Christian BÜSCHER, Dortmund

Was ist normal? – Individuelle Konzepte von Normalität als Fundament für den Vorstellungsaufbau in der Statistik

Mit den Bildungsstandards Mathematik ist der beschreibenden Statistik eine größere Rolle in der Schule zugekommen (Eichler & Vogel 2009, KMK 2003). Eng verbunden mit der Entwicklung von statistischem Denken ist der Begriff des *Informal Inferential Reasoning* (im Folgenden IIR; Makar, Bakker & Ben-Zvi 2011). Konstituierend für die Statistik ist hierbei nicht die reine Beschreibung von Daten, sondern die Fähigkeit, statistische Inferenzen zu ziehen. Dabei werden anhand von Daten allgemeine Aussage über die grundlegenden, unbekannten Phänomene getroffen, die diese Daten erzeugt haben (Makar & Rubin 2009). Lernprozesse zum IIR von Lernenden mit nur wenigen Vorerfahrungen werden dabei von der Forschung nur selten in den Blick genommen (Eichler & Vogel 2012). Der Verlauf solcher Lernprozesse (mit möglichen Zugänge für Lernende, vorunterrichtlichen Vorstellungen und intendierten Zielvorstellungen) muss weiter untersucht werden.

Die Rolle von IIR

IIR zeichnet sich durch eine Breite von Elementen aus: Die Beherrschung statistischer Konzepte wird verbunden mit speziellen Normen und Gewohnheiten – etwa der Haltung, Hypothesen zu generieren und Erklärungen in Daten zu suchen und zu bewerten (Makar, Bakker & Ben-Zvi 2011). Dabei müssen statistische Konzepte wie Verteilung, Zentrum, Streuung, Variabilität und Sampling miteinander verknüpft werden. Statistische Inferenzen sollen dabei nicht erst am Ende des Lernweges stehen, sondern von Anfang an die treibenden Herausforderungen für die Lernprozesse bilden. Wie es Lernenden gelingen kann, Vorstellungen zu statistischen Konzepten zu bilden und gleichzeitig die für statistische Inferenzen notwendigen Verknüpfungen dieser vorzunehmen, war Gegenstand einer Entwicklungsforschungsstudie mit folgenden Forschungsfragen:

(F1) Mit welchen individuellen Konzepten beschreiben Lernende Daten und wie nutzen sie diese für statistische Inferenzen?

(F2) Wie verknüpfen sie dazu verschiedene individuelle statistische Konzepte?

Design der Studie

Die vorliegende Studie ist Teil eines Dissertationsprojekts im forschungsmethodologischem Rahmen der lernprozessfokussierenden fachdidakti-

In F. Caluori, H. Linneweber-Lammerskitten & C. Streit (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2015*. Münster: WTM-Verlag

schen Entwicklungsforschung (Prediger et al. 2012). In einem iterativen Prozess werden dabei Forschung und Entwicklung miteinander verschränkt, um gleichzeitig gegenstands- und prozessorientierte lokale Lerntheorien als auch praktisch erprobte Lernumgebungen zu generieren. In dem 2. Zyklus, aus dem hier berichtet wird, wurden Design-Experimente mit 5x2 Schülerinnen und Schülern der 7. Klasse eines Gymnasiums in NRW durchgeführt (Gravemeijer & Cobb 2006), bei denen den die statistischen Inhalte Boxplots und Quartile noch nicht behandelt wurden.

Zur Datenauswertung wurden die vollständig videographierten Designexperiente teilweise transkribiert und unter interpretativem Paradigma mit Hilfe der Konstrukte von Vergnaud (1996) ausgewertet.

Design der Lernumgebung

Um die Lernenden zu informellen statistischen Inferenzen anzuregen, wurden sie aufgrund von Daten zu Temperaturverteilungen eines Monats (vgl. Abb. 1) zu weiteren Prognosen aufgefordert. So erhielten sie die Verteilung von Temperaturen innerhalb eines Monats Juni als Punktdiagramm, mit dem Auftrag, eine Vorhersage für 10 Tage desselben Monats im nächsten Jahr anzugeben und zu begründen. Anschließend wurde der betrachtete Zeitraum erhöht auf Monate Juni aus weiteren drei bzw. zehn Jahren (im Plot untereinander gedruckt), und die Prognosen ggf. angepasst; Abb. 1 zeigt die jeweiligen Temperaturverteilungen.

