Untersuchung der Feldqualität kleiner Modenverwirbelungskammern bei elektronischer Feldhomogenisierung

Von der Fakultät Elektrotechnik und Informationstechnik der Technischen Universität Dortmund genehmigte

Dissertation

Zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor der Ingenieurswissenschaften

von

Dipl.-Ing. Martin Alexander Obholz

Dortmund 2011

Tag der mündlichen Prüfung:24.02.2012Hauptreferent:Prof. Dr.-Ing. D. PeierKorreferent:Prof. Dr. rer. nat. A. Enders

Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand in den Jahren 2007 bis 2011 während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl Hochspannungstechnik und EMV, später Lehrstuhl Hochspannungstechnik, der Technischen Universität Dortmund.

In erster Linie danke ich dem ehemaligen Lehrstuhlinhaber Professor Dr.-Ing. Dirk Peier sehr herzlich für die stets konsequente Unterstützung und fachliche Begleitung des gesamten Vorhabens. Ich bedanke mich besonders für die zahlreichen tiefgehenden Diskussionen, durch die ich mich in einem hohen Maße fachlich weiterentwickeln konnte.

Herrn Professor Dr. rer. nat. Achim Enders danke ich sehr herzlich für die Übernahme des Korreferats, seinem Interesse für das Thema und den freundlichen Umgang innerhalb des Promotionsverfahrens.

Mein besonderer Dank gilt den Herren Dr.-Ing. Tobias Eisenburger, Dipl.-Ing. Marc Maarleveld, Dipl.-Ing. Jörg Bärenfänger und Dipl.-Ing. Jonathan Wulff für die geduldige Durchsicht der Dissertationsschrift sowie der moralischen und fachlichen Unterstützung in den schwierigen Phasen der Arbeit.

Außerdem bedanke ich mich bei allen derzeitigen und ehemaligen Mitarbeitern des Lehrstuhls für die angenehme Arbeitsatmosphäre. Der Dank gilt auch den mitarbeitenden Studenten, meinen ehemaligen Diplomanden und Studienarbeitern.

Den Mitarbeitern der mechanischen Werkstatt danke ich für die Fertigung der benötigten Aufbauten, ohne die das Vorhaben nicht durchführbar gewesen wäre.

Meiner Frau Nina möchte ich für ihre Geduld, die moralische Unterstützung und den unschätzbaren Wert einer anderen Perspektive danken.

Abschließend danke ich meinen Eltern für ihre moralische Unterstützung während meines Studiums und der Promotionszeit.

Übersicht

Das resonante Funktionsprinzip einer Modenverwirbelungskammer ermöglicht gerade im Bereich der Störfestigkeit hohe Prüffeldstärken bei niedrigen Eingangsleistungen. Abgesehen von ökonomischen Vorteilen im Hinblick auf die benötigte Verstärkertechnik, lassen sich hierdurch effizient die Störschwellen elektrischer Betriebsmittel ausloten. Der Quotient aus Prüffeldstärke und benötigter HF-Eingangsleistung steigt theoretisch mit sinkender Kammergröße an. Daher wird im Folgenden die Feldqualität innerhalb einer kleinen Modenverwirbelungskammer untersucht.

Hierzu wird ein Hohlraumresonator mit den Kantenabmessungen a = 0.5 m, b = 0.74 m und d = 1.04 m aus verzinktem Stahlblech angefertigt, der im multimodalen Bereich betrieben wird. Theoretisch lassen sich elektrische Feldstärken im zweistelligen V/m-Bereich bei mW-Eingangsleistungen generieren. Die zu erwartende untere Grenzfrequenz der Kammer liegt zwischen 1 GHz und 1.1 GHz.

begrenzten Prüfvolumens werden ausschließlich Auf Grund des sehr elektronische Verwirbelungsverfahren eingesetzt, die zusätzlich eine deutliche Reduktion der üblichen Prüfzeiten bewirken. Die Güte wird mittels einer breitbandigen Postprocessing-Mittelung bestimmt. Da naturgemäß die Güte einer kleinen Kammer relativ niedrig im Vergleich zu großen Versionen ist, werden die Veränderungen bei stark absorbierender Beladung ausgewertet und mit einem theoretischen Grenzfall in Verbindung gebracht. Ebenfalls werden die theoretischen Zusammenhänge zur maßstabsgetreuen Nachbildung der Güte und Modenanzahl einer großen rechteckigen Kammer durch eine kleine Variante ermittelt. Das Verfahren sieht vor, einen Skalierfaktor zu wählen, aus dem sich dann die benötigte Leitfähigkeit, der Betriebsfrequenzbereich und die Abmessungen der skalierten Kammer ergeben.

Da bei kleinen Modenverwirbelungskammern die Sende- und Empfangsantenne einen geringen Abstand zueinander aufweisen, ist die Ausbildung direkter Signalpfade wahrscheinlich. Diese ungewollte Verkopplung ist kontraproduktiv für die Reproduzierbarkeit des Prüffeldes. Unklar ist auch, ob eine Abhängigkeit zum eingesetzten Antennentyp besteht. Daher werden statistische Identifikation direkten Übersprechens Analysen zur eines für eine LogPer-Antennenübertragungsstrecke und zwei kelchförmige Monopolantennen der kleinen in Modenverwirbelungskammer durchgeführt.

Zur praktischen Generierung eines Prüffeldes werden, angelehnt an das breitbandige "frequency stirring", frequenzmodulierte Signale in die Kammer eingespeist und die Feldhomogenität qualitativ beurteilt. Als variabler Parameter steht hierbei der Modulationshub zur Verfügung. Zur Reduktion des Modulationshubs und einer Absenkung der unteren Grenzfrequenz werden Kugelsegmentdiffusoren entwickelt und in die Kammer eingebracht. Hierdurch wird die Modenanzahl angehoben, wodurch sich eine Verbesserung der Feldqualität gerade in den unteren Frequenzbereichen ergibt.

Inhaltsverzeichnis

1	Einl	Einleitung1			
2	Hohlraumresonatoren				
	2.1	Homogene Wellengleichung	4		
	2.2 Feldverteilung der Eigenschwingungen rechteckförmiger Hohlraumresonate		7		
	2.3	Inhomogene Wellengleichung	12		
	2.4	Erzwungene Schwingungen in Hohlraumresonatoren			
3	Gru	Grundlagen der Modenverwirbelungskammer			
	3.1	Modenanzahl und Modendichte	17		
	3.1.1	Rechteckresonator	18		
	3.1.2	2 Kugel- und Zylindergeometrie	21		
	3.2	Statistische Modelle	28		
	3.2.1	Mehrwegeausbreitung ohne direkte Kopplung	29		
	3.2.2	2 Mehrwegeausbreitung mit direkter Kopplung	32		
	3.2.3	B Homogenität und Isotropie der Feldverteilung	33		
	3.2.4	Räumliche Feldverteilung an einer Wand	34		
	3.3	Theoretische Gütefunktion	35		
	3.3.1	Wandverluste	36		
	3.3.2	2 Antennenverluste	37		
	3.3.3	B Aperturverluste	37		
	3.3.4	Minimale Kammergüte	38		
	3.3.5	5 Maximale Kammergüte	41		
	3.4	Praktische Verfahren zur Generierung homogener und isotroper Felder	43		
	3.4.	Mechanische Verfahren	43		
	3.4.2	2 Elektronische Verfahren	44		
4	Einf	luss der Kammerabmessungen	46		
	4.1	Untere Grenzfrequenz	46		
	4.2	Gütefunktion	48		
	4.3	Prüfvolumen	58		
4.4		Elektrische Feldstärke	59		

	4.5 Skalierung der Kammereigenschaften		
5	Feld	qualität in einer kleinen Modenverwirbelungskammer	69
	5.1	Ausbildung direkter Signalpfade	69
	5.2	Anregung mit frequenzmodulierten Signalen	76
	5.2.1	Frequenzmodulierte Signale im Zeit- und Frequenzbereich	77
	5.2.2	2 Verhalten der Feldsonde bei frequenzmodulierter Anregung	80
	5.2.3	B Einfluss des Modulationshubs auf die Feldqualität	82
	5.3	Erhöhung der Modenanzahl zur Verbesserung der Feldqualität	86
5.3.1		Kugelsegmentdiffusor	86
	5.3.2	2 Feldhomogenität	89
6	Zusa	ammenfassung	92
7	Anh	ang	94
7.1 Schnelle Greensche-Funktion		Schnelle Greensche-Funktion	94
7.2		Gemessene mittlere quadratische y- und z- Komponenten der Feldstärke	94
8	Lite	ratur	96

1 Einleitung

Die elektromagnetische Verträglichkeit (EMV) beschreibt die "*Fähigkeit einer elektrischen Einrichtung in ihrer elektromagnetischen Umgebung zufriedenstellend zu funktionieren, ohne diese Umgebung, zu der auch andere Einrichtungen gehören, unzulässig zu beeinflussen.*" [1]. Ausgehend von dieser allgemeinen Forderung hat sich mittlerweile ein umfangreiches Themengebiet entwickelt [2], [3], [4], dass Grundlagenforschungen, industrielle Fragestellungen und normative Reglementierungen abdeckt und miteinander vernetzt. Ein typisches Beispiel für eine derartige Prozessverkettung findet sich in der Entwicklung von flächig abgeschlossenen transversalelektromagnetischen Zellen (FTEM) an der Technischen Universität Dortmund [5], [6].

In aktuellen Vorhaben entwickelt sich die EMV immer mehr zur interdisziplinären Kernkompetenz, die sichere und markttaugliche Produkte garantiert. Exemplarisch ist hierbei der Themenbereich der Elektromobilität zu nennen, bei dem erstmalig Energie-, Kommunikations- und Fahrzeugtechnik in enger Verbindung fusioniert werden. Auf der Fahrzeugseite ist die vollständige Substitution des mechanischen Antriebsstrangs durch elektrische Baugruppen ein zentrales Ziel. Aktuell werden hierzu Leistungselektroniken eingesetzt, die über Zwischenkreisspannungen von mehr als 500 V möglichst verlustarm die benötigten Ströme im elektrischen Antrieb treiben. Die eingesetzten Halbleiterschalter arbeiten hierzu mit Schaltzeiten im ns-Bereich, die zu leitungs- und feldgeführten breitbandigen Störaussendungen führen [7]. Im Zusammenhang mit den entstehenden Strömen sind in den betreffenden Frequenzbändern enorme Amplituden zu erwarten. Gängige Gegenmaßnahmen wie z.B. elektromagnetische Schirmungen [8], [9] stoßen hierbei auf Grund ihres Gewichts, der mechanischen Stabilität und der entstehenden Kosten schnell an ihre Grenzen.

Das vorangegangene Beispiel zeigt, dass in jedem Fall ein Anstieg der Störaussendungen zu erwarten ist, dem in der Prüf- und Messtechnik Rechnung getragen werden muss. Im Bereich der Automobilindustrie ist diese Einschätzung bereits eingegangen, indem immer höhere Grenzwerte zur Fahrzeughomologation gefordert werden. Im Bereich der gestrahlten Störfestigkeit müssen z.B. gepulste Feldstärken von bis zu 600 V/m in Absorberhallen abgebildet werden. Parallel hierzu werden bereits Untersuchungen durchgeführt, um geeignete Verfahren zur aktiven Auslotung der Störschwellen elektrischer Betriebsmittel zu entwickeln [10]. Gerade bei sicherheitsrelevanten Elektroniken können durch diese Vorgehensweise wichtige Informationen gewonnen werden, die weit über den Nachweis einer Grenzwerteinhaltung hinausgehen.

Die Forderung nach immer höheren Prüffeldstärken lässt sich im gestrahlten Bereich nur noch durch sehr hohe Investitionskosten in Verstärkertechnik realisieren [11]. Ursächlich hierfür ist maßgeblich die Tatsache, dass die Prüfungen fast ausschließlich in Absorberhallen durchgeführt werden [12], die einen Großteil der eingespeisten Energie in Wärme umwandeln. Die absorbierenden Wandbelegungen begründen sich durch die Vermeidung ortsabhängiger Feldverteilungen, bedingt durch resonante Vorgänge.

Alternativ zu dieser konventionellen Betrachtung können gerade die naturgemäß gegebenen Resonanzstellen des geschirmten Raums zur Generierung eines Prüffeldes genutzt werden. Das resonante Funktionsprinzips hat zur Folge, dass sich sehr hohe Prüffeldstärken mit geringen Eingangsleistungen erzeugen lassen und die absorbierenden Wandbelegungen entfallen. Typisch für diese Vorgehensweise ist eine Feldverteilung, die sich durch Polarisations-, Richtungs-, und Ortsunabhängigkeit innerhalb eines bestimmten Bereichs auszeichnet. Ein Prüfling wird somit durch ein bereichsweise homogenes und isotropes Feld angeregt.

Im Kontext der EMV werden diese Kammern als Modenverwirbelungskammer oder feldvariable Kammer bezeichnet, die bereits normativ erfasst sind [13]. Ausgehend vom grundlegenden Funktionsprinzip zeigt sich, dass gerade in Bezug zur Identifizierung der Störschwellen von elektrischen Betriebsmitteln die Modenverwirbelungskammer einen hervorragenden "worst-case"-Generator darstellen kann.

Der zentrale Bestandteil einer Modenverwirbelungskammer ist ein beidseitig kurzgeschlossener Hohlleiter [14], der ab einer bestimmten Anregungsfrequenz hochresonante Eigenschaften aufweist [15], [16], [17], [18], [19]. Gerade im Bereich der ersten Resonanzfrequenzen zeigen die Feldüberhöhungen deutlich ortsabhängige Ausprägungen der Feldverteilungen. Wird der Resonator an immer höheren Frequenzen angeregt, so ist eine zunehmende spektrale Verdichtung der Moden zu beobachten. Da nun simultan unterschiedlichste Feldverteilungen am Gesamtfeld partizipieren, wird die eingebrachte Energie auf die einzelnen angeregten Moden verteilt und führt innerhalb eines bestimmten Volumens zur charakteristischen energetisch gemittelten Feldverteilung einer Modenverwirbelungskammer. Ein normativ erfasstes Verfahren zur Maximierung der Anzahl der beteiligten Moden sieht hierfür den Einsatz von mindestens einem metallischen "Modenrührer" vor. Der Rührer wird innerhalb einer Prüfung, entweder schrittweise oder kontinuierlich, um die eigene Achse gedreht. Die Feldqualität ist dann über die Feldstärken an den acht Eckpunkten (optional auch im Zentrum) des vorgesehenen Prüfvolumens nachzuweisen.

Zur praktischen Implementierung einer Modenverwirbelungskammer werden meist konventionelle Schirmkabinen mit Rührvorrichtungen ausgestattet [11]. Prinzipiell können jedoch alle metallisch geschirmten Räume eingesetzt werden, die ausreichende resonante Eigenschaften aufweisen. Ein hierbei eher selten betrachteter Aspekt ist die Tatsache, dass das eigentliche Funktionsprinzip einer Modenverwirbelungskammer keine Abhängigkeit zur Kammergröße aufweist. Somit lassen sich beispielsweise die resonanten Eigenschaften großer metallischer Strukturen auf kleine Kammern übertragen. Eine geometrisch skalierte Nachbildung eines Flugzeugrumpfs zur empirischen Untersuchung der Resonanzfähigkeit einer Flugzeugkabine findet sich beispielsweise in [20].

Für die eigentliche Nutzung als Prüfeinrichtung bieten kleine Kammern den Vorteil, dass bei gleicher Eingangsleistung höhere Feldstärken erzielt werden als dies bei größeren Varianten der Fall ist. Der Gewinn an Messdynamik wird jedoch durch eine Absenkung der erreichbaren Güte und Anhebung der unteren Einsatzfrequenz erkauft. Die zu erwartenden niedrigen Güten können prinzipiell schon bei Beladungen mit kleinen elektrischen Betriebsmitteln zu unreproduzierbaren Feldverhältnissen führen [21]. Die untere Einsatzfrequenz einer Kammer mit einem Volumen von 80 m³ wird in [11] messtechnisch zu 200 MHz ermittelt. Eine deutlich kleinere Kammer mit einem Volumen von 1,4 m³ kann erst ab 870 MHz eingesetzt werden [22]. Zusätzlich reduziert ein mechanischer Modenrührer gerade in sehr kleinen Kammern mit Volumina unter 0,5 m³ das zur Verfügung stehende Prüfvolumen deutlich. Zur bestmöglichen Ausnutzung einer kleinen

Modenverwirbelungskammer ist die Substitution der Rührvorrichtung durch ein elektronisches Verfahren somit ein wichtiger Aspekt, was zusätzlich zu einer drastischen Reduktion der Prüfzeit führt.

Abgesehen von Anregungen oder Belastungen mit verteilten Antennen [17], kann die Kammer mit breitbandigen Signalen angeregt werden [23]. Prinzipiell wird hierbei die Beteiligung einer ausreichenden Modenanzahl am Prüffeld sichergestellt, in dem die Bandbreite des anregenden Signals geeignet gewählt wird. Praktische Implementierungen benutzen beispielsweise bandbegrenzte Rauschsignale [24], die auf eine Trägerfrequenz hoch konvertiert werden.

dieser daher Innerhalb Arbeit werden die Einsatzmöglichkeiten kleiner Modenverwirbelungskammern zur Erzeugung hoher Feldstärken bei breitbandiger Feldhomogenisierung untersucht. Als repräsentative und als grenzwertig zu betrachtende Kammer wird ein Resonator mit den Abmessungen a = 0.5 m, b = 0.74 m und d = 1.04 m konstruiert. Theoretisch und messtechnisch werden die Einflüsse der geometrischen Abmessungen auf wichtige Kennwerte, wie der Güte oder der erreichbaren Prüffeldstärke, dargelegt und ausgewertet. Die praktische Implementierung einer breitbandigen Anregung wird durch frequenzmodulierte Signale realisiert und der Einfluss des Modulationshubs auf die Feldqualität wird messtechnisch erfasst. Zusätzlich werden Kugelsegmentdiffusoren entworfen und in die Kammer eingebracht, um eine Verbesserung der Feldqualität zu erzielen.

2 Hohlraumresonatoren

Ein idealer Hohlraumresonator wird durch einen dielektrisch (verlustfrei) gefüllten Metallkörper gebildet, dessen Wandmaterial eine unendlich hohe Leitfähigkeit aufweist. Wird der Resonator durch einen elektromagnetischen Vorgang angeregt und die Energiezufuhr unterbrochen, so führt er freie Schwingungen aus. Innerhalb dieser Eigenschwingungen wird die eingebrachte Energie zyklisch im elektrischen und magnetischen Feld gespeichert. Die sich ergebenden Konfigurationen der elektrischen und magnetischen Feldstärke lassen sich, bei gegebenen Randbedingungen, aus den Lösungen der homogenen Wellengleichung konstruieren.

Falls sich stromführende Elemente im dielektrischen Gebiet des Hohlraumresonators befinden, so führt dies zu einer erzwungenen Anregung des Resonators. Über die Lösung der inhomogenen Wellengleichung können hier die örtlich aufgelösten Feldkonfigurationen berechnet werden [17].

2.1 Homogene Wellengleichung

Im Gegensatz zu stationären und quasistationären elektromagnetischen Vorgängen, zeichnen sich Wellenvorgänge durch eine kombinierte Orts- und Zeitabhängigkeit aus, wobei das Resultat eine Retardierung der beteiligten Feldkomponenten ist. Für die Herleitung der homogenen Wellengleichung wird von der allgemein gültigen Form der vier Maxwellgleichungen in Differentialoperatorenschreibweise ausgegangen:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho \tag{2.1}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \tag{2.2}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \tag{2.3}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \tag{2.4}$$

 $\vec{\nabla}$ bezeichnet hierbei den Nabla-Operator, der die partielle vektorielle Ableitung in alle Raumrichtungen bewirkt.

Mit den beiden Materialgleichungen

$$\vec{D} = \varepsilon_r \cdot \varepsilon_0 \cdot \vec{E} \tag{2.5}$$

$$\vec{B} = \mu_r \cdot \mu_0 \cdot \vec{H} \tag{2.6}$$

ergibt sich für den ladungsträgerfreien Fall des Vakuums:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \tag{2.7}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{H} = 0 \tag{2.8}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\mu_0 \cdot \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$
(2.9)

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \varepsilon_0 \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}.$$
(2.10)

Hierbei sei angemerkt, dass eine Hinzunahme der Leitungsstromdichte \vec{J} in Gleichung (2.4) zur inhomogenen Wellengleichung führt. Im Folgenden wird die Orts- und Zeitabhängigkeit durch den allgemeinen Ausdruck (\vec{r},t) angedeutet.

Wird die Rotation in Differentialoperatorenschreibweise auf die Gleichungen (2.9) und (2.10) angewendet, so ergibt sich

$$\vec{\nabla} \times \left(\vec{\nabla} \times \vec{E}(\vec{r}, t) \right) = -\mu_0 \cdot \left(\vec{\nabla} \times \frac{\partial \vec{H}(\vec{r}, t)}{\partial t} \right)$$
(2.11)

$$\vec{\nabla} \times \left(\vec{\nabla} \times \vec{H}(\vec{r}, t) \right) = \varepsilon_0 \cdot \left(\vec{\nabla} \times \frac{\partial \vec{E}(\vec{r}, t)}{\partial t} \right).$$
(2.12)

Die linksseitigen Terme können unter Einbeziehung des Entwicklungssatzes [25]

$$\vec{\nabla} \times \left(\vec{\nabla} \times \vec{a}\right) = \vec{\nabla} \cdot \left(\vec{\nabla} \cdot \vec{a}\right) - \Delta \cdot \vec{a}$$
(2.13)

zu

$$\vec{\nabla} \cdot \left(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}(\vec{r}, t) \right) - \Delta \cdot \vec{E}(\vec{r}, t) = -\mu_0 \cdot \left(\vec{\nabla} \times \frac{\partial \vec{H}(\vec{r}, t)}{\partial t} \right)$$
(2.14)

$$\vec{\nabla} \cdot \left(\vec{\nabla} \cdot \vec{H}(\vec{r}, t) \right) - \Delta \cdot \vec{H}(\vec{r}, t) = \varepsilon_0 \cdot \left(\vec{\nabla} \times \frac{\partial \vec{E}(\vec{r}, t)}{\partial t} \right)$$
(2.15)

umgeformt werden. Wobei das Skalarprodukt des Nabla-Operators den Laplace-Operator $\Delta = \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla}$ bildet.

Für das weitere Vorgehen werden die Gleichungen (2.9) und (2.10) partiell nach der Zeit abgeleitet

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\vec{\nabla} \times \vec{E}(\vec{r}, t) \right) = -\mu_0 \cdot \frac{\partial^2 \vec{H}(\vec{r}, t)}{\partial t^2}$$
(2.16)

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\vec{\nabla} \times \vec{H}(\vec{r}, t) \right) = \varepsilon_0 \cdot \frac{\partial^2 \vec{E}(\vec{r}, t)}{\partial t^2}.$$
(2.17)

Nach [25] kann die zeitliche Ableitung der rechten Seite in den Gleichungen (2.14) und (2.15) vor die gebildete Rotation gezogen werden und führt somit zu

$$\vec{\nabla} \cdot \left(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}(\vec{r}, t) \right) - \Delta \cdot \vec{E}(\vec{r}, t) = -\mu_0 \cdot \frac{\partial}{\partial t} \left(\vec{\nabla} \times \vec{H}(\vec{r}, t) \right)$$
(2.18)

$$\vec{\nabla} \cdot \left(\vec{\nabla} \cdot \vec{H}(\vec{r}, t) \right) - \Delta \cdot \vec{H}(r, t) = \varepsilon_0 \cdot \frac{\partial}{\partial t} \left(\vec{\nabla} \times \vec{E}(\vec{r}, t) \right).$$
(2.19)

Durch die Forderungen nach Ladungsträgerfreiheit (2.7) und Quellenfreiheit des magnetischen Feldes (2.8) vereinfachen sich die Gleichungen (2.18) und (2.19) zu

$$-\Delta \cdot \vec{E}(\vec{r},t) = -\mu_0 \cdot \frac{\partial}{\partial t} \left(\vec{\nabla} \times \vec{H}(\vec{r},t) \right)$$
(2.20)

$$-\Delta \cdot \vec{H}(\vec{r},t) = \varepsilon_0 \cdot \frac{\partial}{\partial t} \left(\vec{\nabla} \times \vec{E}(\vec{r},t) \right).$$
(2.21)

Die Bedingungen der Gleichungen (2.16) und (2.17) werden in die Gleichungen (2.21) und (2.22) eingesetzt

$$\Delta \cdot \vec{E}(\vec{r},t) = \mu_0 \cdot \varepsilon_0 \cdot \frac{\partial^2 \vec{E}(\vec{r},t)}{\partial t^2}$$
(2.22)

$$\Delta \cdot \vec{H}(\vec{r},t) = \varepsilon_0 \cdot \mu_0 \cdot \frac{\partial^2 \vec{H}(\vec{r},t)}{\partial t^2}$$
(2.23)

und liefern Ausdrücke für die elektrische und magnetische Feldstärke. Die Verkopplung beider Feldgrößen ist nach wie vor implizit durch die Maxwell-Gleichungen gegeben.

Nach üblicher Vorgehensweise wird die Zeitabhängigkeit der Feldkomponenten über einen Exponentialansatz mit $e^{-j\omega t}$ unterdrückt. Die Separation nach Ort und Zeit ergibt dann für die elektrischen und magnetischen Feldkomponenten folgende Zusammenhänge:

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}(\vec{r}) \cdot e^{-j\omega t}$$
(2.24)

$$\vec{H}(\vec{r},t) = \vec{H}(\vec{r}) \cdot e^{-j\omega t}$$
(2.25)

Werden die beiden Ansätze jeweils in Gleichung (2.22) und (2.23) eingesetzt und die zeitlich partiellen Ableitungen der Exponentialfunktion gebildet, so ergibt sich

$$\Delta \cdot \vec{E}(\vec{r}) = -\frac{\omega^2}{c_0^2} \cdot E(\vec{r})$$
(2.26)

$$\Delta \cdot \vec{H}(\vec{r}) = -\frac{\omega^2}{c_0^2} \cdot H(\vec{r}), \qquad (2.27)$$

wobei die Vakuumlichtgeschwindigkeit c_0 über

$$c_0^2 = \frac{1}{\mu_0 \cdot \varepsilon_0} \tag{2.28}$$

eingeflossen ist.

Mit der Wellenzahl k

$$k = \frac{\omega}{c_0} \tag{2.29}$$

ergeben sich dann die bekannten Differentialgleichungen zweiter Ordnung (Helmholtz-Typ) für die elektrische und magnetische Feldstärke

$$\Delta \cdot \vec{E}(\vec{r}) + k^2 \cdot \vec{E}(\vec{r}) = 0 \tag{2.30}$$

$$\Delta \cdot \vec{H}(\vec{r}) + k^2 \cdot \vec{H}(\vec{r}) = 0.$$
(2.31)

2.2 Feldverteilung der Eigenschwingungen rechteckförmiger Hohlraumresonatoren

Die Ermittlung der ortsabhängigen Feldverteilungen erfolgt durch die Lösung der homogenen Wellengleichung bei gegebenen Randbedingungen [26], [27]. Eine häufig anzutreffende Vorgehensweise konstruiert dabei zunächst die Feldkonfigurationen für einen zylindrischen oder im Querschnitt rechteckigen Hohlleiter.

Die Wände des Hohlleiters weisen eine unendlich hohe Leitfähigkeit auf und sowohl Hohlleiter als auch der betrachtete Wellenvorgang sind in z-Richtung orientiert. An den Wänden müssen die Tangentialkomponenten des elektrischen Feldes und die Normalenkomponenten des magnetischen Feldes verschwinden,

$$\vec{n} \times \vec{E} = 0 \tag{2.32}$$

$$\vec{n} \cdot \vec{H} = 0 \tag{2.33}$$

wobei n der Flächennormalenvektor ist.

Die relevanten Wellenvorgänge werden als transversal-elektrisch (TE) bezeichnet, falls im dielektrisch gefüllten Teil des Hohlleiters keine elektrische Feldkomponente E_z in z-Richtung existiert. Analog hierzu werden, bei fehlender magnetischer Feldkomponente H_z , die Vorgänge transversal magnetisch (TM) genannt. In [26] wird gezeigt, dass die Kenntnis der Feldkomponenten in z-Richtung ausreicht, um die transversalen Anteile zu berechnen.

Im Folgenden wird ein im Querschnitt rechteckiger Hohlleiter betrachtet, der vom Ursprung eines kartesischen Koordinatensystems die Abmessungen a (x-Richtung), b (y-Richtung) und d (z-Richtung) aufweist. Für die Abmessungsproportionen gilt $a \le b \le d$.

Wird der Hohlleiter an den Punkten z = 0 und z = d mittels einer ideal leitenden Fläche verschlossen, entsteht ein Hohlraumresonator. Die Superposition der Hohlleiterwellen in positiver und negativer z-Richtung ergibt dann die gesuchten Feldkonfigurationen des Hohlraumresonators für den frei schwingenden Fall.

