Knud JÜRGENSEN, Hannover

Strukturelle Analyse von Problemlöseerfolg und Heurismeneinsatz

Im Rahmen des HeuRekAP-Projekts wurden vier achte Klassen eines Hannoveraner Gymnasiums über eineinhalb Jahre untersucht. Mix, Fränzel & Soyta (2014) haben im Rahmen einer Bachelorarbeit Teile dieser Daten ausgewertet und dabei folgende Fragestellungen untersucht:

1. Lässt sich der Problemlöseerfolg aus den Mathematiknoten oder dem Bearbeitungserfolg (einer) der Routineaufgaben vorhersagen?
2. Wirkt sich der Einsatz von Heurismen positiv auf den Bearbeitungs- bzw. Problemlöseerfolg aus?
3. Lässt sich anhand der erhobenen Daten ein Trainingseffekt erkennen?

Erhebungshintergrund

Abbildung 1 – Vortest-Aufgabe Raute

In diesem Artikel werden die Ergebnisse für zwei Klassen vorgestellt. Beide Klassen haben ein mathematisch-naturwissenschaftliches Profil. Eine der Klassen diente als Kontroll-Klasse. Die andere Klasse erhielt ein explizites Heurismen-Training, dessen Idee auf König (1992, S. 24) zurückgeht: „Ausgewählte heuristische Vorgehensweisen sollten (als eine spezielle Art von Verfahrenskenntnissen) im Prozeß der Tätigkeit bewußt vermittelt werden. Das heißt, es geht um ein zielgerichtetes Aneignen und Anwenden im Unterricht und um ein explizites Abheben von methodologischen Erkenntnissen. Ein nur implizites Vermitteln etwa durch Vorbildwirkung reicht nicht aus.“

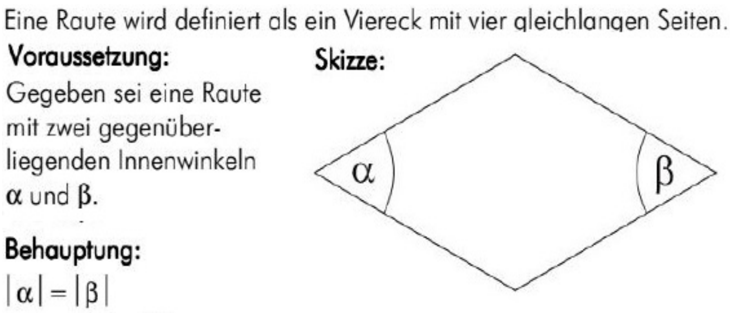

Abbildung 2 – Nachtest-Aufgabe Raute

In F. Caluori, H. Linneweber-Lammerskitten & C. Streit (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2015*. Münster: WTM-Verlag

Auswertung der Daten

Um die Bearbeitungen bewerten zu können, wurde zu jeder der Aufgaben ein Satz Musterlösungen entwickelt. Zu jeder dieser Musterlösungen wurde ein Lösungsgraph erstellt. Jeder Bearbeitung wurde eine Musterlösung zugeordnet und anhand des entsprechenden Lösungsgraphen die Bearbeitung bewertet. Es wurde für jeden genannten Knoten und für jede genannte Kante – die eine Verknüpfungsabsicht darstellt – jeweils ein Punkt vergeben. Für falsche oder fehlende Elemente wurden keine Punkte vergeben. Für mathematisch korrekte Zwischenziele, die zu einem anderen als dem gegangenen Lösungsweg entsprechen, wurde jeweils ein halber Punkt gegeben. Da verschiedene Lösungswege auf unterschiedlich komplexe Lösungsgraphen führen können, wurden die Punkte jedes Lösungsgraphen auf 100 Punkte gewichtet. Wegen der Bonuspunkte ist es möglich, mehr als 100 Punkte für die Bearbeitung einer Aufgabe zu erhalten.

