

Renate MOTZER, Augsburg

Schriftliche Subtraktion – Abziehen oder Ergänzen?

In Bayern wurde 2000 im Zusammenhang mit dem neuen Grundschullehrplan als schriftlichen Normalverfahren der Subtraktion das Abziehen mit Entbündeln verbindlich. Damit endete die seit den 50iger Jahren von der damaligen KMK beschlossene Tradition, schriftliche Subtraktion durch Ergänzen mit Erweiterungstechnik zu lehren.

Ziel dieser Lehrplanänderung war, dass die Kinder nicht nur ein schematisches Verfahren lernen, dessen Herleitung sie schnell vergessen, sondern dass sie das Verfahren wirklich nachvollziehen, ja teilweise sogar selbst entdecken können.

Bayerische Grundschullehrerinnen bestätigen, dass die Einführung meist gut gelingt und die Kinder das Entbündeln zunächst mit Stellenwertmaterial oder Spielgeld gut durchführen können und daher auch nach einiger Zeit des systematischen formalen Arbeitens noch erklären können, wie die Schreibweise zustande kommt und worin der grundlegende Gedanke besteht.

Trotzdem ist die Kritik an der Schreibweise auch nach 10 Jahren noch nicht abgeflacht.

Dass es zu Beginn Widerstände von vielen Seiten geben würde, weil die Erwachsenenwelt es nun mal anders gewöhnt ist und nicht versteht, warum man Bewährtes plötzlich ändern sollte, war zu erwarten. Die Gewöhnung an das neue Verfahren vor allem bei den Lehrern der Sekundarstufe 1 ist allerdings auch nach 10 Jahren immer noch nicht flächendeckend vorhanden. Viele Kinder werden also in der 5. Klasse wieder „umerzogen“.

Von daher ist die Frage nach den Möglichkeiten der (schriftlichen) Subtraktion alles andere als abgeschlossen.

1. Subtraktionstechniken

Bei Padberg (2005) findet man 5 Zugänge zu schriftlichen Subtraktion: Abziehen mit Entbündeln, Ergänzen mit Entbündeln, Abziehen mit Erweiterungstechnik, Ergänzen mit Erweiterungstechnik und die Auffülltechnik (geht nur mit Ergänzen).

Es sind also zwei Fragen, die man unterschiedlich beantworten kann: soll wirklich abgezogen werden oder stattdessen ergänzt (weil das Schülern oft schon ab der 1. Klasse leichter fällt)?

Mit welcher Technik soll vorgegangen werden, wenn der Minuend weniger Einer /Zehner usw. hat als der Subtrahend?

Die Erweiterungstechnik, d.h. dass man von außen dem Minuenden das gleiche dazu gibt wie dem Subtrahenden (freilich in etwas unterschiedlicher Form, damit sich die Aufgabe dann rechnen lässt), beruht auf dem Invarianzgesetz der Subtraktion, dass sich der Wert der Differenz nicht ändern, wenn man beide Zahlen gleichsinnig verändert.

Deutet man die Differenz als den Unterschied der beiden Zahlen, kann diese Deutung zwar verständlich gemacht werden, aber die Herleitung ist nichts desto trotz ein bisschen weit von außen hergeholt. Bei den meisten Minusaufgaben im Alltag geht es nämlich nicht um den Unterschied zwischen den Zahlen, sondern darum, was übrig bleibt, wenn man etwas wegnimmt, oder was man noch dazutun muss, um etwas zu erhalten.

Aus diesem Grund haben wohl viele Schülerinnen und Schüler früher die Herleitung des Verfahrens bald vergessen und es nur noch mechanisch verwendet. Wenn man sich nur für den Unterschied der beiden Zahlen interessiert, besteht außerdem der naheliegende Fehler, dass die Kinder nur stellenweise den Unterschied berechnen und nicht darauf achten, ob nun der Minuend oder der Subtrahend mehr Einer/Zehner usw. hat.

Viele Erwachsene, die ich befragt habe, was denn das „1 gemerkt“ bei der schriftlichen Subtraktion bedeutet, haben mir gesagt: „Man rechnet über den Zehner“. Warum man dann aber beim Subtrahenden „1 gemerkt“ hinschreibt, wenn man doch beim Minuenden „über den Zehner rechnet“, konnten mir viele nicht erklären. Einige der Studierenden, die schon vom Abziehen mit Entbündeln gehört haben, erklären das „1 gemerkt“ so: „Man merkt sich, dass man einen Zehner entbündelt hat und zieht ihn im nächsten Schritt mit ab“.

Diese Studierenden deuten die Aufgabe inzwischen also als Abziehen, nicht mehr als Ergänzen, wie sie es vermutlich in ihrer Schulzeit gelernt haben. Was sie sich mit „1 gemerkt“ merken, scheint mir so sinnvoll, dass ich diese Deutung als 6. Technik hinzufügen möchte.

Diese Deutung ist auch eine Chance, wie man einigermaßen inhaltlich stimmig 5. Klässler von der Entbündelungsschreibweise auf die alte Schreibweise „umerziehen“ kann, wenn einem das als Sekundarstufenlehrer so wichtig ist. Ich hoffe, die meisten Lehrer, die die Kinder umgewöhnen wollen, tun dies zumindest mit einer sinnvollen Deutung.

