

Simone GÖTTLICH, Kaiserslautern

Mathematische Modellierung in der Mittelstufe: Personalausweis für Schildkröten

Modellierungsprojekte blicken am Fachbereich Mathematik der TU Kaiserslautern auf eine inzwischen lange Tradition zurück: Seit Mitte der 80er Jahre werden regelmäßig sogenannte Modellierungsseminare für Studenten angeboten, seit 1993 findet jährlich eine Schülermodellierungswoche statt, die sich als Begabtenförderung für Schülerinnen und Schüler der gymnasialen Oberstufe versteht. In den letzten Jahren wurden verstärkt auch Projekte mit Schulen durchgeführt mit dem Ziel, derartige Modellierungsaktivitäten in den Regelunterricht zu integrieren. Im Folgenden demonstrieren wir anhand eines realen Modellierungsproblems, wie in der gymnasialen Mittelstufe ein Modellierungsprojekt durchgeführt werden kann, wobei insbesondere Auswahl des Problems und Datenbeschaffung sowie Organisation und Durchführung des Projektes von Interesse sind. Um ein größeres Modellierungsprojekt in einer Schule in einem zeitlich angemessenen Rahmen durchzuführen, eignen sich besonders ein oder mehrere Modellierungstage bzw. Projektstage. Sehr wichtig ist es, einen oder mehrere Lehrer an einer Schule als Ansprechpartner und Mitorganisatoren zur Verfügung zu haben. Solche Kontakte resultieren aus Lehrerfortbildungen und Öffentlichkeitsveranstaltungen (wie z.B. *Tag der Mathematik*, *Schülerinnentag*) seitens der TU Kaiserslautern. Die Lehrer kümmern sich an der jeweiligen Schule um die Anmeldung der Schüler bzw. um die Kenntnisnahme der Eltern sowie um zusätzliche Arbeits- und Computerräume. Des weiteren ist es sinnvoll, die Gruppeneinteilung den Lehrern zu überlassen, da diese am besten um die Interessen und Stärken ihrer Schüler wissen. Die Gruppen werden entweder aus Schülern einer kompletten Klasse oder aus Schülern verschiedener Parallelklassen gebildet. Die Betreuung der Gruppen während des Modellierungsprojektes wird von den jeweiligen Fachlehrern, Mitarbeitern der Universität, Studenten (insbesondere Lehramtskandidaten) oder älteren Schülern, die bereits selbst an einem Modellierungsprojekt teilgenommen haben, übernommen. Der Betreuer hat dabei die Aufgabe, die Gruppe in fachlichen Fragen zu unterstützen (Prinzip der minimalen Hilfe) und schwächere Gruppenmitglieder zur Mitarbeit

zu motivieren. Außerdem muss bei der Präsentation der Projektergebnisse am Ende der Modellierungstage jedes Gruppenmitglied einen eigenen Beitrag leisten und einen Teil der Ergebnisse erläutern, was in der Regel der Unterstützung bei der Vorbereitung bedarf.

1. Modellieren mit Schülern: Ziele und Anforderungen

Bei der Umsetzung von Modellierungsprojekten geht es vor allem darum, ein anderes Bild von Mathematik zu vermitteln. Denn Mathematik ist alles andere als langweilig und unverständlich. Wenn den Schülern vor Augen geführt wird, in welchen Bereichen des täglichen Lebens Mathematik eine wichtige Rolle spielt, weckt man deren Interesse und Aufmerksamkeit. Modellierungsprojekte bieten außerdem einen Ansatz zum interdisziplinären Arbeiten, da die Projektthemen in der Regel physikalisch, biologisch oder ökonomisch motiviert sind. Die Themenauswahl führt aber auch mit sich, dass Lösungswege mehrdeutig und vielschichtig sein können. Für die Schüler ist das oftmals eine ganz neue Erkenntnis.

Wir führen nun ein *Modellierungs-Kochrezept* an, das als Anleitung zur Durchführung eines Modellierungsprojektes an einer Schule dienen soll und oben angeführte Punkte nochmals motiviert.

1. Der Betreuer einer Gruppe stellt sein Problem vor.
2. Exakte Erfassung des Problems durch die Gruppenmitglieder.
3. Die mathematische Modellbildung umfasst folgende Unterpunkte:
 - Analyse des Problems
 - Mathematische Beschreibung des Problems
 - Suche nach geeigneten mathematischen Verfahren (komplettes Spektrum des eigenen mathematischen Wissens ausschöpfen)
 - Lösung des (mathem.) Problems; oft mit Hilfe des Computers
4. Interpretation der Lösung im Hinblick auf das ursprüngliche Problem.
5. Beschreibung der eigenen Lösung in einer allgemeinverständlichen Form.

Um die Wichtigkeit des letzten Punktes zu unterstreichen, ist es hilfreich, interessierte Schüler, Kollegen und Eltern zur Abschlusspräsentation einzuladen und die Schüler einen Bericht für die Schülerzeitung erstellen zu lassen.

