

Mathias HATTERMANN, Gießen

Die Ellipse in der Primarstufe - Unterrichtsvorschlag und Legitimation mithilfe von Bildungsstandards und Rahmenplan

Die Kreisform ist ein fester Bestandteil unserer Lehrpläne und des Primarstufenunterrichts an deutschen Schulen. Wir stellen die Fragen: Ist es nicht möglich, anhand dieser Voraussetzungen noch einen Schritt weiter zu gehen und mindestens als Mittel zur inneren Differenzierung der Lerngruppe die geometrische Form der Ellipse in der Primarstufe zu thematisieren? Sollte man dem Phänomen, dass die Ellipse im günstigsten Fall als "schiefer Kreis" bekannt ist, nicht entgegenwirken und diese ästhetische, mit einfachsten Mitteln herzustellende Form, nicht bereits im Sinne eines Spiralcurriculums bzw. einer Propädeutik möglichst früh unterrichten? Soll es weiterhin so sein, dass nur Menschen mit einer universitären Ausbildung in Mathematik (ein Abitur reicht im Allgemeinen hierzu nicht aus) mit dem BEGRIFF der Ellipse, deren Form uns im Alltag häufig begegnet, etwas anzufangen wissen?

Eine erste "Begegnung" mit dieser Form in der Primarstufe ist möglich und sinnvoll, ein Vergleich mit der Konstruktion des Kreises auf enaktiver Ebene mit Hilfe der Gärtnerkonstruktion direkt erfahrbar. Eine Behandlung und ein Vergleich der Definitionen beider Formen bietet sich im Geometrieunterricht der Sekundarstufe I an, wo Kreis- und Gärtnerkonstruktionen auch theoretisch reflektiert und verglichen werden können. So lässt sich dort die Frage thematisieren, was passiert, wenn die beiden Brennpunkte in der Ellipsendefinition: "Die Ellipse ist der geometrische Ort aller Punkte, deren Abstandssumme zu zwei vorgegebenen Punkten, den Brennpunkten, konstant ist", zusammenfallen. Diese Vergleiche können im Sinne der Raumgeometrie, was das Ellipsoid bzw. die Kugel betrifft, fortgeführt oder auch im Bereich von Rotationskörpern in der Sekundarstufe II aufgegriffen werden, siehe hierzu Hattermann (2007). Zunächst mag der Legitimationsversuch zur Behandlung einer Kegelschnittkurve in der Primarstufe abwegig erscheinen, bei einer näheren Untersuchung der Vorgaben der Bildungsstandards und des hessischen Rahmenplans ergibt sich jedoch bei adäquater Unterrichtsplanung ein anderes Bild.

Vorgaben der Bildungsstandards

Die Bildungsstandards fordern für die Primarstufe (KMK (2005)) genügend übergeordnete allgemeine mathematische Kompetenzen wie das Argumentieren, Problemlösen, Kommunizieren, Darstellen von Mathematik und Modellieren, zu deren Erreichung, sich bei geeignetem Aufbau der

Lernumgebung, fruchtbare Möglichkeiten bei der Thematisierung der Ellipse ergeben. Auch im Bereich der geforderten inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen lassen sich Forderungen aus den Leitideen "Raum und Form" bzw. "Muster und Strukturen" identifizieren, die zur Legitimation einer Unterrichtsreihe zur Behandlung der Ellipsenform herangezogen werden können. Die Forderungen der Bildungsstandards: "Körper und ebene Figuren nach Eigenschaften sortieren und Fachbegriffe zuordnen, Körper und ebene Figuren in der Umwelt wieder erkennen, Zeichnungen mit Hilfsmitteln sowie Freihandzeichnungen anfertigen, symmetrische Muster fortsetzen und selbst entwickeln" (KMK 2005, S.10), lassen sich mit Hilfe einer geeignet konzipierten Stationenarbeit am Beispiel der Ellipsenform gut umsetzen. Die Thematisierung der Ellipsenform ist aufgrund der Herstellbarkeit mit elementaren Mitteln, dem Vorkommen im Alltag und der nahen "Verwandtschaft" zur bekannten Kreisform auf motivierende Art durchführbar.

