

Jörg KORTEMEYER, Rolf BIEHLER, Niclas SCHAPER, Paderborn

## **Konzeptionalisierung von Lösungsprozessen bei mathematikhaltigen Elektrotechnik-Aufgaben**

Im Rahmen des BMBF-Projektes KoM@ING ([www.kom-at-ing.de](http://www.kom-at-ing.de))<sup>1</sup> analysieren wir implizite Kompetenzerwartungen in mathematikhaltigen Aufgaben in den Grundlagenvorlesungen zur Elektrotechnik und reale Lösungsprozesse von Studierenden der Elektrotechnik mit dem Ziel, die Schnittstelle Mathematik-Elektrotechnik zu modellieren. Gängige Modellierungskreisläufe der Mathematikdidaktik erweisen sich dafür als bedingt geeignet. In diesem Text wird ein Ansatz zur prozessbezogenen Analyse von mathematikhaltigen Elektrotechnikaufgaben vorgestellt, welches die Lösungsprozesse elektrotechnischer Übungsaufgaben konzeptionalisiert.

### **1. Das Projekt KoM@ING**

KoM@ING ist ein Teilprojekt des BMBF-geförderten Projekts „Kompetenzmodellierung und Kompetenzerfassung im Hochschulsektor“ (KoKoHs). Das Ziel von KoM@ING ist die qualitative und quantitative Kompetenzmodellierung und –erfassung bezogen auf Mathematik und ihre Verwendung in ingenieurwissenschaftlichen Studiengängen. An dem Projekt sind die Universität Paderborn, die Leuphana Universität Lüneburg, die Technische Universität Dortmund, die Ruhr-Universität Bochum, die Universität Stuttgart sowie das IPN in Kiel beteiligt. Im Paderborner Teilprojekt, an dem die drei Autoren dieses Beitrags beteiligt sind, wird speziell die Verwendung von Mathematik in den Grundlagenveranstaltungen zur Elektrotechnik untersucht. Aufbauend auf den Ergebnissen sollen Grundlagen für eine Kompetenzdiagnostik geschaffen werden, die als Basis für die Gestaltung und Evaluation von Lehrinnovationen dienen sollen.

Das Ziel der Untersuchungen ist ein Kompetenzmodell zur Beschreibung der zum Lösen einer mathematikhaltigen Elektrotechnikaufgabe benötigten kognitiven Ressourcen bzw. Kompetenzen.

### **2. Kognitive Prozesse beim Lösen einer mathematikhaltigen Elektrotechnikaufgabe**

Beim Lösen einer mathematikhaltigen Elektrotechnik-Aufgabe spielen inhaltliche Komponenten (sowohl aus der Mathematik, als auch aus der Elektrotechnik) und kognitive Prozesse eine Rolle. Häufig ist ein mehrfacher Wechsel zwischen mathematischen und elektrotechnischen Aufgabenteilen notwendig. Hierzu haben wir durch Aufgabenanalysen ein Phasen-

---

<sup>1</sup> Förderkennzeichen 01PK11021B

modell mit vier Schritten entwickelt, welches den Lösungsplan von Blum und Leiß (DISUM-Projekt, 2007) geeignet adaptiert:

- Verstehen der konkreten Fragestellung auf Basis des elektrotechnischen Wissens. Hierbei kommt es teilweise auf das Finden, Anwenden und Kombinieren passender elektrotechnischer Formeln an. Im engeren Sinne wird hierbei kein Modell verwendet.
- Mathematisches Arbeiten im elektrotechnischen Kontext. Dabei ist das Rechnen bzw. der korrekte Umgang mit symbolischen und technischen Elementen der Mathematik wichtig, wobei es häufig eine spezielle elektrotechnisch-mathematische Praxis beispielsweise bei der Verwendung von Differentialformen gibt. Oft gibt es keine klare Schnittstelle zwischen mathematischen und elektrotechnischen Teilen der Aufgabe.
- Interpretieren und Validieren. Die erhaltenen Ergebnisse werden übertragen auf Elektrotechnik. Ist das Ergebnis plausibel?
- Schriftliche Darstellung der Lösung. Die Lösung wird verständlich für andere dargelegt.

Mathematikhaltige Aufgaben in der Elektrotechnik stellen eine besondere Herausforderung dar, da sie neben den in der Grundlagenvorlesung zur Elektrotechnik vermittelten Inhalten häufig auch intuitive Vorstellungen zu physikalischen Sachverhalten voraussetzen. Um dieses zu berücksichtigen, haben wir ein Modell von dem amerikanischen Physikdidaktiker E. F. Redish hinzugezogen, welches sich mit dem Lösen mathematikhaltiger Physikaufgaben auseinandersetzt und das obige Phasenmodell ergänzt. Wie in anderen Studien werden unterschiedliche Lösungen analysiert:

- Dozentenlösung bzw. Expertenlösung: Lösungsprozess, wie ihn ein Dozent selbst durchführt
- Lösung, wie sie Dozenten von Studierenden erwarten: Lösungsprozess, wie er in Lösungshinweisen für Studierende angegeben wird
- Studierendenlösung bzw. Novizenlösung: Lösungsprozess, wie er von Studierenden durchgeführt wird

Zur Beschreibung der Lösungsprozesse von Studierenden führen Tuminaro und Redish (2007) das Konzept der „Erkenntnistheoretischen Spiele“ ein.

