



Université
de Toulouse

THÈSE

En vue de l'obtention du

DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par :

Institut National Polytechnique de Toulouse (INP Toulouse)

Discipline ou spécialité :

Dynamique des fluides

Présentée et soutenue par :

M. EDOUARD IZARD

le mardi 14 octobre 2014

Titre :

MODELISATION NUMERIQUE DES ECOULEMENTS GRANULAIRES
DENSES IMMERGES DANS UN FLUIDE

Ecole doctorale :

Mécanique, Energétique, Génie civil, Procédés (MEGeP)

Unité de recherche :

Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse (I.M.F.T.)

Directeur(s) de Thèse :

M. THOMAS BONOMETTI

M. OLIVIER EIFF

Rapporteurs :

M. ANTHONY WACHS, INSTITUT FRANCAIS DU PETROLE - SOLAIZE

M. PHILIPPE GONDRET, UNIVERSITE PARIS 11

Membre(s) du jury :

M. MAXIME NICOLAS, UNIVERSITES D'AIX-MARSEILLE ET DE TOULON, Président

M. FRANÇOIS CHARRU, UNIVERSITE TOULOUSE 3, Membre

M. JULIEN CHAUCHAT, INP GRENOBLE, Membre

M. LAURENT LACAZE, CNRS TOULOUSE, Membre

M. OLIVIER EIFF, INP TOULOUSE, Membre

M. THOMAS BONOMETTI, INP TOULOUSE, Membre

Résumé

Ce travail de thèse concerne la modélisation numérique fine des processus locaux dans le transport sédimentaire, à l'échelle d'un à plusieurs centaines de grains. Une méthode aux éléments discrets (DEM) basée sur la méthode dite des sphères molles et prenant en compte les contacts entre les grains a été développée et couplée à une méthode de frontière immergée (IBM) qui calcule l'écoulement autour d'objets solides mobiles dans un fluide Newtonien incompressible. Dans ce couplage, une force de lubrification est incluse pour représenter les interactions entre le fluide et les particules proches d'un contact. Il est montré que la méthode numérique reproduit de manière satisfaisante le coefficient de restitution effective mesuré dans des expériences de rebonds normal et oblique d'un grain sur un plan, ainsi que de rebond entre deux grains dans un fluide visqueux. Deux modèles analytiques associés au phénomène de rebond sont proposés et montrent l'importance de la rugosité de surface du grain et du nombre de Stokes sur le phénomène. La méthode numérique est ensuite utilisée pour simuler deux configurations tridimensionnelles d'écoulements granulaires pilotés par la gravité en milieu fluide : l'avalanche de grains sur un plan incliné rugueux et l'effondrement d'une colonne de grains. Dans le premier cas, les résultats permettent de caractériser les différents régimes d'écoulement granulaires (visqueux, inertiel et sec) observés dans les expériences en fonction du rapport de masse volumique grain-fluide et du nombre de Stokes. En particulier, les simulations apportent des informations originales quant aux profils de vitesse de grains et du fluide ainsi qu'aux forces prédominantes dans chacun des régimes. Dans le second cas, les résultats sont en bon accord avec les expériences et le mécanisme dit de « pore pressure feedback », qui dépend de la compacité initiale de la colonne, est pour la première fois observé dans des simulations numériques directes.

Abstract

This work deals with direct numerical simulations of sediment transport at the scale of $\mathcal{O}(10^3)$ grains. A soft-sphere discrete element method (DEM) taking into account grain contacts is developed and coupled to an immersed boundary method (IBM) which computes the flow around moving solid objects in an incompressible Newtonian fluid. A lubrication force is added for representing fluid-particles interaction near contact. The numerical method is shown to adequately reproduce the effective coefficient of restitution measured in experiments of the normal and oblique rebound of a grain on a plane and the rebound between two grains in a viscous fluid. Two analytical models are proposed and highlight the importance of the grain roughness and Stokes number on the rebound phenomenon. This numerical method is then used for simulating two three-dimensional configurations of gravity-driven dense granular flow in a fluid, namely the granular avalanche on a rough inclined plane and the collapse of a granular column. In the first case, results allow to characterize the granular flow regimes (viscous, inertial and dry) observed in experiments as a function of the grain-to-fluid density ratio and the Stokes number. In particular, the simulations provide insight on the grain and fluid velocity profiles and force balance in each regime. In the second case, results agree well with experiments and in particular the pore pressure feedback, which depends on the initial volume fraction of the column, is observed for the first time in direct numerical simulations.

Remerciements

En premier lieu, je tiens à remercier mes directeurs de thèse Thomas Bonometti et Laurent Lacaze. Leur disponibilité, rigueur, précision, créativité et communication ont créé naturellement un climat d'encadrement studieux très agréable. Nous avons formé un trio efficace durant ces trois ans et, j'en suis sûr, leurs futures collaborations et encadrements se couronneront de succès.

Durant cette thèse, COSINUS, le service qui s'occupe du calcul scientifique à l'IMFT, a été d'un support irréprochable. Les conseils d'Annaig Pedrono, Alexei Stoukov, Herve Neau et de Pierre Elyakime m'ont débloqués maintes fois. Je remercie particulièrement Annaig pour son implication dans le travail présenté ici.

D'un point de vue scientifique, j'ai pu rencontrer Philippe Gondret à deux reprises (GdR TransNat à Tours et conférence internationale THESIS à Paris). Lors de ces entretiens, j'ai apprécié les discussions menées qui m'ont guidées dans mes directions de recherche. Philippe m'a permis de rencontrer Anne Mongruel à l'ESPCI où j'ai pu m'imprégner des expériences qu'elle a réalisées. Il était naturel alors de proposer Philippe comme rapporteur de cette thèse, ce qu'il a accepté. Merci pour tout Philippe. Je tiens à remercier les autres membres du jury : François Charru, Julien Chauchat, Olivier Eiff, Maxime Nicolas qui a présidé ma thèse et Anthony Wachs qui n'a malheureusement pas pu assister à la soutenance malgré son travail de rapporteur. Je remercie les autres chercheurs avec qui j'ai pu discuter lors de conférences diverses : F. Radjaï, L. Staron, O. Pouliquen, Y. Forterre, J. Magnaudet et P.-J. Thomas. Merci à l'ensemble des membres du groupe Ondes, Turbulence et Environnement de l'IMFT pour les discussions scientifiques pendant certaines pauses. Je tiens à remercier l'IMFT pour la variété des conférences proposées au laboratoire.

Côté enseignements, ce fût un plaisir de travailler en collaboration avec Pierre Brancher dans le département de Mécanique de l'Université Paul Sabatier, Claude André Roche et Sophie Jan de l'Institut de Mathématiques de Toulouse.

Ma présence au Conseil d'Unité du laboratoire pendant deux années afin de représenter les doctorants auprès de la direction fût très constructive. Merci spécialement à François Charru, Patricia Ern et Laurent Lacaze pour les précisions apportées à ces réunions.

Mes parents Christine et Philippe, mes frères Julien et Antoine ont été d'un soutien psychologique essentiel, MERCI. Les relectures de la thèse par mes parents et par Jorge César Brändle de Motta m'ont bien aidé.

Maxime Rouzès fût mon collègue de bureau et ami pendant ces trois ans. Les discussions scientifiques et personnelles, les soirées et le partage ont été un grand plaisir. On s'est soutenu comme des frères, je ne l'oublierai jamais. Plus généralement, c'est avec Audrey Filella, Jérôme Mougel et Maxime que j'ai pu tisser des liens forts d'amitié. Ils ont été d'un soutien mémorable, merci.

