

Herbert, HENNING, Benjamin JOHN, Maik OSTERLAND, Magdeburg

„So wirft Dirk Nowitzki !“

Rekonstruktion der Wurfparabel beim Basketball

Im Rahmen einer Projektwoche wurde mit Schülern einer 9. Klasse eine Untersuchung am Werner-von-Siemens Gymnasium Magdeburg durchgeführt

Der sportliche Aktivitätsgrad der Projektteilnehmer (allesamt Basketballspieler) war Ausgangspunkt der Themenstellung für ein aufgabendifferenziertes Arbeiten in Gruppen. Anregungen innerhalb der Projektinitiative fanden die Schüler in einem Beitrag der Wochenzeitung DIE ZEIT, in dem der Trainer des Basketball-Stars Dirk Nowitzki, Holger Geschwindner, über den „perfekten Freiwurf“ des Superstars der Basketball-Liga NBA in den USA berichtete.

Daraus leitete sich unsere Projektaufgabe ab;

Mathematische Modellierung des „perfekten“ Basketball - Freiwurfs aus experimenteller Sicht und mit theoretischen Erkenntnismethoden (Wurftechnik, Spielbedingungen, objektive und subjektive Einflussfaktoren).

Daraus entwickelten wir eine Modellierungsaufgabe unter Beachtung der Regeln des Basketballs (Freiwurftechnik) und der Individualität des Spielers (z.B. Körpergröße)

Die **Arbeitsgruppe I** wird sich zunächst der Lösung der Problemfragen auf dem empirischen Weg nähern (Datenerfassung durch Experimente in der Sporthalle), sodass ihre gefundenen Ergebnisse eine Grundlage für ihre theoretischen Berechnungen bilden.

Die **Arbeitsgruppe II** wagt sich initial an die Beschreibung des Problems mit Hilfe ihres mathematischen und physikalischen Wissens und versuchte eine „Bewegungsgleichung“ zu finden⁷

Arbeitsgruppe I

Nachdem mehrere Wurftechniken ausprobiert wurden (beidhändige Wurf, erwies sich der Standardwurf als der Wurf mit einer erhöhten Treffer-sicherheit. Die Projektteilnehmer dokumentieren mehrere Würfe mit unterschiedlichen Abwurfwinkeln. Daraufhin wurden die Würfe am Computer ausgewertet und mittels einer Videosoftware Stroboskopbilder der unterschiedlichen Würfe erstellt.



Abbildung 1: Stroboskopbild - mit flachem Einfallswinkel (links) – mit großem Einfallswinkel (rechts)

Mit Hilfe der Übertragung der Flugkurven auf Kohlepapier ist es möglich, Aussagen über einen minimalen und maximalen Einfallswinkel zu treffen

Diese werden aus den empirisch gewonnenen Datensätzen zu

$$\alpha_{\min} = 34^\circ \text{ und } \alpha_{\max} = 57^\circ$$

gemessen.

Diese Aussagen werden mit dynamischer Geometriesoftware (GeoGebra, Cinderella) und Tabellenkalkulationsprogramm (Microsoft Excel) durch mathematische Gleichungen und geometrischer Konstruktion validiert.

