Katharina WESTERMANN, Nikol RUMMEL, Ruhr-Universität Bochum,
Lars HOLZÄPFEL, Pädagogische Hochschule Freiburg

Lernen durch kooperatives Erarbeiten von Lösungsansätzen ohne vorangehende Instruktion

1. Problemlösen ohne vorangehende Instruktion

Um die Kompetenzen des mathematischen Argumentierens und Kommunizierens zu fördern, wurden in den letzten Jahren Unterrichtskonzepte entwickelt, die das eigenständige Aneignen mathematischer Inhalte anhand geeigneter sinnstiftender Aufgabenstellungen ermöglichen (siehe z.B. Leuders, Hußmann, Barzel & Prediger, 2011). Die Idee dieser Unterrichtskonzepte besteht darin, den Schülern aus ihrer Lebenswelt bekannte Situationen darzubieten, aus denen heraus sie dann mittels formellem und informellem Vorwissen einen bislang noch unbekannten mathematischen Sachverhalt erarbeiten. Der Einsatz kooperativer Lernformen erweist sich in diesem Zusammenhang als förderlich, weil hierdurch eine aktive und argumentative Auseinandersetzung erfolgt (Renkl, 2008). Durch das Einbringen von formellem und informellem Vorwissen kommt es bei der eigenständigen Auseinandersetzung mit mathematischen Inhalten häufig zu fehlerhaften (d.h. nicht mit der Norm übereinstimmenden) oder unvollständigen Lösungsansätzen (Prediger & Wittmann, 2009). Diese unvollständigen beziehungsweise fehlerhaften Lösungsansätze können allerdings eine produktive Basis für das weitere Lernen sein: Kapur (2009) konnte in mehreren Studien zeigen, dass Schüler/innen, die eigenständig in Kleingruppen Lösungsansätze generierten *bevor* sie Erklärungen durch die Lehrperson erhielten, in Nachtests besser abschnitten als Schüler/innen, die zuerst Instruktion erhielten und anschließend kooperativ Übungsaufgaben bearbeiteten. Selbstständige Problemlöseversuche bieten offenbar eine fruchtbare Grundlage für nachfolgende Instruktion. Kapur (2009) bezeichnet diesen Lernansatz daher als *Productive Failure*.

2. Studiendesign

In einer aktuellen quasi-experimentellen Studie werden die folgenden Fragen untersucht: Bewährt sich der Lernansatz Productive Failure auch mit deutschen Schüler/innen? Ist das eigenständige Generieren von Lösungsansätzen förderlich für das Lernen des mathematischen Inhalts in einer nachfolgenden Instruktionsphase? Welche Form der Unterstützung benötigen Schüler/innen um in lernförderlicher Weise eigenständig Lösungsansätze zu generieren?

Studienteilnehmer sind Gymnasialschüler/innen der 10. Klasse. Als Inhaltsgebiet dient das Konzept der Varianz, da Schüler/innen hier in der Regel bereits erste formelle sowie informelle, intuitive Vorstellungen haben. In einer Beispielaufgabe wird der zuverlässigste Fußball-Torschütze der letzten 10 Jahre gesucht. In der Studie werden vier Bedingungen verglichen: In einer regulären *Productive Failure* Bedingung (PF) bearbeiten die Schüler/innen in Dreiergruppen ein Problem ohne vorangehende Instruktion. Dabei erhalten sie keine inhaltliche Unterstützung. In einer *unterstützten Productive Failure* Bedingung (PF+) erhalten die Schüler/innen zu ihren Lösungsansätzen Gegenbeispiele, die eine vertiefte Elaboration anregen sollen. In einer nachfolgenden Instruktionsphase werden in beiden Productive Failure Bedingungen basierend auf typischen Schülerlösungen das Konzept und die Formel der Varianz hergeleitet. Beide Productive Failure Bedingungen wurden von Kapur in seinen Studien eingesetzt, jedoch bislang nie experimentell verglichen. Der Vergleich ermöglicht Aussagen darüber, ob die Gegenbeispiele in der PF+ Bedingung einen zusätzlichen Lerneffekt haben. Als Kontrollgruppen dienen zwei Bedingungen mit direkter Instruktion: In der *Direkte Instruktions*-Bedingung (DI) analog zu Kapurs Kontrollgruppe werden zunächst das Konzept und die Formel der Varianz durch die Lehrperson eingeführt. Anschließend lösen die Schüler/innen Übungsaufgaben in Kleingruppen. In einer zweiten *Direkte Instruktions*-Bedingung (DI+) werden das Konzept und die Formel der Varianz vom Lehrer/von der Lehrerin vor dem Hintergrund von Beispielen typischer fehlerhaften Schülerlösungen eingeführt. Die Instruktion stimmt folglich mit der Instruktion in den Productive Failure Bedingungen überein, findet aber zu Beginn der Lernphase statt. Anschließend lösen die Schüler/innen ebenfalls Übungsaufgaben in Kleingruppen.

