

Matthias BÖCKMANN, Stanislaw SCHUKAJLOW, Janina KRAWITZ,  
Universität Münster

## Realität oder Mathematik? Wie bewerten zukünftige Lehrer Schülerlösungen zu realitätsbezogenen Aufgaben?

Ein wichtiges Ziel des Mathematikunterrichts ist SchülerInnen zu befähigen, realitätsbezogene Probleme im Alltag zu lösen. Dieses Ziel lässt sich durch den Einsatz von realitätsbezogenen Aufgaben im Unterricht und adäquaten Unterrichtsmethoden umsetzen. Allerdings kommen Realitätsbezüge in der Schule häufig zu kurz und SchülerInnen sind daher nicht in der Lage, realistische Lösungen zu erstellen. In diesem Beitrag soll untersucht werden, in wie weit künftige Lehrerinnen und Lehrer Realitätsbezüge beim Erstellen eigener Lösungen beachten und wie sie mathematische und realitätsbezogene Fehler bewerten. Dafür wurden in der vorliegenden Studie so genannte „Problematic Problems“ (P-Problems) eingesetzt.

### Theoretische Grundlagen

P-Problems sind realitätsbezogene Aufgaben, die eine besondere Beachtung des Realkontexts erfordern. Sie lassen sich folgendermaßen charakterisieren: „Problems in which the mathematical modelling assumptions are problematic (P-problem), at least if one seriously takes into account the realities of the context called up by the problem statement“ (Verschaffel et al., 1997). Ein Beispiel für ein P-Problem ist die Aufgabe Seil: *Herr Meier möchte ein Seil zwischen zwei Stangen spannen, die 12 m auseinander stehen. Er hat allerdings nur Stücke, die 2 m lang sind. Wie viele dieser Stücke muss Herr Meier aneinander binden?* (verändert nach Greer, 1993). Im Gegensatz zu „Standard Problems“ (S-Problems) sind P-Problems nur adäquat lösbar, wenn der Realkontext ernst genommen und in den Lösungsprozess einbezogen wird. Hingegen sind S-Problems durch eine direkte Anwendung von mathematischen Verfahren lösbar. „Standard problems [...] can be properly modelled and solved by the straightforward application of one or more arithmetic operations with the given numbers“ (Verschaffel et al., 1997).

kontext bei der Bearbeitung von P-Problems missachten und unrealistische Lösungen angeben (Dewolf et al. 2014; Verschaffel et al. 1994, Yoshida et al. 1997). Bei Verschaffel et al. (1994) konnten nur 17% aller Antworten zu den behandelten P-Problems als realistisch eingeordnet werden. Auch bei Lehramtsstudierenden zeigte sich bisher eine Tendenz zu unrealistischen Antworten bei P-Problems (Verschaffel et al., 1997). Es besteht daher die Erwartung, dass bei Lehramtsstudierenden zu Beginn ihres Studiums eine Ten-

denz zu unrealistischen Antworten erkennbar ist. Ferner ist für die Masterstudierenden, die sich im Studium mit Realitätsbezügen beschäftigen, eine höhere Rate an realistischen Lösungen als für die Bachelorstudierenden zu erwarten.

Die Fähigkeit der SchülerInnen, realitätsbezogene Aufgaben zu lösen, wird vom Lehrer beeinflusst. Der Einfluss der Lehrkraft ist u. a. bestimmt durch das Pedagogical Content Knowledge (PCK), das einen Effekt auf den Lernerfolg der SchülerInnen hat (Baumert et al., 2010). Als Bestandteil des PCK gilt die Diagnosekompetenz, die den Umgang mit Fehlvorstellungen und Fehlern der SchülerInnen beinhaltet (Kraus et al., 2008). Im vorliegenden Beitrag soll die Diagnosekompetenz von Lehramtsstudierenden bezüglich mathematischer und realitätsbezogener Fehler in Schülerlösungen untersucht werden. Es wird erwartet, dass Bachelorstudierende einen mathematischen Fehler schwerwiegender bewerten als einen Realitätsfehler. Zudem wird erwartet, dass Masterstudierende tendenziell beide Fehlertypen ähnlich gewichten, weil sie im Laufe des Studiums PCK erworben haben.