Direkte Lösungen der skalaren homogenen Wellengleichung

$$\left(\Delta + k_{xyz}^2\right) \cdot E_{zmnp}^{TM} = 0 \tag{2.34}$$

$$\left(\Delta + k_{xyz}^2\right) \cdot H_{zmnp}^{TE} = 0.$$
(2.35)

lassen sich direkt aus

$$E_{zmnp}^{TM} = E_0 \cdot \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cdot \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \cdot \cos\left(\frac{p\pi z}{d}\right)$$
(2.36)

$$H_{zmnp}^{TE} = H_0 \cdot \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cdot \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \cdot \sin\left(\frac{p\pi z}{d}\right)$$
(2.37)

den Lösungen für die z-Komponente des elektrischen und magnetischen Feldes bilden [27],

wobei sich mit den Wellenzahlen
$$k_x = \left(\frac{m\pi}{a}\right), k_y = \left(\frac{n\pi}{b}\right)$$
 und $k_z = \left(\frac{p\pi}{d}\right)$ die Eigenwerte
 $k_{xyz}^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2$ (2.38)

von Gleichung (2.30) und (2.31) ergeben. Das Zahlentripel m, n und p bestimmt die Anzahl der Halbwellen, die abhängig von der Resonanzfrequenz

$$f_{res} = \frac{c_0}{2} \cdot \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 + \left(\frac{p}{d}\right)^2}$$
(2.39)

innerhalb der jeweiligen Raumrichtung liegen. Die zulässigen Kombinationen des Tripels für transversal elektrische Moden lauten

$$m = 1, 2, 3..., n = 1, 2, 3..., p = 0, 1, 2...$$
 (2.40)

Unter Ausschluss von m = n = 0 gilt für transversal magnetische Moden

$$m = 0, 1, 2..., n = 0, 1, 2..., p = 1, 2, 3...$$
 (2.41)

Für m, n und p > 0 bildet sich eine transversal elektrische und eine transversal magnetische Mode aus, wodurch E_z und H_z gleichzeitig auftreten.

Zur Bestimmung der verbleibenden transversalen Feldkomponenten werden in [27] die folgenden zwei Ausdrücke

$$\vec{\Pi}_{emnp} = \frac{E_{zmnp}^{TM}}{k_{mnp}^2 - k_z^2} \cdot \vec{e}_z$$
(2.42)

$$\vec{\Pi}_{hmnp} = \frac{H_{zmnp}^{TE}}{k_{mnp}^2 - k_z^2} \cdot \vec{e}_z$$
(2.43)

in

$$\vec{E} = \vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{\Pi}_{emnp} \tag{2.44}$$

$$\vec{H} = -j\omega\varepsilon_0 \cdot \left(\vec{\nabla} \times \vec{\Pi}_{hmnp}\right)$$
(2.45)

eingesetzt.

Hieraus ergeben sich die bekannten Lösungen der ortsabhängigen elektrischen und magnetischen Felder eines quellenfreien rechteckförmigen Hohlraumresonators in kartesischen Koordinaten [27]. Für transversal magnetische Moden folgt mit der Lösung in z-Richtung (2.36):

$$E_{xmnp}^{TM} = -E_0 \cdot \left(\frac{k_x k_z}{k_{xyz}^2 - k_z^2}\right) \cdot \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \sin\left(\frac{p\pi z}{d}\right)$$
(2.46)

$$E_{ymnp}^{TM} = -E_0 \cdot \left(\frac{k_y k_z}{k_{xyz}^2 - k_z^2}\right) \cdot \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \sin\left(\frac{p\pi z}{d}\right)$$
(2.47)

$$H_{xmnp}^{TM} = -j2\pi f_{res}\varepsilon_0 E_0 \cdot \left(\frac{k_y}{k_{xyz}^2 - k_z^2}\right) \cdot \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \cos\left(\frac{p\pi z}{d}\right)$$
(2.48)

$$H_{ymnp}^{TM} = j2\pi f_{res} \varepsilon_0 E_0 \cdot \left(\frac{k_x}{k_{xyz}^2 - k_z^2}\right) \cdot \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \cos\left(\frac{p\pi z}{d}\right)$$
(2.49)

Durch ein analoges Vorgehen ergibt sich mit der Anfangslösung (2.37) für die transversal elektrischen Moden:

$$E_{xmnp}^{TE} = -j2\pi f_{res}\mu_0 H_0 \cdot \left(\frac{k_y}{k_{xyz}^2 - k_z^2}\right) \cdot \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \sin\left(\frac{p\pi z}{d}\right)$$
(2.50)

$$E_{ymnp}^{TE} = -j2\pi f_{res} \mu_0 H_0 \cdot \left(\frac{k_x}{k_{xyz}^2 - k_z^2}\right) \cdot \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \sin\left(\frac{p\pi z}{d}\right)$$
(2.51)

$$H_{xmnp}^{TE} = -H_0 \cdot \left(\frac{k_x k_y}{k_{xyz}^2 - k_z^2}\right) \cdot \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \cos\left(\frac{p\pi z}{d}\right)$$
(2.52)

$$H_{ymnp}^{TE} = -H_0 \cdot \left(\frac{k_y k_z}{k_{xyz}^2 - k_z^2}\right) \cdot \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \sin\left(\frac{p\pi z}{d}\right)$$
(2.53)

Werden die Beträge der elektrischen Feldstärke an vier Resonanzfrequenzen für einen Hohlraumresonator mit den Abmessungen a = 0.5 m, b = 0.74 m und d = 1.04 m berechnet und grafisch dargestellt, so ergeben sich die Feldverteilungen aus Abbildung 2.1.



Abbildung 2.1: Darstellung des Betrags der elektrischen Feldstärke auf 3 Schnittebenen innerhalb eines rechteckigen Hohlraumresonators, Eigenschwingungen bei 361,5 MHz (TM), 415,9 MHz (TE), 1210,5 MHz (TM) und 2779,8 MHz (TM)

Es ist erkennbar, dass jedes Tripel der Modenindizes und somit jeder Eigenwert k_{xyz} der Lösung der homogenen Wellengleichung mit einer charakteristischen Konfiguration des Feldstärkebetrags verbunden ist.

Die bisherige Annahme eines gänzlich verlustfreien Systems führt zu nicht abklingenden Schwingvorgängen, da innerhalb einer Periodendauer die gespeicherte Energie $W_{gespeichert}$ vollständig erhalten bleibt. Werden jedoch Verlustmechanismen berücksichtigt, so lässt sich ein allgemein gültiges Qualitätsmaß Q (Güte) definieren:

$$Q = 2\pi \cdot \left(\frac{W_{gespeichert}}{W_{Verlust}}\right),\tag{2.54}$$

wobei $W_{Verlust}$ den innerhalb einer Periodendauer entzogenen Energieanteil $\left(-\frac{\delta W}{\delta t}\right)$ beschreibt.

Somit kann für ein endliches Q die Relaxationszeit τ angegeben werden, an der die gespeicherte Energie an der entsprechenden Resonanzstelle auf den 1/e-Teil abgefallen ist [28]

$$\tau = \frac{Q}{2\pi f} \,. \tag{2.55}$$

Wird bei einem rechteckförmigen Hohlraumresonator eine endliche aber ausreichend hohe Wandleitfähigkeit κ angenommen, so können die modalen Güten für unterschiedliche Modentripel angegeben werden [29]:

$$Q_{0np}^{TE} = \frac{Z_0 \cdot V \cdot k_{xyz}^3}{2R(bd \cdot k_{xyz}^2 + 2ad \cdot k_y^2 + 2ab \cdot k_z^2)}$$
(2.56)

$$Q_{m0p}^{TE} = \frac{Z_0 \cdot V \cdot k_{xyz}^3}{2R(ad \cdot k_{xyz}^2 + 2bd \cdot k_y^2 + 2ab \cdot k_z^2)}$$
(2.57)

$$Q_{mnp}^{TE} = \frac{Z_0 \cdot V \cdot k_{xy}^2 \cdot k_{xyz}^3}{4R \cdot [bd \cdot (k_{xy}^4 + k_y^2 k_z^2) + ad \cdot (k_{xy}^4 + k_x^2 k_z^2) + ab \cdot k_{xy}^2 \cdot k_z^2]}$$
(2.58)

$$Q_{mn0}^{TM} = \frac{Z_0 \cdot V \cdot k_{xyz}^3}{2R(ab \cdot k_{xyz}^2 + 2bd \cdot k_x^2 + 2ad \cdot k_y^2)}$$
(2.59)

$$Q_{mnp}^{TM} = \frac{Z_0 \cdot V \cdot k_{xy}^2 \cdot k_{xyz}}{4R \cdot [b \cdot (a+d) \cdot k_x^2 + a \cdot k_y^2 \cdot (b+d)]},$$
(2.60)

mit dem Resonatorvolumen V, der Wellenzahl $k_{xy} = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$ und dem Oberflächenwiderstand R, der sich abhängig von der äquivalenten Leitschichtdicke $s = \sqrt{\frac{1}{\pi \cdot f \cdot \mu_0 \cdot \kappa}}$ [14] zu

$$R = \frac{1}{\kappa \cdot s} \tag{2.61}$$

ergibt. Exemplarisch werden für drei transversal magnetische Moden (Abbildung 2.1) des vorher beschriebenen Hohlraumresonators die erreichbaren Güten über der Leitfähigkeit κ angegeben.



Abbildung 2.2: Modale Güten der TM-Schwingungen eines Hohlraumresonators mit a = 0,5 m, b = 0,74 m und d = 1,04 m über der Leitfähigkeit des Wandmaterials

2.3 Inhomogene Wellengleichung

Die Herleitung der homogenen Wellengleichung beruht auf der Annahme, dass keine aktiven Stromquellen im betrachteten Gebiet vorhanden sind. Unter der Annahme, dass stromführende Elemente (z.B. Antennen oder Drahtstrukturen) nicht vernachlässigbar sind, wird Gleichung (2.10) um die Stromdichte \vec{J} zu

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \varepsilon_0 \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$
(2.62)

erweitert. Die Annahmen der Ladungsträgerfreiheit und Vakuum im dielektrischen Raum bleiben in der folgenden Herleitung bestehen. Durch die Unterdrückung der Zeitabhängigkeit ergibt sich für die Gleichungen (2.3)

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}(\vec{r}) = j\omega\mu_0 \vec{H}(\vec{r}) \tag{2.63}$$

und (2.4)

$$\vec{\nabla} \times \vec{H}(\vec{r}) = \vec{J}(\vec{r}) - j\omega\varepsilon_0 \vec{E}(\vec{r}) \,. \tag{2.64}$$

Die Anwendung der Rotation auf beide Gleichungen führt zu den folgenden Ausdrücken:

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E}(\vec{r}) = j\omega\mu_0 \left(\vec{\nabla} \times \vec{H}(\vec{r})\right)$$
(2.65)

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{H}(\vec{r}) = \vec{\nabla} \times \left(\vec{J}(\vec{r}) - j\omega\varepsilon_0\vec{E}(\vec{r})\right)$$
(2.66)

Mit der Ausnutzung von

$$\vec{\nabla} \times \left(\vec{a} + \vec{b} \right) = \left(\vec{\nabla} \times \vec{a} \right) + \left(\vec{\nabla} \times \vec{b} \right)$$
(2.67)

und einsetzen der Gleichung (2.63) in (2.66), sowie (2.64) in (2.65), ergeben sich die inhomogenen Wellengleichungen für das elektrische und magnetische Feld:

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E}(\vec{r}) - k^2 \vec{E}(\vec{r}) = j\omega\mu_0 \vec{J}(\vec{r})$$
(2.68)

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{H}(\vec{r}) - k^2 \cdot \vec{H}(\vec{r}) = \left(\vec{\nabla} \times \vec{J}(\vec{r})\right)$$
(2.69)

2.4 Erzwungene Schwingungen in Hohlraumresonatoren

Wenn die Greensche-Funktion $\vec{G}_e(\vec{r},\vec{r'})$ des elektrischen Felds bekannt ist, kann über das Quellvolumen V' des Stromelements integriert werden und es ergibt sich im Bereich des quellenfreien Gebiets (\vec{r} außerhalb von V') [30]:

$$\vec{E}(r) = j\omega\mu_0 \iiint_{V'} \vec{G}_e(\vec{r}, \vec{r'}) \cdot \vec{J}(\vec{r'}) dV'$$
(2.70)

In [23] wird für den rein theoretischen Fall eines 2-dimensionalen Hohlraumresonators die z-Komponente der elektrischen Feldstärke bestimmt. Der Resonator wird über ein ideales Linienstromelement an der Koordinate x_0 und y_0 angeregt, wobei Abhängigkeiten von der *z*-Koordinate nicht erfasst werden.



Abbildung 2.3: Theoretischer 2-dimensionaler Hohlraumresonator mit einem Linienstromelement bei x_0 und y_0 , Kantenabmessungen a und b [23]

Im Fall eines 3-dimensionalen Resonators entspricht dies Feldbeiträgen durch reine TM-Moden (p = 0). Da es sich bei der anregenden Quelle um ein ideales Linienelement handelt und somit eine Volumenintegration nach (2.70) nicht nötig ist, kann die inhomogene Wellengleichung direkt für die *z*-Komponente der elektrischen Feldstärke mit $k_{xy}^2 = \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0$ gelöst werden:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + k_{xy}^2\right) \cdot E_z = -j\omega\mu_0 I_0 \delta(x - x_0) \delta(y - y_0), \qquad (2.71)$$

wobei I_0 die Amplitude des Stroms innerhalb des Linienelements beschreibt.

Die Lösung der inhomogenen Wellengleichung ergibt dann zunächst die folgende Variante [23]:

$$E_{z} = \frac{4j\omega\mu_{0}I_{0}}{ab}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\left|\frac{\sin\left(\frac{m\pi x_{0}}{a}\right)\cdot\sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right)\cdot\sin\left(\frac{n\pi y_{0}}{b}\right)\cdot\sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right)}{k_{xy}^{2}-\left(\frac{m\pi}{a}\right)^{2}-\left(\frac{n\pi}{b}\right)^{2}}\right|$$
(2.72)

Die Auswertung des Zählers zeigt direkt, dass die tangentiale Feldkomponente des elektrischen Felds an den idealleitfähigen Flächen nach Randbedingung (2.32) verschwindet. Im Nenner ergeben sich an den Resonanzfrequenzen Nullstellen $\left(k_{xy}^2 = \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2\right)$, die eine direkte Auswertung von Gleichung (2.72) erschweren. Die angesprochene Konvergenzproblematik kann durch die Einführung einer komplexen Wellenzahl k_k mit

$$k_{k,xy} = k_{xy}^2 \left(1 - \frac{j}{2Q} \right)$$
 (2.73)

umgangen werden. Die Substitution der Wellenzahl in Gleichung (2.72) durch den komplexen Ausdruck in (2.73) unterbindet das Auftreten von Singularitäten an den Resonanzstellen. Alternativ zu (2.73) gibt es weitere Ausdrücke für die komplexe Wellenzahl [31], die allerdings bei ausreichend hohen Werten für die Güte Q (z.B. Q = 80000) vergleichbare Resultate liefern. Durch die Annahme einer begrenzten Güte bleibt zusätzlich die modale Bandbreite

$$f_{BW} = \frac{f_{res}}{Q} \tag{2.74}$$

beschränkt, wodurch prinzipiell eine Annäherung an reale Systeme gefördert wird. Dennoch herrscht der theoretische Aspekt vor, da Güten dieser Größenordnung bei kleinen Hohlraumresonatoren praktisch kaum zu erreichen sind (Abbildung 2.2).

Für die rechnergestützte Auswertung ist Gleichung (2.72) nur bedingt geeignet, da je nach betrachteter Frequenz, die Rechenzeiten deutlich ansteigen können. Eine Implementierung aus [27], die für den 2-dimensionalen Fall nur eine Summe benötigt, ist dem Anhang in Kapitel 7.1 zu entnehmen.

Im Folgenden werden einige berechnete Feldverteilungen innerhalb der x-y-Schnittebene eines 2dimensionalen Hohlraumresonators mit a = 0,5 m und b = 0,74 m angegeben. Abbildung 2.4 zeigt bei einer Anregungsfrequenz von 1210,5 MHz (TM₃₄₀) den Einfluss der Positionierung des Stromelements auf $|E_z(x, y)|$.



Abbildung 2.4: zweidimensionale Feldverteilungen bei einer anregenden Frequenz von ca. 1210,5 MHz, Q = 1000001) Stromelement bei $x_0=0,15$ m, $y_0=0,15$ m 2) Stromelement bei $x_0=0,35$ m, $y_0=0,35$ m 3) Stromelement bei $x_0=0,05$ m, y=0,05 m

Aus allen drei Feldbildern wird ersichtlich, dass bei angeregtem Hohlraumresonator die Feldkonfigurationen deutliche Ähnlichkeiten zum freischwingenden Fall der TM-Mode aus Abbildung 2.1 aufweisen. Zusätzlich zeigen sich nur geringe Beeinflussungen der Feldverteilungen durch unterschiedliche Lagen des Stromelements. In Abbildung 2.4 treten im zweiten Feldbild die größten Abweichungen auf, da sich das Stromelement in der Nähe einer Feldsenke befindet. Die

ungestörtesten Feldkonfigurationen entstehen bei Positionierungen in oder in der Nähe der Feldmaxima, was aus dem ersten und dritten Feldbild in Abbildung 2.4 hervorgeht.

Wird die Position 3) des Stromelements aus Abbildung 2.4 beibehalten, so können die Feldbilder an weiteren Resonanzstellen berechnet werden.



Abbildung 2.5: Feldverteilungen für Q = 100000 bei unterschiedlichen Resonanzfrequenzen m = 1, n = 1, Konvergenz bei m > 22) m = 3, n = 3, Konvergenz bei m > 63) m = 5, n = 5, Konvergenz bei m > 9

Die Feldkonfigurationen aus Abbildung 2.5 erfüllen alle die theoretische Erwartung und stützen somit die Gültigkeit der Formel (2.72) für die gegebene Konfiguration.

Bis zu diesem Punkt sind ausschließlich Anregungsfrequenzen betrachtet worden, die sich exakt an einer Resonanzstelle befinden. Für den Fall, dass die Anregungsfrequenz um 5 MHz von der Resonanzfrequenz der TM_{430} -Mode (ca. 1344,4 MHz) verschoben ist, zeigt Abbildung 2.6 zwei exemplarische Feldverteilungen.

1)





Die Berechnung der Feldverteilung für einen 2-dimensionalen Hohlraumresonator verdeutlicht einige grundlegende Eigenschaften, wenn Strom durchflossene Elemente Schwingungen in Resonatoren erzwingen. Für ein in z-Richtung orientiertes Stromelement an der Position $x_0 = 0,05$ m und $y_0 = 0,05$ m innerhalb eines Resonators mit den Kantenlängen a = 0,5 m und b = 0,74 m, werden die theoretischen Erwartungen erfüllt, falls transversal magnetische Vorgänge betrachtet werden. Allerdings kommen in praktischen Szenarien beliebig orientierte und ausgedehnte Stromelemente, wie z.B. Antennen oder Blechstrukturen, zum Einsatz, deren Verhalten deutlich komplexer als der hier betrachtete Fall ist.

3 Grundlagen der Modenverwirbelungskammer

Die bisherigen Betrachtungen zum Hohlraumresonator stützen sich auf Auswertungen an diskreten Frequenzen, die mit direkt nachvollziehbaren Feldverteilungen verknüpft sind. Charakteristisch für alle Feldkonfigurationen ist ein zyklisches Auftreten ortsabhängiger Feldminima und -maxima im Inneren des Hohlraumresonators.

Eine simultane Anregung mehrerer Feldkonfigurationen, wobei die eingespeiste Energie anteilig in die verschiedenen Moden eingebracht wird, bewirkt eine zunehmende Ortsunabhängigkeit der elektrischen Feldstärke, da die vormalige klare Ausprägung der Feldmaxima und Minima einer energetischen Mittelung weicht. Setzt sich das resultierende Gesamtfeld somit aus einer Vielzahl unabhängiger Feldverteilungen, deren einzelner Beitrag zum Gesamtfeld allerdings nur gering ist, zusammen, so bildet sich das systemspezifische Verhalten einer Modenverwirbelungskammer (feldvariable Kammer, *engl.:* reverberation chamber) aus.

Die idealisierte Modenverwirbelungskammer stellt innerhalb eines definierten Volumens eine Feldverteilung bereit, die sich somit durch Ortsunabhängigkeit (Homogenität) und Gleichförmigkeit (Isotropie) der Feldstärke auszeichnet [32]. Zur Annäherung realer Kammern an den idealen Zustand sind verschiedene Verfahren einsetzbar, die alle eine Beteiligung möglichst vieler unabhängiger Moden am resultierenden Gesamtfeld sicherstellen sollen.

Im Kontext der elektromagnetischen Verträglichkeit erweist sich die Modenverwirbelungskammer als äußerst vielversprechend, da durch den hochresonanten Systemcharakter bereits mit sehr kleinen Verstärkereingangsleistungen sehr hohe Prüffeldstärken, bzw. Messdynamiken, generiert werden können. Zusätzlich wird in verschiedenen gestrahlten Prüfungen die Problematik des steigenden Antennengewinns bei hohen Frequenzen reduziert.

3.1 Modenanzahl und Modendichte

In mehreren Literaturstellen [11], [18], [19] wird die Generierung homogener und isotroper Feldverteilungen mit einer ausreichenden Anzahl an existenten Moden in Verbindung gebracht. Die Modenanzahl N(f) kann somit als ein Indiz zur Abschätzung der unteren Einsatzfrequenz f_{LUF} einer

Modenverwirbelungskammer herangezogen werden. Die Ermittlung von N(f) kann bei Kenntnis der existenten Moden durch eine einfache Zählung erfolgen. Prinzipiell ist jedoch ein geschlossener analytischer Ausdruck als Annäherung wünschenswert.

In jedem Fall ist eine Maximierung der Modenanzahl einer metallischen Struktur zielführend wenn eine Nutzung als Modenverwirbelungskammer im Vordergrund steht. Eine direkte Einflussnahme kann durch die Formgebung, sowie durch die Auslegung der geometrischen Verhältnisse erfolgen.

3.1.1 Rechteckresonator

In [33] wird die exakte Modenanzahl über eine Aufsummation der Beiträge der einzelnen Modentypen eines rechteckförmigen Resonators ermittelt, wobei sich die separaten Anteile, abhängig von der Wellenzahl $k = k_{xyz}$ (Gleichung (2.38)), wie folgt zusammensetzen:

Modentripel	Modentyp	Feldkomponenten	Modenanzahl
$m \ge 1, n \ge 1, p \ge 1$	TM _{mnp}	$E_{\rm x}, E_{\rm y}, E_{\rm z}, H_{\rm x}, H_{\rm y}$	$N_1(k)$
$m \ge 1, n \ge 1, p \ge 1$	TE_{mnp}	$E_{\rm x}, E_{\rm y}, H_{\rm x}, H_{\rm y}, {\rm H}_{\rm z}$	$N_2(k)$
$m \ge 1, n \ge 1, p = 0$	TM _{mn0}	$E_{\rm z}, H_{\rm x}, H_{\rm y}$	$N_3(k)$
$m = 0, n \ge 1, p \ge 1$	TE _{0np}	$E_{\rm x}, H_{\rm y}, H_{\rm z}$	$N_4(k)$
$m \ge 1, n = 0, p \ge 1$	TE _{m0p}	$E_{\rm y}, H_{\rm x}, {\rm H_z}$	$N_5(k)$

Tabelle 3.1: Beiträge der einzelnen Modentypen zur Modenanzahl

Die gesamte Modenanzahl N(k) bis zur Wellenzahl k, oder alternativ umgerechnet bis zur Frequenz f, ergibt sich dann direkt zu

$$N(k) = N_1(k) + N_2(k) + N_3(k) + N_4(k) + N_5(k), \qquad (3.1)$$

wobei die ersten zwei Terme auf Grund der Koexistenz von TE- und TM-Moden gleiche Beiträge liefern und somit zusammengefasst werden können:

$$N(k) = 2 \cdot N_1(k) + N_3(k) + N_4(k) + N_5(k)$$
(3.2)

Unter zu Hilfenahme eines dreidimensionalen euklidischen Koordinatensystems, dessen Achsen durch die Wellenzahlen k_x , k_y und k_z gebildet werden, lässt sich die Modenanzahl dann mit der Einheitssprungfunktion

$$\sigma(x) = \begin{cases} 1, x > 0\\ 0, sonstige \end{cases}.$$
(3.3)

als Summe aller zulässigen m-, n- und p-Kombinationen im ersten Oktanten (nur positive Wellenzahlen) schreiben [33]:

$$N(k) = \frac{1}{4} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sigma(k - k_{mnp})$$

$$-\frac{1}{4} \left[\sum_{m=-\infty}^{\infty} \sigma(k - k_{m00}) + \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sigma(k - k_{0n0}) + \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sigma(k - k_{00p}) \right]$$

$$+\frac{1}{2} \sigma(k - k_{000})$$
(3.4)

Aus der Gleichung (3.4) lässt sich direkt die Modendichte D(k) gewinnen, in dem N(k) nach der Wellenzahl abgeleitet wird:

$$D(k) = \frac{N(k)}{dk} = \frac{1}{4} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{p=-\infty}^{\infty} \delta(k - k_{mnp}) - \frac{1}{4} \left[\sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(k - k_{m00}) + \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(k - k_{0n0}) + \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(k - k_{00p}) \right] + \frac{1}{2} \delta(k - k_{000})$$
(3.5)

Mittels der ein- und dreidimensionalen Poisson-Formel lassen sich die Summenterme aus Gleichung (3.5) in einen geglätteten und fluktuierenden Anteil aufspalten [33]. Für den geglätteten Anteil ergibt sich:

$$D_g(k) = abd \frac{k^2}{\pi^2} - \frac{a+b+d}{2\pi} + \frac{1}{2}\delta(k)$$
(3.6)

Der fluktuierende Anteil erscheint deutlich komplizierter:

$$D_{f}(k) = abd \frac{k^{2}}{\pi^{2}} \cdot \sum_{\substack{m=-\infty \\ 0 \notin m}}^{\infty} \sum_{\substack{p=-\infty \\ 0 \notin p}}^{\infty} \sum_{\substack{p=-\infty \\ 0 \notin p}}^{\infty} \frac{\sin(2\sqrt{a^{2}m^{2}} + b^{2}n^{2} + d^{2}p^{2} \cdot k)}{2\sqrt{a^{2}m^{2}} + b^{2}n^{2} + d^{2}p^{2} \cdot k}$$

$$-\left(\frac{a}{2\pi} \sum_{\substack{m=-\infty \\ 0 \notin m}}^{\infty} \cos(2amk) + \frac{b}{2\pi} \sum_{\substack{n=-\infty \\ 0 \notin n}}^{\infty} \cos(2bnk) + \frac{d}{2\pi} \sum_{\substack{p=-\infty \\ 0 \notin p}}^{\infty} \cos(2dpk)\right)$$
(3.7)

Die gesamte Modendichte ist folglich die Summe der beiden Anteile:

$$D(k) = D_g(k) + D_f(k)$$
(3.8)

Die Modenanzahl N(k) ergibt sich dann als Integral von 0 bis k über D(k), wobei die Trennung des geglätteten vom fluktuierenden Anteil erhalten bleibt. Die Integration von Gleichung (3.6) ergibt dann den geglätteten Anteil der Modenanzahl [33]

$$N_g(k) = \frac{abd}{3\pi^2} \cdot k^3 - \frac{a+b+d}{2\pi} \cdot k + \frac{1}{2}.$$
 (3.9)

Nach einem analogen Vorgehen gilt für den fluktuierenden Teil [29]:

$$N_{f}(k) = \frac{abd}{4\pi^{2}} \cdot k^{2} \sum_{\substack{m=-\infty\\0 \notin m}}^{\infty} \sum_{\substack{n=-\infty\\0 \notin p}}^{\infty} \sum_{\substack{p=-\infty\\0 \notin p}}^{\infty} \frac{1}{r_{mnp}^{2}} \left[\frac{\sin(2r_{nmp}k)}{2r_{nmp}k} - \cos(2r_{nmp}k) \right]$$
(3.10)

$$-\frac{1}{4\pi}\left(\sum_{m=-\infty\atop 0 \notin m}^{\infty} \frac{\sin(2amk)}{m} + \sum_{n=-\infty\atop 0 \notin n}^{\infty} \frac{\sin(2bnk)}{n} + \sum_{\substack{p=-\infty\\ 0 \notin p}}^{\infty} \frac{\sin(2dpk)}{p}\right)$$

Die Summe der beiden Anteile ergibt dann die exakte Modenanzahl N(k). Für die folgenden Schritte wird der geglättete Anteil abhängig von der Frequenz *f* angegeben:

$$N_g(f) = \frac{8\pi}{3} \cdot abd \cdot \left(\frac{f}{c}\right)^3 - \left(a+b+d\right) \cdot \frac{f}{c} + \frac{1}{2}$$
(3.11)

Der fluktuierende Anteil $N_{\rm f}(k)$ zeigt einen direkten Zusammenhang zur Kammergeometrie. Im Folgenden wird daher der geglättete Anteil mit der gezählten Modenanzahl verglichen, um die Einflüsse des fluktuierenden Anteils darzustellen. Für eine Kammergeometrie mit a = b = d = 0,7274 zeigt sich in Abbildung 3.1 eine unperiodische Schwankung der exakten Modenanzahl um den geglätteten Anteil.



Abbildung 3.1: Gezählte Modenanzahl und geglätteter Anteil eines Hohlraumresonators (Würfel) mit den Kantenlängen a = b = d = 0,7274 m und Volumen $V \approx 0,38$ m³

Die Abschätzung der Modenanzahl durch $N_g(f)$ zeigt bei symmetrisch konstruierten Kammern erkennbare Abweichungen vom tatsächlichen Wert. Wird die Konstruktion unsymmetrischer, so zeigt sich ein zunehmender Rückgang des fluktuierenden Einflusses. In Abbildung 3.1 zeigt sich beispielsweise an der Stufe um 800 MHz eine deutliche Modenentartung. Die Modenanzahl steigt sprungartig an, da mehrere Moden an einer Resonanzfrequenz existent sind. In Abbildung 3.2 werden die beiden Modenanzahlen für eine Kammer mit einem vergleichbaren Volumen von $V \approx$ 0,38 m³ wie in Abbildung 3.1, aber unterschiedlichen Kantenlängen, dargestellt.