Audrey (Per-Pi-Gnan), Jérôme (JéJé), Maxime (Maxou), Falilou Coundoul, Bastien Caplain, Alice Harang, Pierre-André Garambois, Agathe Chouippe, Jorge César Brändle de Motta, Jean-Lou Pierson (Danish way), Thomas Abadie, Marie Capron, Nicolas Baudin (Ananawé), Elise Almeras, Auriane Audouin, Annaig Pedrono, Joris Bouteloup, Mat-

thieu Mercier, Julie Albagnac, Adrien Thacker, Sylvie Senny, Lucia Rueda, Blaise Delmotte, Ruddy Soeparno, Grégory Ehses, Sébastien Cazin, Pierre Elyakime, Audrey Douinot, Thomas Ducrocq, Alexis Bougouin, Véronique Roig et < ... > ont participé à un environnement agréable au laboratoire. Merci.

Enfin, merci à mes amis (pensée spéciale à Alexandre et Sarah) et à toute ma famille (mes grands-parents Georges et Gilberte, ma tante Catherine, mes parents, mes frères, Charles et Irène Caussé, Isabelle Abadie, Mireille et Robert Lopin, ...) qui sont venus assister à ma soutenance de thèse.

Je dédie cette thèse mes grands-parents Simone Idée et Georges et Gilberte Izard.

Sommaire

1	Introduction	1
1.1	Contexte scientifique et applications	2
1.2	Expériences d'écoulements granulaires gravitaires en laboratoire	6
1.2.1	Écoulements sans influence du fluide environnant	6
1.2.2	Écoulements en présence de fluide	8
1.3	Modèles numériques	11
1.3.1	Différents modèles en fonction des échelles	11
1.3.2	Méthodes complètement résolues	12
1.4	Plan de la thèse	14
2	Les outils numériques	15
2.1	Granular Dynamic Modeling (GraDyM) : un code DEM	16
2.1.1	La méthode aux éléments discrets	16
2.1.2	La structure du code	19
2.1.3	Études physiques de validation	21
2.2	JADIM : un solveur fluide	34
2.2.1	La formulation pour un écoulement monophasique	34
2.2.2	La méthode de frontières immergées utilisée dans JADIM	35
2.2.3	Sédimentation d'une sphère	37
2.3	Couplage de JADIM/GraDyM	39
2.3.1	Formulation	39
2.3.2	Fermeture du modèle avec une force de lubrification	39
	Conclusion	42
3	Collisions binaires dans des fluides	43
3.1	Modelling the dynamics of a sphere approaching and bouncing on a wall in a viscous fluid	44
3.1.1	Introduction	44
3.1.2	Numerical approach	47
3.1.3	Bouncing of a solid sphere on a wall in a viscous fluid	53
3.1.4	Conclusion	69
3.1.5	Illustration de l'effet de la force de lubrification sur un exemple	70
3.2	Choc normal entre deux grains	73
3.3	Discussion sur la définition du coefficient de restitution normale	78

3.4	Rebond d'un grain sur un plan incliné	82
	Conclusion	89
4	Avalanches granulaires dans un fluide	91
4.1	Direct numerical simulations of granular avalanches in a fluid	92
4.1.1	Introduction	92
4.1.2	Numerical approach	94
4.1.3	Preliminary tests regarding domain size effect	96
4.1.4	Results	99
4.1.5	Conclusion	111
4.2	Rebond binaire vs. régimes d'avalanche	112
	Conclusion	113
5	Effondrement de colonnes granulaires dans un fluide	115
5.1	Études récentes	116
5.2	Quelques tests préliminaires	118
5.2.1	Effet de la résolution spatiale	119
5.2.2	Effet de la taille du domaine de calcul dans la direction transverse	120
5.3	Un exemple de simulation IBM/DEM d'effondrement	123
5.4	Simulations d'effondrement pour plusieurs rapports de forme initial a . .	123
5.5	Effet de la compacité initiale Φ_i	126
	Conclusion	129
	Conclusion générale et perspectives	133
	Bibliographie	137

Chapitre 1

Introduction

1.1 Contexte scientifique et applications

Les milieux granulaires, comme le sable, sont une collection de granulats de tailles caractéristiques (diamètre D du grain) supérieures à 100 micromètres (voir Brown and Richards (1970)) où les interactions entre les grains sont essentiellement celles de contact. A des échelles plus petites, les poudres et les colloïdes sont des milieux dont le diamètre des grains est respectivement compris dans l'intervalle $[1\mu m; 100\mu m]$ et $[1nm, 1\mu m]$. Dans le cas des poudres, les interactions de van der Waals ne sont plus négligeables, tandis que dans le cas des colloïdes, l'agitation thermique joue un rôle important (figure 1.1). Dans cette thèse, on appellera "milieu granulaire sec" un milieu granulaire dans lequel l'interaction des grains avec le fluide environnant est négligeable (comme par exemple dans le cas d'un écoulement de sable dans l'air si le vent n'est pas trop fort). Quand un milieu granulaire est complètement immergé dans un fluide et que celui-ci a une influence sur le comportement du milieu granulaire qui ne peut plus être négligée, on parlera de "milieu granulaire mouillé" (par exemple dans le transport de sédiment sous-marin). Entre ces deux extrêmes, il existe les "milieux granulaires humides" qui sont composés, en plus de granulats, de deux fluides non miscibles. Le milieu est alors plus cohésif grâce à la présence de réseaux de ponts capillaires (par exemple les châteaux de sables sont construits avec un mélange d'eau et d'air). Dans toute cette thèse, les milieux étudiés seront les milieux granulaires secs et mouillés.

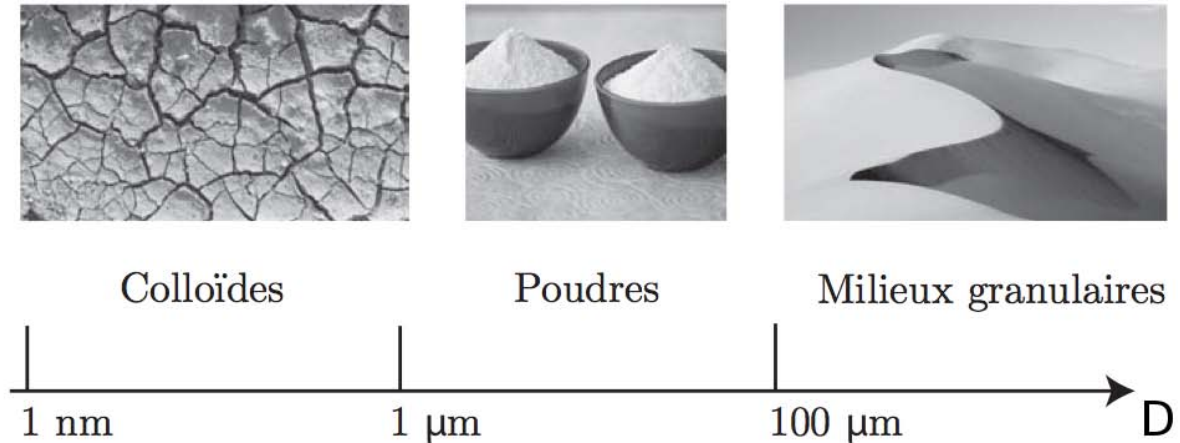


Figure 1.1 – Position des milieux granulaires dans les milieux divisés (Image tirée de Andreotti et al. (2012)).