### **Forschungsfrage**

In dieser Studie wird analysiert (1) inwieweit Lehramtsstudierende den Realkontext bei der eigenen Aufgabenbearbeitung beachten. Betrachtet wird eine Entwicklung im Studium, also ein Vergleich zwischen dem Bachelor HRGe und dem Master HRGe. Außerdem wird untersucht (2) wie Lehramtsstudierende Schülerlösungen bewerten, die mathematische Fehler oder unrealistische Lösungen enthalten.

### **Methode**

*Stichprobe und Design.* Insgesamt wurden  $n=108$  Lehramtsstudierende der Universität Münster (Durchschnittsalter 21.83, 74.1% Frauen) untersucht. Hierbei entfallen 66 Studierende auf den Bachelor HRGe und 42 auf den Master HRGe. Die Lehramtsstudierenden wurden zunächst aufgefordert, drei P-Probleme eigenständig zu bearbeiten. Anschließend wurden den Probanden zu denselben P-Problemen jeweils zwei Schülerlösungen präsentiert, die entweder einen mathematischen Fehler oder einen Realitätsfehler enthielten und die bewertet werden sollten.

*Messinstrumente.* Als Messinstrumente wurden drei P-Probleme eingesetzt, mit Hilfe derer eine Beachtung des Realkontexts bei der eigenen Aufgabenbearbeitung gemessen werden konnte. Neben dem P-Problem Seil wurden zwei andere P-Probleme eingesetzt. Die Lösungen der Studierenden wurden gemäß der Beachtung des Realkontexts kodiert zu 1 = „realistische Lö-

sung“ und 0 = „alle anderen Antworten“. Die Bewertung der Schülerlösungen durch die Studierenden erfolgte durch den Einsatz der Skala 0 = „falsch“, 1 = „teilweise richtig“ und 2 = „richtig“. Die Ergebnisse der drei P-Problems sind ähnlich, sodass nur auf das P-Problem Seil eingegangen wird.

## Ergebnisse

Bezüglich der Fragestellung (1), inwiefern Lehramtsstudierende den Realkontext bei der eigenen Aufgabenbearbeitung beachten, ist eine Tendenz zu unrealistischen Lösungen bei Bachelorstudierenden zu erkennen (Abb. 1). Die Rate an realistischen Lösungen liegt in dieser Subgruppe bei 40%. Masterstudierende hingegen antworten in ca. 70% der Fälle realistisch, sodass man im Vergleich zwischen den beiden Gruppen von einer gesteigerten Rate an realistischen Lösungen