### **3. Erkenntnistheoretische Spiele**

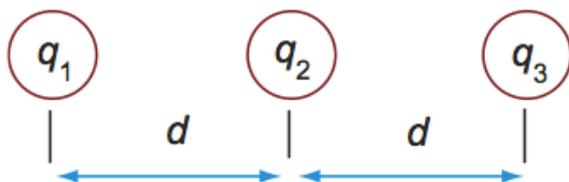
Ein erkenntnistheoretisches Spiel ist eine komplexe Menge an Regeln und Strategien, die zu Einsichten oder Lösungen bei einer Aufgaben- bzw.

Problemstellung in der Physik oder Elektrotechnik führen. Es hat vier Komponenten:

- Wissensbasis: Was brauche ich an mathematischem und physikalischem Vorwissen?
- Erkenntnistheoretische Form: Welche Form soll das Ergebnis haben? Soll das Ergebnis eine Zahl, eine Formel etc. sein?
- Eingangs- und Ausgangsbedingungen: Bedingungen, unter denen ein bestimmtes erkenntnistheoretisches Spiel beginnt oder endet
- Züge: Schritte, die beim Ablauf eines erkenntnisth. Spiels auftreten

Wir erläutern diesen Ansatz zur Analyse von Problemlöseaufgaben beispielhaft an einer Aufgabe, und lehnen uns dabei eng an Tuminaro und Redish (2007) an.

#### 4. Beispiel zu Erkenntnistheoretischen Spielen: Ladungsgleichgewicht



In dem Bild liegen drei geladene Teilchen auf einer Geraden und ihre Abstände betragen jeweils  $d$ . Die Ladungen  $q_1$  und  $q_2$  werden festgehalten. Die Ladung  $q_3$  ist frei beweglich, liegt aber im Gleichgewicht, das heißt keine elektrostatische Kraft wirkt auf sie. Wenn die Ladung  $q_2$  den Wert  $Q$  hat, welchen Wert muss dann die Ladung  $q_1$  haben?

In den Studien von Redish und Tuminaro wurde diese Aufgabe drei Physikstudentinnen im zweiten Semester vorgelegt, die ihre Grundlagenveranstaltungen zur Mathematik bereits erfolgreich abgeschlossen hatten. Beim Lösungsprozess durchliefen sie mehrere Erkenntnistheoretische Spiele:

- Physical Mechanism Game: Verstehen der physikalischen Situation. Die Begründungen basieren auf intuitivem Wissen und Erfahrungen mit physikalischen Phänomenen. In der betrachteten Aufgabe muss  $Q$  ein negatives Vorzeichen haben, damit ein Gleichgewicht vorhanden ist. Außerdem wird eine erste Größenabschätzung des Vorfaktors vorgenommen, in dem die Bedeutung der Abstände diskutiert wird.
- Pictorial Analysis Game: Erstellen einer bildhaften Darstellung der Problems (Skizze, Ablaufdiagramm, etc.). Das in dem „Physical Mechanism Game“ entwickelte konzeptionelle Verständnis wird klarer dargelegt und die Darstellung hilft bei der Diskussion der Problemstellung mit anderen.

- Mapping Mathematics to Meaning: Identifikation und Heranziehen der relevanten Physik. Nun werden formale Prinzipien aus der Mathematik und Physik eingesetzt. Es wird erkannt, dass das Coulomb'sche Gesetz benötigt wird, da dieses einen Zusammenhang zwischen Kräften und Abständen liefert.
- Mapping Meaning to Mathematics: Lösen der Aufgabe durch Umformung der relevanten physikalischen Gleichungen. Unter Verwendung des in den bisherigen Spielen entwickelten Verständnisses der Situation wird  $Q$  mit Hilfe des Coulomb'schen Gesetzes bestimmt.

Neben den bereits erwähnten vier erkenntnistheoretischen Spielen wurden bei weiteren Aufgaben von Redish und Tuminaro zwei weitere Erkenntnistheoretische Spiele bei Studierenden beobachtet:

- Recursive Plug-and-Chug: Einsetzen von Zahlen ohne konzeptionelles Verständnis für physikalische Implikationen der Ergebnisse. Es werden immer weiter bekannte Größen in die vermutlich relevanten Formeln eingesetzt, bis das Ergebnis die gewünschte Form hat.
- Transliteration into Mathematics: Die Studenten verwenden ausgearbeitete Beispiele (vollständig oder teilweise), um eine Lösung für ein neues Problem zu entwickeln.

## 5. Ausblick

In den weiteren Arbeitsschritten des Projekts sollen mittels der vorgestellten Ansätze Aufgabenbearbeitungen von Studierenden analysiert werden. Dabei werden auch Expertenlösungen und von Dozenten erwartete Lösungen zum Vergleich herangezogen. Für die Analyse werden Bearbeitungen von Klausuraufgaben zu den Einführungsveranstaltungen der Elektrotechnik gesichtet und die Lösungsstrategien und typischen Fehler kategorisiert. Die Bearbeitungen zeigen allerdings nur die Produkte des Lösungsprozesses, aber nicht die kognitiven Prozesse. Aus diesem Grund sollen die Studierenden auch bei der Bearbeitung von mathemathikhaltigen Elektrotechnikaufgaben beobachtet werden, wobei sie ihre Lösungsgedanken mithilfe lauten Denkens explizit machen sollen.

## Literatur

- Redish, E.F. (2005): Problem Solving and the Use of Math in Physics Courses. Proceedings of the Conference World View on Physics Education in 2005: Focusing on Change, Delhi, India, August 21-22, pages 1-10
- Tuminaro, Jonathan, and Edward F. Redish. "Elements of a cognitive model of physics problem solving: Epistemic games." *Physical Review Special Topics-Physics Education Research* 3.2 (2007): 020101