УДК 517.9

Наконечний О. Г.[1], д.ф.-м.н., проф.,
Шушарін Ю. В.[2], к.ф.-м.н.,
Демиденко С. В.[3], асист.

Гарантовані оцінки середнього значення випадкових послідовностей

[1] Київський національний університет імені Тараса Шевченка, 83000, м. Київ, пр-т. Глушкова 4д,
e-mail: a.nakonechniy@gmail.com
[2] Київський національний економічний університет імені Вадима Гетьмана, 03680, Україна, Київ, проспект Перемоги, 54/1,
e-mail: shusharin@meta.ua
[3] Київський національний університет імені Тараса Шевченка, 83000, м. Київ, пр-т. Глушкова 4д,
e-mail: s.demydenko@gmail.com

O. G. Nakonechniy[1], Doc. Sci., prof.,
Yu. V. Shusharin[2], senior teacher
S. V. Demydenko[3], assistant.

Guaranteed estimation of average random sequences

[1] Taras Shevchenko National University of Kyiv, 83000, Kyiv, Glushkova st., 4d,
e-mail: a.nakonechniy@gmail.com

[2] National Economic University named after Vadym Hetman, 03680, Kyiv, Prospect Peremogy 54/1
e-mail: shusharin@meta.ua

[3] Taras Shevchenko National University of Kyiv, 83000, Kyiv, Glushkova st., 4d,
e-mail: s.demydenko@gmail.com

Досліджуються проблеми оцінки середнього значення нестаціонарної послідовності із невідомими кореляційними матрицями. Припускається, що відомі обмеження на перші різниці середніх значень та обмеження на кореляційні матриці.

Для гарантованих лінійних середньоквадратичних оцінок одержані вирази для похибок. При певних обмеженнях на множини, яким належать середні значення та кореляційні матриці показано, що такі оцінки виражаються через розв'язки систем різницевих рівнянь.

Ключові слова: математична статистика, оцінка середніх значень, випадкові величини, кореляційна матриця, різницеве рівняння.

One of mathematical statistics tasks is the problem of assessing the mean values of random variables by the observations. In the case when distribution class of the random variable is known can (apply) be applied the method of maximum probability. Obtained estimations may have good asymptotic properties after repeated observation of their values. For a single observation of stationary sequences of random variables value (using) are used linear estimations. If the sequence of random variables is non-stationary, then it is possible to get a good estimation if set, which owns sequence of average values, is known.

The problems of the estimation of average value for non-stationary sequences with unknown correlation matrix are investigated. It is assumed that the restriction on the first differences of averages and restrictions on the correlation matrix are given.

For guaranteed linear RMS estimates are derived expressions for the errors(faults). Under certain restrictions on the sets, which contain average values and correlation matrices is showed that such estimates are expressed through solutions of difference equations systems.

Key Words: mathematical statistics, estimation of mean values, random variables, correlation matrix difference equation.

Статтю представив д.т.н., проф. Гаращенко Ф.Г.

Нехай θ_k, $k=\overline{0,N-1}$ послідовність випадкових величин із значеннями в R' та невідомими середніми вигляду $E\theta_k = h_k x_{1,k} + x_{2,k} b_k$. Припустимо далі, що $h_k, b_k, k=\overline{0,N-1}$ задані послідовності, а кореляційна матриця $R=(r_{kj})$, $k,j=\overline{0,N-1}$, $\sigma^2(u,c)=\infty$ невідома. Нехай також спостерігаються реалізації θ_k, які ми позначимо через $y_k, k=\overline{0,N-1}$ і відомо, що вектор $x^T=(x_{1,0},...,x_{1,N-1},x_{2,0},...,x_{2,N-1})$ та кореляційна матриця R належать множинам G_1 і G_2 у відповідних просторах. Позначимо через L матрицю розмірності $m\times 2(N-1)$, $m\le 2(N-1)$.

Означення 1. Лінійною оцінкою вектора Lx за спостереженнями $y_0,...,y_{n-1}$ назвемо вираз

$$\hat{L}x=\sum_{k=0}^{N-1}u_k y_k+c, \qquad (1)$$

де u_k, c із простору R^m.