Abbildung 3.2: Gezählte Modenanzahl und geglätteter Anteil eines Hohlraumresonators (Rechteckform) mit den Kantenlängen a = 0.5 m, b = 0.74 m, d = 1.04 m und Volumen $V \approx 0.38$ m³

Grundsätzlich sind Unregelmäßigkeiten in der Kammergeometrie förderlich, wenn innerhalb theoretischer Vorbetrachtungen eine Kammer nur durch die einfach zu handhabende geglättete Modenanzahl beschrieben werden soll.

3.1.2 Kugel- und Zylindergeometrie

Die Gleichung (3.6) zeigt im ersten Term (Weyl-Formel) eine Abhängigkeit zum Quadrat der Frequenz, wodurch das Verhalten der Modendichte und somit der Modenanzahl bei hohen Frequenzen dominiert wird [34]. Wird nur der erste Term von Gleichung (3.11) berechnet und mit der gezählten Modenanzahl aus Abbildung 3.2 aufgetragen, so zeigt sich eine Überbewertung durch den geglätteten Anteil im Vergleich zur tatsächlichen Modenanzahl.



Abbildung 3.3: Gezählte Modenanzahl und geglätteter Anteil aus der Weyl-Formel eines Hohlraumresonators (Rechteckform) mit den Kantenlängen a = 0.5 m, b = 0.74 m, d = 1.04 m und Volumen $V \approx 0.38 \text{ m}^3$

Förderlich für die gezeigte Übereinstimmung aus Abbildung 3.2 ist die Erweiterung der Weyl-Formel um den Term $-(a+b+d) \cdot \frac{f}{c}$, der für rechteckförmige Resonatoren spezifisch ist.

Für allgemeine Resonatoren, deren Geometrie hinreichend ungestört ist, kann die allgemeine Modendichte $D_{g,a}(f)$ über eine Summation von vier Termen beschrieben werden, wobei der erste Term die bekannte Weyl-Formel ist [34]:

$$D_{g,a}(f) = \frac{8\pi V}{c} \left(\frac{f}{c}\right)^2 + C_1 \cdot \frac{f}{c^2} + \frac{1}{c} \cdot C_0 \cdot \iint_A \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) dA + \frac{\pi}{2c} \cdot \sum_{m=1,2,\dots} C_0'(\Omega_m) L_m$$
(3.12)

Eine hinreichend ungestörte Geometrie lässt sich im Folgenden gerade durch gekrümmte oder gewölbte Strukturanteile sicherstellen.

Es kann über die Bildtheorie gezeigt werden, dass für die Konstante $C_1 = 0$ gilt und somit keine lineare Abhängigkeit der Modendichte von *f* existiert. Die Gleichung lässt sich dann in eine interpretierbarere Form überführen [35]:

$$D_{g,a}(f) = \frac{8\pi V}{c} \left(\frac{f}{c}\right)^2 + \left[-\frac{4}{3\pi c} \iint_A \frac{1}{\overline{\sigma(r)}} dA + \frac{1}{6\pi c} \iint_L \frac{[\pi - \varphi(r)][\pi - 5\varphi(r)]}{\varphi(r)} dL\right] + O\left[\left(\frac{f}{c}\right)^{-2}\right]$$
(3.13)

In der Modendichte erscheinen zwei Integralterme, die keinen Frequenzbezug aufweisen und nur über die reine Kammergeometrie, abhängig von den gekrümmten Flächenanteilen A und der Kantenlänge L, eingehen. Im Falle niedriger Frequenzen ist durch diese Anteile eine wahrnehmbare Beeinflussung der geglätteten Modendichte zu erwarten.

Das Oberflächenintegral erfasst die Beiträge, die durch die gekrümmten Anteile der Resonatoroberfläche entstehen. Typische Beispiele sind z.B. lokale Ein- oder Auswölbungen (vom Strukturinneren gesehen), sowie Beiträge durch zylindrische oder sphärische Mantelflächen. Im Falle konkaver Oberflächenstrukturen (Auswölbungen) gilt für den mittleren Krümmungsradius $\overline{\sigma}(r) > 0$ [35]. In einem Kugelkoordinatensystem hängt $\overline{\sigma}(r)$ vom Radius $\sigma_g(r)$ in Winkelrichtung ϑ und dem Radius $\sigma_g(r)$ ab:

$$\overline{\sigma}(r) = 2 \cdot \left(\frac{1}{\frac{1}{\sigma_{g}(r)} + \frac{1}{\sigma_{\varphi}(r)}} \right)$$
(3.14)

Als Beispiel ergibt sich für eine Kugel mit dem Radius $r_K \overline{\sigma}(r) = r_K$, da in beiden Winkelrichtungen gleichwertig gekrümmte Flächenanteile mit entsprechenden Radien existieren. Bei Resonatoren ohne Krümmungen gehen beide Winkel gegen 0 und der Beitrag von $\overline{\sigma}(r)$ geht im Grenzwert somit ebenfalls gegen 0 [35]:

$$\lim_{\overline{\sigma}\to 0} = \iint_{A} \overline{\sigma}^{-1} dA = 0$$
(3.15)

Abbildung 3.4 stellt schematisch das inkrementelle Flächenelement dS und den mittleren Krümmungsradius einer konvexen Struktur (Einwölbung) dar.



Abbildung 3.4: Halbkugel als konvexe Struktur mit inkrementellem Flächenelement dA und mittlerem Krümmungsradius

Die zweite Integration über die Resonatorkantenlänge *L* in Gleichung (3.13) ist abhängig vom Winkel $\varphi(\mathbf{r})$, der durch zwei Flächenabschnitte begrenzt wird.



Abbildung 3.5: Inkrementelles Längsstück dL und Winkel zwischen zwei Flächenabschnitten

Wird der Winkel nach Abbildung 3.5 vom Strukturinneren aus bestimmt, so ergibt sich für den Fall senkrecht aufeinander stehender Flächen $\varphi(\mathbf{r}) = \pi/2$. Für den Grenzfall, bzw. für Flächen ohne eindeutige Kantendefinition, geht der Winkel nach $\varphi(\mathbf{r}) = \pi$ über. Im Fall eines sphärischen Resonators verschwindet daher der Beitrag durch die Kantenintegration vollständig.

Der letzte Term weist einen quadratischen Verfall mit der Frequenz auf ($\sim f^{-2}$) und besitzt daher eine untergeordnete Bedeutung.

Die Auswertung der drei Terme in Gleichung (3.13) zeigt direkt, dass der erste Term für hohe Frequenzen ausschlaggebend ist, da ein quadratischer Zusammenhang mit der Frequenz vorliegt. Die geometrieabhängigen Terme können in Bereichen mit geringen Modendichten entweder positive oder negative Beiträge liefern. Die separierte Betrachtung des Oberflächenterms führt zu der Schlussfolgerung, dass ein Vorzeichenwechsel erstrebenswert ist. Der Fall tritt ein, wenn Einwölbungen im betrachteten Wandbereich auftreten. Im Bezug zum ersten Term führt dies jedoch zu einer Volumenreduktion, die kontraproduktiv für den Bereich höherer Modendichten ist. Der Längsterm behält sein positives Vorzeichen, wenn $\varphi(r) < (1/5) \cdot \pi$ (36°) gilt.

Zusätzlich zum bereits behandelten rechteckförmigen Hohlraumresonator, können die geglätteten Modenanzahlen für zwei weitere grundlegende Geometrien angegeben werden. Für eine Kugelgeometrie zeigt sich leicht nachvollziehbar keine Abhängigkeit der Modendichte vom Winkel zwischen zwei Flächenabschnitten. Mit dem vormals beschriebenen positiven mittleren Krümmungsradius (Auswölbung) verbleibt bei einer Kugel mit Radius r_{κ} und Kugeloberfläche $A_{\kappa} = 4\pi r_{\kappa}^2$ der Oberflächenterm

$$-\frac{4}{3\pi c} \iint_{A_{K}} \frac{1}{\overline{\sigma}(r)} dA = -\frac{16}{3 \cdot c} \cdot r_{K}.$$
(3.16)

Mit dem Kugelvolumen $V_{\kappa} = \frac{4}{3} \pi r_{\kappa}^{3}$ kann der erste allgemein gültige Term bestimmt werden und es ergibt sich dann für die geglättete Modendichte einer Kugel $D_{g,K}(f)$:

$$D_{g,K}(f) = \frac{32\pi \cdot r_K^3}{3} \cdot \left(\frac{f^2}{c^3}\right) - \frac{16 \cdot r_K}{3} \cdot \left(\frac{1}{c}\right) + O\left[\left(\frac{f}{c}\right)^{-2}\right]$$
(3.17)

Die Modenanzahl des Kugelresonators $N_{g,K}(f)$ lässt sich dann über eine Integration, wobei hier der Term in O-Notation vernachlässigt wird, direkt bestimmen:

$$N_{g,K}(f) = \int_0^f N_{g,K}(f') df' = \frac{32\pi \cdot r_K^3}{9} \cdot \left(\frac{f^3}{c^3}\right) - \frac{16 \cdot r_K}{3} \cdot \left(\frac{f}{c}\right)$$
(3.18)

Die Rechteck- und Kugelgeometrien bilden gewissermaßen zwei Grenzwerte in Bezug auf die allgemeine Beschreibung der Modendichte bzw. der Modenanzahl. Auf der einen Seite verschwindet bei kugelförmigen Strukturen der Kantenterm, auf der anderen Seite verhält sich die geglättete Modendichte bei quaderförmigen Strukturen umgekehrt, da der Kantenterm erhalten bleibt. aber der Oberflächenterm verschwindet. Zylindrische Strukturen weisen, als Kompromiss der beiden Grenzgeometrien, Beiträge des Kanten- und Oberflächenterms auf. Die Herleitung der geglätteten Modenanzahl $N_{g,Z}(f)$ eines Zylinders mir Radius r_Z und Höhe h_Z erfolgt analog zum vorangegangenen Procedere.

Die gesamte Kantenlänge $L_z = 2 \cdot 2\pi \cdot r_z$ des Zylinders ergibt sich aus den Kreisbahnen am Boden und Deckel, die orthogonal zur Mantelfläche $A_z = 4\pi \cdot r_z^2$ stehen. Aus diesem Zusammenhang ergibt sich direkt $\varphi(\mathbf{r}) = \pi/2$. Der mittlere Krümmungsradius zeigt in einem Kugelkoordinatensystem nur eine Abhängigkeit von σ_{φ} . Für das Flächenintegral über den mittleren Krümmungsradius entsteht mit der Randbedingung (3.15), der Zylindermantelfläche und dem Zylindervolumen $V_z = \pi \cdot r_z^2 \cdot h_z$, der folgende Ausdruck für die geglättete Modendichte der Zylindergeometrie $D_{g,Z}(f)$ [34]:

$$D_{g,Z}(f) = 8\pi^2 \cdot r_Z^2 \cdot h_Z \cdot \left(\frac{f^2}{c^3}\right) - \frac{4 \cdot h_Z}{3} \cdot \left(\frac{1}{c}\right) - \pi \cdot r_Z \cdot \left(\frac{1}{c}\right) + O\left[\left(\frac{f}{c}\right)^{-2}\right]$$
(3.19)

Die geglättete Modenanzahl $N_{g,Z}(f)$ der Zylindergeometrie lautet dann:

$$N_{g,Z}(f) = \int_0^f N_{g,Z}(f') df' = \frac{8\pi^2 \cdot r_Z^2 \cdot h_Z}{3} \cdot \left(\frac{f^3}{c^3}\right) - \frac{4 \cdot h_Z}{3} \cdot \left(\frac{f}{c}\right) - \pi \cdot r_Z \cdot \left(\frac{f}{c}\right)$$
(3.20)

Eine Gegenüberstellung der tatsächlichen Modenanzahl eines Zylinders mit den Abmessungen $r_Z = 0,44$ m und $h_Z = 0,32$ m und der geglätteten Anzahl, zeigt im Bereich der unteren Frequenzen eine leichte Unterbewertung, die aber ab ca. 700 MHz vernachlässigbar ist.



Abbildung 3.6: Gezählte Modenanzahl und geglätteter Anteil eines zylindrischen Hohlraumresonators mit dem Radius $r_z = 0,44$ m und $h_z = 0,32$ m

Das kleine Resonatorvolumen und der eingeschränkte Frequenzbereich in Abbildung 3.6 begründen sich durch einen erhöhten Zählaufwand, der durch Auswertungen der Bessel-Funktionen und deren Ableitungen bedingt ist [36].

Die Modenanzahlen der drei Grundgeometrien (Gleichungen (3.11), (3.18), (3.20)) gliedern sich immer in einen produktiven und einen kontraproduktiven Anteil. Die kontraproduktiven Anteile setzen sich aus den geometrieabhängigen Termen zusammen, die in keinem der drei Fälle ein positives Vorzeichen erhalten. Es bleibt zu klären, welche Geometrie im Hinblick auf die Modenanzahl am effizientesten ist.

Im Folgenden wird eine Rechteckgeometrie der Kantenlängen a = b = d mit einer volumenäquivalenten Kugelstruktur verglichen. Für die Auswertungen müssen nur die kontraproduktiven Terme aus den Gleichungen (3.11) und (3.18) untersucht werden, da der produktive Term für beide Strukturen gleich ist¹. Für den relevanten Term des Rechteckresonators lässt sich dann schreiben:

$$a+b+d=3\cdot V^{\frac{1}{3}} \tag{3.21}$$

Für den sphärischen Resonator wird analog verfahren, in dem der Radius über das Volumen dargestellt wird:

$$\frac{16}{3} \cdot r_{K} = \frac{16}{3} \cdot \left(\frac{3}{4\pi} \cdot V\right)^{\frac{1}{3}}$$
(3.22)

¹ Der konstante Anteil ¹/₂ bei rechteckigen Resonatoren wird vernachlässigt.

Es zeigt sich direkt, dass ein volumengleicher Kugelresonator ineffizienter als eine rechteckige Variante ist, da $\frac{16}{3} \cdot \left(\frac{3}{4\pi}\right)^{\frac{1}{3}} > 3$ gilt.

Zur Evaluierung der Zylindergeometrie muss zunächst der Einfluss des Verhältnisses zwischen Höhe h_Z und Radius r_Z ausgewertet werden. Daher wird der Ansatz für rechteckige Resonatoren aus [37] aufgegriffen, bei dem der frequenzabhängige Verlauf der Modenanzahl auf die Frequenz der ersten Resonanzfrequenz f_0 normiert wird. Für die relative Frequenz f_r gilt dann allgemein²:

$$f_r = \frac{f}{f_0} \tag{3.23}$$

Da die Modenanzahl direkte Abhängigkeiten zum Volumen und den Kantenlängen aufweist, werden in [37] zwei Geometrieverhältnisse $\alpha = \frac{d}{a}$ und $\beta = \frac{d}{b}$ mit $d \ge b \ge a$ eingeführt. Die Modenanzahl für rechteckige Resonatoren aus Gleichung (3.11) kann dann abhängig von f_r , α und β umgeschrieben werden und es ergibt sich die normierte Modenanzahl $N_{n,R}(f_r)$ [37]:

$$N_{n,R}(f_r) = \frac{\pi}{3} \frac{1}{\alpha\beta} \cdot \left(1 + \beta^2\right)^{\left(\frac{3}{2}\right)} \cdot f_r^3 - \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}\right) \cdot \left(1 + \beta^2\right)^{\left(\frac{1}{2}\right)} \cdot f_r + \frac{1}{2}$$
(3.24)

Die Auswertung zeigt, dass für gestreckte Geometrien (in [37] z.B. $\alpha = 10$, $\beta = 10$ bei $f_r = 3$) die höchsten Modenanzahlen bei einer festen relativen Frequenz erreicht werden.

Zur Auswertung des Höhen- und Radienverhältnisses bei Zylindergeometrien wird analog verfahren, in dem zunächst ein Verhältnis $\gamma = \frac{h_Z}{r_Z}$ definiert wird. Für $\gamma < 2$ ergibt sich dann mit der Nullstelle der Besselfunktion 0. Ordnung $x_{0,1} \approx 2,405$ [36], als normierte Modenanzahl des Zylinders $N_{n,Z}(f_r)$

$$N_{n,Z}(f_r) = \frac{x_{0,1}^3}{3\pi} \cdot \gamma \cdot f_r^3 - \left(\frac{2 \cdot x_{0,1}}{3\pi}\right) \cdot \gamma \cdot f_r - \left(\frac{x_{0,1}}{2}\right) \cdot f_r$$
(3.25)

und für $\gamma \ge 2$ mit der Nullstelle $x'_{1,1} \approx 1,841$ der abgeleiteten Besselfunktion 1. Ordnung

$$N_{n,Z}(f_r) = \left[\frac{x_{1,1}'^3}{3\pi} \cdot \gamma \cdot f_r^3 \cdot A^3 - \left(\frac{2 \cdot x_{1,1}'}{3\pi}\right) \cdot \gamma \cdot f_r - \left(\frac{x_{1,1}'}{2}\right) \cdot f_r\right] \cdot \sqrt{A}, \qquad (3.26)$$

 $h_{Z}/r_{Z} < 2: f_{0} = \frac{c}{2\pi} \cdot \left(\frac{x_{0,1}}{r_{Z}}\right), \text{ erste Mode TE}_{111} \text{ bei Zylinderresonatoren } (h_{Z}/r_{Z} \ge 2): f_{0} = \frac{c}{2\pi} \cdot \sqrt{\left(\frac{x_{1,1}'}{r_{Z}}\right)^{2} + \left(\frac{\pi}{h_{Z}}\right)^{2}} [36]$

² Erste Mode TE₀₁₁ bei Rechteckresonatoren: $f_0 = \frac{c}{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{b^2} + \frac{1}{d^2}}$, erste Mode TM₀₁₀ bei Zylinderresonatoren

mit $A = \left(1 + \left(\frac{\pi}{x'_{1,1} \cdot \gamma}\right)^2\right)$. Ein Vergleich unterschiedlicher Verhältnisse bei zylindrischen

Resonatoren findet sich in Abbildung 3.7.



Abbildung 3.7: Normierte Modenanzahl eines Zylinder- und Rechteckresonators für verschiedene Geometrieverhältnisse

Für zylindrische Resonatoren sind, analog zu rechteckigen Geometrien, längliche Ausdehnungen vorteilhaft. Gestauchte Bauweisen sind in jedem Fall kontraproduktiv. Der direkte Vergleich mit einem geometrisch effizient ausgelegten Rechteckresonator ($\alpha = \beta = 10$) zeigt, dass die Modenanzahl durch Zylinder sogar übertroffen werden kann, wenn extreme Geometrieverhältnisse ($\gamma = 20$) zum Tragen kommen. Dies ist z.B. bei großen Passagierflugzeugen der Fall. Beide Geometrien zeigen exemplarisch vergleichbare Modenanzahlen für $\gamma = 2$ und $\alpha = \beta = 1$.

3.2 Statistische Modelle

Die in Kapitel 2 durchgeführten Berechnungen vermitteln eine direkte Nachvollziehbarkeit der Feldverteilungen eines Hohlraumresonators, wenn einzelne Moden betrachtet werden. Da dieser Betriebszustand bei Modenverwirbelungskammern gerade unerwünscht ist, werden die Kammern in Frequenzbereichen betrieben, in denen die spektrale Trennung der Moden zunehmend aufgehoben wird und an den Betriebsfrequenzen leicht eine unüberschaubare Anzahl an Moden existiert. Ersichtlicherweise ist durch diese Randbedingung eine analytische Beschreibung der Feldverhältnisse einer Modenverwirbelungskammer problematisch.

In nahezu jedem Anwendungsfall herrscht normalerweise keine exakte Kenntnis über die tatsächlich beteiligten Moden, bzw. deren Anzahl vor. Daher ist es zweckmäßig, Eigenschaften zu nutzen, die ohne Detailwissen Aussagen über generelle Feldeigenschaften erlauben. Im Kontext der Modenverwirbelungskammer haben sich statistische Beschreibungsmodelle bewährt, die maßgeblich auf die Arbeiten aus [38] und [39] zurückzuführen sind. Bei den folgenden
Zusammenhängen wird davon ausgegangen, dass ein ausreichender Abstand zu den hochleitenden Wandflächen garantiert ist.

3.2.1 Mehrwegeausbreitung ohne direkte Kopplung

Die Mehrwegeausbreitung beschreibt das Eintreffen eines gesendeten Signals über eine Vielzahl indirekter Übertragungspfade beim Empfänger, wobei im vorliegenden Kontext die Reflektionen elektromagnetischer Wellen an leitfähigen Oberflächen gemeint sind. Ausschlaggebend hierbei ist, dass die Übertragung maßgeblich über die indirekten Pfade und nicht einen direkten Pfad abgewickelt wird [40].

Die technische Motivation zur Analyse von Mehrwegeausbreitungen begründet sich durch die Einführung des Mobilfunks, wobei gerade die Mobilfunkzellen in städtischen Gebieten betroffen sind. Das vereinfachend dargestellte Anforderungsprofil einer Mobilfunkzelle fordert, bei einem mittleren Empfangspegel einen minimalen Empfangspegel bereit zustellen, um einen akzeptablen Signal-Rausch-Abstand während der gesamten Übertragung zu gewährleisten [40]. Ersichtlicherweise ist keine analytische Nachvollziehbarkeit der beteiligten Kommunikationspfade möglich, da hier eine unüberschaubare Anzahl an physikalischen Informationen benötigt wird und somit auch nicht der ortsabhängige minimale Empfangspegel bestimmt werden kann. Abhilfe schafft eine statistische Aussage, die ohne Kenntnis der beteiligten Kommunikationspfade die Wahrscheinlichkeit angibt, für die der minimal notwendige Empfangspegel unterschritten wird [40].

Die Analogie der Mehrwegeausbreitung bei urbanen Mobilfunkzellen zum Systemverhalten einer Modenverwirbelungskammer wird z.B. deutlich, wenn die in Kapitel 2.2 beschriebene, konstruktive Überlagerung der reflektierten elektromagnetischen Wellen innerhalb eines kurzgeschlossenen Hohlleiters betrachtet wird.

Die Anregung der Modenverwirbelungskammer mittels elektromagnetischer Wellen führt zu Reflektionen an den als elektrisch groß anzusehenden Kammerwänden. Wird nach der Anregung der Kammer die Energiezufuhr unterbrochen, klingt dieser Vorgang ab, nachdem die eingebrachte Energie in den beteiligten Antennen und Wänden dissipiert ist. Auf Grund der endlichen Leitfähigkeit des Wandmaterials findet an jedem Reflektionspunkt eine anteilige Absorption statt, die in Kapitel 3.3.1 mit den Wandverlusten korrespondiert [28]. Ein Punkt im Zentrum der Kammer wird somit von verschiedensten Wellenfronten, also Signalpfaden, erreicht, die im vorliegenden Fall nur aus Reflektionen an den Wänden resultieren. Die grundlegenden physikalischen Anforderungen eine reine Mehrwegeausbreitung werden somit innerhalb an einer Modenverwirbelungskammer theoretisch erfüllt.

Im Folgenden werden die wichtigsten statistischen Zusammenhänge bei Mehrwegeausbreitung angegeben, deren detaillierte Herleitung z.B. in [40] aufgeführt ist.

Der Ausgangspunkt zur Ermittlung der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Signalamplitude ist die Tatsache, dass für die Anzahl der indirekten Signalpfade, bzw. der eintreffenden Wellen, N >> 1 gilt. Das gesamte Empfangssignal lässt sich dann als komplexer Zeiger, abhängig vom Realteil R und Imaginärteil I, wie folgt schreiben [40]:

$$s(t) = (R + jI) \cdot e^{(j2\pi jt)}$$
 (3.27)

Der Real- und Imaginärteil lässt sich aus den Signalamplituden a_i und Phasenlagen φ_i der einzelnen Teilwellen berechnen:

$$R = \sum_{i=1}^{N} a_i \cdot \cos\varphi_i \tag{3.28}$$

$$I = \sum_{i=1}^{N} a_i \cdot \sin \varphi_i \tag{3.29}$$

Da, wie Eingangs bereits erwähnt, keine Kenntnis über die einzelnen exakten Realisierungen a_i und φ_i der Teilwellen herrscht, werden sie in den Gleichungen (3.28) und (3.29) durch die Zufallsvariablen A_i und ψ_i ersetzt, wobei für beide Variablen eine mittelwertfreie Normalverteilung [41] angenommen wird.

Da sich *R* und *I* somit aus der Summe einer Vielzahl identisch verteilter Zufallsvariabeln zusammensetzen folgt nach dem zentralen Grenzwertsatz [42], dass *R* und *I* für $N \rightarrow \infty$ nahezu normal verteilt sind. Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen lassen sich dann, abhängig von der Standardabweichung σ , allgemein angeben:

• •

$$f(R) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \cdot e^{\left(\frac{-R^2}{2\sigma^2}\right)}$$
(3.30)

$$f(I) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \cdot e^{\left(\frac{-I^2}{2\sigma^2}\right)}$$
(3.31)

Die Verbundverteilungsfunktion lässt sich direkt über das Produkt der beiden Normalverteilungen bestimmen, da Real- und Imaginärteil statistisch voneinander unabhängig sind:

$$f_{RI}(R,I) = f(R) \cdot f(I) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \cdot e^{\left(-\frac{R^2 + I^2}{2\sigma^2}\right)}$$
(3.32)

Das weitere Vorgehen in [40] sieht vor, die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion, abhängig von der Signalamplitude

$$A = \sqrt{R^2 + I^2} , \qquad (3.33)$$

und Phase

$$\psi = \arctan\left(\frac{I}{R}\right),$$
(3.34)

mittels einer Variablentransformation zu ermitteln. Zur Unterdrückung der Phasenabhängigkeit erfolgt eine Integration über ψ , woraus sich letztendlich die gesuchte Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Signalamplitude f(A) ergibt:

$$f(A) = \frac{A}{\sigma^2} \cdot \left(\frac{-\frac{A^2}{2\sigma^2}}{\sigma^2}\right)$$
(3.35)

Die Signalamplitude wird somit über eine Rayleigh-Verteilung, oder χ^2 -Verteilung mit 2 Freiheitsgraden (Phase und Amplitude), beschrieben.

Im Kontext der Modenverwirbelungskammer korrespondiert die noch bezugsfreie Signalamplitude A z.B. mit einer kartesischen Komponente der elektrischen Feldstärke E oder der Fußpunktspannung U einer beliebig orientierten Antenne, da beide ebenfalls komplexe Größen mit 2 Freiheitsgraden sind [38], [43], [44]. Physikalisch gesehen reagieren linear polarisierte Antennen auf eine bevorzugte Feldkomponente, die dann in eine elektrische Klemmspannung umgewandelt wird, wobei in einer idealen Modenverwirbelungskammer jede Antennenausrichtung übereinstimmende Resultate liefert, da die Feldstärken in jeder Polarisationsebene gleich sind [38].

Für die Rayleigh-Verteilung lässt sich im Folgenden die Maximum-Likelihood-Schätzung der Varianz [38] angeben:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{2N} \cdot \sum_{i=1}^{N} E_i = \frac{\overline{E}}{2}$$
(3.36)

Es zeigt sich eine direkte Proportionalität zur mittleren elektrischen Feldstärke \overline{E} , die für eine Stichprobe mit einem hinreichend großen Umfang N eine asymptotische Näherung bildet.



Abbildung 3.8: Exemplarische Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen (Rayleigh-Verteilungen) für eine Feldkomponente in einer Modenverwirbelungskammer, drei unterschiedliche Standardabweichungen

Abschließend kann noch die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion des Feldstärkenbetrags einer Modenverwirbelungskammer angegeben werden [38]:

$$f(E) = \frac{E^5}{8\sigma^6} \cdot \left[\frac{-\frac{E^2}{2\sigma^2}}{2\sigma^2} \right]$$
(3.37)

Die Funktion setzt sich aus drei kartesischen Feldstärkekomponenten zusammen, deren Amplituden- und Phaseninformationen über mittelwertfreie Normalverteilungen beschrieben werden und somit einer χ^2 -Verteilung mit 6 Freiheitsgraden entsprechen.

Für die Empfangsleistung P oder die quadratische elektrische Feldstärke [38] einer perfekt angepassten Antenne lässt sich eine Exponential-Verteilung für die Wahrscheinlichkeitsdichte herleiten

$$f(P) = \frac{1}{2\sigma^2} \cdot e^{\left(\frac{-P}{2\sigma}\right)}.$$
(3.38)

Die innerhalb dieses Kapitels angegebenen statistischen Zusammenhänge bilden die idealen Grenzwerte der physikalisch relevanten Größen einer leeren Modenverwirbelungskammer.

3.2.2 Mehrwegeausbreitung mit direkter Kopplung

In der Realität sind bei statistischen Betrachtungen der Feldqualität häufig Abweichungen von den in Kapitel 3.2.1 entwickelten Idealzuständen [43], [45] festzustellen. Prinzipiell wird eine Beeinflussung gesucht, die die Anforderungen an die Mehrwegeausbreitung maßgeblich verletzt.

Definitionsgemäß haben alle Übertragungspfade nahezu gleichberechtigte Eigenschaften, die über die mittelwertfreien Normalverteilungen einfließen. Falls jedoch eine Signalkomponente deutlich andere Eigenschaften aufweist, so lässt sich keine Rayleigh-Verteilung der Signalamplitude mehr annehmen.

Im Rahmen der Mobilfunktechnik tritt der Fall z.B. ein, wenn die Signalamplitude am Empfangsort maßgeblich auf eine direkte Kopplung mit der Basisstation zurückzuführen ist. In diesem Fall zeichnet sich der dominante Signalpfad durch eine deutlich geringe Dämpfung aus, die entweder auf eine direkte Sichtverbindung oder nur wenige oder schwach dämpfende Reflektionsstellen zurückzuführen ist. Ersichtlicherweise wird die Mehrwegeausbreitung ohne direkte Kopplung somit immer mehr in den Bereich einer direkten Kopplung verschoben, wenn der Abstand zwischen Sender und Empfänger reduziert wird [40].

