

Renate MOTZER, Augsburg

Der Rechenstrich als Darstellungshilfe zur Addition und Subtraktion ganzer Zahlen

In der Grundschule ist der Rechenstrich eine bewährte Darstellungsart für halbschriftliche Strategien beim Addieren und Subtrahieren. Der Vorzug des Rechenstrichs liegt zum einen darin, dass die Kinder die zu bewältigende Rechnung in beliebig viele Teilschritte zerlegen können und so eine gewisse Differenzierung möglich ist. Zum anderen gewöhnen sie sich an, dass ähnlich wie beim Zahlenstrahl größere Zahlen weiter rechts stehen. Wird zu einer Zahl eine andere natürliche Zahl addiert, so führt der zugehörigen Pfeil nach rechts, die Zahl wird also größer. Wird eine Zahl subtrahiert, so führt der Pfeil nach links, die Zahl wird kleiner. Bei dieser Darstellung wird eine Subtraktionsaufgabe mit der Grundvorstellung des Wegnehmens verknüpft. Es kann aber auch die Grundvorstellung des Ergänzens aktiviert werden bzw. die Frage nach dem Unterschied kann durch die Version „wie weit ist es von ... bis ...“ beantwortet werden.

Man sieht also, es sind viele Strategien möglich. Allerdings wird gewöhnlich der 1. Summand bzw. der Minuend nicht zerlegt. Manche Strategien sind somit am Rechenstrich nicht möglich, vor allem nicht die Strategie „stellenweise extra“. Es sind auch nicht alle Hilfsaufgaben möglich. $19 + 26$ kann nicht in $20 + 25$ oder $20 + 26 - 1$ umgewandelt werden, ebenso wenig $71 - 34 = 70 - 34 + 1$ (falls ein Kind besser vom ganzen Zehner abziehen kann). Da „stellenweise extra“ zu rechnen bei Minusaufgaben sehr fehleranfällig wird, wird diese Strategie Kindern üblicherweise auch nicht empfohlen. Am Rechenstrich können sie je nach Vorliebe Minusaufgaben durch Abziehen oder durch Auffüllen lösen. Hilfsaufgaben, die nur Subtrahenden verändern, sind ebenso möglich ($54 - 19 = 54 - 20 + 1$).

Rechnen am Rechenstrich unterstützt vor allem dynamisches Denken, es kommt etwas dazu, bzw. es wird etwas weggenommen. Aber auch die statische Frage nach dem Abstand zweier Zahlen wird gut veranschaulicht.

Der Rechenstrich kann leistungsschwächeren Kindern helfen, ihre Grundvorstellungen zur Addition und Subtraktion zu festigen. Durch die Orientierung von links nach rechts (größere Zahlen stehen weiter rechts) kann die Relation „größer“ bzw. „kleiner“ gefestigt werden. Rechenschwachen Kindern sind oft nur die Zahlen in der Zahlenreihe präsent und es fehlen ihnen viele weitere Zahlzusammenhänge. Mit dem Rechenstrich können sie zumindest an die Zahlen in der Zahlenreihe anknüpfen.

In weiterführenden Schulen wird der Rechenstrich derzeit leider nicht mehr verwendet. Bei der Subtraktion wird außerdem häufig nur noch an die Grundvorstellung des Wegnehmens angeknüpft, nicht mehr ans Ergänzen. Wird eine negative Zahl abgezogen, so kann dies mit dem Wegnehmen von Schulden in Verbindung gebracht werden, was sich auf dem Kontostand positiv auswirkt.

Etwas unpassend wird das Bild, wenn von einem bestehenden Vermögen Schulden wegzunehmen sind. Man könnte sich ggf. vorstellen, dass der Geldbesitzer mehrere Konten hat. Auch wenn er insgesamt im Plus ist, könnte es also ein Schuldenkonto geben, von dem Schulden weggenommen werden, so dass seine neue Gesamtbilanz noch positiver ausfällt als sie vorher war.

