

Max RICHTER, Berlin

Fehlende pränumerische Voraussetzungen: Zentrales Lernhindernis für den Zahlbegriffserwerb

Der *Mengenbegriff* ist die sachlogische Basis für die Entwicklung eines tragfähigen Zahlbegriffs. Da mehr als die Hälfte rechenschwacher Erst- und Zweitklässler signifikante Defizite im Bereich pränumerischer Einsichten aufweist, darf es als gesichert gelten, dass dieses Lernhindernis eine Hauptursache von Rechenschwäche darstellt.

Der Entstehung einer Rechenschwäche kann und muss daher bereits frühzeitig entgegengewirkt werden. Bedingung hierfür ist, dass bei Schulanfängern systematisch überprüft wird, ob die unmittelbaren kognitiven Voraussetzungen des Zahlverständnisses vorhanden sind, so dass diese gegebenenfalls im schulischen Rahmen vermittelt werden können.

Der folgende Text beinhaltet die zentralen Gedanken des Vortrags sowie Überlegungen, die sich aus Diskussionen im Anschluss daran ergeben haben.

1. »Rechenschwäche« - zur Begrifflichkeit

Der Begriff »Rechenschwäche« wird im Folgenden verwendet, da er sich in der deutschsprachigen Fachwelt mittlerweile weitgehend durchgesetzt hat. Darunter gefasst ist hier der folgende Sachverhalt:

Kinder, die – trotz gegebener kognitiver Grundvoraussetzungen – besondere Schwierigkeiten beim Erwerb eines mathematischen Grundlagenverständnisses haben, werden an deutschen Grundschulen bislang in den meisten Fällen weder rechtzeitig erkannt noch adäquat gefördert. In der Folge wird an diesen Kindern bereits in den ersten Schuljahren »vorbeunterrichtet«. Um den Anforderungen dennoch zumindest partiell zu genügen, entwickeln rechenschwache Kinder – teils hartnäckige – *Fehlurteile* über die basalen arithmetischen Inhalte, in Verbindung mit *kompensatorischen Techniken* (sog. subjektive Algorithmen). Aufgrund der sich regelmäßig einstellenden schulischen Misserfolge ergeben sich bei vielen dieser Kinder *psychische Folgen*, die wiederum einem Lernerfolg entgegenstehen.

Unglücklich ist m.E. die begriffliche Betonung des »Rechnens« – die betroffenen Kinder leiden nicht in erster Linie an fehlender Kenntnis arithmetischer *Techniken*, vielmehr am fehlenden bzw. fehlgeleiteten gedanklichen Nachvollzug der diesen Techniken zugrunde liegenden mathematischen Erkenntnisse.

Darüber hinaus beinhaltet der Wortbestandteil »-schwäche« eine irreführende pathologisierende Konnotation – vgl. hierzu: Deyhle et al. 2005, Gerster 2004.

2. Zum Zusammenhang Mengenverständnis/Zahlbegriff

Die Aneignung eines tragfähigen Zahlbegriffs beinhaltet zunächst das Verständnis von Zahlen als Symbole für Mengen (kardinaler Zahlbegriff). Um sich beim Umgang mit Zahlen von der konkreten Anzahl-Vorstellung lösen zu können, also Zahlen als Vielfache von 1 zu begreifen, ist die Einsicht in die Darstellbarkeit konkreter Mächtigkeiten vorausgesetzt. Dies wiederum unterstellt die für das Mengenverständnis zentralen Abstraktionsleistungen.

Von über 150 in den Jahren 2003 bis 2006 am ZML Kassel und am IRT Berlin diagnostizierten »rechenschwachen« Erst- und Zweitklässlern wurden bei über 60% der Kinder deutliche Defizite im Bereich des Mengenverständnisses festgestellt. Es ist daher davon auszugehen, dass einem erheblichen Anteil der Rechenschwachen bereits der grundlegende Einstieg in den schulischen Mathematik-Unterricht nicht gelingen konnte.

Im Folgenden sollen knapp die elementaren Bestandteile eines tragfähigen Mengenverständnisses skizziert werden:

- allgemeine Abstraktionsleistungen

Begriffliche Sicherheit in der Bestimmung von *Relationen* (räumlich, zeitlich, Größen, Verhältnis zur Körperachse) und *Klassifikationen* (Oberbegriffe bilden, sortieren)

- Gleichheit

Paarweise Zuordnung als Mittel des zählfreien Mengenvergleichs

- Differenz

Begriffe mehr/weniger (die Bestimmung des *genauen* Unterschieds – *wie viele* mehr / weniger? – fällt streng genommen in den Bereich Numerik, da hier *Anzahl* Thema ist)

- Invarianz/Repräsentanz

Nicht-Anzahl-bezogene Eigenschaften der Menge bzw. der einzelnen Elemente werden nicht als Kriterium der Mengenbeurteilung in Anschlag gebracht (vgl.: Schinköthe 2000).