Означення 2. Гарантованою лінійною середньоквадратичною оцінкою (ГЛСК оцінкою) називають вектор $\hat{\hat{L}}x$, що знаходиться з умови

$$\inf_{u_k,c}\sup_{G_1,G_2}\left\{E\left|Lx-\hat{L}x\right|^2\right\}^{\frac{1}{2}}=\sup_{G_1,G_2}\left\{E\left|Lx-\hat{\hat{L}}x\right|^2\right\}^{\frac{1}{2}}=\sigma, \qquad (2)$$

де σ називають похибкою такої оцінки.

Розглянемо далі випадок, коли множини G_1 та G_2 мають вигляд:

$$G_1=\left\{x:\sum_{k=0}^{N-1}(x_{1,k+1}-x_{1,k})^2 q_{1,k}+\sum_{k=0}^{N-1}x_{2,k}^2 q_{2,k}\le 1\right\}, \qquad (3)$$

$$G_2=\left\{R: sp\,QR\le 1\right\}, \qquad (4)$$

де $q_{1,k}, q_{2,k}$ – задані додатні числа, Q – додатно означена матриця.

Запишемо вектор Lx у вигляді

$$Lx=\sum_{k=0}^{N-1}l_k x_{1,k}+\sum_{k=0}^{N-1}g_k x_{2,k}+l_N x_{1,N},$$

де $l_0,...,l_N$ – вектори із простору R^m.

Твердження 1. Має місце рівність

$$\sup_{G_1,G_2}E\left|Lx-\hat{L}x\right|^2=\sup_{G_1}\left|\sum_{k=0}^{N-1}z_{k+1}(x_{1,k+1}-x_{1,k})+\right.$$
$$\left.+z_0x_{1,0}-\sum_{k=0}^{N-1}(g_k-u_kb_k)x_{2,k}-c\right|^2+ \qquad (5)$$
$$+\sup_{G_2}E\left|\sum_{k=0}^{N-1}u_k\xi_k\right|^2=\sigma^2(u,c),$$

де вектори $z_k\in R^m$ визначаються із рівняння

$$\Delta_- z_k=z_k-z_{k+1}=l_k-h_ku_k,\quad k=\overline{0,N-1},$$
$$z_N=l_N,\ \xi_k=\theta_k-E\theta_k. \qquad (6)$$

Доведення. Оскільки

$$Lx-\hat{L}x=\sum_{k=0}^{N-1}l_kx_{1,k}+\sum_{k=0}^{N-1}g_kx_{2,k}+l_Nx_{1,N}-$$
$$-\sum_{k=0}^{N-1}u_kh_kx_{1,k}-\sum_{k=0}^{N-1}u_kb_kx_{2,k}-c-\sum_{k=0}^{N-1}u_k\xi_k=$$
$$=\sum_{k=0}^{N-1}(l_k-u_kh_k)x_{1,k}+l_Nx_{1,N}+$$
$$+\sum_{k=0}^{N-1}(g_k-u_kb_k)x_{2,k}-c-\sum_{k=0}^{N-1}u_k\xi_k,$$

то

$$E\left|Lx-\hat{L}x\right|^2=\left|\sum_{k=0}^{N-1}(l_k-u_kh_k)x_{1,k}+l_Nx_{1,N}+\right.$$
$$\left.+\sum_{k=0}^{N-1}(g_k-u_kb_k)x_{2,k}\right|^2+E\left|\sum_{k=0}^{N-1}u_k\xi_k\right|^2.$$

Зауважимо далі, що якщо z_k є розв'язком рівняння (6), то

$$\sum_{k=0}^{N-1}(l_k-u_kh_k)x_{1,k}+l_Nx_{1,N}=\sum_{k=0}^{N-1}\Delta_- z_kx_{1,k}+l_Nx_{1,N}=$$
$$=\sum_{k=0}^{N-1}z_{k+1}(x_{1,k+1}-x_{1,k})+z_0x_{1,0}.$$

Враховуючи ці рівності одержимо потрібне співвідношення (5).

Позначимо через U множину $U=\{u: z_0=0\}$.