Die Aufgabe $200 - (-50)$ könnte aber auch so gedeutet werden, dass nach dem Abstand von -50 und 200 gefragt ist und sich deshalb 250 ergibt.

Deutet man das Minuszeichen als Abstand, so ergibt sich freilich die Frage nach dem Vorzeichen des Ergebnisses. Müsste so nicht auch $-50 - 200$ zu dem Ergebnis 250 führen? Die Kinder müssen also bei der Abstandsdeutung zusätzlich nach der Richtung schauen. Bei $a - b$ lautet die Frage: wie weit ist es von b nach a ? Ist a kleiner als b , muss man in die andere Richtung gehen und das Ergebnis erhält zusätzlich ein Minuszeichen.

Wie viele Erinnerungen Kinder in 5. Klassen an Gymnasien an die Verwendung des Rechenstrichs in der Grundschule haben und ob sie den Rechenstrich gewinnbringend bei der Arbeit mit negativen Zahlen einsetzen können, waren die Fragen, die einer Untersuchung in drei 5. Klassen zugrunde lagen.

Die Auswertung zeigt, dass der Rechenstrich zwar vielen Kindern noch halbwegs geläufig war, interessanterweise jedoch hauptsächlich zum Bestimmen des Abstands zwischen zwei Zahlen. In einer der drei Klassen wurde überhaupt nur diese Deutung von den Kindern vorgeschlagen. Vielen Kindern war aber nicht klar, dass beim Rechenstrich die größeren Zahlen immer weiter rechts stehen müssen. Daher war er ihnen zunächst nicht unbedingt eine Hilfe, wenn negative Zahlen ins Spiel kamen. Es ist bei ihnen nicht von vornherein in der Darstellung der Aufgabe ersichtlich, ob das Ergebnis durch die Rechnung größer oder kleiner wird als der 1. Summand bzw. der Minuend. Auch der Übergang über die Null ist nicht in allen Lösungen deutlich sichtbar geworden.

Hier nun einige Beispiele von typischen Fehlern und erstaunlichen Lösungen:

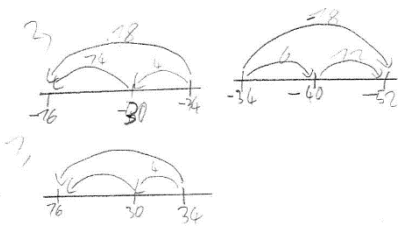


Abb. 1

An Abb. 1 kann man zwei Schwierigkeiten sehen: analog zur Aufgabe 1) $34 - 18 = \dots$ soll als Aufgabe 2) gerechnet werden: $-34 - 18 = \dots$. Manche Kinder setzen einfach vor die Zahlen unterhalb des Rechenstrichs ein Minuszeichen. Dieses Kind ist sich aber nicht sicher, ob diese Lösung zutreffend ist. Es bietet daher eine zweite Bearbeitung an, die zur Lösung -52 führt. Allerdings stehen auch hier die kleineren Zahlen (also die mit den höheren Beträgen) in beiden Lösungen weiter rechts. Daher scheint die zweite Lösung dem Kind weniger analog und es ist sich nicht sicher, welches nun die richtige Bearbeitung ist.

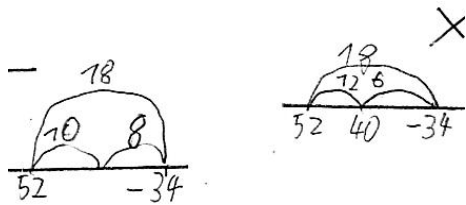


Abb. 2

Abb. 2 zeigt, dass etliche Kinder bei den negativen Zahlen die Vorzeichen öfters weglassen. Dieses Kind scheint zwar richtig zu rechnen und gibt sogar zwei Lösungswege an, aber das Zwischenergebnis und das Endergebnis tragen das falsche Vorzeichen.

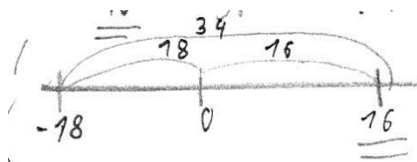


Abb. 3

Elegant ist diese Lösung (Abb. 3) zur Aufgabe $34 + (-18)$, die zur Tauschaufgabe $-18 + 34$ übergeht.

