Sabine BAUM, Würzburg

Das Mathematiklabor und seine Verzahnung mit dem Schulunterricht

Seit einigen Jahren gibt es an der Universität Würzburg das Mathematiklabor, das fortwährend weiter entwickelt wird. Seit Anfang 2012 empfangen Lehramtsstudierende der Universität im Rahmen von Praxisseminaren regelmäßig Schulklassen im Labor. Im Folgenden sollen die Konzeption des Labors, erste Ideen zur Unterrichtsintegration und das im Rahmen des Mathematiklabors stehende Dissertationsvorhaben vorgestellt werden.

1. Das Mathematiklabor - ein Schülerlabor

Das Mathematiklabor versteht sich als Schülerlabor und lässt sich damit, angelehnt an eine allgemeine Beschreibung durch Guderian und Priemer (2008), als außerschulischer Lernort definieren, in dem sich Schülerinnen und Schüler in handlungsorientierten Unterrichtsformen mit mathematischen, technischen und naturwissenschaftlichen Fragestellungen experimentell beschäftigen.

Das Mathematiklabor befindet sich auf dem Campus der Universität Würzburg und gehört zu den wenigen Schülerlaboren, die mathematische Inhalte in den Mittelpunkt stellen (Dähnhardt, Haupt & Pawek 2009, S.18). Für den Besuch stehen den Schülerinnen und Schülern verschiedene Stationen zur Auswahl, von denen aber nur eine während des Besuchs bearbeitet wird, um eine genügende Durchdringungstiefe zu erreichen. In außermathematischen Stationen können technische Geräte (z.B. Bagger) und verschiedene Phänomene und Abläufe, die in Natur und Alltag vorkommen, (z.B. Einparkvorgang) mathematisch durchdrungen werden. In innermathematischen Stationen werden mathematische Objekte (z.B. Gelenkvierecke) experimentell untersucht oder anhand historischer Konstruktionselemente (z.B. Ellipse) analysiert. Die Zielgruppe sind Schülerinnen und Schüler ab der 10.Jahrgangsstufe, die, betreut durch Studierende des Lehramts, 3 Stunden an einer Station arbeiten. Das soll möglichst selbstständig in Kleingruppen geschehen. Um das für alle Schülerinnen und Schüler in der begrenzten Besuchszeit zu gewährleisten, sind die Arbeitswege weitgehend vorstrukturiert, und es stehen gestufte Lösungshilfen und kurze Videotutorials zur Verfügung, die bei Bedarf abgerufen werden können.

Kennzeichnend für die Arbeitsweise im Mathematiklabor ist die dem Labor zugrunde liegende 3-Phasen-Idee *Experimentieren – Mathematisieren – Simulieren*, die im Folgenden an einem einfachen Beispiel erläutert wird.

2. Die 3-Phasen-Idee

Folgendes Beispiel ist ein kleiner vereinfachter Ausschnitt aus der Laborstation „Mathematische Aspekte des Scheibenwischers".

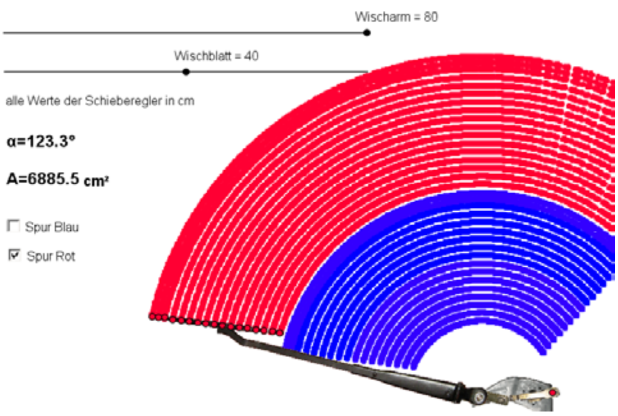
Experimentieren Zum Experimentieren stehen gegenständliche Modelle (Realmodelle) zur Verfügung, an denen grundlegende Einsichten in die

