

Natalie TROPPER, Lüneburg

## **Von Zahlenjongleuren, Gelegenheitsabbrechern und Interpretationsmuffeln – Heuristische Lösungsbeispiele zum mathematischen Modellieren**

Der vorliegende Beitrag skizziert ein laufendes Promotionsvorhaben, welches sich mit der Förderung modellierungsbezogener Strategien durch heuristische Lösungsbeispiele befasst. Der Fokus der Darstellung liegt dabei, im Sinne eines work-in-progress-Berichts, auf der Instrumentenentwicklung sowie den bei der Erprobung der Instrumente erzielten Resultaten.

### **1. Modellierungsbezogene Strategien**

Deskriptive Analysen modellierungsbezogener Lösungsprozesse belegen, dass alle Schritte des Modellierungskreislaufs potentielle kognitive Hürden für Lernende darstellen (z.B. Galbraith & Stillman, 2006; Kramarski et al., 2002). Zugleich wird auf die Relevanz strategischer und metakognitiver Handlungen für mathematisches Modellieren hingewiesen (z.B. Doerr, 2007), insbesondere als Reaktionen auf derartige Hürden (Stillman, 2011). Dass Lernende jedoch spontan zumeist unangemessen auf im Modellierungsprozess auftretende Probleme reagieren (ebd.), weist darauf hin, dass adäquate Strategien häufig nicht verfügbar sind und entsprechend gezielt im Lehr-Lern-Prozess vermittelt werden müssen. Sollen Strategien nicht isolierte, auf einen Anwendungskontext beschränkte Hilfsmittel bleiben, müssen bei deren Vermittlung verschiedene Aspekte der allgemeinen Lernstrategieforschung berücksichtigt werden. So erfordert etwa der flexible Einsatz einer Strategie neben deren inhaltlicher Vermittlung auch die Förderung des selbstregulierten Strategiegebrauchs, z.B. durch die Bereitstellung konzeptuellen Wissens (Leutner & Leopold, 2006). Zudem setzt der Transfer von Strategien deren Demonstration und praktische Erprobung in unterschiedlichen Handlungskontexten voraus (Brunstein & Spörer, 2006).

### **2. Lösungsbeispiellernen**

Ein Instruktionsansatz, der die vorangegangenen Aspekte berücksichtigt, ist das Lernen durch Lösungsbeispiele. Bei Lösungsbeispielen handelt es sich um Aufgabenbeispiele, die neben der Aufgabenstellung auch eine schrittweise Darstellung der Aufgabenlösung enthalten. Das Grundprinzip des Lösungsbeispiellernens ist, ein zu vermittelndes Schema einer Reihe von Lösungsbeispielen zugrunde zu legen, sodass Lernende im Laufe der Beispielbearbeitung das Schema durch Analogiebildung nach und nach extrahieren können. In empirischen Studien konnte bereits vielfach der

In J. Roth & J. Ames (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2014* (S. 1235–1238). Münster: WTM-Verlag

sog. *Lösungsbeispieleffekt* (Sweller et al., 1998) nachgewiesen werden: Die Konfrontation mit einer Reihe von Lösungsbeispielen führt in der Regel zu besseren Transferleistungen als die eigenständige Bearbeitung derselben Aufgaben. Bislang wurde der Effekt vor allem in algorithmischen Kontexten nachgewiesen. Für nicht-algorithmische Zusammenhänge entwickelten Reiss und Renkl (2002) *heuristische Lösungsbeispiele*, die einen realistischen statt eines idealtypischen Lösungsprozesses abbilden und auch explorative Elemente enthalten, um konzeptuelles Wissen zu verwendeten Operatoren sowie allgemein ein problemlösendes Herangehen an komplexe Aufgabenstellungen vermitteln zu können. Durch eine Serie heuristischer Lösungsbeispiele können daher insbesondere die oben genannten Voraussetzungen eines flexiblen Strategieeinsatzes berücksichtigt werden.