Ces milieux sont utilisés dans plusieurs industries comme par exemple le bâtiment (figure 1.2(a)), le génie civil, l'activité minière, l'agroalimentaire, le génie pétrolier, l'électronique et les cosmétiques. Ils sont la seconde ressource, après l'eau, la plus utilisée par l'être humain dans le monde (Duran (1997)). Les problématiques industrielles liées à ces matériaux sont principalement le stockage (par exemple dans un silo comme illustré sur la figure 1.2(b)), le transport, le mélange et la transformation. Le bon fonctionnement de ces procédés est lié aux interactions entre les grains et le milieu dans lequel ils évoluent

et qui peut être de nature Newtonienne, comme par exemple dans le cas de l'eau, ou non-Newtonienne comme un fluide à seuil (coulées de boue, pâtes, ...).



Figure 1.2 – (a) Béton coulé pour de la construction. (b) Silos pour le stockage des céréales dans le village de Ragan dans le Nebraska.

Les milieux granulaires, composant les sols terrestres et sous-marins, sont présents en grande quantité dans la nature. Les dunes, les rides (figure 1.3(a)) et les figures d'érosion sont des structures naturelles localement spatialisées résultantes de leur présence (voir Charru et al. (2013)). Des phénomènes dus à leurs dynamiques sont par exemple les avalanches, les éboulis, le mouvement des plages et des bancs de sable et les écoulements pyroclastiques. Leurs présences au sein des dunes martiennes témoignent de leur universalité (Bourke (2010)). L'intérêt d'étudier ces phénomènes est d'autant plus grand qu'ils interagissent avec l'activité humaine. Ainsi, la prédiction de l'occurrence des avalanches pouvant, à grande échelle, provoquer des tsunamis (comme par exemple l'effondrement d'un remblai de l'aéroport de Nice en 1979, voir Savoye (2005)), des glissements et effondrements de terrains (figure 1.3(b)) et d'avancée du désert est un enjeu majeur pour la prévention des risques. Ici, nous nous intéressons essentiellement aux phénomènes qui sont pilotés par la gravité, qu'ils soient influencés ou non par un fluide, comme les avalanches et les effondrements.

A ce jour, il n'existe pas de théorie unifiée des milieux granulaires secs ou mouillés. Cela est notamment dû à la nature complexe des milieux granulaires secs dont on peut citer quelques propriétés. Les contacts entre grains sont des contacts frottants caractérisés par une réponse inélastique lors d'un impact ainsi qu'une composante de friction solide associée à la microstructure surfacique des grains (voir par exemple Foerster et al. (1994)). Les milieux granulaires sont composés de particules non-Browniennes. Les fluctuations thermiques au sein de ce milieu sont négligeables, ces milieux peuvent alors se retrouver dans un état métastable sans sollicitation extérieure. C'est ce qui permet de les mettre sous forme d'un tas par exemple. C'est à partir d'un seuil de contrainte, qui peut varier en fonction du réseau de contact anisotrope au sein du milieu (voir par exemple Radjai et al. (1998)), que l'on peut mettre en écoulement un milieu granulaire. Si l'on secoue énergiquement ce type de milieu, les collisions binaires sont prépondérantes dans



Figure 1.3 – (a) Rides créées par un courant marin. Les rides sont formées dans la direction perpendiculaire de l'écoulement. (b) Restes après le glissement de terrain à partir du Mont Zandila en Italie en juillet 1978 qui a détruit le village de Sant'Antonio Morignone.

la dynamique et le milieu s'apparente alors à un gaz. Lors d'un écoulement, ces milieux peuvent être sous trois formes à un même instant : solide en profondeur, liquide puis gazeux en surface (figure 1.4). Une classification des milieux granulaires en mouvement en fonction d'un nombre inertiel $I = \frac{\dot{\gamma}D}{\sqrt{P/\rho_p}}$ (nombre de Savage ou de Coulomb à la racine), où $\dot{\gamma}$ est le taux de cisaillement, ρ_p est la densité des grains et P est la pression de confinement, a été proposé par da Cruz et al. (2005) qui ont simulé numériquement un écoulement granulaire de type Couette plan à pression contrôlée, et ce via une méthode numérique de type DEM (définie après). Pour $I < 10^{-3}$, le régime est quasi-statique et le cisaillement est intermittent. Pour $I > 0.1$, le régime est collisionnel et la théorie cinétique des gaz peut être utilisée pour sa description. Entre les deux, il existe un régime intermédiaire où le milieu granulaire s'écoule qui se nomme le régime dense des écoulements granulaires. Dans ce régime, quand I augmente, la friction effective macroscopique du milieu augmente et la compacité diminue. Cependant, la formulation des transitions entre chaque régime est souvent difficile et reste une question ouverte. On comprend alors qu'il est difficile de décrire ces milieux de manière continue ou, en d'autres termes, de passer d'une description de l'échelle microscopique (diamètre caractéristique des grains composant le milieu) à l'échelle macroscopique (cellule contenant une collection de grains du milieu). Si un milieu granulaire est fortement polydisperse (composé d'une grande variabilité de tailles de grain), il peut en plus apparaître un phénomène de ségrégation au sein du milieu granulaire (voir Rognon et al. (2007)). Les particules les plus grosses ou les moins denses montent dans le milieu granulaire lorsqu'il est en mouvement.

L'influence d'un fluide interstitiel sur les écoulements granulaires a été notamment révélée dans le cas des avalanches en regardant les différences de vitesses de propagation entre les dunes éoliennes, où les avalanches sont successives, et les dunes sous-marines, où les avalanches sont "continues" (Hunter (1985)). Ces modes de transport d'avalanche sont associés aux différentes forces prépondérantes entre un milieu granulaire sec et mouillé.

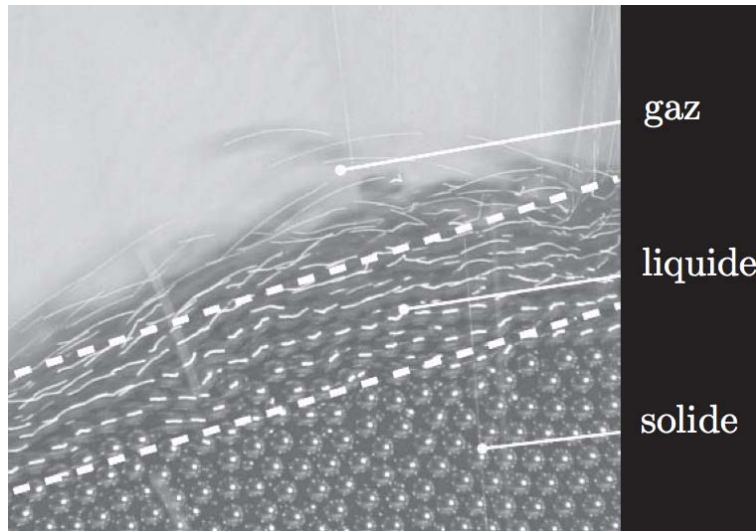


Figure 1.4 – Écoulement granulaire qui contient une phase solide, une phase liquide et une phase gazeuse à un même instant (image tirée de Andreotti et al. (2012)).