Твердження 2. Справедлива рівність

$$\inf_c\sigma^2(u,c)=\begin{cases}\infty, u\notin U,\\ \sigma^2(u),\end{cases} \qquad (7)$$

де

$$\sigma^2(u)=\lambda_{\max}(P_1)+\lambda_{\max}(P_2), \qquad (8)$$

$$P_1=\sum_{k=0}^{N-1}z_{k+1}z_{k+1}^Tq_{1k}^{-1}+\sum_{k=0}^{N-1}(g_k-u_kb_k)(g_k-u_kb_k)^Tq_{2k}^{-1},$$

$$P_2=\sum_{k,j=0}^{N-1}u_ku_j^Tq_{kj},$$

де q_{kj} – елементи матриці Q^{-1}, $\lambda_{\max}(\cdot)$ – максимальні власні числа матриць P_1 та P_2 відповідно.

Доведення. Із рівності (5) випливає, що якщо $u\notin U$, то $\sigma^2(u,c)=\infty$. Далі зауважимо, що при $u\in U$

$$\sup_{G_1}\left|\sum_{k=0}^{N-1}z_{k+1}(x_{1,k+1}-x_{1,k})+\sum_{k=0}^{N-1}(g_k-u_kb_k)x_{2,k}-c\right|^2\ge$$

$$\geq \sup_{|a|\leq 1}\sup_{G_1}\left[\sum_{k=0}^{N-1}(z_{k+1},a)(x_{1,k+1}-x_{1,k})+\right.$$
$$\left.+\sum_{k=0}^{N-1}(g_k-u_kb_k,a)x_{2,k}\right]^2=\sup_{|a|\leq 1}\sup_{G_1}J^2(x,a).$$

Оскільки

$$J^2(x,a)\leq\sum_{k=0}^{N-1}(z_{k+1},a)^2q_{1k}^{-1}+\sum_{k=0}^{N-1}(g_k-u_kb_k,a)^2q_{2k}^{-1}$$

і знак рівності досягається при $x_{1,k+1}-x_{1,k}=q_{1k}^{-1}(z_{k+1},a)F(u)$,
$x_{2,k}=q_{2k}^{-1}(g_k-u_kb_k,a)F(u)$, де

$$F^{-1}(u)=\left\{\sum_{k=0}^{N-1}(z_{k+1},a)^2q_{1k}^{-1}+\sum_{k=0}^{N-1}(g_k-u_kb_k,a)^2q_{2k}^{-1}\right\}^{\frac{1}{2}},$$

то при $u\in U$

$$\sup_{G_1}J^2(x,a)=\sum_{k=0}^{N-1}(z_{k+1},a)^2q_{1k}^{-1}+$$
$$+\sum_{k=0}^{N-1}(g_k-u_kb_k,a)^2q_{2k}^{-1}=(P_1a,a),$$

то

$$\sup_{|a|\leq 1}\sup_{G_1}J^2(x,a)=\sup_{|a|\leq 1}(P_1a,a)=\lambda_{\max}(P_1).$$

Крім того, в силу рівності

$$\sup_{G_2}E\left|\sum_{k=0}^{N-1}u_k\xi_k\right|^2=\sup_{D}\left|\sum_{k=0}^{N-1}u_kv_k\right|^2=$$
$$=\sup_{|a|\leq 1}\sup_{D}\left[\sum_{k=0}^{N-1}(u_k,a)v_k\right]^2=\sup_{|a|\leq 1}\sup_{(Qv,v)\leq 1}(u,v)^2=$$
$$=\sup_{|a|\leq 1}(Q^{-1}u,u)=\sup_{|a|\leq 1}\sum_{k,j=0}^{N-1}q_{kj}(u_k,a)(u_j,a)=$$
$$=\sup_{|a|\leq 1}(P_2a,a)=\lambda_{\max}(P_2),$$

де $D=\{v:(Qv,v)\leq 1\}$, $v^T=(v_0,...,v_N)$, $u^T=((u_0,a),...,(u_N,a))$, одержимо, що при $u\in U$

$$\sigma^2(u,c)\geq\lambda_{\max}(P_1)+\lambda_{\max}(P_2),$$

звідки

$$\inf_c\sigma^2(u,c)=\lambda_{\max}(P_1)+\lambda_{\max}(P_2),$$

що і потрібно було показати.

Наслідок 1. Для ГЛСК оцінки $\hat{c}=0$.