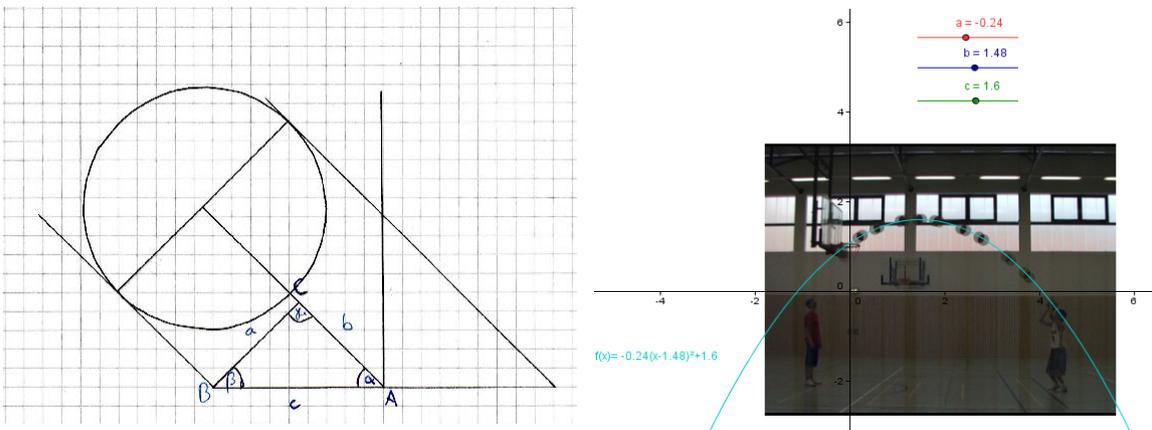
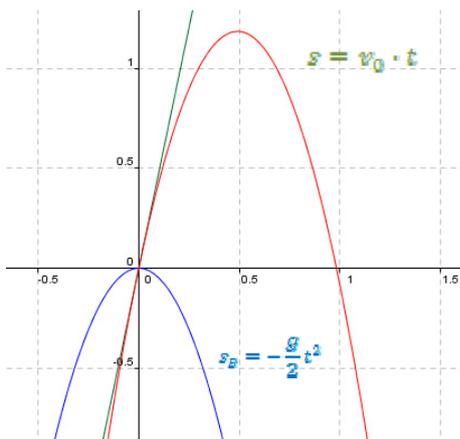


Abbildung 2: Reflexion des empirisch bestimmten Einfallswinkels durch Konstruktion (links) und mit Hilfe dynamischer Geometriesoftware (rechts)

Arbeitsgruppe II

Offensichtlich handelt es sich um ein physikalisches Problem aus der Kinematik. Hierzu werden die Modelle der Kinematik und der Dynamik der Bewegungen zur Beschreibung des Vorgangs herangezogen.



Da es sich um einen beschleunigten Vorgang handelt, weil der Ball anfangs aus der Ruhe in Bewegung gebracht wird und sich somit seine Geschwindigkeit zeitlich ändert. Die Schüler führen im nächsten Schritt demnach eine graphische Addition der beiden Funktionsgleichungen durch. Dies führt zu einer mathematischen Gleichung folgender Form:

$$y(t) = -\frac{g}{2}t^2 + v_0 \cdot t$$

Abbildung 3: Geometrische Addition beider Bewegungsgleichungen

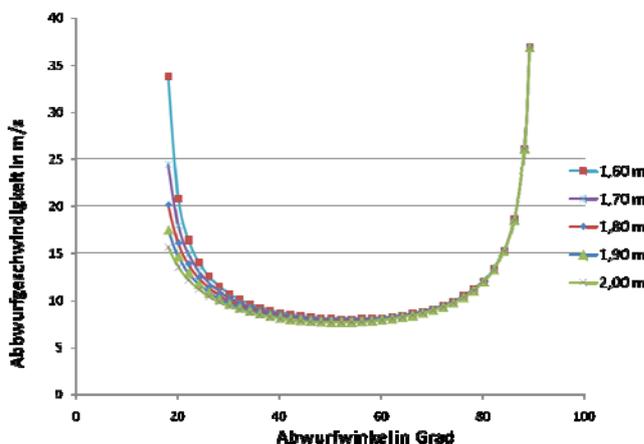
Das Modell der Physik, das am exaktesten eine Überlagerung von zwei Bewegungen in diesem Kontext beschreibt, ist das des schiefen Wurfes. Da die Geschwindigkeiten bei einem schiefen Wurf einer Aufteilung in ihre Komponenten in y- und x-Richtung wiederfahren, muss die Bewegungsgleichung verändert werden, da sie nur die Bewegung in den einzelnen Komponenten beschreibt.

$$y(x) = -\frac{g}{2} \cdot \frac{x^2}{v_0^2 \cdot (\cos(\alpha))^2} + x \cdot \tan(\alpha)$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{g \cdot x}{2 \cdot \cos^2(\alpha) \cdot \left(\tan(\alpha) - \frac{y}{x}\right)}} = \sqrt{\frac{g \cdot x}{A}}$$

Nun wird der funktionale Zusammenhang zwischen der Abwurfgeschwindigkeit und des Abwurfwinkels dargestellt. Hierzu benutzen die Schüler das Tabellenkalkulationsprogramm Excel und betrachten den Winkel als variable Größe. Numerisch kann der Abwurfwinkel bestimmt werden, der durch die minimalste Abwurfgeschwindigkeit erreicht wird..

