

Irene NEUMANN, Aiso HEINZE, Stefan UFER, Knut NEUMANN, Kiel

Modellieren aus mathematischer und physikalischer Perspektive

1. Motivation

In der Physik bedient man sich der Mathematik als Sprache, um physikalische Zusammenhänge zu beschreiben; so wird beispielsweise das zweite Newton'sche Gesetz kurz und prägnant geschrieben als $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$, oder allgemeiner $\vec{F} = d\vec{p} / dt$. Formalisierte Zusammenhänge wie das Newton'sche Gesetz sind eine Repräsentationsform physikalischer Modelle, die das Ziel haben, reale Zusammenhänge zu beschreiben (vgl. Kircher, 2010). Mathematisches Modellieren beinhaltet ebenfalls das Übertragen realer Zusammenhänge in die Sprache der Mathematik (vgl. Schupp, 1988). Vor diesem Hintergrund stellt sich daher die Frage, inwieweit mathematisches Modellieren eine andere Fähigkeit darstellt als physikalisches Modellieren. Um diese Frage anzugehen, werden in einem ersten Schritt in diesem Beitrag mathematisches und physikalisches Modellieren konzeptuell geklärt, sowie Gemeinsamkeiten und Unterschiede aufgezeigt.

2. Physikalisches Modellieren

Physik als ein Teilbereich naturwissenschaftlicher Grundbildung stellt eine Herangehensweise an die Erschließung der Welt dar (vgl. KMK, 2005). Physikalisches Modellieren wird dabei als ein Weg physikalischer Erkenntnisgewinnung betrachtet: Es umfasst das „Idealisieren, Beschreiben von Zusammenhängen, Verallgemeinern, Abstrahieren, Begriffe bilden, Formalisieren, Aufstellen einfacher Theorien, [und] Transferieren“ und dient dem Ziel der Erklärung von Phänomenen (KMK, 2005, S. 10). Heinrich Hertz betrachtete das Modellieren als eine Abbildung:

Wir machen uns innere Scheinbilder oder Symbole der äußeren Gegenstände, und zwar machen wir sie von solcher Art, daß die denotwendigen Folgen der Bilder stets wieder die Bilder seien von den naturnotwendigen Folgen der abgebildeten Gegenstände. (zitiert nach Goldkuhle, 1997, S. 18)

Modelle in der Physik als Abbildungen der Natur in diesem Sinne können verschiedenartig repräsentiert sein (vgl. Kircher, 2010): So gibt es gegenständliche Modelle (z. B. Kristallgittermodell aus Styroporkugeln), idealisierende Annahmen (z. B. Massepunkt), komplexere theoretische Modelle (z. B. Gravitationstheorie), symbolische Modelle (z. B. Schaltbild eines elektrischen Stromkreises) oder formalisierte Modelle (z. B. $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$). Werden formalisierte Modelle in der Physik verwendet, ist der Bezug zur Mathematik offensichtlich. Jedoch sollte man hier beachten, dass die ma-

thematische Beschreibung eines physikalischen (theoretischen) Modells nicht zwangsläufig alle Elemente des physikalischen Modells abbildet. Beispielsweise kann im Rahmen des Teilchenmodells die Grundannahme *Materie besteht aus kleinsten Teilchen* nicht durch mathematische Symbole ausgedrückt werden. Vor dem Hintergrund dieser Überlegungen würde die Formalisierung eines realen Phänomens in zwei Schritten erfolgen: Zunächst wird das reale Phänomen physikalisch modelliert und anschließend ein mathematisches Modell des physikalischen gewonnen; im Sinne Hertz's müssten dann die Folgen des mathematischen Modells Abbilder der Folgen des physikalischen sein und diese wiederum Abbilder der naturnotwendigen Folgen. Unabhängig von der Repräsentationsform haben physikalische Modelle Grenzen. Je nachdem, wofür ein Modell entwickelt wurde (z. B. zum Erkenntnisgewinn oder aus didaktischen Zwecken) können physikalische Modelle beispielsweise bestimmte reale Elemente oder Zusammenhänge nicht beinhalten, oder diese auch überbetonen (vgl. Kircher, 2010).