Das Vorwissen wird durch die Mathematiknote und einen Vorwissenstest erfasst. Der Nachtest zur Erfassung des Lernerfolgs beinhaltet konzeptuelle und prozedurale Aufgaben. Es können 13 Punkte erzielt werden (9 Punkte für konzeptuelles Wissen, 4 Punkte für prozedurales Wissen).

Im Folgenden werden erste Ergebnisse einer Teilstichprobe (N = 83) berichtet, die im Rahmen einer größeren Erhebung gesammelt wurden. Die Auswertung der Gesamtstichprobe ist noch nicht abgeschlossen.

3. Ergebnisse der Problemlösephase: Typische Schülerlösungen

Es zeigt sich, dass die Schüler/innen der PF und PF+ Bedingung eine große Anzahl an Lösungsansätzen generieren, die sowohl richtige Vorstellungen als auch Fehlkonzepte beinhalten. Abbildung 1 zeigt typische Beispiele. Eine detaillierte Auswertung der Schülerlösungen steht noch aus.

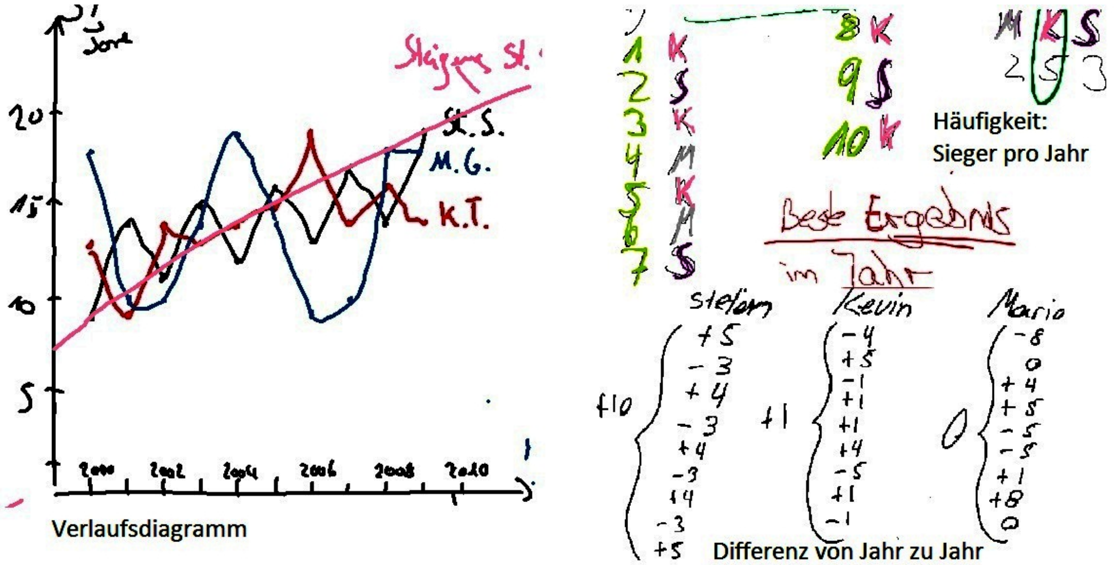

Abbildung 1

4. Ergebnisse im Lernerfolg

In einer MANCOVA mit dem Faktor Bedingung und den Kovariaten Mathematiknote und Vorwissenstest zeigt sich zwischen den Bedingungen ein signifikanter Unterschied ($F(5, 77) = 9.127$, $p = .000$). Wie Abbildung 2 zu entnehmen ist, schneiden die Schüler/innen der PF+ Bedingung im Nachtest am besten ab, gefolgt von denjenigen der PF Bedingung. Die Schüler/innen der DI Bedingung erzielen am wenigsten Punkte.