Übergeordnete Vorgaben des hessischen Rahmenplans

Der hessische Rahmenplan für die Grundschule beschreibt explizit übergeordnete Lehrziele, die zur Legitimation der Ellipsenform im Primarstufenunterricht zusätzlich herangezogen werden können. "Im Mittelpunkt des Geometrieunterrichts in der Grundschule steht nicht die Systematik des Stoffes mit Begriffen und Lehrsätzen, sondern das Entdecken, Vermuten, Vergleichen, Beschreiben und Konstruieren. Begriffe und Einsichten werden aus realen Erfahrungen beim Betrachten, Zeichnen, Falten, Kleben, Schneiden, Modellieren, Drucken, Bauen usw. entwickelt." (HKM (1995), S.164) Wir interpretieren obige Aussage in der Weise, dass es unerheblich ist, an welchen konkreten mathematischen Begriffen die geforderten Aktivitäten umgesetzt werden und dass das gründliche Reflektieren von realen Erfahrungen bzw. die konkrete Handlung im Mittelpunkt des Unterrichtsgeschehens stehen soll. Eine weitere Vorgabe des Rahmenplans betrachtet die folgenden Aktivitäten als erstrebenswert: "Die sich weiter entwickelnde manuelle Geschicklichkeit erlaubt es ab dem 3. Schuljahr, geometrische Aufgaben mehr und mehr zeichnerisch zu lösen und dabei die Genauigkeit und Sorgfalt zu steigern. Spielerische, kreative und freudvolle Aktivitäten sollen dabei jedoch im Vordergrund stehen (siehe bei Muster und Ornamenten)." (ebd. S.169)

Konkrete Thematisierung der Ellipsenform nach übergeordneten Vorgaben von Rahmenplan und Bildungsstandards

Nach dieser Legitimation mithilfe des hessischen Rahmenplans bzw. der Bildungsstandards und den Vorüberlegungen zur Behandlung der Ellipse

im Sinne eines Spiralcurriculums schlagen wir folgende, bereits erprobte, Methode zum Kennenlernen der Ellipse in der Primarstufe vor. Unser Unterrichtsprojekt erstreckt sich über eine Doppelstunde und ist durch eine Wiederholungs- bzw. Problematisierungsphase im Stuhlkreis, einer Durchführungsphase mit einer Stationenarbeit und einer Reflexionsphase in einer "Stuhlellipse" gekennzeichnet. Zu Beginn spielt die Lehrerin das Spiel "ich sehe was, was du nicht siehst" mit den Kindern, um zunächst deren Aufmerksamkeit auf die bereits bekannten Formen Dreieck, Rechteck, Quadrat und Kreis zu lenken und deren geometrische Eigenschaften zu wiederholen. In der Folge ist ein elliptischer Gegenstand zu erraten, dessen Benennung mit bereits bekannten geometrischen Begriffen nicht möglich ist. Bereits an dieser Stelle ergibt sich eine Fülle von Möglichkeiten, was die geforderten Kompetenzen Kommunizieren, Argumentieren, Modellieren, Vergleichen, Vermuten, Entdecken und Beschreiben betrifft. In der sich anschließenden Stationenarbeit werden die folgenden Stationen durchlaufen:

- Die Gärtnerkonstruktion: Die Schüler stellen bei dieser Station in Partnerarbeit eine Ellipse mit Hilfe der Gärtnerkonstruktion her und untersuchen explorativ, wie sich die Form der Ellipse verändert, wenn die Brennpunkte nah beieinander bzw. weiter auseinander platziert werden.
- Die Ellipse in unserem Alltag: Bei dieser Station sollen die Schüler zunächst anhand eigener Ideen Beispiele für das Vorkommen der Ellipsenform im Alltag nennen. Als Hilfe wird ein Karteikasten mit geeigneten Bildern aus dem Alltag der Kinder bereit gestellt.
- Experimentieren: Die Schüler experimentieren mit verschiedenen Schnittführungen an Gurke bzw. Salami, um die Schnittfiguren Kreis und Ellipse, abhängig von der Schnittführung unterscheiden zu lernen. Des Weiteren lassen sich Kegelschnittkurven an der Decke oder einem geeignet gehaltenen Stück Papier beim Schattenwurf eines in einem Glas stehenden Teelichts entdecken. (Als Schnitt des Lichtkegels mit einer Schnittebene (Papier bzw. Decke). Verwirrend kann hier sein, dass die Größe der Schnittfigur von dem Abstand der Lichtquelle abhängt und zusätzlich, neben Kreis und Ellipse ein Hyperbelast bzw. die Parabel als Schnittfiguren auftreten können. Es erscheint hier sinnvoll, die Phänomene von den Kindern beschreiben und das Experiment von einer Lehrperson durchführen zu lassen.
- Fühlbox: Die Schüler ertasten in der Fühlbox verschieden geformte Ellipsen und zählen zusätzlich die Anzahl der in der Fühlbox vorhandenen Dreiecke, Rechtecke, Quadrate, Kreise und Ellipsen.

- Schmuckblätter: An dieser Station können die Schüler vorgegebene Schmuckblätter mit verschiedenen Ellipsenformen ausmalen oder aber mithilfe von Kreis- und Ellipsenschablonen eigene Schmuckblätter oder beliebige Bilder anfertigen.

Nach dem Durchlaufen der Stationen, welche noch nach Schwerpunktsetzung in Wahl- und Pflichtstationen aufgeteilt werden können, erfolgt die Reflexionsphase, in der wesentliche Erkenntnisse der einzelnen Stationen zusammengetragen und nochmals thematisiert werden. Eine gemeinschaftliche Reflexion über den Zusammenhang von Ellipse und Kreis bietet sich an dieser Stelle an. Hierzu finden sich die Schüler in einer Stuhlellipse ein, die nach dem Vorbild der Gärtnerkonstruktion gebildet werden muss. Lediglich ein langes Seil und zwei Schüler, die als Brennpunkte fungieren und das Seil an seinen beiden Enden festhalten, sind hierzu nötig. Die wesentlichen Forderungen der Bildungsstandards bzw. des Rahmenplans können bei geeigneter Aufgabenstellung neben der Wiederholungs- bzw. Problematisierungsphase und der Reflexionsphase in den einzelnen Stationen angesprochen und bedient werden. Eine Darstellung der Durchführung der soeben skizzierten Unterrichtseinheit mit ausführlichen Reflexionen der einzelnen Stationen und konkreten Bearbeitungen von Schülern eines kombinierten 3./4. Schuljahres ist neben der expliziten Nennung, der in den einzelnen Stationen angestrebten Kompetenzen bzw. Lernzielen in Hattermann/Kley (2010) nachzulesen.

Literatur

- Franke, M. (2007). *Didaktik der Geometrie in der Grundschule (2. Aufl.)*. Heidelberg [u.a.]: Spektrum Akad. Verl.
- Hattermann, M. (2007). -Kegelschnitte- Ein alter Hut im neuen Gewand ? Möglichkeiten eines umstrittenen Lehrinhalts in Schule und Hochschule. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht 2007. Vorträge auf der 41.Tagung für Didaktik der Mathematik vom 26.3. bis 30.3.2007 in Berlin*. Hildesheim: Franzbecker, S. 629–632.
- Hattermann, M.; Kley, M. (2010). Die Ellipse in der Grundschule. Ein handlungsorientierter Zugang mit Alltagsbezug und Möglichkeiten des Vergleichs mit bereits bekannten Figuren und Formen. In: *Sache, Wort, Zahl* (im Druck).
- Hessisches Kultusministerium (1995). *Rahmenplan Grundschule gemäß der 204. Verordnung über Rahmenpläne des hessischen Kultusministers vom 21.3.1995*. Wiesbaden: Hessisches Kultusministerium.
- Kultusministerkonferenz (KMK) (2005): *Beschlüsse der KMK, Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich (Jahrgangsstufe 4)*.