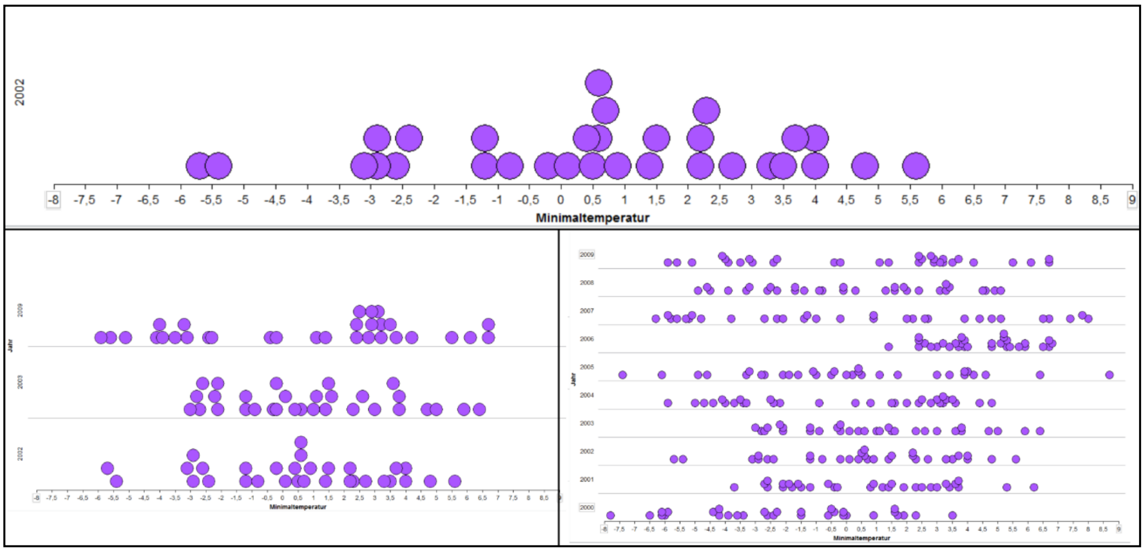

Abb. 1: Temperaturverteilung im Juni aus einem Jahr, drei Jahren, 10 Jahren als Datengrundlage für Prognosen

Empirische Einblicke in individuelle Konzepte

Die Haupttemperatur

Nachdem die Schülerin Amy eine Prognose (Abb. 2; gezeichnet sind mehr als 10 Tage) auf Grundlage von drei Jahren (Abb. 1 links unten) abgegeben hat, versucht sie, eine Begründung zu formulieren.

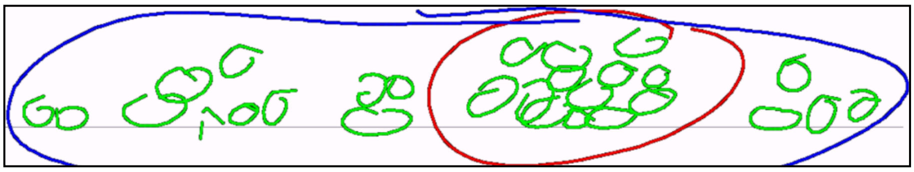

Abb. 2: Amys Prognose

> *Amy:* *Ich weiß nicht, wie ich das erklären soll. Also es gibt so ne Art Haupttemperatur, die ganz oft vorkommt. Und dann gibt's Temperaturen, die kommen nur manchmal vor, aber sie kommen trotzdem vor. [...] Jede Temperatur, abgesehen von ganz kalt und ganz warm, [ist] immer ein bisschen verteilter.*

Amy nutzt ihre individuelle Vorstellung einer Haupttemperatur als Zugang zu den Daten und als Grundlage zum Treffen von statistischen Inferenzen. Ihr Vorgehen weist dabei Elemente verschiedener statistischer Konzepte auf: Sie beschreibt die gesamte *Verteilung*, indem sie Inferenzen zieht („vorkommen" auf Grundlage der anderen Verteilungen) aufgrund von *Zentrum* (rot, „ganz oft") in der Verbindung mit *Streuung* („nur manchmal"). Sie versucht sogar, die von der Mitte her abnehmende *Dichte* zu beschreiben („immer ein bisschen verteilter").

