Inge SCHWANK, Osnabrück

Kann eine Idee wie „Number Race" funktionieren?

"The Number Race" ist ein "adaptive computer game for remediation of dyscalculia", das in der erfolgreich mit neurowissenschaftlichen Methoden arbeitenden Gruppe um Stanislas Dehaene von Anna Wilson entwickelt und erprobt worden ist [1,2]. Zugrunde liegt eine Beschreibung des kognitiven Zahlen-Umgangs mit Hilfe des sogenannten *triple-code model* [3]. Der Reiz an diesem Modell ist, dass es auf Untersuchungen basiert, in denen ein Zusammenhang zwischen der Art der in einer Aufgabenstellung genutzten Zahlenrepräsentation und spezifisch beteiligten Gehirnregionen nachgewiesen werden konnte. Dieses Modell ist zu einer wichtigen Orientierungshilfe für zahlreiche Nachfolgestudien geworden.

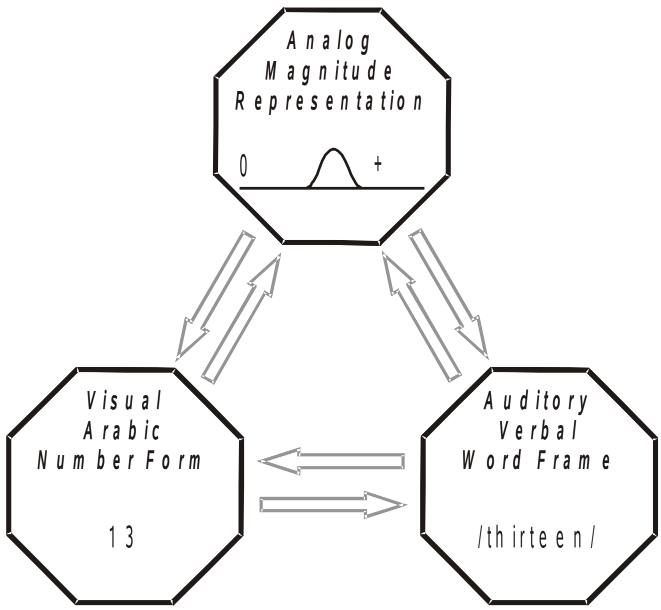

Abb.1: Kognitiv interagierende „Fächer" im Triple-code model nach Dehaene [3]

Gemäß der Modellannahmen werden im *Number Race* parallel mit Zahldarstellungen in der *Visual Arabic Number Form* (besser: visuell erfassbare, formal-symbolische Darstellung) sowie dem *Auditory Verbal Word Frame* (besser: auditorisch erfassbare, gesprochene Zahlwörter; möglich wären auch visuell erfassbare, schriftlich gegebene Zahlwörter) gearbeitet. Als dritte Repräsentationsform werden Kreisflächen (je nach Spielwelt Goldstücke bzw. Kokosnüsse) in unterschiedlicher Anzahl und variierender Größe angeboten, deren Umgang – bei der Auswahl der 3 Fächer und verbindenden Pfeile – nur der *Analog Magnitude Representation* (besser: Zahlsemantik?) bzw. einer Stützfunktion hinsichtlich der Pfeile zugeordnet werden kann. Der behandelte Zahlenraum reicht von 0 (bzw. /null/ bzw. keine Kreisfläche) bis 10 (bzw. /zehn/ bzw. zehn Kreisflächen). Das Spiel kann gewonnen werden, wenn es schnell und oft genug gelingt, sich von zwei zur Auswahl stehenden Größen für die größere zu entscheiden (z.B. 1 vs. 3 oder 9-4 vs. 7) und dadurch einen Weg eher als der Computer-Gegner bis zum Ende mit den erzielten Kreisflächen belegen zu können. [Da auf dem Weg gelegentlich Hindernisse auftauchen, die einen zurück werfen, kann es auch günstiger sein, sich für die kleinere Größe zu entscheiden – es ist allerdings fraglich, ob rechenschwache Kinder zu solchen strategisch wirksamen arithmetischen Entscheidungen in der Lage sind, zumal die Wahl auf einem Bildschirmbild zu treffen ist, den Weg entlang zu gehen auf einem anderen.]