Struktur des Phänomens gewonnen werden können. Durch das Betätigen der Kurbel des Einarmscheibenwischers wird im Experiment die Wischfläche sichtbar, anhand derer man Vermutungen über die geometrischen Formen der Wischfeldbegrenzung und somit zur gewischten Fläche treffen kann. Mithilfe eines Tafelzirkels erkennen die Schülerinnen und Schüler, dass die Wischfeldbegrenzung durch zwei Kreisbögen mit demselben Mittelpunkt beschrieben werden kann, deren Radien durch die Längen am Scheibenwischer gegeben sind. Angelehnt an eine Kategorisierung von Experimenten durch Barzel, Büchter und Leuders (2007) nach der Rolle, die die Mathematik dabei spielt, handelt es sich in dieser Phase nur um außermathematische Experimente mit Realmodellen bzw. Experimente mit Realisierungen mathematischer Objekte, also nicht um innermathematische Experimente. Die Phase des Experimentierens liefert die Basis für die Erfahrungswelt der Schüler und bereitet die Mathematisierung vor.

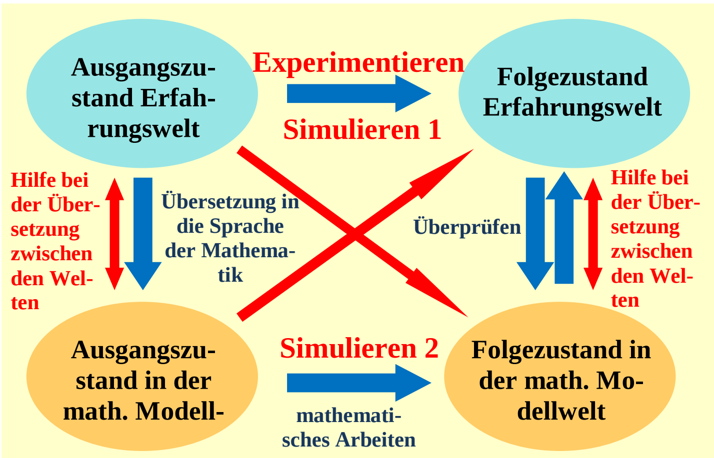
Mathematisieren Beim Mathematisieren geht es um das Aufstellen eines mathematischen Modells. Im Beispiel des Scheibenwischers wird nach der Formel für die Berechnung der Wischfeldgröße A_{WF} gefragt. Vereinfachend soll zunächst davon ausgegangen werden, dass Wischarm und Wischblatt parallel übereinander liegen. In der Experimentierphase wurden dabei bereits die relevanten Einflussgrößen, die Wischarmlänge l_{WA}, die Wischblattlänge l_{WB} und der Auslenkwinkel α, erkannt, die hier algebraisch ausgedrückt und in Bezug auf die konkrete Problemstellung in Zusammenhang gebracht werden sollen: $A_{WF} = \frac{\alpha}{180°}\pi \cdot l_{WA} \cdot l_{WB}$.

Simulieren In dieser Phase arbeiten die Schülerinnen und Schüler mit vorgefertigten GeoGebra-Applets, in denen sie ihre Ergebnisse überprüfen, Experimentiererfahrungen, hier auch innermathematische Experimente, erweitern und neue Einsichten gewinnen können. In den Simulationen sind eine virtuelle, dynamische Repräsentation des Realmodels und die des mathematischen Modells miteinander verbunden. Über Schieberegler können sie die Werte wichtiger Einflussgrößen systematisch variieren und dadurch

Fragen beantworten, die typisch für den Aspekt des Änderungsverhaltens in funktionalen Zusammenhängen (Vollrath 1989, S.12) sind. Eine entsprechende Frage lautet: Wie verändert sich der Flächeninhalt des Wischfeldes, wenn die Länge des Wischarms verdoppelt, gedrittelt ... wird? Die Proportionalität kann mathematisch mithilfe der Formel begründet werden. Die Arbeit mit der Simulation kann der Mathematisierung aber auch vorgeschaltet sein. In diesem Fall würde die Begründung zur Proportionalität qualitativ erfolgen, indem der hier verfremdet dargestellte funktionale Zusammenhang zwischen Flächeninhalt und Wischarmlänge durch geläufigere Darstellungen, wie qualitative Graphen oder Tabellen, dargestellt wird.



