

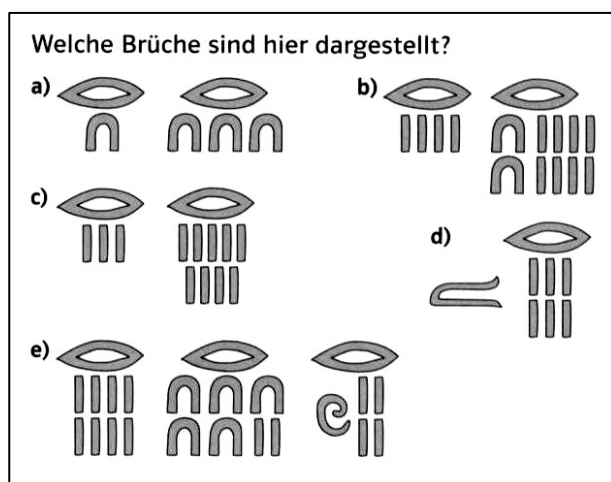
Sebastian SCHORCHT, Gießen

Mathematik mit historischem Hintergrund im Schulbuch – Analyse eines Aufgabentyps

Welchen Beitrag können Aufgaben mit historischem Hintergrund für Mathematikunterricht leisten? Wie erweitern sie den Blick auf die Mathematik?

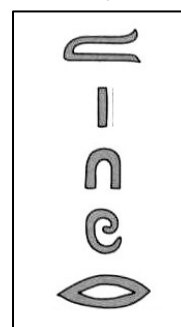
Mathematikgeschichte im Mathematikunterricht kann beitragen

- „zu Einsichten in die *Entwicklung mathematischer Begriffe*;
- zu einem vertieften Verständnis *der Rolle der Mathematik in unserer Welt* und ihrer Beziehungen zu Anwendung, Kultur und Philosophie;
- sowie zur Wahrnehmung und zum Verstehen der Ziele und Intentionen mathematischer Begriffsbildungen, der Möglichkeiten alternativer Wege und persönlicher Aspekte. Die Schüler erfahren so etwas über die *subjektive Seite* der Mathematik.“ [Jahnke & Habdank-Eichelsbacher 1999, S. 96]



Im Mathematikschulbuch gibt es Aufgaben mit mathematikhistorischem Hintergrund. Als Beispiel ist eine solche Aufgabe abgedruckt [Mathematik 6, S. 137]. Sie ist in eine Doppelseite zu den ägyptischen Bruchzahlen eingebettet. Nach einer kurzen Erläuterung, wie in Ägypten um 1500 v. Chr. Brüche dargestellt wurden, finden sich einige Aufgaben zur Übersetzung der Dar-

stellungen. Die abgedruckte Aufgabe ist solch eine typische Aufgabe zur Interpretation von fremden Darstellungsweisen. Im Beispiel führen Erweitern, Addieren und Kürzen von Brüchen zur Lösung. Eine Übersetzung, die im Schulbuchfließtext unsystematisch erklärt wird, ist hier rechts systematisch abgedruckt. Die Zeichen bedeuten von oben nach unten gelesen: $\frac{1}{2}$; 1; 10 und 100 sowie ein Zeichen für Bruchteil eines Ganzen. Interessant scheint das Zeichen für $\frac{1}{2}$, da das Bildungsgesetz – Zahlzeichen abgebildet mit Zeichen für Bruchteil – eine Ausnahme erfährt. Für $\frac{1}{4}$ und $\frac{2}{3}$ ist dies auch der Fall [Vgl. Imhausen u. a. 2007, S. 14]). In der Aufgabe wird diese Ausnahme nicht aufgegriffen, sondern didaktisch reduziert in Aufgabenteil (b) dargestellt.



Erfüllen diese Aufgabentypen den oben genannten Beitrag, den Mathematikgeschichte leisten kann?

Entwicklung mathematischer Begriffe - Historizitätsbewusstsein

In der Aufgabe können die Schülerinnen und Schüler etwas zur Mathematik in Ägypten erfahren. Wie Mathematik betrieben wurde oder ob sich heutige Verfahren, Darstellungen und Vorstellungen der Mathematik verändert haben, wird nicht aufgegriffen. Ein Einblick in die Entwicklung der Vorstellung von Brüchen kann aber beim Thema ägyptischer Stammbrüche lohnenswert sein: Eine Begriffs- und Vorstellungsentwicklung wird durch die Fokussierung des historisch-genetischen Prozesses illustriert. Entwicklungen können an einzelnen Veränderungen festgemacht werden, wenn ein Bewusstsein für Wandel – Pandel nennt es „Historizitätsbewusstsein“ [Pandel 1991, S. 63f.] – angebahnt wird. Die Ausbildung solch eines Bewusstseins ist abhängig von den Angeboten im Mathematikunterricht.