### **3. Zielsetzung und Methodik der Studie**

Im Rahmen der hier berichteten Laborstudie soll die Wirkung einer Lösungsbeispielintervention auf strategische Handlungen im Modellierungsprozess von Lernenden der 8. Jahrgangsstufe untersucht werden. Die zentrale Forschungsfrage hierzu lautet:

- Wie wirkt sich der Einsatz heuristischer Lösungsbeispiele mit strategischem Fokus auf modellierungsbezogene Lösungsprozesse und Strategiegebrauch der Lernenden sowie ihr diesbezügliches explizites Strategiewissen aus?

Zunächst werden mithilfe der Qualitativen Inhaltsanalyse nach Mayring sowohl schriftliche Aufgabenbearbeitungen wie auch Laut-Denken-Protokolle ausgewertet, um differenzierte Einblicke in die modellierungsbezogenen Lösungsprozesse der Lernenden und dabei ablaufende kognitive Prozesse zu erhalten. Weiterhin soll durch den Vergleich mehrerer Experimentalbedingungen qualitativ herausgearbeitet werden, welchen Einfluss eine Serie heuristischer Lösungsbeispiele zum mathematischen Modellieren – z.T. mit ergänzenden Prompts zur Generierung von Selbsterklärungen – auf das strategische Vorgehen der Lernenden bei nahen Transferaufgaben sowie auf deren explizites modellierungsbezogenes Strategiewissen, welches handlungsnah in einem schriftlichen Test erfragt wird, hat.

### **4. Entwicklung der Instrumente und Resultate der Erprobung**

Für die Umsetzung der Laborstudie wird ein umfangreiches Instrumentarium benötigt. Im Folgenden sollen beispielhaft für die beiden zentralen Elemente *Modellierungsaufgaben* und *heuristische Lösungsbeispiele* der Prozess der Instrumentenkonstruktion und -erprobung skizziert sowie diesbezügliche Ergebnisse zusammengefasst werden:

Modellierungsaufgaben: Zunächst wurde ein Set von zehn Modellierungsaufgaben entwickelt. Alle Aufgaben stellen vielfältige, auf unterschiedliche Prozessschritte des Modellierens verteilte Anforderungen an den Aufgabenbearbeiter, sodass sich bei deren Bearbeitung ein deutlicher Vorteil durch den Einsatz modellierungsbezogener Strategien ergeben dürfte. Tatsächlich zeigte die Erprobung der Aufgaben in einem schriftlichen Test mit 127 Schülerinnen und Schülern, dass für alle Aufgaben in jedem Schritt des Modellierungsprozesses Probleme auftraten. Die häufigsten Schwierigkeiten ergaben sich dabei für das Verstehen der Aufgabe (in 20 % der bearbeiteten Schülerlösungen), das Bilden eines Realmodells (18 %) sowie die Interpretation errechneter Ergebnisse (7 %). Zudem wurde etwa jede fünfte Aufgabenbearbeitung im Prozess abgebrochen. Meist geschah dies nach der Feststellung, dass nicht alle benötigten Informationen im Aufgabentext gegeben waren (siehe z.B. Abb. 1).

Kann man nicht sagen weil da nicht drinne steht wie hoch die Fische sind.

Abb. 1: Abgebrochene Schülerlösung

Die Analyse der schriftlichen Schülerlösungen bezüglich (sichtbar) angewandter Strategien ergab zudem, dass die Lernenden nur sehr selten Strategien beim mathematischen Modellieren einzusetzen scheinen. Weitaus am häufigsten (mit 3,8 % der Fälle) war die Strategie *Angaben im Aufgabentext markieren bzw. herausschreiben* festzustellen.

