ont échoué à la question de cours, mais aussi que nombre d'entre eux ont un taux de réussite en constructions égal à 100 % ; les scores les plus faibles sont généralement obtenus sur les tâches de preuves (en excluant la question de cours), à quelques exceptions près, dont Damien et Soukaïna par exemple, qui, pour ces tâches, ont un taux de réussite supérieur à leur moyenne globale et à leur taux de réussite en constructions. De même, on observe que les élèves, sauf exception, ont des taux de réussite sur les tâches de reconnaissance d'axes de symétrie supérieurs à leur taux de réussite globale.

D'autre part, si l'on exclut la question de cours, la plupart des élèves ont des taux de réussite relativement homogènes, quel que soit le groupe de tâches considéré. Seuls quelques élèves ayant un taux global proche de 60 % ont des taux de réussite très variables selon les catégories de tâches, particulièrement bas pour les preuves et élevés pour les constructions – excepté Soukaïna dont le profil est plus original.

Enfin, presque tous les élèves ont des taux de réussite non nuls pour le groupe des preuves : hormis Ben, tous en réussissent au moins une sur les cinq, le plus souvent la première, consistant à citer le symétrique d'un point de l'axe, pour laquelle, si l'utilisation de la propriété d'invariance des points de l'axe est nécessaire, la justification n'était pas pour autant demandée, et de nombreux élèves s'en sont dispensé. En regardant plus en détail les élèves qui n'ont réussi qu'une tâche de preuve, on s'aperçoit qu'ils en ont traité très peu (rarement plus de deux sur les cinq) et qu'ils n'ont pas réussi celles qui exigeaient de citer une propriété, sauf Quentin et Safir. On ne peut donc pas parler d'une maîtrise de ce genre de tâches pour ces élèves.

Conclusion et premières interprétations

Les taux de réussite sont globalement élevés, très bons pour les tâches de construction et les tâches de reconnaissances d'axes de symétrie, moyens pour les tâches de preuve et faibles pour la question de cours. D'autre part, pour les tâches de preuve et la reconnaissance d'axes de symétrie, dès que se présentent des difficultés particulières, le taux de réussite chute très nettement. Il en va ainsi pour les figures 3 et 6 des axes de symétrie, ou pour la dernière tâche de preuve.

Nous proposons une analyse plus fine de ces résultats en les comparant avec ceux de Denis I et de Martine.

c. Comparaison des résultats aux contrôles de Denis II avec les résultats aux contrôles de Denis I

La comparaison des caractéristiques globales

Globalement, les taux de réussite sont nettement plus élevés passant de 49% dans la classe de Denis I à 66 % dans la classe de Denis II. Même le taux de non-réponse est très différent : 2,2 questions non traitées par élève de Denis I en moyenne, contre 1,4 par élève de Denis II, la majorité de ces derniers traitant toutes les questions[265]. Le taux est supérieur de 17 points pour les élèves de Denis II pour les tâches de constructions et de 38 points pour celles de preuve. Il est très nettement inférieur pour les questions de cours, mais cette différence ne nous semble pas significative, dans la mesure où le taux est calculé la deuxième année sur la base d'une seule tâche, de surcroît très différente des autres questions de cours posées par Denis I.

On observe par ailleurs que la dispersion des taux de réussite des élèves varie beaucoup d'une classe à l'autre : le minimum est presque identique, mais le maximum passe de 76 % chez Denis I à 95 % chez Denis II. 60 % représentent le troisième quartile chez Denis I, mais le premier chez Denis II : autrement dit, les trois quarts des élèves ont un taux de réussite inférieur à 60 % chez Denis I quand les trois quarts des élèves ont un taux de réussite supérieur à 60 % chez Denis II.

Les facteurs qui peuvent expliquer ces différences, outre l'enseignement reçu, sont encore une fois multiples, des conditions d'organisation des contrôles à leur difficulté en passant par la classe.

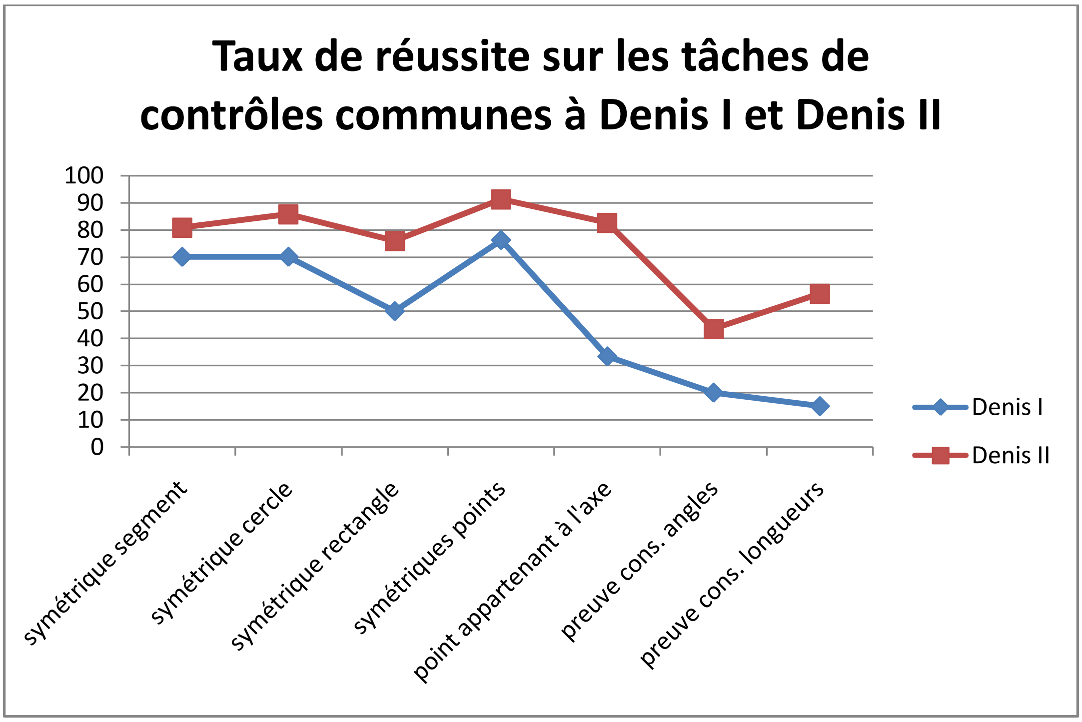
L'élaboration des contrôles par nos soins nous permet de comparer des exercices identiques, neutralisant ainsi au moins le facteur inhérent à la difficulté propre des tâches.

La comparaison sur des tâches identiques

Les courbes du graphique ci-dessous représentent les taux de réussite pour les classes de Denis I et Denis II aux tâches de contrôles identiques : il s'agit de la construction de symétriques d'un segment, d'un cercle et d'un rectangle par rapport à un axe oblique, sur papier blanc (DS 7, exercice 1 pour Denis I et DSII 7, exercice 2 pour Denis II), puis de la construction du symétrique de deux points sur papier blanc, par rapport à un axe oblique dans une configuration plus complexe, d'une tâche de preuve concernant le symétrique d'un point de l'axe, et de deux tâches de reconnaissance/preuve mobilisant respectivement la conservation des angles et des longueurs (les quatre questions de l'exercice 7 du contrôle commun de Denis I et de l'exercice 3 du DSII 8 de Denis II). Le premier exercice avait été donné dans le contrôle de fin de chapitre par Denis I, alors qu'il est donné en cours de chapitre l'année suivante, cependant que le deuxième exercice correspondait au contrôle commun pour Denis I qui a eu lieu quelques temps après la

[265] De plus, les exercices portant sur la symétrie étaient les derniers du contrôle de Denis II, ce qui explique peut-être que certains élèves n'aient pas eu le temps de les traiter, alors que ce n'est pas le cas dans la classe de Denis I.

fin du chapitre et au contrôle de fin de chapitre soit à l'issue des vacances scolaires dans la classe de Denis II. Dans les deux classes, une séance de révision a eu lieu quelques jours avant le dernier contrôle.



On constate immédiatement que le taux de réussite dans la classe de Denis II est supérieur à celui de Denis I pour toutes les tâches, en particulier très nettement pour les tâches de preuves (les trois derniers points de chaque courbe).

Comparaison par catégorie et interprétations

Les tâches de preuve

L'écart est très net entre les résultats Denis I et de Denis II, en particulier pour la tâche portant sur le point appartenant à l'axe et pour la plus classique (celle qui mobilise la conservation des longueurs).

Pour la première tâche de preuve, qui consistait à identifier le symétrique d'un point de l'axe et éventuellement à justifier[266], l'analyse qualitative des réponses montre que l'écart de réussite s'explique par deux facteurs : un taux de non-traitement proche de 30% chez Denis I et nul chez Denis II, mais aussi près de 50% de réponses fausses chez Denis I au lieu de 15 % dans la classe de Denis II. S'il nous semble facilement explicable que nettement plus d'élèves aient justifié et l'aient fait correctement dans la classe de Denis II dans la mesure où les tâches de preuve ont été davantage travaillées et ont été un objectif important, en revanche, la différence des taux de

[266] Nous avons classé cette tâche dans les tâches de preuve, même si la justification n'était pas demandée d'une part parce que la réponse fait intervenir une propriété de la figure, et d'autre part, parce que la plupart des élèves, dans les deux classes, ont justifié leur réponse alors même qu'on ne leur demandait pas.

bonnes réponses[267] est plus surprenant, dans la mesure où, dans les deux classes, le symétrique d'un point de l'axe a été évoqué dans la définition d'une façon similaire, et où les deux scénarios comportaient à peu près autant de questions portant sur les symétriques de points appartenant à l'axe : or, sur dix élèves qui ont répondu faux chez Denis I, cinq ont dit que le point n'avait pas de symétrique, deux qu'il était sur la droite (d), et trois ont donné une réponse incohérente (par exemple, *« c'est la droite (d) »*) ; parmi les élèves de Denis II, deux de ceux qui ont répondu de manière incorrecte ont dit que le point n'avait pas de symétrique, les deux autres ont répondu le point C', leur erreur trouvant probablement son origine dans la conception erronée liée aux axes horizontaux[268]. Or le principal obstacle pour répondre à cette question est la conception erronée de transformation d'un demi-plan dans un autre. Si les conceptions erronées étaient prises en considération dans le scénario de Martine donc dans celui de Denis II, elles l'étaient moins dans le scénario de Denis I, dont certaines tâches étaient même de nature à les renforcer (cf. l'analyse du scénario de Denis I, dans le chapitre 4). Mais le déroulement peut aussi avoir eu un impact, au-delà du seul scénario. En effet, la première année, lorsque Denis évoquait le symétrique d'un point, il employait rarement cette expression, lui préférant des expressions telles que *« où il va le point »*, *« le point qui va avec »*, *« le point qui correspond »*, voire *« où est-ce qu'il est le point A en face »*, identifiant ainsi le symétrique d'un point comme le même point qui se serait déplacé, ou un autre point qui correspond au point initial, de l'autre côté de la droite ; or, dans ce cas, le point appartenant à l'axe ne se déplace pas, et n'a pas d'autre point lui correspondant, ce qui pourrait expliquer que les élèves répondent qu'il n'a pas de symétrique. La deuxième année, Denis a davantage employé le vocabulaire mathématique, parlant explicitement du symétrique d'un point, et explicitant plus clairement à plusieurs reprises que le symétrique d'un point de l'axe est lui-même, et pas seulement qu'il *« ne bouge pas »*. L'écart de résultats sur cette question révèle un effet d'une part du scénario, mais plus de sa cohérence conceptuelle globale et de ses objectifs que des tâches qu'il contient, prises séparément, d'autre part du déroulement.

En ce qui concerne les deux autres tâches de preuve, l'écart de réussite est très important : alors que seule une frange marginale d'élèves réussissait la première année (trois à quatre d'entre eux citaient une propriété adaptée à la situation), le taux oscille autour de 50 % des élèves selon les questions, la deuxième année où la maîtrise de ce type de tâche constituait un objectif important. Non seulement le scénario de Denis II comporte un peu plus de tâches de preuve que celui de l'année précédente, mais surtout, le traitement de ces tâches y est pensé de manière plus organisée, plus progressive, et avec une répartition plus cohérente entre travail en classe et à la maison – en commençant notamment par en traiter en classe. Du point de vue du déroulement, on constate aussi des différences importantes : si la part la plus importante du travail sur ces tâches est toujours traitée collectivement par Denis, il laisse davantage de responsabilité à la classe la deuxième année durant ces phases collectives dont, surtout, le contenu est beaucoup plus riche, assorti d'une explicitation plus étoffée des raisonnements et d'apports importants, tels que la mise en relation de connaissances entre elles et des discours métamathématiques sur la démonstration et le passage d'un paradigme à l'autre. Rappelons en outre que le travail sur

[267] Nous parlons de bonne réponse lorsque l'élève a identifié que le symétrique du point était le point lui-même, qu'il l'ait écrit en disant que c'était le point lui-même, ou qu'il ait écrit qu'il s'agissait du point A' qu'il avait placé au même endroit que A sur la figure…

[268] Ce qui nous fait interpréter la réponse ainsi est que le point C' est situé approximativement sur une même droite verticale que le point initial et en-dessous de celui-ci.

ces tâches avait été assimilé la première année à l'utilisation mécanique d'un texte stéréotypé (avec l'utilisation de *« on sait que … or … donc … »*), le travail sur le raisonnement lui-même ayant été quasiment occulté. La deuxième année, Denis a aussi incité les élèves à utiliser ces connecteurs (les élèves les avaient déjà utilisés dans un chapitre précédent), mais le travail ne s'est pas réduit à cela et n'a pas même été dirigé par cela, le raisonnement et le sens prenant davantage de place.

D'autre part, la présence de telles tâches dans des DM, mais *après* un traitement en classe, a permis au moins à certains élèves d'être confrontés à ces tâches dans un travail individuel.

Les constructions

Les résultats sur les tâches de construction de symétriques sur papier blanc sont meilleurs pour les élèves de Denis II et de surcroît l'écart se creuse sur la tâche la plus difficile (le rectangle, coupé par l'axe et avec un sommet sur l'axe, exercice 1 du DS7 de Denis I et exercice 3 du DSII7 de Denis II). Or, les constructions de symétriques étaient l'enjeu central du scénario de Denis I qui contenait davantage de tâches de construction de symétriques de figures complexes. Toutefois, nous avions constaté que le travail sur les figures coupées par l'axe était très restreint dans le scénario et que celui sur la conception erronée de transformation d'un demi-plan dans un autre, dans un seul sens, en était quasiment absent et n'apparaissait pas non plus dans le déroulement, qui, àcertains égards, aurait plutôt eu pour effet de renforcer cette conception.

L'analyse qualitative des réponses pour la construction du rectangle est de ce point de vue révélatrice : dans les deux classes, la plupart des élèves maîtrisent la construction de symétriques de points, puisqu'ils réussissent les deux premières tâches, mais parmi ceux qui échouent dans le cas du rectangle, dans la classe de Denis I, sept sur neuf ont construit correctement le symétrique de quelques sommets et n'ont pas su relier les points ; soit cela signifie qu'ils ne sont pas capables de surmonter l'adaptation A4, consistant à établir des étapes (construire le symétrique de chacun des sommets puis relier), soit ils ne sont pas en mesure de réaliser ces étapes correctement, du fait de la conception erronée (elle fait obstacle en particulier pour relier les points, ce qui constitue la dernière étape).

En outre, même sur la tâche la plus simple et la plus classique (construction du symétrique d'un point sur papier blanc), les résultats dans la classe de Denis II sont meilleurs que dans celle de Denis I[269]. Or ce type de tâche, très présent dans les deux scénarios, ne constituait un des enjeux majeurs du scénario que la première année. Mais nous avons vu à quel point les déroulements pouvaient être différents, avec une autonomie plus grande des élèves la deuxième année, et surtout un travail sur la justification de la construction et de lien avec la définition dépassant la simple application d'un algorithme.

Conclusion

Qu'il s'agisse des tâches de preuve, dont la maîtrise par les élèves n'était pas un enjeu fort du scénario la première année, ou des tâches de construction, dont la maîtrise était cette fois un enjeu fort dans les deux cas, les résultats des élèves de Denis II sont meilleurs que ceux de Denis

[269] Outre la tâche identique représentée sur la courbe ci-dessus, on peut comparer les autres constructions de symétriques de points des contrôles, qui sont des tâches similaires quoique non identiques : quelle que soit la configuration, le taux de réussite dans la classe de Denis II est toujours supérieur à 80 %, quand il n'atteint que 76 % dans la configuration la plus simple chez Denis I.

I dans une proportion qui nous semble significative. En particulier, les productions en contrôles des élèves de Denis II témoignent selon nous d'une meilleure maîtrise à la fois conceptuelle et technique de la notion.

Nous pensons en outre pouvoir conclure, grâce à nos analyses, qu'au-delà d'un effet possible de la différence entre les élèves, les pratiques ont probablement eu une influence sur les résultats. Plus précisément, ce qui semble déterminant est d'une part le scénario, mais davantage du point de vue de ses objectifs, de sa cohérence globale et de son organisation que des tâches qu'il contient, d'autre part le déroulement, qui organise et définit le contenu des activités des élèves, mais qui, avant tout, enrichit les phases collectives.

d. Comparaison entre les résultats aux contrôles de Denis II et ceux de Martine

La comparaison des caractéristiques globales

Globalement, dans la classe de Denis, le taux de questions non traitées est un peu supérieur à celui de la classe de Martine : 1,4 en moyenne par élève contre 0,86. Mais ce sont les mêmes questions – qui sont des tâches de preuve difficiles exigeant d'avoir traité les questions précédentes – qui ont été les moins traitées (les dernières questions de l'exercice V du contrôle chez Martine et de l'exercice 3 du DSII 8 chez Denis[270]). Globalement, les taux de réussite sur les réponses sont très similaires (73 % chez Denis et 75 % chez Martine), mais on ne peut en tirer de conclusions sans une analyse plus fine dans la mesure où les contrôles étaient en partie différents. L'écart entre les taux de réussite sur les réponses et les taux de réussite sur l'ensemble des copies reflète le taux de questions non traitées plus important dans la classe de Denis[271].

La dispersion des taux de réussite a des caractéristiques différentes entre les classes de Denis et de Martine : le maximum et le premier quartile sont presque identiques (respectivement environ 95 % et 60 %), alors que la médiane et le troisième quartiles sont assez nettement inférieurs dans la classe de Denis ; autrement dit, la "tête de classe" est plus importante chez Martine.

En ce qui concerne les taux de réussite par catégories, ils reflètent des différences importantes : pour les questions de cours, le taux de réussite est très bas dans la classe de Denis, mais il n'est calculé qu'à partir d'une question, ce qui rend la comparaison peu pertinente (nous proposons plus loin une analyse plus détaillée des résultats pour la tâche concernée) ; pour les tâches de preuve et de reconnaissance d'axes de symétrie, la moyenne est plus élevée dans la classe de Martine que dans celle de Denis (respectivement 60% et 84 % pour Martine contre 51% et 74 % pour Denis, les taux conservant les mêmes écarts lorsque l'on considère les taux sur les réponses uniquement ; pour les tâches de construction, la tendance s'inverse avec une moyenne plus élevée dans la classe de Denis que dans celle de Martine (respectivement , 82% et 76 % sur l'ensemble des copies, et même 88% et 76 % sur les réponses).

[270] Cela peut être en partie lié, dans la classe de Denis II, au fait qu'il s'agissait du dernier exercice du contrôle, certains élèves n'ayant donc éventuellement pas eu le temps de le traiter.

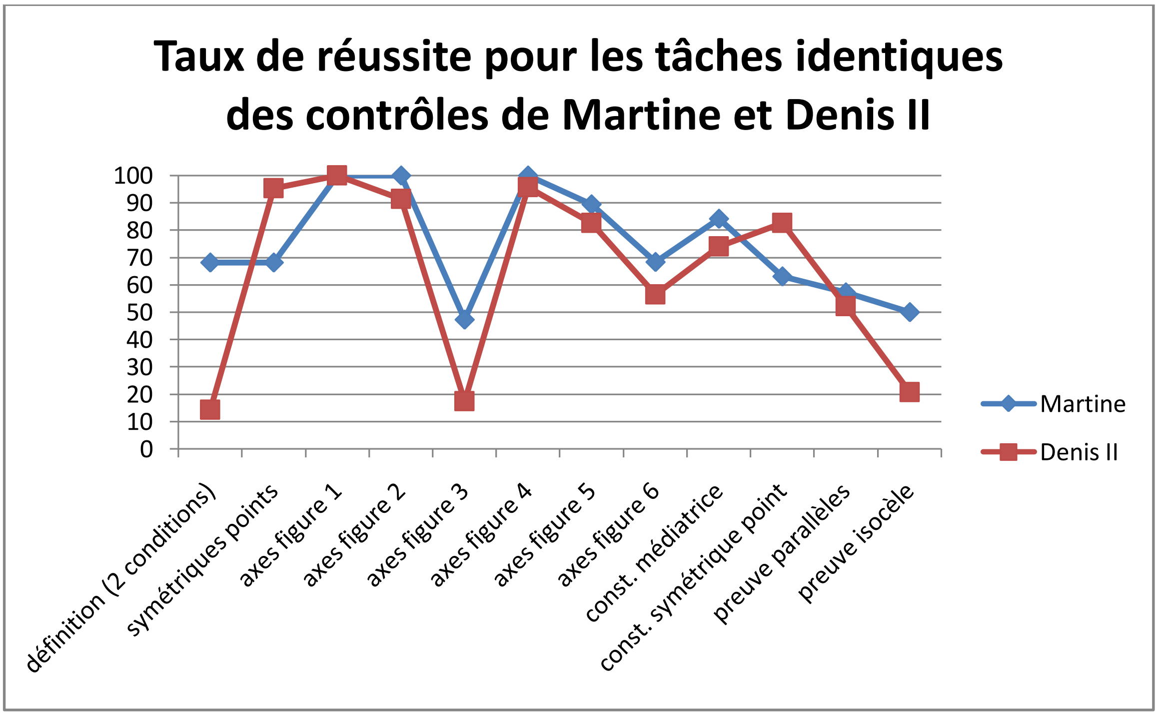
[271] Le taux de réussite sur l'ensemble des copies est en effet 66% dans la classe de Denis et 72% dans la classe de Martine, à comparer à respectivement 73% et 75%.

Si la comparaison est à manier avec précaution puisque toutes les tâches des contrôles n'étaient pas identiques – à part celles de la catégorie de reconnaissance d'axes de symétrie – elle se confirme néanmoins si l'on ne considère que les tâches identiques, comme nous le montrerons plus loin.

Avant de considérer les tâches par catégories et de comparer les tâches identiques, nous notons une autre tendance sur l'ensemble des résultats : lorsque la difficulté des tâches s'accroît (par exemple, lorsqu'une adaptation importante est nécessaire), les résultats baissent dans les deux classes, mais beaucoup plus dans celle de Denis, comme les graphiques ci-dessous le montrent pour des tâches précises. Une analyse plus fine de ces tâches devrait nous aider à interpréter cette tendance.

La comparaison pour les tâches identiques

Il s'agit non seulement de tâches identiques, mais d'exercices identiques, autrement dit, les tâches sont toujours présentées dans le même ordre et dans les mêmes configurations.



Le premier constat est que, globalement, les points correspondant à la classe de Denis II sont presque toujours un peu en-dessous de ceux de Martine, à quelques exceptions près : ils sont au-dessus dans le cas des deux tâches de construction de symétriques de points, et ils sont nettement en-dessous pour la question de cours portant sur la définition de deux points symétriques, pour la figure 3 des tâches de reconnaissance d'axes de symétrie, et pour la dernière preuve (où il s'agit de prouver qu'un triangle formé par un point de l'axe et deux points symétriques est isocèle).

On retrouve donc le fait que les taux de réussite dans la classe de Martine sont en général un peu supérieurs à ceux de la classe de Denis, sauf pour des tâches de constructions, même si seules les constructions de symétriques de points et la construction d'une médiatrice sont des tâches de construction identiques dans les deux contrôles, ainsi que le fait que pour les tâches difficiles, ces taux baissent plus nettement dans la classe de Denis.

Comparaison par catégorie et interprétations

La question de cours

La seule question de cours commune (qui est aussi la seule question de cours proposée dans les contrôles de Denis II) porte sur la définition de deux points symétriques. Le taux de réussite est très inférieur dans la classe de Denis et faible dans l'absolu : 14 % des copies contre 68 % dans la classe de Martine. D'autre part, l'analyse qualitative des réponses montre que, parmi les élèves qui n'ont pas réussi, la moitié de ceux de Martine ont donné une réponse partielle en ne citant qu'une des deux conditions, alors que seul un tiers des élèves de Denis est dans ce cas.