Die ägyptische Bruchrechnung erscheint in dieser Aufgabe als punktuell Moment. Aus der Bruchzahlentwicklung herausgegriffen, wird ausschnittsartig gezeigt, wie Brüche dargestellt wurden. Dem gegenübergestellt ist das Vorwissen der Schülerinnen und Schüler – die heutige Mathematik. Die Vorstellung einer zeitunabhängigen, allgemeingültigen Mathematik wird durch diese Art der Darstellung begünstigt [Vgl. Spalt 1987, S. 311 – 314.]. Dabei ist eine Thematisierung der Vorstellungsveränderungen durchaus möglich, denn Brüche werden in der ägyptischen Hochkultur als Anteil *eines* Ganzen verstanden, nicht als Anteil *mehrerer* Ganzer [Vgl. Imhausen u. a. 2007, S. 16] oder als Verhältnis. Die Vorstellung eines Bruchs als Aufforderung zur Operation – Dividieren des Ganzen in die vom Nenner angegebenen Bruchteile und dem anschließenden Multiplizieren mit dem Zähler – wird bei den Stammbrüchen vereinfacht, weil das Multiplizieren „entfällt“ (Ausnahme: $\frac{2}{3}$). Hinzu kommt eine neue Darstellung von Brüchen: Der Anteil eines Ganzen wird in der Darstellung erweitert zu *mehreren Anteilen* eines Ganzen. So notierten die Ägypter jener Zeit den Bruch $\frac{5}{9}$ mit $\overline{3} \overline{6} \overline{18}$ (Notation bei Transkriptionen von ägyptischen Stammbrüchen). Es sind mehrere Anteile, die zusammen einen Anteil eines Ganzen beschreiben. Die Vorstellungsveränderung zu Brüchen als Verhältnisse, als Aufforderung zur Operation oder als Anteil mehrerer Ganzer kann die Entwicklung der Mathematik hervorheben und ein Bewusstsein für solche Veränderungen schaffen.

Mathematik und ihre Rolle in der Welt – Zeitliche Tiefendimension

Die Rolle der Mathematik in der Welt kann durch die Mathematikgeschichte angesprochen werden. Mathematik als Kulturgut zu begreifen ist eine

Möglichkeit, die Rolle der Mathematik greifbar zu machen. Kann die ausgewählte Aufgabe diesen Anspruch umsetzen?

Zur heutigen mathematischen Kultur, zum Beispiel Gemeinsamkeiten und Unterschiede, wird in der Aufgabe keine Verbindung hergestellt. Mathematik als Kulturgut begreifen bedeutet die heutige Mathematik in die Kulturentwicklung zu integrieren. Erfolgsversprechend erscheint Jörn Rüsen's Ansatz der Sinnstiftung:

Die Beschäftigung mit Geschichte erfolgt immer aus der Gegenwart heraus. Gegenwartsbezüge zeichnen sich durch drei Betrachtungsweisen aus: Erstens zur Klärung von Traditionen, zweitens zum Verständnis gegenwärtiger Situationen und drittens zur Erweiterung der Handlungskompetenz [Vgl. Sauer 2009, S. 92f]. Wird Mathematikgeschichte zum Verständnis gegenwärtiger Mathematik herangezogen oder zur Klärung von Traditionen in der Mathematik, dann verknüpft diese Betrachtungsweise Gegenwart und Vergangenheit. Die Darlegung der Tradition, Brüche für verschiedene Vorstellungsaspekte zu verwenden, knüpft an den gegenwärtigen Umgang mit Brüchen an. Bruchvorstellungen erhalten einen Sinn, die Gegenwart wird um eine „zeitliche Tiefendimension“ [Vgl. Rüsen 2001, S. 83] bereichert. Die Verknüpfung von Gegenwart und Vergangenheit kann Mathematik als Kulturgut erfahrbar machen. Welche Vorstellung von Brüchen gab es früher, welche heute? Worin unterscheiden sich die Vorstellungen und wo liegen die Grenzen oder Möglichkeiten gewisser Bruchzahlvorstellungen?