Während bei Mobilfunkverbindungen eine direkte Kopplung zur Anhebung des Signalpegels durchaus erwünscht ist, können in Modenverwirbelungskammern unreproduzierbare Beeinträchtigungen auftreten, die messtechnisch nur schwer nachweisbar oder erfassbar sind. Hauptsächlich kann eine Orts- und Richtungsabhängigkeit in der Kammer entstehen, die bei idealen Feldverhältnissen per Definition nicht möglich ist [32].

Basierend auf den statistischen Betrachtungen aus Kapitel 3.2.1 zeigt sich eine direkte Kopplung durch die Aufhebung der Mittelwertfreiheit der grundlegenden Normalverteilungen [43]. Mit den geänderten Rahmenbedingungen lässt sich eine neue Verbundverteilungsfunktion der Signalamplitude, oder in diesem Falle des elektrischen Feldes, herleiten [40], [43]:

$$f(E) = \left(\frac{E}{\sigma^2}\right) \cdot J_0\left(\frac{E \cdot E_d}{\sigma^2}\right) \cdot e^{\left(\frac{E^2 + E_d^2}{2\sigma^2}\right)},$$
(3.39)

wobei die Feldstärke E_d der direkten Kopplung zugeordnet ist. (3.39) wird in der Literatur als Rice-Verteilung oder allgemein als nicht zentrale χ^2 -Verteilung bezeichnet. Zur besseren Quantifizierung der direkten Übertragung kann zusätzlich ein einheitenloser Quotient eingeführt werden [40]:

$$K = \frac{E_d^2}{2\sigma^2} \tag{3.40}$$

Werden die Empfangsleistungen berücksichtigt, so gibt K das Verhältnis aus direkt übertragener und gestreuter Leistung an.

Abbildung 3.9 stellt schematisch verschiedene Rice-Verteilungen für unterschiedliche K – Verhältnisse dar.



Abbildung 3.9: Exemplarische Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen (Rice-Verteilungen) für K = 0 bis K = 20, $\sigma = 0,5$, grün: Rayleigh-Verteilung für K = 0, blau: K = 1 bis K = 19, rot: annähernde Normalverteilung für K = 20

Für K = 0 ergibt sich die Rayleigh-Verteilung aus Kapitel 3.2.1, da keine direkte Kopplung existiert. Mit steigendem K prägt sich zunehmend die direkte Kopplung aus und die Verteilung nähert sich asymptotisch einer mittelwertbehafteten Normalverteilung an [40].

3.2.3 Homogenität und Isotropie der Feldverteilung

Auf Basis der statistischen Annahmen lässt sich ein Erwartungswert der quadratischen elektrischen Feldstärke bestimmen. Die Herleitung in [32] geht hierbei vom ortsunabhängigen Erwartungswert der Energiedichte aus, der sich durch eine Mittelung über eine hinreichende Anzahl an unterschiedlichen Randbedingungen ergibt. Der quadratische Erwartungswert E_0^2 lautet dann [32]:

$$E_0^2 = \frac{Q \cdot P_{in}}{2\pi f \cdot \varepsilon_0 \varepsilon_r \cdot V}, \qquad (3.41)$$

wobei Q die Güte und P_{in} die tatsächlich eingespeiste Leistung beschreiben.

Für die Erwartungswerte der quadrierten kartesischen Betragskomponenten ergibt sich [32]:

$$\left\langle \left| E_{x} \right|^{2} \right\rangle = \left\langle \left| E_{y} \right|^{2} \right\rangle = \left\langle \left| E_{z} \right|^{2} \right\rangle = \frac{E_{0}^{2}}{3}, \qquad (3.42)$$

wobei hier die Mittelung wieder auf unterschiedliche Randbedingungen bezogen ist. Die Nutzung der quadrierten Beträge begründet sich durch die Proportionalität von Energie W und der quadratischen Feldstärke [46]:

$$W = \varepsilon_0 \cdot E^2 \tag{3.43}$$

Aus Gleichung (3.42) lassen sich die zwei grundlegenden Eigenschaften der gemittelten Betragsquadrate der Feldstärken innerhalb einer Modenverwirbelungskammer ableiten, wenn ein ausreichender Wandabstand und ideale Zufallsprozesse vorausgesetzt werden.

Die Homogenität des Feldes drückt sich durch die fehlende Ortsabhängigkeit des Erwartungswertes aus. Die Isotropie ergibt sich dann durch die betragsmäßige Gleichheit der Erwartungswerte der quadrierten Beträge der kartesischen Komponenten [32]. Praktisch lassen sich diese Eigenschaften zuverlässig nachweisen [47].

Der Erwartungswert des Betragsquadrats der elektrischen Feldstärke kann, ähnlich der Umrechnung zwischen magnetischer und elektrischer Feldkomponente bei Fernfeldbedingungen, über die Freiraumimpedanz $Z_0 = 120\pi \Omega$ in das magnetische Äquivalent überführt werden [32]:

$$\left\langle \left| H_0 \right|^2 \right\rangle = \left(\frac{E_0^2}{Z_0^2} \right) \tag{3.44}$$

3.2.4 Räumliche Feldverteilung an einer Wand

Im Folgenden wird davon ausgegangen, dass an den betrachteten Orten keine Feldbeeinflussungen durch Ecken oder Kanten existieren.

Die Kenntnis der zu erwartenden Feldstärke im Abstand y > 0 m zu einer Wand erlaubt eine nachvollziehbare Dimensionierung des nutzbaren Prüfvolumens. Zusätzlich ist es möglich die zu erwartende Empfangsleistung einer wandmontierten Monopolantenne abzuschätzen, was prinzipiell die Möglichkeit bietet, Feldgrößen messtechnisch zu bestimmen und mit theoretischen Werten zu vergleichen [48].

Die Empfangsleistung einer wandmontierten Monopolantenne wird maßgeblich durch die elektrische Feldkomponente bestimmt, die parallel zum Stab ausgerichtet ist. In der folgenden Berechnung befindet sich die Antenne auf einer Wand und ist in y-Richtung orientiert, weshalb der Erwartungswert des quadratischen Betrags der Feldstärkenkomponente E_y gesucht wird. Zusätzlich ist nach Gleichung (3.42) somit auch der theoretische Wert der verbleibenden zwei Komponenten bekannt [48].

In [48] wird mit der Korrelationsfunktion

$$\rho_{l}(2y) = \frac{3}{(2ky)^{2}} \cdot \left[\frac{\sin(2ky)}{2ky} - \cos(2ky)\right], \qquad (3.45)$$

abhängig von der Wellenzahl k und dem Wandabstand y, der Erwartungswert (bezogen auf die Randbedingungen) der y-Komponente der elektrischen Feldstärke berechnet:

$$\left\langle |E_{y,W}|^2 \right\rangle = \frac{E_0^2}{3} \cdot \left[1 + \rho_l(2y) \right]$$
 (3.46)

Da im Folgenden die Verhältnismäßigkeiten gesucht sind, kann der Erwartungswert auf den Fall aus Gleichung (3.42) (großer Abstand zur Wand) normiert werden [49]:

$$E_n^2 = \left(\frac{\left\langle \left| E_{y,W} \right|^2 \right\rangle}{\frac{E_0^2}{3}}\right)$$
(3.47)

In Abbildung 3.10 wird der Zusammenhang (3.47) über dem Quotienten aus Wandabstand und Wellenlänge dargestellt.



Abbildung 3.10: Ortsabhängigkeit des Erwartungswertes einer Komponente der elektrischen Feldstärke, Wandabstand y

Hieraus ergeben sich die angedeuteten Abschätzungen des möglichen Prüfvolumens, um eine bestmögliche Ortsunabhängigkeit der zu erwartenden Feldstärke zu erreichen. Ab einem Wandabstand von ca. einer Wellenlänge bildet sich eine deutliche Ortsunabhängigkeit aus, die durch eine Abstandsverkleinerung zunehmend aufgehoben wird und sich kurz vor der hochleitenden Wandfläche nahezu verdoppelt.

3.3 Theoretische Gütefunktion

Wie in einer Vielzahl von Systemen existieren auch in Modenverwirbelungskammern Verluste, deren bestmögliche Kenntnis relevant für eine Systemauslegung ist [11]. Im Allgemeinen ergibt sich der Gesamtverlust L aus der Summe der einzelnen Verluste L_i . Werden Qualitätsmaße, im

Folgenden als Güten bezeichnet, mit $L_i = 1/Q_i$ eingeführt, so ergibt sich für die Güte Q der allgemeine Zusammenhang

$$\frac{1}{Q} = \sum_{i} \left(\frac{1}{Q_i} \right). \tag{3.48}$$

Prinzipiell ist es möglich, die Güte für ein vorgegebenes System über verschiedene Definitionen zu erfassen [50].

Für resonante Systeme hat sich die Definition über die Energien aus Gleichung (2.54) als vorteilhaft erwiesen, da eine universelle Gültigkeit vorliegt und eine direkte Frequenzzuordnung möglich ist. Ebenfalls ist eine messtechnische Bestimmung leicht durchführbar. Die theoretischen Aussagen über einzelne Verlustfaktoren lassen sich ebenfalls immer auf einen Quotienten aus gespeicherter Energie und dissipierter Leistung zurückführen.

Des Weiteren kann bei resonanzfähigen Systemen die Güte frequenzaufgelöst über das Verhältnis aus Resonanzfrequenz f_r und Resonanzbandbreite Δf (z.B. 3dB-Bandbreite) ermittelt werden. Bei Modenverwirbelungskammern erweist sich diese Vorgehensweise jedoch als problematisch, da funktionell bedingt mehrere Resonanzstellen simultan angeregt werden, wodurch Δf häufig nicht eindeutig bestimmbar ist.

Die Güte lässt sich bei Modenverwirbelungskammern auch im Zeitbereich definieren, in dem der Zusammenhang zwischen Güte und Relaxationszeit aus Gleichung (2.55) ausgenutzt wird [51]. Real wird die Kammer mittels pulsmodulierter Signale angeregt und die Relaxationszeit aus der fallenden Rechtecksflanke, da hier eine Entkopplung mit der Signalquelle gewährleistet ist, bestimmt. Hierbei sind entsprechende Signalquellen und Messmittel bereitzustellen, die die relevanten Rahmenbedingungen bzgl. der pulsmodulierten Signale und der Messbandbreite einhalten [51].

3.3.1 Wandverluste

Die Wandverluste $L_W = 1/Q_W$ einer rechteckigen Modenverwirbelungskammer ergeben sich durch eine endliche Leitfähigkeit des Kammermaterials, die verantwortlich für eine begrenzte modale Güte ist. Es liegt nahe, die bekannten modalen Güten aus den Gleichungen (2.56) bis (2.60) über die Anzahl ΔN der relevanten Moden zu mitteln, um einen Ausdruck für die Wandverluste zu erhalten [52]:

$$\frac{1}{Q_W} = \frac{1}{\Delta N} \cdot \left(\sum \frac{1}{Q_{TM}} + \sum \frac{1}{Q_{TE}} \right)$$
(3.49)

Der zusammengesetzte Gütefaktor (engl.: composite quality factor) Q_W lässt sich dann frequenzaufgelöst angeben

$$Q_W = \frac{3}{2} \cdot \frac{abd}{2 \cdot (ab + ad + bd)} \cdot \sqrt{\mu_0 \kappa \pi \cdot f} \cdot \frac{1}{1 + \frac{3}{16} \cdot \left(\frac{c}{f}\right) \cdot \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{d}\right)}.$$
(3.50)

Die Auswertung von Gleichung (3.50) führt zu einer \sqrt{f} Frequenzabhängigkeit, die aus der äquivalenten Leitschichtdicke, also der Stromverdrängung, resultiert. Der Kantenterm strebt mit 1/f gegen 1 und spielt somit eine untergeordnete Rolle.

3.3.2 Antennenverluste

Innerhalb einer Modenverwirbelungskammer entzieht jede eingebrachte antennenartige Struktur dem Resonator Energie. Hierbei spielt es keine Rolle, ob die Antenne eine Empfangs- oder Sendecharakteristik aufweist. Die Antennengüte Q_A bestimmt sich dann analog zu den vorangegangenen Betrachtungen aus dem Quotienten der gespeicherten Energie in der Kammer und der durch die Fußpunktimpedanz dissipierten Leistung. Die Herleitungen beruhen auf der Annahme, dass jede Antenne innerhalb einer Modenverwirbelungskammer ihre Gewinneigenschaften verliert und sich im Verhalten durch einen isotropen Kugelstrahler beschreiben lässt [46]. Es ergibt sich für eine endlich gut angepasste Antenne

$$Q_A = \frac{16 \cdot \pi^2 \cdot abd}{\left(1 - |r|^2\right)} \cdot \left(\frac{f}{c}\right)^3, \qquad (3.51)$$

wobei *r* den Reflektionskoeffizienten bildet, der bei perfekter Anpassung gleich 0 ist. Es zeigt sich direkt, dass die Antennengüte eine Frequenzabhängigkeit mit f^3 aufweist. Falls mehrere Antennen in die Kammer eingebracht werden, so kann der Gesamteinfluss durch Aufsummation der einzelnen Antennenverluste $L_A = 1/Q_A$ ermittelt werden.

3.3.3 Aperturverluste

In konventionellen Schirmkabinen lassen sich lochartige Öffnungen, beispielsweise bedingt durch Lüftungen, in praktischen Szenarien kaum vermeiden. Für elektrisch kleine Lochstrukturen lassen sich Formelausdrücke herleiten, die für den Fall äußerer Feldexpositionen den zu erwartenden Einbruch der Schirmdämpfung annähern [53].

Für die Güte der Modenverwirbelungskammer ist eine umgekehrte Betrachtung der Öffnungsaperturen erforderlich, da durch die Lochstruktur Energie vom Kammerinneren nach außen transmittiert wird. Diese Aperturverluste $L_{Aper} = 1/Q_{Aper}$ lassen sich durch geschlossene Formelausdrücke für kreisrunde Öffnungen abschätzen. Für die Aperturengüte gilt nach [46] allgemein

$$Q_{Aper} = \frac{4\pi \cdot abd}{\langle \sigma_i \rangle} \cdot \left(\frac{f}{c}\right).$$
(3.52)

Der Ausdruck ist proportional zur Frequenz und zeigt eine Abhängigkeit zum mittleren Streuquerschnitt $\langle \sigma_t \rangle$, der das resultierende frequenzabhängige Verhalten maßgeblich beeinflusst. Eine Aufsummation der Aperturverluste ist nach [46] ebenfalls möglich.

Der Ansatz zur Ermittlung von $\langle \sigma_t \rangle$ hängt vom Verhältnis des Aperturenradius r_{Aper} zur betrachteten Wellenlänge λ ab. Für elektrisch große Aperturen wird in [46] ein optischer Strahlenansatz eingesetzt, der zu einem frequenzunabhängigen mittleren Streuquerschnitt führt:

$$\langle \sigma_t \rangle = \frac{\pi}{2} \cdot r_{Aper}^2$$
, für $\left(\frac{r_{Aper}}{\lambda}\right) > \frac{1,29}{2\pi} \approx 0,205$ (3.53)

Für elektrisch kurze Strukturen wird über eine Modellierung mittels elektrischer und magnetischer Dipolmomente eine Frequenzabhängigkeit von $\langle \sigma_t \rangle$ ermittelt:

$$\langle \sigma_t \rangle = \frac{256}{9} \cdot \pi^3 \cdot \left(\frac{f}{c}\right)^4 \cdot r_{Aper}^6, \text{ für } \left(\frac{r_{Aper}}{\lambda}\right) \le \frac{1,29}{2\pi} \approx 0,205$$
 (3.54)

Die Kombination der Gleichungen (3.52) und (3.53) zeigt, dass die Aperturgüte für Öffnungen mit Radien größer als 20 % der Wellenlänge proportional zur Frequenz f ist. Ursächlich hierfür ist der frequenzunabhängige mittlere Streuquerschnitt, der aus der Annahme einer elektrisch großen Struktur im Sinne der geometrischen Optik resultiert. Für Aperturradien, die die entsprechenden Abmessungen nicht aufweisen, ergibt sich mit den Gleichungen (3.52) und (3.54) eine Frequenzabhängigkeit mit $1/f^3$ für Q_{Aper} . Für elektrisch kleine Strukturen steigen die Verluste mit wachsender Frequenz schnell an, bis der Übergang zur elektrisch großen Betrachtung eintritt und sich das Verhalten in abgeschwächter Form umkehrt.

In modifizierter Form kann Gleichung (3.52) eingesetzt werden, um auch absorbierende Verluste zu erfassen [46]:

$$Q_{abs} = \frac{2\pi \cdot abd}{\langle \sigma_t \rangle} \cdot \left(\frac{f}{c}\right)$$
(3.55)

Exemplarisch kann der mittlere Streuquerschnitt einer mit Salzwasser gefüllten Sphäre approximiert werden [46]. Hierbei sind jedoch genaue Materialkenntnisse und Geometriekenntnisse notwendig, die allgemein für praktisch eingesetzte Materialgemische schwer zu erlangen sind.

Es sei angemerkt, dass die Aperturgüte eine Näherung darstellt, die für den jeweiligen Anwendungsfall überdacht werden muss. Innerhalb der Untersuchungen aus [48] zur Bestimmung der Schirmdämpfung von kleinen Gehäusen mit runden Löchern in Modenverwirbelungskammern zeigen sich bei ausreichender Modenanzahl deutliche Übereinstimmungen zwischen Messung und theoretischer Approximation auf Basis von Wand-, Antennen- und Aperturverlusten nach den Gleichungen (3.52), (3.53) und (3.54).

3.3.4 Minimale Kammergüte

Um eine optimale Feldverteilung innerhalb einer Modenverwirbelungskammer zu erreichen, ist eine Beteiligung möglichst vieler Moden notwendig, in denen die eingebrachte Energie gespeichert wird. Für eine Antennenübertragungsstrecke, bestehend aus Sende- und Empfangsantenne, ergibt sich daher die Bedingung, dass die gesamte Empfangsleistung aus energetischen Anteilen stammt, die aus der multimodalen Feldkonfiguration resultieren.

Im Gegensatz hierzu sei auf Kammern mit absorbierender Wandbelegung (Absorberkammern) verwiesen, die idealerweise keine resonanten Eigenschaften zeigen und somit auch keine quantifizierbare Güte im Sinne eines schwingfähigen Systems besitzen. Die Antennenübertragung

wird hier über eine direkte Strahlungskopplung realisiert, wobei ein Teil der ausgestrahlten Energie in der absorbierenden Wandbelegung verloren geht.

Aus der Betrachtung der beiden Grenzfälle stellt sich die Frage nach einer oberen Verlustschranke, bzw. einer minimalen Güte, die eine Abgrenzung zwischen dem gewünschtem Resonanzverhalten und nicht tolerierbaren Beeinflussungen zulässt. In [21] wird an einer realen Modenverwirbelungskammer gezeigt, dass eine sukzessive Reduktion der Güte mit einer Verschlechterung der isotropen und homogenen Eigenschaften einhergeht.

Die Herleitung einer minimalen Güteanforderung aus [21] basiert auf dem Vergleich der erzeugten Leistungsdichte S_{iso} eines isotropen Kugelstrahlers im Abstand r_{iso} und der mittleren zur Verfügung stehenden Leistungsdichte \overline{S}_{MVK} innerhalb einer Modenverwirbelungskammer bei jeweils gleicher Nettoeingangsleistung $P_{in,net}$. Der Kugelstrahler repräsentiert hierbei eine abstrahlende Antenne im Freiraum. Allgemein gilt für den isotropen Kugelstrahler

$$S_{iso} = \frac{1}{4\pi r_{iso}^2} \cdot P_{in,net}$$
(3.56)

und mit dem Kammervolumen V für die mittlere Leistungsdichte in der Modenverwirbelungskammer

$$\overline{S}_{MVK} = \frac{c \cdot Q}{2\pi \cdot V \cdot f} \cdot P_{in,net} \,. \tag{3.57}$$

Werden beide Leistungsdichten gleich gesetzt, so ergibt sich ein effektiver Radius $r_{\rm e}$

$$r_e = \sqrt{\frac{V}{2 \cdot Q} \cdot \left(\frac{f}{c}\right)},\tag{3.58}$$

über den ein Kugelvolumen Vre berechnet wird

$$V_{re} = \frac{4}{3}\pi \cdot r_e^2 = \frac{4}{3}\pi \cdot \left(\frac{V}{2Q} \cdot \frac{f}{c}\right)^{\frac{3}{2}}.$$
 (3.59)

Gleichung (3.59) kann nach Q, im Folgenden als $Q_{\text{Grenzwert}}$ bezeichnet, umgestellt werden

$$Q_{Grenzwert} = \left(\frac{4}{3}\pi\right)^{\frac{2}{3}} \cdot \frac{V^{\frac{1}{3}}}{2} \cdot \left(\frac{f}{c}\right).$$
(3.60)

Die Güte aus Gleichung (3.60) lässt sich als Grenze interpretieren, ab der direktes Übersprechen und multimodales Verhalten gleichwertig sind. Damit lässt sich für die Güte einer funktionalen Modenverwirbelungskammer fordern [21]:

$$Q >> Q_{Grenzwert} \tag{3.61}$$

Alternativ wird die minimale Güte aus einer statistischen Betrachtung hergeleitet, woraus sich eine Anhebung des Grenzwerts aus Gleichung (3.60) um den konstanten Faktor 3 ergibt. Da in Gleichung (3.61) das ">>"-Zeichen nicht näher quantifiziert ist, können nur empirische Erfahrungswerte die erforderlichen Güten eingrenzen. Die Verdreifachung mittels eines konstanten

Faktors ist somit nicht entscheidend. Im Folgenden wird daher der Ausdruck (3.60) als Abschätzung der minimalen Güte eingesetzt.

Die Güte einer leeren Modenverwirbelungskammer wird nach Gleichung (3.48) maßgeblich durch den höchsten Verlustfaktor, bzw. den kleinsten Wert der einzelnen Güten Q_{A} , Q_{W} oder Q_{Aper} , beeinflusst. Im Folgenden wird auf Basis der Näherungsformeln die Güte einer kleinen Modenverwirbelungskammer (V ≈ 0.38 m³) analysiert.

Die Antennengüte zeigt bei fester Frequenz ausschließlich eine proportionale Abhängigkeit zum Kammervolumen. Wenn ebenfalls die Kammerabmessungen vorgegeben sind, so ist dieser Anteil nicht variierbar und wird daher im unteren Frequenzbereich immer der dominante Verlustfaktor bleiben. Im Gegensatz hierzu weisen die verbleibenden zwei Gütefaktoren jedoch weitere Parameter auf, die potentiell die Güte durch zusätzliche Freiheitsgrade beeinflussen.

Die Wandgüte zeigt eine direkte Abhängigkeit von der Leitfähigkeit κ , die innerhalb der äquivalenten Leitschichtdicke auftritt. Überschlägig bewirkt die Erhöhung der Leitfähigkeit bei festen Rahmenbedingungen einen Güteanstieg mit $\sqrt{\kappa}$.



Abbildung 3.11: Güte einer Modenverwirbelungskammer der Abmessungen a = 0,5 m, b = 0,74 m und d = 1,04 m bestehend aus Antennen- und Wandgüten für 3 unterschiedliche Leitfähigkeiten, minimale Gütenanforderung

In Abbildung 3.11 sind die erreichbaren Güten, bestehend aus Antennen- und Wandgüten, einer Modenverwirbelungskammer mit den Abmessungen a = 0,5 m, b = 0,74 m und d = 1,04 m für drei unterschiedliche Leitfähigkeiten aufgetragen. Ab ca. 1,75 GHz ist bei allen drei Leitfähigkeiten eine annähernde Gleichheit der Antennengüten erreicht. Werden die Güten bei 4,5 GHz verglichen, so sind nur Einflüsse durch die Wandgüte zu erwarten.

An dieser Frequenz unterscheiden sich die Güten für die maximale und minimale Leitfähigkeit annähernd um das Achtfache, wobei eine Leitfähigkeit von 10^5 S/m deutlich unter den angenommenen Werten für verzinktes Stahlblech mit 10^6 S/m [11] und Aluminiumlegierungen mit $8,83 \cdot 10^6$ S/m [46] liegt.

Eine auffällig niedrige Anforderung zeigt die Kurve der Grenzgüte. Es wird deutlich, dass der Term aus Gleichung (3.60) kein direktes Kriterium darstellen kann, da bei resonanten Strukturen eine triviale Erfüllung sehr wahrscheinlich ist. Vielmehr ist die Interpretation des Verhältnisses aus Güte und minimaler Güte, bzw. der Forderung ">>", nach Gleichung (3.61) ausschlaggebend. Exemplarisch sei angemerkt, dass bei 4,5 GHz der Quotient aus der Gütefunktion für die niedrigste Leitfähigkeit und der Grenzgüte ca. 400 beträgt.

Auf Basis der theoretischen Näherungen bleiben die resonanten Eigenschaften auch bei einer sehr kleinen Kammer mit moderaten Leitfähigkeiten erhalten. Es bleibt fraglich, ob Aperturen relevante Änderungen der Gütefunktion bewirken.

Für $\kappa = 10^6$ S/m wird daher zusätzlich der Einfluss der Aperturengüte, für Radien $r_{Aper} = 8$ cm und $r_{Aper} = 4$ cm, gegen die entsprechende Güte aus Abbildung 3.11 dargestellt.



Abbildung 3.12: Güten einer Modenverwirbelungskammer der Abmessungen a = 0.5 m, b = 0.74 m und d = 1.04 m für 2 Aperturen und einer Leitfähigkeit $\kappa = 10^6 \text{ S/m}$

Im Vergleich zu einer geschlossenen Kammer, die eine Wandleitfähigkeit von $\kappa = 10^5$ S/m (Abbildung 3.11) aufweist, werden selbst bei großen Öffnungen immer noch höhere Güten erreicht. Ausschlaggebend hierfür ist der frequenzproportionale Beitrag der Aperturengüte, der innerhalb der gesamten Gütefunktion der Wandgüte untergeordnet wird. Es bleibt allerdings der Hinweis, dass in praktischen Szenarien Öffnungen immer bestmöglich zu vermeiden sind, da hohe Feldexpositionen in der Umgebung auftreten können.

3.3.5 Maximale Kammergüte

Die direkte Abschätzung einer maximalen Kammergüte kann nur in Bezug zum praktischen Anwendungsfall geschehen. Hierbei sind vor allem die Einflüsse der zu erwartenden Beladung und das Verfahren zur Maximierung der am Prüffeld beteiligten Moden (Verwirbelung, Kapitel 3.4) zu berücksichtigen. Für den ungünstigsten Fall der Anregung mit einer schmalbandigen harmonischen Frequenz, lässt sich eine modale Bandbreite angeben [23] :

$$f_{BW,M} = \frac{f}{Q} \tag{3.62}$$

Hieraus lässt sich die Zahl der am Prüffeld beteiligten Moden abschätzen. Aus diesem Blickwinkel müssen somit möglichst viele Moden vollständig oder zumindest anteilig innerhalb dieser Bandbreite liegen.

Für hohe Güten ist diese Anforderung gerade in den unteren Frequenzbereichen mit geringen Modenanzahlen häufig schwer zu erfüllen, was zu einer Reduktion der Feldqualität führt. Die Aussagen werden durch praktische Messungen an einer Kupferkammer [17] und verschiedenen numerischen Simulationen [54] gestützt. Eine punktuelle Reduktion der Güte mittels absorbierender Materialien hat in [21] einen kontraproduktiven Einfluss auf die Feldqualität. Abbildung 3.13 verdeutlicht die zu erwartenden Bandbreiten.



Abbildung 3.13: Theoretische modale Bandbreite über der Kammergüte bei f = 1 GHz

Wird die Kammer zur Feldhomogenisierung mit breitbandigen Signalen angeregt, so kann prinzipiell die Anzahl der aktiven Moden von außerhalb beeinflusst werden, da die modale Bandbreite von der Signalbandbreite überlagert wird.

Die Wahrung eines maximalen Abstands zur Grenzgüte, beispielsweise durch Materialien mit sehr hohen Leitfähigkeiten (z.B. Kupfer), ist somit vorher abzuwägen und kann nicht pauschal beantwortet werden.

3.4 Praktische Verfahren zur Generierung homogener und isotroper Felder

Die vorangegangenen Betrachtungen zur Homogenität und Isotropie der elektrischen Feldstärke aus Kapitel 3.2.3 basieren auf der Annahme, dass die Aussagen des zentralen Grenzwertsatzes gültig sind. Physikalisch gesehen muss hierzu eine sehr große Anzahl an unterschiedlichen Moden die resultierende Feldverteilung bestimmen, wobei jede einzelne Mode nur einen unbedeutenden Anteil liefert. Da die Modenanzahl eine Funktion der Frequenz ist und somit die unteren Frequenzbereiche³ die niedrigsten Modenbesetzungen aufweisen, muss die Kammer geeignet manipuliert werden, um möglichst viele Moden an der anregenden Frequenz bereitzustellen.

Praktisch lässt sich das Bestreben durch "Modenverwirbelungen" umsetzen, die entweder eine physikalische Veränderung des resonanten Raums bewirken oder die Kammer breitbandig anregen. Die Verfahren können in mechanische oder elektrische Varianten unterteilt werden.

3.4.1 Mechanische Verfahren

Normativ ist in [13] die Nutzung eines mechanischen "Modenrührers" erfasst, der sich mindestens schrittweise drehen lassen muss ("Mode-tuned"-Betrieb, MT). Praktisch sind häufig Konstruktionen anzutreffen, die über eine mechanische Welle unterschiedlich orientierte Metallbleche mit einem Schrittmotor verbinden. Zur optimalen Ausbildung der Wirbelströme ist eine isolierende Verbindung mit der tragenden Welle vorteilhaft. Eine möglichst unregelmäßige Orientierung der Bleche begründet sich durch die in Kapitel 2.4 berechneten Feldverteilungen, wenn Stromelemente anwesend sind. Da es keinen Unterschied macht, ob der Strom aktiv eingespeist oder induziert wird, zeigt sich, dass eine Orientierung des Stromelements in nur eine Richtung auch nur bestimmte Moden anregen kann, was kontraproduktiv hinsichtlich einer optimalen Modenanregung ist [55]. Zusätzlich müssen, für eine effiziente Beeinflussung der Randbedingungen, die Bleche Dimensionen im Bereich der anregenden Wellenlänge aufweisen [56].