Plusieurs facteurs se cumulent pour expliquer ces différences. Tout d'abord, précisons que nous avons codé comme juste le fait qu'un élève mentionne les deux conditions (perpendiculaire et milieu), y compris si l'expression n'était pas correcte. Ensuite, il faut tenir compte du fait que, lorsque le contrôle a eu lieu (le DSII 7 pour Denis, l'interrogation écrite surprise pour Martine), la progression dans le chapitre était plus avancée dans la classe de Denis que dans celle de Martine. Cela signifie certes que les élèves de Denis ont davantage mobilisé la notion de points symétriques, même si le travail a essentiellement porté sur des constructions (l'exercice 8 consiste toutefois en un travail spécifique sur la définition et le travail sur les constructions nécessite la mobilisation explicite des deux conditions), mais, en revanche, la leçon portant sur la définition du symétrique d'un point est plus ancienne. Enfin, la tâche est relativement difficile, puisqu'il faut être capable de citer deux conditions, mais aussi de les exprimer en français. Nous avions déjà repéré, dans la classe de Martine, une différence nette entre la présence des deux conditions dans l'écriture de la définition et la prise en compte des deux conditions dans la construction, mais celle-ci est plus importante encore dans la classe de Denis ; treize des quinze élèves de Martine qui réalisent une construction juste citent les deux conditions, tandis qu'ils ne sont plus que trois sur vingt dans la classe de Denis II. Cette différence s'explique d'une part par le fait que les élèves de Denis, sans doute moins habitués à ce genre de questions (Martine introduit régulièrement des questions de cours dans les contrôles, alors que Denis pose rarement des questions portant sur des connaissances décontextualisées à exprimer par une phrase entière[272]), ont plus de mal à identifier la tâche, nombre d'entre eux n'ayant manifestement même pas essayé de donner la définition ; d'autre part, on peut aussi penser, comme le confirment certains travaux de recherche ou des revues professionnelles portant sur l'écrit en ZEP, que le fait de devoir rédiger plusieurs lignes présente une difficulté particulière en ZEP. Or l'analyse comparative des déroulements entre Martine et Denis montre que ceux-ci, loin de compenser les facteurs initiaux de différenciation tendent plutôt à les renforcer, alors que le scénario proposé à Denis ainsi que les indications de déroulement avaient été axés sur leur prise en compte (un exercice particulier sur la définition avait été ajouté au scénario – l'exercice 8 – et des indications dans le sens d'un travail spécifique sur la définition indépendamment des constructions ainsi que d'un travail sur la formulation par les élèves avaient été données). En effet, on a vu comment Denis, précisément à propos du symétrique d'un point, passait plus de

[272] Dans la classe de Denis I, les questions de cours consistent à compléter des phrases par des mots isolés, à partir d'une figure. De plus, ce type de difficulté peut être rapproché de ce que Butlen (2007) signale en termes d'importance des énoncés génériques avant les énoncés décontextualisés en ZEP.

temps sur les constructions que sur la définition et qu'en outre, globalement, les échanges se placent plus souvent sur le plan de l'action que sur celui de la formulation (cf. supra, l'analyse des déroulements de Denis II). D'autre part, nous avions identifié comme un des facteurs de réussite des élèves de Martine, le fait qu'elle insistait, lors des déroulements des épisodes portant sur les symétriques de points, sur la formulation par les élèves et sur la référence à la définition plutôt qu'aux constructions.

Les tâches de construction

Le taux de réussite sur l'ensemble des tâches de construction des contrôles et sur les tâches de construction identiques dans ces contrôles est légèrement supérieur dans la classe de Denis II, en particulier, pour les tâches de constructions de symétriques de points, dans des cas similaires. L'argument précédemment exposé fondé sur le fait que l'étude du chapitre était plus avancée chez Denis II au moment du premier contrôle (et de la première tâche de construction de symétriques de points) ne vaut plus pour le contrôle de fin de chapitre, or le taux de réussite dans la classe de Martine, si il est meilleur qu'à l'interrogation écrite, reste inférieur à celui de la classe de Denis[273].

L'explication réside sans doute en partie dans le fait que le travail sur les constructions était un peu plus élaboré dans le scénario proposé à Denis II que dans celui de Martine, notamment sur les constructions de symétriques de figures complexes, ce qui a pu permettre aux élèves de Denis de mieux maîtriser ces tâches, mais c'est surtout l'impact des déroulements qui est important : d'une part, l'accent a été mis sur les constructions ; d'autre part, le fait de donner une procédure que les élèves ont à appliquer, joint à un scénario qui réitère ce type de tâches, dans des situations variées, facilite leur maîtrise[274]. Cette interprétation est cohérente avec le fait que le taux de réussite sur la tâche de construction de la médiatrice, identique dans les deux contrôles, n'est pas, pour sa part, supérieur dans la classe de Denis : il s'agit en effet d'une tâche qui requiert plus que la simple application d'une méthode, puisqu'une adaptation des connaissances au départ est nécessaire (cf. analyse *a priori* du contrôle de Martine, chapitre 5).

Les tâches de reconnaissance d'axes de symétrie de figures

Les taux de réussite sur ces tâches sont égaux dans les deux classes à 100 % pour la figure la plus facile avec un unique axe, vertical, puis légèrement inférieurs dans la classe de Denis dans les cas un peu moins classiques, et enfin plus nettement inférieurs dans le cas de la figure la plus complexe (la figure 3). On retrouve la tendance évoquée plus haut, à savoir que lorsqu'une tâche est plus difficile, le taux de réussite baisse dans la classe de Martine, et chute dans la classe de Denis.

D'autre part, dans la classe de Denis, le nombre d'élèves ayant commis au moins une erreur (seuls deux sur vingt-trois ont tout juste contre six sur dix-neuf chez Martine), ou plusieurs (quinze en ont commis au moins deux contre cinq chez Martine) y compris sur des figures faciles, est plus élevé que dans celle de Martine. Cinq élèves de Denis ne reconnaissent que l'axe

---

273 Le taux de réussite du contrôle de fin de chapitre est de 80% dans un cas simple et de 63% dans une configuration plus complexe dans la classe de Martine, contre 68% dans l'interrogation écrite (cas simple) et le taux dans la classe de Denis dans le contrôle de fin de chapitre atteint 91% dans un cas simple et 83% dans la même configuration plus complexe que Martine

274 On retrouve ici un résultat déjà observé par Horoks (2006) : la répétition des tâches, dans une certaine mesure (cf. Dumail, 2007), contribue à améliorer la réussite en contrôles.

vertical sur la figure 3 et seulement les axes vertical et horizontal sur la figure 6 contre une seule élève dans la classe de Martine. Et si les erreurs commises sont similaires dans les deux classes pour la figure 6 (les élèves n'identifient que les axes horizontal et vertical), elle sont plus graves pour la figure 3 : dans la classe de Denis, (ne reconnaitre que l'axe vertical ou dessiner un axe faux – notamment horizontal) alors que, dans la classe de Martine, l'erreur principale consiste à avoir oublié un ou deux des cinq axes.

Or, nous avions relevé une relative "faiblesse" dans le scénario de Martine en ce qui concerne les connaissances en jeu dans la tâche 3, à savoir l'existence de cinq axes dont certains non horizontaux et non verticaux, ni même formant un angle de 45° avec ces directions (nous les qualifierons de diagonaux, en référence aux axes d'un carré en position prototypique). Or, la plupart des figures sur lesquelles avait porté le travail concernant les axes de symétrie dans le scénario de Martine étaient en position prototypique, ne présentant presque que des axes horizontaux et/ou verticaux et rarement plus de quatre. Nous avions tenté de compenser cette "faiblesse" en proposant les figures usuelles dans des positions non prototypiques (cf. l'énoncé de la feuille 7), ainsi que des figures présentant des axes plus nombreux et plus originaux (cf. l'exercice 31, en particulier la figure d. qui présente beaucoup de similitudes avec la figure 3 du contrôle).

Les modifications du scénario n'ont cependant pas suffi, semble-t-il, pour permettre à plus de 17% des élèves de Denis II de réussir cette tâche, pourtant réussie par 47% des élèves de Martine. Bien sûr, cet "échec" s'explique peut-être par le fait que les modifications du scénario étaient minimes, en tout cas insuffisantes pour dépasser certaines conceptions erronées liées aux axes verticaux et horizontaux, mais cela reflète aussi une tendance déjà identifiée dans d'autres cas : les situations plus atypiques, nécessitant en général des adaptations plus importantes des connaissances – donc plus difficiles – sont moins bien réussies par les élèves de Denis II que par ceux de Martine, et dans des proportions plus nettes que pour les autres tâches.

Tout se passe comme si soit les élèves de Denis avaient plus de mal à adapter leurs connaissances – faute d'avoir été confrontés individuellement à des adaptations lors du déroulement, celles-ci étant prises en charge par l'enseignant ou du moins collectivement – soit d'une manière plus générale, ces élèves sont plus rebutés par la difficulté des tâches, une tâche difficile provoquant un échec plus massif, certains renonçant même à la traiter, peut-être par manque d'habitude de ce type de tâche (cette remarque prend tout son sens quand on la met en perspective avec les caractéristiques du scénario de Denis I, pour lequel nous avons mis en évidence une confrontation insuffisante des élèves avec des tâches difficiles).

Les tâches de preuve

Le taux de réussite global sur les tâches de preuve des contrôles est légèrement supérieur dans la classe de Martine pour la question portant sur les droites parallèles et nettement supérieur pour la tâche portant sur la nature du triangle. Autrement dit, étant donné la manière dont nous avons codé les réponses, davantage d'élèves de Martine ont cité une propriété adaptée à la situation ; cela ne suppose pas que la démonstration soit complète, ni correctement rédigée. Mais l'analyse qualitative plus fine des réponses montre que les écarts s'aggravent si l'on tient compte de ces critères, même si cela peut être dû également à la formulation de la consigne : pour la première tâche, par exemple, la consigne précise *« justifier en citant une propriété »*, ce qui peut inciter les élèves à se contenter d'écrire une propriété, plutôt que de rédiger complètement la preuve. Or parmi les élèves de Denis qui ont cité la propriété adéquate, un tiers seulement rédige correctement, alors que chez Martine, cette proportion atteint presque 100% ; de plus, dans 13% des copies de Denis, bien que les élèves se réfèrent à une propriété adaptée, la formulation est si maladroite qu'on ne peut la considérer comme juste. Néanmoins, le pourcentage d'élèves ayant identifié la situation et réalisé un raisonnement correct, même s'ils sont incapables de l'exprimer par écrit, semble plus élevé dans la classe de Denis II.

Pour l'écart de réussite entre les deux tâches (à la fois écart pour les élèves de Denis entre les deux tâches et accroissement de l'écart entre les élèves de Denis et ceux de Martine pour la deuxième tâche), si la deuxième est plus difficile (elle suppose notamment une adaptation importante, cf. l'analyse *a priori* de l'énoncé du contrôle de Martine, dans le chapitre 5), et si le taux particulièrement bas est lié à un taux de non-réponse important chez Denis II (près de 45%[275]), nous voyons là aussi un effet éventuel du déroulement, dû notamment à un biais malencontreusement introduit par nous. En effet, une tâche similaire a été proposée dans le scénario : il s'agissait, comme dans le contrôle, de reconnaître et de prouver que le triangle formé par un point de l'axe et deux points symétriques par rapport à cet axe était un triangle isocèle ; or une erreur s'était glissée dans l'énoncé proposé aux élèves de Denis II – le point n'appartenait pas à l'axe – rendant impossible le traitement de la tâche, proposée à faire à la maison. En conséquence, les élèves de Denis II n'ont pas réellement traité la tâche et n'en ont eu que la correction en classe. Etant donné le mode de traitement des tâches de preuves dans la classe de Denis, cela peut sembler négligeable, mais il est possible que, sans cette erreur, le taux de réussite dans la classe de Denis II aurait été meilleur.

Une différence de réussite nette est visible sur d'autres tâches de preuve : nous n'avons retenu pour établir la courbe que les tâches identiques, dans des exercices identiques, mais on peut également considérer les deux autres tâches de preuve du contrôle de Denis II, qui sont similaires à des tâches du contrôle de Martine (il s'agit de questions identiques, mais introduites dans des exercices différents et précédées de questions plus faciles chez Denis que chez Martine), c'est-à-dire que la même question est posée, mais dans une configuration différente[276] : il s'agit de tâches de reconnaissance/preuve faisant intervenir les propriétés de conservation (des angles puis des longueurs : elles correspondent aux questions 3 et 4 de l'exercice III du contrôle de Martine et aux questions 3 et 4 de l'exercice 2 du DSII 8 de Denis II). Ce sont des tâches de preuves très classiques, présentes à plusieurs reprises, dans des configurations variées, dans les scénarios de Denis et de Martine. Or le taux de réussite sur ces tâches est de 80% pour chacune des deux chez Martine et respectivement 43% et 57% pour chacune chez Denis.

Il est difficile d'interpréter ces résultats : quel est l'impact respectif des pratiques des enseignants, du facteur ZEP, de la nature et de la difficulté des tâches, des élèves particuliers ? En particulier, le fait que l'écart de réussite entre les élèves de Denis et de Martine soit plus élevé sur ces tâches nous interpelle : comme pour les autres catégories de tâches, le scénario était

[275] La tâche est la dernière du contrôle, ce qui peut jouer, si les élèves ont traité les exercices dans l'ordre – ce qui n'est pas toujours le cas ; d'autre part, le taux de non-réponse est également élevé pour la question précédente : environ 30 %.

[276] En particulier, on trouve la même adaptation : qu'il s'agisse de l'angle ou du segment, dans les deux exercices, ni l'un ni l'autre ne sont tracés.

presque le même, mais les déroulements différents. La difficulté des tâches, notamment les adaptations nécessaires à la résolution des deux dernières tâches que nous avons mentionnées pourrait expliquer au moins une partie de l'écart. En effet, comme nous l'avons constaté sur les autres catégories de tâches, dès que la tâche impose plus d'adaptations, l'écart se creuse. Mais le fait qu'il s'agisse d'une tâche dans laquelle il faut rédiger en français pourrait être également en cause, cette fois-ci le facteur ZEP jouant éventuellement un rôle. Enfin, n'oublions pas que l'initiation au raisonnement déductif est l'affaire de toute l'année de sixième – et même au-delà – et pas seulement de ce chapitre. Si, d'autre part, l'impact des élèves particuliers est impossible à évaluer, nous constatons tout de même que les déroulements, sans suffire à expliquer l'écart de réussite, peuvent néanmoins avoir contribué à aggraver les causes initiales de difficulté : le fait que les élèves soient rarement confrontés seuls à une adaptation, qu'ils aient principalement à imiter ou à appliquer des procédures – alors que, pour résoudre une tâche de preuve, on ne peut se contenter de reproduire une procédure déjà établie[277] – ainsi que la prise en charge habituelle par Denis du travail de formulation et de rédaction sont, selon nous, des éléments déterminants. Toutefois, on peut noter que c'est sur ce type de tâche que Martine a été la plus directive sur la forme, imposant une rédaction stéréotypée (mais *après* le travail sur le raisonnement, contrairement à Denis).

Conclusion
Les résultats en contrôles de Denis II et de Martine sont donc très proches, avec en général un "avantage" pour Martine, un peu plus marqué pour les tâches de preuves, pour la question de cours et pour les tâches difficiles en général. D'autre part, si le scénario joue probablement un rôle déterminant dans ces résultats, les déroulements pourraient être aussi un facteur important.

Conclusion

L'expérience est d'après nous concluante : les élèves de Denis II semblent mieux maîtriser les contenus conceptuels et techniques liés à la symétrie axiale que ceux de Denis I, et presque aussi bien que ceux de Martine, à en juger par les résultats aux contrôles.

Il nous faut cependant souligner certaines limites de ces résultats : le fait que l'étude du chapitre avait déjà commencé y a peut-être contribué, mais *a priori*, cela ne semble pas déterminant, surtout si l'on considère qu'il s'agit à peu près des mêmes contenus que l'année précédente. Si ce facteur a eu une influence, ce n'est que dans la mesure où certaines connaissances avaient déjà été revues et appliquées plusieurs fois (notamment les constructions, essentiellement sur quadrillage, et éventuellement les premières définitions dont la révision a peut-être permis de leur donner un sens).

Quant aux difficultés qui persistent chez les élèves de Denis II, elles s'expliquent sans doute en partie par le fait de n'avoir travaillé que sur le chapitre concernant la symétrie : passer d'un paradigme à un autre et traiter des tâches nécessitant des adaptations ne s'apprennent pas en un chapitre, or nos hypothèses théoriques incluent une certaine stabilité des pratiques de l'enseignant.

[277] Fut-elle aussi générale que *« on sait que … or … donc… »*.

Enfin, nous devons nous interroger sur la pérennité et sur la nature des apprentissages acquis, au-delà du contrôle. Par exemple, les résultats obtenus aux contrôles sur la construction de symétriques de points sont similaires entre les élèves de Denis II et de Martine – sinon même meilleurs pour ceux de Denis II – ; mais on peut se demander si les élèves, en élaborant eux-mêmes la méthode chez Martine et en appliquant une méthode élaborée collectivement chez Denis, ont appris la même chose. En effet, le travail réalisé par Martine participe de l'apprentissage plus général d'utilisation de connaissances décontextualisées (en l'occurrence la définition) pour résoudre un problème (de construction), une partie de l'apprentissage étant alors éventuellement transférable (adaptable) à d'autres situations, ce qui n'est peut-être pas le cas chez Denis, sauf à supposer que l'on apprend aussi à adapter ses connaissances en imitant. Mais la nature même du processus d'adaptation des connaissances ne semble pas se prêter *a priori* à un apprentissage par imitation ; même si on a vu comment Martine s'en était servi pour les premières tâches de preuves. Peut-être suffit-il d'imiter la première fois, puis de n'avoir plus qu'à moduler la même adaptation dans des situations différentes ?

Dans cette expérience, le facteur ZEP n'est donc, dans l'ensemble, pas apparu comme limitant pour les résultats aux contrôles, si ce n'est qu'il apparaît comme facteur aggravant sur les tâches difficiles avec adaptations. Mais dans quelle mesure bons résultats et difficultés sont-ils liés au facteur ZEP ou à l'enseignement reçu ? Quelle est la part d'influence des pratiques sur les réussites et sur les échecs ? Par exemple, les habitudes de Denis, lors des déroulements, ont-elles joué un rôle facilitant (car mieux adaptées à des élèves de ZEP), limitant (si les élèves avaient eu Martine comme enseignante, les résultats auraient été meilleurs) ou neutre (quel que soit le déroulement, seul le scénario est déterminant) ? Les deux premières options sont difficiles à trancher ; si on devait privilégier la deuxième, cela signifierait que les élèves de ZEP sont au départ capables de faire mieux que des élèves hors ZEP, à enseignements reçus égaux, ce qui irait à l'encontre de bien des résultats de recherche et de constats avérés (même si cela peut aussi être un effet de ces classes en particulier).

D'autre part, les travaux de recherche en didactique des mathématiques sur l'ingénierie didactique ont déjà mis en évidence depuis longtemps qu'un bon scénario ne suffit pas toujours à assurer des résultats à la hauteur des attentes en termes d'apprentissages, et il nous semble que notre travail participe à la recherche des causes d'écart entre le potentiel d'un scénario et les résultats des élèves. En effet, nos analyses montrent que les déroulements ne sont pas neutres par rapport aux résultats des élèves en contrôles : si l'une des conclusions de cette étude est que le scénario semble déterminant, d'une part c'est avant tout par ses objectifs et par son organisation (à la fois sa progressivité et sa cohérence globale), et d'autre part, ce n'est qu'une condition nécessaire, mais pas forcément suffisante. Le déroulement, grâce à l'organisation du travail des élèves, mais surtout à la richesse des phases collectives, apparaît comme un facteur influant sur les activités réellement prescrites, donc sur les activités effectives des élèves, voire directement sur ces dernières (par opposition aux activités initialement prescrites du scénario), et semble déterminant pour garantir, à partir des activités des élèves, l'initiation d'un processus de transformation de "connaissances presque là", via ces activités, en "connaissances déjà là" (connaissances visées). Or le scénario laissait des marges de manœuvre quant au choix des déroulements, mais le fait de les investir ou non dépendait de l'enseignant. En effet, si nous avons constaté des évolutions dans les déroulements dans la classe de Denis II par rapport à celle de Denis I, nous avons mis en évidence, là encore, comment le scénario fournit les occasions, et comment les interventions de l'enseignant, sans être liées à la nécessité des tâches, sont en revanche déterminantes quant aux activités des élèves ; de même, nous avons vu comment les déroulements de Denis la deuxième année restent différents de ceux de Martine, supposant donc que "le scénario ne fait pas tout".

Il faut toutefois analyser aussi les qualités propres du scénario considéré : celui de Martine avait favorisé la première année, sous certaines conditions, avec certains élèves et grâce à un déroulement approprié, des activités riches et des bons résultats en contrôles. Il a montré qu'il permettait aussi – moyennant les quelques modifications que nous lui avons apportées – et à certaines conditions toujours, d'obtenir des résultats similaires malgré un déroulement et des élèves différents, qui plus est des élèves de ZEP. Certains résultats nous laissent penser que ce scénario, sans être "magique", c'est-à-dire sans impliquer automatiquement des effets systématiques en termes d'apprentissages quels que soient les élèves et quel que soit le déroulement, possèderait une certaine robustesse, le rendant à même, en dépit d'un déroulement différent de celui de Martine, sur certains points, d'obtenir des résultats similaires (nous faisons référence ici aux constructions de symétriques). Bref, grâce à sa structure et à son organisation, en particulier sa progressivité, ce scénario serait efficace, même assorti d'un déroulement dans lequel l'autonomie des élèves est limitée et l'application de procédures favorisée. Cette explication est de surcroît cohérente avec l'écart plus grand constaté sur les tâches de preuve – même si, comme on l'a vu, d'autres facteurs interviennent potentiellement.

Enfin, si ce chapitre a permis d'éclairer les raisons, du point de vue des activités et des apprentissages des élèves, qui font que l'expérience a été concluante, il reste à s'interroger sur la question du comment et du pourquoi de ces déroulements. Comme nous l'avons déjà précisé, nous ne pensons pas que cela puisse être entièrement imputable au scénario, même si celui-ci est un facteur facilitant, et même nécessaire. Ce qui relève des pratiques des enseignants mérite donc une analyse approfondie. Par exemple, il faudrait comprendre ce qui, outre le changement de scénario, provoque l'évolution que l'on constate dans les déroulements de Denis II, par rapport à ceux de Denis I. De même, il conviendrait d'examiner la cause des différences de pratiques en termes de déroulements, entre Denis II et Martine. Bien sûr, certains éléments de réponse peuvent être facilement apportés, dans le premier cas par le poids de la situation d'expérience (Denis étant confronté à un "challenge" et à un chercheur, fait ce qu'il pense que l'on attend de lui, ou fait ce qu'il pense le plus propre à démontrer ses compétences) et dans le deuxième cas par le facteur ZEP, dont on a suggéré qu'il avait un impact à plusieurs niveaux dans ce que l'on a pu observer. Il n'en reste pas moins utile d'analyser plus précisément ce qui s'est passé du côté des enseignants et leurs pratiques, notamment du point de vue des logiques ou cohérences sous-jacentes. C'est ce que nous nous proposons de faire dans le chapitre suivant, tout en exposant les raisons pour lesquelles cette étude nous semble à la fois nécessaire et de nature à fournir des réponses.