Наслідок 2. Існують вектори $\hat{u}_k$, $k=\overline{0,N-1}$, такі що

$$\inf_{u_k}\sup_{G_1,G_2}E\left|Lx-\sum_{k=0}^{N-1}u_ky_k\right|^2=\sup_{G_1,G_2}E\left|Lx-\sum_{k=0}^{N-1}\hat{u}_ky_k\right|^2.\quad(9)$$

Доведення. Функція $\sigma_1(u)=\inf_c\sigma^2(u,c)$ є неперервною опуклою і такою, що $\lim_{\sum_{k=0}^{N-1}|u_k|^2\to\infty}\sigma_1(u)=\infty.$ Множина U – опукла та замкнена. Звідки випливає існування векторів $\hat{u}_k$, таких, що виконується рівність (9).

Наслідок 3. Нехай матриця R відома та невироджена. Тоді існує єдина ГЛСК оцінка.

Доведення. Оскільки $\inf_c\sigma^2(u,c)=$ $=\lambda_{\max}(P_1)+\sum_{k,j=0}^{N}r_{kj}(u_k,u_j)$, а матриця R невироджена, то функція $\sigma_1(u)=\inf_c\sigma^2(u,c)$ є сильно опуклою на непорожній опуклій замкненій множині U. Звідки випливає єдиність ГЛСК оцінки.

Розглянемо більш детально випадок, коли похибка оцінки вектора $\hat{L}x$ має вигляд

$$\delta(u,c)=\left\{\sum_{j=1}^{m}\max_{G_1,G_2}E(e_j,Lx-\hat{L}x)^2\right\}^{\frac{1}{2}},\quad(10)$$

де $e_1,...,e_m$ – орти в просторі R^m.

Введемо вектори p_k як розв'язки системи рівнянь

$$\begin{cases}\Delta_+p_k=p_{k+1}-p_k=q_{1k}^{-1}\hat{z}_{k+1}, & p_0=\lambda,\\ \Delta_-z_k=l_k-h_k\hat{u}_k, k=\overline{0.N-1}, & \\ z_N=l_N, z_0=0, & \end{cases}\quad(11)$$

де вектори $\hat{u}_k$ визначаються із рівнянь

$$\hat{u}_kb_k^2q_{2k}^{-1}+\sum_{i=0}^{N-1}q_{ki}\hat{u}_i=h_kp_k+g_kb_kq_{2k}^{-1}.\quad(12)$$

Твердження 3. Існує єдина ГЛСК оцінка, що має вигляд $\hat{\hat{L}}x=\sum_{k=0}^{N-1}\hat{u}_ky_k$, де $\hat{u}_k$ визначаються із системи рівнянь (11), (12) при цьому

$$\inf_{u,c}\sup_{G_1,G_2}\delta^2(u,c)=\sum_{k=0}^{N-1}sp\,\hat{z}_{k+1}\hat{z}_{k+1}^Tq_{1k}^{-1}+$$
$$+\sum_{k=0}^{N-1}sp\,(g_k-\hat{u}_kb_k)(g_k-\hat{u}_kb_k)^Tq_{2k}^{-1}+\sum_{i,j}sp\,\hat{u}_i\hat{u}_j^Tq_{ij}.\quad(13)$$

Доведення. Нехай $z_k,\ k=\overline{0,N-1}$ розв'язок рівнянь (11), а $u\in U$. Тоді будемо мати рівність

$$(e_j, Lx-\hat{L}x)=\sum_{k=0}^{N-1}(z_k,e_j)x_{1,k}-$$

$$-\sum_{k=0}^{N-1}(g_k-u_kb_k,e_j)x_{2,k}-(c,e_j)+\sum_{k=0}^{N-1}(u_k,e_j)\xi_k.$$

Звідки

$$\sup_{G_1,G_2}E(e_j,Lx-\hat{L}x)^2=J_{1j}(u,c)+J_{2j}(u,c),$$

де

$$J_{1j}(u,c)=\sup_{G_1}\left(\sum_{k=0}^{N-1}(z_k,e_j)x_{1,k}-\right.$$

$$\left.-\sum_{k=0}^{N-1}(g_k-u_kb_k,e_j)x_{2,k}-(c,e_j)\right)^2,$$

$$J_{2j}(u,c)=\sup_{G_2}E(u^{(j)},\xi)^2,$$

$$u^{(j)}=((u_{0j},e_j),\dots,(u_{N-1},e_j))^T,\quad \xi=(\xi_0,\dots,\xi_N)^T.$$