Auf Basis dieser Überlegungen ergibt sich als Arbeitsdefinition physikalisches Modellieren als das Identifizieren von relevanten Elementen und deren Zusammenhängen sowie das Rückführen dieser auf physikalische Größen und Gesetzmäßigkeiten zur zielgerichteten und angemessenen Beschreibung und Erklärung einer Situation bzw. eines Phänomens. Im Rahmen dieser Definition ist mathematisches Modellieren im Rahmen physikalischen Modellierens möglich, aber nicht unbedingt nötig.

2. Mathematisches Modellieren

Wie die Physik wird auch die Mathematik als ein Mittel angesehen, sich die Welt zu erschließen: Dazu werden reale Situationen mathematisch modelliert, innerhalb des Modells gearbeitet und schließlich Befunde aus dem Modellraum übertragen in und abgeglichen mit die Realität (vgl. KMK, 2004). Schupp (1988) fügte diese Schritte zu einem Modellierungskreislauf zusammen (vgl. Abb. 1), der in die Rahmenkonzeption mathematischer Grundbildung bei PISA eingeflossen ist (vgl. Klieme, Neubrand & Lüdtke, 2001) und in der Folgezeit auch erweitert wurde (vgl. z. B. Blum & Leiß, 2005; Borromeo Ferri, 2010). Aus Platzgründen soll hier auf eine ausführlichere Beschreibung mathematischen Modellierens verzichtet werden; detaillierte Erläuterungen finden sich in der einschlägigen Literatur (z. B. Blum & Leiß, 2005; Borromeo Ferri, 2010; Klieme et al., 2001; Schupp, 1988). Es sei allerdings darauf hingewiesen, dass für die hier angestellten Überlegungen insbesondere Borromeo Ferris (2010) Vorschlag, außermathematisches Wissen im Modellierungskreislauf zu berücksichtigen, eine wichtige Rolle spielt. Wie oben geschildert, beinhaltet das physikalische

Modellieren das Rückführen realer Situationen auf physikalische Zusammenhänge, die ein derartiges Wissen darstellen könnten.

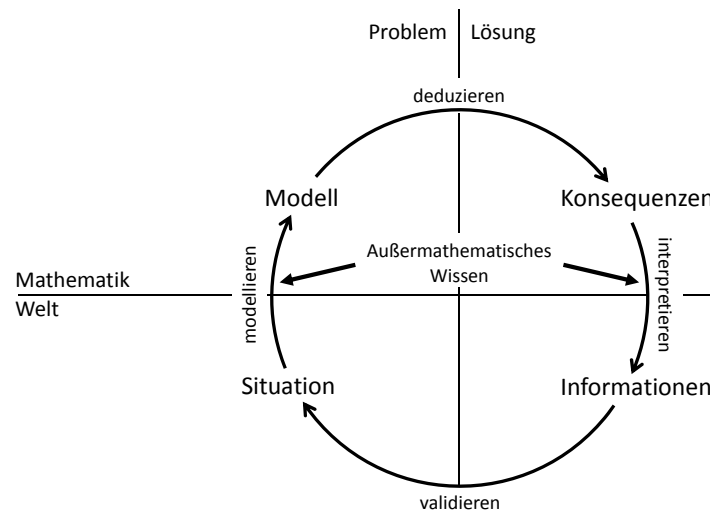


Abb. 1 Modellierungskreislauf nach Schupp (1988, S. 11) mit Ergänzung um außermathematisches Wissen nach Vorschlag von Borromeo Ferri (2010)

3. Gemeinsamkeiten und Unterschiede

Vergleicht man die obigen Beschreibungen physikalischen und mathematischen Modellierens, so stellt man einige Gemeinsamkeiten fest. Mathematisches und physikalisches Modellieren dienen dem übergeordneten Ziel der Welterschließung. In beiden Fällen werden relevante Elemente und Zusammenhänge zwischen diesen identifiziert – je nach Perspektive (Physik/Mathematik) und Fragestellung können diese für dieselbe Situation verschieden sein. Die identifizierten Elemente und Zusammenhänge müssen außerdem Elementen und Zusammenhängen in einem abstrakten Modellraum zugeordnet werden.