Liste des annexes du chapitre 6

Annexe 1 : le projet soumis à Denis et les modifications par rapport au scénario de Martine

Annexe 2 : document remis à Denis avec le scénario

Annexe 3 : liste des exercices

Annexe 4 : chronologie globale

Annexe 5 : énoncés des exercices du contrôle DSII 6

Annexe 6 : énoncés des exercices du contrôle DSII 7

Annexe 7 : les écarts entre le scénario prévu et le déroulement

Annexe 1 – le projet soumis à Denis et les modifications par rapport au scénario de Martine

<table>
<tr><th></th><th>Scénario proposé à Denis</th><th>Modifications éventuelles par rapport au scénario de Martine</th></tr>
<tr><td rowspan="5">Séance 1</td><td>Feuille 1 « reconnaître une symétrie axiale »
Travail individuel puis correction collective Synthèse : identifier la transformation pour chaque cas (en mentionnant éventuellement les noms et qu'elles seront étudiées en 5$^{\text{ème}}$ pour la symétrie centrale, 4$^{\text{ème}}$ pour la translation, et 3$^{\text{ème}}$ pour la rotation), identifier les caractéristiques de chaque transformation (en particulier l'axe pour les symétries axiales : éventuellement faire le lien avec la médiatrice)
ATTENTION : insister sur le fait que toutes ne sont pas des symétries axiales.</td><td>Figures réalisées à l'ordinateur

A l'oral, rajouter une remarque sur le fait que les axes ne sont pas toujours horizontaux ou verticaux (pour faire le lien avec la première partie du chapitre traités au préalable par Denis et pour neutraliser un peu le fait que l'activité d'intro ne montre que des symétries axiales avec axe horizontal et vertical et pour travailler sur ces conceptions fausses).
QCM : le même que Martine</td></tr>
<tr><td colspan="2">Synthèse : grand I, Propriété (première phrase)
L'axe est-il toujours horizontal ou vertical ? voir exemple donné dans le premier chapitre.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Exercice 1 de la feuille 2 (QCM)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Synthèse (après la question 1 du QCM) : conservation de la forme et des dimensions (il est important de ne pas être plus précis)</td></tr>
<tr><td>Exercice 2 de la feuille 2 (Erreurs)</td><td>Pas le même exercice que Martine car déjà traité par Denis dans le premier chapitre. Le principe et l'énoncé de l'exercice sont les mêmes, la figure est différente (issue du scénario de Denis de l'année précédente sur laquelle on a rajouté la droite qui était en pointillé et on a gardé l'énoncé (plus mathématique) de Martine).</td></tr>
<tr><td rowspan="5">Séance 2</td><td colspan="2">Retour sur l'activité du matin : qu'est-ce qu'une symétrie axiale ?</td></tr>
<tr><td colspan="2">Exercice Activité feuille 2 : travail individuel, synthèse orale collective : établir la définition du symétrique d'un point (les deux conditions)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Synthèse : II symétriques de figures usuelles :
Symétrique d'un point :
Définition + remarque sur la réciprocité + remarque sur la médiatrice + coller la feuille de l'activité + ajouter un point sur (d).
Pas de construction encore à ce stade là.
Mise au point avec deux contre-exemples (schémas codés au tableau : un où on a perpendicularité mais pas équidistance et un où on a équidistance mais pas perpendicularité : faire formuler aux élèves).</td></tr>
<tr><td colspan="2">feuille 3 : ex 1 construction symétriques de points sur quadrillage, utilisation des carreaux. (à finir à la maison éventuellement)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Devoirs (à commencer en classe si il y a le temps) : Exercice 16 p. 194</td></tr>
</table>

Séance 3	Eventuellement, récitation de la (des) définition(s)	
	Correction des devoirs.	
	Exercice 2 de la feuille 3 *Synthèse* : méthode pour faire le symétrique d'un point sur papier blanc	
	Feuille 4 : symétrique d'un segment, d'une droite, d'un cercle. *A chaque fois, synthèse* (2. Symétriques de figures usuelles : image d'un segment, d'une droite …)	
	Ne pas faire finir la feuille à la maison. Devoirs : 17 p. 194	ne pas finir à la maison car Martine l'avait donnée à finir, mais avait eu le temps d'expliquer collectivement la méthode pour droites et cercle et avait quand même posé des problèmes aux élèves. 17 p. 104 car correspond à une application de la définition et une mise en défaut des conceptions fausses.
Séance 4	Corriger les devoirs	
	Suite de la feuille 4 *A chaque fois, synthèse* : image d'un segment, d'une droite…	
	Synthèse globale : 3. symétriques de figures *(sans les propriétés de conservation).*	
	Devoirs : 29 p. 195	29 p. 195 : correspond au manque chez Martine de constructions de symétriques de figures plus complexes.
Séance 5	Corriger les devoirs	
	Feuille 5 exercice 1. ATTENTION : il s'agit de leur faire découvrir la propriété de conservation des longueurs et des angles. Remarque : la droite (AC) n'est pas tracée, et attention à la conception d'alignement (certains élèves vont placer E dans le prolongement de [BA]) ; TRAVAIL nécessaire sur le niveau de justification : « sans la mesurer » : on ne mesure pas, mais on ne fait pas que deviner, on utilise pour justifier le fait que, comme on avait écrit au début, les symétriques ont les mêmes dimensions : donc si deux segments (angles) sont symétriques, ils ont la même longueur (mesure) ; il faut écrire clairement que [AE] est le symétrique de [AB] car E est le symétrique de B et A est son propre symétrique car il appartient à l'axe. Même chose pour l'angle. (flèches ??)	Feuille 5, ex 1 : même que Martine, sauf que la figure est en vraie grandeur et qu'elle l'avait utilisé avant d'avoir fait la propriété de conservation, donc la mention « citer une propriété du cours » a été ôtée)
	Synthèse : Propriété de conservation	

<table>
<tr><td></td><td>Devoirs : feuille 5, exercice 2.</td><td>Feuille 5 exercice 2 : même que Martine, énoncés un tout petit peu changés pour éviter les incohérences notées dans les analyses des tâches : l'ambiguïté de la consigne : changer « instrument de mesure » en « instrument de géométrie » pour éviter le compas, l'incohérence des mesures en vraie grandeur ou pas, l'insuffisance des codages pour conclure…</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Séance 6</td><td colspan="2">Attention, il faut faire rapidement le 3 de la feuille 5 pour avoir le temps de faire le suivant.
Correction des devoirs : ATTENTION au niveau de travail, et à la justification : segment [CD] symétrique de [AB], car C symétrique de A (perpendiculaire et égalité des longueurs) et D symétrique de B. On peut vérifier avec la règle.</td></tr>
<tr><td>Feuille 5 exercice 3 (rapide) : être exigeant sur la justification : faire formuler les élèves.</td><td>Feuille 5 exercice 3 : pas le même que Martine car Denis n'a pas traité les aires, mais j'ai conservé la première question (en changeant un peu la figure pour les mêmes raisons que pour l'ex 2 de la feuille 5) et j'ai fait la deuxième question de façon à ce qu'elle contienne à peu près les mêmes adaptations que celle de l'exercice original (j'ai changé les connaissances anciennes mobilisées, mais il y en a toujours : la nature des triangles). J'ai également conservé le fait que dans la question 1, on utilise la transformation « dans un sens » et dans la deuxième question, on utilise la symétrie "dans l'autre sens". La différence majeure est qu'il n'y a pas de changement de cadre, car la question 2 n'est plus une tâche de calcul.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Feuille 6 exercice 1 : ATTENTION : la droite (AB) n'est pas tracée, risque de poser problème à des élèves ; si fait sur le cahier, choix possible de avec les carreaux ou sans : à préciser.</td></tr>
<tr><td>Devoirs : Feuille 6 exercice 2</td><td>Devoirs : découpage de l'exercice de la séance 8 de Martine en 2 pour des raisons pratiques.</td></tr>
</table>

Séance 7	Corriger les devoirs	
	Feuille 6 exercice 3	
	Synthèse : III Axes de symétrie. *Explication de « jusque là, on avait une figure et un axe et on construisait le symétrique, et maintenant, on a les symétriques, et on veut retrouver l'axe. En général, un seul possible ? »* Rappel de la définition	(rappel au lieu d'établissement de la définition d'axe de symétrie car déjà fait dans le chapitre précédent).
	Feuille 7 : rappel médiatrice, bissectrice, droite support … *Justification : éventuellement sur quelques unes des figures, justifier en identifiant que chaque point de la figure a bien son symétrique sur la figure (en particulier extrémités du segment et sommets des polygones)*	
	Devoirs : finir la feuille 7 et/ou selon ce qui reste sur la feuille 7, en plus, ex 1 de la feuille 8.	
Séance 8	Corriger les devoirs	
	Ex 1 de la feuille 8 Faire écrire par chaque élève une méthode pour déterminer si une figure a un (ou des) axe(s) de symétrie. *Synthèse collective :* faire écrire la méthode dans la leçon.	Exercice copié du manuel de Denis au lieu de celui proposé par Martine car les figures ont à peu près les mêmes caractéristiques, et même mieux : plusieurs ont des axes non horizontaux ou verticaux, l'une a cinq axes, un travail sur certaines conceptions fausses (en particulier confusion avec la symétrie centrale) + avantage d'être un exercice du livre. Synthèse : même que Martine Exercice de classement : même que Martine Ex 4 de la feuille 6 : même principe que celui de la feuille « chercher les axes » de Martine, mais éléments des deux côtés de l'axe.
	Exercice dans le cours : remplir le tableau des figures en fonction du nombre d'axes	
	Devoirs : Exercice 4 de la feuille 6 : *rapport des deux conceptions de la symétrie*.	
Séance 9	Corriger les devoirs en faisant le lien entre les deux conceptions de la symétrie.	
	Exercice 2 de la feuille 8.	
	Synthèse : 2. La médiatrice d'un segment ; a. Propriété, b. Propriété (réciproque)	
	Exercice : construire la médiatrice d'un segment sans l'équerre. ATTENTION : ne pas donner de longueur pour le segment. *Synthèse éventuelle :* faire écrire la méthode.	
	Devoirs : exercice 5 de la feuille 6.	
Séance 10	Construction du symétrique d'un point au compas : rapport avec le losange, la bissectrice et les axes de symétrie.	
	Feuille 6 exercice 5	Exercice pour utiliser la propriété réciproque dans une tâche de preuve

Annexe 2 : Document remis à Denis avec le scénario :
Eléments de didactique concernant la symétrie axiale en sixième

On distingue deux façons de voir la symétrie dans le chapitre de sixième concernant la symétrie axiale : une conception **dynamique** de la symétrie et une conception **statique** de la symétrie.

La conception dynamique est celle qui voit la symétrie comme une transformation, souvent d'un demi-plan dans un autre et souvent dans un seul sens ; typiquement, c'est celle qui est en jeu dans les exercices où on a une droite, une figure d'un côté de cette droite, et où on demande de construire le symétrique de la figure par rapport à la droite.

La conception statique est plutôt celle qui intervient dans la recherche d'axes de symétrie d'une figure : c'est concevoir l'axe de symétrie comme une propriété intrinsèque des figures, le fait qu'il existe une droite qui la coupe « au milieu ».

On a choisi dans ce scénario de présenter les deux successivement : d'abord la symétrie axiale dans sa conception dynamique (par exemple l'activité d'introduction la situe par rapport à d'autres transformations, les constructions de symétriques de figures usuelles, les propriétés de conservation…), puis dans sa conception statique (recherche d'axes de symétrie de figures) et enfin d'établir un rapport entre les deux, et de faire des exercices qui mélangent les deux conceptions. C'est un découpage similaire à celui que tu avais choisi l'année dernière.

D'autre part, on a connaissance d'un certain nombre de conceptions erronées de la symétrie axiale, chez les élèves de sixième :

- la conception « alignement » : les élèves considèrent que le symétrique d'un segment sera dans l'alignement de ce segment,

- la conception « horizontale » et/ou « verticale » : un point et son symétrique, par exemple, sont sur une même droite horizontale ou verticale, même si l'axe est oblique,

- les confusions avec d'autres transformations : avec la translation (par exemple, lors d'une symétrie par rapport à un axe vertical, les élèves n'inversent pas les éléments droite-gauche), avec la symétrie centrale, …

Il faudra donc s'attacher particulièrement à mettre en défaut certaines de ces conceptions. C'est le but de certains exercices choisis.

Un autre enjeu de la classe de sixième, particulièrement présent dans le chapitre sur la symétrie axiale, est l'initiation à la géométrie déductive : passer du perceptif à l'appui sur des définitions et des propriétés des figures. Ce travail est mené en particulier via les exercices de « preuve » (les petites démonstrations).

Annexe 3 : liste des exercices

Légende : les lignes grisées correspondent aux modifications par rapport au scénario de Denis.

séance de réalisation pour Denis II	Référence pour Denis II	Exercices chez Denis II	Exercices chez Martine	Référence pour Martine	Date de réalisation pour Martine	genre de tâches
1	Tâche d'intro	1	1	Tâche d'intro	En classe, séance 1.	**Reconnaissance** de transformations
1 – 2	Feuille 2 ex 1 QCM	2	2 a b c	QCM p. 189	En classe, séance 1	**Reconnaissance** de symétriques (figures et points)
2	Feuille 2 exercice 2	3	3	5 p. 196	en classe séance 1	Erreurs **reconnaissance**
2	Activité feuille 2	4	4 a et b	2 p. 191 question 1.	En classe, séance 2	**Construction** par pliage du symétrique d'un point sur feuille blanche **reconnaissance** de la perpendicularité et de l'équidistance
2	Feuille 3, ex 1	5	5 a et b	Feuille 2, ex 1	En classe, séance 3	**Construction** symétriques de points quadrillage
De la séance 2 à la séance 3	16 p. 194	6	6	Feuille 2, exercice 2	Commencé en classe, séance 3, à finir	**Reconnaissance** symétriques de points, quadrillages
3	Feuille 3 exercice 2	7	7 a et b	Feuille 2, exercice 3	Commencé à la séance 3 par les plus rapides, corrigé à la séance 4	**Construction** symétriques points blanc **reconnaissance** segments symétriques et conservation des longueurs
De la séance 3 à la 4	17 p .194	8				**Reconnaissance/preuve** points symétriques ou non
4	Feuille 4 exercice 1	9	8 a b c d	Feuille 3, exercice 1	En classe, séance 4	**Construction** symétriques de segments, blanc
	DM 13	10				**Reconnaissance/preuve**

	exercice 1					maisons
	DM13 ex 2	11				**Construction** symétrique d'un point axe horizontal à prolonger
5	Feuille 4 exercice 2	12	9 a b c	Feuille 3, exercice 2	Commencé en classe, séance 4, à finir	**Construction** symétriques de droites, blanc
5	Feuille 4 exercice 3	13	10 a b c	Feuille 3, exercice 3	Commencé en classe, séance 4, à finir	**Construction** symétriques de cercles, blanc
De la séance 5 à la séance 6	Feuille 4 exercice 4	14				**Construction** symétrique d'une figure complexe, papier uni, axe oblique coupant la figure
De la séance 5 à la séance 6	29p. 195	15 a b				**Construction** symétriques de triangles quadrillage, axe oblique, l'un coupé par l'axe, l'autre touchant par un sommet
6	Feuille 5 exercice 1	16	11 a b c d	20 p. 199	En classe, séance 5 et séance 6	**Construction** ancien (triangle) + symétrique d'un point **reconnaissance/preuve** conservation longueur et angle
7	Feuille 5 exercice 2	17	12	22 p. 199	Devoirs : de la séance 6 à la séance 7	**Preuve** conservation des longueurs
De la séance 7 à la séance 8	29p. 195 sur feuille blanche	18				**Construction** symétriques de triangles papier blanc, axe oblique, l'un coupé par l'axe, l'autre touchant par un sommet
8	Feuille 5 exercice 3	19	13 a b	23 p. 199	En classe, séance 7	**Preuve** conservation angle et aire et/ou longueur **calcul** aire MODIFIE

8	Feuille 6 exercice 1	20	14 a b c	31 p. 202	En classe, séance 7	**Construction** ancien + symétrique d'une figure, **preuve** conservation longueur et/ou angle, nature quadrilatère
De la séance 8 à la séance 9	Feuille 6 exercice 2	21				
	DM 14 ex 1	22				*Ex 1 du DM 15 de Denis I un peu modifié* **Construction** ancien (triangle), **construction** symétrique d'un point, **preuve** conservation longueur, **preuve** conservation angle, **preuve** conservation angle**, preuve** bissectrice**, preuve** nature quadrilatère (cerf-volant)
	DM 14 ex 2	23	15 a b c	Exercice de la séance 8	En classe, séance 8	**Construction** symétriques de points **Preuve** ancien (parallèle/perpendiculaires), et ~~**preuve** conservation longueurs, nature triangle~~
9 terminé séance 10	Feuille 7 exercice 1	24	16 a b c	Feuille 4 exercice 1	En classe, séance 8 et 9	**Reconnaissance/construction** axes de symétrie segment demi-droite, angle
10	Feuille 7 exercice 2	25	18 a b c	Feuille 4 exercice 2	En classe, Séance 9	**Reconnaissance et construction/dessin** axes de symétrie triangles
11	Feuille 7 exercice 3	26	19 a b c d e f g	Feuille 4 exercice 3	En classe séance 9	**Reconnaissance et construction/dessin** axes de symétrie quadrilatères et cercle.
11	C1	C1				**Formulation par écrit** Ecrire sa méthode pour trouver un axe de symétrie
11		27	22	Trouver des figures qui ont 0, 1, 2, … axes de symétrie	En classe, séance 10	**classement** synthèse axes de symétrie

	DM15 ex1	28				**Construction** (ancien), **construction** symétrique figure papier mixte
	DM15 ex 2	29	17 a b c d e	34 p. 203	Devoirs sur feuille : de la séance 8 à la séance 9.	**Construction** ancien (modification : angle pour éviter A7) + symétrique d'un point **preuve** conservation longueurs, **preuve** conservation angle, **preuve** nature d'un triangle
12	Feuille 6 Exercice 4	30	21	Feuille chercher les axes, exercice compléter par symétrie	Devoir pour la séance 10	**Construction** symétrique figure, quadrillage
12 suite séance 13	Feuille 8 ex 1	31	20 a à u	Feuille chercher les axes exercice 1	Devoir pour la séance 10	**Reconnaissance** axes de symétrie figures modifié, pas les mêmes figures
13	Feuille 8 ex 2	32	23 a b c d	Exercice propriété d'équidistance et preuve puis réciproque	En classe, Séance 11	**Construction** médiatrice, **Reconnaissance** de l'équidistance et **preuve Reconnaissance** réciproque
13	C2					**Construire un segment et sa médiatrice**
13		33	24 a b	Exercice construire la médiatrice sans l'équerre puis le symétrique d'un point	En classe, Séance 11	**Construction** médiatrice au compas
13	C3					**Construire une médiatrice au compas**
14	Feuille 6 exercice 5	34	25a b c	32 p. 218	Devoir pour la séance 12	**construction** médiatrices, puis **preuve** équidistance (quadrilatère)

Nt[278]			26	Construire le symétrique d'un point au compas	En classe, séance 12	**Construction** + **preuve** conservation longueurs
Nt			27 a b b' c	19 p. 215	En classe, séance 13	**Construction** ancien + bissectrice et **calcul** ancien
Séance de révision			28a b c d e	38 p. 219	En classe, séance 13	**Construction** ancien + symétrique d'un point, **preuve** conservation longueur et nature quadrilatère, **calcul** périmètre (ancien)
Séance de révision			29	Axes de symétrie des lettres de l'alphabet	En classe, séance 13	**Reconnaissance** axes de symétrie de figures.

[278] Nt indique les exercices qui étaient dans le scénario de Martine mais n'ont pas été traitées par Denis.

Annexe 4 : chronologie globale

Denis II Séance 1: (48:49)

Temps	0	2:49	34:18	40:25	45:00	47:49	48:49
durée	2:49	31:29	6:07	4:35	2:49	1:00	
Episode	**test**	**Exercice** Exercice 1	**Cours** Rappel définition	**Exercice** retour exercice 1	**Exercice** Exercice 2 QCM question 1	**cours** Propriété de conservation	fin

Denis II séance 2 et 2': (1:09:53)

Temps	0	1:30	11:50	17:16	37:00	58:28	1:09:53
durée	1:30	10:20	5:26	19:44	21:28	11:25	
Episode	**Non mathématique**	**Exercice** Suite QCM	**Exercice** Feuille 2, exercice 2	**Exercice** Feuille 2: Activité	**Cours** II symétriques de figures Symétrique d'un point	**Exercice** Feuille 3 ex 1	**Devoirs puis** Numérique

Devoirs: copier 3 fois la définition + exercice 16 p. 194

Denis II séance 3: (44:00)

Temps	0	2:50	3:40	6:20	11:13	24:15	39:55	44:00
durée	2:50	0:50	2:40	4:53	13:02	15:40	4:05	
Episode	**Non mathématique** installation	**récitation**	**Non mathématique** Faire les exercices	**Cours** STR rappels ; Puis remarque réciprocité	**Correction** Exercice 6	**Exercice** Feuille 3 ex 2	**Cours** Méthode construction du symétrique d'un point	Devoirs: 17 p. 194

Devoirs: 17 p. 194

Denis II séance 4: (50:58)

Tps	0	7:55	8:33	13:46	21:56	45:02	50:58
durée	7:55	0:38	5:13	8:10	23:06	5:56	
Episode	**Non mathématique** mise au point, ramassage DM	**Rappel de cours** Relecture méthode	**correction** ex 17 p. 194	**Correction** Ex 2 de la feuille 3.	**Exercice** Feuille 4 ex 1	**Cours** II 2. Le symétrique d'un segment	devoirs

Devoirs: DM 13 pour séance 5

Denis II séance 5: (52:46)

Temps	0	2:19	35:28	41:45	47:10	52:46
durée	2:19	33:07	6:17	5:25	5:36	
Episode	**Non mathématique** installation	**Exercice 12** Feuille 4, exercice 2 Symétriques de droites.	**Cours** symétrique d'une droite	**Exercice 13** Feuille 4 exercice 3 symétriques de cercles.	**cours** symétrique d'un cercle.	Devoirs Finir la feuille 4 (maison) et 29 p. 195

Devoirs: Finir la feuille 4 (maison) et 29 p. 195

Denis II Séance 6: (56:37)

Temps	0	8:45	17:30	22:40	56:37
durée	8:45	8:45	5:10	33:57	
Episode	**Correction** feuille 4 exercice 3 symétriques de cercles	**Correction** feuille 4 exercice 4 symétrique de la maison	**Cours** symétrique d'une figure	**exercice** Feuille 5 ex 1	fin

Denis II séance 7: (29:50)

Temps	0	1	2:04	16:20	20:20	29: 50	33
durée	1	1:04	14:16	4	9:30	3:10	
Episode	**Non mathématiqu e**	**Exercices** (suite) Correction feuille 5 ex 1	**Cours** Propriétés de conservatio n	**Correctio n** ex 1 du DM 13	**Exercice 17** feuille 5 exercice 2	Cahier de textes	Correction DM partie numériqu e

Devoirs: ex 29 p. 195 sur feuille blanche.

Denis II séance 8: (55:40)

Temps	0	6:13	8:27	33:00	54:32
Durée	6:13	2:14	24:33	21:32	
Episode	**Non mathématique** Installation + ramasse DM	**récitation**	**Exercices** Feuille 5 exercice 3	**Exercices** Feuille 6 exercice 1 ¾ de cercle	fin

Devoirs : feuille 6 exercice 2

DM 14 pour une séance de numérique entre le contrôle et la séance 9

Contrôle DSII7

Séance 9 – 1er avril: (38:11)

temps	0	1:10	2:24	9:15	12:12	29:47	33:23	34:29	38:11
Durée	1:10	1:14	6:51	2:57	17:35	3:36	1:06	3:42	
Episode	**Non mathématique** installation	**récitation**	**Correction** DSII7 ex 1	**Correction** Feuille 6 ex 1	**Correction** Feuille 6 ex 2	**STR**[279] Lien dynamique / statique	**Exercices** Feuille 7 ex 1 axes de symétrie	**Cours** définition axe de symétrie	devoirs

Copier 3 fois la définition 2 et l'apprendre.

Séance 10: (51:51)

temps	0	2:05	5:55	19:09	22:07	42:48	51:51
Durée	2:05	3:50	13:14	2:58	20:41	9:03	
Episode	**Non mathématique** installation	**récitation**	**Correction** DM 14 ex 2	**calcul**	**exercices** reprise exercice 1 feuille 7	**Exercices** Feuille 7 exercice 2	fin

Séance 11 – 2 avril: (51:38)

temps	0	15:36	26:38	28:23	34:13	47:14	51:38
Durée	15:36	11 :02	1:45	5:50	13:01	4:24	
Episode	**Exercices** Reprise feuille 7	**Cours** méthode pour chercher un axe STR **C1** Sur une feuille, écrire sa méthode	**Non mathématique**	**Cours** méthode pour cherche un axe	**Exercice 26** Tableau des figures en fonction des nombres d'axes	**Non mathématique**	devoirs

Devoirs: DM 15

Séance 12: (46:15)

temps	0	28:54	33:37	46:15
Durée	28:54	4:43	12:38	
Episode	**Correction** DM14 ex 1 questions 1, 2 et 4	**Exercices** Exercice 4 feuille 6	**Exercices** Feuille 8 ex 1	fin

[279] STR désigne un épisode dont le seul but est la structuration de la séance et des contenus

Séance 13: (1:45:39)

temps	0	15:53	48:01	1:04:50	1:19:28	1:45:39
Durée	15:53	32:08	16:49	14:38	26:11	
Episode	**Exercices** Exercice 1 de la feuille 8 (suite: à partir du i) + exercice 2 pour les plus rapides	**Exercices** Exercice 2 de la feuille 8	**Cours** Rappel définition médiatrice Tâche C2: tracer un segment et sa médiatrice ; Propriété d'équidistance et propriété réciproque	**Exercices** Construire médiatrice sans l'équerre	**Cours** Méthode de construction au compas Tâche C3: construire une médiatrice au compas + bissectrice (rappels) Bissectrice (définition et construction)	**devoirs**

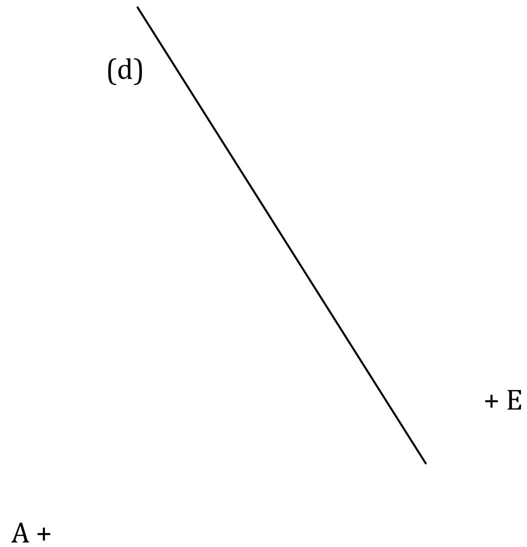
Séance 14 : (42 :50)

temps	0	2:45	25:57	28:18	42:50
Durée	2:45	23:12	2:21	14:32	
Episode	**Non mathématique** installation	**Exercice** Exercice 5 de la feuille 6	**Non mathématique**	**Exercices** (suite) Fin de l'exercice 5 de la feuille 6	**fin**

Annexe 5 : énoncés des exercices du contrôle DSII 6

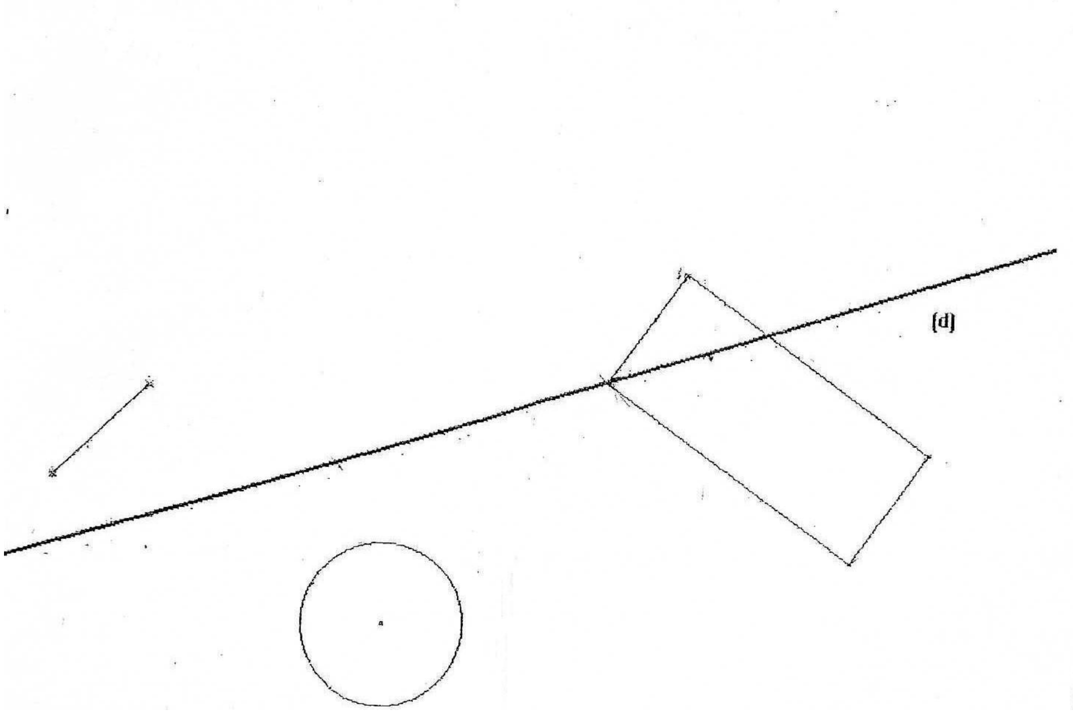
4) A et B étant deux points distincts n'appartenant pas à la droite (d), compléter la phrase suivante :
Dire que le point B est le symétrique du point A par rapport à la droite (d) signifie que :

5) Construire le point B symétrique du point A puis le symétrique F du point E dans la symétrie par rapport à la droite (d). Coder la construction. Placer un point M qui soit son propre symétrique dans la symétrie par rapport à la droite (d).