Diese zentralen pränumerischen Einsichten werden von den weitaus meisten Kindern selbstständig-spielerisch erarbeitet. Dies geschieht i.d.R. weitgehend bereits vor der Einschulung und geht einher mit ersten Erfahrungen im Umgang mit Zahlen – gelingt aber eben nicht allen Kindern zuverlässig bis zum Schuleintritt.

Von erheblicher Bedeutung hierbei ist die Tatsache, dass es sich bei diesem Lerngegenstand weitgehend um *begriffliche* Entwicklungsschritte handelt; daher muss die sprachliche Vermittlung besonders sorgfältig geschehen. Fallstricke in der Aneignung zentraler Begriffe müssen rechtzeitig erkannt und beseitigt werden. Dies gilt insbesondere, aber bei weitem nicht nur für das elementare Begriffspaar »mehr/weniger«: reale und subjektive Bedeutungen sind entsprechend mit den Kindern zu thematisieren (in diesem Fall etwa: geht es um Masse oder Mächtigkeit?).

3. Schlussfolgerungen für die Aus- und Fortbildung für Erzieher/innen und Grundschul-Lehrer/innen

Die folgenden Überlegungen haben die *zusätzliche Förderung einzelner Kinder* zum Gegenstand, – es handelt sich hierbei also nicht um Vorschläge für den Unterricht, sondern für schulische Fördermaßnahmen, also um Vermittlung der zentralen pränumerischen Lernschritte für *diejenigen* Kinder, denen die selbstständige Aneignung vor und zu Beginn der Schulanfangsphase nicht gelingt.

Für die Aus- und Fortbildung ergeben sich m.E. weitreichende Folgerungen: Erzieher/innen und Grundschul-Lehrer/innen müssen den pränumerischen Lerngegenstand kennen und Kinder mit Defiziten frühzeitig erkennen können, also über entsprechende entwicklungspsychologische und mathematikdidaktische Kenntnisse verfügen.

4. Vorstellung eines Fortbildungs-Projekts für Grundschulen

In einem derzeit laufenden Fortbildungsprogramm für Grundschullehrer/innen, das der Vortragende in Kooperation mit dem Schulpsychologischen Beratungszentrum (SBZ) Berlin Tempelhof-Schöneberg entwickelt hat, werden Vorschläge zu einer qualitativen Feststellung der Lernausgangslage im mathematischen Bereich (Prüfkatalog Pränumerik / Zahlbegriff) sowie eine Konzeption innerschulischer Kleinstgruppen-Förderung vorgestellt.

Beteiligt sind 55 Grundschullehrer/innen von 27 Grundschulen sowie drei Schulpsychologen. Der Umfang beträgt je Gruppe sechs Nachmittage, bei vier Gruppen mit jeweils maximal 15 Teilnehmer/innen also insgesamt 24 Sitzungen im laufenden Schuljahr.

Gliederung der Grund- und Aufbaukurse:

- Schulrechtliche Grundlagen für Unterricht u. Förderung
- theoretische Einführung des Themas: Zahlbegriff und Pränumerik
- Vorstellung des Prüfkatalogs Pränumerik / Zahlbegriff
- Durchführung des Tests durch die Teilnehmer/innen an den Schulen; Vorstellung und Diskussion der Ergebnisse
- Möglichkeiten schulischer Förderung unter Berücksichtigung der besonderen Bedingungen in der flexiblen Schulanfangsphase
- Exemplarische Fördervorschläge, ausgehend vom jeweiligen Lernstand der vorgestellten Kinder
- Würdigung bzw. Kritik gängiger Darstellungsmittel (Zahlenstrahl, Hunderter-Tafel, Waage-Modell)

Die Veranstaltung ist geprägt von hohem Engagement der Teilnehmer/innen und der Bereitschaft, eigene Vorstellungen und Konzepte zur Diskussion zu stellen. Intention ist, an den beteiligten Grundschulen jeweils zwei Multiplikatoren/innen in den Stand zu versetzen, eine lernstandsorientierte Förderung individuell bzw. in Kleingruppen durchführen zu können.

Literatur

Julia Deyhle, Max Richter, Hermann E. Theisen: [Fachwissen Rechenschwäche](#), IRT/TZR/ZML, Berlin/Hannover/Kassel 2005

Elke Focke: [Beobachtungsempfehlungen](#) hinsichtlich elementarer pränumerischer und arithmetischer Grundlagen. Düsseldorf, o.J.

Hans-Dieter Gerster: [Kurz-Informationen](#) zum Thema Rechenschwäche. IRT, Berlin 2005

Gerhard Lehnert, Max Richter: Prüfkatalog Pränumerik / Zahlbegriff (unveröffentlichtes Arbeitspapier). Berlin 2007

Schinköthe, H.: Mengen und Längen. Lehrbuch der elementaren Grundlagen mathematischen Denkens und seiner Entwicklung. Resi-Verlag, Volxheim 2000