Heuristische Lösungsbeispiele: Basierend auf den Resultaten der Aufgabenerprobung wurden vier der zehn Modellierungsaufgaben für die Intervention ausgewählt und zugehörige heuristische Lösungsbeispiele konstruiert. Im Sinne einer strukturbetonen Beispielsequenz mit variierenden Oberflächenmerkmalen, aber gleicher Tiefenstruktur liegt allen Lösungsbeispielen dasselbe Schema zur strategieorientierten Bearbeitung realitätsbezogener Problemstellungen zugrunde. Zudem wurden charakteristische Vorgehensweisen und Schwierigkeiten, die im schriftlichen Test für die jeweiligen Aufgaben festzustellen waren, bei der Ausgestaltung der zugehörigen Lösungsbeispiele berücksichtigt. Die Resultate der Pilotierung im Labor weisen insgesamt darauf hin, dass die Lernenden durchaus in der Lage sind, mit den konstruierten Lösungsbeispielen umzugehen und adäquat auf die zugehörigen Selbsterklärungsprompts zu reagieren (siehe beispielhaft Abb. 2).

! Begründe kurz, warum Sara und Paul ihr Ergebnis 9,76 auf 10 aufgerundet haben.
Man kann ja nicht 9,76 Zug fahren, also muss sie eig. 10 mal fahren.

Abb. 2: Schülerantwort auf einen Selbsterklärungsprompt im Lösungsbeispiel (nachgestellt)

Der Einfluss der Beispiele auf das strategische Verhalten der Schüler bei der eigenständigen Aufgabenbearbeitung im Nachtest kann jedoch aufgrund der geringen Fallzahl (N=4) noch nicht abgeschätzt werden, sodass diesbezüglich die Ergebnisse der Hauptstudie abzuwarten sind.

## 5. Schlussbetrachtung

Der flexible Einsatz von Strategien ist nicht durch kurzfristige Trainings erlernbar, sondern stellt das Ergebnis langfristiger Gewohnheitsbildung dar (z.B. Friedrich & Mandl, 2006). Vor diesem Hintergrund dient das hier skizzierte Promotionsvorhaben zunächst vor allem einer detaillierten qualitativen Untersuchung der Wirkungsweise einer Lösungsbeispielintervention auf modellierungsbezogene Strategien von Lernenden, bevor in späteren Forschungsprojekten die längerfristige Implementierung in unterrichtliche Lernprozesse untersucht werden kann.

## Literatur

- Brunstein, J. C., & Spörer, N. (2006). Selbstgesteuertes Lernen. In D. H. Rost (Hrsg.), *Handwörterbuch Pädagogische Psychologie* (S. 677–685). Weinheim: Beltz.
- Doerr, H. M. (2007). What knowledge do teachers need for teaching mathematics through applications and modelling? In W. Blum, P. L. Galbraith, H.-W. Henn, & M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education. The 14th ICMI Study* (pp. 69–78). New York: Springer.
- Friedrich, H. F. & Mandl, H. (2006). Lernstrategien: Zur Strukturierung des Forschungsfeldes. In H. Mandl & H. F. Friedrich (Hrsg.), *Handbuch Lernstrategien* (S. 1-23). Göttingen: Hogrefe.
- Galbraith, P. & Stillman, G. (2006). A framework for identifying student blockages during transitions in the modelling process. *ZDM*, 38 (2), 143-162.
- Kramarski, B., Mevarech, Z. R., & Arami, M. (2002). The effects of metacognitive instruction on solving mathematical authentic tasks. *Educational Studies in Mathematics*, 49 (2), 225–250.
- Leutner, D., & Leopold, C. (2006). Selbstregulation beim Lernen aus Sachtexten. In H. Mandl & H. F. Friedrich (Hrsg.), *Handbuch Lernstrategien* (S. 162–171). Göttingen: Hogrefe.
- Reiss, K. & Renkl, A. (2002). Learning to prove: The idea of heuristic examples. *ZDM*, 34 (1), 29 – 35.
- Stillman, G. A. (2011). Applying metacognitive knowledge and strategies in applications and modelling tasks at secondary school. In G. Kaiser (Ed.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling* (pp. 165–180). New York: Springer.
- Sweller, J., van Merriënboer & J., Paas, F. (1998). Cognitive architecture and instructional design. *Educational Psychology Review*, 10 (3), 251 - 296.