

Harald ZAUNER, Anke LINDMEIER, Kristina REISS, München

"Habe ich alles bedacht?" – Ein Modell zur Strukturierung heuristischer Lösungsbeispiele aus dem Bereich der Leitidee "Daten und Zufall"¹

Mit Einführung der Bildungsstandards (KMK, 2003) begann die Konkretisierung der vorgestellten Kompetenzrahmenmodelle in einzelnen Teilbereichen. Als Teil des Projekts Kompendium Mathematik (KOMMA) zur Entwicklung und Evaluation einer selbstständigkeitsorientierten Lernumgebung sollen Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern im Teilbereich *Daten* der Leitidee *Daten und Zufall* (L5) untersucht werden. Diese erfordern neben dem *mathematischen Modellieren* (K3) insbesondere auch die allgemeine Kompetenz *mathematische Darstellungen verwenden* (K4), weswegen der Fokus auf diese beiden Kompetenzbereiche gelegt wurde. Sie bilden die Grundlage für ein Kompetenzstufenmodell der Teilkompetenz *Nutzen von Darstellungen und Modellen im statistischen Kontexten*², mit dessen Hilfe Leistungen von Schülerinnen und Schülern erfasst werden können. Im Folgenden wird als Erweiterung ein Modell begründet, das den Bearbeitungsprozess von Aufgaben in statistischen Kontexten abbildet und seine Implementierung in eine Lernumgebung vorgestellt.

Einflussfaktoren Inquiry Cycle und Metakognition

Aufgaben mit Bezug zur Leitidee Daten und Zufall in der Sekundarstufe I verlangen typischerweise, dass in Tabellen oder Grafiken, aber auch in Texten dargestellte Informationen aus einer oder mehreren Untersuchungen – seien es Umfragen, Messungen o. ä. – entnommen, verarbeitet und unter Ausnutzung von Beziehungen zwischen den Darstellungen kombiniert werden, um Aussagen über den betrachteten Sachverhalt treffen zu können. Zum Einsatz kommen hier Darstellungsarten wie z. B. Linien- und Kreisdiagramme oder Vierfeldertafeln ebenso wie verschiedene Mittelwerte als komprimierte Darstellungen von Verteilungen. Gemeinsam ist diesen Fragestellungen, dass sie oft einen Bearbeitungsprozess verlangen, der an die naturwissenschaftliche Arbeitsweise erinnert. Ein bei White und Frederiksen (1998) als *Inquiry Cycle* bezeichnetes Modell des naturwissenschaftli-

¹ Dieses Forschungsvorhaben wird vom Bundesministerium für Bildung und Forschung gefördert (Bew.-Nr. PLI3032).

² Ein Überblick sowie eine Kurzbeschreibung der entwickelten Kompetenzstufen und Ergebnisse der empirischen Überprüfung finden sich in Kuntze, Lindmeier, Reiss (im Druck) und Lindmeier, Kuntze & Reiss (2007).

chen Denkens enthält fünf Phasen, beginnend mit der Formulierung der Fragestellung (1) und dem Aufstellen entsprechender Vermutungen oder Vorhersagen (2). Es folgt die Planung und Durchführung geeigneter Experimente (3), deren Ergebnis analysiert und in entsprechenden (naturwissenschaftlichen) Gesetzen und Modellen zusammengefasst werden (4). Die Evaluation durch Anwendung (5) schließt den Kreislauf des naturwissenschaftlichen Denkens ab oder stößt unter Umständen eine Revision der vorherigen Arbeiten an. Dieses stark experimentell orientierte Modell lässt sich für die Bearbeitung statistischer Fragestellungen modifizieren. An Stelle des Experiments tritt hier beispielsweise die Datenerhebung, deren Resultat in Aufgaben für Lernende meist vorgegeben wird. Die Analyse der Daten führt auf Grund des untersuchten Sachverhalts typischerweise nicht zu allgemeingültigen Gesetzen und Modellen, wohl aber zu Aussagen, deren Qualität von Design und Durchführung der Datenerhebung abhängt. Eine Überprüfung der erhaltenen Aussagen sollte die Bearbeitung statistischer Fragestellungen ebenfalls enthalten.