Ces différences sont marquées par le rapport de densité grain/fluide $\frac{\rho_p}{\rho}$ du milieu. En effet, quand le milieu granulaire est mouillé ($\frac{\rho_p}{\rho} \approx \mathcal{O}(1)$), s'ajoutent aux forces de contact et aux poids appliquées à chacune des particules les forces hydrodynamiques appliquées par le fluide (poussée d'Archimède, traînée, portance, force de Magnus, force d'histoire et force de lubrification, voir par exemple Andreotti et al. (2012)). En particulier, quand deux grains se rapprochent dans un fluide, la force de lubrification tend à freiner le mouvement des particules que ce soit dans le régime d'approche ou d'écartement des deux grains. L'existence ou non d'un contact entre deux grains rugueux dans un fluide est une question encore sujette à débat dans la communauté scientifique. Cela est lié à la divergence de la force de lubrification lors du contact (voir Brenner (1961)). De plus, notons que la présence des grains en mouvement dans le fluide peut influencer localement l'écoulement du fluide. Il en résulte que dans le cas d'une avalanche sur le lit d'une dune aquatique, les particules mobiles en surface ont tendance à rouler ou glisser les unes sur les autres et adoptent un mode transport appelé charriage qui peut s'identifier à une échelle plus grande à une "avalanche continue" (Hunter (1985)). Dans ce cas, c'est la force de lubrification qui semble principalement responsable de la dissipation pendant le déplacement (voir Charru et al. (2013)). Dans la dynamique d'une dune éolienne, où le rapport de densité grain/fluide est grand ($\frac{\rho_p}{\rho} \approx \mathcal{O}(10^3)$), les particules adoptent plutôt un transport par mouvement balistique avec de grands sauts qui s'appelle la saltation. Dans ce cas, la dissipation du système granulaire résulte des contacts frottants entre les grains.

La variété des phénomènes spécifiques aux milieux granulaires (secs ou mouillés) rend difficile la description générale de la dynamique de ces milieux notamment aux grandes échelles. De plus, on peut se demander quelle est la limite entre un milieu granulaire sec et mouillé. Ainsi, les scientifiques, par le biais d'expériences contrôlées en laboratoire et de simulations numériques, ont essayé de séparer au maximum les différents paramètres

afin de dégager les comportements phénoménologiques liés à ces milieux.

Précisons quelques hypothèses que nous ferons dans la suite de ce travail. Comme l'application visée ici est le transport sédimentaire marin, nous considérons l'interaction de grains avec un fluide Newtonien incompressible. Nous nous affranchissons du phénomène de ségrégation en prenant une faible polydispersité et une masse volumique constante pour tous les grains utilisés.

1.2 Expériences d'écoulements granulaires gravitaires en laboratoire

Malgré la nécessité des mesures de terrain pour le développement et la validation de modèles grandes échelles, celles-ci ne permettent que rarement d'isoler les processus physiques et ainsi de donner des critères universels de prédiction pour décrire la dynamique de ces milieux. Pour comprendre ces milieux complexes, des études expérimentales à petite échelle ont été proposées et permettent de donner des éléments de réponse dans la compréhension de ces milieux. Nous parlerons dans cette partie uniquement de transport granulaire piloté par la gravité agissant (entre autres) sur les grains : les avalanches et les effondrements. Notons que les expériences du rebond d'un grain chutant par gravité sur une paroi (incliné ou non) dans un fluide sont présentées en détails dans la section 3.1 du chapitre 3, et ne seront donc pas décrites dans ce chapitre, par souci de concision.

1.2.1 Écoulements sans influence du fluide environnant

Le transport par avalanche est défini ici comme un mouvement collectif de grains en configuration dense où il n'existe pas d'événement de saltation ou de suspension. L'avalanche d'un matériau granulaire est possible au delà d'un certain angle de stabilité maximal qui s'appelle l'angle d'avalanche. Les grains dévalent alors la pente en perdant de l'énergie potentielle transformée en énergie cinétique, elle-même dissipée par les collisions successives que subit le grain. La pente se retrouve alors diminuée jusqu'à un angle de repos inférieur à celui de mise en mouvement. C'est le moment où les grains se stabilisent, généralement une fois qu'ils ont dévalé une bonne partie de la pente, à moins qu'ils n'aient été piégés dans un puits de potentiel par un effet collectif. Entre ces deux angles, la moindre perturbation peut engendrer le départ d'une avalanche. C'est une conséquence de l'hystérésis du seuil d'écoulement. Par exemple, la formation d'un tas se fait par avalanches successives où la pente formée par le tas passe alternativement de l'angle d'avalanche à l'angle de repos.

Une fois en mouvement, l'avalanche peut être vue comme un écoulement de matériau qui s'apparente à un liquide. C'est ce qui a motivé les travaux du GDR MiDia (2004) qui ont largement contribué à la compréhension des milieux granulaires dans leur régime liquide stationnaire par des études expérimentales et numériques dans différentes configurations (cisaillement plan, cellule de Couette cylindrique, silo, écoulement sur plan incliné, écoulement sur tas, écoulement en tambour tournant). Dans ces géométries, ils observent qu'il y a peu d'influence des paramètres microscopiques de contact (friction

inter-grains quand elle est plus grande que 0.1 et restitution lors du choc entre deux grains) sur les propriétés macroscopiques de l'écoulement granulaire. Cela signifie que, dans ce régime liquide, les temps associés à la dissipation d'énergie due aux contacts sont plus rapides que les temps de déplacement du milieu granulaire. Ces auteurs montrent qu'il y a un fort effet sur l'écoulement de la rugosité des parois construites par des plans de particules collées. De plus, les formes de profil de vitesse en fonction des configurations étudiées peuvent être différentes. En particulier, dans le cas d'un écoulement granulaire stationnaire sur plan un incliné (voir figure 1.5(a)), les profils de vitesse sont du type Bagnold (Bagnold (1941)) (resp. linéaire voir convexe) pour des hauteurs d'écoulement grand (resp. petit). L'angle d'avalanche et de repos se sont révélés dépendre de la hauteur de l'écoulement. A partir d'un certain angle d'inclinaison au dessus de l'angle d'avalanche, il existe un régime d'écoulement uniformément accéléré. Enfin, dans le cas d'écoulement granulaire sec sur un tas (voir figure 1.5(b)), les profils de vitesse ont une forme linéaire à la surface et exponentielle en profondeur (voir Komatsu et al. (2001)).

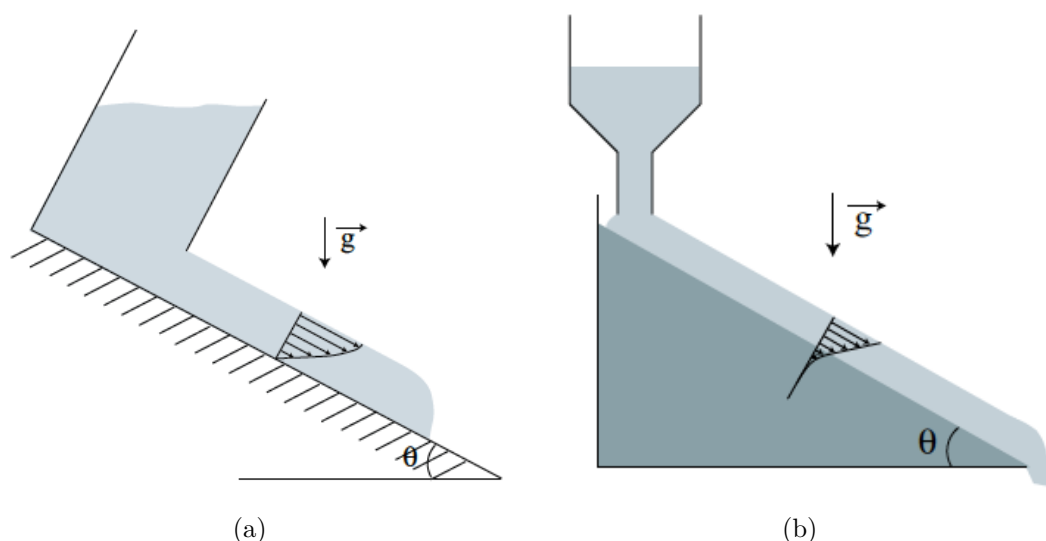


Figure 1.5 – (a) Expérience d'écoulement granulaire sec sur plan incliné. (b) Expérience d'écoulement granulaire sec sur tas. Les images sont tirées de Courrech du Pont (2003).