Exercice 1

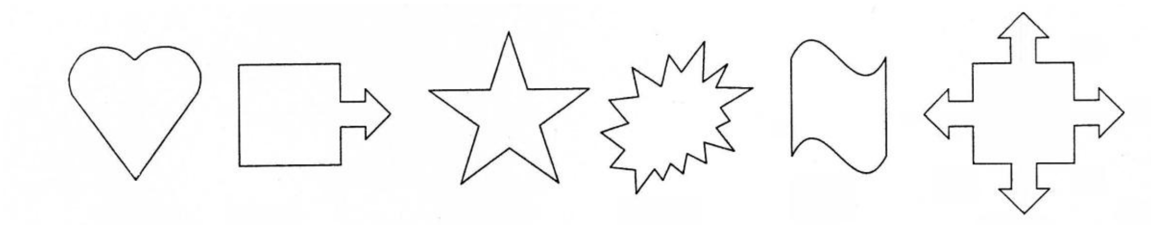
Construire les symétriques des figures ci-dessous par rapport à la droite (d).
Laisser apparents les traits de construction.



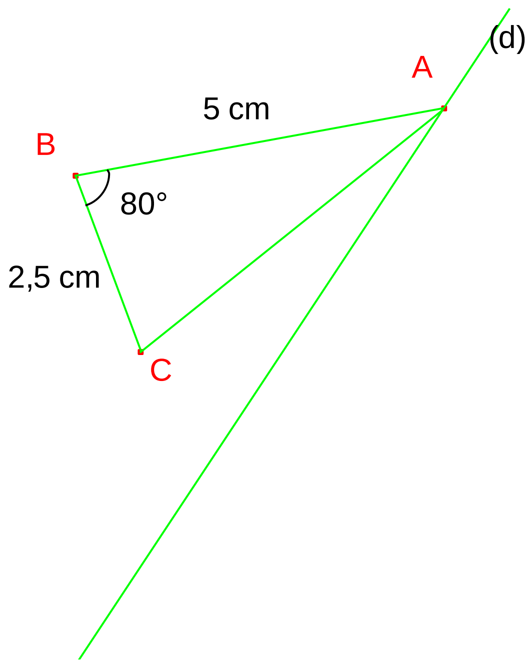
Annexe 6 : énoncés des exercices du contrôle DSII 7

Exercice :

Pour chacune des figures suivantes, construire, s'il y en a, les axes de symétrie.



Exercice :



1. Construire les points B′ et C′ symétriques respectifs des points B et C par rapport à la droite (d).

Sur la copie :

2. Quel est le symétrique du point A par rapport à la droite (d) ?
3. Quelle est la mesure de l'angle AB'C' ? Justifier en citant une propriété.
4. Quelle est la longueur du segment [B'C'] ? Justifier en citant une propriété.

Exercice :

Sur la figure ci-dessous, le point C est le symétrique du point A par rapport à une droite (d) qui a été effacée.

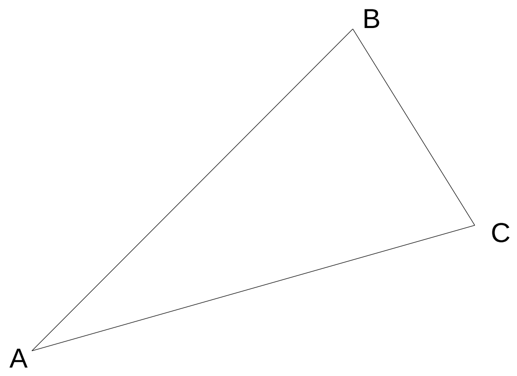
1°) Construire la droite (d) à la règle et au compas. Laisser apparents les traits de construction.

2°) Construire le point E symétrique du point B par rapport à la droite (d).

Sur la copie :

3°) Que peut-on dire des droites (AC) et (BE) ? Justifier.

4°) La droite (d) coupe le segment [AC] en F. Quelle est la nature du triangle BEF ? Justifier.



Annexe 7 : les écarts entre le scénario prévu et le déroulement

- Dans la séance 1, il a choisi de découper l'épisode d'exercice consacré à l'exercice 1 : à la fin de la correction de l'exercice, il a traité l'épisode de cours avant de revenir sur l'exercice et d'en faire la synthèse ; d'autre part, l'exercice 2 n'a pas été terminé, mais la séance de Denis a duré une dizaine de minutes de moins que la séance de Martine ;

- A la séance 2, Denis n'a pas fait de retour sur l'exercice 1 du matin, comme il était prévu, mais a repris directement le travail sur le dernier exercice commencé à la séance 1 (l'exercice 3) ;

- A la séance 3, il a ajouté, par rapport au scénario, un épisode de cours (de moins de 5 minutes), pour faire écrire aux élèves la remarque sur la réciprocité qui suit la définition du symétrique d'un point et qu'il a oublié de faire noter à la séance précédente. Cet épisode est également l'occasion de faire des rappels de cours rapides, avant de corriger les exercices ;

- A la séance 4, Denis fait également un petit épisode (environ 40 secondes) de rappels de cours avant les corrections d'exercices du jour : il fait relire la méthode de construction du symétrique d'un point écrite à la séance précédente ;

- Le traitement des exercices de la feuille 4 a pris manifestement plus de temps que prévu : elle s'étale de la séance 4 au début de la séance 6, alors qu'elle était prévue pour être traitée à la séance 4. Cependant, des exercices ont été corrigés en plus lors de ces séances, ce qui n'était pas prévu.

- Les séances 6, 7 et 8 se déroulent conformément à la suite du scénario prévu, excepté l'ajout de la correction de l'exercice 1 du DM13 ; la séance 8 correspond ainsi à la séance 6 prévue, avec la récitation de la leçon en début d'heure en plus ; en revanche, Denis ne donne pas les devoirs prévus.

- A la séance 9, l'épisode de cours qui devait être consacré à écrire le titre dans la leçon et introduire la deuxième partie du cours (sur les axes de symétrie) par un discours de structuration sur le lien entre aspects dynamique et statique est transformé en épisode de structuration exclusivement, puisque le titre n'est pas écrit dans le cours : l'épisode sert juste à faire la transition et introduire l'exercice 1 de la feuille 7.

- La feuille 7 qui devait être terminée à la maison n'a pas été donnée à faire : le travail est poursuivi à la séance 10, puis à la séance 11. A l'issue de ce travail, Denis engage la synthèse sur les axes de symétrie initialement prévue après le travail sur l'exercice 1 de la feuille 8 ; soit il s'agit d'une confusion de la part de Denis, soit il lui est apparu que c'était peut-être un bon moment pour faire la synthèse ;

- Ce travail de synthèse qui était indiqué dans le document remis à Denis comme nécessitant de faire formuler les élèves a été traité par Denis d'une façon qui n'était pas prévue : à l'issue de la correction de la feuille 7, il a commencé un épisode de cours en donnant le titre, puis a demandé aux élèves d'écrire sur une feuille une méthode pour trouver un axe de symétrie (exercice C1). L'écriture de la méthode dans le cours n'a eu lieu qu'ensuite.

- L'exercice 1 de la feuille 8 est traité à la séance 12, avec l'exercice 4 de la feuille 6 qui devait initialement être traité à la maison : soit Denis a estimé que les élèves avaient déjà trop de travail à faire avec le DM 15, soit il a estimé que l'exercice était trop difficile pour être traité à la maison ;

- La séance 13 dure 1H45 et correspond à la fin de l'exercice 1 de la feuille 8, puis à la séance 9 initialement prévue ; dans les deux épisodes de cours, Denis a toutefois ajouté deux tâches dans le cours (tâches de type C*).

- A la séance 14, en accord avec nous, Denis a choisi de ne pas traiter l'exercice de construction du symétrique d'un point au compas, estimant que les élèves avaient suffisamment travaillé sur le chapitre et ne traite que l'exercice 5 de la feuille 6.

Chapitre 7 Une relecture des analyses centrée sur les pratiques des deux enseignants

Nous présentons dans ce chapitre un deuxième niveau d'interprétation des résultats en termes de logiques d'action des enseignants : il s'agit de reconstituer les composantes médiatives et cognitives des enseignants et de proposer des interprétations intégrant les contraintes qui s'exercent sur les pratiques. Après avoir succinctement présenté les résultats d'un certain nombre de recherches déjà menées dans le même cadre théorique, nous revenons sur les trois parties du dispositif expérimental : Denis la première et la deuxième année, puis Martine.

Introduction

Comprendre l'impact des pratiques sur les apprentissages suppose d'après nous un détour qui consiste à prendre en considération les logiques des pratiques, et pas seulement du point de vue des activités et des apprentissages qu'elles sont à même de provoquer.

En effet, plusieurs éléments confortent l'hypothèse d'une certaine cohérence des pratiques au-delà de la seule *« logique des apprentissages »*[280] (Peltier-Barbier et al., 2004), qu'il s'agisse des difficultés rencontrées dans la mise en place d'ingénieries en didactique des mathématiques ou plus largement de la diffusion des résultats de la recherche en didactique dans la communauté enseignante, de spécificités constatées des pratiques des enseignants en milieu défavorisé ou même simplement de la variété des pratiques ordinaires, sur un même contenu mathématique.

Cette cohérence et ces diversités peuvent au moins en partie être reliées au fait qu'un enseignant est un être humain exerçant un métier, avec ce que cela implique d'attentes sociales, de recherche de cohérence, de nécessités de confort …

Quoi qu'il en soit, identifier ces cohérences et leurs mécanismes semble essentiel à la compréhension de ce qui se passe dans une classe, ainsi qu'à la réflexion sur la formation, dans la mesure où ces cohérences peuvent y faire obstacle, ou au contraire, si elles sont maîtrisées, devenir de véritables *leviers* pour la formation.

La prise en considération de ce point de vue dans cette thèse vise un double objectif : premièrement, nous pensons que l'étude que nous avons menée peut contribuer à la réflexion sur ces questions (la simple comparaison des pratiques ordinaires permet, par une relecture des analyses, de mettre en évidence des traces de ces cohérences) ; deuxièmement, l'expérience que nous avons menée fournit l'occasion, en imposant une "perturbation" dans les pratiques de Denis, de mieux en cerner la cohérence, mais aussi d'étudier comment et dans quelle mesure les pratiques peuvent éventuellement évoluer pour finalement s'interroger sur la formation propice à cette évolution. Enfin, la question de la spécificité des pratiques des enseignants dans des établissements de milieu défavorisé peut également être abordée, même s'il ne faut pas perdre de vue qu'une telle étude à

[280] Cette expression, introduite lors de l'étude de pratiques d'enseignants débutants du primaire, renvoie au fait que les choix de l'enseignant en termes de scénario et de déroulement soit orientés principalement par les apprentissages.

caractère clinique, portant sur deux enseignants seulement, ne permet guère que de formuler des hypothèses, ou de conforter des résultats déjà établis. Le but est d'essayer d'évaluer, à partir du constat généralisé des mauvais résultats en termes d'apprentissages des élèves dans les ZEP, l'influence des pratiques des enseignants et de rechercher dans quelle mesure celles-ci pourraient contribuer à (re)donner à l'école sa fonction de réduction des inégalités au lieu de les reproduire ou dans certains cas de les aggraver – tout en sachant que l'école ne peut, à elle seule résoudre un problème qui dépasse largement son cadre et relève de mécanismes sociaux complexes.

Réciproquement, adopter le point de vue du métier peut permettre de mieux appréhender les résultats de notre recherche : en effet, expliquer ce qui caractérise les pratiques de Martine et les rend efficaces, comme celles de Denis, suppose selon nous de faire appel à d'autres facteurs qu'à la logique d'apprentissages ; en outre, comme nous l'avons exposé dans la conclusion du chapitre précédent, si nous avons au moins partiellement élucidé ce qui, du côté des élèves, a permis la "réussite" de l'expérience, il nous reste à comprendre ce qui l'a rendue possible du côté des enseignants. Ainsi, nous avons pu mettre en évidence qu'une modification de certaines caractéristiques des déroulements de Denis avait pu avoir des effets positifs sur les résultats des élèves en contrôles, mais il convient de s'interroger sur ce qui a provoqué et permis ces modifications.

Nous proposons donc, dans ce dernier chapitre, après avoir exposé et justifié nos orientations théoriques, une relecture de nos analyses et de nos résultats dans cette perspective. Dans un premier temps, nous chercherons à établir des caractéristiques ou des "principes d'action"[281], la cohérence sous-jacente des pratiques des deux enseignants, avant de revenir à l'expérience et à ce qui a permis sa réussite.

1. Résultats sur les pratiques

A ses débuts, la didactique des mathématiques s'est surtout intéressée aux élèves et au savoir. Prendre en compte le troisième sommet du triangle didactique ne s'est imposé comme une nécessité qu'ultérieurement, lorsque les résultats de l'implémentation d'ingénieries didactiques dans les classes ont révélé que les pratiques des enseignants étaient déterminantes.

Nous nous plaçons ici dans le cadre de la double-approche, développée par Aline Robert et Janine Rogalski, cette dernière ayant, dans le prolongement des travaux de G. Vergnaud, proposé une interprétation des concepts de psychologie ergonomique et de théorie de l'activité spécifiée à l'enseignement des mathématiques.

Les recherches sur les pratiques des enseignants qui s'inscrivent dans ce cadre théorique et dont un échantillon figure dans le livre *La classe de mathématiques* (Vandebrouck, 2008), ont permis d'établir un certain nombre de résultats sur les pratiques. Une brève présentation de ces résultats nous permettra de cerner et de mettre en perspective les apports de notre travail sur ce point.

[281] Nous entendons par logiques d'action non pas des principes éventuellement explicitables par les acteurs, mais une recomposition du chercheur de lignes directrices permettant d'expliquer ou même éventuellement de prédire les prises de décisions des enseignants.

Au début, ce sont principalement les résistances observées de la part des professeurs lors de la diffusion d'ingénieries didactiques qui ont mis à jour la nécessité de mieux comprendre leurs pratiques pour interpréter ce qui se passe dans les classes.

Ces résistances ont été initialement attribuées aux différences de conceptions de l'enseignement des mathématiques entre les enseignants et les chercheurs ayant conçu les ingénieries mais les recherches ultérieures ont montré les limites de ces interprétations. L'étude spécifique de la variabilité des pratiques selon les enseignants est alors apparue comme incontournable.

L'approfondissement de ces questions a incité à intégrer la dimension liée au métier dans les pratiques des enseignants de mathématiques et à interpréter les observations grâce à des résultats empruntés à la psychologie ergonomique. Ces emprunts ont été autorisés par le cadre de la double approche (Robert et Rogalski, ibid.), et ont permis d'établir et d'interpréter un certain nombre de résultats concernant la variabilité des pratiques entre enseignants et chez un même enseignant, à la fois en lien avec les apprentissages des élèves et avec la "dimension du métier".

L'analyse des pratiques en termes de *composantes* (cf. chapitre 1) met en évidence ma complexité des pratiques – i. e. le fait qu'elles sont le fruit de nombreux déterminants fortement imbriqués – pour des enseignants expérimentés.

Une certaine variabilité des pratiques des enseignants (entre enseignants et pour un même enseignant) a été mise en évidence. Ainsi, une certaine variation dans les discours d'enseignants différents ou pour un même enseignant dans des classes ou sur des notions différentes a été mise en évidence à plusieurs reprises (Josse et Robert, 1993, Chiocca, 1997, Chaussecourte, 1997).

La recherche d'interprétations a conduit à s'intéresser aux représentations (conceptions) des enseignants sur l'enseignement des mathématiques, mettant à jour là encore des variations entre enseignants (Robert et Robinet, 1992) mais qui ne semble pas suffisantes pour expliquer tous les résultats des comparaisons entre enseignants.

Les mêmes auteures ont ensuite pointé la plus grande variabilité entre enseignants que pour un même enseignant dans la *« prise en compte du méta »* (Robert et Robinet, 1996).

L'analyse des variations entre enseignants et en même temps la mise en évidence de la stabilité des pratiques – i.e. l'existence de certains *« invariants »* chez un même enseignant dans des conditions similaires (cf. par exemple Chappet-Pariès, Robert, Rogalski, 2008) – ainsi que de la cohérence des pratiques pour un même enseignant a conduit à rechercher des régularités, à mettre en évidence des cohérences individuelles qui s'apparentent à l'existence de *« principes organisateurs des pratiques »* à différents niveaux (Robert in Vandebrouck 2008, cf. chapitre 1).

Une étude de l'utilisation du tableau (Robert et Vandebrouck, 2003) par les enseignants a permis de mettre ainsi en évidence des utilisations nettement dominantes pour un enseignant donné, associées à une gestion stable – *« invariante mais réactualisée à chaque séance »* – et qui semblent correspondre à une conception de la classe comme *« lieu de savoir »* ou *« lieu de travail »*.

Le travail de C. Hache (2000, 2001) quant à lui montre que les pratiques des enseignants peuvent être caractérisées à partir d'une gamme de 6 *« univers »* majeurs (gammes, recherche consistante et variée, débat, discussion, travail riche mais silencieux, correction magistrale), chaque enseignant les combinant et les organisant de manière originale.

Autrement dit, abstraction faite des variations, il est possible d'identifier des régularités et de les mettre en rapport avec, d'une part, des automatismes au niveau micro (cf. chapitre 1), d'autre part des principes organisateurs des pratiques, des *« logiques d'action »* (Peltier-Barbier et al., ibid.) et "principes" guidant les prises de décisions des enseignants à la fois en termes de choix de contenus et de gestion – i. e. de scénario et de déroulements.

Plus précisément, le rôle des contraintes institutionnelles en partie communes qui pèsent sur les enseignants comme facteurs de régularités inter-enseignants des pratiques a été identifié (cf. notamment Roditi, 2001). De même, la stabilité de la composante médiative (i. e. des choix de déroulements, notamment en ce qui concerne l'organisation du travail des élèves et les aides du professeur) a été mise en évidence pour un même enseignant.

A l'opposé, mais de manière complémentaire, l'étude des variations entre enseignants et chez un même enseignant a montré l'existence de certaines marges de manœuvre diversement investies.

La question de l'impact de ces régularités et variations sur les apprentissages des élèves reste quant à elle incomplètement explorée, de même que celle de la possibilité d'évolution des pratiques.

2. Comment notre travail participe-t-il à l'exploration de ces questions ?

Il nous semble que notre travail à la fois conforte certains des résultats mentionnés ci-dessus et ouvre des pistes concernant les deux derniers champs évoqués.

Avant d'expliquer plus précisément pourquoi et comment dans la troisième partie, nous précisons la manière dont nous avons exploité nos observations et nos analyses précédentes dans cette optique.

Nous avons procédé à une relecture des analyses présentées dans les chapitres 4 à 6 sous un autre angle. Par exemple, dire que Denis prend à sa charge les adaptations des connaissances nécessaires à la résolution de certaines tâches nous a renseignés sur les activités qu'il organisait pour les élèves et sur leurs conséquences potentielles en termes d'apprentissages. L'analyse des résultats aux contrôles a conforté ces interprétations. Mais cette observation, mise en perspective avec l'hypothèse de stabilité des pratiques, nous éclaire aussi sur la manière dont Denis exerce son métier, sur les "principes d'action" qui semblent déterminer ses pratiques et ses choix.

Nous avons donc concentré notre effort sur la reconstitution des composantes cognitives et médiatives des enseignants, à partir de l'ensemble des observations et analyses menées. En nous fondant sur cette caractérisation, nous avons ensuite cherché à identifier les "principes d'actions" qui sous-tendent les prises de décisions des enseignants. Rappelons à ce propos que le postulat d'existence de logiques sous-jacentes aux pratiques résulte de l'hypothèse de stabilité et de cohérence des pratiques, ainsi que du fait que l'enseignant, même soumis à des contraintes fortes et éventuellement facteurs de régularités, reste maître de choix, qu'il effectue au moins en partie consciemment, en termes de contenus et de déroulements.

En résumé, ce deuxième niveau d'analyse qui consiste à appréhender les pratiques des enseignants sous un autre angle nous semble essentiel, à la fois pour les comprendre et éventuellement pour poser la question de leur évolution.

3. Les pratiques de Denis et Martine

Nous analysons les pratiques de Denis en distinguant ce que nous avons observé la première année de ce que l'expérience de la deuxième année nous a permis d'ajouter. L'analyse des pratiques de Denis II est en outre l'occasion d'éclairer d'une autre manière les résultats de l'expérience. Nous terminons par ce qui concerne Martine.

a. Denis I

Le scénario

Le scénario de Denis se caractérise par des objectifs d'apprentissages pratiquement limités à la maîtrise de techniques de construction de symétriques, uniquement dans des cas simples (le cas de figures coupées par l'axe est très peu présent). Toutefois, un exercice de construction du symétrique d'un triangle coupé par l'axe était initialement prévu dans le cours de Denis mais il a renoncé à le donner, faute de temps et aussi parce qu'il le considérait comme trop difficile – il a pourtant donné un exercice similaire en contrôle. D'autre part, le scénario est organisé autour du cours prévu, Denis répétant à plusieurs reprises qu'il *« fait du cours »* à toutes les séances. L'énoncé de cours du jour est généralement précédé d'un exercice ou d'au moins une tâche C*, puis suivi par deux exercices dont le premier d'application immédiate. Ces exercices, en particulier celui qui précède le cours ne semblent pas toujours adaptés : parfois trop élémentaires pour construire ou même simplement de mobiliser ou évoquer la connaissance visée, laquelle, dans certains cas n'est même pas nécessaire à la résolution de l'exercice (comme par exemple pour l'exercice 1) ; il arrive aussi que l'exercice soit à ce point découpé que le raisonnement n'est pas à la charge de l'élève. La même remarque vaut pour les exercices d'application, parfois déconnectés, trop élémentaires (en général le premier) ou trop complexes (en général le deuxième), quoique un peu moins que les activités préparatoires. En outre, le scénario ne semble pas être sous-tendu par des objectifs conceptuels globaux sur la symétrie axiale, mais plutôt constitué de parties séparées, sans lien apparent entre elles ni réelle cohérence. En particulier, les deux aspects de la symétrie sont traités séparément, sans lien entre les deux, et selon une approche différente : l'aspect dynamique est traité plutôt du point de vue de la transformation ponctuelle (qui correspond au niveau 2 de Grenier et Laborde, op. cité), tandis que l'aspect statique l'est plutôt du point de vue global (par son action sur les figures, qui correspond au niveau 1 de Grenier et Laborde) et du point de vue du concept quotidien de régularité (un axe de symétrie est une droite qui coupe la figure "au milieu"). On observe ainsi certaines fluctuations dans la "teneur mathématique" de chacune des parties du chapitre : si celle concernant les propriétés de la médiatrice est non seulement la plus structurée (systématiquement assortie d'un exercice d'introduction relativement adapté, et de deux exercices d'application un peu plus progressifs que dans le reste du chapitre), en revanche, les autres sont très inégales, jusqu'à celle sur les axes de symétrie qui est particulièrement limitée.

Cette critique vaut pour l'ensemble du scénario, mais surtout pour les exercices. S'agissant du cours, le niveau de traitement et la cohérence sont différents : si les parties sont indépendantes, toutes construites avec une cohérence de type GII selon un principe qui peut s'apparenter à la rigueur mathématique. Ainsi, la médiatrice est introduite dès le début, de façon à définir deux points symétriques "mathématiquement", par référence à la notion de médiatrice. De même, si la maîtrise des propriétés de conservation ne semble pas présente dans le scénario comme objectif d'apprentissage (rares sont les tâches qui les mobilisent), ces propriétés servent dans le cours où elle joue le rôle de justification mathématique de la procédure analytique de construction de symétriques.

Tout se passe comme si Denis construisait son scénario selon certains "principes" :

Suivre les programmes : par exemple, Denis respecte le fait que le chapitre sur la symétrie est centré sur les constructions, il fait le lien avec la notion de médiatrice (le lien avec la notion de bissectrice était prévu, mais en fin de chapitre, et Denis ne l'a finalement pas traité, sans doute faute de temps).

Utiliser le manuel : les titres des différentes parties du cours sont les mêmes dans le manuel et dans le cours de Denis ; le contenu global du chapitre est identique (par exemple, il a reporté l'étude des axes de symétrie des figures géométriques usuelles dans le chapitre consacré à ces dernières, comme le manuel) et la plupart des exercices sont choisis dans le manuel (hormis certains exemples du cours et les exercices des DM).

Ces deux "principes" sont toutefois subordonnés à un troisième :

Adapter le contenu (à sa classe, à ses élèves, à ses conceptions de la notion) : le manuel et les programmes ne sont que partiellement suivis. Par exemple, il a conservé les titres des parties du cours du manuel, mais a reporté l'étude des axes de symétrie à la fin du chapitre, alors que le manuel traite simultanément les deux aspects ; de même, il n'avait pas abordé avant ce chapitre la notion de médiatrice. Pour ce qui est des programmes, sans totalement renoncer aux objectifs les plus ambitieux, il les a cantonnés aux exercices proposés dans les DM : on dénombre très peu de figures coupées par les axes dans les constructions de symétriques et très peu de tâches de preuve dans l'ensemble. Les tâches faisant appel à la fois à des connaissances anciennes et nouvelles, ou propres à remettre en cause les conceptions erronées sur la symétrie, ne sont guère plus nombreuses.