Abbildung 3.14: Modenrührer der großen Kammer des Lehrstuhls HST, der Modenrührer generiert eine ausreichende Feldqualität ab ca. 200 MHz

³ Schirmkabinen in konventionellen Größenordnungen (z.B. große Kammer des Lehrstuhls HST: a = 3,08 m, b = 3,58 m, d = 7,28 m) haben normalerweise untere Einsatzfrequenzen im Bereich von 150 MHz bis 300 MHz

Wird die Kammer an einer harmonischen Frequenz f betrieben, so werden alle Moden innerhalb der Resonanzbandbreite f/Q mehr oder weniger gut angeregt und tragen somit zum resultierenden Feld bei. Dieses Verhalten impliziert, dass alle Moden die sich außerhalb der Resonanzbandbreite befinden keinen Beitrag liefern. Da im Normalfall die Moden an einer Rührerstellung nicht ausreichen, wird der Rührer bewegt, um den Resonator zu verstimmen, damit nun andere Moden innerhalb der Resonanzbandbreite erreicht werden und somit die Anzahl der beteiligten Moden über einen vollen Zyklus maximiert wird.

Die erwartete Modenverschiebung vor und nach einer Positionsänderung des Rührers ist vereinfacht in Abbildung 3.15 visualisiert, wobei die roten und grünen Linien existente Moden symbolisieren und jede Mode für sich eine endliche Bandbreite aufweist.



Abbildung 3.15: Schematisch dargestellte Auswirkungen des Rührprozesses bei Anregung an der Frequenz f

Zusätzlich zum schrittweisen Betrieb besteht nach [13] die Möglichkeit den Rührer kontinuierlich drehen zu lassen ("Mode-stirred"-Betrieb, MS), woraus sich ein Zeitvorteil ergeben kann.

Abgesehen von einem erhöhten Konstruktionsaufwand, bewirkt die räumliche Ausdehnung der Rührerbleche eine Reduktion des zur Verfügung stehenden Prüfvolumens, was gerade bei kleinen Kammern eine deutliche Einschränkung des Nutzbereichs zur Folge haben kann.

3.4.2 Elektronische Verfahren

Für konstruktionsbedingt kleine Kammern ist eine Vermeidung mechanischer Rührvorrichtungen vorteilhaft, da keine Reduktion des möglichen, mittig orientierten, Prüfvolumens zu erwarten ist. Als Beispiel sei auf die kleine Kammer des Lehrstuhls HST mit den Abmessungen a = 0,5 m, b = 0,74 m und d = 1,04 m verwiesen, die ab 1 GHz ein theoretisch normkonformes maximales Prüfvolumen mit den Abmessungen $a_P = 0,35$ m, $b_P = 0,59$ m, und $d_P = 0,89$ m aufweist (Kapitel 4.3). Eine effiziente Rührvorrichtung sollte somit einen Durchmesser von ca. 30 cm aufweisen. Wird die Rührerachse entlang der Flächennormalen der *a-d*-Ebene orientiert und eine Eckpositionierung vorgenommen, so würden sich die beiden betreffenden Kanten des Prüfvolumens um jeweils 22,5 cm reduzieren. Hierbei ist davon ausgegangen worden, dass der Rührer entlang der gesamten Kante *b* verteilt ist und über einen vollen Zyklus eine zylindrische Fläche mit einem Durchmesser von 30 cm überstreicht.

Im Gegensatz hierzu kommen elektronische Verwirbelungsverfahren ohne eine mechanische Rührvorrichtung aus. Die Verfahren können prinzipiell in zwei Klassen unterteilt werden, bei denen

entweder eine schmal- oder breitbandige Anregung genutzt wird. Auf Pulsanregungen wird im Folgenden nicht weiter eingegangen [28].

In [23] wird die Feldqualität innerhalb eines theoretischen Szenarios untersucht, falls die Kammer örtlich verteilt schmalbandig angeregt wird ("Source-Stirring"). Abgesehen von der erwarteten feldhomogenisierenden Wirkung ergibt sich potentiell die Möglichkeit, die Kammer mit sehr hohen Eingangsleistungen zu betreiben, da die elektrische Belastung auf mehrere Antennen verteilt wird. Die feldhomogenisierende Wirkung ist experimentell in [17] nachgewiesen worden.

Ein alternatives Verfahren zur schmalbandigen Anregung sieht vor, die Kammer, mittels örtlich verteilter Antennen, reaktant zu belasten [57]. Die benötigten Randbedingungen werden dann über Änderungen der an den Antennenfußpunkten angeschlossenen Reaktanzen sichergestellt, wobei in [57] rechnergesteuerte Kurzschlussschieber eingesetzt werden. Das Verfahren besitzt den Vorteil, dass die Vorgaben aus EN-61000-4-21 eingehalten werden können.

Die Nutzung von Antennenarrays bewirkt ebenfalls einen erhöhten Konstruktionsaufwand und kann bei kleinen Kammern unter Umständen ein direktes Übersprechen fördern, was z.B. in [1] angedeutet wird.

Für Kammern in den genannten Größenordnungen bietet sich daher die Nutzung einer einzelnen Anregungsantenne an. Ein möglicher Freiheitsgrad zur Substitution des Rührprozesses ist dann die Bandbreite *BW* des anregenden Signals [23]. Bei diesem Verfahren ("Frequency Stirring") werden möglichst simultan Moden außerhalb der Resonanzbandbreite angeregt, was zu einem nahezu in Echtzeit gemittelten Feld führt.



Abbildung 3.16: Schematische Darstellung der Anregung durch ein breitbandiges Signals

Für den Betrag der quadratischen Feldstärke ergibt sich dann für eine Feldkomponente [23]:

$$|E_{z}|^{2} = \frac{1}{BW} \int_{f-BW/2}^{f+BW/2} |E_{z}(f')| df'$$
(3.63)

Das Verfahren wird in [24] mittels eines bandbegrenzten Rauschsignals zur Generierung eines rechteckigen Spektrums praktisch implementiert und innerhalb von zwei Kammern im Frequenzbereich 1 GHz bis 4 GHz untersucht. Die kleinere der beiden Kammern weist Abmessungen von a = 30 cm, b = 36 und d = 36 cm auf und ist aus Aluminium gefertigt. Zur Generierung einer relevanten Feldqualität werden Bandbreiten von ca. 100 MHz benötigt.

4 Einfluss der Kammerabmessungen

Bei nahezu jeder EMV-Prüfeinrichtung spielen die Abmessungen eine entscheidende Rolle. Beispielsweise bewirkt die Verkleinerung einer TEM-Zelle eine Anhebung der oberen Grenzfrequenz, die allerdings durch eine Verkleinerung des zur Verfügung stehenden Prüfvolumens erkauft wird. Nach den theoretischen Vorarbeiten zeigen auch die Eigenschaften einer Modenverwirbelungskammer existentielle Geometrieabhängigkeiten, wobei die Prüfvolumengröße nur einen beeinflussten Teil ausmacht.

Aus ökonomischer Sicht ist eine Modenverwirbelungskammer möglichst klein zu halten, um den Konstruktions- und Materialaufwand zu reduzieren. Hieraus ergeben sich direkt technische Konsequenzen, die den nutzbaren Frequenzbereich, die erreichbare Messdynamik und die Einsatzmöglichkeiten betreffen. Daher werden im Folgenden die Auswirkungen der Kammerabmessungen herausgearbeitet, wobei die Verkleinerung der Kammergeometrie im Vordergrund steht.

4.1 Untere Grenzfrequenz

Im Kontext der elektromagnetischen Verträglichkeit müssen Prüfumgebungen eine maximale Entkopplung von der Umwelt und somit eine bestmögliche Reproduzierbarkeit gewährleisten. Diese Forderungen können in realen Szenarien selbstverständlich nicht mittels einer einzigen geschirmten Anordnung realisiert werden, da innerhalb der Prüfungen beispielsweise sowohl die Verträglichkeitspegel im Bereich der Radiofrequenzen als auch der Kommunikationselektronik nachzuweisen sind. Daher sind für Prüfungen in den unterschiedlichsten Frequenzbereichen auch dementsprechende Prüfkonzepte einzusetzen. Ausgehend von einer Unterteilung in gestrahlte und leitungsgeführte Vorgänge lassen sich grundlegende Klassifizierungen vornehmen, die im Folgenden grafisch dargestellt werden.



Abbildung 4.1: Typische Einsatzbereiche unterschiedlicher EMV-Prüfumgebungen bei üblichen Abmessungen

Die angegebenen Werte aus Abbildung 4.1 gelten für Prüfumgebungen in konventionellen Größen und sind weitestgehend aus verschiedenen Standards oder Normen entnommen.

Prinzipiell zeigt die Modenverwirbelungskammer die ausschlaggebenden Einschränkungen im Bereich der unteren Frequenzen. Die große Kammer des Lehrstuhls HST lässt sich nach den Homogenitätsanforderungen aus [13] ab 200 MHz einsetzen. Nach Gleichung (3.11) beträgt an dieser Frequenz die Modenanzahl N ca. 200, wobei der minimale Einfluss des Kantenterms bei Rechteckresonatoren unberücksichtigt bleibt. Mit dieser Vereinfachung wird die Modenanzahl direkt proportional zum Kammervolumen V und es kann abhängig vom Volumen eine Abschätzung der unteren Einsatzfrequenz vorgenommen werden. Wird die konservative Abschätzung von mindestens 200 Moden beibehalten, so gilt für die untere Einsatzfrequenz f_{LUF} :

$$f_{LUF} = \left(\frac{200 \cdot 3}{8\pi \cdot V}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot c_0$$
(4.64)

Exemplarisch werden die zu erwartenden unteren Einsatzfrequenzen über verschiedenen Kammervolumina aufgetragen.



Abbildung 4.2: Zu erwartende untere Einsatzfrequenz einer Modenverwirbelungskammer über unterschiedlichen Volumina, Berechnung für 200 existente Moden

Eine Volumenreduktion führt somit zu einer Anhebung der unteren Einsatzfrequenz. Für Volumina unter 0,5 m³ ist der Einsatz erst ab 1 GHz realistisch. Kammern in dieser Größenordnung bilden somit den Grenzfall einer Modenverwirbelungskammer.

Interessant werden Kammern mit einem Volumen von ca. 80 m³, da eine untere Grenzfrequenz von 200 MHz erreicht wird, die z.B. bei Komponententests im Automobilbereich gefordert wird.

4.2 Gütefunktion

In Kapitel 3.3 zeigt sich eine Abhängigkeit der Gütefunktion einer geschlossenen und unbeladenen Modenverwirbelungskammer von zwei grundlegenden Verlustmechanismen. In praktischen Anwendungen kommen noch weitere Faktoren hinzu, die analytisch kaum nachvollziehbar sind [11].

Ein eher selten betrachteter Aspekt ist der Einfluss der reinen Kammergröße auf die Gütefunktion. In verschiedenen Literaturstellen werden kleine Kammern mit Abmessungen im Zentimeter- oder unterem Meterbereich sowohl zur numerischen Simulation als auch innerhalb realer Szenarien immer wieder eingesetzt [48], [54].

Ein direkter Vergleich der theoretischen Gütefunktionen (Antennen- und Wandverluste) zweier Kammern mit deutlich unterschiedlichen Volumina, aber gleichen Wandleitfähigkeiten ist der folgenden Abbildung zu entnehmen.



Abbildung 4.3: Theoretische Gütefunktionen bestehend aus Antennen- und Wandgüte für zwei Modenverwirbelungskammern mit deutlichen Größenunterschieden, Wandleitfähigkeiten $\kappa = 10^6$ S/m

Prinzipiell weist die Gütefunktion der kleineren Kammer deutlich geringere Werte auf, die ausschließlich durch Volumen- und Oberflächenabhängigkeiten verursacht werden. Zusätzlich ist ein frequenzabhängiger Unterschied sichtbar, der vor allem im unteren Abschnitt auftritt. Ursächlich hierfür ist der Einfluss der Antennenverluste, die nach Gleichung (3.51) bei sinkendem Volumen linear zunehmen und eine Frequenzabhängigkeit zu f^3 aufweisen.

Zur separierten Betrachtung der Größeneinflüsse auf die Gütefunktion ist eine Unterdrückung der Frequenzabhängigkeit vorteilhaft. Im Folgenden wird daher eine ähnliche Frequenznormierung wie in Kapitel 3.1 eingeführt.

Jede Gütefunktion besitzt eine charakteristische Frequenz f_c , an der Wand- und Antennengüte den gleichen Betrag aufweisen.



Abbildung 4.4: Exemplarische Gütefunktion zur Darstellung des Schnittpunkts zwischen Antennen- und Wandgüte, charakteristische Frequenz f_c

Die entsprechende Frequenz f_c kann dann durch Gleichsetzen von Q_A und Q_W und Umstellung nach f, abhängig von der Kammeroberfläche A, ermittelt werden, wobei im Folgenden der minimale Beitrag des Kantenterms aus Gleichung (3.50) vernachlässigt wird⁴:

$$f_c = \left(\frac{3}{32\pi^2} \cdot \frac{1}{A} \cdot \sqrt{\pi\mu_0 \kappa} \cdot c_0^3\right)^{\left(\frac{2}{5}\right)}$$
(4.65)

 $\langle a \rangle$

Gleichung (4.65) hängt nur noch von der Kammeroberfläche und dem Wandmaterial der betrachteten Kammer ab.

Zur weiteren Unterdrückung der Frequenzabhängigkeiten lässt sich die laufende Frequenz f im Folgenden als Vielfache von f_c darstellen:

$$f = f_r \cdot f_c \,, \tag{4.66}$$

wobei f_r ein einheitenloser Faktor ist.

Wird die Frequenz in der Gütefunktion durch Gleichung (4.66) ersetzt, so ergibt sich die relative Güte Q_r :

$$Q_r(f_r) = \frac{Q_A(f_r) \cdot Q_W(f_r)}{Q_A(f_r) + Q_W(f_r)}$$
(4.67)

Wird Q_r über Vielfache f_r der charakteristischen Frequenz aufgetragen, ergeben sich die folgenden Kurvenverläufe für drei exemplarische Kammern mit jeweils gleichen Wandleitfähigkeiten.

 ${}^{4} Q_{W} = \frac{3}{2} \cdot \frac{abd}{2 \cdot (ab + ad + bd)} \cdot \sqrt{\mu_{0} \kappa \pi \cdot f}$



Abbildung 4.5: Q_r für 3 verschiedene Kammern: 1. a = 3,08 m, b = 3,58 m, d = 7,28 m, 2. a = 0,5 m, b = 0,74 m, d = 1,04 m, 3. a = 0,152 m, b = 0,253 m, d = 0,432 m

Es sei angemerkt, dass für $f_r = 1$ bei allen Kammern die Antennen- den Wandgüten entsprechen, da $f = f_c$ gilt. Für die Kammer mit einem Volumen von 0,38 m³ wird im Folgenden exemplarisch die Leitfähigkeit κ zwischen 10⁵ S/m und 2·10⁶ S/m variiert.



Abbildung 4.6: Relative Güte der großen Kammer für $\kappa = 10^6$ S/m und der kleinen Kammer für verschiedenen Wandleitfähigkeiten zwischen $\kappa = 10^5$ S/m und $\kappa = 2 \cdot 10^6$ S/m

Es zeigt sich direkt, dass mit steigender Leitfähigkeit die relative Güte der kleinen Kammer mit V = 0,38 m³ gegen die entsprechende Kurve der großen Kammer mit V = 80,3 m³ strebt. Hierbei ist allerdings zu berücksichtigen, dass höhere Leitfähigkeiten in der Praxis prinzipiell Einbußen in der Feldqualität bewirken können (Kapitel 3.3.5).

Im Folgenden werden messtechnisch ermittelte Gütefunktionen verschiedener Modenverwirbelungskammern präsentiert. Der Fokus liegt auf der kleinen Kammer des Lehrstuhls HST mit den Abmessungen a = 0,5 m, b = 0,74 m und d = 1,04 m. Die Kammer ist aus verzinktem Stahlblech gefertigt, dass eine angenommene Leitfähigkeit von $\kappa = 10^6$ S/m aufweist [11]. Zur Öffnung der Kammer sind zwei Metallplatten vorgesehen, die über jeweils eine HF-Dichtung an der Kammer befestigt werden. Die eingesetzten Schrauben weisen jeweils einen Abstand von ca. 11 cm auf und werden mit einem Drehmoment von ca. 10 Nm angezogen.



Abbildung 4.7: Kleine Kammer des Lehrstuhls HST, a = 0,5 *m, b* = 0,74 *m, d* = 1,04 *m, V* = 0,38 m^3 , A = 3,3 m^2

Bei den eingesetzten Antennen handelt es sich um breitbandig angepasste Kelchstrahler (0,6 GHz bis 8,5 GHz), die über Durchführungen montiert werden [17]. Die Sende- und Empfangsantenne sind orthogonal, mit einem Höhenversatz von ca. 15 cm bezogen auf den oberen Rand der Empfangsantenne und den unteren Rand der Sendeantenne, auf der Wandfläche (Empfangsantenne, Abbildung 4.7) und der Tür montiert. Die folgende Übersichtszeichnung stellt die beschriebenen Sachverhalte schematisch dar.



Abbildung 4.8: Übersichtsskizze der kleinen Kammer des Lehrstuhls HST

Mit dieser Konfiguration lässt sich eine Gütefunktion der kleinen Kammer messtechnisch bestimmen. Nach [23] kann die Güte über eine Messung der mittleren Sende- und Empfangsleistung $P_{\rm E}$ ermittelt werden:

$$Q = \frac{16\pi^2}{\eta_E \cdot \eta_S \cdot \lambda^3} \cdot \left\langle \frac{\langle P_E \rangle_{NR}}{\langle P_{in} \rangle_{NR}} \right\rangle_{NO}, \qquad (4.68)$$

wobei $\eta_{\rm E}$ und $\eta_{\rm S}$ die sehr schwierig zu ermittelnden Antenneneffektivitäten⁵, *NR* die Mittelung über der Anzahl unterschiedlicher Randbedingungen (z.B. Rührerstellungen) und *NO* eine Mittelung über verschiedene Antennenstrecken (Aufstellorte) darstellen.

Der praktische Zugriff auf Gleichung (4.68) lässt sich unkompliziert mittels einer Messung der Streuparameter $|\underline{S}_{21}|$ und $|\underline{S}_{11}|$ realisieren. Da in der kleinen Kammer des Lehrstuhl HST keine Rührvorrichtung vorhanden ist, wird eine nachträgliche Frequenzmittelung der Streuparameter nach [48] durchgeführt. Das Filterfenster besitzt hierbei den Frequenzumfang *BW* ("Bandbreite"). Für den frequenzkontinuierlichen Fall gilt dann für die gemittelten Leistungen:

$$\langle P_E(f) \rangle = \frac{1}{BW} \cdot \begin{pmatrix} g = f + \frac{BW}{2} \\ \int |S_{21}(g)|^2 dg \\ g = f - \frac{BW}{2} \end{pmatrix},$$
 (4.69)

⁵ Für die verwendeten Antennen $\eta_{\rm E} = \eta_{\rm S} = 1$

$$\langle P_{in}(f) \rangle = 1 - \frac{1}{BW} \cdot \left(\int_{g=f-\frac{BW}{2}}^{g=f+\frac{BW}{2}} |S_{11}(g)|^2 dg \right).$$
 (4.70)

Die Güte ergibt sich dann entsprechend zu⁶

$$Q(f) = \frac{16\pi^2}{\eta_E \cdot \eta_S \cdot \lambda^3} \cdot \left(\frac{\langle P_E(f) \rangle_{Nf}}{\langle P_{in}(f) \rangle_{Nf}} \right), \tag{4.71}$$

wobei eine lokale Mittelung auf Grund der begrenzten Montagemöglichkeiten der Antennen entfällt. Abbildung 4.9 zeigt die messtechnisch ermittelten Güten in der kleinen Modenverwirbelungskammer des Lehrstuhls HST für drei unterschiedliche Breiten des Filterfensters.



Abbildung 4.9: Messtechnisch ermittelten Güten der kleinen Modenverwirbelungskammer für drei unterschiedliche Frequenzmittelungen, Theoretische Güte (Antennen- und Wandverluste), Grenzgüte nach Gleichung (3.60)

Für eine Bandbreite von 10 MHz zeigen sich schmalbandige Einbrüche, die besonders im unteren Frequenzbereich unregelmäßig auftreten. Ab ca. 1,5 GHz nähert sich die Kurve jedoch deutlich der theoretischen Erwartungshaltung und die schmalbandigen Einbrüche dominieren nicht mehr den Frequenzverlauf. Eine Verbreiterung des Filterfensters auf bis zu 40 MHz führt zu einer Glättung der Kurve und einer Annäherung an die theoretischen Werte. Der Frequenzbereich unterhalb von 1 GHz dient zur Abschätzung des Verhaltens bei einem anzunehmenden Modenmangel (Abbildung 3.2).

⁶ Da eine Messung nur an diskreten Frequenzstützstellen stattfindet, wird der kontinuierliche Verlauf durch die entsprechenden Werte im Abstand von 500 kHz ersetzt.

Es bleibt fraglich, wie sich etwaige Belastungen durch elektrische Betriebsmittel auf den Abstand der Güte zum Grenzwert auswirken und ab welcher Größenordnung inakzeptable Einbrüche zu erwarten sind. Daher werden im Folgenden breitbandig absorbierende Materialien, als Grenzfall der zu erwartenden Belastungen, in die Kammer eingebracht und die Güten erneut bestimmt.

Eine Beladung durch einen stark absorbierenden Schaumstoffwürfel mit den Kantenlängen 0,1 m x 0,1 m x 0,1 m bewirkt eine wahrnehmbare Herabsetzung der Güte für alle drei Mittelungen.



Abbildung 4.10: Messtechnisch ermittelten Güten der kleinen Modenverwirbelungskammer bei Belastung durch einen absorbierenden Schaumstoffwürfel mit den Kantenlängen 0,1 m x 0,1 m x 0,1 m

Werden die Frequenzstützstellen für die 40 MHz-Filterung bei 1 GHz und 4,5 GHz mit Abbildung 4.9 verglichen, so zeigt sich eine Herabsetzung der Güte um einen Faktor zwischen 4 und 4,5, der sich im gesamten Frequenzbereich annähernd gleich verhält.

Die direkte Interpretation oder analytische Auswertung der Gütefunktionen ist nicht möglich, da kaum Erfahrungswerte oder Anforderungen an eine minimale Güte verfügbar sind. In [21] wird auf Basis einer Beladung mit absorbierenden Flüssigkeiten eine Übertretung der Standardabweichung des elektrischen Feldes bei 900 MHz für Q < 250 erreicht. Daher werden im Folgenden zwei Kammern untersucht, aus denen sich weitere Hinweise auf eine minimale Gütenanforderung gewinnen lassen.

Die erste Kammer ist eine ältere, aus verzinktem Stahlblech gefertigte Schirmkabine, die mit einem Holzfußboden und einer Rührvorrichtung ausgestattet ist. Die Kanten weisen die Abmessungen $a_s = 3 \text{ m}, b_s = 3,94 \text{ m}$ und $d_s = 7,28 \text{ m}$ auf.

Als Referenzkabine dient die Modenverwirbelungskammer des Lehrstuhls HST, die vergleichbare Materialeigenschaften und Abmessungen $a_{HST} = 3,08$ m, $b_{HST} = 3,58$ m und $d_{HST} = 7,28$ m aufweist. In den leeren Kammern werden die Anforderungen an die Feldhomogenität nach [13] im betreffenden Frequenzbereich zwischen 1 GHz und 3 GHz erfüllt, wobei sich 18 Rührerstellungen in beiden Fällen als ausreichend erwiesen haben.

Abbildung 4.11 zeigt die messtechnisch nach Gleichung (4.68) über 18 Rührerstellungen ermittelten Gütefunktionen der beiden Kammern, wobei keine örtliche Mittelung durchgeführt worden ist.



Abbildung 4.11: Über 18 Rührerstellungen gemessene Güten der leeren Modenverwirbelungskammer des Lehrstuhls HST und der leeren Schirmkabine

Die Schirmkabine weist deutlich höhere Verluste auf, die sich durch den eingebrachten Holzfußboden und die Materialalterungen begründen. Zur Evaluierung der praktischen Konsequenzen der differierenden Gütefunktionen wird im Folgenden eine exemplarische Emissionsmessung durchgeführt.

Als Prüfling wird eine CISPR-25-orientierte offene Kabelstruktur eingesetzt, die sich auf einem 80 cm hohen Holztisch befindet und einseitig mit einer Bordnetznachbildung abgeschlossen ist. Zur definierten Anregung wird ein akkubetriebener Kammgenerator eingesetzt, der reproduzierbar und mit bekanntem Eingangspegel Spektrallinien im Abstand von 5 MHz im gesamten Frequenzbereich erzeugt.

Die messtechnische Bestimmung der mittleren abgestrahlten Leistung P_{AveRec} der angeregten Kabelbaumstruktur erfolgt in beiden Kammern vorgabenorientiert nach [13]. Zur Kalibrierung der Kammereigenschaften mit eingebrachtem Prüfling wird zunächst der Chamber Calibration Factor (CCF) bestimmt:

$$CCF = \left\langle \frac{P_{Ave \operatorname{Rec},Kal}}{P_{input}} \right\rangle_{Antennenpositionen}, \qquad (4.72)$$

wobei P_{input} die eingebrachte Leistung darstellt und eine normativ optionale örtliche Mittelung entfällt. Die geforderten Kalibrierdaten werden über Streuparametermessungen einer Antennenstrecke bestimmt, die in einem Post-Processing-Verfahren über 18 Rührerpositionen gemittelt werden. Die abgestrahlte Leistung wird dann mittels eines Messempfängers ebenfalls an 18 Rührerpositionen aufgenommen und zu einer gemittelten Leistung verrechnet. Nach EN 61000-4-21 bestimmt sich dann die abgestrahlte Leistung P_{rad} zu:

$$P_{rad} = \frac{\eta_T \cdot P_{AveRec}}{CCF}, \qquad (4.73)$$

wobei der Wirkungsgrad der Empfangsantenne $\eta_{\rm T} = 1$ angenommen wird.

Die Auswertung der mittleren Leistungswerte P_{AveRec} (ohne Einbeziehung des *CCF*) in beiden Kammern zeigt, dass die empfangenen Leistungen in der Schirmkabine im gesamten Frequenzbereich deutlich unter den Werten der Modenverwirbelungskammer des Lehrstuhls HST liegen. Nach Abbildung 4.11 ist dieser Sachverhalt auf Grund der niedrigeren Güte in der Schirmkabine direkt nachvollziehbar.

Werden allerdings die Kalibrierdaten mit eingerechnet und die mittleren abgestrahlten Leistungen nach Gleichung (4.73) verglichen, so zeigen sich nahezu im gesamten Frequenzbereich Pegelüberwertungen, bezogen auf die mittels Kammgenerator eingespeiste Leistung, in der Schirmkabine. In der Kammer des Lehrstuhls HST ist dieses Verhalten, bei einer gänzlich analogen Vorgehensweise, nicht zu beobachten.

Daher ist es wahrscheinlich, dass durch die Einbringung des Prüflings die Güte in der Schirmkabine einen kritischen Wert unterschreitet, wodurch nach Kapitel 3.3.4 beispielsweise Ortsabhängigkeiten durch direktes Übersprechen entstehen, die wiederum Unsicherheiten in der Kalibrierprozedur fördern.

Zur Abschätzung eines Grenzwertes der Gütefunktion und damit einer Quantifizierung des ">>"-Zeichens aus Gleichung (3.61), werden die messtechnisch ermittelten Güten auf die jeweiligen Grenzgüten nach Gleichung (3.60) normiert:

$$Q_n = \frac{Q}{Q_{Grenzwert}} \tag{4.74}$$

Da in der Kammer des Lehrstuhls HST keine Überbewertungen der Emissionspegel auftreten, ist davon auszugehen, dass die beladene Kammer immer noch eine ausreichende Güte aufweist. Wird Gleichung (4.74) für die große Kammer berechnet, so ergibt sich für das Minimum im gesamten Frequenzbereich $Q_n \approx 36$. Der Vergleich mit der kleinen Kammer, die in diesem Fall mit dem stark absorbierenden Würfel beladen ist, zeigt, dass von insgesamt 7760 Frequenzstützstellen nur 77 unter $Q_n \approx 36$ liegen, was nicht für eine Überladung spricht. Es sei hier angemerkt, dass der Absorberwürfel die Güte deutlich herabsetzt, was z.B. bei Platinenschaltungen in diesem Maße nicht zu erwarten ist.

Ausgehend von dieser rein empirischen Betrachtungsweise ist somit eine ca. 36 Mal höhere Güte als die Grenzgüte zu fordern. Für zukünftige Untersuchungen wären weitere Vergleiche wünschenswert.

4.3 Prüfvolumen

Die Größe des verfügbaren Prüfvolumens ist ein entscheidender Faktor im Anforderungsprofil einer EMV-Prüfeinrichtung, da hierdurch maßgeblich die Einsatzmöglichkeiten bestimmt werden. Beispielsweise werden bei TEM-Zellen die maximalen Prüflingsabmessungen angegeben, um die hohen Anforderungen an die Feldqualität zu gewährleisten [6].