Dass diese Deutung durchaus eine sinnvolle Deutung ist, die sich Kinder auch über längere Zeit merken können, hat mir eindrucksvoll eine 4. Klasse gezeigt. Die Lehrerin der 3. Klasse hatte mit ihnen die Entbündelungstechnik besprochen. Dann aber hat sie mit den Kindern diskutiert, wie es am besten zu schreiben sei. Im Hinblick auf die örtlichen weiterführenden Schulen, von denen sie wusste, dass die Kinder dort „1 gemerkt“ schreiben sollen, diskutierte sie mit den Kindern verschiedene Schreibweisen (die im Buch und die 1-gemerkt-Version).

Gemeinsam verabredeten sie die 1-gemerkt-Version. Nach 1 ½ Schuljahr konnten fast alle Schülerinnen und Schüler der Klasse erklären, was das „1 gemerkt“ bedeutet, nämlich dass man entbündelt hat und dies nun im nächsten Schritt verrechnen muss.

3 Mädchen dieser Klasse hatten sich dieses Denken freilich nicht angewöhnt. Sie haben im Kopf sofort entbündelt und dann mit einem Zehner weniger weitergerechnet, ohne sich das in irgendeiner Form zu notieren. Kamen dann Nullen im Minuenden vor, hatten sie größte Schwierigkeiten.

Eine Befragung in einer anderen Klasse ergab, dass sich einige Kinder, die das „1 gemerkt“ aus dem Unterricht nicht kannten, auf die Frage, warum das viele Erwachsene so schreiben würden, meinten, es müsse der umgebündelte Zehner sein, den man sich so merkt und später mit abzieht. Die meisten Kinder dieser Klasse hatten freilich keine Idee, was die Erwachsenen mit ihrer Schreibweise meinen könnten.

2. Ergänzen oder Subtrahieren?

Eine zweite Frage ist, ob man ergänzen oder abziehen soll. Häufig wird argumentiert, dass es bei der Subtraktion schließlich um ein Abziehen, ein Wegnehmen geht. Doch sind auch viele Alltagssituationen so, dass Ergänzen gefragt ist.

Etwas kostet einen gewissen Betrag. Jemand hat schon gespart. Wie viel braucht er noch?

Es gibt im Theater eine bestimmte Anzahl von Plätzen. Viele Karten sind schon verkauft. Wie viele noch nicht?

Jemand schon auf den Kilometerzähler. Bei der Abfahrt zeigt er ... km, bei der Ankunft ... km. Wie viele km wurden zurückgelegt?

Gerade die letzte Fragestellung lässt sich gut am Rechenstrich darstellen. Wie viel km muss man zurücklegen, damit die Einerstelle passt, dann die Zehnerstelle usw.?

Damit kann die Auffülltechnik gut erläutert werden.

Besonders bei glatten Beträgen im Minuenden ist das Ergänzen einfacher als das Subtrahieren. Die Schritte des schriftlichen Rechnens entsprechen dann denen des halbschriftlichen Ergänzens bzw. des Kopfrechnens, das auch heute noch manche Verkäuferin beim „Rausgeben“ durchführt.

Schon ab der 1. Klasse kann man sehen, dass etlichen Schülern Ergänzen leichter fällt als Subtrahieren. Die Untersuchungen von Verschaffel et al. (2010) zeigen eindrücklich die Vorzüge des Ergänzens im Vergleich zum Abziehen. Sie zeigen aber auch, dass dies im Unterricht nicht ernst genug genommen wird und den Kindern die Möglichkeit ergänzend rechnen zu können, oft nicht bewusst genug sind.

Es dürfte also durchaus sinnvoll sein, ab der 1. Klasse Abziehen und Ergänzen immer wieder vergleichend gegenüberzustellen.

Für die schriftliche Subtraktion könnte es heißen, dass man auch hier beide Denkweisen vergleicht. De facto kann man beides mit „1 gemerkt“ schreiben, allerdings ist die Denkweise doch ziemlich unterschiedlich. Ob man Schülern beide Versionen vorstellen will oder ob eine einheitliche Denk- und Sprechweise vorzieht, muss man sich dann vielleicht abhängig von der jeweiligen Klasse überlegen. Beim halbschriftlichen Rechnen kann die Lehrkraft schon vorher sehen, ob die meisten Kinder lieber abziehen oder ergänzen, vor allem wie es den in Mathematik schwächeren Kindern leichter fällt. An den Leistungsschwächeren kann das „Hauptverfahren“ ausgerichtet werden. Im Sinne des flexiblen Denkens sollten die meisten Kinder aber durchaus erfahren, dass es mehrere Strategien gibt und wie diese Strategien begründet werden.

Literatur

- Torbebeys, J., De Smedt, B., Petres, G., Ghesquiere, P., Verschaffel, L. (2010): Indirect Addition: Theoretical, Methodological und Educations Considerations, in: Beiträge zum Mathematikunterricht
- Padberg, F. (2005): Didaktik der Arithmetik, Spektrum Akademischer Verlag
- Motzer, R. (2011): Entbündeln und /oder „eins gemerkt“, Subtraktion durch Abziehen oder Ergänzen, in: Grundschulmagazin, Oldenbourg