Eva MÜLLER-HILL, Köln

# Zentrale mathematische Ideen in der Lehramtsausbildung – Ein explizit-reflexiver Ansatz

## 1. Zentrale Ideen als Dimension von Erklären im MU

Erklären ist ein wesentliches Element des Mathematikunterrichtes. Ausgehend von einer Typisierung von Erklären in Erklären-warum vs. Erklären-wie und –was geht es im Folgenden um eine „Dimension“ des Erklären-warum, und zwar sowohl unter der Perspektive von Sachverhaltserklärungen als auch von Handlungserklärungen. Gemäß einer Reihe von vor allem wissenschaftstheoretisch fundierten, normativen Konzepten von Sachverhaltserklärungen-warum, die an (normative) Konzepte des alltäglichen Erklärens anschließen und auch unter didaktischer Perspektive fruchtbar gemacht werden können (vgl. Müller-Hill 2012), besteht ein wesentliches Kriterium für ein gutes Explanans darin, dass es nicht nur das konkret gegebene Explanandum subsumiert, sondern auch eine möglichst große Breite ähnlicher Explananda. Zentrale mathematische Ideen – im Sinne von Jerome Bruners „fundamental ideas“ verstanden – stellen daher einerseits mögliche Kandidaten für eine inhaltliche Erklärbasis im Mathematikunterricht dar:

> The more fundamental or basic is the idea [...], almost by definition, the greater will be its breadth of applicability to new problems. Indeed, this is almost a tautology, for what is meant by “fundamental” in this sense is precisely that an idea has wide as well as powerful applicability. (Bruner 1960, S. 18)

Sie stellen andererseits – im Sinne der weiteren Explikation und Entwicklung des Konzepts der zentralen und übergeordneten universellen Ideen in der didaktischen Diskussion im Anschluss an Bruner – auch eine mögliche Basis für inhaltlich motivierte Handlungserklärungen in Bezug auf mathematisches Handeln dar. Die Relevanz solcher Handlungs- oder auch Motiverklärungen kann durch Äußerungen wie „Jetzt habe ich den Beweis/ Lösungsweg verstanden, aber wieso setzt man das so an? Da wäre ich nie selbst drauf gekommen!“ illustriert werden. Für den Mathematikunterricht ist es demnach auch wesentlich, zu erklären, warum ein bestimmter Lösungsweg oder Ansatz gewählt wird oder warum eine bestimmte Sichtweise, Definition etc. sinnvoll ist.

In welchem Sinne von „zentrale mathematische Ideen“ (ZIs) diese potentiell inhaltlich handlungsleitend sein können, ist ob der Breite und des Facettenreichtums der bereits vorhandenen Begriffsbestimmungen rund um das Konzept der zentralen Ideen nicht einfach  und präzise zu beantworten. Ei-

In J. Roth & J. Ames (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2014* (S. 835–838). Münster: WTM-Verlag

nige Zitate aus der bisherigen Debatte weisen jedoch deutlich eine handlungsorientierte Ausrichtung auf. Demnach sind zentrale Ideen etwa:

> Metakonzepte, d.h. Bündel spezifischer Handlungen, Strategien, Techniken und Zielvorstellungen sowie lokaler Subkonzepte (Grundvorstellungen, Heuristiken etc.) (Vohns 2007, S. 87, in Anlehung an Peschek)
>
> oder
>
> allgemeine Schemata, die im Prozess der Mathematik eingesetzt werden, die diesen Prozess in Gang setzen oder weiter treiben (wichtige Methoden, Beweisideen, Theoreme, Begriffskonstruktionen etc.). (Bruner, interpretiert von Schreiber (2011, S. 64) mit Bezug auf Wittmann)

Dabei wird „Schema“ nach Wittmann (ebd.) gerade als ein kognitiv integriertes, flexibel organisiertes, kohärentes, adaptierbares Reflex- , Denk-, Beschreibungs- oder Erklärungsmuster verstanden, das individuelle Aktivitäten steuert.