Im Kontext der Modenverwirbelungskammer werden die Abmessungen des möglichen Prüfvolumens maßgeblich durch die Wandabstände bestimmt. Nach Kapitel 3.2.4 bewirken kleine Abstände eine örtliche Abhängigkeit der Prüffeldstärke, die kontraproduktiv für eine gleichmäßige Feldbeaufschlagung eines Prüflings ist. Nach [13] müssen im Frequenzbereich unterhalb von 1 GHz die gedachten acht Eckpunkte des Prüfvolumens einen Abstand von mindestens 0,75 m zu den metallischen Kammerwänden aufweisen. Oberhalb von 1 GHz wird der Abstand auf ein Viertel der anregenden Wellenlänge reduziert.

Wird die normative Anforderung zu Grunde gelegt, so müssen Kammern in jedem Fall Kantenabmessungen größer als 2 m aufweisen, um praxisrelevante Prüfvolumina im Frequenzbereich unterhalb von 1 GHz bereitzustellen. Durch die Abschwächungen der Restriktionen im höheren Frequenzabschnitt werden prinzipiell auch Kammern mit Kantenlängen unterhalb von 2 m zulässig.

Das Prüfvolumen V_P lässt sich dann, nach der Vorgabe aus [13], im Frequenzbereich ab 1 GHz abhängig von der Wellenlänge λ schreiben:

$$V_{P} = \left(a - 2 \cdot \frac{\lambda}{4}\right) \cdot \left(b - 2 \cdot \frac{\lambda}{4}\right) \cdot \left(d - 2 \cdot \frac{\lambda}{4}\right)$$
(4.75)

Für eine strengere Abschätzung des Prüfvolumens kann nach Abbildung 3.10 z.B. auch eine halbe Wellenlänge gefordert werden.

Da das nutzbare Prüfvolumen mit steigender Frequenz wächst, bzw. bei 1 GHz normativ ein Wandabstand von 7,5 cm gefordert wird, ist eine Auswertung von Gleichung (4.75) normalerweise nur bei sehr kleinen Kammern relevant.

Im Folgenden sind auf Basis der normativen Veranlassung exemplarisch die maximalen Prüfvolumina der kleinen Kammer des Lehrstuhls HST (Abbildung 4.7) frequenzaufgelöst dargestellt.



Abbildung 4.12: Maximales Prüfvolumen der kleinen Modenverwirbelungskammer des Lehrstuhls HST, Wandabstand der Eckpunkte λ/4 nach DIN EN 61000-4-21

Für die genannte Kammer ist somit bei 1 GHz ein Prüfvolumen von maximal ca. 0,2 m³ zulässig, wobei die Kantenlängen $a_P = 0,35$ m, $b_P = 0,59$ m, und $d_P = 0,89$ m betragen. Es lässt sich daraus direkt folgern, dass für den betrachteten Frequenzbereich die Volumenausnutzung mit steigendem Gesamtkammervolumen stetig anwächst und sich somit die Einsatzmöglichkeiten der Kammer vergrößern.

Für die folgenden Messungen wird in der kleinen Kammer des Lehrstuhls HST ein Prüfvolumen von $a_P = 0,25$ m, $b_P = 0,35$ m, und $d_P = 0,35$ m, genutzt, da auch Frequenzbereiche unterhalb von 1 GHz betrachtet werden, für die sich die normativen Anforderungen (0,75 m Wandabstand) an das Prüfvolumen nicht erfüllen lassen.

Es sei angemerkt, dass für normkonforme Prüfungen der messtechnische Nachweis der Feldhomogenität nach [13] an den acht Eckpunkten des Prüfvolumens erfolgen muss, um die Eignung des gewünschten Bereichs nachzuweisen.

4.4 Elektrische Feldstärke

Ein allgemeiner Vorteil der Modenverwirbelungskammer ist die äußerst effiziente Umwandlung der eingespeisten Leistung in hohe Feldstärken, die aus der im Volumen gespeicherten Energie resultieren

$$\langle W \rangle = V \cdot \varepsilon_0 \cdot \langle |E|^2 \rangle.$$
 (4.76)

Der Zusammenhang ermöglicht noch keinen direkten Zugang zur Abschätzung der Feldstärke bei unterschiedlichen Kammergrößen. Zur Ermittlung der grundlegenden Geometrieabhängigkeiten einer leeren Kammer werden im Folgenden die Wand- und Antennenverluste betrachtet.

Der Erwartungswert des quadratischen Feldstärkebetrags aus Gleichung (3.41) hängt direkt mit der Gütefunktion zusammen. Die ausschließliche Betrachtung der Antennenverluste führt auf einen Geometrie unabhängigen Term:

$$E_{0,A}^{2} = \frac{8\pi}{\varepsilon_{0}} \cdot \frac{f^{2}}{c_{0}^{3}} \cdot P_{in}$$

$$(4.77)$$

Wird die Kammer im Hinblick auf eine maximal erreichbare Feldstärke ausgelegt, so kann dieser Bereich durch eine Vergrößerung oder Verkleinerung der Kammer nicht weiter beeinflusst werden.

Im Übergangsbereich zwischen Antennen- und Wandverlusten ergibt sich eine Abhängigkeit der quadratischen Feldstärke zu⁷:

$$E_{0,A,W}^{2} = \frac{3 \cdot \sqrt{\mu_{0} \kappa \pi}}{A + \frac{3 \cdot \sqrt{\mu_{0} \kappa \pi}}{32\pi^{2} \cdot f^{2,5}}} \cdot \left(\frac{P_{in}}{4\pi \cdot \varepsilon_{0} \varepsilon_{r} \cdot \sqrt{f}}\right)$$
(4.78)

Werden die Materialparameter, die eingespeiste Leistung und die Frequenz konstant gehalten, so zeigt sich, dass die zu erwartende quadratische Feldstärke von der Kammeroberfläche abhängt. Die Reduktion der Oberfläche bewirkt eine Verringerung der Wandverluste. In diesem typischen Betriebsbereich lassen sich daher bei gleicher eingespeister Leistung in kleinen Kammern höhere Prüffeldstärken erzielen, als dies in größeren Versionen mit gleichen Materialeigenschaften möglich ist.

Werden nur noch Wandverluste betrachtet, so steigert sich diese Abhängigkeit, da eine verschwindende Oberfläche die Wandverluste antiproportional reduziert und somit die Feldstärke anhebt:

$$E_{0,W}^2 \sim \frac{1}{A}$$
 (4.79)

Abbildung 4.13 zeigt die Erwartungswerte der quadratischen Feldstärken (Gleichung (3.41)) in zwei Kammern mit deutlichen Größenunterschieden bei einer Eingangsleistung von 1 mW.

⁷ Der Kantenterm der Wandverluste wird vernachlässigt.



Abbildung 4.13: Erwartungswert der Feldstärke von zwei leeren Kammern unterschiedlicher Größe, $\kappa = 10^6$ S/m und $P_{in} = 1 \text{ mW}$

Die Angabe der quadratischen Feldstärke begründet sich dadurch, dass nach Gleichung (3.42) alle gemittelten Feldgrößen immer auf ihre Betragsquadrate bezogen sind. Somit gilt allgemein für den Betrag und die Einzelkomponenten [58]:

$$\sqrt{\langle |E|^2 \rangle} \neq \langle |E| \rangle, \qquad (4.80)$$

was prinzipiell eine direkte Mittelung der Feldkomponenten oder des Betrags ausschließt. In [58] wird eine obere relative Fehlerschranke von 4 % für den Feldbetrag angegeben, falls Gleichung (4.80) nicht berücksichtigt wird. Für eine endliche Zahl an Randbedingungen (z.B. Rührerpositionen) kann dieser Sachverhalt für die Feldstärkekomponenten und den Feldstärkebetrag abhängig von der Gammafunktion korrigiert werden [58].

Im Folgenden wird die kleine Kammer durch CW-Signale im Frequenzbereich 1,1 GHz bis 2 GHz angeregt, wobei die Vorwärtseingangsleistung 1 mW, der spektrale Abstand 500 kHz und die Haltezeit ca. 1 s betragen. Die kartesischen elektrischen Feldstärkekomponenten werden an den 8 Eckpunkten des in Kapitel 4.3 definierten Prüfvolumens mittels einer Feldsonde bestimmt.

Die eingesetzte Sonde (50 mm x 50 mm x 50 mm, Außenabmessungen) weist 3 elektrische Monopolantennen auf und wird über eine spezielle Wanddurchführung mittels insgesamt 2 Glasfasern an ein, außerhalb der Kammer aufgestelltes, Steuergerät angeschlossen. Das Steuergerät wird über einen GPIB-Bus mit einem PC verbunden, um die gewonnenen Daten zu speichern und über den PC die Anregungsfrequenz des Signalgenerators zu steuern. Die Sonde wird hierbei über einen Laser mit der notwendigen Energie versorgt, wodurch eine vollständige optische Entkopplung gewährleistet ist. Nach Herstellerangabe erfolgt die Bestimmung der Feldstärke über eine Spitzenwertdetektion und anschließender, rein mathematischer Umrechnung, in einen Effektivwert.



Abbildung 4.14: Schematische Darstellung des Aufbaus zur Bestimmung der Feldstärke

Zur Feldhomogenisierung werden, analog zu Gleichung (4.69), die quadratischen Feldstärkekomponenten in einem Band von +- 20 MHz (BW = 40 MHz) um die Mittenfrequenz gemittelt. Abschließend wird eine weitere Mittelung über die 8 Raumpositionen für jede einzelne quadratische kartesische Komponente vorgenommen.



Abbildung 4.15: Gemessene mittlere quadratische Feldkomponenten in der kleinen Modenverwirbelungskammer des Lehrstuhls HST bei 1 mW Eingangsleistung

Es zeigt sich direkt, dass die Messungen den Erwartungswert der Feldstärke nicht erreichen. Aus Abbildung 4.9 wird jedoch deutlich, dass im gesamten Frequenzbereich die Güte unterhalb des theoretischen Werts liegt, weshalb die Abweichungen im linearen Maßstab tolerierbar sind.

Prinzipiell zeigt sich, dass alle drei gemittelten quadratischen Feldstärken nach Gleichung (3.42) vergleichbare Verläufe aufweisen und der Anstieg mit höheren Frequenzen nachweisbar ist. Werden die linearen Feldstärken aus den Pegeln abgeschätzt, so ergeben sich bereits bei der geringen Eingangsleistung von 1 mW Feldstärken im Bereich von 3 bis 6 V/m. Zum Vergleich werden in der großen Kammer des Lehrstuhls HST ca. 1 bis 2 W für vergleichbare Größenordnungen benötigt.

4.5 Skalierung der Kammereigenschaften

Kapitel 3.3.4 lässt sich ein vereinfachtes Anforderungsprofil einer Aus Modenverwirbelungskammer ableiten. Zur Erhaltung der resonanten Systemeigenschaften sind eine ausreichende Leitfähigkeit des Wandmaterials und möglichst kleine Öffnungsradien grundlegend. Die typischen Feldverhältnisse können sich dann ausbilden, wenn Quellen die resonante Struktur an ausreichend hohen Frequenzen anregen, wobei ein steigendes Volumen produktiv auf die untere Einsatzfrequenz wirkt. Für praktische Szenarien ist zusätzlich eine Maximierung der am Prüffeld beteiligten Moden notwendig, die beispielsweise durch mechanische Rührvorrichtungen oder breitbandige Eingangssignale erreicht werden kann.

Diese allgemeinen Aussagen lassen die Überlegung zu, ob Teilaspekte des Profils auch in Bereichen abgedeckt werden, die nicht primär mit Prüfszenarien in Verbindung stehen. In realen Umgebungen treten entsprechende metallische Strukturen z.B. bei Passagierflugzeugkabinen, Fahrzeugkarosserien [59] oder Industriehallen auf, wobei häufig leichte Materialien, wie beispielsweise hoch leitendes Aluminium, zum Einsatz kommen. Zusätzlich sind aus spezielleren Bereichen, wie z.B. der Hochspannungstechnik, Maschendraht- oder Vollmetallschirmungen zu erwähnen, die nachweislich resonantes Verhalten aufweisen [60]. Den hier genannten Beispielen liegen ähnliche Abmessungen zu Grunde, die normalerweise mindestens im Meterbereich liegen und somit schon ab einigen hundert MHz eine Vielzahl an Resonanzstellen aufweisen. Am Beispiel einer zentralen Kommunikationseinrichtung innerhalb eines Schiffsrumpfs ist es prinzipiell möglich, dass örtlich verteilte WLAN-Accesspoints, Datenleitungen oder schnell getaktete Rechnereinheiten breitbandige Antenneneigenschaften annehmen und somit Resonanzen anregen, die sich zu MVK-ähnlichen Feldverhältnissen zusammenfügen. Die Untersuchung der Resonanzeigenschaften dieser Strukturen ist wegen zeitlichen und ökonomischen Gründen häufig erst nach der Inbetriebnahme möglich. Zur Minimierung der Wahrscheinlichkeit einer Fehlauslegung ist daher eine vorausgehende experimentelle Abschätzung der elektrischen Eigenschaften wünschenswert.

Eine Ansatzmöglichkeit ist der Einsatz eines verkleinerten Modells, das schnell und kosteneffizient gefertigt werden kann. Zur Wahrung der Vergleichbarkeit mit der Originalkammer ist eine maßstabsgetreue Skalierung der frequenzabhängigen Eigenschaften notwendig. Daher werden im

Folgenden die theoretischen Grundlagen zur Skalierung der Eigenschaften leerer, rechteckiger Modenverwirbelungskammern hergeleitet.

Den Ausgangspunkt bildet eine Modenverwirbelungskammer mit den Kantenlängen a_g , b_g , d_g , der Oberfläche A_g und dem Volumen V_g , die an der Frequenz f_g betrieben wird. Die analogen Größen der verkleinerten Kammer werden mit a_k , b_k , d_k , A_k , V_k und f_k bezeichnet.

Eine intuitiv nachvollziehbare Vorgehensweise sieht vor, alle Kantenlängen maßstabsgetreu um einen konstanten Faktor *s* zu skalieren. Hieraus ist zu erwarten, dass alle elektrischen Eigenschaften mit skaliert werden. Die folgenden Ergebnisse sind konsistent mit den Vorhersagen der Skaliereigenschaften der Gütefunktion aus [61].

Für die geometrischen Zusammenhänge der kleinen und großen Kammer gelten dann die folgenden allgemeingültigen Beziehungen:

$$a_g = s \cdot a_k, \ b_g = s \cdot b_k, \ d_g = s \cdot d_k \tag{4.81}$$

$$A_g = s^2 \cdot A_k \tag{4.82}$$

$$V_g = s^3 \cdot V_k \tag{4.83}$$

Die Aussagen der Kapitel 2.2 und 3.1.1 zeigen direkt, dass die geometrische Verkleinerung einer Modenverwirbelungskammer zwangsläufig mit einer Anhebung des nutzbaren Frequenzbereichs einhergeht. Der Zusammenhang zwischen dem Skalierfaktor und der Betriebsfrequenz der kleinen Kammer ergibt sich, wenn das Verhältnis zwischen Wellenlänge λ und Kantenlänge in beiden Kammern gleich ist:

$$\frac{a_k}{\lambda_k} = \frac{a_g}{\lambda_g} \tag{4.84}$$

Es spielt keine Rolle welche Kanten betrachtet werden, da alle Kanten der gleichen Skalierung folgen. Gleichung (4.84) kann somit auch abhängig von b_g , b_k und d_g , d_k geschrieben werden.

Mit $\lambda = c_0/f$ und den Beziehungen aus (4.81) kann der Ausdruck (4.84) direkt nach f_k umgestellt werden:

$$f_k = s \cdot f_g \tag{4.85}$$

Bei gleicher Kantenskalierung wird somit der Frequenzbereich proportional zu *s* angehoben, weshalb extreme Verkleinerungen zu hohen Betriebsfrequenzen führen können. Die Ausnutzung der Bedingung (4.84) führt zusätzlich zu einer Übereinstimmung der geglätteten Modenanzahlen aus Gleichung (3.11) der großen Kammer $N_g(a_g, b_g, d_g, f_g)$ und der herunter skalierten Kammer $N_k(a_k, b_k, d_k, f_k)$.

Zur Verdeutlichung der bisherigen Erkenntnisse wird exemplarisch eine Kammer der Abmessungen $a_g = 3,08 \text{ m}$, $b_g = 3,58 \text{ m}$ und $d_g = 7,28 \text{ m}$ im Frequenzbereich 0,65 GHz bis 4,5 GHz um s = 5 skaliert. Die Abmessungen der kleinen Kammer betragen somit $a_k = 0,616 \text{ m}$, $b_k = 0,716 \text{ m}$ und $d_k = 1,456 \text{ m}$ und der korrespondierende Frequenzbereich ergibt sich direkt über (4.84) zu 3,25 GHz und 22,5 GHz.
Werden beide Modenanzahlen für die entsprechenden Frequenzbereiche berechnet und gegeneinander aufgetragen, so gilt:

$$\frac{N_g(a_g, b_g, d_g, f_g)}{N_k(a_k, b_k, d_k, f_k)} = 1$$
(4.86)



Abbildung 4.16: Geglättete Modenanzahlen der großen Kammer im Frequenzbereich 0,65 GHz bis 4,5 GHz (obere x-Achse) und geglättete Modenanzahl der mit s = 5 verkleinerten Kammer im skalierten Frequenzbereich 3,25 GHz bis 22,5 GHz (untere x-Achse)

Aus Abbildung 4.16 wird deutlich, dass die Modenstruktur der großen Kammer übertragbar ist, wenn der Betriebsfrequenzbereich der kleinen Kammer angehoben wird. Es sei darauf hingewiesen, dass In diesem Beispiel die Kantenskalierung mit s = 5 bereits zu Betriebsfrequenzen über 20 GHz führt.

Abgesehen von den Modenanzahlen muss ebenfalls die Gütefunktion der großen Kammer skaliert werden, um eine Vergleichbarkeit zu wahren. Im Folgenden werden nur Wand- und Antennenverluste berücksichtigt.



Abbildung 4.17: Güte der großen Kammer im Frequenzbereich 0,65 GHz bis 4,5 GHz (obere x-Achse) und Güte der mit s = 5 verkleinerten Kammer im skalierten Frequenzbereich 3,25 GHz bis 22,5 GHz (untere x-Achse), nur Antennen- und Wanderverluste, $\kappa = 10^6$ S/m

Abbildung 4.17 zeigt den erwarteten Unterschied der Gütefunktionen, falls nur eine Anhebung der Betriebsfrequenzen nach Gleichung (4.85) durchgeführt wird. Gerade im unteren Bereich treten deutliche frequenzabhängige Unterschiede auf, die einen direkten Vergleich der Kammern nicht zulassen. Zusätzlich zur Anpassung des Frequenzbereichs wird somit ein weiterer Freiheitsgrad benötigt, der die Güteeigenschaften überführt. Im oberen Frequenzbereich zeigt sich ein nahezu konstanter Abstand beider Gütefunktionen, der maßgeblich durch die Wandleitfähigkeit beeinflusst werden kann. Der benötigte Freiheitsgrad ist somit die Wandleitfähigkeit κ_k der kleinen Kammer, die im Folgenden aus den charakteristischen Frequenzen der beiden Kammern $f_{c,k}$ und $f_{c,g}$ ermittelt wird.

Mit Gleichung (4.85) muss für die charakteristischen Frequenzen der folgende Zusammenhang erfüllt werden:

$$f_{c,k} = s \cdot f_{c,g} \tag{4.87}$$

Wird die Wandleitfähigkeit der großen Kammer κ_g vorgegeben, so kann, mit der Oberflächenbedingung aus (4.82), Gleichung (4.87) ausgeschrieben werden:

$$\left(\frac{3}{32\pi^2} \cdot \frac{s^2}{A_g} \cdot \sqrt{\pi\mu_0\kappa_k} \cdot c_0^3\right)^{\left(\frac{2}{5}\right)} = s \cdot \left(\left(\frac{3}{32\pi^2} \cdot \frac{1}{A_g} \cdot \sqrt{\pi\mu_0\kappa_g} \cdot c_0^3\right)^{\left(\frac{2}{5}\right)}\right)$$
(4.88)

(4.88) kann nach κ_k umgestellt werden und es folgt ein proportionaler Zusammenhang zur Leitfähigkeit der großen Kammer:

$$\kappa_k = s \cdot \kappa_g \tag{4.89}$$

Für das Beispiel aus Abbildung 4.17 ergibt sich $\kappa_k = 5 \cdot 10^6$ S/m, woraus sich die folgenden Gütenverläufe ergeben.



Abbildung 4.18: Gütefunktion der großen Kammer mit $a_g = 3,08 \text{ m}, b_g = 3,58 \text{ m}, d_g = 7,28 \text{ m}$ und $\kappa_g = 10^6 \text{ S/m},$ Gütefunktion der vollständig skalierten Kammer mit $a_k = 0,616 \text{ m}, b_k = 0,716 \text{ m}, d_k = 1,456 \text{ m}$ und $\kappa_k = 5 \cdot 10^6 \text{ S/m}$

Bei gleichmäßiger Skalierung der Kantenlängen einer Modenverwirbelungskammer lassen sich somit theoretisch alle grundlegenden frequenzabhängigen Eigenschaften auf eine verkleinerte Version übertragen. Hierbei verhalten sich die benötigte Wandleitfähigkeit und der Bereich der Betriebsfrequenzen antiproportional zur gewünschten Verkleinerung.

Es sei darauf hingewiesen, dass eine messtechnische Bestimmung der Leitfähigkeit in der Praxis oft problematisch ist, da z.B. durch Kontaktierungsprobleme statistische Unsicherheiten [62] schnell ansteigen, bzw. bei hohen Frequenzen unreproduzierbare Antenneneigenschaften des Aufbaus auftreten können. Für das angegebene Beispiel führt eine Unterbewertung der Leitfähigkeit der kleinen Kammer mit $\kappa_k = 4 \cdot 10^6$ S/m auf einen maximalen Unterschied der Güten um ca. 10 %, der im Bereich der Wandverluste auftritt. Technisch relevante Leitfähigkeiten liegen im Bereich 10⁶ S/m bei verzinktem Stahlblech und Kupfer mit 5,8 \cdot 10⁷ S/m.

Die theoretische Angleichung der Gütefunktion besitzt zusätzlich den Vorteil, dass sich nun weitere Skalierungseigenschaften vereinfacht ableiten lassen. Für Störfestigkeitsuntersuchungen ist der Zusammenhang zwischen eingespeister Leistung und der erreichbaren quadratischen Feldstärke elementar. Die benötigte Eingangsleistung $P_{in,k}$ der kleinen Kammer zur Erzeugung einer vergleichbaren Feldstärke wie in der großen Kammer, kann über Gleichsetzen der theoretisch zu erwartenden quadratischen Feldstärke geschehen:

$$E_{0,k}^2 = E_{0,g}^2 \tag{4.90}$$

Da bei Einhaltung der Skalierungszusammenhänge der Leitfähigkeit und des Frequenzbereichs die Gütefunktionen übereinstimmen, kann (4.90) umgeschrieben werden zu

$$\frac{Q \cdot P_{in,k}}{2\pi \cdot s \cdot f \cdot \left(\frac{V_g}{s^3}\right)} = \frac{Q \cdot P_{in,g}}{2\pi \cdot f \cdot V_g}.$$
(4.91)

Daraus folgt direkt der Skalierungszusammenhang der eingespeisten Leistungen

$$P_{in,k} = \frac{P_{in,g}}{s^2}.$$
 (4.92)

Während die Anforderungen an Leitfähigkeit und Betriebsfrequenz linear mit zunehmender Verkleinerung steigen, so fällt die benötigte Eingangsleistung quadratisch ab.

5 Feldqualität in einer kleinen Modenverwirbelungskammer

Im Folgenden wird die Feldqualität einer kleinen Modenverwirbelungskammer mit einem Volumen von 0,38 m³ bei elektronischer Anregung untersucht. Auf Grund der kompakten Bauform ist ein ungewolltes Übersprechen in der Kammer wahrscheinlich. Der Punkt wird mit der statistischen Auswertung einer Übertragungsstrecke bewertet.

Normativ angelehnt wird die Feldhomogenität bei Anregung mit unterschiedlich parametrierten FM-Signalen ermittelt. Abschließend werden geometrische Veränderungen der Kammer vorgenommen und die Auswirkungen auf die Feldqualität dokumentiert.

5.1 Ausbildung direkter Signalpfade

Nach Kapitel 3.2.2 bewirkt eine direkte Kopplung zwischen zwei Antennen eine Abweichung vom gewünschten Systemverhalten, woraus sich nach Kapitel 4.2 z.B. Unsicherheiten bei der Kammerkalibrierung ergeben. Dieser Effekt lässt sich reduzieren, wenn die Sendeantenne nah am Rührer positioniert und auf diesen ausgerichtet wird [45]. Eine Eckausrichtung der Sende- und Empfangsantenne hat keinen maßgeblichen Einfluss auf die direkte Kopplung [45].

Werden Kammern rein elektronisch homogenisiert, so ist eine Zunahme der Problematik zu verzeichnen, weil die angesprochenen Gegenmaßnahmen nicht ergriffen werden können. Eine räumliche Nähe zwischen Feldquelle und Senke fördert zusätzlich eine direkte Verkopplung, da die energetische Übertragung weitestgehend ohne die Beteiligung einer ausreichenden Anzahl an Wandreflektionen stattfindet. Elektronische Homogenisierungen innerhalb einer kleinen Modenverwirbelungskammer stellen daher ein ungünstiges Szenario im Hinblick auf unreproduzierbare direkte Signalpfade dar.



Abbildung 5.1: Schematische Darstellung der direkten (grün) und der verwirbelten Signalkomponenten (rot)

Analytische Annahmen eines Freiraumverhaltens der direkten Signalkomponente sind schwierig, da naturgemäß das statistisch geprägte Feld der Modenverwirbelungskammer einen grundsätzlich andersartigen Charakter als ein deterministisches Feld aufweist. Zusätzlich sind exakte Informationen über Antennenwirkfläche oder Gewinncharakteristik im Freiraum nur schwierig zu ermitteln. Es bietet sich an, messtechnisch ermittelte Kennwerte daher einer Antennenübertragungsstrecke innerhalb der Modenverwirbelungskammer einer statistischen Auswertung zu unterziehen.

Im Folgenden wird eine Sende- und Empfangsantenne innerhalb der Kammer positioniert und der komplexe Streuparameter \underline{S}_{21} über einen Netzwerkanalysator ermittelt. Der Frequenzsweep umfasst hierbei Stützstellen im Abstand von 500 kHz im Frequenzbereich von 0,6 GHz bis ca. 4,5 GHz, wobei die Auswertung zwischen 0,65 GHz und 4 GHz durchgeführt wird.

Die Daten werden mittels eines Post-Processing-Verfahrens rechnergestützt ausgewertet. Hierbei werden jeweils 40 links- und 40 rechtsseitige Datenpunkte um eine Mittenfrequenz herum entnommen und statistisch analysiert. Das Ergebnis wird der Mittenfrequenz zugeordnet und grafisch angegeben. Der Vorgang wird dann für ein um 500 kHz versetztes Datenfenster sukzessiv fortgeführt. Hieraus begründet sich auch der eingeschränkte Frequenzbereich, der im vorangegangenen Absatz angegeben wird.

Nach Kapitel 3.2 müssen bei einer idealen Feldverteilung sowohl die reale und imaginäre Komponente eines Signals mittelwertfrei und normal verteilt sein (Zentraler Grenzwertsatz). Daher bietet es sich an, diese Eigenschaften in den beschriebenen Datenfenstern für jede Mittenfrequenz zu prüfen.

Der Kolomogoroff-Smirnoff-Test⁸ [63] ist ein nicht parametrischer Hypothesentest, dessen Nullhypothese eine bekannte Verteilung zu Grunde legt. Im Folgenden wird eine Standardnormalverteilung als Nullhypothese angenommen. Nach [63] ist die Nullhypothese abzulehnen, wenn für eine Stichprobengröße *n* und einem Vertrauensniveau von 99% der Schwellwert $D_{S;n}$ übertreten wird. Bei der Stichprobengröße von n = 81 gilt [63]:

$$D_{S;n} = \frac{1,52}{\sqrt{n}} \approx 0,17 \tag{5.1}$$

Die Stichproben werden auf ihre Standardabweichung normiert, da ansonsten eine permanente Ablehnung der Nullhypothese (Standardnormalverteilung) wahrscheinlich ist. Die quadratische Standardabweichung (Varianz) ist nach Gleichung (3.36) proportional zur mittleren Feldstärke und beinhaltet somit keinen neutralen Informationsgehalt, da eine Beeinflussung durch die eingespeiste Leistung möglich ist.

Zunächst werden zwei kleine LogPer-Antennen nach der Anordnung aus Abbildung 4.8 in die Kammer eingebracht. Die Antennen sind für einen Frequenzbereich zwischen 0,9 GHz und 2,6 GHz

⁸ Es kommt die Funktion kstest(x,[],0.01) aus MATLAB R2007 B zum Einsatz, wobei x die 81 Werte umfassende Stichprobe ist

ausgelegt, besitzen aber ausreichende Eingangsanpassungen (-10 dB \leq |S₁₁| \leq -5 dB) im Freifeld bis ca. 4,5 GHz.



Abbildung 5.2: Eingesetzte LogPer-Antenne und montierte Antenne innerhalb der kleinen Modenverwirbelungskammer

Zunächst weisen die Antennen eine horizontale Polarisationsebene nach Freiraumkonvention auf und zeigen einen Sichtkontakt entlang der Raumdiagonalen. Die angegebene Konfiguration dient als Abschätzung einer maximalen direkten Verkopplung. In Abbildung 5.3 finden sich die ermittelten Werte der statistischen Analyse, wobei der Grenzwert ab dem eine Ablehnung der Nullhypothese wahrscheinlich ist, rot dargestellt wird.