Оскільки

$$\delta^2(u,c)=\sum_{j=1}^{m}J_{1j}(u,c)+\sum_{j=1}^{m}J_{2j}(u),$$

то

$$\delta_1^2(u)=\inf_c\delta^2(u,c)=\inf_c\sum_{j=1}^{m}J_{1j}(u,c)+$$

$$+\sum_{j=1}^{m}J_{2j}(u)=\sum_{j=1}^{m}J_{1j}(u,0)+\sum_{j=1}^{m}J_{2j}(u).$$

В силу узагальнених нерівностей Коші-Буняковського одержимо

$$J_{1j}(u,0)=\sum_{k=0}^{N-1}(z_{k+1},e_j)^2q_{1k}^{-1}+\sum_{k=0}^{N-1}(g_k-u_kb_k,e_j)^2q_{2k}^{-1}.$$

$$J_{2j}(u,0)=(Q^{-1}u^{(j)},u^{(j)})=\sum_{k,i}q_{ki}(u_k,e_j)(u_i,e_j).$$

Тобто $\delta_1^2(u)=\sum_{k=0}^{N-1}\sum_{j=1}^{m}(z_{k+1},e_j)^2q_{1k}^{-1}+$

$$+\sum_{k=0}^{N-1}\sum_{j=1}^{m}(g_k-u_kb_k,e_j)^2q_{2k}^{-1}+$$

$$+\sum_{k,i=0}^{N-1}\sum_{j=1}^{m}q_{ki}(u_k,e_j)(u_i,e_j)=\sum_{k=0}^{N-1}sp\,z_{k+1}z_{k+1}^Tq_{1k}^{-1}+$$

$$+\sum_{k=0}^{N-1}(g_k-u_kb_k)(g_k-u_kb_k)^Tq_{2k}^{-1}+\sum_{k,i=0}^{N-1}sp\,q_{ki}u_ku_i^T.$$

Оскільки функція $\delta_1^2(u)$ сильно опукла, а множина U непорожня, опукла і замкнена та існує єдиний вектор $\hat{u}=(\hat{u}_0,\dots,\hat{u}_N)$ такий, що $\inf_{u\in U}\delta_1^2(u)=\delta_1^2(\hat{u})$.

Введемо функцію Лагранжа

$$\delta_\lambda^2(u)=\delta^2(u)+2(\lambda,z_0).$$

Існують вектор $\hat{u}$ та множник λ такі, що

$$\left.\frac{d}{d\tau}\delta_\lambda^2(\hat{u}+\tau v)\right|_{\tau=0}\equiv 0\quad \forall v=(v_0,\dots,v_N)^T.$$

Враховуючи, що $\hat{z}_k$ і p_k є розв'язками системи рівнянь (11), (12) одержимо

$$\left.\frac{1}{2}\delta_\lambda^2(\hat{u}+\tau v)\right|_{\tau=0}=\sum_{k,i}spq_{ik}\hat{u}_iv_k^T-\sum_k sph_kp_kv_k^T-$$

$$-\sum_k sp(g_k-\hat{u}_kb_k)q_{2k}^{-1}v_k^T\equiv 0.$$

Звідки для $\hat{u}_k,k=\overline{0,N-1}$ одержимо систему рівнянь (12).

Розглянемо далі випадок, коли $m=1$, а величини Lx мають вигляд

$$Lx=\sum_{k=0}^{N-1}l_kx_{1,k}+l_Nx_{1,N}\ .$$

Введемо величини $\hat{p}_k$ та $\hat{x}_k$ як розв'язок системи рівнянь

$$\begin{cases}\Delta_-\hat{p}_k=\sum_{j=0}^{N}\tilde{q}_{kj}(y_j-h_j\hat{x}_j),\\ \hat{p}_0=0,\hat{p}_N=0,\\ \Delta_+\hat{x}_{1,k}=q_{1k}^{-1}\hat{p}_{k+1},\end{cases}\tag{14}$$

де $\tilde{q}_{kj}$ – елементи матриці $(B+Q^{-1})^{-1}$, $B=diag(b_0q_{20}^{-1},\dots,b_Nq_{2N}^{-1})$.