Nous avons identifié deux autres éléments de cette logique :

Faire des "vraies mathématiques" : la construction du projet de cours de Denis nous incline à penser que les contenus et leur organisation sont légitimés par une logique s'inscrivant dans GII, et c'est ce que nous qualifions de "vraies mathématiques"[282]. Par exemple, Denis choisit de définir le symétrique d'un point avec la médiatrice, quitte à introduire celle-ci artificiellement, de faire découler les constructions des propriétés de conservation, de définir l'axe de symétrie comme associé à l'invariance dans une symétrie, et propose dans les DM des exercices contenant des tâches de construction et de preuve impliquant un travail dans GII.

282 Il ne s'agit pas d'un jugement de valeur, ni d'une hiérarchisation des différents paradigmes géométriques, qui ne serait en outre pas cohérente avec leur conception théorique, mais nous tentons de qualifier de cette façon la manière dont les mathématiques peuvent être perçues par les enseignants. Cette remarque peut peut-être être rapprochée de résultats recherches menées sur des enseignants en formation à propos des paradigmes géométriques (Houdement et Kuzniak, 2000).

Permettre à tous les élèves de faire quelque chose : Denis, plutôt que de s'appuyer sur les acquis du cycle 3, préfère "repartir à zéro", commencer par des exercices s'appuyant sur du "concret"[283] et ne pas mélanger avec des connaissances anciennes sauf en DM. L'objectif est de "motiver les élèves", de les enrôler en choisissant des exercices à caractère *« ludique »* – ce qui nous a été dit par Denis lors de l'entretien préalable. Il s'agit avant tout de donner à chacun le moyen de faire quelque chose, mais avec le souci premier d'enrôler les élèves dans l'action.

Certains éléments de cette logique d'action peuvent parfois être en conflit, ce qui expliquerait certaines des incohérences constatées. Par exemple, chercher à définir le symétrique d'un point de manière rigoureuse mathématiquement (conforme à l'objectif de faire un cours dont la cohérence est portée par une logique relevant de GII) et en même temps conforme à la définition proposée par le manuel, oblige Denis à introduire la médiatrice d'une manière qui paraît artificielle et incohérente d'un point de vue à la fois mathématique et didactique ; ceci est lié au fait ceci étant lié au fait que le manuel avait fait le choix d'introduire la médiatrice préalablement – dans le chapitre de début d'année consacré aux notions élémentaires de géométrie – choix que Denis n'avait pas repris, peut-être parce qu'au moment du chapitre sur les notions élémentaires de géométrie, la notion de médiatrice lui apparaissait comme trop complexe. De même, utiliser le manuel, mais en l'adaptant à sa propre logique a pour conséquence que Denis propose un exercice en début de chapitre parce qu'il figure parmi les premiers proposés par le manuel (l'exercice 7 : trouver les axes de symétrie des lettres de l'alphabet), alors qu'il n'a pas encore abordé dans son cours la notion d'axe de symétrie : le manuel avait fait le choix[284] de mélanger les aspects statique et dynamique de la symétrie, ce qui permettait de proposer dès le début des exercices portant sur les axes de symétrie des figures, alors que ces deux aspects sont traités séparément dans le cours de Denis.

"Faire des vraies mathématiques" et "permettre à tout le monde de faire quelque chose" aboutit aussi à des contradictions[285] : les exercices, en particulier d'introduction, sont souvent loin de permettre la construction des connaissances visées parce que trop élémentaires (par exemple l'exercice 1), et s'appuyant sur du "concret", du "ludique".

Le fait de *donner des DM* toutes les semaines et les relever avec un contenu supérieur à ce qui est fait en classe semblent constituer un autre principe qui constitue un moyen de résoudre une partie de ces contradictions : c'est en effet à cette occasion qu'il propose les exercices dont la "teneur mathématique" est la plus élevée, en sachant qu'il demande surtout que les élèves *« cherchent le DM »* (Denis I, entretien préalable), c'est-à-dire qu'ils y consacrent du temps, mais pas nécessairement qu'ils réussissent. Il a conscience que les exercices qu'il y propose sont difficiles, mais il espère laisser ainsi une chance à tous les élèves de faire quelques chose et aux meilleurs d'entre eux de faire des "vraies mathématiques", sans perturber la gestion de la classe ni mettre les élèves habituellement faibles en situation de ne pas réussir une tâche proposée en classe.

[283] Le concret est, pour les premiers exercices, la notion de reflet dans l'eau, de maison jumelle, … (cf. analyse du scénario de Denis dans le chapitre 4).
[284] Au demeurant relativement original, cf. l'analyse des manuels dans le chapitre 2.
[285] Nous ne disons pas cela dans l'absolu, mais par rapport à la façon dont ces logiques se manifestent chez Denis.

L'entretien préalable montre enfin que Denis ne conçoit pas d'objectif conceptuel en termes d'apprentissages sur la notion, que les seules difficultés qu'il anticipe pour les élèves sont d'ordre technique et ne concernent que la construction de symétriques (manipuler l'équerre et *« compter les carreaux dans la diagonale »*). L'objectif central d'apprentissages qui porte sur la procédure analytique de construction de symétriques de figures, ne semble pas non plus relié à des enjeux conceptuels, ni à des enjeux de passage d'une cohérence de type GI à un travail dans le paradigme GII. En particulier, les définitions et propriétés semblent être travaillées pour elles-mêmes, éventuellement pour soutenir la cohérence GII du cours, mais sans lien avec les constructions. Ces faiblesses du scénario reflètent selon nous un manque d'analyse *a priori* des contenus et une représentation erronée des connaissances déjà-là ou presque-là des élèves (on pourrait évoquer la Zone Proximale de Développement des élèves, voir le cadre théorique de Vygotski, dans le chapitre 1). En particulier, Denis semble ne pas appréhender les enjeux conceptuels du chapitre, ni les conceptions erronées liées à la symétrie axiale, et l'objectif lié à la maîtrise des propriétés est consciemment très limité, ce que Denis justifie : *« J'y attacherai moins d'importance. Moins d'importance, parce que ils auront l'occasion de le revoir, avec la symétrie centrale en cinquième »* (Denis I, entretien préalable).

Les déroulements

Nous avons noté plusieurs éléments caractéristiques des déroulements de Denis.

Tout d'abord, l'organisation très régulière des séances résulte d'une volonté explicite de Denis confirmée par ce qu'il dit durant l'entretien préalable : après avoir décrit ce qu'il compte faire dans le cahier de leçons, il ajoute : *« Après, selon le temps, <u>en principe</u>, on retourne partie exercices, et on fait un exercice. »* Certaines interventions en classe renforcent cette affirmation : Denis répète à plusieurs reprises que *« faire du cours »* à chaque séance est une habitude. Autrement dit, l'organisation d'une séance dépend moins des apprentissages visés ou de l'avancée dans le chapitre que de principes d'organisation déconnectés des apprentissages, ces logiques d'action étant caractérisées par une priorité donnée à la régularité, aux habitudes. Selon nous, cette méthode reflète la volonté de Denis, qui se manifeste par ailleurs par une gestion très stricte en classe, d'instaurer un cadre relativement rigide, précisément dans le but de faciliter cette gestion.

Cette attitude est à rapprocher du fait que Denis structure le déroulement des séances, la mémoire de la classe et même le contenu par des éléments qui, à nouveau, dépendent moins des apprentissages mathématiques visés que des routines et règles établies. L'exemple le plus frappant en est que, dans les tâches de preuve, le choix de la propriété à écrire n'est jamais justifié par le contenu de la tâche, mais par le fait qu'il s'agit de la propriété qui a été vue le jour même ou qui était à apprendre pour ce jour là. De même, certaines exigences liées à la rigueur et au respect du cadre amènent parfois Denis à prendre des décisions contradictoires avec la logique des apprentissages : on a vu comment, à l'occasion de certaines tâches, la forme de la réponse (faire une phrase, utiliser le vocabulaire nouveau…) avait parfois pour effet d'appauvrir un contenu éventuellement plus riche au départ (cf. en particulier la correction de l'exercice 7).

Globalement, Denis fait beaucoup participer les élèves, en les interrogeant sans cesse, mais pas nécessairement sur le contenu. Le plus souvent, il leur pose des questions de vocabulaire, à seule fin de leur faire dire un mot.

D'autre part, il décharge les élèves des tâches les plus difficiles ou qui mobilisent beaucoup de connaissances : il ne leur laisse d'autonomie que sur des tâches élémentaires et/ou purement techniques, où ils n'ont qu'à exécuter ou imiter une procédure lorsque les tâches sont plus difficiles ; de même, dans les échanges collectifs, il prend à sa charge tout ce qui relève des raisonnements et des adaptations, découpant et simplifiant dès que les réponses proposées sont trop éloignées de ce qu'il attend.

Il en résulte un cercle vicieux que nous avons déjà décrit dans le chapitre 4 : les tâches du scénario étant mal adaptées à la fois aux connaissances visées et aux connaissances acquises par les élèves, Denis prend nécessairement en charge une bonne partie de leur résolution et, lors des phases d'institutionnalisation, les réponses des élèves aux questions posées par l'enseignant sont en général très loin de l'attendu ; en conséquence, Denis découpe alors et simplifie, usant d'effets de contrat et de surinterprétation[286] nombreux ; ce processus n'étant a priori pas très propice à la construction de connaissances, le phénomène se répète pour les exercices suivants…

Enfin, lorsque les élèves travaillent en autonomie, ou lors des échanges collectifs, Denis leur offre une palette d'aides, de réactions et d'interprétations peu variée. Soit il prend en charge les tâches ou les adaptations qui leur posent problème (en découpant et en simplifiant), soit il leur renvoie la tâche en invoquant la mauvaise lecture de l'énoncé ou un manque d'attention, faute d'interpréter correctement leurs erreurs. Cela confirmerait l'hypothèse d'une analyse *a priori* des contenus très limitée.

Tout se passe comme si les déroulements de Denis obéissaient là encore à certaines lignes d'action : ne pas mettre les élèves en difficulté tout en les impliquant et en les faisant agir constamment. D'autre part, les caractéristiques des déroulements semblent confirmer un défaut d'analyse *a priori* de la notion et une appréhension mal calibrée des connaissances des élèves (ZPD). Son évaluation de la difficulté des tâches, si elle lui permet parfois de prendre en charge dès le début des tâches difficiles, semble se fonder moins sur des critères liés à des difficultés conceptuelles ou à la notion, que sur des critères de forme : par exemple, s'il opère une distinction entre les tâches de construction qui consistent en la simple application d'une procédure déjà vue et des tâches plus élaborées, il n'identifie manifestement pas les adaptations nécessaires des connaissances, qu'il prend en charge, mais de manière implicite, sans fournir d'explications aux élèves "pour la prochaine fois".

Enfin, sa démarche n'est tout de même exempte d'une certaine souplesse : par exemple, la marge d'autonomie laissée aux élèves est fonction de la difficulté de la tâche.

Conclusion sur les pratiques de Denis à partir des observations de la première année

Les pratiques de Denis semblent assez peu guidées par la *« logique des apprentissages »* (ibid.), qu'il s'agisse du scénario ou du déroulement. Pour n'en donner qu'une seule illustration, presque toutes les tâches de preuve sont traitées en devoir maison, ce qui en limite la portée constructive compte tenu des corrections.

Nous relions cela au fait que les objectifs de Denis pour le chapitre, tels qu'il les a exprimés lors de l'entretien préalable, semblent très peu liés à des apprentissages conceptuels précis. Cette remarque

[286] Ce que nous appelons surinterprétations s'apparente dans une certaine mesure à des effets Jourdain.

rejoint l'observation faite sur le caractère sommaire de l'analyse *a priori* des contenus, sans que l'on puisse établir un lien de causalité entre les deux.

Tous ces éléments combinés s'apparentent à un type de pratiques caractérisé (à partir d'une perspective très différente) par M.-P. Chopin dans sa thèse sous l'appellation de *« stochastiques »*. A partir de la question du temps didactique, sa perspective consiste, au sein du *« modèle d'hétérogénéisation »* (Sarrazy, 2002), à repérer ce qui différencie les enseignants dans la gestion (création, repérage) de l'hétérogénéité[287]. Les stochastiques associent différentes caractéristiques : l'abord d'une notion par des activités ouvertes ; un hiatus entre les attentes du professeur et les comportements des élèves, ces derniers appliquant la consigne, mais leurs actions étant éloignées des attentes du professeur ; un faible intérêt pour le savoir en jeu et un recours limité aux propriétés de ce savoir pour construire la progression et pour expliquer les difficultés rencontrées par les élèves ; une trame de progression didactique des séquences peu visible, rarement justifiée par des arguments liés au savoir. Or, ce sont précisément des caractéristiques des pratiques de Denis, même si cette typologie a été élaborée à propos d'enseignants du primaire, confrontés à une situation particulière (dispenser un enseignement sur un notion donnée, dans un temps donné), et en centrant l'étude des pratiques des enseignants sur un aspect particulier, celui lié à l'hétérogénéité des élèves. M.-P. Chopin montre que les enseignants de cette catégorie ont du mal à repérer l'hétérogénéité didactique, et que, faute d'interpréter les réponses des élèves en termes de connaissances différentes mises en jeu, ils ne sont pas en mesure de leur apporter les aides adéquates. Cela confirme nos propres observations, et il est intéressant de constater que des analyses qui abordent les pratiques sous des angles très différents, aboutissent aux mêmes conclusions.

Ces pratiques sont en outre vraisemblablement différenciatrices. En effet, faire suivre des activités plutôt élémentaires d'institutionnalisations de niveau plus élevé est a priori différenciateur, puisque vraisemblablement seul un bon élève est capable d'établir le lien, ou conscient qu'il faut le rechercher, tandis qu'un élève en difficulté peut penser qu'il a rempli le contrat en se contentant de faire les exercices et de copier la leçon. Toutefois, le déroulement peut renforcer ces effets différenciateurs ou au contraire en atténuer la portée. Or ce que l'on a pu observer des déroulements de Denis nous incline à penser qu'ils sont plutôt de nature à renforcer les caractéristiques limitées du scénario en termes d'apprentissages potentiels. De même, donner les exercices les plus riches sous forme DM cantonne les difficultés au travail personnel, dont on sait qu'il est différenciateur, en particulier en ZEP.

Nous avons enfin cherché à interpréter nos observations sur les pratiques de Denis en les comparant à d'autres résultats de recherches sur les pratiques des enseignants de ZEP. On y retrouve les mêmes constats : des pratiques obéissant à des logiques d'action qui ne sont pas suffisamment guidées par les apprentissages des élèves spécifiques concernés, en tout cas pas de manière efficace semble-t-il. Dans le primaire en particulier, des chercheurs ont mis en évidence que la *« logique de socialisation »* et la *« logique de réussite immédiate »* prenaient le pas sur la logique d'apprentissage (cf. Peltier-Barbier et al., 2004).

[287] Sur la manière détaillée dont cette hétérogénéité est caractérisée, nous renvoyons à la thèse de M-P. Chopin.

Il nous semble identifier dans les pratiques de Denis des caractéristiques qui pourraient être le résultat de certains “principes”, décrits par Crinon, Marin et Bautier (in Bucheton et Dezutter, 2008) et qui *« correspondent à une image implicite cohérente de ce qu’est une séance de classe réussie et qui gouvernent les façons de faire de la classe »* (p. 130). Ils en citent certains : la classe est active ; les connaissances viennent des élèves (mais en général, on assiste plutôt au rappel par quelques élèves d’un savoir préexistant) ; les élèves réussissent à s’acquitter des tâches proposées (qui conduit à ajuster la tâche à ce que les élèves savent et savent déjà faire) ; les savoirs sont répétés et reliés entre eux mais avec des rappels parasites, qui égarent les plus faibles ; le sens vient de situations authentiques susceptibles d’intéresser les élèves, car puisées dans la réalité extérieure à l’école). Les auteurs attribuent ces logiques à une interprétation erronée du *« discours dominant tenu par les formateurs d’enseignants et [des] injonctions institutionnelles [à laquelle] se mêlent des doxas qui circulent dans les milieux de l’enseignement et ce qui peut apparaître comme des principes fondamentaux de l’action didactique que la formation a à transmettre. »* (ibid., pp. 130-131) Les enseignants adapteraient, au détriment des apprentissages, des principes initiaux éventuellement à même de fonder une action didactique efficace (ibid., p. 136) aux caractéristiques supposées de leurs élèves, issues de la représentation qu’ils en ont.

Il faut selon nous dépasser le simple constat. En effet, si ces pratiques sont aussi répandues, il convient d’en rechercher la cohérence, au-delà de leur définition en négatif (aller contre la logique des apprentissages) : ces pratiques apparaissent peut-être aux enseignants comme une adaptation nécessaire – à tort ou à raison – ou comme un moyen d’être efficaces, c’est-à-dire d’atteindre un but (enseigner les mathématiques dans un milieu difficile) avec un coût acceptable (en termes de réduction des faits d’indiscipline, de confort pour les élèves et pour soi, voire d’estime de soi…). Bref, cette manière de faire serait, pour l’enseignant, une façon de différencier son enseignement – ce qui correspond aussi à une injonction institutionnelle forte – à moindre coût : chaque élève trouve dans la séance ce qui correspond à ce qu’il suppose être son rôle dans le contrat didactique : du bon élève qui peut chercher à faire des liens, identifier les objets de savoir en jeu etc. à l’élève en difficulté, qui se contente d’exécuter des instructions et de répondre aux questions de l’enseignant sur le mode des devinettes. Or la différence fondamentale réside peut-être dans la définition socialement acceptée d’“enseigner les mathématiques dans un milieu difficile” qui est elle-même peut-être davantage caractérisée par des objectifs n’ayant que peu de rapport avec les apprentissages. En effet, les attentes de l’institution – des inspecteurs, du chef d’établissement, des parents, de la société … – sont diverses, éventuellement contradictoires, et surtout comportent des objectifs tels que “tenir sa classe”, “avoir une classe qui tourne”, qui peuvent représenter un enjeu majeur pour les enseignants dans ces établissements ; leur importance est encore accrue en début de carrière, or, précisément, la plupart des enseignants de ces établissements sont justement en début de carrière. Les efforts sont alors concentrés sur cet objectif, souvent au détriment des apprentissages, même s’il y a là un préalable qui pourrait, en fait, sans doute être davantage relié au reste et justement pas traité comme un préalable. Il nous semble aussi important de dépasser ce constat en cherchant ce qui, étant donné cette cohérence, peut changer et rendre les pratiques plus “efficaces” en termes d’apprentissages, à quelle conditions, avec quelles conséquences et à quel prix. Notre travail a pour but de contribuer à explorer ces questions.

b. **Denis II**

On a vu côté élèves ce qui a permis à l'expérience menée avec Denis la seconde année de "réussir" au moins dans une certaine mesure. Mais il convient de rechercher aussi les facteurs de cette réussite du côté de Denis. Autrement dit, on a vu comment à partir du scénario de Martine, et par-delà les tâches différentes, certaines caractéristiques des déroulements différentes de celles de l'année précédente avaient vraisemblablement permis que les élèves développent des activités suffisamment riches pour apprendre, mais il reste à s'interroger sur les raisons pour lesquelles l'enseignant a choisi ces déroulements.

Les invariants dans les déroulements de Denis entre la première et la deuxième année

Ce qui est invariant dans les déroulements de Denis est principalement le fait qu'il prend toujours en charge une grande partie des tâches, notamment des plus difficiles (jusqu'à prendre en charge intégralement les tâches de preuve). Les élèves, dont l'autonomie est limitée, se contentent le plus souvent d'exécuter ou d'imiter des procédures. Tout se passe comme si Denis ne leur faisait pas confiance pour traiter les tâches difficiles.

Ce qui est constant aussi est le temps que Denis consacre à un épisode d'exercice : environ 15 minutes en moyenne, les deux années.

Enfin, un autre élément essentiel très stable est le fait de vouloir à tout prix faire participer les élèves, en posant beaucoup de questions à un grand nombre d'entre eux.

Ce qui varie dans les déroulements de Denis d'une année sur l'autre

La deuxième année, l'autonomie des élèves, même si elle reste limitée, porte sur des tâches plus riches, mieux adaptées, *a priori*, à leurs connaissances et aux connaissances visées, ce qui est propice au développement d'une activité plus riche.

En outre, dans les échanges entre l'enseignant et les élèves, la part de responsabilité laissée à ces derniers dans les contenus est plus importante que la première année : Denis demande parfois des justifications ou des précisions et évalue plus explicitement que la première année.

Ensuite, Denis structure davantage les séances ou l'avancée dans le scénario par le contenu et notamment par les objectifs de celui-ci. Par exemple, écrire quelque chose dans le cours n'est plus justifié par le fait qu'il faut écrire du cours durant la séance (*« comme d'habitude »*), mais par le fait que l'exercice qui vient d'être réalisé a permis d'élaborer une définition ou une propriété.

Enfin, les échanges lors des phases collectives, non seulement portent davantage sur le contenu (en particulier, lorsque les élèves ne trouvent pas une réponse, Denis reformule plus souvent la question qu'il ne fait appel à un effet de contrat) mais sont enrichis par des apports de la part de Denis sous la forme d'un discours de structuration permettant d'établir des liens, des justifications etc.

Il semblerait donc qu'en plus de la logique de socialisation et la logique de réussite immédiate, les déroulements de Denis II intègrent dans une certaine mesure la logique des apprentissages, sans pour autant renoncer aux deux premières.

Interprétation : pourquoi, du côté de Denis, l'expérience a-t-elle "réussi" ?

Quelles différences ont pu provoquer les variations évoquées ci-dessus ? La modification du scénario est une chose, mais le plus important semble être que, la seconde année, des objectifs d'apprentissages – qui plus est relativement ambitieux – ont été assignés au scénario et à l'enseignant, alors que les objectifs de l'année précédente restaient très limités et très peu explicitables ; de plus, des outils précis ont été fournis à Denis qui lui ont permis non seulement de mieux interpréter les productions et les erreurs des élèves, mais surtout de mieux les exploiter et de faire des apports plus pertinents par rapport aux connaissances et aux activités développées (probablement plus cohérents avec les connaissances "presque déjà-là" des élèves).

Mais le changement de scénario n'est qu'une condition nécessaire, qui a permis de dégager de nouvelles marges de manœuvre, sans pour autant expliquer pourquoi Denis les a investies.

Plusieurs hypothèses se présentent.

> Une première catégorie d'hypothèses consiste à considérer les limites de l'expérience et à en déduire des hypothèses explicatives liées au caractère expérimental, clinique et à la dimension aléatoire de ce type d'expérience.

Par exemple, on peut envisager que, par hasard, Denis ait eu affaire à des élèves bien meilleurs la deuxième année la première : cela semble toutefois peu probable, dans la mesure où la classe n'est pas plus spécifique que celle de l'année précédente car les élèves ne suivent pas d'option particulière (certaines classes de sixième de cet établissement sont des classes à *« option scientifique »*, ce qui suppose que les élèves ont été choisis et que les résultats sont en principe meilleurs, ce qui n'est pas le cas des deux classes concernées par l'étude) ; d'autre part, les résultats moyens des deux classes aux évaluations de sixième sont similaires (avec ce que cet indicateur présente aussi d'aléatoire et imparfait).

Une autre hypothèse concerne l'impact de l'expérience sur les résultats : le chapitre est peut-être perçu différemment par les élèves qui seraient plus intéressés qu'à l'habitude grâce à la nouvelle conception du scénario ; Denis lui-même, désireux de relever le "challenge" de l'expérience, aurait modifié ses habitudes, cherché à faire ce qu'il pensait que nous attendions de lui ou appliqué sur un chapitre des principes qu'il renonce à appliquer habituellement en raison de leur coût etc.

Cette dernière hypothèse nous semble dépasser le simple impact de l'expérience : elle révèlerait que les enseignants s'abstiennent de certaines actions, alors même qu'ils savent qu'elles seraient bénéfiques à leurs élèves, en raison de leur coût. Denis l'a dit lors de l'entretien mené après l'expérience : il a reconnu que le scénario était nettement meilleur que ceux qu'il élaborait lui-même mais en ajoutant que l'énergie et le temps dépensés à faire "tourner ses classes" (dans l'établissement, mais aussi pour corriger des devoirs maisons hebdomadaires, par exemple) l'empêchaient de se consacrer davantage à la préparation des cours ; il dit aussi n'être pas outillé pour concevoir des scénarios aussi élaborés. Rappelons que Denis est agrégé, mais il estime n'avoir jamais appris, à l'IUFM[288], à préparer un cours de sixième ; autrement dit, c'est de connaissances didactiques sur les mathématiques qu'il manquerait).

> Une hypothèse d'un autre ordre est que le scénario serait suffisamment "bon" du point de vue de l'organisation et du détail des contenus pour "marcher", quels que soient les déroulements associés et quels que soient les élèves.

Cela semble toutefois contradictoire avec les échecs relatifs constatés dans les premières expérimentations d'ingénieries didactiques pour lesquelles le scénario était a priori "bon", mais ne donnait pas pour autant de bons résultats en termes d'apprentissages des élèves. Si certaines contraintes ont été depuis lors identifiées, notamment quant au rôle de l'enseignant, la question de savoir si un même scénario peut marcher avec n'importe quels élèves et avec n'importe quel déroulement n'est pas tranchée.

Prétendre que ce scénario serait performant quels que soient les élèves signifierait qu'il n'y aurait aucune différence, que ces élèves soient en ZEP ou non, ce qui semble surprenant. Il faut toutefois relativiser en rappelant que les résultats ne sont pas aussi bons pour tous les objectifs du chapitre, mais cela renvoie aux déroulements…

> Une nouvelle hypothèse qui, cette fois, tient compte de la remarque précédente, serait que le changement de scénario suffirait à modifier les déroulements.