De plus, les travaux du GDR MiDia (2004) ont permis de proposer une formulation pour la rhéologie spécifique aux milieux granulaires secs en écoulement stationnaire à l'échelle macroscopique (cellule contenant plusieurs grains) pour une description continue. Cette rhéologie se matérialise par l'expression d'un coefficient de friction effectif μ fonction du nombre inertiel I . Cette loi, que nous donnerons en section 2.1.3.3, est utilisée par Jop et al. (2006) pour bâtir une viscosité dynamique du milieu continu équivalent qui dépend du taux de cisaillement et de la pression granulaire. En ce sens, le milieu continu associé au milieu granulaire est analogue à un fluide viscoplastique. Une fois cette rhéologie implémentée dans un solveur de Navier Stokes, les résultats des simulations numériques sont en excellent accord avec des expériences d'écoulements granulaires secs stationnaires sur tas confinés entre deux murs. Ceci montre la validité de cette rhéologie dans le cas

des milieux granulaires secs dans leur régime liquide stationnaire. Cependant, cette loi rhéologique $\mu(I)$ n'arrive pas à prédire la limite au seuil d'écoulement et les transitions solide-liquide et liquide-gazeux sont mal estimées. De plus, il reste à savoir si cette loi est pertinente dans le cas d'écoulement de grains de formes irrégulières et/ou polydisperses.

Plusieurs études expérimentales se sont focalisées sur des écoulements instationnaires. On peut citer par exemple les effondrements de colonne granulaire. Un récipient est rempli de grains disposés sur un plan horizontal puis soulevé rapidement. Des lois de dépôt final ont été trouvées en fonction de la géométrie initiale de la colonne (Lube et al. (2004), Lajeunesse et al. (2004), Balmforth and Kerswell (2005), Thompson and Huppert (2007)). Les simulations de dynamique moléculaire (méthode expliquée par la suite) de Staron and Hinch (2005) montrent que la dynamique est essentiellement contrôlée par la chute libre de la colonne et que l'énergie disponible dans la phase de propagation est proportionnelle à l'énergie potentielle de départ. Des lois d'avancée du front ont aussi été trouvées. Des simulations numériques avec une méthode DEM (Lacaze and Kerswell (2009)) montrent la pertinence de la loi rhéologique $\mu(I)$ dans le cas des effondrements granulaires secs où la dynamique est fortement instationnaire.

1.2.2 Écoulements en présence de fluide

Dans la même idée qu'en régime sec, des expériences en laboratoire d'écoulements granulaires denses en milieu fluide ont été réalisées.

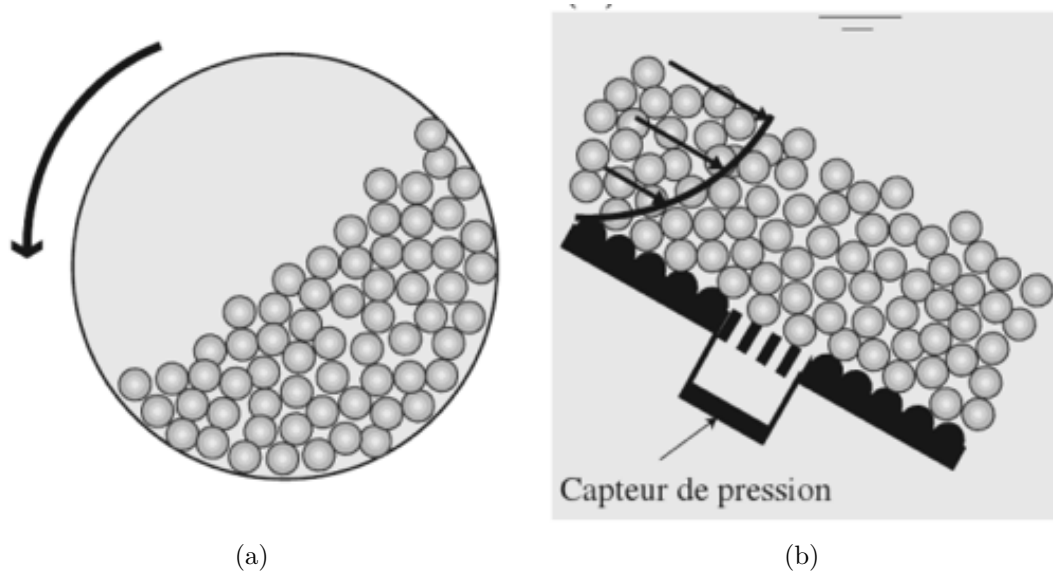


Figure 1.6 – (a) Expérience d'écoulement granulaire immergé en tambour tournant. (b) Expérience d'écoulement granulaire en milieu fluide sur un plan incliné rugueux. Les images sont tirées de Courrech du Pont (2003).

Les premières expériences en laboratoire de ce type sont réalisées par Allen (1970) (voir la figure 1.6(a)) qui fait une étude comparative entre des avalanches sèches et en milieu

fluide dans un tambour tournant en regardant les temps et l'amplitude des avalanches définie comme la différence entre l'angle de départ et de repos de l'avalanche. L'auteur trouve que le temps (resp. l'amplitude) de l'avalanche est plus long (resp. petite) dans le régime sec.

Courech du Pont et al. (2003) étendent les expériences d'Allen (1970) d'avalanche de grains de différentes tailles et pour des fluides de viscosités différentes dans un tambour tournant. Trois régimes d'avalanches dépendant du rapport de densité grain/fluide $r = \sqrt{\frac{5\rho_p}{3\rho}}$ et du nombre de Stokes St (voir définition p92) sont observés (voir figure 1.7). Pour r et St grands, le régime est équivalent à un régime sec (ou de chute libre). Dans les autres cas, il y a un effet du fluide environnant. Pour St petit, le régime est contrôlé par les forces visqueuses et se nomme le régime visqueux. Pour St grand et r relativement faible, les forces hydrodynamiques inertielles influencent la dynamique d'avalanche et le régime est dit inertiel.

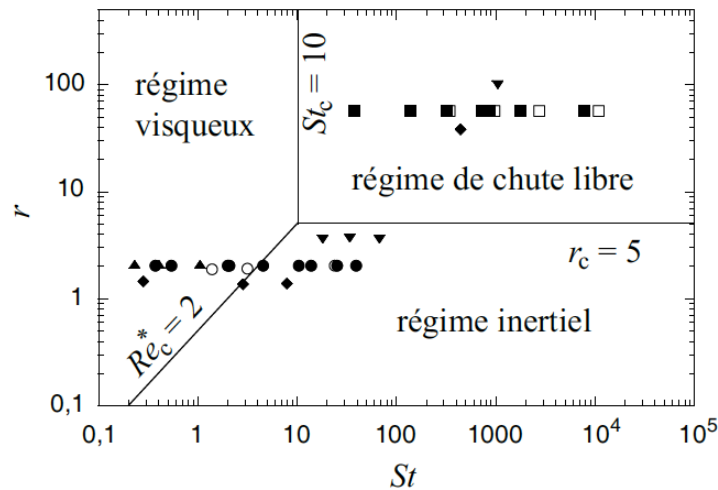


Figure 1.7 – Diagramme (r, St) issu des expériences d'avalanche granulaire immergée en tambour tournant de Courech du Pont et al. (2003) (image tirée de Courech du Pont et al. (2003)).

