

Manfred KATZENBERGER, St. Paul

Händische Inskriptionen beim Lernen von Mathematik

In einem Dissertationsprojekt untersuchte ich die Rolle händischer Inskriptionen, speziell Freihandzeichnungen, beim Lernen von Mathematik. Darüber hinaus ging ich der Frage nach, in welchem Verhältnis händische Inskriptionen zu anderen Materialisierungen von Mathematik stehen und inwieweit Vorerfahrungen der Lernenden maßgeblich sind.

Konstruktion neuen Wissens baut auf „schon gewusstes“ Wissen auf und ist ohne dieses kollaterale Wissen, wie Ch. S. Peirce (1839 – 1914) es nannte, nicht vorstellbar. Für die Weiterentwicklung von Wissen spielt das Konzept der Diagramme bzw. des diagrammatischen Schließens eine wesentliche Bedeutung (vgl. Dörfler & Kadunz, 2006).

Zu den Vorerfahrung der beiden Lernenden, von denen hier die Rede sein wird, ist zu bemerken, dass sie Schüler eines Realgymnasiums in Österreich sind und seit einem Jahr im Fach Geometrisch Zeichnen unterrichtet wurden. In diesem Unterrichtsfach wird eine geometrische Grundbildung, welche Bereiche wie Raumvorstellung, Zeichnen mit und ohne PC und auch das Anfertigen von Freihandzeichnungen in geometrisch richtigem Sinn vermittelt.

Das Beispiel „Stau auf der Autobahn“

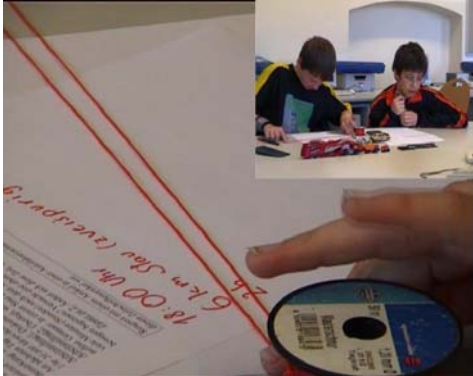
Im Verkehrsfunk konnte man am Freitag vor den Ferien um 18.00 Uhr folgende Meldung hören: „Auf der Tauernautobahn in Richtung Süden gibt es vor dem Tunnel einen Stau von 6km. Die Wartezeit beträgt etwa 2 Stunden“ Bemerkung: Die Autobahn ist in diesem Bereich zweispurig. Am nächsten Tag war in einer Zeitung folgender Artikel zu lesen. „Gestern befanden sich um 18.00 Uhr 20 000 Menschen im Stau vor dem Tunnel auf der Tauernautobahn.“

Arbeitsauftrag1: Diskutiert diesen Sachverhalt und nehmt zu obiger Aussage Stellung.

Den beiden Schülern stand für die Bearbeitung ein „mathematisches Labor“ zur Verfügung. Darunter verstehe ich die Bereitstellung aller in der Schule und im persönlichen Umfeld vorrätiger Mittel, mit denen Mathematik betrieben bzw. materialisiert werden kann. In diesem Fall waren es PC, TR, alle möglichen Zeichengeräte, verschiedenste Bastelutensilien und eine große Anzahl geometrischer und skalarer

Modelle. Die beiden Schüler wurden bei ihrer Arbeit gefilmt, woraus einzelne Passagen interpretiert werden.

“Ja irgendwie darstellen...”



Ein Schüler, ich nenne ihn P versucht seit einer Minute die widerspenstige Maurerschnur zu zähmen. Nachdem es ihm gelungen war, die Schnur gerade zu spannen, antwortet er auf die Frage seines Kollegen, ich nenne ihn J, was er da tue: „Ja irgendwie darstellen ... das da.“

Zentral erscheint die Idee von P, ein Mittel, also Zeichen zu finden mit dem er das zweispurige Autobahnstück darstellen kann, das für ihn selbst und für den Partner hilfreich ist.

Das Angebot von Materialien erscheint hier mitbestimmend, da P, der neben der Materialienkiste sitzt, ungehinderten Zugriff darauf hat und er eben jene Schnur „zum Zeichnen“ verwendet.

Auf Grund seiner Vorerfahrungen wäre P auch das Zeichnen zweier langer paralleler Linien sogar mit freier Hand zuzutrauen, doch P entschied sich für diese Art der Materialisation. Diese Schnur hat Qualitäten, die keine Zeichnung mit Stift besitzt, sie ist dynamisch, lässt haptische Erfahrungen zu und regt zum Experimentieren an.

„Ich mag ausrechnen, wie viel ein km ist!“



P hat die Länge der Schnur gemessen, mit dem TR jene Strecke bestimmt, die einem Kilometer entspricht. Diese Länge wurde entsprechend oft abgetragen und damit entstand eine Unterteilung in Abschnitte von je einem Kilometer. Der zweite Kilometerabschnitt ist wieder in kleinere Teile zu je 100 m zerlegt worden.

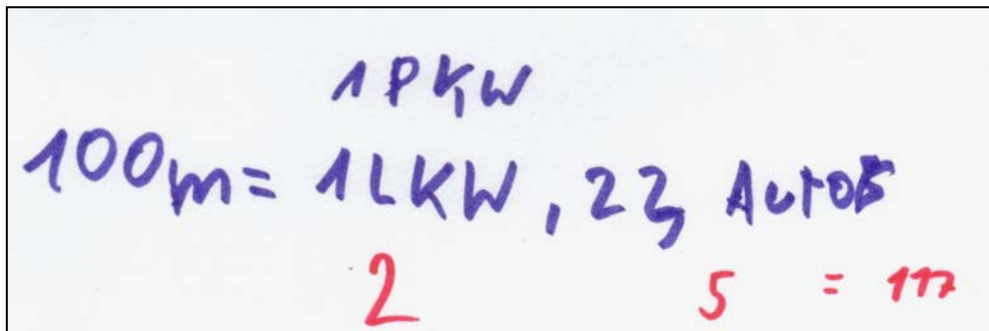
Hier liegt der Ausgangspunkt eines umfangreichen Diagramms vor. Die Regeln, die diesem Diagramm zu Grunde liegen, sind nicht allzu streng, ermöglichen noch einen Interpretationsspielraum und vor allem eine verschiedene Sichten auf das Problem.