Autrement dit, un "bon" scénario impliquerait automatiquement de bons choix de déroulements. Cette hypothèse pourrait certes expliquer les changements de déroulements observés chez Denis, mais elle nous paraît peu probable, étant donné d'une part les résultats de la diffusion des ingénieries didactiques évoqués ci-dessus, d'autre part les analyses des déroulements de Denis I et Martine qui mettent en évidence des choix délibérés des enseignants en matière de gestion des déroulements ; or ces choix semblent relativement indépendants du contenu précis : certaines régularités observées chez l'un ou l'autre des enseignants se retrouvent sur des contenus différents[289] (par exemple, quel que soit le contenu, Denis prend à sa charge ce qui est difficile), et, sur un même contenu, les enseignants font éventuellement des choix différents. Par exemple, Martine choisit, lorsqu'elle traite les axes de symétrie des figures usuelles – triangles et quadrilatère – de faire le lien avec les notions de médiatrice et de bissectrice, ce que ne fait pas Denis II.

> Autre hypothèse : le travail d'anticipation et d'analyse *a priori* fait avec Denis la deuxième année en accompagnement du changement de scénario induit les modifications de déroulement.

---

288 L'IUFM désigne l'Institut Universitaire de Formation des Maîtres où les enseignants suivent en France une formation en alternance lors de leur première année d'exercice. Denis a effectué cette année de formation après avoir été reçu à l'agrégation, mais pas Martine (les IUFM n'existaient pas encore lorsqu'elle a débuté sa carrière).

289 Evidemment, nous n'avons de données que sur les contenus concernant la symétrie axiale ; les résultats sur la stabilité des pratiques confirment toutefois que l'on peut considérer qu'au moins certains aspects des pratiques sont indépendants du contenu d'enseignement.

Cela conforterait d'une certaine manière l'hypothèse émise par M.-P. Chopin, selon laquelle les stochastiques le sont de manière conjoncturelle et que, placés dans d'autres conditions (dans sa thèse, cela correspond à disposer de moins de temps pour traiter un contenu), ils mettraient en œuvre d'autres manières de faire. Dans notre expérience, en outillant Denis, nous lui aurions en quelque sorte permis de ne pas être stochastique. Autrement dit, Denis, la première année, n'aurait pas anticipé, n'aurait pas fait d'apports, aurait mal interprété certaines productions et erreurs d'élèves non parce qu'il n'en était pas capable dans l'absolu, mais simplement parce qu'il ne disposait pas des outils pour le faire.

Toutefois, si tel était le cas, Denis ayant une certaine expérience et étant agrégé, on peut penser qu'il aurait développé ses analyses *a priori* avec l'expérience à moins que cela ait représenté un coût trop grand cumulé avec une formation insuffisante.

Un autre élément nous semble potentiellement déclencheur des modifications de déroulement observées la deuxième année : outre les outils mis à la disposition de Denis et le scénario, nous lui avons communiqué les objectifs d'apprentissages associés. Or nous avions constaté que, la première année, Denis ne semblait pas avoir fixé de réels objectifs d'apprentissages – en tout cas pas conceptuels et globaux – qui auraient pu lui servir de fil conducteur pour l'itinéraire cognitif proposé. Denis n'ayant en quelque sorte pas défini d'itinéraire à l'origine, n'aurait pas su orienter l'activité des élèves ; cet itinéraire étant indiqué et les objectifs fixés, Denis aurait agi de manière à les atteindre.

On pourrait opposer à cet argument que les programmes devraient suffire à fixer les objectifs d'apprentissages, mais, outre qu'ils donnent rarement des indications sur l'itinéraire à définir, on a vu dans le chapitre 2 à quel point ceux relatifs à la notion de symétrie axiale, pouvaient se prêter à diverses interprétations, débouchant sur des objectifs très éloignés, allant de simples révisions axées sur la perception et uniquement associées à la découverte de la procédure analytique de construction de symétrique sur papier blanc, jusqu'à des objectifs conceptuels liés aux deux approches de la symétrie et notamment au lien entre les deux, ainsi que l'initiation à un changement de paradigme. Denis a vraisemblablement opté pour la première solution. Ne négligeons pas non plus le fait que la contrainte institutionnelle liée aux programmes n'est pas aussi forte en ZEP qu'ailleurs, les enseignants prenant plus volontiers des libertés par rapport à ceux-ci (principalement à la baisse), l'idée étant pratiquement admis que, de toutes façons, étant donné les difficultés des élèves, il était difficile de faire la même chose qu'ailleurs.

> Les invariants de gestion des déroulements de Denis seraient adaptés aux élèves de ZEP et performants sous réserve d'un scénario bien conçu.

Par exemple, on pourrait arguer que sa prise en charge des difficultés, cantonnant les élèves dans un rôle d'exécution ou même d'imitation, les rassure et maintient leur enrôlement dans le travail – ce qui est une préoccupation constante des enseignants de ZEP. Le scénario permettrait alors de substituer à un simple enrôlement dans l'action, comme la première année, 'un véritable enrôlement dans des tâches riches et adaptées tant aux connaissances des élèves qu'aux connaissances visées de nature à déboucher sur des apprentissages.

Autrement dit, Denis utiliserait sa gestion très dirigiste pour garantir que la classe "tourne", que tous les élèves prennent part aux activités, et la monstration fonctionnerait bien comme médiation entre les élèves et le savoir, comme Janine Rogalski en mentionne la possibilité : *« la monstration, si souvent observée en classe (de la même manière que le tuteur montre à l'apprenti comment faire) peut tout à fait être considérée comme une action de médiation »* (Rogalski, 2003, p. 382). Cette médiation s'avère alors efficace, du moins avec ces élèves, sur ce sujet et sous certaines conditions essentielles : étant donné le scénario et l'adéquation des tâches avec les connaissances des élèves et les connaissances visées, le bref temps d'autonomie laissé aux élèves avant la prise en charge par Denis suffirait pour dévoluer non pas les tâches entières et leur résolution aux élèves, mais au moins la question, en ménageant ainsi d'une certaine manière la construction chez les élèves de connaissances proches de celles qu'on cherche à leur faire apprendre (ZPD) pour lesquelles l'intervention de l'enseignant deviendrait alors efficace.

On peut même aller plus loin et émettre l'hypothèse que ce type de médiation serait une adaptation nécessaire des pratiques de l'enseignant au public de ZEP, ce qui expliquerait pourquoi les enseignants y recourent à ce point ; d'autre part, le manque d'outils et le coût de la conception de scénarios adaptés à cette gestion nuiraient à son efficacité.

Remarque sur le scénario

Une remarque s'impose lorsqu'on étudie les conditions qui ont permis la réussite de l'expérience. Nous avons cherché pourquoi elle avait réussi du point de vue des élèves puis du point de vue de l'enseignant. Mais on peut également s'interroger sur le scénario précis : le scénario initial, conçu par une enseignante et, analysé avec nos outils (en particulier à la lumière des analyses épistémologiques de la notion et des programmes), a révélé certaines propriétés de cohérence, d'ambition des objectifs, de progressivité … ; d'autre part, les résultats aux contrôles des élèves de Martine la première année, si on admet que les pratiques des enseignants y sont pour quelque chose, ont montré que ce scénario pouvait (selon nous, sous réserve de déroulements adaptés), donner de bons résultats. Il a été quelque peu modifié par nous, mais sur des points de détail, avant d'être soumis à Denis la seconde année. Denis y a, semble-t-il, "adhéré" dès le début. Nous pensons que cette adhésion s'explique d'une part par des similitudes au moins superficielles avec son propre scénario de l'année précédente, comme la séparation au départ des deux approches de la symétrie, d'autre part par certains critères dont nous n'avions pas nous-mêmes mesuré l'impact : par exemple, Denis dit, à propos de l'exercice d'introduction qu'il lui convient, car *« [Il] pense que pour eux, l'activité avec le calque, [il] pense qu'il y a un côté ludique qui les interpelle tout de suite. »* ; quand on l'interroge plus spécifiquement sur son contenu mathématique, et pour savoir s'il l'aurait éventuellement choisi pour introduire le chapitre, il répond par l'affirmative et justifie par le fait que *« rien ne [lui] paraît contraire à ce qu'il voit dans le chapitre »*. Il ajoute qu'il *« voit bien l'intérêt de leur donner ça »*, mais sans développer. Enfin, le scénario a été, comme on l'a vu, appliqué par Denis de manière relativement cohérente avec les objectifs sous-jacents – l'accompagnement y ayant probablement contribué[290].

[290] Par exemple, pour l'exercice d'introduction du chapitre, ce qui avait été beaucoup discuté lors de l'entretien et avant la séance a été réalisé, comme par exemple le fait d'identifier les transformations géométriques. En revanche, sur ce qui n'avait été qu'évoqué, certaines caractéristiques des déroulements de Denis ont pu être observées : nous avions pointé que, si les élèves mentionnaient à la fois le pliage et le retournement, il fallait faire le lien entre les deux, expliquer que cela revenait au même, or Denis a valorisé

Au vu des résultats des élèves de Denis aux contrôles la seconde année, nous avons conclu que l'expérience avait dans une large mesure "réussi". On peut donc considérer que le scénario porte en lui-même ce que nous qualifierions d'une "double-robustesse" : c'est-à-dire, en résumé, qu'il a résisté à un autre enseignant et à d'autres élèves (a priori très différents). Sans pouvoir dire quelles sont les propriétés qui ont rendu cela possible, nous pouvons émettre quelques hypothèses : sa cohérence avec les programmes, son organisation très lisible (à la fois du point de vue mathématique, avec l'organisation en fonction des deux approches et du point de vue didactique avec une grande progressivité dans la difficulté des tâches par exemple), des exercices généralement "classiques" puisés pour la plupart dans des manuels, et dont les objectifs sont dans l'ensemble clairement identifiables ; tout ceci contribue probablement à sa robustesse, c'est-à-dire au fait qu'il reste performant malgré un changement d'enseignant, de déroulement, et un public d'élèves différent. L'exercice 1 du scénario illustre bien ce principe de double-robustesse : il a fonctionné de manière à peu près similaire dans les deux classes et avec les deux enseignants. Les difficultés liées à la compréhension de l'énoncé ont été sensiblement les mêmes pour les élèves (certes, aucun des élèves de Denis n'a cherché à placer des axes de symétrie sur toutes les figures, mais cela tient peut-être au fait que Denis n'avait pas donné le titre du chapitre avant de commencer) et traitées de manière similaire par les deux enseignants (reformulation de la tâche, correction rapide du premier cas) ; or, ce qui fait la robustesse de cette tâche est qu'elle débute par des manipulations de calque qui sont à la portée de n'importe quel élève (même de l'école primaire), ce qui favorise un enrôlement immédiat dès que la tâche est identifiée ; les solutions sont aussi à la portée de tout élève (même si leur formulation est plus difficile) ; d'autre part, du point de vue de l'enseignant, elle est relativement robuste dans le sens où il ne peut prendre en charge une partie de la résolution (excepté le découpage entre décalquer au départ puis identifier le mouvement, mais qui ne constitue pas le cœur de la tâche) sans donner la solution.

Pour finir, même si on peut s'interroger sur l'impact de l'enseignant particulier et de la classe particulière sur le résultat de l'expérience, on peut se demander si un autre scénario (éventuellement conçu par un chercheur), aurait été aussi "efficace". En effet, il nous semble, sans pouvoir l'expliquer davantage, que, du fait qu'il soit conçu par un enseignant, le scénario tient davantage compte des contraintes liées à son application effective dans une classe qu'un scénario conçu par un chercheur. Il se pourrait aussi qu'il y ait des points communs entre Martine et Denis, mais nous n'avons pu les identifier, dont la conséquence serait que le scénario conçu par Martine se révèlerait particulièrement adapté aux pratiques de Denis.

Le coût de l'expérience pour Denis

Nous avons évoqué le fait que les modalités de l'expérience avaient permis à Denis de faire l'économie de la préparation du cours et des analyses *a priori*, mais il reste à interroger ce qui a représenté un coût plus important la deuxième année. Si Denis n'a apparemment pas été gêné par le fait de n'avoir pas conçu lui-même le scénario, et que le comportement de la classe n'a pas été significativement différent (rappelons cependant qu'il s'agit d'une autre classe), il nous semble que quelques incidents ont émaillé le déroulement. Il nous semble – et Denis a confirmé notre impression – qu'il était intervenu à plusieurs reprises pour rappeler à l'ordre les élèves sur le fait qu'il

les deux procédures comme solutions indépendantes ce qui a pu poser problème à certains élèves pour faire le lien avec la définition de figures symétriques qui, elle, ne fait référence qu'au pliage.

fallait être attentif, apprendre les leçons … ; ce que nous avions moins observé l'année précédente. Ces interventions n'étaient en général pas provoquées par un problème de discipline, mais par le fait que les élèves ne savaient pas répondre à une question et c'est à ce titre que nous nous demandons si cela résulte de l'expérience ou non et notamment du fait que le scénario était plus exigeant, sans avoir pour autant d'élément concret pour étayer notre hypothèse. En outre, il aurait fallu mener une étude précise des épisodes non mathématiques pour fonder cette remarque sur des faits.

c. Martine

Ce qui paraît le plus frappant dans les pratiques de Martine est leur cohérence, laquelle semble reposer sur le fait que tous les choix sont guidés par le souci premier des apprentissages des élèves : c'est cette fois la logique d'apprentissages qui domine.

Le scénario qu'elle a conçu dénote une analyse *a priori* riche de la notion, ainsi qu'une organisation mathématique et didactique très structurée, intégrant l'ensemble des enjeux du programme d'un point de vue global qui dépasse ce seul chapitre (nous faisons en particulier référence ici au changement de paradigme géométrique) de manière réfléchie et articulée. En outre, parmi les différents niveaux d'interprétation des programmes et comparés à ceux des manuels, les choix de Martine sont ambitieux[291]. Enfin, le scénario présente une grande lisibilité.

En cherchant les raisons des qualités du scénario de Martine, notre première interrogation porte sur la composante personnelle de Martine. Ses analyses *a priori* de la notion témoignent d'une expertise que l'on ne peut attribuer à une formation particulière : Martine est certifiée et n'a suivi durant sa carrière aucune formation professionnelle particulière. Le seul élément qui nous semble entrer en ligne de compte est qu'elle est à quelques années de la retraite, ce qui pourrait expliquer sa capacité à mettre en perspective les notions du programme, tout comme une analyse des programmes antérieurs nous a nous-mêmes permis d'accéder à la cohérence des programmes de 2005 (cf. chapitre 2).

Quant aux déroulements, ils sont tout aussi fortement déterminés par les objectifs d'apprentissages : ils sont régulièrement jalonnés pour atteindre ces objectifs et constituer un réseau de connaissances, au-delà de connaissances ponctuelles (les nombreux apports présentent à ce titre les caractéristiques d'aides constructives) ; à cette fin, Martine concentre son effort sur l'explicitation des liens et la structuration des contenus.

Vis-à-vis des élèves, ils se caractérisent principalement par la prise en compte du groupe : celui-ci est dépositaire d'une certaine responsabilité des contenus (solutions, justifications, validations). Cette gestion des phases de travail collectif s'accompagne d'une alternance originale avec les phases individuelles : nous avons en effet observé que Martine profitait parfois de phases de travail individuel pour passer dans les rangs non pas pour aider les élèves à traiter la tâche, mais pour vérifier que certains élèves habituellement en difficulté avaient réalisé correctement et compris la correction de la tâche précédente, quitte à la reprendre avec eux le cas échéant. Il nous semble qu'il

[291] A titre d'exemple, la démonstration de la réciproque de la propriété des points de la médiatrice qu'elle propose à ses élèves n'est faite par aucun manuel.

s'agit là d'une pratique originale – quoique nous manquions de points de comparaison – et surtout d'un facteur éventuellement non négligeable sur les activités des élèves.

Si une certaine expertise de Martine semble avérée, sans que nous puissions en déterminer les causes, on peut toutefois chercher si certains éléments facilitent ses pratiques, en diminuent le coût. En ce qui concerne la préparation des cours, on peut noter que Martine utilise fréquemment le manuel de la classe. Elle nous a en particulier expliqué qu'elle suivait la progression de celui-ci en alternant les chapitres de géométrie et ceux portant sur des notions numériques. De plus, la plupart des exercices d'application proposés aux élèves en sont tirés. Notons néanmoins qu'elle utilise peu les exercices prévus pour introduire des nouveaux contenus et très peu le cours proposé par le manuel, concevant elles-mêmes ceux-ci. Nous pensons que cette utilisation du manuel lui fournit une base relativement cohérente à partir de laquelle elle peut ensuite élaborer sa propre cohérence et son scénario, mais sans avoir à concevoir ni la progression globale ni la plupart des supports. Ces observations gagneraient peut-être à être analysées à la lumière du travail de Gueudet et Trouche (2008) sur l'utilisation de ressources par les enseignants. En ce qui concerne la gestion de la classe, nous avons relevé que si les phases collectives sont gérées de manière relativement souple, certains élèves intervenant parfois sans lever le doigt et si les phases de travail individuel sont parfois l'occasion de bavarder pour les élèves qui ont terminé les exercices, en revanche Martine est très exigeante sur l'attention des élèves lorsque quelqu'un – elle-même ou un élève – prend la parole[292].

Quoi qu'il en soit, Martine a manifestement su, au cours de sa carrière, construire une pratique à la fois efficace pour les apprentissages des élèves et viable pour elle.

Conclusion

L'analyse des pratiques des deux enseignants nous a permis de mettre en évidence certaines régularités et l'on pourrait reprendre au moins en partie les principes établis par E. Roditi (in Vandebrouck, 2008, p. 90), qui résultent d'après lui de *« nécessités professionnelles »* et que les enseignants semblent appliquer : le *principe de conformité aux programmes officiels*, le *principe d'efficacité pédagogique* qui *« traduit le fait que les professeurs n'abordent pas les contenus mathématiques avec lesquels les élèves éprouvent des difficultés et qui ne sont pas indispensables à la séquence »*, le *principe de clôture du champ mathématique* qui *« conduit les professeurs à ne pas intégrer au champ mathématique les contenus liés à ceux qui en ont été écartés »* ; puis, pour les déroulements, la *nécessité de succès d'étape* qui signifie que *« les professeurs segmentent leur enseignement de manière à mettre régulièrement l'élève en activité d'application de ce qui vient d'être enseigné »*, et le *respect de l'attente des élèves.* Nos analyses des pratiques de Martine et Denis mettent au jour des traces du "respect"[293] d'au moins certains de ces principes, ce que l'on peut interpréter par le fait que les enseignants sont exposés à des contraintes similaires liées au métier.

---

292 Pour l'anecdote, nous l'avons notamment vu faire usage à quelques reprises d'un sifflet pour obtenir le silence.

293 Là encore, il ne s'agit pas de règles écrites que les enseignants respecteraient ou non, mais d'une manière d'interpréter une cohérence constatée, autrement dit il s'agit de principes implicites, reconstitution du chercheur, mais qui se caractérisent, d'après E. Roditi, par une adéquation avec ce que l'on observe des pratiques des enseignants.

Toutefois, à partir de ces logiques d'action, la diversité des formes qu'elles revêtent n'est pas moins frappante, ce qui résulte selon nous d'une part de la prégnance de la composante personnelle, d'autre part, dans cette expérience, de l'importance de la composante sociale liée au fait d'exercer en ZEP ou en établissement ordinaire. Cela se traduit par des composantes cognitives très différentes pour les deux enseignants et des composantes médiatives qui ne le sont pas moins lorsque chacun des enseignants applique son propre scénario, mais qui présentent des caractéristiques beaucoup plus proches sur un même scénario, même si des traces de singularités persistent.

Conclusion

Nous présentons une synthèse des résultats de la thèse, en analysant leur portée et leurs limites et en les mettant en regard avec d'autres recherches et d'autres cadres théoriques. Nous terminons par de nouvelles questions et par les perspectives que nous concevons en prolongement de ce travail.

Notre problématique, à partir du constat, largement consensuel, du rôle de l'école dans la reproduction des inégalités sociales, s'est construite en cherchant dans quelle mesure les pratiques des enseignants en mathématiques contribuent à ce phénomène et surtout si elles peuvent servir, au contraire, de levier pour les compenser en testant la possibilité de le faire grâce à la didactique des mathématiques.

Cette démarche suppose de s'interroger sur ce qui dépend de facteurs internes à la relation enseignement/apprentissage et à l'institution scolaire, c'est-à-dire sur lesquels l'enseignant de mathématiques et/ou le chercheur peuvent avoir un impact, et les distinguer de facteurs externes que l'on peut au mieux identifier et prendre en considération, même si des recompositions inévitables compliquent le tableau. Le fait qu'un établissement soit en ZEP avec tout ce que cela implique du point de vue des spécificités des élèves relève évidemment de tels facteurs externes, de même que la composante personnelle des enseignants (par exemple leur formation ou leur âge), mais nous émettons l'hypothèse que les pratiques de l'enseignant, et le fait de tenir compte de ces spécificités dans les pratiques, incrémentent des facteurs internes sur lesquels on peut agir et en escompter un effet.

Synthèse des résultats

Les observations menées dans les trois classes ont mis en évidence des liens entre enseignement et apprentissages.

La première phase des observations a porté sur des pratiques ordinaires, dans la classe de deux enseignants différents. La comparaison de leurs pratiques a fait apparaître quelques points communs et des différences. Les premiers concernent la définition de l'enveloppe des contenus abordés dans le chapitre et l'organisation superficielle des contenus ; autrement dit, ils sont liés à la composante cognitive des pratiques, mais sur des aspects globaux, en lien avec la composante institutionnelle (inscription dans les programmes). Les différences, quant à elles, portent sur les objectifs d'apprentissage, présents et absents, sur l'importance donnée à l'organisation, à la cohérence du scénario et aux tâches précises proposées au fur et à mesure, ainsi qu'à des choix de déroulements, notamment relatifs à l'organisation du travail des élèves – la répartition entre le travail en classe et à la maison ou l'articulation entre les cours et les exercices – et au contenu des phases collectives. En effet, si, à première vue, les déroulements organisés par les deux enseignants présentent certaines similarités, telles que l'alternance des cours et des exercices, du travail individuel et des phases de travail collectif avec toute la classe, ou la sollicitation constante des élèves, une étude plus approfondie a révélé certaines différences non négligeables : l'alternance cours/exercices ne se fait pas "dans le même sens" ; le cours précédant le plus souvent les exercices chez Denis alors qu'il constitue une synthèse du travail des élèves sur ceux-ci chez Martine ; l'objet du travail individuel n'est pas le même non plus puisqu'il porte en général dans la classe de Martine sur les tâches initiales lesquelles sont réduites par Denis dès le début ; les phases collectives elles-mêmes ont des formes et contenus différents puisqu'elles sont le lieu d'échanges dans lesquels la classe prend toute sa place chez Martine mais plutôt de synthèses faites par l'enseignant chez Denis ; la répartition du travail entre les devoirs en classe et à la maison est enfin particulièrement contrastée puisque le travail en classe chez Martine s'organise autour d'exercices consistants qui sont au contraire relégués dans les devoirs maison chez Denis.

Nous avons mis en évidence les différences qui en résultent en termes d'activités possibles des élèves en classe, du point de vue de leur potentiel d'apprentissage, "l'avantage" présumé allant à Martine.

La deuxième phase des observations, dans la classe de Denis travaillant avec le scénario de Martine, a permis d'affiner ces premiers éléments en identifiant l'impact du scénario mais aussi des déroulements sur les activités des élèves. Le scénario a montré une certaine robustesse. Quant aux déroulements, ceux de Denis la deuxième année et ceux de Martine, les plus adaptés à la conjoncture[294], c'est-à-dire au plus près des activités des élèves – par un repérage, une interprétation et une exploitation plus experte de leur travail par l'enseignant – semblent plus à même de favoriser des activités potentiellement sources d'apprentissages.

Cherchant à analyser les conséquences de ces différences et points communs dans les pratiques sur les apprentissages des élèves, nous avons constaté qu'une corrélation relativement étroite semble pouvoir être établie entre les activités possibles et les résultats des élèves en contrôles. En effet, d'une part les différences observées dans les activités possibles en classe, en tant que conséquences des choix de scénario et de déroulements des enseignants, semblent expliquer, au moins partiellement, les résultats contrastés aux contrôles entre les élèves des deux classes ; d'autre part, l'étude fine des activités possibles peut aussi être mise en parallèle avec les variations de résultats observées selon les tâches dans une même classe.

Pour synthétiser, nos analyses montrent que ce qui est déterminant en termes d'activités possibles des élèves en classe est d'une part l'organisation globale du scénario (ordre des contenus, objectifs, articulation cours/exercices prévue, gestion *a priori*) et la variété des tâches, d'autre part les déroulements effectifs – en partie choisis et en partie dépendants de la conjoncture – et que ces activités sont corrélées aux résultats en contrôles, avec certaines limites bien entendu.

La deuxième partie de la problématique a trait aux modifications envisageables. Notamment, nous nous sommes demandé dans quelle mesure les élèves de Denis pouvaient obtenir de meilleurs résultats et les pratiques de celui-ci pouvaient évoluer – en évaluant l'impact de ces éventuels changements. Le coût de ces changements était aussi en question, dans la perspective d'une réflexion étendue à la formation des enseignants.

L'expérience proposée à Denis, qui consistait à appliquer dans sa classe, avec notre aide, le scénario conçu par Martine l'année précédente, fut à ce titre riche d'enseignement au-delà même de nos espérances.

[294] On pourrait définir la conjoncture comme ce qui n'est pas prévisible, mais sans être pour autant aléatoire.