Pour ces différents régimes, il existe des configurations pour lesquels les profils de vitesse granulaire sont de même nature ou non. Dans un tambour tournant rapidement, Jain et al. (2004) trouvent que la forme du profil de vitesse granulaire (de type exponentiel en profondeur et linéaire en surface) ne change quasiment pas entre le cas sec et le cas immergé dans un fluide. Cassar et al. (2005) s'intéressent à des écoulements stationnaires de billes de verre sur un plan incliné dans un fluide au repos (voir la figure 1.6(b)). Ils comparent notamment leurs résultats à une loi rhéologique de type $\mu(I)$ en prenant en compte les effets du fluide environnant dans la formulation du nombre I . Cassar et al. (2005) montrent analytiquement que le profil de vitesse granulaire est quadratique dans le cas visqueux alors qu'il est de type Bagnold dans le régime inertiel. Dans le régime visqueux, ceci est confirmé par leurs mesures.

Quels sont les paramètres suspectés qui permettent le constat de ces différentes formes de profils entre les régimes.

Des expériences sur le mouvement d'un radeau rugueux tiré sur un milieu granulaire immergé dans un fluide visqueux (voir Divoux and Géminard (2007)) montrent qu'à de faibles vitesses, le comportement est le même que dans le régime sec. La force nécessaire pour déplacer le radeau est proportionnelle à la force normale et le coefficient de friction effectif est du même ordre de grandeur que dans le cas sec. Les mesures de pression interstitielle de Cassar et al. (2005) à la base de l'écoulement granulaire stationnaire sur plan incliné rugueux ne dépassent jamais 15 % du poids des grains, le reste étant porté par le réseau de contact des grains en écoulement. Les régimes d'écoulement granulaire dense en milieu fluide semblent donc être fortement influencés par les contacts entre grains.

De récentes expériences ont montré que la compacité d'un milieu granulaire influe sur la dynamique de celui-ci quand il est immergé dans un fluide. Une expérience illustrant cet effet a été menée par Iverson et al. (2000) qui arrosent un milieu granulaire préparé de manière lâche et dense. Au contact du fluide, le milieu lâche se liquéfie et s'écoule rapidement alors que le milieu dense glisse lentement. Des expériences sur l'initiation d'avalanche dans un fluide sur un plan incliné rugueux de Pailha et al. (2008) montrent un effet de la compacité initiale et de la viscosité du fluide en présence sur le temps de mise en mouvement de l'avalanche. D'une part, plus la compacité initiale est faible, plus la mise en mouvement du milieu granulaire est rapide. D'autre part, plus la viscosité du fluide est grande, plus le temps de mise en mouvement est grand. Pailha et al. (2008) mesurent une variation de la pression interstitielle fonction de la compacité initiale du milieu granulaire. Des expériences sur les effondrements de colonnes en milieu fluide de Rondon et al. (2011) révèlent que la compacité initiale de la colonne a une forte influence sur la dynamique et le dépôt final de l'effondrement. Une forte (respectivement faible) compacité de colonne initiale engendre une dépression (respectivement surpression) à la base de la colonne amenant les grains à s'écouler peu (respectivement loin). Le mécanisme de pression lié à la compacité du milieu, qui s'appelle l'effet de la pression des pores (« pore pressure feedback », Iverson et al. (2000)), reste difficile à appréhender avec les données expérimentales disponibles.

Quand un fluide cisaille un milieu granulaire qui est en mouvement par sa gravité, d'autres constatations expérimentales ont été faites. Armanini et al. (2005) étudient l'effet d'un écoulement de fluide au-dessus d'un mélange fluide/grains incliné dans un canal en circuit fermé et observent la transition entre un comportement frictionnel et un comportement collisionnel qui est contrôlée par le nombre de Stokes. Des expériences sur la dynamique d'avalanches granulaires en milieu fluide sont réalisées par Doppler et al. (2007) dans le régime visqueux et Loiseleux et al. (2005) dans le régime inertiel. Ils étudient l'influence d'un écoulement fluide sur le début d'érosion d'un lit granulaire incliné et observent entre autre qu'un écoulement fluide dans le sens de la montée tend à stabiliser le lit tandis que, dans le sens de la descente, il tend à le déstabiliser.

1.3 Modèles numériques

1.3.1 Différents modèles en fonction des échelles

Il existe plusieurs approches numériques pour pouvoir modéliser la dynamique des milieux granulaires évoluant dans des fluides (voir figure 1.8).

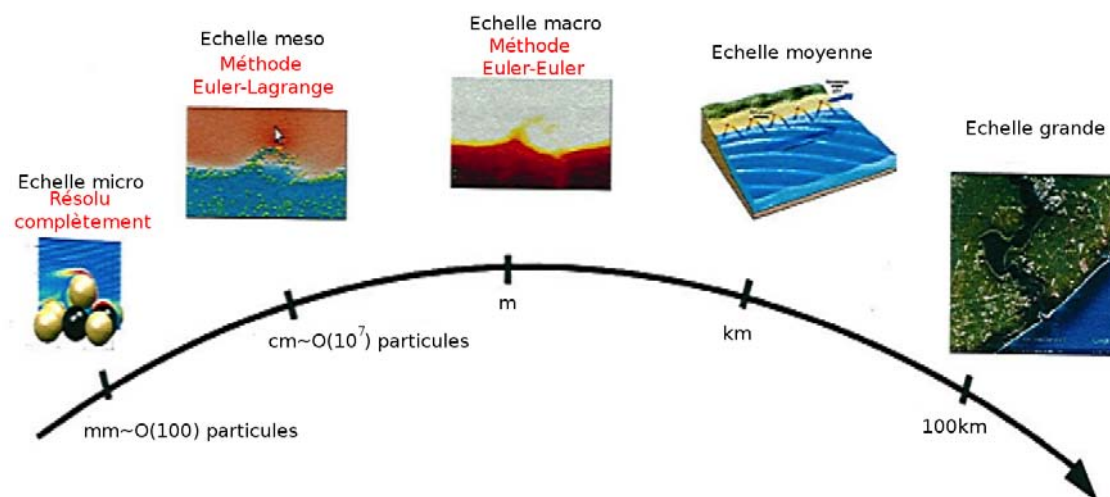


Figure 1.8 – Les différentes approches numériques en fonction des échelles caractéristiques d'étude (image tirée de d'Albignac (2012)).

Aux échelles grande et moyenne, des modèles rendant compte d'observations naturelles sont proposés. On peut citer par exemple les modèles d'équations de Saint-Venant (voir Savage and Hutter (1989)) qui prennent pour hypothèses une profondeur de l'écoulement petite devant la longueur de l'écoulement, une pression hydrostatique et pour lesquelles une loi de frottement au fond doit être spécifiée. Ces modèles ont montré leurs succès par exemple dans le cas de l'étalement d'une masse granulaire sèche sur des fonds rugueux non érodable (voir par exemple Pouliquen and Forterre (2002)) ou érodable (Taberlet et al. (2004)). A noter que s'il existe des accélérations verticales trop importantes, alors ce modèle n'est plus valide. De plus, dans le cas d'un écoulement dense de grains dans un fluide, l'hypothèse d'une pression hydrostatique dans le fluide n'est sûrement pas vérifiée à cause de l'effet de la pression des pores.

A une échelle plus petite (de l'ordre du mètre), les méthodes Euler-Euler (voir Jackson (2000)) proposent une description continue où le fluide, comme le mélange de fluide-grains, est vu comme une phase continue. On les appelle les méthodes à deux phases ou à deux fluides. Ces méthodes résolvent les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement pour les deux phases. Pour fermer les équations de conservation de la quantité de mouvement, il faut modéliser la force d'interaction qui s'exerce entre les deux phases ainsi que les tenseurs des contraintes particulaire et fluide. Les expériences en laboratoire ne permettant pas d'accéder aux paramètres nécessitant l'expression de ceux-ci, ces termes de fermeture non-triviaux sont modélisés par des relations de ferme-

ture empiriques en faisant généralement de nombreuses hypothèses sur la nature de ces interactions. Dans certains cas particuliers, ce formalisme s'est montré judicieux (voir par exemple Ouriemi et al. (2009), Pailha and Pouliquen (2009) et Revil-Baudard and Chauchat (2013)) cependant les termes de fermeture sont très dépendants des problèmes étudiés.