Abbildung 5.3: Zwei LogPer-Antennen bei jeweils horizontaler Polarisation ,Normierung der Stichproben auf die Standardabweichung

Zunächst zeigen sich im gesamten Frequenzbereich Übertretungen, die auf maßgebliche Abweichungen vom zu erwartenden Verhalten hinweisen. Zur Identifikation der Ursache wird die Stichprobe um ihren Mittelwert bereinigt und der Test erneut durchgeführt.



Abbildung 5.4: Zwei LogPer-Antennen bei jeweils horizontaler Polarisation, Normierung der Stichproben auf die Standardabweichung und den Mittelwert

Die Ablehnung der Nullhypothese tritt maßgeblich nun nur noch bei Frequenzen unterhalb von 1 GHz auf. Ursächlich für das beobachtete Verhalten in Abbildung 5.3 ist somit eine direkte Verkopplung, die sich als Mittelwert innerhalb des Real- und Imaginärteils des Streuparameters \underline{S}_{21} niederschlägt. Zusätzlich zeigt sich, dass unterhalb von 1 GHz ein systematisches Problem vorliegt, da trotz Entfernung des Mittelwerts keine Normalverteilungen erreicht werden.

Abbildung 5.5 zeigt die Ergebnisse der Nullhypothesentests, wenn beide Antennen unterschiedliche Polarisationen aufweisen.



Abbildung 5.5: Zwei LogPer-Antennen bei horizontaler und vertikaler Polarisation, Normierung der Stichproben auf die Standardabweichung

Die Verkippung der Antennen bewirkt eine leichte Verbesserung der Feldqualität im Frequenzbereich oberhalb von 1 GHz, wobei gerade der Abschnitt zwischen 1,5 GHz und 2,5 GHz ins Auge fällt. Dennoch sind zahlreiche Übertretungen zu verzeichnen, die im Folgenden ebenfalls durch eine Auswertung der um die Mittelwerte bereinigten Stichproben nachgegangen wird.



Abbildung 5.6: Zwei LogPer-Antennen bei horizontaler und vertikaler Polarisation, Normierung der Stichproben auf die Standardabweichung und den Mittelwert

Selbst bei polarisationsverkippten Antennen bleibt eine Vielzahl an direkten Verkopplungen bestehen, da sich nahezu alle Übertretungen auf einen signifikanten Mittelwert zurückführen lassen. Somit besteht in der kleinen Modenverwirbelungskammer eine Tendenz zur Ausbildung direkter Signalpfade.

Prinzipiell besteht die Möglichkeit Antennen mit geringer Richtcharakteristik einzusetzen, wie sie in Abbildung 4.7 zu erkennen sind. Im Folgenden werden daher die LogPer-Antennen durch zwei Kelchantennen ersetzt und die statistische Auswertung des komplexen Streuparameters wird analog zu den vorausgehenden Betrachtungen vorgenommen.



Abbildung 5.7: Zwei Kelchantennen, Normierung auf die Standardabweichung

Die geringe Antennenrichtwirkung verschafft innerhalb der kleinen Modenverwirbelungskammer keinen nennenswerten Vorteil. Verglichen mit den polarisationsverkippten LogPer-Antennen ist sogar ein ineffizienteres Verhalten zu beobachten. Die Unterdrückung des Mittelwerts in Abbildung 5.8 zeigt, dass ein direktes Übersprechen ursächlich für die Ergebnisse der Hypothesentests ist.



Abbildung 5.8: Zwei Kelchantennen, Normierung auf die Standardabweichung und den Mittelwert

Bis zu diesem Punkt zeigen sich im gesamten Frequenzbereich bei allen Antennenkombinationen Tendenzen zum direkten Übersprechen, die durch die kleine Bauform der Kammer und das elektronische Homogenisierungsverfahren begünstigt werden. Zur Herausarbeitung des Größeneinflusses bietet sich ein Vergleich mit einer großen Modenverwirbelungskammer an. Daher werden die Kelchantennen in die Kammer des Lehrstuhls HST eingebracht und als Übertragungsstrecke betrieben.

Die Antennen werden jeweils auf einer Kupferplatte montiert und in einem Abstand von ca. 3 m aufgestellt, wobei keine direkte Sichtverbindung der Antennen zueinander besteht. Die Parametrierung des Frequenzsweeps und die Datenauswertung werden analog zu den vorangegangenen Betrachtungen ausgeführt. Die Erwartungshaltung, dass eine Vergrößerung der Kammergeometrie eine Reduktion der direkten Pfadkopplungen bewirkt, bestätigt sich in Abbildung 5.9.



Abbildung 5.9: Zwei Kelchantennen innerhalb der großen Modenverwirbelungskammer des Lehrstuhls HST, Normierung auf die Standardabweichung

Im gesamten Frequenzbereich werden nur an vereinzelten Mittenfrequenzen die Nullhypothesen verworfen. Die Auswertung mit bereinigtem Mittelwert zeigt, dass im gesamten Frequenzbereich keine signifikanten Abweichungen vom Idealzustand auftreten.



Abbildung 5.10: Zwei Kelchantennen innerhalb der großen Modenverwirbelungskammer des Lehrstuhls HST, Normierung auf die Standardabweichung und den Mittelwert

Die systematischen Abweichungen der kleinen Kammer im Frequenzbereich unterhalb von 1 GHz sind bei der großen Modenverwirbelungskammer erwartungsgemäß nicht mehr zu finden.

Es hat sich ein messtechnisch nachweisbarer Zusammenhang zwischen der Kammergröße und der Ausbildung direkter Signalpfade gezeigt. Der Einsatz ungerichtet strahlender Antennen führt zu einer leichten Verstärkung des Effekts. Die statistische Auswertung weist das Auftreten der Kopplungen nach, kann jedoch nicht die praktisch zu erwartenden Konsequenzen beziffern. Hier bietet sich eine weiter führende Untersuchung der Feldqualität an.

5.2 Anregung mit frequenzmodulierten Signalen

Frequenzmodulationen (FM) werden hauptsächlich in der Nachrichtentechnik zur Übertragung von Sprachsignalen eingesetzt. Bekanntermaßen basiert der Radioempfang im UKW-Bereich auf dieser Modulationsart. Charakteristisch ist ein breitbandiges Modulationsprodukt, das über drei Parameter eindeutig festgelegt werden kann, wenn ein rein sinusförmiges Nachrichtensignal betrachtet wird. Die Signale lassen sich somit sehr leicht handhaben und können reproduzierbar generiert werden. Zusätzlich sind in nahezu jedem EMV-Labor Signalgeneratoren verfügbar, die unterschiedliche FM-Parametrierungen beherrschen.

Es bleibt jedoch fraglich, ob FM-Spektren ähnliche Auswirkungen auf die Feldqualität wie die breitbandigen Signale aus [23] oder [24] haben. Als Indiz hierfür wird in [56] gezeigt, dass ein mechanischer Rührprozess deutliche Parallelen zu einem FM-Spektrum aufweist. Ebenfalls hat sich in Kapitel 5.1 herausgestellt, dass statistische Grundvorraussetzungen innerhalb einer 40 MHz-Bandbreite erreicht werden, wenn die Einflüsse durch direktes Übersprechen vernachlässigt werden.

5.2.1 Frequenzmodulierte Signale im Zeit- und Frequenzbereich

Frequenzmodulierte Signale zeichnen sich durch eine kontinuierliche Veränderung des Trägersignal $s_{T}(t)$ durch die Momentanamplitude eines modulierenden Signals $s_{M}(t)$ aus. Trägerfrequenzen zur Übertragung von Rundfunknachrichten im UKW-Band liegen beispielsweise im Bereich um 100 MHz, während das modulierende Signal den akustisch wahrnehmbaren Frequenzbereich bis maximal 15 kHz umfasst.

Die im Folgenden eingesetzten Signale $s_M(t)$ werden durch einfache monofrequente Schwingungen gebildet. Allgemein ergibt sich der Zusammenhang zwischen Momentanträgerfrequenz $f_T(t)$ und modulierendem Signal im Zeitbereich über [64]

$$f_T(t) = 2\pi f_T + k_{FM} \cdot s_M(t) .$$
(5.2)

Die Modulatorkonstante $k_{\rm FM}$ wird in 1/(Vs) angegeben.

Es sei angemerkt, dass $f_{\rm T}(t)$ keine Frequenz im eigentlichen Sinne ist, da eine Zeitabhängigkeit besteht. Der proportionale Zusammenhang zwischen Signalamplitude und momentaner Trägerfrequenz ist grundlegend für eine Frequenzmodulation. Die Momentanphase $\varphi_{\rm T}(t)$ der Trägerfrequenz lässt sich aus einer zeitlichen Integration über Gleichung (5.2) ermitteln [64]:

$$\varphi_T(t) = 2\pi f_T \cdot t + k_{FM} \cdot \int_0^t s_M(\tau) d\tau$$
(5.3)

Da das unmodulierte Trägersignal rein sinusförmig ist, kann mit Gleichung (5.3) der Zeitverlauf der modulierten Trägerschwingung ermittelt werden [64]:

$$s_{FM}(t) = \hat{s} \cdot \cos(\varphi_T(t)) = \hat{s}_T \cdot \cos\left(2\pi f_T \cdot t + k_{FM} \cdot \int_0^t s_M(\tau) d\tau\right)$$
(5.4)

Wird für das Modulationssignal ein rein monofrequenter Verlauf mit

$$s_M(t) = \hat{s}_M \cdot \cos(2\pi f_M \cdot t) \tag{5.5}$$

angenommen, so ergibt sich letztendlich für das modulierte Trägersignal [64]:

$$s_{FM}(t) = \hat{s} \cdot \cos(\varphi_T(t)) = \hat{s}_T \cdot \cos\left(2\pi f_T \cdot t + \frac{\Delta f}{f_M} \cdot \sin(2\pi f_M \cdot t)\right)$$
(5.6)

 Δf ist der sogenannte Modulationshub, der die maximale Frequenzauslenkung des Trägersignals festlegt und mit der Bandbreite des Signals zusammenhängt.

In Gleichung (5.6) zeigt sich, dass das modulierte Trägersignal immer eine vorgegebene Amplitude aufweist. Diese Eigenschaft ist ebenfalls grundlegend bei frequenzmodulierten Signalen und begründet z.B. die reduzierte Anfälligkeit gegenüber Rauschprozessen.

Abbildung 5.11 stellt ein frequenzmoduliertes Signal und die zugehörige modulierende Schwingung im Zeitbereich dar.



Abbildung 5.11: Zeitverhalten eines exemplarischen FM-Signals mit $f_T = 100 \text{ kHz}$, $\Delta f = 50 \text{ kHz}$, $f_M = 5 \text{ kHz}$

Die gewählten Signalparameter sind rein exemplarisch und dienen ausschließlich einer veranschaulichenden Darstellung.

Für die folgenden Untersuchungen ist die Signalbandbreite BW ein entscheidender Parameter, da hierdurch die elektronische Feldverwirbelung innerhalb einer Modenverwirbelungskammer gesteuert wird.

Das Fourier-Spektrum eines FM-Signals kann über die Besselfunktionen 1. Art und *n*-ter Ordnung J_n berechnet werden [65]:

$$S_{FM}(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n\left(\frac{\Delta f}{f_M}\right) \cdot \left[\delta\left(f - f_T - nf_M\right) + \delta\left(f + f_T + nf_M\right)\right]$$
(5.7)

Abbildung 5.12 zeigt das berechnete Spektrum des vormals im Zeitbereich dargestellten FM-Signals.



Abbildung 5.12: Spektrum eines exemplarischen FM-Signals mit $f_T = 100 \text{ kHz}$, $\Delta f = 50 \text{ kHz}$, $f_M = 5 \text{ kHz}$

Die Bandbreite wird bei frequenzmodulierten Signalen typischerweise durch die Carson-Bandbreite angenähert [64]:

$$BW = 2 \cdot \left(\Delta f + f_M\right) \tag{5.8}$$

Zur Anregung möglichst vieler Feldverteilungen innerhalb einer Modenverwirbelungskammer ist somit eine Maximierung der Signalbandbreite notwendig. Bei FM-Signalen kann dies maßgeblich über den Modulationshub beeinflusst werden. Für sehr große Hübe lässt sich die Bandbreite vereinfacht annähern [64]:

$$BW \approx 2 \cdot \Delta f \tag{5.9}$$

Die Wahl einer geeigneten Signalfrequenz unterliegt verschiedenen Aspekten. Eine Maximierung der spektralen Stützstellen führt in jedem Fall zur Anregung mehrerer Moden innerhalb einer Signalperiodendauer, da das Linienspektrum sich immer mehr einem Amplitudendichtespektrum annähert, wobei die einzelnen Spektralkomponenten einen immer kleiner werdenden energetischen Anteil an der Gesamtenergie einnehmen (Parseval-Theorem). Eine zunehmende Reduktion der Signalfrequenz bewirkt jedoch auch einen Anstieg der Durchlaufszeit der modulierten Trägerschwingung (Abbildung 5.11). Hierbei ist zu erwarten, dass ähnlich wie bei einer diskreten Rühreransteuerung, das Prüffeld maßgeblich durch Feldmaxima bestimmt wird, die empfindlich auf bereits kleine Veränderungen der Kammer reagieren und eine Reproduzierbarkeit des Prüffeldes erschweren [66].

Eine Annäherung an die gewünschte energetische Echtzeitmittlung tritt ein, wenn eine maximale Anzahl an Moden simultan angeregt wird. Für das experimentelle Vorgehen wird somit eine möglichst hohe Signalfrequenz gewählt, die praktisch durch den Signalgenerator auf 500 kHz limitiert ist. Das FM-Signal beinhaltet daher Spektralanteile, die symmetrisch um die Trägerfrequenz in Abständen von 500 kHz angeordnet sind. Die Durchlaufzeit des gesamten FM-Signals beträgt hiernach ca. 2 µs. Die Ergebnisse aus Kapitel 4.2 zeigen zusätzlich, dass durch

Spektralabstände von 500 kHz grundlegende statistische Eigenschaften einer Modenverwirbelungskammer nachgebildet werden können.

Ausschlaggebend für die folgenden Untersuchungen ist der Einfluss des Modulationshubs, bzw. der Signalbandbreite, auf die Feldqualität. Daher werden sukzessiv die Modulationshübe 1 MHz, 5 MHz, 10 MHz und 20 MHz bei einer festen Signalfrequenz von 500 kHz als Kammeranregung genutzt.



Abbildung 5.13: Theoretische Spektren der eingesetzten FM-Signale an einer Trägerfrequenz von $f_T = 1,5$ GHz mit unterschiedlichen Modulationshüben und $f_M = 500$ kHz

5.2.2 Verhalten der Feldsonde bei frequenzmodulierter Anregung

Die Ermittlung einer Feldverteilung bei Anwesenheit verschiedener Frequenzkomponenten kann im Messmittel unerwünschte Nebeneffekte bewirken. Hier seien z.B. Mittelungen durch endliche Anstiegszeiten (Tiefpassverhalten) oder Demodulationen durch Gleichrichterdioden angemerkt.

Bei Modenverwirbelungskammern sind prinzipiell immer mehrere Frequenzkomponenten simultan an der betrachteten Feldstärke beteiligt. Beispielsweise bewirkt die Anregung an einer Rührerstellung bereits eine, wenn auch nicht ausreichende, multimodale Feldverteilung, da die Resonanzfrequenzen spektral nah beieinander liegen und die Güte in jedem Fall endlich ist.

Im vorliegenden Fall wird die Kammer direkt über ein breitbandiges Signal angeregt, dass deutlich über die multimodale Resonanzbandbreite der Kammer hinausgeht. Es ist daher fraglich, in wie weit Rückschlüsse auf die Feldqualität bei frequenzmodulierter Anregung mittels einer breitbandigen Feldsonde gezogen werden können.

Hierzu wird ein Vergleich mit den schmalbandigen Anregungen aus Abbildung 4.15 durchgeführt, wobei der Aufbau analog zu Abbildung 4.14 ist. Da bei Anregung mit einem CW-Signal keine Modulation zum Einsatz kommt, wird die Feldsonde somit ausschließlich monofrequent angeregt. Hierdurch werden systematische Fehler im Messmittel bestmöglich unterdrückt. Die Mittelung der

quadratischen Feldstärke erfolgt dann im Nachgang entlang der Frequenzachse und des Ortes. Dieses Szenario bildet somit die Referenzebene zum Vergleich bei Anregung mit FM-Signalen.

Die im Folgenden eingesetzten FM-Signale weisen eine Signalfrequenz $f_S = 500$ kHz, einen Modulationshub $\Delta F = 20$ MHz und Trägerfrequenzen im Bereich $f_T = 1,1$ GHz bis $f_T = 2$ GHz auf. Der angegebene Modulationshub ist das Maximum, das durch den Signalgenerator erzeugt werden kann.

Im Gegensatz zu den Messungen aus Abbildung 4.15 wird bei der Anregung mit FM-Signalen keine Mittelung entlang der Frequenzachse durchgeführt. Damit gilt für die über n = 8 Orte gemittelte quadratische Feldstärke bei FM-Anregung:

$$|E_{x,y,z}|_{FM}^{2} = \left\langle |E_{x,y,z}|^{2} \right\rangle_{n=8},$$
(5.10)

wobei $|E_{x,y,z}|$ den von der Sonde erfassten kartesischen Feldstärkebetrag beschreibt.

Abbildung 5.14 stellt exemplarisch den Betrag der örtlich gemittelten quadratischen elektrischen Feldstärke der x-Komponente bei FM-Anregung und die entsprechende Kurve aus Abbildung 4.15 gegenüber. Die Betrachtungen der verbleibenden zwei kartesischen Komponenten sind dem Anhang in Kapitel 7.2 zu entnehmen, wobei aus beiden Messungen für den vorliegenden Sachverhalt keine neuen Erkenntnisse ableitbar sind.



Abbildung 5.14: Qualifizierung des Sondenverhaltens, Quadratische Feldstärken bei FM-Anregung und reiner CW-Anregung mit Post-Processing-Mittelung, x-Komponente

Die beiden unterschiedlichen Anregungsarten lösen kein grundlegend anderes Verhalten der mittleren quadratischen Feldstärke aus. Es zeigt sich jedoch, dass bei monofrequenter Anregung mit nachgelagerter Mittelung entlang der Frequenzachse, eine Abnahme der schmalbandigen Feldspitzen zu erkennen ist. Ursächlich hierfür ist das eingesetzte Filterfenster, dass jede Frequenzstützstelle gleichermaßen gewichtet. Prinzipiell kann hierdurch eine Unterbewertung der Zielgröße ausgelöst werden.

Die spektralen Komponenten innerhalb eines FM-Signals zeigen unterschiedliche Gewichtungen, wodurch Ausprägungen schmalbandiger Feldspitzen gefördert werden. Die Auswertung der Amplitudeninformation ist im Folgenden sekundär, da die Feldhomogenität immer auf einen einheitenlosen Quotienten bezogen wird. Da die Abbildung des Frequenzverlaufs sehr ähnlich ist, wird im Folgenden die Feldsonde auch bei multifrequenter Anregung eingesetzt.

Es sei jedoch darauf hingewiesen, dass dieses Vorgehen immer im Einzelfall zu überdenken ist.

5.2.3 Einfluss des Modulationshubs auf die Feldqualität

Allgemein wird die Feldhomogenität nach [13] durch die Maximalfeldstärken über einer vollen schrittweisen Rührerdrehung bestimmt. Die Quantifizierung erfolgt dann durch die Standardabweichungen der normierten Maximalfeldstärken an den acht Eckpunkten des Prüfvolumens. Zur Wahrung einer besseren Vergleichbarkeit, wird die Standardabweichung in dB angegeben.

Im vorliegenden Fall ist dieses Vorgehen nicht möglich, da zum Einen der Rührer durch eine FM-Anregung substituiert und zum Anderen ein nahezu echtzeitgemitteltes Feld vorliegt, was eine Maximalwertbestimmung an diskreten Punkten ausschließt. Zur Wahrung einer gewissen Vergleichbarkeit mit der normativen Methodik, wird das Verfahren aus [13] an die vorliegenden Gegebenheiten adaptiert [67].

Zur Ermittlung des benötigten Datenbestands, wird die Feldsonde ebenfalls an den 8 Eckpunkten des Prüfvolumens positioniert und die Betragsfeldstärken der drei kartesischen Komponenten an der Trägerfrequenz erfasst. Da die ermittelten Feldstärkewerte aus einer annähernden Echtzeitmittlung resultieren, kann keine Maximalwertanalyse durchgeführt werden. Für den qualitativen Vergleich werden daher die Feldkomponenten ohne Maximalwertauswertung zu den benötigten Standardabweichungen verrechnet. Während der Messungen wird eine Vorwärtsleistung von 1 mW in die Kammer eingespeist, die zuverlässig Feldstärken im Dynamikbereich der eingesetzten Sonde bewirkt.

Zunächst werden die bei FM-Anregung erfassten kartesischen Feldstärkekomponenten auf die Wurzel der eingespeisten Vorwärtsleistung P_{vor} normiert:

$$|E_{x,y,z,norm,FM}| = \frac{|E_{x,y,z,FM}|}{\sqrt{P_{vor}}}$$
(5.11)

Analog zu 61000-4-21 werden dann die Standardabweichungen aus den normierten Feldstärken an n = 8 Orten ermittelt:

$$\sigma_{x,y,z,FM} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n=8} \left(|E_{i,x,y,z,norm,FM}| - \left\langle |E_{x,y,z,norm,FM}| \right\rangle_{n=8} \right)^2}{n-1}}$$
(5.12)

Zusätzlich wird noch die Standardabweichung der drei kartesischen Betragsfeldstärken an den acht Ecken des Prüfvolumens nach der normativen Veranlassung berechnet:

$$\sigma_{24,FM} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n=8} \sum_{k=1}^{m=3} \left(|E_{i,k,x,y,z,norm,FM}| - \left\langle |E_{x,y,z,norm,FM}| \right\rangle_{n=24} \right)^2}{n-1}}$$
(5.13)

Die Umrechnung in ein dB-Verhältnis erfolgt ebenfalls konform zu [13]:

$$\sigma[dB] = 20 \log_{10} \left(\frac{\sigma_{x,y,z,FM} + \left\langle |E_{x,y,z,norm,FM}| \right\rangle_{n=8}}{\left\langle |E_{x,y,z,norm,FM}| \right\rangle_{n=8}} \right),$$
(5.14)

wobei für $\sigma_{24,FM}$ analog verfahren wird.

Abbildung 5.15 zeigt die Feldhomogenitäten über den Trägerfrequenzen, wenn die Kammer mit einem Modulationshub von 1 MHz angeregt wird.



Abbildung 5.15: Feldhomogenität der kleinen Kammer bei FM-Anregung, FM-Signal mit $\Delta F = 1$ MHz, $f_M = 500$ kHz

Der Bereich unterhalb von 1 GHz dient als Referenz für das Verhalten, wenn keine akzeptable Feldqualität erreicht wird. Im gesamten Frequenzbereich zeigen sich massive Übertretungen, die für alle kartesischen Komponenten gleichermaßen auftreten. Das wahrnehmbare Absinken der Werte mit steigender Frequenz ergibt sich durch den zunehmenden Anstieg der Modenanzahl. Eine Erhöhung des Modulationshubs auf 5 MHz zeigt bereits eine deutliche Verbesserung der Feldqualität.



Abbildung 5.16: Feldhomogenität der kleinen Kammer bei FM-Anregung, FM-Signal mit $\Delta F = 5$ MHz, $f_M = 500$ kHz

Da das FM-Signal sich nur durch den gesteigerten Modulationshub unterscheidet, kann somit eine Bandbreitenabhängigkeit aufgezeigt werden. Die stetige Reduktion der Standardabweichung mit steigender Trägerfrequenz tritt zusätzlich verstärkt in Erscheinung und führt ab ca. 1,4 GHz zu einer Vielzahl an Unterschreitungen der 3 dB-Linie.

Die Auswirkungen einer Anhebung des Modulationshubs auf 10 MHz sind in Abbildung 5.17 dargestellt.



Abbildung 5.17: Feldhomogenität der kleinen Kammer bei FM-Anregung, FM-Signal mit $\Delta F = 10$ MHz, $f_M = 500$ kHz

Die Feldhomogenität verbessert sich deutlich ab ca. 1,2 GHz, wobei sich im Frequenzbereich unterhalb von 1 GHz keine relevanten Beeinflussungen abzeichnen.

Der eingesetzte Signalgenerator kann FM-Signale mit Modulationshüben bis 20 MHz generieren, was jedoch erst ab einer Frequenz von 1,1 GHz möglich ist. Die entsprechende Feldhomogenität ist Abbildung 5.18 zu entnehmen.



Abbildung 5.18: Feldhomogenität der kleinen Kammer bei FM-Anregung, FM-Signal mit $\Delta F = 20$ MHz, $f_M = 500$ kHz

Abschließend wird die Feldhomogenität in der großen Modenverwirbelungskammer des Lehrstuhls HST für einen 5 MHz Modulationshub vorgenommen. Zur Sicherstellung ausreichend hoher Feldstärken wird zusätzlich ein 10 W-Hochfrequenzverstärker in den Messzweig integriert.



Abbildung 5.19: Feldhomogenität der großen Kammer des Lehrstuhls HST bei FM-Anregung, FM-Signal mit $\Delta F = 5$ MHz, $f_M = 500$ kHz

In Abbildung 5.19 zeigt sich, dass in großen Kammern bereits mit kleinen Modulationshüben von 5 MHz vertretbare Feldhomogenitäten erzielt werden können. Da bei gleichem Anregungssignal in der kleinen Kammer eine deutlich niedrigere Feldqualität erreicht wird, ist ein Zusammenhang zwischen Modeanzahl und benötigter Signalbandbreite gegeben und in diesem Rahmen nachweisbar.

5.3 Erhöhung der Modenanzahl zur Verbesserung der Feldqualität

Eine Kontrolle der Feldqualität innerhalb einer Modenverwirbelungskammer ist durch die Signalbandbreite möglich. In Kapitel 5.2.3 zeigt sich, dass ein Modulationshub von 20 MHz (ca. 40 benötigt um eine vertretbare Feldqualität in MHz Bandbreite) wird. der kleinen Modenverwirbelungskammer zwischen 1.1 GHz 2 GHz herzustellen. bis Bei Störfestigkeitsprüfungen erschwert ein großer Modulationshub allerdings die Zuordnung einer einzelnen Frequenz zu einer Verhaltensauffälligkeit des Prüflings. Zur schnelleren Eingrenzung kritischer Frequenzbereiche ist daher eine Reduktion des Modulationshubs wünschenswert.

Da ein Zusammenhang zwischen der Feldqualität, dem Modulationshub und der Modenanzahl besteht, ist eine Anhebung der Modenanzahl zur Reduktion der benötigten Signalbandbreite gerade in niedrigen Frequenzbereichen zielführend. Nach Kapitel 3.1.2 kann durch geeignete Veränderungen der Kammergeometrie Einfluss auf die Modenanzahl genommen werden. Im Folgenden wird daher eine metallische Struktur (Diffusor) abgeleitet und praktisch eingesetzt, die eine Anhebung der Modenanzahl innerhalb der kleinen Modenverwirbelungskammer bewirkt. Die messtechnische Auswertung erfolgt analog zu Kapitel 5.2.3.

5.3.1 Kugelsegmentdiffusor

Im Folgenden wird eine Anhebung der Modenanzahl der kleinen Kammer unter Beibehaltung der äußeren Kantenabmessungen angestrebt. Mit dieser Randbedingung sind somit nur Veränderungen im Innenraum der Kammer möglich. Daher bietet es sich an, auf Basis der Gleichung der allgemeinen Modendichte (3.13), Optimierungen der Längswinkel und Oberflächen vorzunehmen.

Die Erkenntnisse aus Kapitel 5.2.3 zeigen, dass eine Verbesserung der Modenverteilung mittels konvexer Strukturen erreicht werden kann. Aus fertigungstechnischer Sicht und praktischer Handhabbarkeit fällt die Vorauswahl auf sphärische Segmente, die auf den Kammerboden gestellt werden. Prinzipiell sind auch zylindrische Formen denkbar, die aber im Folgenden nicht weiter untersucht werden. Abbildung 5.20 zeigt schematisch einen Kugelsegmentdiffusor abhängig vom Radius $r_{\rm K}$ und der Höhe h.



Abbildung 5.20: Darstellung eines Kugelsegmentdiffusors mit allen Kenngrößen

Da keine Werte für den Radius und die Höhe bekannt sind, wird zunächst aus der allgemeinen Modendichte (3.13) eine Beschreibung der Modenanzahl der Kammer mit eingebrachten Diffusoren hergeleitet. Über trigonometrische Zusammenhänge wird die Gleichung umgeschrieben, so das nur noch die Diffusorhöhe h, der Diffusorradius r_k , die Diffusoranzahl n_D und das Volumen der diffusorfreien Kammer V benötigt werden:

$$N_{D}(f) = \frac{8\pi}{3} \cdot \left[V - n_{D} \cdot \frac{h^{2} \cdot \pi}{3} \cdot (3 \cdot r_{K} - h) \right] \cdot \left(\frac{f}{c}\right)^{3} + n_{D} \cdot \frac{8 \cdot h}{3} \cdot \left(\frac{f}{c}\right) - \left(a + b + d\right) \cdot \left(\frac{f}{c}\right) + n_{D} \cdot \frac{-0.75\pi^{2} + \pi \cdot \arcsin\left(\frac{h - r_{K}}{r_{K}}\right) + 5 \cdot \left[\arcsin\left(\frac{h - r_{K}}{r_{K}}\right)\right]^{2}}{\frac{\pi}{2} - \arcsin\left(\frac{h - r_{K}}{r_{K}}\right)} \cdot (5.15)$$

$$\frac{2 \cdot \pi \cdot \cos\left[\arcsin\left(\frac{h - r_{K}}{r_{K}}\right)\right] \cdot \frac{r_{K}}{6\pi} \cdot \left(\frac{f}{c}\right)$$

Zur Ermittlung der zwei Diffusorkennwerte wird Gleichung (5.15) über Parametervariationen ausgewertet. Für den Radius ergibt sich dann $r_{\rm K} = 68$ mm und für die Höhe $h = 1.9 \cdot r_{\rm K} = 129.2$ mm.