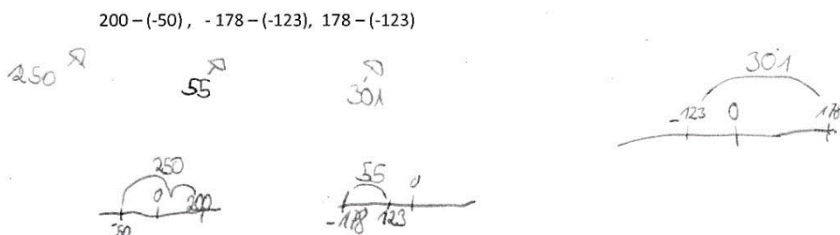


Abb. 4

Erstaunlich ist, dass etliche Kinder bei diesen Aufgaben (Abb.4), bei denen sie eigentlich die Regel „Die Subtraktion einer negativen Zahl ist gleichbedeutend mit der Addition der Gegenzahl“ einüben sollen, auf die Deutung „Bestimme den Abstand zwischen den beiden Zahlen“ kommen. Es zeigt, dass es doch bei vielen Kindern beliebt ist, Subtraktionsaufgaben als Ergänzungsaufgaben zu lösen, auch wenn dies im Unterricht gar nicht forciert wird.

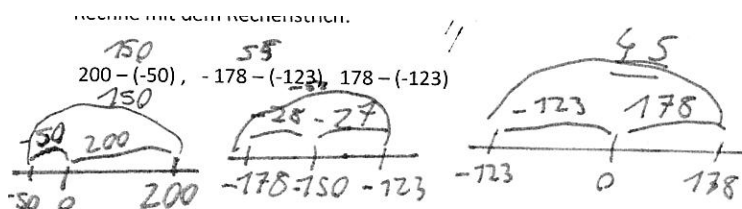


Abb. 5

Nicht allen Kindern ist von Anfang an klar, dass die Längen der Bögen immer addiert werden sollten, wenn es um die Länge des Gesamtbogens geht (vgl. Abb. 5). Bei diesem Kind kann aber zumindest beobachtet werden, dass ihm ähnlich wie den Kindern, die ergänzend rechnen, wichtig ist, die gegebenen Zahlen unten am Rechenstrich einzutragen.

In einer anderen Klasse wurde die gesamte Unterrichtseinheit zur Addition und Subtraktion einschließlich einer Probearbeit beobachtet. Hier zeigte sich: Die Kinder, die den Rechenstrich bei einer bestimmten Aufgabe verwenden, gehören im Schnitt zu den leistungsschwächeren Kindern, aber sie sind bei der zugehörigen Aufgabe fast so erfolgreich wie ihre Mitschüler. Es sind vor allem Mädchen, die den Rechenstrich verwenden (darunter auch sehr gute Schülerinnen).

Auf einem Arbeitsblatt konnte beobachtet werden: Der häufigste Fehler war $-12 - (+13) = -12 - 13 = +1$ (5 Kinder) / -1 (6 Kinder von 26). Dabei beachteten die meisten die Rechenregel $-(+) = -$ und kamen zu dem richtigen Zwischenschritt. Das Ergebnis der Rechnung war aber falsch. Erstaunlich ist dabei, dass von den 11 Kindern, die diese Aufgabe falsch bearbeiteten, 10 Kinder die Aufgabe $-34 - 18 = -52$ richtig lösten, bei der explizit ein Rechenstrich gefordert wurde.

Es würde sich also doch lohnen, den Rechenstrich den Kindern noch mehr nahezu legen, ihn vielleicht auch öfters einzufordern, zumindest bei den Kindern, die ohne Rechenstrich immer wieder Fehler machen. Dabei muss jedoch mit einigen Kindern das Rechnen am Rechenstrich explizit geübt werden, da nicht immer genügend Vorerfahrungen vorhanden sind.