Als eine notwendige Voraussetzung für erfolgreiches, selbstständiges Lösen von Modellierungsaufgaben gilt die Verfügbarkeit *metakognitiver Strategien*. Darunter fallen Strategien zur Planung, Überwachung und Bewertung des eigenen Lösungsprozesses (vgl. z.B. Schiefele & Pekrun, 1996), wobei die Planung vor Beginn des eigentlichen Lösungsprozesses stattfindet, die Überwachung diesen begleitet und die metakognitiven Kontrollstrategien abschließend zur Bewertung des eigenen Lösungswegs zum Einsatz kommen.

Synthese des Prozessmodells

Das als Synthese entstandene schülergerechte 4-schrittige Prozessmodell ist ein anwendbares und trotzdem gut erinnerbares Gerüst eines möglichen Lösungsprozesses (vgl. Tab. 2), in dem die oben dargestellten Einflussfaktoren des Kreislaufs naturwissenschaftlichen Denkens und die metakognitiven Faktoren der Planung, Überwachung und Kontrolle noch deutlich erkennbar sind. In der Explorationsphase *Was will ich wissen?* (1) zu Beginn werden die Lernenden zur Formulierung der Fragestellung und dem Aufstellen von Vermutungen aufgefordert. In der planenden Phase *Was brauche ich dazu?* (2) sollen Sachverhalt und gegebene Informationen analysiert und eine Lösungsidee generiert werden. Sie bildet die Grundlage für die Phase *Welches Ergebnis erhalte ich?* (3), zu dessen Ende eine mögliche Lösung vorliegt, die aber erst durch Kontrolle des eigenen Lösungswegs – angestoßen in der abschließenden Phase *Habe ich alles bedacht?* (4) – als Lösung legitimiert wird.

Tab. 2: 4-Phasen-Struktur zum Lösungsprozess für Aufgaben, welche Modellierungs-kompetenzen und hypothesengeleitetes Denken erfordern.

Schritt 1 Was will ich wissen?	<ul style="list-style-type: none"> • Mach' Dich mit dem Sachverhalt vertraut! • Formuliere Deine Frage klar! • Stell' eine Vermutung auf, falls Du eine hast!
Schritt 2 Was brauche ich dazu?	<ul style="list-style-type: none"> • Schau' Dir den Sachverhalt genauer an! • Welche Informationen hast Du? • Welche Informationen brauchst Du und welche nicht, um Deine Frage zu beantworten? • Überlege Dir, was Du aus der Mathematik brauchen kannst!
Welches Ergebnis erhalte ich?	<ul style="list-style-type: none"> • Lies ab, rechne, zeichne, kombiniere, begründe! • Nimm Deine Ideen aus dem letzten Schritt und erarbeite Dein Ergebnis!
Schritt 4 Habe ich alles bedacht?	<ul style="list-style-type: none"> • Überprüfe, ob Dein Ergebnis Sinn macht! • Vielleicht entdeckst Du einen Fehler? • Vergleiche Dein Ergebnis mit Deiner Vermutung! • Schreib auf, ob Deine Vermutung gestimmt hat oder nicht!

Ein idealer Lösungsprozess wäre auf Basis dieses Modells zur Bearbeitung von Aufgaben, welche Modellierungskompetenzen und hypothesengeleitetes Denken in statistischen Kontexten erfordern, durch ein zyklisches (ein- oder mehrmaliges) Durchlaufen der Modellphasen gekennzeichnet. Reale Lösungsprozesse sind jedoch von *Heurismen*³ geprägt und deswegen können die einzelne Schritte schwer in dem Modell zu verorten sein, auch wenn die einzelnen, in den Schritten angeführten Überlegungen für ein erfolgreiches Lösen der betrachteten Aufgaben notwendig sind.