Нехай величини $p_k,\hat{z}_k$ є розв'язками систем рівнянь (11) при $m=1,g_k=0$, а величини $\hat{p}_k$ та $\hat{x}_k$ задовольняють рівняння (14). Тоді має місце

Твердження 4. ГСКЛ оцінка має вигляд

$$\hat{\hat{L}}x=\sum_{k=0}^{N-1}\hat{u}_ky_k=\sum_{k=0}^{N-1}l_k\hat{x}_{1k}+l_N\hat{x}_N,\tag{15}$$

При цьому

$$\sup_{G_1,G_2}E\left|Lx-\hat{\hat{L}}x\right|^2=\sum_{k=0}^{N-1}l_kp_k+l_Np_N.\tag{16}$$

Доведення. Враховуючи твердження 3 будемо мати рівність

$$\delta_1^2(\hat{u}) = \sum_{k=0}^{N-1} \hat{z}_{k+1}^2 q_{1k}^{-1} + \sum_{k=0}^{N-1} \hat{u}_k^2 b_k^2 q_{2k}^{-1} + \sum_{k,j} q_{kj} \hat{u}_k \hat{u}_j .$$

Оскільки

$$\sum_k \hat{u}_k^2 b_k^2 q_{2k}^{-1} + \sum_k \sum_j q_{kj} \hat{u}_k \hat{u}_j = \sum_k \hat{u}_k h_k p_k ,$$

а

$$\sum_k \hat{z}_{k+1}^2 q_{1k}^{-1} = \sum_k \hat{z}_{k+1} \Delta_+ p_k = \sum_k \Delta_- z_k p_k + l_N p_N =$$

$$= \sum_k l_k p_k + l_N p_N - \sum_k \hat{u}_k h_k p_k ,$$

то із цих співвідношень одержимо рівність (16).

Далі запишемо систему рівнянь (11) при $m=1, g_k=0$ у векторній формі, тобто

$$B\hat{u} + Q^{-1}u = Hp, H = diag(h_0, ..., h_N),$$

$$p^T = (p_0, ..., p_N).$$

Звідки $\hat{u} = (B + Q^{-1})^{-1} Hp.$ Оскільки

$$\sum_{k=0}^{N} \hat{u}_k y_k = (\hat{u}, y) = ((B+Q^{-1})^{-1} Hp, y) =$$

$$= (p, H^T (B+Q^{-1})^{-1} y) = \sum_k p_k h_k \sum_j \tilde{q}_{kj} y_j$$

із системи рівнянь (14) одержимо

$$\sum_k p_k h_k \sum_j \tilde{q}_{kj} y_j = \sum_{k=0}^{N-1} l_k \hat{x}_{1k} + l_N \hat{x}_{1N} ,$$

що і потрібно було показати.

Запропонований вище алгоритм для обчислення гарантованих лінійних середньоквадратичних оцінок реалізований у програмному середовищі Wolfram Mathematica, результати обчислень наведемо для наступного прикладу.

Моделювання спостережень y_k, $k = \overline{0, N-1}$, $N = 20$ здійснювалося за умови $x_{1,k} = \ln(k+2) + 2^{(k-1)} * \sin(k)$, $h_k = 1$, $b_k = 0$, ξ_k – нормально розподілена величина з параметрами 0 та $\sqrt{2}$. Крім цього $q_{k1} = 1$, $q_{k2} = 0$.

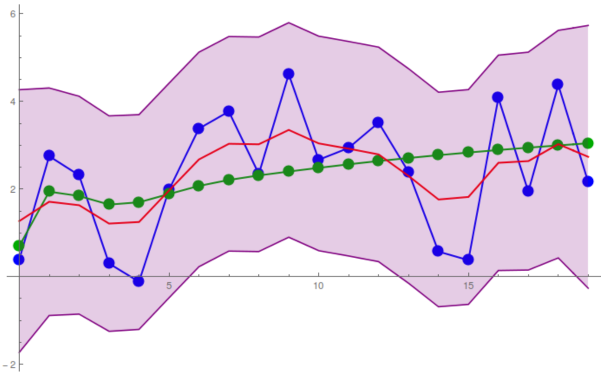

Рис. 1. Графіки істинного значення вектору $x_{1,k}$, спостереження та ГЛСК оцінка.