Les résultats des élèves en contrôles se sont nettement améliorés par rapport à l'année précédente (même si ce ne sont pas les mêmes élèves). Nous avons en outre observé que le changement de scénario, associé au fait de fournir à Denis des outils d'analyse de la notion, des procédures et des erreurs des élèves, avait permis des changements de déroulements. Même si la stabilité des pratiques de Denis s'est en partie révélée, notamment dans sa manière de gérer la répartition du travail entre phases collectives et individuelles ou dans le fait de prendre en charge une partie des tâches, le contenu des phases de travail, surtout collectives, et sa manière de prendre en charge certaines adaptations ont été modifiés. Tout se passe comme si, malgré la prégnance des logiques de réussite immédiate et de socialisation (Peltier-Barbier et al., 2004) identifiables la première année, Denis avait intégré une certaine logique d'apprentissages.

Toutefois, les "résistances", à la fois de la part des élèves et de celle de Denis, sont tout aussi riches d'enseignement : sur les tâches de constructions, les résultats des élèves de Denis sont devenus comparables à ceux obtenus par les élèves de Martine ; en revanche, pour celles qui cumulent les difficultés et pour les tâches de preuve en général, les résultats des élèves de Denis sont restés inférieurs à ceux des élèves de Martine – tout en s'améliorant par rapport à la première année. Bien entendu, le fait de n'avoir réalisé cette expérience que sur un chapitre, qui plus est en fin d'année, limite nécessairement la portée du changement, d'autant plus que les résultats d'autres recherches montrent que c'est précisément sur ce type de tâches que les élèves de ZEP présentent les écarts de réussite les plus grands avec les élèves d'établissements ordinaires. Se repose donc la question de ce qu'il est possible de faire changer, en agissant à l'intérieur du système : faire ce travail sur toute l'année de sixième aurait-il permis aux élèves d'obtenir des résultats similaires à ceux des élèves de Martine pour toutes les tâches ? On verra plus loin, dans les perspectives, que la question peut en outre être élargie.

Cette expérience fut aussi riche d'enseignements sur les conditions et le coût de ces changements : en l'occurrence, le fait de fournir nous-mêmes le scénario et des outils à l'enseignant lui a épargné le coût de la création et une partie de celui de l'appropriation du scénario. Or les entretiens que nous avons eus avec Denis montrent que ce coût n'est pas négligeable, surtout en ZEP, où l'investissement des enseignants se concentre généralement sur d'autres aspects – essentiellement la gestion de classe dont, dans le cas de Denis, le travail hebdomadaire de correction de copies faites à la maison – surtout lorsque les enseignants estiment ne pas disposer des ressources suffisantes ; cette remarque renvoie à la formation des enseignants. Leur donner des moyens, c'est-à-dire des outils didactiques, nécessaires à la préparation à moindre coût de scénarios cohérents et propres à favoriser des activités riches nous semble fondamental (par exemple, les moyens d'explorer des ressources existantes) ; c'est aussi leur fournir des outils didactiques de gestion des déroulements, principalement en ce qui concerne le repérage, l'interprétation et l'exploitation du travail des élèves. S'agissant précisément des déroulements, l'expérience menée avec Denis a montré que les changements de gestion, par exemple dans la part des tâches prise en charge par l'enseignant, n'ont certes pas été aussi importants qu'on aurait pu l'attendre ou l'espérer, mais néanmoins suffisants pour avoir des conséquences positives assez nettes sur les activités des élèves et sur les résultats en contrôles. Cela suggère selon nous d'une part que le coût du changement n'est pas si élevé, d'autre part que ce qui n'a pas changé malgré l'accompagnement de Denis témoigne de certaines "résistances" sur lesquelles nous devons nous interroger : pour simplifier, Denis a changé peu de choses dans sa gestion (même s'il s'agit d'éléments importants comme le contenu des phases collectives), surtout en ce qui concerne les tâches de preuve (il a en particulier dévolué une part très limitée de ces tâches aux élèves, contrairement à ce que nous avions anticipé et tenté d'induire lors de l'accompagnement). Cette constatation peut prêter à plusieurs interprétations : soit on considère que Denis, en adaptant sa pratique à ses élèves et grâce au scénario et à l'accompagnement fournis, leur a permis d'obtenir les meilleurs résultats possibles, compte tenu de certains facteurs externes, soit on considère que ses pratiques résistent pour d'autres raisons, liées par exemple à la gestion de la classe, et qu'une évolution plus importante aurait eu un coût plus élevé sous la forme, par exemple, d'un réel temps de formation, mais aurait peut-être encore amélioré les résultats des élèves.

Cette brève synthèse nous permet de développer ci-dessous la portée de ces résultats, avant d'en préciser les limites.

Portée et limites de notre travail

La mise en évidence de liens entre pratiques des enseignants et résultats en contrôles des élèves, en "passant par" les activités possibles de ceux-ci , ainsi que de l'existence de marges et de modalités de progression, nous a amenés à nous intéresser aux causes, aux facteurs qui pouvaient expliquer ce que nous avions observé.

En ce qui concerne le scénario, les points communs entre les deux enseignants – confirmant en cela des résultats déjà établis par d'autres recherches (cf. chapitre 7) – résultent principalement du poids de la composante institutionnelle. En effet, ils sont liés aux choix globaux de contenus qui découlent pour une grande part directement des programmes. Ce résultat est à rapprocher de celui établi par Roditi (2001) dans sa thèse, d'autant plus que les points communs en termes de choix globaux de contenus dépassent les seules contraintes des programmes, comme il l'avait déjà montré, même si la portée de ce résultat dans notre cas est limitée par le fait que notre étude n'a porté que sur deux enseignants : parmi tous les scénarios possibles d'enseignement de la symétrie axiale en sixième, compte tenu des programmes, les choix des deux enseignants présentent des similarités (notamment le choix de traiter d'abord séparément les deux aspects de la symétrie dans le chapitre, alors que le manuel de Denis traite les deux conjointement[295]). A propos de la composante institutionnelle, nous avons aussi établi que certaines différences entre les scénarios des deux enseignants tenaient à des différences d'interprétation des programmes, favorisées par le manque d'explicitation de certains éléments desdits programmes.

En termes de déroulements, nous inclinons à penser que les points communs constatés entre Denis et Martine sont représentatifs des pratiques d'une très grande majorité d'enseignants de sixième. En effet, faire participer activement les élèves, alterner cours et exercices, ou ne pas organiser de travail en petits groupes, sont des caractéristiques largement répandues.

[295] L'étude des programmes présentée en annexe dans le chapitre 2 a néanmoins montré que cette dernière option était très peu retenue dans les manuels. Un rapide panorama de cours mis en ligne par des enseignants a confirmé que les points communs entre les scénarios de Martine et de Denis étaient communs avec beaucoup d'autres.

Les différences, quant à elles, mettent en évidence la variabilité dans l'investissement des marges de manœuvre laissées aux enseignants, à la fois en ce qui concerne le scénario et les déroulements. Par exemple, comme précisé ci-dessus, l'interprétation que les deux enseignants font des programmes présente, nonobstant des points communs, des différences importantes : on a vu à quel point les objectifs d'apprentissage étaient éloignés, principalement conceptuels et avec la visée d'initier une évolution vers la géométrie déductive pour Martine, essentiellement techniques et inscrits dans une géométrie instrumentée pour Denis.

L'interprétation qui semble la plus évidente de ces différences est que la composante personnelle des enseignants est déterminante. Par exemple, la différence d'âge entre Martine et Denis, impliquant que Martine ait connu plusieurs réformes des programmes pourrait être à l'origine de l'interprétation qu'elle en fait notamment à propos du lien à faire entre aspects statique et dynamique de la symétrie. L'analyse des pratiques en termes de composantes (cf. chapitre 7) a aussi permis d'établir que les pratiques de chacun des deux enseignants semblaient régies par des logiques d'action différentes dont on peut supposer qu'elles résultent au moins en partie de conceptions différentes de l'enseignement, des mathématiques compte tenu du public des élèves, etc. Enfin, les similarités entre les déroulements de Denis la première et la deuxième année (notamment sur l'organisation du travail individuel et du travail collectif – indépendamment de leur objet) tendent à confirmer qu'il s'agit là d'une caractéristique liée aux composantes médiative et personnelle, sans toutefois méconnaître les conséquences du fait que Denis exerce en ZEP.

Le "facteur ZEP" – que nous incluons dans la composante sociale des pratiques – doit en effet être pris en considération pour expliquer les différences constatées, tant dans les pratiques des enseignants que dans les résultats des élèves. Si nous l'avons tout d'abord considéré de manière incidente, nous pouvons, *a posteriori*, nous interroger sur son influence, notamment à la lumière d'autres résultats de recherche sur les ZEP. La spécificité des élèves de milieu social défavorisé en termes de rapports au savoir, de posture, de pratiques langagières (cf. notamment la thèse de Perrin (1992), les travaux de Butlen (2007) et de Bautier (1995)) pourrait en particulier expliquer l'échec relatif des élèves de Denis en contrôles et, en quelque sorte, "par ricochet", certaines des caractéristiques de ses pratiques. En effet, ces auteurs ont souligné divers éléments pouvant être mis en rapport avec les caractéristiques observées des productions des élèves. La difficulté à mobiliser des connaissances anciennes et/ou à mélanger des connaissances diverses avait par exemple été relevée par M-J. Perrin dans sa thèse en évoquant une difficulté à *« capitaliser »* les connaissances. La nécessité d'un travail spécifique sur la manipulation d'énoncés décontextualisés dans un contexte ZEP avait été, quant à elle, mise en évidence par Butlen (ibid.) et pourrait expliquer certaines difficultés. De manière plus générale, l'impact des rapports au langage et au savoir particulier des élèves de milieu social défavorisé pourrait expliquer les difficultés rencontrées pour les tâches de preuves qui requièrent une utilisation élaborée du langage et dont la résolution exige plusieurs étapes ; pour certains élèves, cet impact pourrait même être à l'origine d'incompréhensions dans les formulations mathématiques.

Toutefois, l'interprétation de l'impact du "facteur ZEP" sur les pratiques des enseignants doit être maniée avec précautions. La complexité des pratiques implique en effet que leurs composantes ne sont pas indépendantes les unes des autres ; en particulier, ce que nous évoquons ici est en fait une conséquence de l'imbrication des composantes personnelles et sociales : si Martine avait enseigné en ZEP, il est probable que nous aurions retrouvé dans sa pratique des éléments similaires à ce que nous avons observé dans ses pratiques en établissement ordinaire (c'est-à-dire directement liés à sa composante personnelle) ; réciproquement, il ne nous semble pas inconcevable de trouver des enseignants en établissement ordinaire dont les pratiques (le scénario sur l'enseignement de la symétrie axiale en sixième par exemple) présentent des caractéristiques plus proches de celles de Denis. Mais la question reste posée de savoir dans quelle mesure les pratiques de Martine en ZEP seraient différentes de celles que nous avons observées dans sa classe et comparables à celles de Denis. Des similarités entre Denis et Martine, s'ils enseignaient tous les deux en ZEP, auraient pu être interprétées précisément comme l'impact de la composante sociale des pratiques (sans être pour autant complètement indépendants de la composante personnelle, dans la mesure où il est probable que, même en ZEP, tous les enseignants n'ont pas exactement les mêmes pratiques). Il nous semble du reste important de noter à ce propos que les pratiques de Denis et de Martine étaient particulièrement contrastées, ce qui s'est révélé très intéressant pour les analyses, mais complique l'interprétation de la portée des résultats. A propos de l'impact des enseignants particuliers sur la recherche, il nous paraît important de préciser également que tant Denis que Martine sont des enseignants très reconnus par l'institution. Tous deux sont identifiés dans leurs établissements respectifs comme des enseignants de grande expertise. En ce qui concerne Denis, il s'agit explicitement d'un enseignant “qui tient particulièrement bien ses classes”.

Nous touchons ainsi les limites de notre expérience. Nous considérons n'avoir établi en quelque sorte qu'un “théorème d'existence”, c'est-à-dire que nous avons mis en évidence l'existence de marges de manœuvre et de marges de progression pour les élèves de ZEP, sous certaines conditions et avec un certain coût, prenant en compte plusieurs niveaux d'organisation des pratiques (micro, local et global), mais dans une perspective plutôt “interne” au système –sans toutefois méconnaître l'impact de déterminants externes, mais nous les estimons hors de notre champ d'action (nous les traitons comme des “paramètres”). C'est à la fois ce que le cadre théorique dans lequel s'inscrit notre recherche nous permet et ce en quoi il nous limite : aborder ces questions par le biais des contenus d'apprentissage en intégrant les acteurs dans leur dimension de sujets au-delà de leur rôle, centrer l'effort de recherche sur les activités des élèves grâce à une analyse de la circulation du savoir dans la classe, au-delà du travail sur les organisations mathématiques, tous ces choix se sont révélés pertinents. Ils trouvent leurs limites, dans le fait que, d'une part nos analyses se sont cantonnées à l'influence des facteurs internes, d'autre part, que la logique de prise en considération des sujets ne peut être menée à son terme, du fait que nous n'avons accès qu'à des activités possibles ou, au mieux, à des traces des activités effectives.

De surcroît, notre appréhension des apprentissages à travers les activités et les contrôles est aussi discutable. Concrètement, par exemple, la manière dont nous avons codé les réussites et les échecs dans les contrôles est loin d'être neutre. Le fait de coder comme correcte une réponse qui montre des traces d'un raisonnement approprié (par exemple des codages dans une construction ou des traces d'une propriété adaptée à la situation dans les preuves) malgré une forme incorrecte est discutable et induit certainement un biais dans les résultats, augmentant le taux de réussite en particulier dans les classes de ZEP. Ce choix nous semblait justifié par le fait que ce que nous souhaitions tester était davantage la mobilisation d'une connaissance ou une forme de raisonnement appropriées que la capacité à donner une réponse complètement satisfaisante dans la mesure où seule une *initiation* à une géométrie inscrite dans le paradigme GII est visée en sixième ; néanmoins, son impact sur nos résultats est indéniable et une étude plus approfondie de ces questions est à envisager. Cela renvoie aussi aux difficultés spécifiques des élèves de ZEP qu'il faudrait prendre en considération pour explorer plus avant les questions abordées dans cette thèse car, si nous avons évalué certaines réponses comme traces d'apprentissages, cela ne signifie pas pour autant qu'une incapacité des élèves à élaborer des réponses sous une forme correcte ne soit pas un handicap pour des apprentissages ultérieurs. N'évoquons à cet égard que le fait que l'apprentissage de la démonstration ne se limite pas à celui du raisonnement. En outre, certaines de ces "réussites" souvent considérées comme trop partielles par les enseignants[296], éventuellement sanctionnées par des résultats scolaires insuffisants, peuvent être sources de malentendus entre élèves et enseignants.

La question même de ce à quoi une analyse en termes d'activités nous donne accès ne peut être ignorée, à la fois sur un plan méthodologique et théorique : si l'on considère que ce qui est visé dans l'enseignement est la conceptualisation au sens de Vergnaud (1990), la nature du lien entre les activités et la conceptualisation reste à élucider. D'un point de vue méthodologique, le fait de n'avoir accès qu'à des traces des activités et de fonder nos analyses sur les activités possibles est tout aussi discutable.

En ce qui concerne la méthodologie, évoquons enfin le coût de nos analyses : la masse importante de données que nous avons traitée et le degré de détail dans lequel nous sommes entrés, s'il s'est avéré fécond, est aussi sujet d'interrogations. Qu'avons-nous gagné à une telle précision ? Si ce travail nous semblait nécessaire afin de maîtriser suffisamment les données pour les interpréter correctement, nous pensons cependant qu'un tel degré de détail aurait pu être davantage exploité, par exemple pour affiner la définition des activités *a minima* et *a maxima* ou pour chercher à approcher au plus près les activités d'élèves particuliers. Nous pensons qu'un travail similaire à celui qui a été fait à l'échelle de la classe de mise en relation fine des scénarios et déroulements avec les productions en contrôles, mais à l'échelle des élèves, permettrait de mieux comprendre les relations entre enseignement et apprentissages et de mieux appréhender la spécificité des élèves de ZEP.

Plus largement, cette thèse a aussi été l'occasion d'éprouver le cadre théorique dans lequel elle s'inscrit, d'évaluer les possibilités qu'il offre et non seulement de le confronter à la réalité comme un modèle, mettant ainsi en évidence ce qu'il apporte pour interpréter ce qui se passe dans les classes, mais aussi ce qui peut être mis à l'épreuve et ce qui doit encore être construit.

S'interroger sur notre méthodologie et notre cadre théorique nous amène à confronter notre approche à d'autres. Certains cadres théoriques offrent des alternatives à ces questions – méthodologiques et théoriques – à tout le moins à la façon de les envisager. Par exemple, l'approche anthropologique, en centrant l'effort de recherche sur les organisations mathématiques et didactiques, semble réussir à faire l'économie de l'étude des activités des sujets qui est au cœur de notre travail. Mais, selon nous, elle ne permet pas d'observer, encore moins d'expliquer la différenciation des résultats des élèves, (dans une même classe, entre plusieurs classes, voire entre

[296] Il nous a par exemple semblé, sans l'avoir précisément analysé, que les notes attribuées par Denis dans les contrôles ne correspondaient pas systématiquement à nos taux de réussite et l'écart n'était pas toujours dans le même sens.

établissements, en particulier entre les élèves de ZEP et ceux d'établissements ordinaires) autrement que comme un écart à un attendu. Or ce qui nous semble essentiel lorsque l'on s'intéresse à des publics particuliers est de pouvoir effectuer une "recomposition différentielle" des choses, donc d'appréhender ce qui est spécifique des sujets dans les apprentissages des mathématiques. Les analyses en termes de topogénèse, mésogénèse et chronogénèse, si elles sont riches d'enseignements sur les apprentissages des élèves et les pratiques des enseignants comme le montre l'approche de l'action conjointe (Sensevy, Mercier, Schubauer-Leoni, 2000), ne nous semble pas permettre cependant d'atteindre les apprentissages individuels, "ce qui se passe dans la tête d'un élève" : il y manque d'après nous la transition individuelle aux apprentissages, que nous avons la prétention d'aborder par l'intermédiaire des activités. La différence méthodologique principale réside dans l'attention que nous portons aux cheminements chronologiques des activités et à la circulation du savoir dans la classe, autant qu'à *l'avancée* de ce savoir, préparée, voire contrainte, par l'itinéraire cognitif élaboré par l'enseignant. Nous tentons de prendre explicitement en considération la *conjoncture* dans les analyses (autrement qu'en la considérant comme la contingence à laquelle on confronte le modèle), parce que nous pensons que l'on ne peut en faire l'économie dans une visée de compréhension et d'amélioration. A l'inverse, l'approche anthropologique ou celle de l'action conjointe cherchent à identifier des régularités qui dépassent la conjoncture, à dégager en quelque sorte l'essentiel, ce qui pourrait "transcender" cette conjoncture. A ce titre, les deux approches nous apparaissent complémentaires : étudier la conjoncture pourrait permettre ensuite d'étudier les moyens et les conditions pour la dépasser.

Une autre limite essentielle de notre travail tient à l'absence de prise en compte du temps long. Nous ne nous sommes pas donné les moyens d'évaluer la pérennité des apprentissages réalisés sur la notion en jeu au-delà des contrôles réalisés quelques semaines après la fin du chapitre ; or peut-on réellement parler d'apprentissage si les traces se limitent à donner des "bonnes" réponses, qui plus est avec la restriction précédente, dans un contrôle de fin de chapitre ? La question du temps long intervient aussi d'une autre manière : l'expérience que nous avons menée la deuxième année n'a porté que sur un chapitre et elle aurait probablement eu davantage d'impact avec un travail sur toute l'année de sixième voire sur plusieurs années, d'autant que les recherches sur les publics socialement défavorisés mettent l'accent sur la nécessité d'étudier les difficultés spécifiques de ces élèves sur une échelle de temps très longue, et surtout dès avant leur entrée dans le secondaire : en effet, à la fin de l'école primaire, certains facteurs d'échec scolaire sont déjà largement installés (nous pensons notamment aux postures langagières de Bautier (ibid.) ou au rapport au savoir de ces élèves (Charlot, Bautier, Rochex, 1992)). Certaines recherches montrent à cet égard qu'un travail spécifique doit être entrepris très précocement si l'on veut que l'école joue un rôle de réducteur des inégalités : on peut citer par exemple les recherches de Mireille Brigaudiot (2000) sur le langage, en particulier l'écrit, qui montrent qu'identifier et expliciter l'écart entre ce que font les élèves et ce qui est attendu est fondamental, dès l'école maternelle.

Toutefois, même repoussée un peu plus loin, la question reste de savoir ce qui relève de facteurs internes, c'est-à-dire ce qui peut être pris en charge par l'institution, en sachant que certains facteurs externes sont incontrôlables. On pourrait le formuler ainsi : dans quelle mesure, comment, et à quel coût, l'école peut-elle contribuer à réduire les inégalités sociales face à l'échec scolaire ?

D'autres chercheurs se sont attaqués à cette question. La spécificité culturelle de certaines problématiques, liées aux élèves en difficultés ou à la notion mathématique telle qu'elle est traitée dans les programmes français rend toute comparaison internationale délicate.

Pour ne citer qu'un exemple de recherche anglo-saxonne, évoquons les travaux de Jo Boaler. Elle semble ne considérer dans l'ensemble de ses recherches que les facteurs internes, à la fois comme contraintes et comme leviers pour l'enseignement et l'apprentissage. Son étude (Boaler, 1998) sur deux établissements utilisant des méthodes d'enseignement très différentes (elle oppose *« a traditional textbook approach »* à *« an open, project-based environment [method] »* par exemple ne fait intervenir, dans l'interprétation des différences de résultats selon les élèves, que les méthodes d'enseignement : à la fin de la conclusion, elle évoque le fait que ces résultats pourraient être attribués à d'autres facteurs, mais conclut que le temps qu'elle a passé dans les classes et la quantité de données analysées lui ont permis d'isoler les facteurs qui ont ou n'ont pas eu d'influence sur les résultats des élèves. De même, dans Boaler (1999), elle n'évoque que les contraintes et marges de manœuvre auxquelles les élèves sont soumis (*« constraints and affordances to which [students] become attuned »*, p. 280) à l'intérieur de l'école (*« the unnatural systems and structures we impose on students in schools »*, ibid.).

Une autre approche est celle de l'équipe de Gênes autour de Paolo Boero : la Didactique des Domaines d'Expérience (DDE) étudie également la question de l'amélioration des résultats dans l'apprentissage des mathématiques, mais en prenant cette fois explicitement en considération des facteurs externes : qu'il s'agisse des caractéristiques des élèves par le biais des pratiques qui leurs sont *« suffisamment familières »* (Boero et Douek, 2008), ou même des enseignants, à travers leur travail de formation développé autour de la méthode d'enseignement proposée. La question des pratiques argumentatives des élèves en mathématiques est ainsi éclairée de manière nouvelle : on sait, en effet, à quel point ces compétences posent problème, en particulier dans les milieux défavorisés. Une des manières qu'ont les enseignants de ZEP de gérer ce problème semble être de mobiliser plus volontiers le vocabulaire courant dans la classe, d'éviter notamment le vocabulaire spécifique (mathématique) comme nous l'avons constaté chez Denis, ce qui recoupe les résultats de Chappet-Pariès (article à paraître, annales de didactique de Strasbourg). La DDE, quant à elle, suppose de travailler ces compétences en s'appuyant sur des pratiques quotidiennes d'argumentation, mais avec un travail spécifique (cf. par exemple Morselli 2009, actes de l'école d'été de didactique des mathématiques N°15, à paraître ou les travaux de Douek). La question est alors posée différemment, faisant intervenir beaucoup plus explicitement les facteurs externes. La pertinence de cette approche semble se confirmer dans les travaux de l'équipe de Gênes, mais son coût est très élevé: en particulier, pour qu'une telle approche soit appliquée dans le système d'enseignement italien, elle a nécessité un investissement très important des chercheurs (en termes de recherche pour l'innovation, sur un temps très long), mais également une modification profonde des pratiques des enseignants, la conception de dispositifs sur plusieurs années, ce qui est facilité par le fait qu'en Italie, un même enseignant est en charge d'une classe pendant les cinq années d'école primaire etc.

A l'inverse, l'approche des sociologues de l'éducation que nous évoquions en introduction et dans le chapitre 1 nous semble accorder une place fondamentale aux facteurs externes et minorer l'impact de facteurs internes. Cela les conduit à minorer la possibilité d'une amélioration "de l'intérieur" à la manière de Jo Boaler ou celle que la didactique des mathématiques peut espérer contribuer à identifier, voire à favoriser, à l'image (modeste) de notre travail. En effet, Nelle Keddie pointe par exemple dans l'article *Le savoir dispensé dans la salle de classe* (in Bautier et al., 2007) que l'existence de certaines *« catégories hiérarchisées d'aptitudes et de savoirs »* (p. 186) dont résulte la différenciation (via les pratiques des enseignants) et qui *« trouvent […] leur source en dehors de l'école, au sein de la structure même de la société et de la distribution du pouvoir »* (ibid.) rend *« probable qu'une innovation exclusivement scolaire n'aurait pas de conséquences radicales, à moins d'un changement fondamental dans la façon dont les enseignants perçoivent les élèves et déterminent les savoirs à transmettre. »* (pp. 186-187). L'amélioration de l'"efficacité" et/ou de l'"équité" de l'enseignement passerait donc par une révolution des conceptions des enseignants. L'analyse de cet article, proposée dans le livre (ibid.) va même plus loin, puisqu'on peut lire, p. 273 : *« Les inégalités d'accès aux savoirs élaborés étant consubstantielles aux inégalités de classe, on voit mal comment on pourrait supprimer les premières sans toucher aux secondes »*. Autrement dit, les inégalités scolaires ne pourront être réduites que si les inégalités sociales le sont préalablement. Mais il nous semble que l'éducation et l'école devraient être considérées comme les premiers moyens de faire évoluer la société ; le cercle est alors particulièrement vicieux …

Prolongements, nouvelles questions et perspectives

Le travail exposé dans cette thèse nous laisse un goût d'inachevé. Si l'expérience a fourni des résultats intéressants, son caractère clinique (en particulier le fait de ne travailler qu'avec deux enseignants) limite nécessairement les interprétations. On a vu ainsi à quel point il était difficile d'interpréter les points communs et différences ou les résultats par rapport à l'influence de tel ou tel facteur, en particulier le "facteur ZEP", sans parler d'une généralisation, qu'il faudrait entourer de multiples précautions, sinon y renoncer au moins en partie.