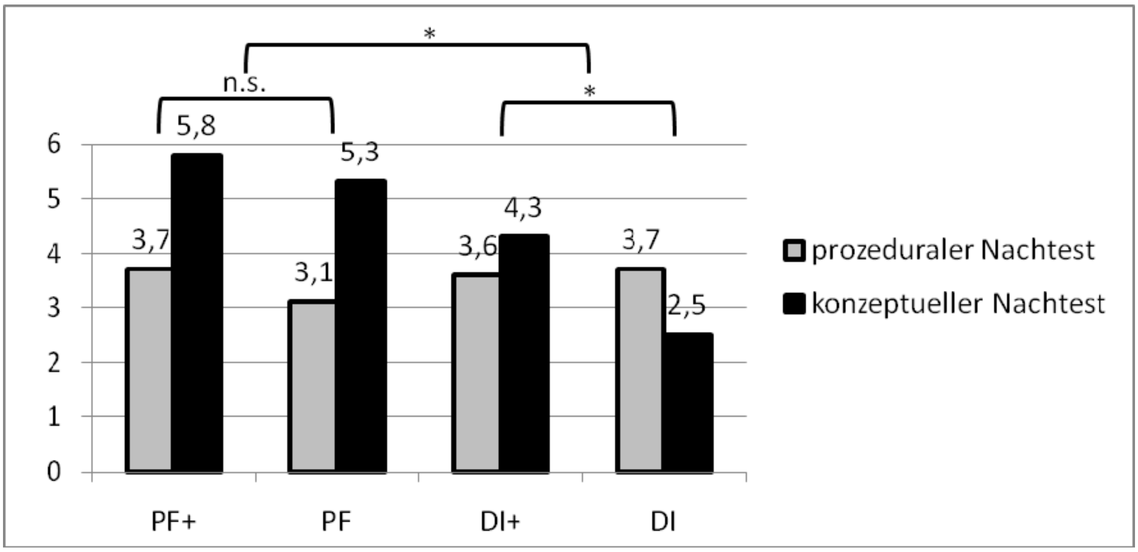

Abbildung 2

A priori Kontraste ergeben einen signifikanten Unterschied zwischen den PF Bedingungen und den DI Bedingungen ($F(1, 77) = 16.727$, $p = .000$) sowie einen signifikanten Unterschied zwischen DI+ und DI ($F(1, 77) = 8.038$, $p = .006$). Es ergibt sich kein signifikanter Unterschied zwischen

PF+ und PF ($F(1, 77) = 1.542$, $p = .218$). Die Unterschiede zwischen den Bedingungen sind insbesondere im konzeptuellen Wissen zu erkennen ($F_{konzeptuell}(5, 77) = 13.663$, $p = .000$). Die erzielten Werte für prozedurales Wissen unterscheiden sich zwischen den Bedingungen nicht signifikant ($F_{prozedural}(5, 77) = 1.541$, $p = .187$, n. s.).

5. Fazit und Ausblick

Insgesamt zeigen die ersten Ergebnisse unserer Studie, dass eigenständiges Problemlösen und Generieren von Lösungsansätzen mit nachfolgender Instruktion auch bei deutschen Schüler/innen zu einem besseren Lernerfolg führen kann als anfängliche Instruktion mit nachfolgendem Üben. Dieser Befund ist insbesondere deshalb interessant, da beim eigenständigen Problemlösen viele fehlerhafte Lösungsansätze generiert wurden. Auch in der direkten Instruktions-Bedingung (DI+) erweist sich die Herleitung des mathematischen Konzepts basierend auf fehlerhaften Schülerlösungen als lernförderlich. In den laufenden Auswertungen gehen wir der Frage nach, welche selbstgenerierten Lösungsansätze zu dem Lernerfolg beitragen. Ergebnisse einer aktuellen Studie von Wiedmann, Wiley und Rummel (2011) deuten darauf hin, dass für den Lernerfolg weniger die Qualität der selbstgenerierten Lösungsansätze ausschlaggebend ist, als vielmehr die Anzahl der unterschiedlichen ausprobierten Lösungsansätze, auch wenn die Schüler/innen dabei fehlerhaftes Vorwissen explizieren und zur Lösung einsetzen.

Literatur

Kapur, M. (2009). Productive Failure in mathematical problem solving. *Instructional Science, 38*(6), 523-550.

Leuders, T., Hußmann, S., Barzel, B., & Prediger, S. (2011). „Das macht Sinn!“ Sinnstiftung mit Kontexten und Kernideen. *Praxis der Mathematik in der Schule, 37,* 1-9.

Prediger, S., & Wittmann, G. (2009). Aus Fehlern lernen – (wie) ist das möglich? *Praxis der Mathematik in der Schule, 51(27*),1-8.

Renkl, A. (2008). Kooperatives Lernen. In W. Schneider & M. Hasselhorn (Hrsg.). *Handbuch Psychologie, Bd. Pädagogische Psychologie*, 84-94. Göttingen. Hogrefe.

Wiedmann, M., Wiley, J., & Rummel, N. (2011). *Does group composition affect productive failure?.* Poster to be presented at the Junior Researchers of EARLI (JURE). Exeter, UK.