Zur Quantifizierung des Einflusses der Diffusoren wird der Quotient aus Gleichung (5.15) für unterschiedliche Diffusoranzahlen und der Modenanzahl der leeren Modenverwirbelungskammer (a = 0,5 m, b = 0,74 m und d = 1,04 m) nach Gleichung (3.11) bestimmt, wobei die vorher ermittelten Werte für Radius und Höhe der Diffusoren verwendet werden.



Abbildung 5.21: Verhältnis aus Modenanzahl der mit Diffusoren beladenen und der leeren Kammer, unterschiedliche Diffusoranzahlen, Diffusorabmessungen $r_K = 68 \text{ mm}$ und h = 129,2 mm

Die Modenanzahl wird besonders im unteren Frequenzbereich gesteigert und hängt linear von der Diffusorenanzahl ab. Eine Verschlechterung der Modenanzahl ist vor allem ab ca. 1,75 GHz zu beobachten, da hier das Kammervolumen mit *f*³ dominant wird. Allerdings ist die Modenanzahl hier naturgemäß schon sehr hoch, weshalb diese Einschränkungen tolerierbar sind. Der Effekt tritt umso später ein, je weniger Volumen durch die Diffusoren beansprucht wird. Die Auswirkungen der Anhebungen, bzw. Absenkungen, der Modenanzahlen auf die Feldqualität können nur experimentell bewertet werden.

Im Folgenden werden 6 Diffusoren aus Aluminium gefertigt und innerhalb der Kammer montiert⁹.

⁹ Die Fertigung wurde in der mechanischen Werkstatt der Fakultät Elektrotechnik/Informationstechnik der TU Dortmund ausgeführt.



Abbildung 5.22: Kugelsegmentdiffusor aus massivem Aluminium, $r_K = 68$ mm und h = 129,2 mm

Aluminium bietet eine hohe Leitfähigkeit (ca. $9 \cdot 10^6$ S/m), wodurch sich die Oberflächenverluste der Diffusoren auf ein Minimum reduzieren.

5.3.2 Feldhomogenität

Die messtechnische Erfassung der Feldhomogenität erfolgt analog zu Kapitel 5.2.3, wobei die 6 Diffusoren zufällig auf den Kammerboden platziert werden und ein möglichst großer Abstand zum Prüfvolumen eingehalten wird. Die Diffusoren lassen sich durch vorbereitete Gewindegänge auch an den Wänden oder der Decke montieren, was allerdings in der Arbeit aus Zeitgründen nicht mehr untersucht wird.

Prinzipiell besteht die Möglichkeit, dass die Diffusoren die Wandverluste durch die vergrößerte Oberfläche anheben. Aus diesem Grund wird vor Beginn der Messungen die Gütefunktion bestimmt und mit der Gütefunktion der leeren Kammer verglichen. Für die gewählte Diffusoranordnung kann kein relevantes absorbierendes Verhalten nachgewiesen werden.

Die Feldhomogenität bei Anregung mit einem 1 MHz Modulationshub ist Abbildung 5.23 zu entnehmen.



Abbildung 5.23: Feldhomogenität der kleinen Kammer bei FM-Anregung und Anwesenheit von 6 Kugelsegmentdiffusoren mit $r_K = 68$ mm und h = 129,2 mm und FM-Signal mit $\Delta F = 1$ MHz, $f_M = 500$ kHz

Verglichen mit den Kurven der leeren Kammer aus Abbildung 5.15 zeigen sich leichte Verbesserungen im Frequenzbereich unterhalb von 1,2 GHz. Gerade die hohen Übertretungen bei ca. 0,7 GHz und ca. 0,85 GHz sind leicht reduziert worden. Die deutlichste Verbesserung zeigt sich zwischen 0,8 GHz und 1 GHz, da in diesem Abschnitt fast alle Übertretungen der 6 dB-Linie vermieden werden.

Wird die Kammer mit einem 10 MHz Modulationshub angeregt, so zeigen sich deutliche Veränderungen der Feldhomogenität verglichen mit Abbildung 5.17.



Abbildung 5.24: Feldhomogenität der kleinen Kammer bei FM-Anregung und Anwesenheit von 6 Kugelsegmentdiffusoren mit $r_K = 68$ mm und h = 129,2 mm und FM-Signal mit $\Delta F = 10$ MHz, $f_M = 500$ kHz

Im gesamten Frequenzbereich bewirken die Diffusoren eine Reduktion der 3 dB-Übertretungen. Gerade im Bereich bis 1 GHz ist nahezu eine Halbierung der Übertretungen zu verzeichnen. Zusätzlich zeigt sich, dass auch höher liegende Frequenzen positiv durch die Diffusoren beeinflusst werden. Hier ist vor allem der Bereich zwischen 1,2 GHz und 1,4 GHz hervorzuheben. Werden die 3 dB-Übertretungen zwischen 1,1 GHz und 2 GHz gezählt und mit dem Ergebnis der Anregung der leeren Kammer mit einem Modulationshub von 20 MHz verglichen (Abbildung 5.19), so ist eine Substituierung des Modulationshubs möglich. Hierdurch wird die Aussagekraft bei einer Störfestigkeitsprüfung deutlich gesteigert, da bei einer Prüflingsauffälligkeit das betreffende Frequenzband halbiert wird.

Abschließen wird ein 20 MHz Modulationshub zur Kammeranregung bei Anwesenheit der 6 Diffusoren genutzt.



Abbildung 5.25: Feldhomogenität der kleinen Kammer bei FM-Anregung und Anwesenheit von 6 Kugelsegmentdiffusoren mit $r_K = 68$ mm und h = 129,2 mm und FM-Signal mit $\Delta F = 20$ MHz, $f_M = 500$ kHz

Für diese Systemparametrierung wird die 3 dB-Linie an keiner Trägerfrequenz mehr übertreten, was verglichen mit Abbildung 5.19 ebenfalls eine Verbesserung der Feldqualität darstellt.

6 Zusammenfassung

Die erreichbare Feldqualität innerhalb einer Modenverwirbelungskammer ist direkt mit der Modenanzahl verknüpft, Die Form und geometrische Beschaffenheit des Hohlraumresonators hat hierbei, gerade im Bereich der tiefen Resonanzfrequenzen, einen direkten Einfluss auf die Modenanzahl. Zylindrische und kugelförmige Typen zeigen prinzipiell eine weniger effiziente Modenverteilung als rechteckige Varianten, so lange nicht stark gestreckte zylindrische Geometrien betrachtet werden.

Da eine deterministische Nachvollziehbarkeit der Feldqualität auf Grund der Unkenntnis der tatsächlich beteiligten Moden schwierig ist, haben sich statistische Verteilungsmodelle zur Beschreibung von Feldstärke, quadratischer Feldstärke und Empfangsleistung etabliert. Die Modelle basieren auf den Annahmen zur Mehrwegeausbreitung in der Kommunikationstechnik. Sie gehen davon aus, dass bei einer hinreichenden Anzahl an Reflektionen der elektromagnetischen Wellen an den Kammerwänden Real- und Imaginärteil der eingespeisten Signalkomponente jeweils eine mittelwertfreie Normalverteilung aufweisen. Falls sich eine unerwünschte direkte Komponente während der Mehrwegeausbreitung entwickelt, so kann diese Annahme nicht mehr getroffen werden.

Die Güte einer Modenverwirbelungskammer wirkt sich ebenfalls direkt auf die erreichbare Feldqualität aus und setzt sich für eine leere Kammer grundlegend aus Antennen- und Wandverlusten zusammen. Hohe Güten wirken hierbei produktiv auf die erreichbare Prüffeldstärke, verursachen jedoch eine scharfe spektrale Separation der Resonanzfrequenzen, was die Zahl der am Feld beteiligten Moden reduziert. Niedrige Güten wirken dem resonanten Funktionsprinzip entgegen und führen zunehmend zur Dominanz einer direkten Übertragung. In der Literatur wird dieses Verhalten über den mathematischen Vergleich mit einer Freiraumübertragung zu einer theoretischen Grenzgüte verrechnet.

Zur praktischen Nutzung einer Modenverwirbelungskammer ist eine Maximierung der am Prüffeld beteiligten Moden, gerade im Bereich der niedrigen Resonanzfrequenzen, nötig, um die Kammer in einem möglichst breiten Frequenzband einsetzen zu können. Normativ verankert ist die Nutzung eines Modenrührers, der eine schrittweise oder kontinuierliche Verstimmung des Resonators bewirkt.

Elektronische Verwirbelungsverfahren sind zwar nicht normativ erfasst, bieten jedoch Vorteile im Hinblick auf Prüfzeiten, Beschreib- und Reproduzierbarkeit. In diesem Bereich sind verschiedenste Implementierungen denkbar. Breitbandige Anregungen (Frequency Stirring) der Kammer erzwingen die Beteiligung einer Vielzahl an Moden am Prüffeld und bewirken eine annähernde energetische Echtzeitmittlung.

Systembedingt lassen sich Modenverwirbelungskammern auf Kantenlängen unter 1 m verkleinern, wobei theoretisch das grundlegende Funktionsprinzip erhalten bleibt. Daher werden die wichtigen Eigenschaften einer aus verzinktem Stahlblech gefertigten Kammer mit den Kantenlängen a = 0.5 m, b = 0.74 m, d = 1.04 m untersucht. Theoretische Vorüberlegungen zeigen, dass die Kammer oberhalb von 1,1 GHz eine ausreichende Modenanzahl ausweist. Da auf Grund der kompakten

Bauform keine Rührvorrichtung eingebracht ist. wird die Güte mittels einer Antennenübertragungsstrecke und nachgelagerter Frequenzmittelung bestimmt. Bereits ab einer Mittelungsbandbreite von 20 MHz weist die Gütefunktion eine deutliche Annäherung zur theoretischen Funktion auf. Die Güten kleiner Modenverwirbelungskammern sind naturgemäß niedrig und liegen für die vorliegende Kammer im angestrebten Betriebsbereich zwischen 2000 und Prinzipiell liegt die erreichbare Güte einer kleinen Kammer volumen-10000. und oberflächenbedingt immer unterhalb einer größeren Version, wenn die Materialeigenschaften vergleichbar sind. Ausgehend von einer Referenzuntersuchung in zwei großen Kammern hat sich gezeigt, dass die reale Kammergüte mindestens 36-mal höher als die theoretische Grenzgüte sein muss. Die kleine Modenverwirbelungskammer hält, auch bei Beladung mit einem stark absorbierenden Material, diesen Wert nahezu im gesamten Betriebsbereich ein. Theoretisch können kleine Kammern als Nachbildung größerer resonanter Systeme mit den Eigenschaften einer Modenverwirbelungskammer eingesetzt werden. Werden die Kantenlängen über einen festen Skalierfaktor reduziert, die Leitfähigkeit und der Frequenzbereich angehoben, so lassen sich alle maßgeblichen Kammereigenschaften übertragen.

Die statistische Analyse des Real- und Imaginärteils eines eingespeisten Signals zeigt, dass die untersuchte kleine Modenverwirbelungskammer bei elektronischer Verwirbelung zum Ausbilden direkter Signalpfade neigt. Der Einsatz breitbandig angepasster isotrop strahlender Monopolantennen erhöht diese Tendenz leicht im Vergleich zu polarisationsverkippten LogPer-Antennen.

Da keine mechanische Feldhomogenisierung innerhalb der kleinen Kammer vorgesehen ist, wird die Feldqualität bei Anregung mit frequenzmodulierten Signalen erfasst. Abhängig vom Modulationshub zeigen sich maßgebliche Unterschiede in der erreichten Feldhomogenität. Bei einem Modulationshub von 20 MHz lässt sich eine akzeptable Homogenität ab ca. 1,3 GHz erzielen.

Als Verbesserungsmöglichkeit werden 6 Kugelsegmentdiffusoren auf Basis der Formel der allgemeinen Modendichte berechnet und gefertigt. Die Diffusoren werden zufällig auf dem Kammerboden möglichst weit entfernt vom Prüfvolumen angeordnet. Hierdurch wird die Feldqualität bei Anregung mit einem 10 MHz Modulationshub vergleichbar mit der 20 MHz Anregung ohne Einbringung der Diffusoren. Die Feldqualität verbessert sich auch im niedrigeren Frequenzbereich, so dass die Kammer bereits ab 1,1 GHz einsetzbar ist, wenn mit einem Modulationshub von 20 MHz angeregt wird.

7 Anhang

7.1 Schnelle Greensche-Funktion

Zur Berechnung der Feldverteilung eines angeregten 2-dimensionalen Hohlraumresonators kann Gleichung (2.72) auf eine Summe reduziert werden [23]:

$$E_{z} = \frac{2j\omega\mu_{0}I_{0}}{a}\sum_{m=1}^{\infty} \left[\frac{\sin\left(\frac{m\pi x_{0}}{a}\right) \cdot \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right)}{k_{m} \cdot \sin(k_{m} \cdot b)}\right] \cdot \left\{\frac{\sin(k_{m}y_{0}) \cdot \sin[k_{m} \cdot (b-y)], y > y_{0}}{\sin[k_{m}(b-y_{0})] \cdot \sin(k_{m}y), y < y_{0}}\right\}$$
(7.1)

Der Hauptvorteil ist eine maßgebliche Reduktion der Rechenzeit gerade im Bereich der großen Modenindizes, bzw. der hohen Frequenzen. Die komplexe Wellenzahl lässt sich dann folgendermaßen schreiben:

$$k_{m} = \left[k^{2} \left(1 + \frac{j}{2Q}\right)^{2} - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^{2}\right]^{\frac{1}{2}}$$
(7.2)

7.2 Gemessene mittlere quadratische y- und z- Komponenten der Feldstärke

Zur Verifikation der Sondenfunktionalität werden noch die verbliebenen zwei kartesischen Komponenten aus Kapitel 5.2.2 angegeben.



Abbildung 7.1: Qualifizierung des Sondenverhaltens, Quadratische Feldstärken bei FM-Anregung und reiner CW-Anregung mit Post-Processing-Mittelung, y-Komponente



Abbildung 7.1: Qualifizierung des Sondenverhaltens, Quadratische Feldstärken bei FM-Anregung und reiner CW-Anregung mit Post-Processing-Mittelung, z-Komponente

Analog zur x-Komponente werden die Frequenzverläufe sowohl bei CW-Anregung und nachgelagerter Mittelung, als auch direkter FM-Anregung angegeben. Die Unterschiede begründen sich durch das rechteckförmige Filterfenster bei CW-Anregung.

8 Literatur

- [1] DIN 57870 Teil 1 / VDE 0870 Teil 1, *Elektromagnetische Beeinflussung (EMB)*, VDE-Verlag GmbH, Berlin, 1084
- [2] D. Peier: *Elektromagnetische Verträglichkeit*, Hüthig Buch Verlag GmbH, Heidelberg, 1990, ISBN: 3-7785-1774-0
- [3] A. J. Schwab, W. Kürner: *Elektromagnetische Verträglichkeit*, Springer Verlag, Berlin / Heidelberg / New York, 2007, ISBN: 978-3-540-42004-0
- [4] K-H Gonschorek: EMV für Geräteentwickler und Systemintegratoren, Springer Verlag, Berlin / Heidelberg / New York, 2005, ISBN: 978-3-540-23436-4
- [5] M. Wittler: *Zum Einsatz von TEM-Zellen im Hochspannungsimpulsbetrieb*, Dissertation TU Dortmund, 1992
- [6] L. Jendernalik: Zur Feldqualität von TEM-Zellen, Dissertation TU Dortmund, 1995
- [7] J. Specovius: *Grundkurs Leistungselektronik*, GWV Fachverlage GmbH, Wiesbaden, 2008, ISBN: 978-3-8348-0229-3, S. 290 -292
- [8] H. Kaden: *Wirbelströme und Schirmung in der Nachrichtentechnik*, Springer Verlag, Berlin / Göttingen / Heidelberg, 1959
- [9] H-A. Wolfsperger: Elektromagnetische Schirmung, Springer Verlag, Berlin / Heidelberg, 2008, ISBN: 978-3-540-76912-5
- [10] C. Adami, C. Braun, P. Clemens, H.-U. Schmidt, M. Suhrke, H.-J. Taenzer, *Betrieb von Modenverwirbelungskammern mit gepulsten Mikrowellensignalen*, EMV 2010 Internationale Fachmesse und Kongress für elektromagnetische Verträglichkeit, Düsseldorf, 2010, ISBN: 978-3-8007-3206-7, S. 355 bis 361
- [11] M. Hillgärtner: Hohlraumresonanzgüte in Modenverwirbelungskammern, Dissertation TU Dortmund, Der Andere Verlag, Tönning, 2007, ISBN: 978-3-89959-679-3
- [12] DIN EN 61000-4-3:2003 / VDE 0847 Teil, Elektromagnetische Verträglichkeit (EMV) Teil 4-3: Prüf und Messverfahren –Prüfung der Störfestigkeit gegen hochfrequente elektromagnetische Felder, VDE-Verlag, Berlin, 2003
- [13] DIN EN 61000-4-21:2003 / VDE 0847 Teil, Elektromagnetische Verträglichkeit (EMV) Teil 4-21: Prüf und Messverfahren – Verfahren für die Prüfung in der Modenverwirbelungskammer, VDE-Verlag, Berlin, 2004
- [14] H. Meinke und F. W. Gundlach, *Taschenbuch der Hochfrequenztechnik*, Springer Verlag, Heidelberg, 1968, ISBN: 3-540-04359-4, S. 8, 9

- [15] H. G. Krauthäuser: Grundlagen und Anwendungen von Modenverwirbelungskammern, Habilitation Otto-von Guericke-Universität, Magdeburger Forum zur Elektrotechnik, Magdeburg, 2007, ISBN: 978-3-929757-43-9
- [16] D. A. Hill: *Electromagnetic Fields in Cavities*, John Wiley & Sons, Hoboken (New Jersey, USA), 2009, ISBN: 978-0-470-46590-5
- [17] T. Eisenburger: Breitbandige Anregung feldvariabler Kammern durch Antennenarrays, Dissertation TU Dortmund, Der Andere Verlag, Tönning, 2009, ISBN: 978-3-89959-922-0
- [18] N. Eulig: *Eignung der Feldvariablen Kammer (FVK) für EMV-Störfestigkeitstests*, Dissertation TU Braunschweig, Shaker Verlag, Aachen, 2004, ISBN: 3-8322-2945-0
- [19] M. Petirsch: Untersuchung zur Optimierung der Feldverteilungen in Mode-Stirred Chambers, Dissertation Universität Fridericiana Karlsruhe, Logos Verlag, Berlin, 1999, ISBN: 978-3-89722-232-8
- [20] J. Schüür, R. Geise, Bewertung von Resonanzüberhöhungen durch Endgeräte mittels Übertragungsmessungen in einem skalierten Flugzeugrumpf und einer realen Flugzeugkabine, EMV 2010 Internationale Fachmesse und Kongress für elektromagnetische Verträglichkeit, Düsseldorf, 2010, ISBN: 978-3-8007-3206-7, S. 297 bis 303
- [21] C. A. Holloway, D. A. Hill, J. M. Ladbury, G. Koepke: *Requirements for an Effective Reverberation Chamber: Unloaded or Loaded*, IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, VOL. 48, NO. 1, Februar 2006
- [22] P.-S. Kildal, C. Orlenius, J. Carlsson, U. Carlberg, K. Karlsson, M. Franzén, Designing Reverberation Chmabers for Measurements of Small Antennas and wireless Terminals: Accuracy, Frequency Resolution, Lowest Frequency of Operation, Loading and Shielding of Chamber, First European Conference on Antennas and Propagation (EuCAP), Nice (Frankreich), 2006
- [23] D. A. Hill: *Electronic Mode Stirring for Reverberation Chambers*, IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, VOL. 36, NO. 4, November 1994
- [24] T. A. Loughry: Frequency Stirring: An Alternate Approach to Mechanical Mode-Stirring for the Conduct of Electromagnetic Susceptibility Testing, Philipps Laboratory Directorate of Advanced Weapons and Survivability Air Force Systems Command, Kirtland (New Mexico, USA), 1991
- [25] G. Strassacker, R.Süsse: Rotation, Divergenz und Gradient, 5. Auflage, Teubner Verlag, Stuttgart, 2003, ISBN: 978-3-519-40101-8
- [26] W. Greiner: Theoretische Physik Band 3: Klassische Elektrodynamik, Wissenschaftlicher Verlag Harri Deutsch GmbH, 2008, ISBN: 978-3-8171-1818-2, S. 328 - 345
- [27] D. A. Hill: *Electromagnetic Fields in Cavities*, John Wiley & Sons, Hoboken (New Jersey, USA), 2009, ISBN: 978-0-470-46590-5, S. 26 28

- [28] R. E. Richardson, Jr.: *Mode-Stirred Chamber Calibration Factor, Relaxation Time and Scaling Laws*, IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, VOL. IM-34, NO. 4, Dezember 1985
- [29] B.-H. Liu, D. C. Chang: Eigenmodes and the Composite Quality Factor of a Reverberating Chamber, Technical Note 1066, National Bureau of Standards, U.S. Department of Commerce, Boulder (Colorado, USA), 1983, per Fernleihe an der TU Dortmund, S. 22 – 23
- [30] D. A. Hill: *Electromagnetic Fields in Cavities*, John Wiley & Sons, Hoboken (New Jersey, USA), 2009, ISBN: 978-0-470-46590-5, S. 36
- [31] J. P. H. Sladen (CERN), W. Wuensch (CERN): Loss of Precision in Resonant Beam Position Monitors due to Finite Q, Particle Accelerator Conference, Washington D.C. (USA), 1993
- [32] H. G. Krauthäuser: Grundlagen und Anwendungen von Modenverwirbelungskammern, Habilitation Otto-von Guericke-Universität, Magdeburger Forum zur Elektrotechnik, Magdeburg, 2007, ISBN: 978-3-929757-43-9, S. 35
- [33] B.-H. Liu, D. C. Chang: Eigenmodes and the Composite Quality Factor of a Reverberating Chamber, Technical Note 1066, National Bureau of Standards, U.S. Department of Commerce, Boulder (Colorado, USA), 1983, per Fernleihe an der TU Dortmund, S. 9 - 17
- [34] W. Lukosz: Electromagnetic Zero-Point Energy Shift Induced by Conducting Surfaces II. The Infinite Wedge and the Rectangular Cavity, Zeitschrift für Physik (Seit 1998 European Physical Journal A – Hadrons and Nuclei), Volume 262, 1973, DOI: 10.1007/BF01400845, S. 327 – 348,
- [35] L. R. Arnaut: Operation of Electromagnetic Reverberation Chambers with Wave Diffractors at Relatively Low Frequencies, IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, VOL. 43, NO. 4, November 2001
- [36] D. A. Hill: *Electromagnetic Fields in Cavities*, John Wiley & Sons, Hoboken (New Jersey, USA), 2009, ISBN: 978-0-470-46590-5, S. 41 49
- [37] H. G. Krauthäuser: Grundlagen und Anwendungen von Modenverwirbelungskammern, Habilitation Otto-von Guericke-Universität, Magdeburger Forum zur Elektrotechnik, Magdeburg, 2007, ISBN: 978-3-929757-43-9, S. 20 - 23
- [38] J. G. Kostas, B. Boverie.: *Statistical Model for a Mode-Stirred Chamber*, IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, VOL. 33, NO. 4, November 1991
- [39] D. A. Hill: *Plane Wave Integral Representation for Fields in Reverberation Chambers*, IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, VOL. 40, NO. 3, August 1998
- [40] T. Benkner: Grundlagen des Mobilfunks, J. Schlembach Fachverlag, Wilburgstetten, 2007, ISBN: 978-3-935340-44-1, S. 65 – 82
- [41] J. R. Taylor: Fehleranalyse, VCH Verlagsgesellschaft mbH, Weinheim, 1988, ISBN: 3-527-26878-2, S. 88 - 121

- [42] I. N. Bronstein, K. A. Semendjajew, G. Musiol, H. Mühlig: *Taschenbuch der Mathematik*, Verlag Harri Deutsch, 1999, ISBN: 3-8171-2004-4, S. 762
- [43] P. Corona, G. Ferrara, M. Migliaccio: Reverberating Chamber Electromagnetic Field in Presence of an Unstirred Component, IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, VOL. 42, NO. 2, Mai 2000
- [44] J. Ladbury, D. A. Hill: Enhanced Backscatter in a Reverberation Chamber, IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility, Honolulu (Hawai, USA), 2007
- [45] O. Lundén, M. Bäckström, How to Avoid Unstirred High Frequency Components in Mode Stirred Reverberation Chambers, IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility, Honolulu (Hawai, USA), 2007
- [46] D. A. Hill, M. T. Ma, A. R. Ondrejka, M. L. Crawford, R. T. Johnk: Aperture Excitation of Electrically Large, Lossy Cavities, IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, VOL. 36, NO. 3, August 1994
- [47] M. Obholz, D. Peier: Measurements of the Induced Power in a Shape Shifting Transmission Line According to Immunity Tests in Reverberation and Semi Anechoic Chambers, IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility, Zürich (Schweiz), 2009
- [48] C. A. Holloway, D. A. Hill, M. Sandroni, J. M. Ladbury, J. Coder, G. Koepke, A. C. Marvin, Y. He: Use of Reverberation Chambers to Determine the Shielding Effectiveness of Physically Small, Electrically Large Enclosures and Cavities, IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, VOL. 50, NO. 4, November 2008
- [49] H. G. Krauthäuser: Grundlagen und Anwendungen von Modenverwirbelungskammern, Habilitation Otto-von Guericke-Universität, Magdeburger Forum zur Elektrotechnik, Magdeburg, 2007, ISBN: 978-3-929757-43-9, S. 47
- [50] O. Zinke, H. Brunswig: Hochfrequenztechnik 1, Springer Verlag, Berlin / Heidelberg, 1995, ISBN: 3-540-58070-0, S. 45 -48
- [51] H. G. Krauthäuser: Grundlagen und Anwendungen von Modenverwirbelungskammern, Habilitation Otto-von Guericke-Universität, Magdeburger Forum zur Elektrotechnik, Magdeburg, 2007, ISBN: 978-3-929757-43-9, S. 120 – 124
- [52] B.-H. Liu, D. C. Chang: Eigenmodes and the Composite Quality Factor of a Reverberating Chamber, Technical Note 1066, National Bureau of Standards, U.S. Department of Commerce, Boulder (Colorado, USA), 1983, per Fernleihe an der TU Dortmund, S. 23 - 28
- [53] D. Peier: *Elektromagnetische Verträglichkeit*, Hüthig Buch Verlag GmbH, Heidelberg, 1990, ISBN: 3-7785-1774-0, S. 112
- [54] S.-P. Yu, C. F. Bunting: Statistical Investigation of Frequency-Stirred Reverberation Chambers, IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility, Boston (Massachusetts, USA), 2003

- [55] H. G. Krauthäuser: Grundlagen und Anwendungen von Modenverwirbelungskammern, Habilitation Otto-von-Guericke-Universität, Magdeburger Forum zur Elektrotechnik, Magdeburg, 2007, ISBN: 978-3-929757-43-9, S. 16
- [56] D. I. Wu, D. C. Chang: The Effect of an Electrically Large Stirrer in a Mode-Stirred Chamber, IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, VOL. 31, NO. 2, Mai 1989
- [57] E. Voges, T. Eisenburger: *Electrical Mode Stirring in Reverberating Chambers by Reactively Loaded Antennas*, IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, VOL. 49, NO. 4, November 2007
- [58] J. M. Ladbury, G. H. Koepke: Reverberation Chamber Relationships: Corrections and Improvements or Three Wrongs can (Almost) make a Right, IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility, Seattle (Washington, USA), 1999
- [59] T. Eisenburger, M. Obholz, D. Peier: *Kfz-Karosserie als gestörter Hohlraumresonator*, Posterbeitrag zum 3. Dortmunder Autotag, Dortmund, September 2008
- [60] D. Borneburg: *Bewertung von Hochspannungsisolatoren als Quelle hochfrequenter Störfelder*, Dissertation TU Dortmund, Shaker Verlag, 2003, ISBN: 3-8322-1390-2
- [61] D. A. Hill: *Electromagnetic Fields in Cavities*, John Wiley & Sons, Hoboken (New Jersey, USA), 2009, ISBN: 978-0-470-46590-5, S. 257 260
- [62] D. Peier: *Grundelemente elektrischer Messtechnik*, Der Andere Verlag, Tönning 2010, ISBN: 978-3-89959-933-0, S. 6- 8
- [63] M. Kühlmeyer: *Statistische Auswertungsmethoden für Ingenieure*, Springer Verlag, Berlin / Heidelberg, 2001, ISBN: 3-540-41097-X, S. 177 182
- [64] E. Pehl: Digitale und analoge Nachrichtenübertragung, Hüthig Verlag, Heidelberg, 2001, ISBN: 978-3-642-10199-1, ISBN: 3-7785-2801-7, S. 113 – 123
- [65] J.-R. Ohm, H. D. Lüke: Signalübertragung, Springer Verlag, Berlin / Heidelberg, 2010, ISBN: 978-3-642-10199-1, S. 368 – 371
- [66] P. Corona, J. Ladbury, G. Latmiral: Reverberation-Chamber Research Then and Now: A Review of Early Work ans Comparison with Current Understanding, IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, VOL. 44, NO. 1, Februar 2001
- [67] M. Maarleveld, H. Hirsch, M. Obholz, F. Jenau: Experimental Investigation on Electronic Mode Stirring in Small Reverberation Chambers by Frequency Modulated Signals IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility, York (England), 2011