De ce fait, l'un des prolongements évidents serait de poursuivre l'expérimentation (sur le même niveau et le même contenu), soit avec d'autres enseignants de ZEP, soit avec d'autres enseignants ordinaires, chacune des deux options pouvant permettre d'élargir la portée ou de nuancer, sinon d'invalider certains de nos résultats. L'impact des enseignants et des élèves particuliers pourrait aussi être minorée de ce point de vue. Quant au scénario particulier et à ses propriétés, ils mériteraient d'après nous une étude plus détaillée, d'être confrontés à d'autres et éventuellement analysés en lien avec les caractéristiques des ingénieries didactiques : le scénario construit par Martine n'est pas une ingénierie didactique, mais il a montré une certaine "puissance" et une certaine robustesse, en termes de potentiels d'apprentissages pour les élèves et de pratiques pour les enseignants. Ces caractéristiques mériterait d'être rapprochées des propriétés des scénarios d'ingénierie.

Une autre question dans le prolongement de notre travail a trait à la formation des enseignants. Nous avons évoqué à plusieurs reprises le coût que représentait une amélioration des pratiques (avec les modalités que nous avons précisées, c'est-à-dire en particulier en tentant d'agir exclusivement sur des facteurs internes, quitte éventuellement à prendre en considération certains facteurs externes), mais cela pose alors la question de la formation indispensable des enseignants pour rendre ces évolutions possibles. Nous n'avons pas poussé très loin l'analyse de cet aspect de notre expérience, à savoir l'accompagnement proposé à Denis, l'impact qu'a eu le fait de lui proposer un scénario conçu par un autre enseignant etc. Nous pensons qu'il y a là des pistes à explorer à la fois en termes d'outils pour les enseignants, nécessaires pour la conception de scénarios, d'utilisation de ressources, de formation collective (on peut en effet voir un embryon de *« communauté de pratiques »* (cf. les travaux de Wenger, 1998) dans le fait de transférer un scénario d'un enseignant à un autre, même si, dans ce cas précis, le transfert s'est fait par l'intermédiaire du chercheur, ce qui n'est pas à négliger) et de moyens leur permettant de s'approprier de tels outils (le poids de la formation semble ici fondamental).

Enfin, comme nous l'avons précisé, l'analyse de ce qui se passe dans les classes par l'intermédiaire des activités des élèves est, dans notre travail et dans les autres travaux incluant ce type d'approche jusqu'à maintenant, limitée par le fait de n'approcher que des activités *possibles*. Un des prolongements serait de se demander à quelles conditions et comment il serait possible d'étudier d'un peu plus près les activités effectives des élèves (tout en sachant que nous ne saurons pas de si tôt ce qui se passe dans les têtes, si tant est que ce soit un jour possible), et surtout de s'interroger sur les enseignements que l'on pourrait en tirer. Selon nous, cette approche sous-entend la conception de méthodologies particulières, éventuellement lourdes puisqu'elles nécessitent un suivi individuel précis des traces des activités des élèves, mais elle permettrait de mieux appréhender les facteurs de différenciation des apprentissages au sein de la classe. Notre projet initial incluait un suivi individuel d'élèves de niveaux différents, incluant les échanges privés entre l'enseignant et chacun de ces élèves, ainsi qu'une analyse du cheminement cognitif de l'élève à l'aide des traces de ses activités, mais la méthodologie employée (quelques entretiens, enregistrement des interventions privées de l'enseignant, recueil de productions, tests, …) ne nous ont pas permis d'y parvenir malgré nos efforts – dont nous n'avons pas rendu compte dans la thèse. Néanmoins, certaines pistes sont apparues, qui mériteraient d'être approfondies. Notamment, la différenciation des pratiques des enseignants en fonction des élèves auxquels ils s'adressent ou les effets sur des élèves différents des interventions collectives de l'enseignant pourraient être croisés de manière intéressante avec la question des postures ou des rapports des élèves au savoir. Par exemple, une anecdote nous a interpellée : à propos de la construction du symétrique d'un point, Denis a demandé à la cantonade ce qu'il fallait utiliser ; certains élèves ont répondu *« la définition »*, d'autres *« l'équerre »*. Nous voyons dans ces réponses des traces de postures différentes qui ne nous semblent pas neutres en termes de potentiel d'apprentissages. Notons que le but est d'explorer des pistes pour la compréhension et l'amélioration des effets des pratiques sur les apprentissages en tentant de tenir compte de certains facteurs externes. Un prolongement de notre travail serait donc d'étudier les problèmes méthodologiques liés à ces questions ainsi que d'élaborer des problématiques de recherche plus précises, à la fois en termes de caractérisation, d'effets … tant du point de vue des élèves que de celui des enseignants.

Finalement doit-on s'en tenir à un travail sur « les » enseignants, « les » élèves, « les » classes, « les » contenus ? Ne serait-il pas raisonnable d'envisager de définir des seuils – certains scénarios sont robustes, d'autres insuffisants pour nombre d'élèves, certains d'entre eux pourront progresser grâce à certains scénarios, pour d'autres il faudra organiser des activités préalables, etc. On rejoint là des résultats qui recoupent ceux de Butlen (2007), lorsqu'il montre qu'un travail sur les techniques de calcul mental améliore la possibilité de résolution de certains types problèmes sauf pour les élèves les plus en difficulté. Notre cadre de travail n'est pas incompatible avec ces questionnements.

Pour terminer, un retour à nos questions d'enseignante, évoquées dans l'introduction de cette thèse, nous semble approprié. A défaut de trouver des réponses, notamment aux questions *« Comment* *améliorer mes pratiques ? Comment remédier à l'échec scolaire des élèves de milieux défavorisés ? Comment évaluer l'impact de mes pratiques sur les apprentissages de mes élèves ? … »*, cette thèse nous a permis de nous convaincre du bien-fondé de ces questions, ainsi que de la pertinence du cadre de la didactique des mathématiques pour les aborder et contribuer à l'élaboration de réponses et de solutions. Il ne nous reste qu'à nous y atteler…

BIBLIOGRAPHIE

ARTIGUE M., (1991) Epistémologie et didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 10/2.3, 241-286.

ARTIGUE M., ROBINET J., (1982) Conceptions du cercle chez des enfants de l'école élémentaire. *Recherches en didactique des mathématiques*, 3/1, 5-64.

BARBIN E., (1991) Les Eléments de Géométrie de Clairaut : une géométrie problématisée. *Repères IREM,* 4, 119-133.

BAUTIER E., (1995) *Pratiques langagières, pratiques sociales, de la sociolinguistique à la sociologie du langage*. Paris : l'Harmattan.

BAUTIER E., RAYOU P., (2009), *Les inégalités d'apprentissage, Programmes, pratiques et malentendus scolaires*. Paris : Presses Universitaires de France.

BELHOSTE B., GISPERT H., HULIN N., (sous la direction de), (1996) *Les Sciences au lycée. Un siècle de réformes des mathématiques et de la physique en France et à l'étranger*. Paris : Vuibert et INRP.

BKOUCHE R., (1991) De la géométrie et des transformations. *Repères IREM*, 4, 134-158.

BKOUCHE R., (2000) Quelques remarques autour des cas d'égalité des triangles. *Bulletin de l'APMEP*, 430, 613-629.

BOALER J., (1998) open and Closed Mathematics : Student Experiences and Understandings. *Journal for research in mathematics education*, 29/1, 41-62.

BOALER J., (1999) Participation, Knowledge and Beliefs : A Community Perspective on Mathematics Learning. *Educational studies in mathematics,* 40, 259-281.

BOERO P., CONSOGNO V. , GAZZOLO T. , GUALA E., (2009) Research for innovation : A teaching sequence on the argumentative approach to probabilistic thinking in Grades I-V and some related basic research results. *Recherches en didactique des mathématiques*, 29/1 *(Methodologies for studying mathematics classrooms – Special issue edited by P. Herbst and D. Chazan)*, 59–96.

BOERO P., DOUEK N., (2008) La didactique des domaines d'expérience. *Carrefours de l'éducation*, 26, 99-114.

BOURBAKI N., (1984) *Eléments d'histoire des mathématiques*. Paris : Masson.

BOREL E., (1904) Les exercices pratiques de mathématiques dans l'enseignement secondaire. *Revue générale des sciences pures et appliquées*, 14, 431-440.

BRIGAUDIOT M., (2000) *Apprentissages progressifs de l'écrit à l'école maternelle.* PROG INRP, Paris : Hachette Education.

BRONNER A., (1998) Les rapports d'enseignants de troisième et de seconde aux objets "nombre réel" et "racine carrée". *Recherches en didactique des mathématiques*, 17/3, 55-80.

BROUSSEAU G., (1986) Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*, 7/2, 33-115.

BROUSSEAU G., (1990) Le contrat didactique ; le milieu. *Recherches en didactique des mathématiques*, 9/3, 309-336.

BROUSSEAU G., (1998) *Théorie des situations didactiques. Textes rassemblés et préparés par Nicolas Balacheff, Martin Cooper, Rosamund Sutherland, Virginia Warfield*, Grenoble : La pensée sauvage.

BUCHETON D., (sous la direction de), (2009) *L'agir enseignant : des gestes professionnels ajustés*. Toulouse : Octarès.

BUCHETON D., DEZUTTER O., (sous la direction de), (2008), *Le Développement des gestes professionnels dans l'enseignement du français.* Bruxelles : De Boeck.

BULF C., (2008) *Étude des effets de la symétrie axiale sur la conceptualisation des isométries planes et sur la nature du travail géométrique au collège*. Thèse de doctorat, Université Denis Diderot – Paris 7.

BUTLEN D., (2007) *Le calcul mental entre sens et technique*. Besançon : Presses Universitaires Franche-Comté.

CHAPPET-PARIES M., (2004) Comparaison de pratiques d'enseignants de mathématiques. Relations entre discours des professeurs et activités potentielles des élèves. *Recherches en didactique des mathématiques*, 24/2.3, 251-284.

CHAPPET-PARIES M., (2006) Enseigner les mathématiques en ZEP et ailleurs. *Cahier DIDIREM,* 55, IREM Paris 7.

CHAPPET-PARIES M., POUYANNE N., ROBERT A., RODITI E., ROGALSKI M., (2007) Mettre du relief sur les mathématiques à enseigner au collège et au lycée – quelques exemples. *Cahier DIDIREM bleu*, 9, IREM Paris 7.

CHAPPET-PARIES M., ROBERT A., ROGALSKI J., (2008) Analyses de séances en classe et stabilité des pratiques d'enseignants de mathématiques expérimentés du second degré. *Educational studies in mathematics*, 68, 55–80.

CHARLOT B., BAUTIER E., ROCHEX J-Y., (1992) *Ecole et savoirs dans les banlieues … et ailleurs*. Paris : Armand Colin.

CHAUSSECOURTE P., (1997) *Comparaison du discours d'un même enseignant de mathématiques, effectuant le même cours devant trois classes de sixième d'un même collège*. mémoire de DEA, Université Denis Diderot – Paris 7.

CHEVALLARD Y., (1985) *La transposition didactique*. Grenoble : La pensée sauvage.

CHEVALLARD Y., (1999) L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 19/2, 221-266.

CHIOCCA C.-M., (1995) *Des discours des enseignants de mathématiques en classe aux représentations de leurs élèves sur les mathématiques : un essai de réflexion didactique*. Thèse de 3ème cycle, Université Denis Diderot – Paris 7.

CHOPIN M.-P., (2007) *Le temps didactique dans l'enseignement des mathématiques. Approche des modes de régulation des hétérogénéités didactiques*. Thèse de doctorat, Université Victor Segalen Bordeaux 2, 337 p.

COULANGE L. (2007) Etude de pratiques de professeurs débutants dans des collèges ZEP. *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques 2006*. *Etude des pratiques de professeurs de mathématiques "néo-titulaires" dans des collèges de zones d'éducation prioritaire*, 215-243.

DEMONGEOT M-C., GANDIT M., (2003) Faire la figure, coder, écrire les hypothèses, démontrer que.... *Petit x*, 63, 30-50

DENYS B., GRENIER D., (1986) Symétrie orthogonale : des élèves français et japonais face à une même tâche de construction. *Petit x*, 12, 33-56.

DEZARNAUD-DANDINE C., SEVIN A., (2007) *Symétrie m'était contée... histoires de symétries*. Paris : Ellipses.

DOUADY R., (1987) Jeux de cadres et dialectique outil/objet. *Recherches en didactique des mathématiques*, 7/2, 5-32.

DUMAIL A., (2007) *La racine carrée en troisième, des enseignements aux apprentissages*. Mémoire de DEA, *Cahier DIDIREM*, 57, IREM de Paris 7, Université Denis Diderot.

DUVAL R., (2005) Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie : développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leur fonctionnement. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 10, 5-53.

GISPERT H., HULIN N., (2000) Histoire de l'enseignement des mathématiques. *Bulletin de l'Union des Professeurs de Spéciales*, 192, 10-15.

GORLIER S., (1987) Deux activités à l'école maternelle sur le temps et l'espace. *Grand N*, *Numéro spécial Mathématiques en maternelle*, IREM de Grenoble, CRDB, Ecole Normale, 173-182.

GRAS R., (1983) Instrumentation de notions mathématiques. Un exemple : la symétrie. *Petit x*, 1, 7-41.

GRENIER D., (1988) *Construction et étude du fonctionnement d'un processus d'enseignement sur la symétrie orthogonale en sixième*. Thèse , Université Joseph Fourier, Grenoble 1.

GRENIER D., (1985) Quelques aspects de la symétrie orthogonale pour des élèves des classes de 4ème et 3ème. *Petit x*, 7, 57-69.

GRENIER D., LABORDE C., (1987) Transformations géométriques : le cas de la symétrie orthogonale. in *Actes du colloque GRECO : Didactique et acquisition des connaissances scientifiques*, Sèvres, mai 1987.

GUEUDET G., TROUCHE L., (2008) Vers de nouveaux systèmes documentaires des professeurs de mathématiques. in BLOCH I., CONNE F. (dir.), *Actes de la 14ème Ecole d'été de didactique des mathématiques*, Grenoble : La pensée sauvage.

HACHE C., (2000) *L'enseignement des mathématiques au quotidien, études de pratiques en classe de seconde*. Thèse de doctorat, Université Denis Diderot – Paris 7.

HACHE C., (2001) L'univers mathématique proposé par le professeur en classe. Observation, description, organisation. *Recherches en didactique des mathématiques*, 21/1-2, 81-98.

HOROKS J., (2006) *Les triangles semblables en classe de seconde : des enseignements aux apprentissages - études de cas*. Thèse de doctorat, Université Denis Diderot - Paris7.

HOROKS J., (2008) Les triangles semblables en classe de seconde : de l'enseignement aux apprentissages. *Recherches en didactique des mathématiques*, 28/3, 379-416.

HOUDEMENT C., KUZNIAK A., (1996) Autour des stratégies utilisées pour former les maîtres du premier degré en mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*, 16/3, 289-322.

HOUDEMENT C. KUZNIAK A., (2006) Paradigmes géométriques et enseignement de la géométrie. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 11, 175-193.

HOUDEMENT C., KUZNIAK A., (2000) Formation des maîtres et paradigmes géométriques. *Recherches en didactique des mathématiques*, 20/1, 89-116.

ITARD J., (1984) L'évolution de l'enseignement de l'histoire des mathématiques en France de 1872 à 1972, article publié dans un dossier de l'APMEP, tiré d'une conférence prononcée à l'APMEP de Lyon en février 1972. Extrait de *Essais d'histoire des mathématiques*, Librairie scientifique et technique A. Blanchard.

JOSSE E., ROBERT A., (1993) Introduction de l'homothétie en seconde, analyse de deux discours de professeurs. *Recherches en didactique des mathématiques*, 13/1.2, 119-154.

KAHANE J.-P., (sous la direction de), Rapport d'étape sur la géométrie et son enseignement. *Bulletin de l'APMEP*, septembre 2000.

KHERROUBI M., ROCHEX J-Y., (2002) La recherche en éducation et les ZEP en France. *Revue française de pédagogie*, 140.

KUZNIAK A., (2003) *Paradigmes et espaces de travail géométriques : développement d'un cadre théorique pour l'étude de l'enseignement et de la formation des enseignants en géométrie*. Habilitation à Diriger des Recherches, Université Denis Diderot - Paris 7.

LABORDE C., (1985) Quelques problèmes d'enseignement de la géométrie dans la scolarité obligatoire. *For the learning of mathematics*, 5-3, 27-34.

LIGOZAT F., LEUTENEGGER F., (2008) Construction de la référence et milieux différentiels dans l'action conjointe du professeur et des élèves. Le cas d'un problème d'agrandissement de distance. *Recherches en didactique des mathématiques*, 28/3, 319-378.

LIMA I., (2006) *De la modélisation de connaissances d'élèves aux décisions didactiques des professeur : Etude didactique dans le cas de la symétrie orthogonale*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier – Grenoble 1.

MATHE, A-C., (2006) *Jeux et enjeux de langage dans la construction d'un vocabulaire de géométrie spécifique et partagé en cycle 3, analyse de la portée des jeux de langage dans un atelier de géométrie en cycle 3 et modélisation des gestes de l'enseignant en situation*. Thèse de doctorat, Université Claude Bernard – Lyon 1.

NOIRFALISE R., (1993) Contribution à l'étude didactique de la démonstration. Etude de régularités dans les modalités de fonctionnement du savoir mathématique dans les divers chapitres de géométrie d'un manuel de sixième. *Recherches en didactique des mathématiques*, 13/3, 229-256.

PELTIER-BARBIER M.-L. (Ed.), BUTLEN D., MASSELOT P., NGONO B., PEZARD M., ROBERT A., VERGNÈS D., (2004) *Dur pour les élèves, Dur pour les enseignants, Dur d'enseigner en ZEP*. Grenoble : La pensée sauvage.

PERRIN-GLORIAN M.-J., (1992), *Aires de surfaces planes et nombres décimaux. Questions didactiques liées aux élèves en difficulté aux niveaux CM-6ème*. Thèse, Université Denis Diderot – Paris 7.

PERRIN D., (2000) Une illustration du rapport sur la géométrie de la commission Kahane : l'exemple de la géométrie affine du collège. *Bulletin de l'APMEP*, 431, 758-784.

PETITJEAN M., (2007) A definition of symmetry. *Symmetry : Culture and Science*, 18/2-3, 99-119.

PROST A., (1996) *Comment faire l'histoire des réformes de l'enseignement ?* in Belhoste B., Gispert H., Hulin N., (sous la direction de) (pp. 15-25) *Les Sciences au lycée. Un siècle de réformes des mathématiques et de la physique en France et à l'étranger*, Paris : Vuibert et INRP.

ROBERT A., (1998) Outils d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université. *Recherches en didactique des mathématiques*, 18/2, 139-190.

ROBERT A., (2001) Les recherches sur les pratiques des enseignants et les contraintes de l'exercice du métier d'enseignant. *Recherches en didactique des mathématiques*, 21/1-2, 57-80.

ROBERT A., (2003a) *Analyse de vidéo de classe : des tâches prescrites aux activités des élèves en passant par des pratiques des enseignants du second degré*. Document pour la formation des enseignants n°2, IREM, Paris 7.

ROBERT A., (2003b) De l'idéal didactique aux déroulements réels en classe de mathématiques : le didactiquement correct, un enjeu de la formation des (futurs) enseignants (en collège et en lycée). *Didaskalia*, 22, 99-116.

ROBERT A., (2005a) Quelles différences y a-t-il … ? Exemples d'analyses didactiques d'exercices et d'activités d'élèves (en collège ou lycée). *Bulletin APMEP*, 457, 226-238.

ROBERT A., (2005b) Deux exemples d'activités en formation des enseignants de mathématiques du second degré. *Petit x*, 67, 63-76.

ROBERT A., (2007) Stabilité des pratiques des enseignants de mathématiques (second degré) : une hypothèse, des inférences en formation. *Recherches en didactique des mathématiques*, 27/3, 271-311.

ROBERT A, (2008) Sur les apprentissages des élèves : une problématique inscrite dans les théories de l'activité et du développement. In Vandebrouck F. (Ed.) (pp. 33-44) *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants.* Toulouse : Octarès.

ROBERT A., ROBINET J., (1992) Représentations des enseignants et des élèves. *Repères*, 7, 93-99.

ROBERT A., ROBINET J., (1996) Prise en compte du méta en didactique des mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*, 16/2, 145-175.

ROBERT A., ROGALSKI J., (2002) Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double-approche. *La revue canadienne de l'enseignement des sciences*, des mathématiques et des technologies, 2/4, 505-528.

ROBERT A., ROGALSKI J., (2005) A cross-analysis of the mathematics teacher's activity. An example in a French 10th-grade class. Educational studies in mathematics, 59/1, 269-298.

ROBERT A., ROGALSKI M., (2003) Comment peuvent varier les activités mathématiques des élèves sur des exercices – le double travail de l'enseignant sur les énoncés et la gestion en classe. *Petit x*, 60, 6-25.

ROBERT A., VANDEBROUCK F., (2003) Des utilisations du tableau par des professeurs de mathématiques en classe de seconde. *Recherches en didactique des mathématiques*, 23/3, 389-424.

RODITI E., (2001) *L'enseignement de la multiplication des décimaux en sixième, étude de pratiques ordinaires*. Thèse de doctorat, 2001, Université Denis Diderot – Paris 7.

RODITI E., (2003) Régularité et variabilité des pratiques ordinaires d'enseignement. Le cas de la multiplication des nombres décimaux en sixième. *Recherches en didactique des mathématiques*, 23/2, 183-216.

RODITI E., (2008) Des pratiques enseignantes à la fois contraintes et personnelles, et pourtant cohérentes. In Vandebrouck F. (Ed.) (pp. 33-44) *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants.* Toulouse : Octarès.

ROGALSKI J., (2008) Mise en regard des théories de Piaget et Vygotsky sur le développement et l'apprentissage. In Vandebrouck F. (Ed.) (pp. 431-446) *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants.* Toulouse : Octarès.

ROGALSKI J., (2003) Y a-t-il un pilote dans l'avion ? *Recherches en didactique des mathématiques*, 23/3, 343-388.

ROSEN J., (1997) *Symmetry in science : An introduction to the general theory (3rd edition)*. Berlin : Springer study.

DU SAUTOY M., (2008) *Symmetry, a journey into the patterns of nature*. New York : Harper Collins.

SARRAZY B., (2002) Les hétérogénéités dans l'enseignement des mathématiques. *Educational studies in mathematics*, 49, 89-117.

SENSEVY G., MERCIER A., SCHUBAUER-LEONI M.-L., (2000) Vers un modèle de l'action didactique du professeur. A propos de la course à 20. *Recherches en didactique des mathématiques*, 20/3, 263-304.

TAHRI, S., (1993) *Modélisation de l'interaction didactique : un tuteur hybride sur CABRIGÉOMÈTRE pour l'analyse de décisions didactiques*. Thèse, Université Joseph Fourier – Grenoble 1.

TAVIGNOT P., (1993) Analyse du processus de transposition didactique. Application à la symétrie orthogonale en sixième lors de la réforme de 1985. *Recherches en didactique des mathématiques*, 13/3, 257-294.

THIENARD J.-C., (2006) Les transformations en géométrie : introduction à une approche historique. *Repères IREM*, 63, 27-52.

THIENARD J.-C., (1998) Notion de transformation - éléments pour une étude historique et épistémologique, article 4. Les apports externes. *Cahier de l'IREM de Poitiers*.

THIENARD J-C., (1999) Notion de transformation - la constitution d'une traduction didactique, article 6. *cahier de l'IREM de Poitiers*.

VANDEBROUCK F. (dir.), (2008) *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants.* Toulouse : Octarès.

VERGNAUD G., (2004) *Lev Vygotski : pédagogue et penseur de notre temps*. Paris : Hachette Education.

VERGNAUD G., (1990) La théorie des champs conceptuels. *Recherches en didactique des mathématiques*, 10/2-3, 133-170 .

VYGOTSKI L., (1997) *Pensée et langage*. Paris : La Dispute.

WENGER E, (1998) *Communities of Practice : Learning, Meaning, and Identity*. Cambridge University Press.

Manuels scolaires :

Multimath 6ème, 2005, Edition Hatier.

Dimathème 6ème, 2005, Editions Didier.

Bréal 6ème, 2005, Edition Bréal.

Phare 6ème, 2005, Edition Hachette éducation.

Magnard 6ème, 2005, Edition Magnard.

Diabolo 6ème, 2005, Edition Hachette éducation.

Triangle 6ème, 2005, Edition Hatier.

Transmath 6ème, 2005, Edition Nathan.

Programmes et documents d'accompagnement :

BO N° 83 du 31 octobre 1985

BO spécial N°4 du 30 juillet 1987

BOEN n° 48 du 28 décembre 1995

Programmes et accompagnement, CNDP, 1998

BO hors série n°6 du 19 avril 2007

BO spécial n°6 du 28 août 2008

BO n°30 du 23 juillet 2009

Ministère de l'éducation nationale, Collèges, Programmes et instructions, C.n.d.p., 1985, 349 pages. Ce livre est un supplément au B.O. n° 44 du 12 décembre 1985. Préface de Jean-Pierre Chevènement, ministre de l'Éducation nationale. Il reprend les termes de l'arrêté du 10 juillet 1984.