На рисунку 1 зображено графіки істинного значення вектору $x_{1,k}$ (майже пряма лінія в центрі графіку з колами у вузлах), спостереження та ГЛСК оцінка (найбільш «зашумлена» лінія з колами, та суцільна тонка лінія відповідно). Інтервал 3σ зображений на графіку як затемнена область.

Список використаних джерел

1. *Наконечний О.Г.* Оцінювання параметрів в умовах невизначеності / О.Г. Наконечний. // Наукові записки КНУ ім. Т.Г. Шевченка. – 2004. – Том 7. – С. 78 – 81.
2. *Наконечный А.Г.* Гарантированные оценки параметров линейных алгебраических уравнений при нестационарных наблюдениях / О.Г. Наконечний, С.В. Демиденко. // Проблемы управления и информатики. – 2014. – №1. – С. 23-31.
3. *Жук С.М.* Оцінювання розв'язків алгебраїчно–диференціальних рівнянь в умовах невизначеності / С.М. Жук, О.Г. Наконечний. – Рівне: НУВГП, 2009. – 120 с.

References

1. NAKONECHNIY, O. (2004) *Estimation of parameters under uncertainty*. Scientific Notes KNU T. Shevchenko. – V. 7. –pp. 78–81.
2. NAKONECHNIY, O., DEMIDENKO S. (2014) *Guaranteed estimates of the parameters of linear algebraic equations with time-dependent observations*. Control and Informatics. –№1. – pp. 23-31.
3. ZHUK, S., NAKONECHNIY, O. (2009) *Evaluation of solutions of differential equations algebraically under uncertainty*. –Rivne: NUVGP. –P. 120.

Надійшла до редколегії 25.11.14

Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Серія фізико-математичні науки, 2014, №.4.

УДК 517.9
Наконечний О. Г., Шушарін Ю. В., Демиденко С. В.
Гарантовані оцінки середнього значення випадкових послідовностей
Укр.
Бібл. 3 назв.

Досліджуються проблеми оцінки середнього значення нестаціонарної послідовності із невідомими кореляційними матрицями. Припускається, що відомі обмеження на перші різниці середніх значень та обмеження на кореляційні матриці.

Для гарантованих лінійних середньоквадратичних оцінок одержані вирази для похибок. При певних обмеженнях на множини, яким належать середні значення та кореляційні матриці показано, що такі оцінки виражаються через розв'язки систем різницевих рівнянь.

Ключові слова: математична статистика, оцінка середніх значень, випадкові величини, кореляційна матриця, різницеве рівняння.

УДК 517.9
Наконечный А.Г., Шушарин Ю. В., Демиденко С.В.
Гарантированные оценки среднего значения случайных последовательностей
Рус.
Библ. 3 назв.

Исследуются проблемы оценки среднего значения нестационарной последовательности с неизвестными корреляционными матрицами. Предполагается, что известные ограничения на первые разницы средних значений и ограничения на корреляционные матрицы.

Для гарантированных линейных среднеквадратических оценок полученные выражения для погрешностей. При определенных ограничениях на множества, которым принадлежат средние значения и корреляционные матрицы показано, что такие оценки выражаются через решения систем разностных уравнений.

Ключевые слова: математическая статистика, оценка средних значений, случайные величины, корреляционная матрица, разностное уравнение.

O.G. Nakonechniy, Yu.V. Shusharin, S.V. Demidenko
Guaranteed estimation of average random sequences
English
Bibliography 3 title

One of mathematical statistics tasks is the problem of assessing the mean values of random variables by the observations. In the case when distribution class of the random variable is known can (apply) be applied the method of maximum probability. Obtained estimations may have good asymptotic properties after repeated observation of their values. For a single observation of stationary sequences of random variables value (using) are used linear estimations. If the sequence of random variables is non-stationary, then it is possible to get a good estimation if set, which owns sequence of average values, is known.

The problems of the estimation of average value for non-stationary sequences with unknown correlation matrix are investigated. It is assumed that the restriction on the first differences of averages and restrictions on the correlation matrix are given.

For guaranteed linear RMS estimates are derived expressions for the errors(faults). Under certain restrictions on the sets, which contain average values and correlation matrices is showed that such estimates are expressed through solutions of difference equations systems.

Key Words: mathematical statistics, estimation of mean values, random variables, correlation matrix difference equation.