Normalität und Wahrscheinlichkeit

Sukzessive verändern die Lernenden ihren Blick auf die Daten und kombinieren ihre Beschreibungen mit weiteren probabilistischen Überlegungen.

> *Amy:* *Es ist unwahrscheinlich, dass es so warme Tage gibt, und wenn nur vereinzelt.*

Amy interpretiert Abweichungen von der Haupttemperatur hier als Ausnahmen, die nur vereinzelt auftreten. Damit bezieht sie *Variabilität* innerhalb der Daten als beschreibbare, probabilistische Größe in ihre Überlegungen ein. Abweichungen von einem Regelfall werden auch von der Schülerin Dora thematisiert.

> *Dora:* *Also es kann passieren, aber das ist nicht so typisch. So kalt wird es nicht im Juli.*

Dora bezieht sich dabei auf einige der zehn Verteilungen (Abb. 1, rechts unten), die sie als „Ausnahmejahr" bezeichnet. Auch sie bezieht Unsicherheit in ihre Aussagen ein („kann passieren"), aber sieht in der gesamten

Verteilung des einen Jahres eine Abweichung vom Regelfall („nicht so typisch“). Die gesamte Verteilung wird dadurch als konkretes *Sampling* eines Klimaphänomens gedeutet, das in diesem Fall nicht repräsentativ ist. Dieser Zusammenhang zwischen konkretem Sampling und der Variabilität der Daten wird bei Fionas Bewertung ihrer Prognose deutlich.

Fiona: *Ich glaube aber nicht dass das so passiert. Die Wahrscheinlichkeit ist es, dass das passiert. Aber das kann man ja nicht so bestimmen.*

Normalität als Fokus

Die Frage „was ist normal?“ erweist sich in zweierlei Hinsicht als tragend für einen Vorstellungsaufbau: Den Lernenden bietet sie einen Zugang zu den Daten und Anknüpfungspunkte an individuelle Vorstellungen wie „Haupttemperatur“ oder „typisch“, welche sie zum Treffen von Inferenzen nutzen. Und die dabei verknüpften statistischen Konzepte erhalten für die Lernenden direkte Bedeutsamkeit; Zentrum und Streuung können beschreiben, welche Temperaturen normal für eine Region sind.

Gegenstand weiterer Forschung wird die Verknüpfung dieser individuellen Vorstellungen mit regulären statistischen Darstellungen wie Boxplots sein, um es Lernenden zu ermöglichen, in der Schule vorstellungsgestütztes inferential reasoning zu betreiben.

Literatur

Eichler, A., & Vogel, M. (2009). *Leitidee Daten und Zufall*. Wiesbaden: Vieweg+ Teubner.

Eichler, A., & Vogel, M. (2012). Basic modelling of uncertainty: young students’ mental models. *ZDM*, *44*(7), 841-854.

KMK, Beschlüsse der Kultusministerkonferenz (2003). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss.* München: Luchterhand.

Makar, K., Bakker, A., & Ben-Zvi, D. (2011). The reasoning behind informal statistical inference. *Mathematical Thinking and Learning*, *13*(1-2), 152-173.

Makar, K., & Rubin, A. (2009). A framework for thinking about informal statistical inference. *Statistics Education Research Journal*, *8*(1), 82-105.

Prediger, S., Link, M., Hinz, R., Hußmann, S., Thiele, J., & Ralle, B. (2012). Lehr-Lernprozesse initiieren und erforschen–Fachdidaktische Entwicklungsforschung im Dortmunder Modell. *MNU*, *65*(8), 452-457.

Gravemeijer, K., & Cobb, P. (2006). Design research from a learning design perspective. In Van den Akker, J., Gravemeijer, K., McKenney, S. & Nieveen, N. (Hrsg.), *Educational design research*, 17-51. Routledge.

Vergnaud, G. (1996). The theory of conceptual fields. In L.P. Steffe, P. Nesher, P. Cobb, G.A. Goldin & B. Greer (Hrsg.), *Theories of mathematical learning*, 219-239. Hove (UK): Psychology Press