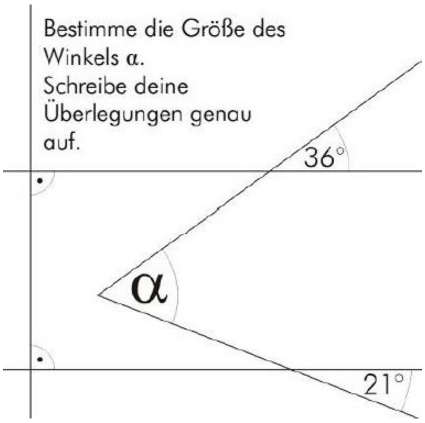

Abbildung 3 – Routine-Aufgabe Winkel

Da von den Aufgaben nur schriftliche Bearbeitungen vorliegen, wurden nur Heurismen untersucht, die sich an den Bearbeitungen eindeutig ablesen lassen. Das sind für beide Klassen zum einen das Einführen sinnvoller, mathematisch korrekter Bezeichnungen und das verwenden einer Hilfslinie andererseits. Da in der D-Klasse zusätzlich der Zwei-Spalten-Beweis eingeübt wurde, wurde dieser in der D-Klasse als dritter Heurismus herangezogen. Für jeden verwendeten Heurismus wurde ein Punkt vergeben. Da die Klassen eine unterschiedliche Anzahl an Heurismen-Punkten erzielen konnten, wurde auch hier die Punktzahl auf 100 gewichtet.

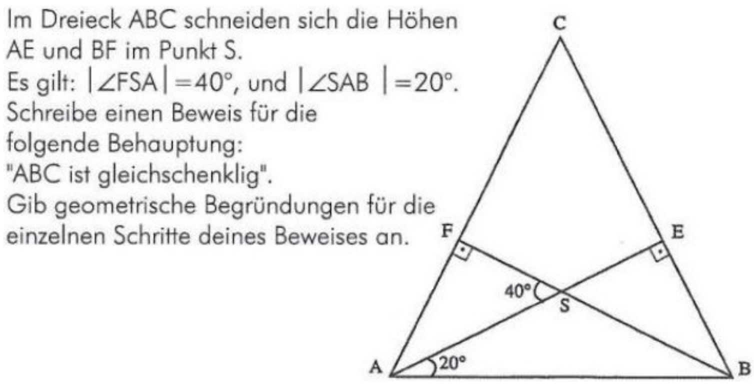

Abbildung 4 – Problemaufgabe K18

Zur Beantwortung der ersten Frage wurden die Korrelationskoeffizienten nach Pearson zwischen den Routineaufgabe und K18 und die Spearman-Korrelationskoeffizienten zwischen K18 und den Mathematiknoten ermittelt. Die Ergebnisse sind in Tabelle 1 zu finden.

In F. Caluori, H. Linneweber-Lammerskitten & C. Streit (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2015*. Münster: WTM-Verlag

	Klasse A	*Klasse D*	*Klasse A + D*
Mathematiknoten	0,19	0,23	0,20
Vortest Raute	0,29	-0,26	0,05
Vortest Winkel	0,18	0,25	0,18
Vortest	0,32	-0,13	0,11
Nachtest Raute	0,11	0,33	0,43
Nachtest Winkel	0,53	0,37	0,56
Nachtest	0,47	0,44	0,56

Tabelle 1 – Korrelation von Problemlöseerfolg mit Mathematiknoten und Routineaufgaben

Zur Beantwortung der zweiten Frage wurden die Korrelationskoeffizienten nach Pearson zwischen den betrachteten Aufgaben und den verwendeten Heurismen berechnet. Die Ergebnisse sind in Tabelle 2 dargestellt.