Diese von P gewählte zeichnerische Vorgangsweise bietet die Gelegenheit analytisch zu arbeiten und dieses Zerlegen des Problems in Teilprobleme auch für „andere“ sichtbar zu machen.

Idiosynkratische Schrift

Die Schüler legten durch Aushandlungen fest, dass in jedem Abschnitt von 100 m sich ein LKW mit einer Länge von 9 m und auf den restlichen 91 m sich nur PKWs mit einer Länge von je 4m befinden.

Danach fertigten die Schüler in einer gemeinsamen Aktion folgende Inskription an, die Zahlen, Symbole und Schriftzeichen beinhalten.



Betrachtet man diese Inskription genauer, so könnte man sie als eine Art von „einfach handhabbarer algebraischer Schrift“, interpretieren. Diese Inskriptionen sind als „Übergangsstadium“ von realem Modell und algebraischer Inskription zu sehen.

Symbolischen Zeichen der Algebra sind für Lernende oft schwer zu interpretieren und daher sind idiosynkratische Inskriptionen, wie in diesem Fall, für die Kommunikation mit einem Lernpartner hilfreich. Die mittlere Zeile kann folgendermaßen gelesen werden:

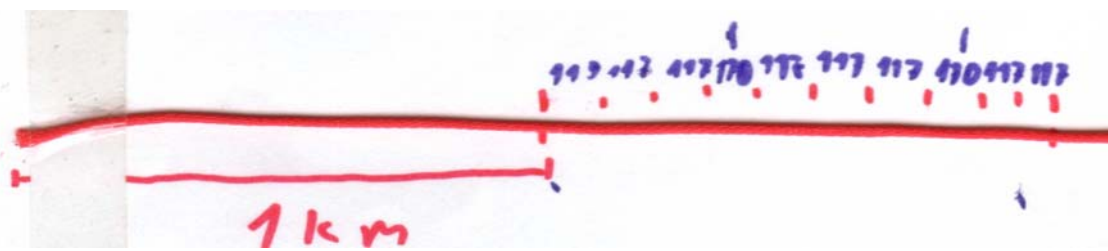
Auf einer Strecke von 100m „befinden sich“ (=) 1 LKW und 23 PKWs, also 24 Fahrzeuge ($F = L + A$).

Die Gesamtanzahl der Personen sind nach Festlegung, dass in jedem LKW 2 und in jedem PKW 5 Personen sitzen folgendermaßen zu interpretieren: $G = 2 * L + 5 * A$ und nach der letzten Substitution $G = 2 * 1 + 5 * 23$ also 117 Personen.

Händische Inskriptionen erlauben Lernenden große Freiheiten und einen kreativen Lernprozess.

Jetzt kommen Busse ...

Das aus der idiosynkratischen algebraischen Schrift gewonnene Teilergebnis wird durch eine Beschriftung oder Bemaßung in die grafische Darstellung übertragen.



Eine Aushandlung der beiden Schüler führt zur nächsten Festlegung: „Alle 400 Meter kommt ein Bus, genauer, in 400m ist ein Bus mit 55 Insassen und 3 LKWs“.

P beschriftet vorerst drei „Einheiten“ mit je 117 und lässt dann eine Einheit frei, die er später dann mit 170 beschriftet. Man kann interpretieren, dass dieses Bearbeiten des Diagramms zu neuem Wissen führt. Dass in einem Kilometer 2 Busse kommen, verdeutlicht P indem er über 170 jeweils Striche zeichnet, die er symbolisch verwendet. Ein derartiger Strich bedeutet für ihn und für seinen Partner: „In diesem Autobahnstück befindet sich ein Bus und 23 PKWs, somit 170 Personen“. Über die Inskription schafft es P seine Gedanken zu materialisieren und damit sie seinem Kollegen zugänglich zu machen. Weiters bieten diese materiellen Zeichen die Möglichkeit, ein Diagramm zu ermöglichen bzw. zu ergänzen.

Folgerungen

Aus diesen Beispielen kann gefolgert werden, dass das Zeichnen mit freier Hand, der kreative Umgang mit Materialien (Schnur), das Bemaßen von Strecken und das Teilen von Strecken für das Lösen dieses Beispiels sehr hilfreich war. Die Lernenden haben durch das Erfinden und das Verwenden von Inskriptionen wesentliche Schritte zur Lösung gesetzt.

Aus diesen Teilergebnissen und vor allem aus dem Gesamtergebnis (Katzenberger, 2006) der Untersuchung geht hervor, dass händische Inskriptionen für das Lösen herausfordernder Beispiele und daher für das Lernen von Mathematik von großer Bedeutung sind. Händische Inskriptionen tragen somit zum Lernen von Mathematik bei und daher ist es wichtig, die Herstellung derartig einfacher Materialisierungen von Mathematik zu vermitteln.

Literatur

- [1] Dörfler W., Kadunz G., (2006) Rezension von Erkenntnisentwicklung. *Journal für Didaktik der Mathematik*, Band 27, S. 300 – 318.
- [2] Katzenberger M., (2006) Die Rolle händischer Inskriptionen beim Lernen von Mathematik. *Dissertation*, Universität Klagenfurt, Klagenfurt.