Im Folgenden geht es nicht um eine weitere Begriffsbestimmung von „zentraler mathematischer Idee“. Ausgehend von nachfolgend formulierter These und der damit verbundenen Perspektivenverengung auf spezifische Aspekte zentraler Ideen als Basis für Motiverklärungen in Bezug auf das Mathematiktreiben wird dafür argumentiert, zentrale Ideen explizit in der Lehramtsausbildung zu thematisieren und als Reflexionsanlass über individuell handlungsleitende mathematische Metakonzepte zu nutzen.

> **These und Perspektivenverengung**
>
> Die Beschäftigung mit zentralen mathematischen Ideen schafft für Lehrende eine Basis für inhaltlich motivierte Handlungserklärungen, denn ZIs liefern u.a. eine Kategorisierung spezifischer mathematischer Problemtypen (Approximationsproblem, Räumliches Strukturierungsproblem, Messenproblem, symmetrisches Problem … ) und der zugehörigen charakteristischen Lösungsprozesse.

## 2. Thematisierung von ZIs in der Lehramtsausbildung

Als übergeordnete Zielrichtung einer expliziten Thematisierung von Konzepten zentraler mathematischer Ideen sowie einzelner Kataloge wurde bereits von Bruner die Authentizität der Lehrenden eingefordert. Bruner sieht die Lehrenden als „dramatisierende Hilfsmittel“ des Unterrichts, die durch dramatisches Vorleben und eigene Begeisterung für bestimmte ZIs die Identifikation der SchülerInnen mit diesen fördert, und betont die dafür notwendige Qualität der Lehrerbildung.

Um Authentizität zu erreichen, müssen diese Ideen nach Bruner intellektuell redlich stoffbezogen thematisiert werden. Darüber hinaus wird im Folgenden die Ansicht vertreten, dass *potentiell handlungsleitende* individuelle Konzepte zentraler mathematischer Ideen stets auch an die eigenen Einstellungen und Auffassungen zur Mathematik, sowohl allgemeine als auch spezifisch inhaltsbezogene, geeignet „andocken“ können müssen.

Ein Blick in benachbarte NAWI-Didaktiken zeigt, dass dort bereits eine Reihe von Ansätzen für den möglichen Umgang mit curricular relevanten Metakonzepten im Rahmen der Lehramtsausbildung existieren. Ein solches Metakonzept ist „nature of science“ (NOS), welches aber, anders als ZIs als stärker inhaltsbezogene Metakonzepte, ein Bündel stärker prozessbezogener Subkonzepte darstellt (z.B. Theoriegeladenheit naturwissenschaftlicher Beobachtung, empirischer und vorläufiger Charakter naturwissenschaftlicher Theorien). Prominente neuere Ansätze zu „learning to teach NOS“ (z.B. Akerson et al. 2000) können dabei als *explizit-instruktiv* charakterisiert werden. Ohne hier auf die Details eingehen zu können, kann man bilanzieren, dass diese Ansätze weniger auf Authentizität und flexibles Reflexionswissen zielen, sondern auf eine „geschlossene“ Reflexion nach mehr oder weniger genauer Instruktion.

Das hier abschließend kurz umrissene Seminarprojekt zu zentralen mathematischen Ideen verfolgt ein stärker *explizit-reflexiven* Ansatz. Explizit insbesondere in dem Sinne, dass es um eine explizite Thematisierung von ZIs an fortgeschrittenen Inhalten und Schulstoff sowie einen expliziten Schritt von der didaktischen Theorie bis in die Schulpraxis geht. Reflexiv vor allem im Sinne einer methodischen Reflexion zum Schritt in die Praxis, sowie offener und kritischer inhaltlicher Reflexion, die das persönliche Infragestellen von Ideen-Katalogen und die Frage nach der subjektiven Sinnhaftigkeit des Konzepts „zentraler mathematischer Idee“ fördert.