Tabelle 1: Funktionswerte des Nennerpolynoms des Radikanden



α in $^\circ$	$\tan(\alpha)$	$\cos(\alpha)$	A
46	1,035	0,694	0,748
48	1,110	0,669	0,761
50	1,191	0,642	0,769
51	1,234	0,629	0,771
52	1,279	0,615	0,772
54	1,376	0,587	0,771
56	1,482	0,559	0,764
58	1,600	0,529	0,752
60	1,732	0,5	0,735

Abbildung 4: Darstellung der Abwurfgeschwindigkeit in Abhängigkeit des Abwurfwinkels bei unterschiedlichen Körpergrößen (links), numerische Bestimmung des Minimums der Kurve (rechts)

Da derjenige Wurf, der mit der geringsten Abwurfgeschwindigkeit geworfen wird ein ganzes Spektrum an Abwurfwinkeln bietet (Abb. 5), können hier geringfügige Fehler bei der Berechnung der Abwurfwinkel vernachlässigt werden.

Hieraus ergibt sich ein optimaler Abwurfwinkel bei $\alpha = 52^\circ$ bei einer minimalen Abwurfgeschwindigkeit von $v_{0(\min)} = 7,8 \text{ m/s}$. Durch eine genauere Betrachtung des Trefferpunktes wird nun ein mathematischer Zusammenhang zwischen dem Abwurfwinkel und dem daraus folgenden Einfallswinkel, mittels Dynamischer Geometriesoftware (GeoGebra), formuliert. Dazu werden im weiteren Verlauf die Einfallswinkel über den Abwurfwinkeln graphisch dargestellt

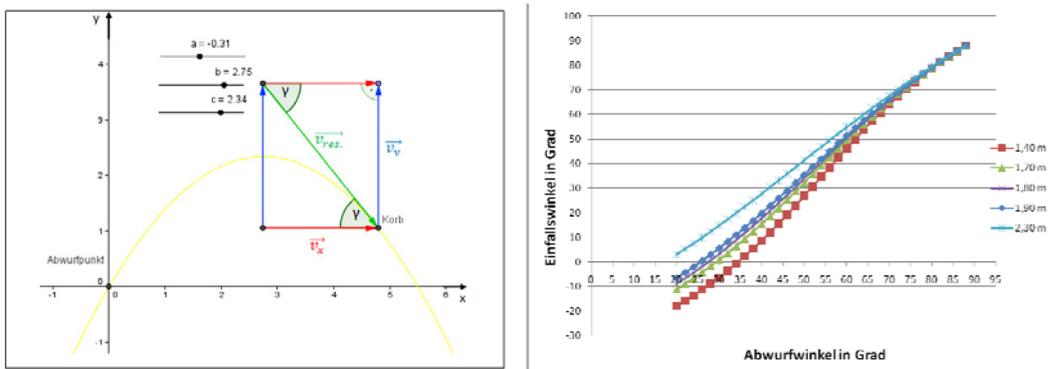


Abbildung 5: Bestimmung des mathematischen Zusammenhangs zwischen Einfallswinkel und Abwurfwinkel (links), graphische Darstellung derselben (rechts)

Die für die Darstellung benötigte Formel ergibt sich aus den trigonometrischen Beziehungen in Abb. 5 (links).

$$\gamma = \arctan\left(\frac{gt}{v_0 \cdot \cos(\alpha)} - \tan(\alpha)\right)$$

Erkenntnisse der Arbeitsgruppen I und II

Der Wurf, bei dem die geringste Kraft aufgebracht werden muss, vermeidet auch die meisten Fehler, da hier mit der gleichen Abwurfgeschwindigkeit Ballwürfe mit unterschiedlichen Abwurfwinkeln zu einem Treffen.

Durch die Wahl zu großer Abwurfwinkel verlängert sich die Flugbahn des Balles, die eine Verstärkung der Ungenauigkeiten beim Abwurf hervorruft

Es sollten „Ballgefühl“ und Abwurfgeschwindigkeit bei einem Spieler trainiert werden, um seine Trefferquote zu erhöhen