Offenkundig führt eine Beeinträchtigung in der Funktionsweise der drei Fächer wie auch der sie verbindenden Pfeile zu Schwierigkeiten beim Erlernen arithmetischer Fähigkeiten. Führt man Untersuchungen durch wie Dedekind in seinem Werk „Was sind und was sollen die Zahlen?“ [4], fällt auf, dass mit dem triple-code model ein wichtiger Aspekt beim Verständnis der Zahlen und ihres Umgangs nicht erfasst wird (vgl. auch [5]). Die mathematische Definition, die Dedekind angibt, um die Frage nach den Zahlen zu beantworten, basiert auf einem Konstruktionsprinzip für Zahlen: er setzt eine Abbildung an, durch die etwas *entsteht* oder *erzeugt* wird, ein *Übergang geschaffen* wird [4, S. 5 u. 17]. Anders als die von Dehaene geprägte Wortwahl, wäre hinsichtlich des Rechnens statt von einem Zahlensinn (Number Sense) besser von einem Zahlen*konstruktions*sinn (Number *Construction* Sense) zu sprechen [6].

Kognitiv betrachtet spielt die Fähigkeit, funktional-logische Betrachtungen anstellen zu können, eine große Rolle [7, 8, 9]. Damit einhergehende logisch-motorische Vorstellungen erscheinen manchem offenkundig (s. z.B. [10]). Mit Leichtigkeit Zahlen in ihrem Aufbau begreifen zu können, kann sehr nützlich sein. Uns sind solche Fähigkeiten immer wieder bei mathematisch begabten Kinder aufgefallen, die während des Besuchs der 3. Klasse an der Osnabrücker Zwergen-Mathe-Olympiade teilgenommen haben.

Sehen wir uns dazu nochmal ein kleines Zahlenrätsel an. Untersucht werden soll, was passiert, wenn zu der Summe zweier (natürlicher) Zahlen der Betrag ihrer Differenz abgezogen bzw. dazu addiert wird.

Beispiel: Führe die Untersuchung für die Zahlen 12 und 7 durch.
I. Schreibe den Zusammenhang auf und rechne ihn durch:
a) (12+7) – (12-7) = 19 – 5 = 14 = 2 x 7
b) (12+7) + (12-7) = 19 + 5 = 24 = 2 x 12
II. 12 kann aus Zutaten aufgebaut gesehen und dieser Aufbau zur Beantwortung der Frage ausgenutzt werden: 12 = 12 – 7 + 7

c) (12 – 7 +7) + 7 – (12 – 7) = 7 + 7 = 2 x 7
d) (12 – 7 +7) + 7 + (12 – 7) = (12 – 7 + 7) + (12 – 7 + 7) = 2 x 12

Allgemein-funtional passend zu II.: Stellt man sich zwei Zahlen x und y vor, wobei y die kleinere der beiden sei, sieht man, dass x seinerseits aus einem Anteil x-y und einem Anteil y besteht. Zieht man dann x-y von [(x-y)+y]+y ab, so bleiben 2y übrig. Addiert man jedoch x-y zu [(x-y)+y]+y, ergänzt sich das bereits dazu addierte y ebenfalls zum gesamten x. In der Vorstellung werden hier die Zahlen umgebaut und dabei das Material, aus dem sie bestehen, für den in Angriff zu nehmenden Konstruktionsvorgang geeignet verwendet.
Hefendehl-Hebeker [11] gibt als Lösungsformen eine „Verbal-begriffliche Erläuterung“, eine „Geometrische Visualisierung“ sowie eine „Darstellung in der Symbolsprache der Algebra“ an. Diese basieren auf dem Prinzip (x+y) - (x-y) bzw. (x+y) + (x-y), welches die beteiligten Zahlen „unversehrt“ lässt (Fall I). Der Bezug zur Algebra ist zentral und darf bei der Entwicklung arithmetischen Denkens nicht unberücksichtigt bleiben.

Für den Umgang mit Zahlen ist nicht nur die Berücksichtigung der Analyse Dedekinds wichtig, sondern auch, dass in der formal-symbolischen Notation Zahlen üblicherweise im Dezimalsystem und damit einem Stellenwertsystem notiert werden. Die schriftlichen Rechenverfahren sind faktisch untrennbar mit dieser speziellen Schreibweise verwoben. Damit kommt noch ein neuer Konstruktionsaspekt zum Umgang mit Zahlen dazu, den es für ein adäquates Zahlenverständnis und -operieren zu berücksichtigen gilt [6].
Bezogen auf das Erschließen von Zahlenkonstruktionsaspekten können das triple-code model und das darauf basierende Computerspiel „Number Race“ kaum weiter helfen. Folglich können Kinder mit Rechenstörungen, sich beim Spielen auch nicht die fehlenden Konstruktions-Vorstellungen aufbauen.