Implementation in heuristischen Lösungsbeispielen

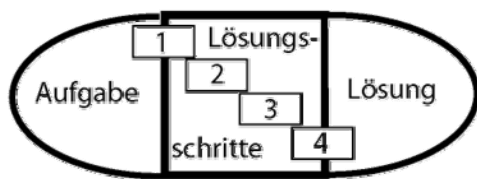


Abb. 1: Schematische Darstellung eines Lösungsbeispiels

Die in der Intervention verwendeten Materialien sind als *heuristische Lösungsbeispiele* realisiert. Dabei handelt es sich um gelöste Beispielaufgaben, die den Lösungsweg beinhalten (vgl. Renkl et al., 2003). Lösungsbeispiele zeigten sich in anderen Lernumgebungen als lernförderlich (vgl.

z.B. Reiss & Renkl, 2002). Das oben entwickelte Prozessmodell zur Bearbeitung der beschriebenen statistischen Aufgabenstellungen wurde in KOMMA für die Lernenden transparent implementiert, indem die angebotenen Lösungswege mit Hilfe der vier Phasen strukturiert wurden (vgl. Abb. 1). Falls der Lernende nicht selbst über geeignete Lösungsstrategien

³ Der Begriff Heurismen wird hier für Strategien verwendet, die nicht zu algorithmischen Routineverfahren zählen, vgl. Schoenfeld, 1982.

verfügt, dann soll die Explikation des Prozessmodells helfen, metakognitive Prozesse zu unterstützen und einen möglichen nächsten Schritt ausgehend von der momentanen Selbsteinschätzung des Schülers oder der Schülerin anzustoßen⁴. In den Lösungsbeispielen wird den oben angesprochenen möglichen Rekursionen oder Sprüngen im Laufe einer realen Bearbeitung Rechnung getragen, indem heuristisches Lösungsverhalten in den Lösungsbeispielen simuliert wird.

Die in KOMMA verwendeten heuristischen Lösungsbeispiele vollziehen dabei die Lösung der beiden fiktiven Schüler Anna und Lukas nach, die während des Lösungsprozesses die Phasen des 4-schrittigen Modells durchlaufen und gegebenenfalls auch flexibel in frühere Phasen zurückwechseln.

Literatur

- KMK (Kultusministerkonferenz). (2004). Bildungsstandards im Fach Mathematik für den mittleren Schulabschluss. München: Wolters Kluwer.
- Kuntze, S., Lindmeier, A. & Reiss, K. (im Druck). „Daten und Zufall“ als Leitidee für ein Kompetenzstufenmodell zum „Nutzen von Darstellungen und Modellen“ als Teilkomponente von Statistical Literacy. Tagungsband 2006/2007 des Arbeitskreises Stochastik.
- Lindmeier, A., Kuntze, S. & Reiss, K. (2007). Representations of data and manipulations through reduction – competencies of German secondary students. In B. Philips & L. Weldon (Eds.), Proceedings of the IASE/ISI Satellite Conference on Statistical Education, Guimarães, Portugal, 19-21 August 2007. Voorburg, NL: International Statistical Institute.
- Reiss, K., & Renkl, A. (2002). Learning to prove: The idea of heuristic examples. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 34 (1), 29-35.
- Renkl, A., Gruber, H., Weber, S., Lerche, T. & Schweizer, K. (2003). Cognitive Load beim Lernen aus Lösungsbeispielen. Zeitschrift für Pädagogische Psychologie, 17(2), 3-101.
- Schiefele, U., Pekrun, R. (1996). Psychologische Modelle des fremdgesteuerten und selbstgesteuerten Lernens. In: Weinert, F.E. (Hrsg.), Enzyklopädie der Psychologie, Band 2, Göttingen 1996, 249 – 278.
- Schoenfeld, A. H. (1982). Measures of Problem-Solving Performance and of Problem-Solving Instruction Journal for Research in Mathematics Education. National Council of Teachers of Mathematics, 1982, 13(1) , 31-49.
- White, B. Y. & Frederiksen, J. R. (1998). Inquiry, Modeling, and Metacognition: Making Science Accessible to All Students. Cognition & Instruction, 16(1) , 3-118.
- Wallman, K. (1993). Enhancing Statistical Literacy: Enriching our Society. Journal of the American Statistical Association, 88(421), 1-8.
- Watson, J., & Callingham, R. (2003). Statistical literacy: A complex hierarchical construct. Statistics Education Research Journal, 2(2), 3-46.

⁴ Eine ähnliche Betonung des Lösungsprozesses verwendet Schoenfeld (1982) in der Metapher der *managerial strategies*.