Zusammenhang der 3 Phasen Das Experimentieren und Simulieren soll den Modellbildungsprozess unterstützen. Entscheidend hierfür ist zum einen, dass durch das Experiment der reale Folgezustand unabhängig von der Mathematisierung sichtbar wird und mit dem mathematischen Ergebnis verglichen werden kann. Zum anderen wird in der Verbindung von gegenständlicher und algebraischer Repräsentation in den Simulationen ein wichtiger Einfluss vermutet, da die Übersetzungen zwischen Erfahrungs- und mathematischer Modellwelt so erleichtert werden sollen.



3. Integration in den Schulunterricht

Die Forderung nach Verzahnung von Schülerlaboren mit dem Schulunterricht findet sich häufig (z.B. Engeln 2004). Konzepte für eine solche Verzahnung sind allerdings selten. Für das Mathematiklabor werden spezielle Module zur Vor- und Nachbereitung des Laborbesuchs im Unterricht entwickelt. Für die Vorbereitung gibt es sogenannte Ministationen, welche die 3 Phasen für eine Unterrichtsstunde an einem einfachen Beispiel (z.B. Schachteln falten – funktionale Zusammenhänge zwischen Oberflächeninhalt und Volumen) aufbereiten und so durch das Kennenlernen der Arbeitsweise und methodische Reflexionen vorbereiten. In der Nachbereitung kommt es zur gegenseitigen Vorstellung der Anwendungszusammenhänge mithilfe zentraler Simulationen, bevor der funktionale Zusammenhang durch Graphen explizit gemacht wird und eine Überleitung in eine Unterrichtseinheit zur Betrachtung spezieller Funktionstypen stattfindet.

4. Forschungsfragen

Im Rahmen des Dissertationsvorhabens stehen schülerbezogene Zielsetzungen des Labors im Vordergrund. Auf der einen Seite sollen Akzeptanz und Interesse für mathematische Inhalte geschaffen werden. Auf der anderen Seite geht es um die Wiederholung, Vertiefung und Vermittlung mathematischer Inhalte und Fertigkeiten. Hierbei muss zwischen stationsabhängiger und stationsunabhängiger Zielsetzung unterschieden werden, da die Schülerinnen und Schüler verschiedene Stationen bearbeiten. Stationsabhängig geht es um das vertiefte Kennenlernen eines bestimmten Anwendungsbereichs, das stationsunabhängige Ziel liegt in dem zugrunde, was allen Stationen gemeinsam ist, also der 3-Phasen-Idee. Wie oben bereits dargestellt soll durch den methodischen Dreischritt das Prozessziel mathematisches Modellieren unterstützt werden. Darüber hinaus soll in den Phasen das Erkennen von und Argumentieren mit funktionalen Zusammenhängen auf unterschiedlichen Abstraktionsniveaus gefördert werden.

Das empirische Vorhaben wird sich zunächst auf den Beitrag des Mathematiklabors zum funktionalen Denken konzentrieren. Außerdem werden Konzepte für die Verzahnung des Labors mit dem Unterricht entwickelt, die die skizzierte Zielsetzung des Mathematiklabors unterstützen sollen.

Literatur

Appell, K., Roth, J., Weigand, H.-G. (2008): Experimentieren, Mathematisieren, Simulieren – Konzeption eines MATHEMATIK-Labors. In: Eva Vásárhelyi (Hrsg.): Beiträge zum Mathematikunterricht 2008, WTM-Verlag, Münster, 25-28

Barzel,B., Büchter, A., Leuders, T. (2007): Mathematik Methodik. Handbuch für die Sekundarstufe I und II. Cornelsen, Berlin

Dähnhardt, D., Haupt, O. J., Pawek, C. (Hrsg.) (2009): Kursbuch 2010: Schülerlabore in Deutschland. Tectum, Marburg

Engeln, K. (2004): Schülerlabors: authentische, aktivierende Lernumgebungen als Möglichkeit, Interesse an Naturwissenschaften und Technik zu wecken. Logos, Berlin

Guderian, P., Priemer, B. (2008): Interessenförderung durch Schülerlaborbesuche – eine Zusammenfassung der Forschung in Deutschland. In: Physik und Didaktik in Schule und Hochschule, 2/7, 27-36

Vollrath, H.-J. (1989): Funktionales Denken. In: Journal der Mathematikdidaktik 10, S.3–37