Il est aussi possible d'étudier les milieux granulaires immergés avec des méthodes de type Euler-Lagrange à une échelle mésoscopique (de l'ordre du centimètre). La trajectoire de chaque grain est décrite de manière Lagrangienne et les contacts entre les grains sont modélisés par des méthodes de type DEM (décrites plus loin). L'écoulement fluide est traité de manière Eulerienne sur des mailles dont la taille est de plusieurs diamètres de grain. Les équations résolues sont celles de Navier-Stokes modifiées par un opérateur de prise de moyenne quand des grains sont présents dans une cellule de calcul fluide (voir par exemple Tsuji et al. (1993) et Anderson et al. (1995)). Il en résulte que la force hydrodynamique appliquée à un grain est estimée par un modèle qui utilise des interpolations des termes de pression et de vitesse du fluide. Une fois de plus, des modèles non-triviaux sont nécessaires pour la fermeture du problème.

Le dernier type de méthodes est celui correspondant aux méthodes complètement résolues Euler-Lagrange (de l'ordre du millimètre). Les particules sont décrites de façon Lagrangienne en tenant compte des contacts entre grains (par une méthode DEM) tandis que le fluide est traité de manière Eulerienne en résolvant les équations de Navier-Stokes sur des mailles dont la taille est de l'ordre d'une fraction du diamètre des grains à la différence de la précédente méthode Euler-Lagrange présentée où la résolution spatiale a une taille plus grande que le diamètre d'un grain. Ce sont les méthodes de simulations dont le degré de modélisation est le plus bas (certains auteurs parlent de simulation numérique directe). Elles permettent d'accéder à des grandeurs locales non mesurables en expériences. Elles peuvent aider à la formulation des termes de fermeture utilisés dans les autres méthodes explicitées plus haut. Ainsi, elles sont une étape dans le but de remonter vers la compréhension des phénomènes de plus grandes échelles.

1.3.2 Méthodes complètement résolues

Dans le cas d'un mouvement de grains dans un fluide, les expériences de laboratoire permettent d'accéder à des quantités relativement globales et ne permettent pas d'aller étudier des aspects plus locaux comme la pression et la vitesse fluide interstitielles dans un lit granulaire. Il est alors intéressant d'aborder le problème d'un point de vue numérique via des méthodes complètement résolues (voir figure 1.8). C'est le choix qui est fait dans cette thèse.

Pour simuler un milieu granulaire sec pour lequel le fluide environnant n'a aucun effet sur la dynamique, les méthodes aux éléments discrets (Discrete Element Method, d'acronyme DEM) ont montré leur pertinence (voir Radjaï et al. (2011)). Le mouvement d'une collection de particules, modélisées généralement par des sphères, est calculé par un suivi Lagrangien de chacune des particules en prenant en compte les interactions de contact binaire par des modèles spécifiques. Il existe trois types de méthodes aux éléments discrets. La première, la méthode de collision (voir McNamara and Young (1992)), est

basée sur des règles de collisions instantanées. L'incrément en temps de la méthode est variable puisque, à un instant donné, on sait quelle sera la prochaine collision dans le milieu étudié. Quand le milieu granulaire est dense, les contacts étant fréquents, l'incrément en temps est très petit et cette modélisation requiert des temps de calcul trop grands rendant le calcul impossible avec les ressources actuelles. Elle est donc limitée à la description du régime collisionnel dilué d'un milieu granulaire. Puisque nous voulons étudier des régimes denses d'écoulement granulaire, cette méthode n'est pas adaptée dans notre cas. La seconde, introduite par Cundall and Strack (1979), est celle des sphères molles (« Soft Sphere Method », SSM) que l'on utilise dans cette thèse et qui est présentée en section 2.1.1 du chapitre 2. Brièvement, la méthode suppose les grains indéformables, cependant, une interpénétration est autorisée qui est utilisée dans la formulation des forces de contact normal et tangentiel. L'avancement en temps des particules est faite en description Lagrangienne en prenant en compte les forces de contact et d'autres forces susceptibles de jouer un rôle. La troisième méthode est la méthode de dynamique des contacts (« Hard Sphere Method », HSM, voir Jean (1999)) où les grains sont aussi modélisés par des sphères mais rigides et sans interpénétration cette fois. Cette méthode est basée sur la résolution implicite des équations du mouvement des particules qui permet la détermination des forces de contacts à l'instant courant en utilisant la règle de non-interpénétrabilité et la règle de Coulomb. La différence entre les deux dernières méthodes réside dans le fait que le contact est défini comme mou ou rigide et que le schéma numérique est explicite ou implicite. Il ne semble pas exister de raison physique pour préférer l'une plus que l'autre. Servin et al. (2014) montrent qu'une méthode de type HSM est préférable, d'un point de vue efficacité numérique, quand le milieu granulaire est composé de grains rigides et dans des configurations étroites, statiques ou d'écoulements lents. Au contraire, pour des systèmes granulaires de grandes tailles composés de grains élastiques, il est préférable d'utiliser une méthode du type SSM. Dans notre DEM, nous avons choisi cette méthode parce qu'elle est intuitive et simple d'implémentation.

Quand le fluide a un effet sur le milieu granulaire, il faut en plus résoudre l'écoulement fluide autour des grains qui sont en mouvement. Une possibilité est d'utiliser des maillages plus fins que le diamètre d'un grain et qui épousent la forme des grains et de résoudre les équations de Navier-Stokes dessus. Dans les études que l'on vise, les grains sont mobiles. Il est alors nécessaire, avec cette méthode, de régénérer un maillage à chaque pas de temps. Ce traitement est très coûteux et ne permet pas d'atteindre un nombre important de grains comme visé dans notre étude. Il existe des méthodes à maillages cartésiens fixes qui permettent de résoudre les équations Navier-Stokes modifiées par la présence d'objets solides. Parmi les méthodes de cette classe de modélisation, on peut citer : les méthodes dénommées "Force Coupling Method" (FCM) (Dance and Maxey (2003)), les méthodes dénommées "Distributed Lagrangian Multiplier" (Ardekani and Rangel (2008) et Wachs (2011) par exemple), les méthodes dénommées "Tensorial Penalty" (Brändle de Motta et al. (2013) par exemple) et les méthodes de frontières immergées (« Immersed Boundary Method », IBM) introduite par Peskin (2002). A noter que les méthodes de Lattice Boltzmann (d'acronyme LBM) (Nguyen and Ladd (2002)) permettent aussi ce type de description.

Étant déjà développée au laboratoire, nous utilisons dans cette thèse la méthode IBM

de Bigot et al. (2014) (explicitée en section 2.2.2) que nous avons couplée à notre méthode DEM. Comme nous le montrerons dans le chapitre 3, il s'avère qu'avec ce type de méthodes, bien que résolvant des échelles plus petites que le diamètre d'un grain, la lubrification est parfois mal résolue et un modèle de lubrification ad hoc est généralement ajouté afin de résoudre correctement les contacts en milieu fluide (Ten Cate et al. (2002), Kempe and Fröhlich (2012), Breugem (2012), Simeonov and Calantoni (2012) et Brändle de Motta et al. (2013)).