Mathematik und ihre subjektive Seite – Mathematische Werkstätten

Die Aufgabe der Mathematikgeschichte lautet nach Moritz Epple:

„Geschichte der Mathematik untersucht ‚mikroskopisch‘ das mathematische Handeln und die mathematischen Werkstätten unter deren Umstände mathematische Ideen/Wissen entstanden und entstehen.“ [Epple 2000, S. 149]

Unter mathematischen Werkstätten versteht Epple die Bedingungen und Möglichkeiten mathematischen Handelns. Thematisiert wird dabei der Kontext in dem Mathematik entsteht und genutzt wird.

Welche Bedingungen führten zur Darstellung verschiedener Stammbrüche (und $\frac{2}{3}$) in einem additiven System? Das ägyptische Verfahren zur Division durch fortgesetztes Halbieren war sicher an der Entwicklung der Bruchdarstellung beteiligt und ist in der sechsten Jahrgangsstufe diskutierbar. [Vgl. Imhausen u. a. 2007, S. 14–17] Kontrastbildend könnten die Bedingungen in Mesopotamien herangezogen werden. Dort waren die Vo-

raussetzungen andere und provozierten keine eigene Bruchdarstellung. Trotzdem besaß die Mathematik in Mesopotamien Darstellungsweisen für Bruchteile, denn das vorhandene Sexagesimalsystem begünstigte durch seine Teilerfreundlichkeit eine Komma-Schreibweise. Gibt es mathematische Werkstätten die das Entstehen einer Bruchschreibweise begünstigen? Sind diese Werkstätten verantwortlich für die verschiedenen gegenwärtigen Darstellungsweisen von Bruchteilen? Werden solche Fragen in Aufgaben mit historischem Kontext diskutiert, kann die subjektive Seite der Mathematik erfahrbar werden.

Zusammenfassung

Sollen Aufgaben mit historischem Hintergrund im Mathematikschulbuch *Entwicklungen* aufzeigen, dann bietet sich die Fokussierung auf Veränderungen an. Nicht nur die Veränderung der mathematischen Darstellungen können dabei aufgegriffen werden, sondern auch die Veränderungen der abstrakten Vorstellungen. Durch eine gegenwärtig motivierte Beschäftigung mit der eigenen mathematischen Kulturgeschichte wird Mathematik als Kulturgut, ein Aspekt ihrer *Rolle in der Welt*, sichtbar. Die *subjektive Seite* der Mathematik, ihre Bedingungen und Möglichkeiten, werden im Mathematikunterricht aufgegriffen, wenn mathematische Werkstätten untersucht und Handlungsspielräume damaliger Zeiten diskutiert werden.

Literaturverzeichnis

- Epple, Moritz (2000): Genies, Ideen, Institutionen, mathematische Werkstätten: Formen der Mathematikgeschichte. *Mathematische Semesterberichte* 47. Springer. S. 131 – 163.
- Herling, Jochen u. a. (2006): *Mathematik*. Allgemeine Ausgabe 2006 für die Sekundarstufe I. Schülerband 6. Hessen. Westermann. o.O.
- Imhausen, Annette und Katz, Victor J. [Hrsg.] u.a. (2007): *The mathematics of Egypt, Mesopotamia, China, India, and Islam*. Princeton Univ. Press. Princeton [u.a.].
- Jahnke, Hans Niels und Habdank-Eichelsbacher, Britta (1999): Authentische Erfahrungen mit Mathematik durch historische Quellen. In: Selzer, Christoph und Walther, Gerd: *Mathematikdidaktik als design science*. Festschrift für Erich Christian Wittmann. Ernst Klett Grundschulverlag. Leipzig.
- Pandel, Hans-Jürgen (1991): Dimensionen und Struktur des Geschichtsbewusstseins. In: Süßmuth, Hans: *Geschichtsunterricht im vereinten Deutschland*. Auf der Suche nach Neuorientierung. Teil I. Nomos-Verlag-Gesellschaft. Baden-Baden.
- Rüsen, Jörn (2001): *Zerbrechende Zeit*. Über den Sinn der Geschichte. Böhlau. Köln.
- Sauer, Michael (2009): *Geschichte unterrichten*. Eine Einführung in die Didaktik und Methodik. Unveränderter Nachdruck der 5. aktualisierten und erweiterten Auflage. 8. Auflage. Kallmeyer [u.a.]. Seelze-Velber.
- Spalt, Detlef D. (1987): Die Bedrohung der Mathematikgeschichte durch die Didaktik. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht*. Franzbecker. Bad Salzdettfurth.