	Klasse A	*Klasse D*	*Klasse A + D*
K18	-0,06	0,43	0,30
Vortest Raute	-0,18	0,13	-0,03
Vortest Winkel	0,73	0,65	0,69
Vortest	0,12	0,39	0,24
Nachtest Raute	0,12	0,53	0,44
Nachtest Winkel	0,74	0,14	0,67
Nachtest	0,36	0,48	0,68

Tabelle 2 – Zur Lösungsförderlichkeit von Heurismen

Die dritte Frage wurde beantwortet, indem der Bearbeitungserfolg der beiden Routine-Aufgabe – getrennt und kumuliert – der einzelnen Klassen aus Vor- und nachtest verglichen wurde. Dazu wurden die Punkte in Boxplots dargestellt. In Tabelle 3 sind die Mediane der Routine-Aufgaben aufgeführt.

	Klasse A		*Klasse D*	
	Vortest	*Nachtest*	*Vortest*	*Nachtest*
Raute	13,5	26,1	33,3	45,8
Winkel	11,4	8,6	10,0	31,4
Raute + Winkel	13,9	17,8	21,3	44,6

Tabelle 3 – Mediane der Routine-Aufgaben

Diskussion der Ergebisse

Betrachtet man die Ergebnisse in Tabelle 1 so fällt zunächst auf, dass sich der Problemlöseerfolg nicht aus den Mathematiknoten ableiten lässt. Auch anhand des Bearbeitungserfolgs der Routineaufgaben im Vortest lässt sich ein Problemlöseerfolg nicht ableiten. Am ehesten lässt sich ein Zusammenhang zwischen Problemlöseerfolg und Bearbeitungserfolg der Routine-Aufgaben im Nachtest erkennen. Dieses Ergebnis ist insoweit nachvollziehbar, als dass die Aufgaben zum selben Zeitpunkt bearbeitet wurden. Damit lässt sich eine Beeinflussung des Bearbeitungserfolgs von der Tagesform ausschließen. Aber auch hier ist der niedrige Korrelationskoeffizient zwischen der Routine-Aufgabe Raute und der Problemaufgabe K18 ein Indikator dafür, dass sich Problemlöseerfolg schlecht aus dem Bearbeitungserfolg von Routineaufgaben ableiten lässt.

Auch aus den Daten in Tabelle 2 lässt sich kein Zusammenhang zwischen Heurismen-Einsatz und Aufgabenbearbeitungs-Erfolg ableiten. Dies könnte unter anderem daran liegen, dass in der Trainings-Klasse im Nachtest deutlich mehr Heurismen verwendet wurden als im Vortest. Hier haben auch Schülerinnen und Schüler meistens alle gezählten Heurismen verwendet.

Betrachtet man die Daten in Tabelle 3, so lässt sich deutlich ein Trainingseffekt erkennen. Bei der Raute-Aufgabe haben sich die Mediane beider Klassen um etwa 12 Punkte verbessert. Dies lässt zunächst nicht auf eine Verbesserung der Trainingsklasse im Vergleich zu Kontroll-Klasse schließen. Allerdings fallen im Nachtest in der Trainings-Klasse das erste Quartil und der Median fast zusammen. In der Kontroll-Klasse lässt sich hingegen eine Regression zur Mitte erkennen.

Bei der Winkel-Aufgabe ist hingegen auch auf den ersten Blick ein deutlicher Trainingseffekt zu erkennen. Während sich der Median der Trainings-Klasse deutlich erhöht hat, ist der Median der Kontroll-Klasse sogar ein wenig gesunken.

Auch bei der Betrachtung beider Aufgaben zusammen, lässt sich ein Trainingseffekt erkennen. Während der Median der Kontroll-Klasse weitgehend unverändert bleibt, hat sich die Trainings-Klasse deutlich verbessert.

Literatur

König, H. (1992). Einige für den Mathematikunterricht bedeutsame heuristische Vorgehensweisen. In *Der Mathematikunterricht, 38, (3)* (S. 24–38). Münster: Waxmann.

Mix, A.-Chr.; Fränzel, R. & Soyta, W. (2014). *Strukturelle Analyse von Problemlöseerfolg und Heurismeneinsatz in Schülerbearbeitungen der Aufgaben K18, Raute und Winkel*. unveröffentlichte Bachelorarbeit an der Leibniz-Universität Hannover