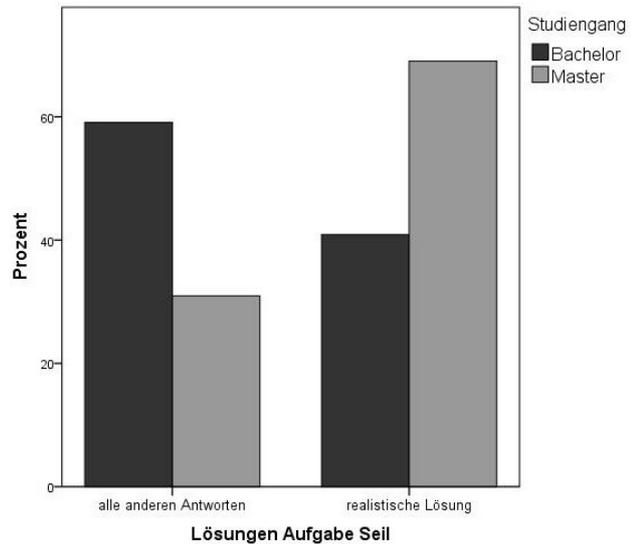


Abbildung 1 Lösungen zum P-Problem Seil durch Studierende

im Master sprechen kann ( $X^2(1, N = 108) = 8.14, p < .05$ ). Hinsichtlich der Fragestellung (2), wie Lehramtsstudierende Schülerlösungen mit mathematischen Fehlern bzw. Realitätsfehlern bewerten, ist festzustellen, dass Bachelorstudierende mathematische Fehler schwerwiegender bewerten (34.4% „falsch“) als Masterstudierende (7.3% „falsch“). Masterstudierende bewerten realistische Lösungen mit mathematischem Fehler häufiger als teilweise richtig oder als richtig. Sie berücksichtigen den Realitätsbezug bei ihrer Bewertung. Zusätzlich bewerten Bachelorstudierende den Realitätsfehler weniger schwerwiegend (35.4% „richtig“) als Masterstudierende (4.9% „richtig“) (Tab. 1).

## Diskussion

Ähnlich wie in früheren Studien (Verschaffel et al., 1997) zeigen die Studierenden am Anfang des Studiums die Tendenz, den Realkontext zu missachten. Darüber hinaus zeigt sich, dass das Studium, die Fähigkeit realistische Lösungen zu erstellen, positiv beeinflusst. Dies ist an der höheren Rate an realistischen Lösungen bei den Masterstudierenden im Vergleich zu den Bachelorstudierenden zu erkennen. Aus den Ergebnissen zur Bewertung der Schülerlösungen kann man schlussfolgern, dass das Studium die Diagnosekompetenz der Studierenden verbessert. Die Masterstudierenden bewerten

beide Fehlertypen ausgeglichener, d. h. sie bewerten realitätsbezogene und mathematische Fehler als gleich schwerwiegend, was einer idealtypischen Bewertung entspricht. Die verbesserte Diagnosekompetenz lässt sich auf im Studium erworbenes PCK zurückführen (Krauss et al., 2008).

Eine Grenze der Studie bildet der Kohortenvergleich zwischen Bachelor und Master, da hier ein Selektionseffekt auftreten kann. Ebenso können die nicht kontrollierten fachlichen Leistungen einen Einfluss auf die festgestellten Effekte haben.

**Tabelle 1** Bewertung der Schülerlösungen mit mathematischem bzw. realitätsbezogenem Fehler zum P-Problem Seil

<i>Fehlertyp</i>	<i>Bewertung</i>	<i>Bachelor</i>	<i>Master</i>
Mathematischer Fehler	0	34.4%	7.3%
	1	64.1%	85.4%
	2	1.6%	7.3%
Realitätsfehler	0	3.1%	2.4%
	1	61.5%	92.7%
	2	35.4%	4.9%

## Literatur

- Baumert, J.; Kunter, M.; Blum, W.; Brunner, M.; Voss, T.; Jordan, A.; Klusmann, U.; Krauss, S.; Neubrand, M. & Tsai, Y. (2010). Teachers' mathematical knowledge, cognitive activation in the classroom, and student progress. *American Educational Research Journal*, 47(1), S. 133-180.
- Dewolf, T.; van Dooren, W.; Ev Cimen, E. & Verschaffel, L. (2014). The impact of illustrations and warnings on solving mathematical word problems realistically. *Journal of Experimental Education*, 82, S. 103-120.
- Greer, B. (1993). The modelling perspective on wor(l)d problems. *Journal of Mathematical Behavior*, 12, S. 239-250.
- Krauss, S.; Baumert, J. & Blum, W. (2008). Secondary mathematics teachers' pedagogical content knowledge and content knowledge: validation of the COACTIV constructs. *ZDM Mathematics Education*, 40, S. 873-892.
- Verschaffel, L.; De Corte, E. & Borghart, I. (1997). Pre-service teachers' conceptions and beliefs about the role of real-world knowledge in mathematical modelling of school word problems. *Learning and Instruction*, 7(4), S. 339-359.
- Verschaffel, L.; De Corte, E. & Lasure, S. (1994). Realistic considerations in mathematical modelling of school arithmetic word problems. *Learning and Instruction*, 4, S. 273-294.
- Yoshida, H.; Verschaffel, L. & De Corte, E. (1997). Realistic considerations in solving problematic word problems: do Japanese and Belgian children have the same difficulties? *Learning and Instruction*, 7(4), S. 329-338.