Neben den theoretischen Überlegungen, sind wir dem Nutzen von „Number Race“ im Rahmen einer Master-Arbeit aus dem Osnabrücker Studiengang „Kognitive Mathematik“, nachgegangen. Zunächst wurde mit zwei „normalen“ Kindergartenkindern und vier GrundschülerInnen mit ausgewiesener Rechstörung mehrere Stunden lang einzeln gearbeitet. Es stellte sich recht schnell heraus, dass diese Kinder ohne eine intensive unterrichtliche Begleitung so gut wie keinen Nutzen aus dem Spiel ziehen konnten. Gründe dafür sind, dass die Grundschulkinder sehr geprägt von ihrem eigenen Mathematikunterricht waren. Ein Mädchen, das sich Zahlen in erster Linie über die Reihung der Zahlworte erschließt, konnte z.B. auch mit Hilfe der dargebotenen Kreisflächen keine bessere Zahlvorstellung aufbauen. Ein Junge, der Rechnungen selbst im 4. Schuljahr noch versucht, mit den Fingern zählend zu bewältigen, wurde durch das Spiel eher in seiner Strategie gefestigt, da die Goldstücke – entsprechend seiner Zählweise – mit den Fingern, einzeln auf dem Weg abgelegt werden können. Den beiden Kindergartenkinder schließlich waren die Darstellungen keine Hilfe, um zu verstehen, was dort zahlenmäßig los sein soll, Verwirrung stiftete insbesondere die Darstellung der Additions- bzw. Subtraktionsereignisse mit Hilfe sich bewegender Kreisflächen. Mit Sicherheit werden Computerprogramme entwickelt werden, die andere kognitive Anregungen geben können als das statische Medium Papier mit aufgedrucktem Text und Bildern. Bis es gelingen wird, ein gezielt interaktives, komplexes Zahlen-Lehr- und Lernprogramm aufzustellen, wird sicher noch einige Zeit geben [8].

Literatur

[1] Wilson, A.; Dehaene, S.; Pinel, P.; Revkin, S.; Cohen, L.; Cohen, D. (2006): Principles underlying the design of „The number Race", an adaptive computer game for remediation of dyscalculia. *Behavioral and Brain Functions*.

[2] Wilson, A.; Revkin, S.; Cohen, D; Cohen, L.; Dehaene, S. (2006): An open trial assessment of „The Number Race", an adaptive computer game for remeditation of dyscalculia. *Behavioral and Brain Functions.*

[3] Dehaene, S. (1992): Varieties of numerical abilities. *Cognition*. 44, 1-42.

[4] Dedekind, R. (1969 / 1887): *Was sind und was sollen die Zahlen?* Studienausgabe der 10. Auflage. Braunschweig: Vieweg.

[5] Dantzig, T. (1931/1930^{4}): *Le nombre: langage de science.* Paris: Payot.

[6] Schwank, I.(2005): Die Schwierigkeit des Dazu-Denkens. In: M. von Aster, J.-H. Lorenz (Hg.): *Rechenstörungen bei Kindern* – Neurowissenschaft, Psychologie, Pädagogik. 93-133. Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht.

[7] Schwank, I. (2003): Einführung in funktionales und prädikatives Denken. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*. 35/3, 70-78.

[8] Schwank, I. (2004): eLearning: Individualität als Herausforderung – Kognitionsdidaktische Notizen. In M. Franzen (Hrsg.), *Die Zukunft von eLearning*. Neue Erkenntniss aus Gehirnforschung, Pädagogik und Wirtschaft. Zürich: EMPA-Akademie. 47-65.

[9] Mölle, M., Schwank, I., Marshall, L., Klöhn, A.; Born, J.(2000): Dimensional complexity and power spectral measures of the EEG during functional versus predicative problem solving. *Brain and Cognition*. 44, 547-563.

[10] Van der Waerden, B.L. (1954): Denken ohne Sprache. In G. Révész (ed.), *Thinking and Speaking*. Amsterdam: North Holland. 165-174.

[11] Hefendehl-Hebeker, L. (2001): Die Wissensform des Formelwissens. In: W. Weiser, W., B. Wollring (Hg.): *Beiträge zur Didaktik der Mathematik für die Primarstufe*. Festschrift für Siegbert Schmidt. Verlag Dr. Kovac, Hamburg, 83-98.