## 3. ZILB – Ein Seminarprojekt im Rahmen des Praxissemesters

Das Seminarprojekt „ZILB: Zentrale mathematische Ideen in der LA-Ausbildung“ wird an der Universität zu Köln seit dem Wintersemester 2012/13 pilotiert und wurde im WS 13/14 erstmalig als reguläres fachdidaktisches Seminar durchgeführt. Aufgrund seiner inhaltlichen Ausrichtung eignet es sich als mögliches Seminarformat im Rahmen des Praxissemesters, weshalb das Projekt vom Zentrum für LehrerInnenbildung der Universität zu Köln gefördert wird.

Ziel ist die Entwicklung eines fachdidaktischen Seminars zu didaktischen Konzepten von und Beispielen für zentrale Ideen auf „intellektuell redlichem“ fachwissenschaftlichen Niveau, hier konkret am Thema „Affine synthetische Geometrie“ in Bezug auf die spezifischen ZIs Messen und Passen. Ziel ist weiterhin die konkrete und didaktisch reflektierte Praxisarbeit in direkter Zusammenarbeit mit SeminarleiterInnen und Fachlehrkräften. Hierzu werden von den TeilnehmerInnen des Seminars Diagnosetest-, Unterrichts- und Lernreihenkonzeptionen entwickelt, die auch exemplarische in ein oder zwei Hospitationsklassen durchgeführt und später gemeinsam reflektiert werden (etwa zum Thema „Einführung des Flächeninhalts“). Hier bietet sich ein natürlicher Schnittpunkt mit dem sogenannten forschenden Lernen im Praxissemester.

Seminarintegriert wird eine qualitative Begleitstudie durchgeführt, bestehend aus problemzentrierten narrativen, qualitativen Interviews insbesondere zur eigenen Lernbiographie und zu inhaltsbezogenen mathematischen Kernideen (i.S.v. Ruf & Gallin 2005) im Vorfeld des Seminars. Seminarbegleitend wird mit Videographie z.B. von Gruppendiskussionen sowie einer Evaluation via ILIAS-Lerntagebuch gearbeitet. Letzteres umfasst für die Studierenden auch eine Einführung in das reflexive Schreiben zu Beginn des Seminars.

## 4. Ausblick: Auswertung der evaluativen Begleitstudie

Die Begleitstudie wird zur Zeit mit Mitteln der Grounded Theory Methodologie (vgl. z.B. Mey et al. 2011) ausgewertet. Unterschiedliche Phänomenbereiche, zu denen in einem ersten Schritt ein offenes Kodieren stattfindet, sind zunächst Reflexionsprozesse und -niveaus von angehenden LuL in Bezug auf eigene Lernbiographie sowie fachwissenschaftliche und fachdidaktische Inhalte, motivationale Aspekte und Erwartungen in Bezug auf die fachdidaktische Ausbildung im LA-Studium sowie das Erleben und Werten der universitären Lehre allgemein und dem speziellen Seminar hinsichtlich „reflexionsbetont“ vs. „instruktiv“.

## Literatur

Akerson, V.L. et al. (2000). Influence of a Reflective Explicit Activity-Based Approach on Elementary Teacher's Conceptions of Nature of Science. Journal of Research in Science Teaching, 37 (4), 295-317.

Bruner, Jerome S. (1960). The Process of Education. 2nd Ed. Cambridge: Harvard UP, 1977.

Mey, G., Mruck, K. (Hrsg.) (2011). Grounded Theory Reader. 2. akt. u. erw. Aufl. Wiesbaden: VS.

Müller-Hill, E. (2012). Ein handlungsbasiertes Konzept mathematischer Erklärung. Beiträge zum Mathematikunterricht, 617-620.

Ruf, U., Gallin, P. (2005). Dialogisches Lernen in Sprache und Mathematik. Band 1 u. 2. Seelze-Velber: Kallmeyer.

Schreiber, A. (2011). Begriffsbestimmungen. Berlin: Logos.

Vohns, A. (2007). Grundlegende Ideen und Mathematikunterricht. Norderstedt: BoD.