2. Problemstellung und Ergebnisse

Wie sieht ein Modellierungsprojekt konkret aus? Die von uns ausgewählten Projektthemen haben einen realen Problemkontext und behandeln in der Regel aktuelle Fragestellungen. Wir stellen hier das Beispiel *Personalausweis für Schildkröten* vor. Im Sinne des Artenschutzes will man den illegalen Handel mit wildlebenden Tieren verhindern. Da die bisherige Kennzeichnung der Tiere durch Minisender zu riskant ist (endet für 50% der Tiere tödlich), will man in Zukunft zur besseren Unterscheidung die Form und das Muster des Panzers einer Schildkröte ausnutzen. Die Biologin Dr. Carolin Bender hat sich im Rahmen eines Forschungsprojektes im Jahre 2000 mit dieser Fragestellung auseinandergesetzt, woraus eine Kooperation mit dem Fachbereich Mathematik der TU Kaiserslautern entstand.

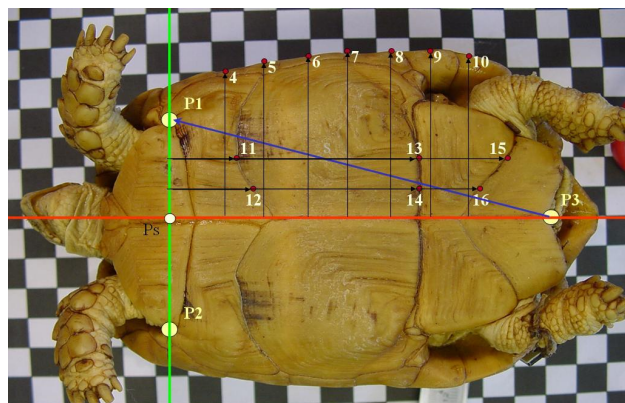


Abbildung 1: Gitter mit markanten Punkten auf dem Bauchpanzer einer Schildkröte.

Der vorgestellte Lösungsansatz von Schülern einer 10. Klasse beruht auf dem Messen von Abstandsverhältnissen auf dem Bauchpanzer. Da diese Verhältnisse unabhängig von der Färbung sind, ist dieser Ansatz gerechtfertigt unter der Annahme, dass die Verhältnisse unabhängig vom Wachstum der Tiere sind. Der Panzer einer Schildkröte wurde mit einem Gitter bedeckt, so dass Streckenverhältnisse an markanten Stellen ermittelt werden konnten. In einer Datenbank wurden diese Verhältnisse abgespeichert und dienten anschließend

zur Identifikation (Personalausweis) einer Schildkröte. Die Bearbeitung dieses Projektes erforderte somit die Kenntnis geometrischer Sachverhalte sowie Computerkenntnisse zum Anlegen von Wertetabellen in Excel.

Es ist zu erwähnen, dass die gleiche Aufgabe auch von Studenten der Mathematik innerhalb eines Modellierungsseminar bearbeitet wurde. Der Lösungsansatz war ähnlich, doch die zur Verfügung stehenden mathematischen Methoden ermöglichten eine detaillierte und automatische Analyse des Schildkrötenpanzers mit Hilfe grafischer Datenverarbeitung.

3. Evaluation

Abschließend diskutieren wir die Eindrücke und Reaktionen der Schüler am Ende des Modellierungsprojektes, die in sehr ähnlicher Form bei zahlreichen anderen Schulprojekten erfolgten. Die Auswertung zeigt vor allem, dass derartige Unterrichtsformen positiv von den Schülern angenommen werden (*Gruppenarbeit, Einbringen eigener Ideen in den Lösungsfindungsprozess, Wunsch nach Wiederholung von Modellierungsprojekten*).

Kriterium	ja bzw. sehr gut	mittelmäßig	nein bzw. schlecht
Zufriedenheit (zu Beginn)	8	14	1
Zufriedenheit (am Ende)	12	10	1
Gruppenarbeit	22	0	1
Ideen einbringen	18	5	0
gemischte Gruppen (Klassen)	5	0	18
Nachmittagsunterricht ok	1	1	21
Bericht/Vortrag stört	0	7	16
Notwendigkeit Computer	21	2	0
Erwerb neuer Computerkenntnisse	13	0	10
Hilfe zur LK-Wahl	10	4	9
Wiederholung?	23	0	0

Tabelle 1: Ergebnisse Schüler-Umfrage nach den Projekttagen

Die Zufriedenheit der Schüler korreliert stark mit der Aufgabenstellung, wobei es schwer ist, Aufgaben zu stellen, die alle Mitglieder einer Gruppe gleichermaßen ansprechen. An dieser Stelle kann nur an die Lehrer appelliert werden, sich dieser Herausforderung zu stellen und kleinere Modellierungsaufgaben regelmäßig in ihren Unterricht zu integrieren.