Trotz dieser Ähnlichkeit gibt es auch Unterschiede zwischen mathematischem und physikalischem Modellieren. So dient das mathematische Modellieren letztendlich vor allem dem Ziel einer *quantifizierenden* Beschreibung (vgl. die Aufgabe „Maibaum“ bei Schukajlow & Leiss, 2011; S. 59). Physikalisches Modellieren kann dagegen dem *konzeptuellen* Beschreiben dienen (z. B. Beschreibung des Phasenübergangs flüssig-gasförmig mit Hilfe des Teilchenmodells) aber auch quantifizierend sein, um beispielsweise Vorhersagen zu treffen. Darüber hinaus müssen mathematische Modellierungsprobleme nicht unbedingt auf Physik zurückgreifen, vielmehr können die Problemsituationen vielfältigen, z. B. auch ökonomischen oder biologischen etc., Domänen entstammen.

4. Offene Fragen

Im Hinblick auf die empirische Erforschung der Unterschiede der beiden Konstrukte ergeben sich aufgrund der Ähnlichkeit der beiden Modellierungsprozesse sowie aufgrund der Nutzung der Mathematik als Sprache in der Physik einige Problemfelder bezüglich der Operationalisierung der beiden Fähigkeiten. So ist beispielsweise nicht klar, ob automatisierte mathematische Modellierungen in einer physikalischen Problemstellung dem physikalischen Modellieren zuzuordnen sind oder eine eigene mathematische Modellierung bilden. Gleiches gilt natürlich auch für automatisierte physikalische Modellierungen in mathematischen Problemstellungen. Außerdem stellt sich die Frage, welche physikalischen Problemstellungen geeignet sind, um physikalisches Modellieren ohne zwangsläufige Formalisierungen oder physikalische Routinen zu erfassen, jedoch trotzdem im Erfahrungs- und Wissensbereich der Probanden liegen. Ein möglicher Schritt in der Aufklärung dieser Fragen könnte in Interviews liegen, in denen Probanden beim schrittweisen Bearbeiten von Modellierungsaufgaben (sowohl physikalisch als auch mathematisch als auch physikalisch mit Formalisierungen) beobachtet werden und zu ihrem Vorgehen befragt werden.

Literatur

- Blum, W. & Leiß, D. (2005). Modellieren im Unterricht mit der „Tanken“-Aufgabe. *mathematik lehren* 128, 18-21.
- Borromeo Ferri, R. (2010). On the influence of mathematical thinking styles on learners' modeling behavior. *Journal für Mathematikdidaktik* 31, 99-118.
- Goldkuhle, P. (1997). *Modellbildung und Simulation mit dem Computer im Physikunterricht*. Köln: Aulis-Verlag Deubner.
- Kircher, E. (2010). Modellbegriff und Modellbildung in der Physikdidaktik. In E. Kircher, R. Girwidz & P. Häußler (Hrsg.), *Physikdidaktik: Theorie und Praxis* (735-762). Berlin: Springer,.
- Klieme, E., Neubrand, M. & Lüdtke, O. (2001). Mathematische Grundbildung: Testkonzeption und Ergebnisse. In M. Prenzel et al. (Hrsg.): *PISA 2000 Basiskompetenzen von Schülerinnen und Schülern im internationalen Vergleich* (140-190). Opladen: Leske + Budrich.
- Schukajlow, S. & Leiss, D. (2011). Selbstberichtete Strategienutzung und mathematische Modellierungskompetenz. *Journal für Mathematikdidaktik* 32, 53-77.
- Schupp, H. (1988). Anwendungsorientierter Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I zwischen Tradition und neuen Impulsen. *Der Mathematikunterricht* 36(6), 5-16.
- Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder der Bundesrepublik Deutschland [KMK] (2004). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss*. Neuwied: Luchterhand.
- Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder der Bundesrepublik Deutschland [KMK] (2005). *Bildungsstandards im Fach Physik für den Mittleren Schulabschluss (Jahrgangsstufe 10)*. Neuwied: Luchterhand.