1.4 Plan de la thèse

Nous présentons dans le chapitre 2 la méthode aux éléments discrets (DEM) utilisée, la méthode de frontières immergées (IBM) ainsi que des tests de validation de celles-ci lorsqu'elles sont découplées. Puis, nous donnons des détails sur le couplage entre ces deux méthodes. Des études de collisions binaires sont présentées et comparées à des expériences afin de valider la méthode couplée IBM/DEM dans le chapitre 3. Dans le chapitre 4, nous abordons avec cet outil ainsi validé les phénomènes associés aux avalanches granulaires denses dans un fluide dans le régime stationnaire, à l'aide de simulations que nous comparons avec les études expérimentales disponibles dans la littérature. Enfin, des simulations d'effondrements granulaires denses instationnaires dans un fluide sont présentées dans le chapitre 5.

Chapitre 2

Les outils numériques

2.1 Granular Dynamic Modeling (GraDyM) : un code DEM

Dans ce chapitre, nous présentons la méthode développée dans cette thèse pour simuler un milieu granulaire sec. Un logo GraDyM a été créé afin d'identifier le logiciel (voir figure 2.1).



Figure 2.1 – Logo de GraDyM.

2.1.1 La méthode aux éléments discrets

La méthode aux éléments discrets (Discrete Element Method ou DEM) a été introduite par Cundall and Strack (1979). Elle a pour but de suivre les particules en description Lagrangienne en prenant en considération les interactions entre elles.

Les équations de trajectoire des particules

Tout d'abord, expliquons la structure du problème considéré. N_g grains (modélisés par des sphères), définis par leur vecteur position de leur centre $\mathbf{x}_{\mathbf{p}i}$, leur rayon R_i , leur vecteur vitesse $\mathbf{u}_{\mathbf{p}i} = \frac{d\mathbf{x}_{\mathbf{p}i}}{dt}$, leur masse m_i , leur densité ρ_p (les grains ont tous la même densité ρ_p) et leur moment d'inertie I_i (l'indice " i " désignant la i ème particule), évoluent dans un domaine donné. L'évolution lagrangienne de chaque grain est décrit selon la seconde loi de Newton 2.1 pour la quantité de mouvement.

$$m_i \frac{d\mathbf{u}_{\mathbf{p}i}}{dt} = \sum_{j \neq i} \mathbf{F}_{ij} + \mathbf{F}_{\text{murs}} + \mathbf{F}_{\text{h}} + m_i \mathbf{g} \quad \forall i = 1, \dots, N_g \quad (2.1)$$

où \mathbf{F}_{ij} est la force de contact (ou d'interaction courte portée) exercée par la particule j sur la particule i , \mathbf{F}_{murs} représente la force exercée par un mur sur la particule i , \mathbf{g} est la gravité et \mathbf{F}_{h} sont les forces associées à la présence d'un fluide appliquées à la particule i (poussée d'Archimède, traînée, portance, force de Magnus...). Il est à noter qu'en présence d'un fluide, les choix méthodologiques faits dans ce travail font qu'une force de lubrification entre particules doit être ajoutée (voir Chapitre 3 pour plus de détails sur ce point).

Nous écrivons également la loi d'évolution pour la contribution rotationnelle ω_i issue de la seconde loi de Newton :

$$I_i \frac{d\omega_i}{dt} = \sum_{j \neq i} \mathbf{\Gamma}_{ij} + \mathbf{\Gamma}_{\text{murs}} + \mathbf{\Gamma}_{\text{h}} \quad \forall i = 1, \dots, N_g \quad (2.2)$$

où $\mathbf{\Gamma}_{ij}$ (resp. $\mathbf{\Gamma}_{murs}$) est le couple exercé par la particule j (resp. le mur) sur la particule i et $\mathbf{\Gamma}_h$ est le couple exercé par le fluide sur la particule i . Le couple $\mathbf{\Gamma}$ associé à une force \mathbf{F} qui s'applique au point P s'écrit, au point O : $\mathbf{\Gamma} = \mathbf{OP} \times \mathbf{F}$. Notons que le poids n'a pas de contribution pour le couple, de même que la poussée d'Archimède. I_i est le moment d'inertie de la particule i , réduit, dans notre modélisation, à un coefficient $I_i = \frac{2m_i R_i^2}{5}$ (resp. $I_i = \frac{m_i R_i^2}{2}$) dans le cas d'une sphère en 3D (resp. d'un disque en 2D).

Nous supposons que la force extérieure \mathbf{F}_h ainsi que le moment $\mathbf{\Gamma}_h$ associé sont déterminés par l'interaction entre l'écoulement de fluide et la particule. Plusieurs méthodes peuvent être utilisées pour leur estimation. Ici, ils seront déterminés par une méthode de frontières immergées (Immersed Boundary Method ou IBM) implémentée dans le solveur fluide JADIM et présentée en section 2.2.2. Il reste à modéliser les forces de contacts \mathbf{F}_{ij} et \mathbf{F}_{murs} de l'équation 2.1 ainsi que les moments $\mathbf{\Gamma}_{ij}$ et $\mathbf{\Gamma}_{murs}$ de l'équation 2.2.

Modélisation des contacts

En fonction des échelles d'étude visées, il existe deux grandes approches pour modéliser les contacts au sein d'un mouvement collectif de grains. Une première, dite macroscopique, consiste à manipuler des grandeurs supposées continues telles que les vitesses moyennes des particules et les contraintes granulaires définies sur des volumes de contrôle qui contiennent un nombre significatif de grains pour décrire le système granulaire. Ce genre d'approche permet d'étudier des systèmes à des échelles relativement grande. L'autre approche est une description des contacts à l'échelle mésoscopique (à la taille d'un grain) et nécessite la description lagrangienne de chaque particule. A cette échelle, la résolution des contacts se fait via un schéma temporel dont le pas de temps est plus petit que le temps d'un seul contact. La méthode DEM utilisée appartient à la seconde famille de méthodes où le niveau de modélisation est le plus bas. Chaque contact binaire entre grains est résolu à l'aide d'un modèle de force. Ainsi, à travers cette modélisation fine, l'hypothèse d'une modélisation à l'échelle macroscopique peut être vérifiée a posteriori par des méthodes de type 'coarse-graining'.

Dans les méthodes DEM, la force de contact \mathbf{F}_{ij} peut se décomposer en une composante normale F_n et une composante tangentielle F_t comme

$$\mathbf{F}_{ij} = F_n \mathbf{n} + F_t \mathbf{t} \quad (2.3)$$

où \mathbf{n} est le vecteur parallèle aux centre des sphères i et j et \mathbf{t} un vecteur appartenant au plan de normale \mathbf{n} (voir figure 2.2). La composante normale F_n utilisée ici suit un modèle de type ressort linéaire amorti (2.4) tiré de Schäfer et al. (1996).

$$F_n = -k_n \delta_n - \gamma_n \frac{d\delta_n}{dt} \quad (2.4)$$

où $k_n \delta_n$ est la partie linéaire du ressort avec $\delta_n = |x_{pi} - x_{pj}| - R_i - R_j$ la profondeur de pénétration normale (voir figure 2.2). Si cette grandeur est négative alors nous

considérons qu'il y a contact entre les deux grains. Dans cette approche, les grains s'interpénètrent, d'où le nom de méthode des sphères molles parfois utilisé pour désigner ce type de méthode DEM. $k_n = m_* \frac{\pi^2}{t_c^2} + \frac{\gamma_n^2}{4m_*}$ définit la raideur normale du choc et dépend ici de t_c le temps de collision, de $m_* = \frac{m_i m_j}{m_i + m_j}$ la masse effective des deux particules i et j en collision et de γ_n une grandeur caractéristique de la dissipation du système aussi utilisée dans la partie purement dissipative du modèle de contact normal : $-\gamma_n \frac{d\delta_n}{dt}$. Cette dernière grandeur est définie comme $\gamma_n = -\frac{2m_*}{t_c} \ln(\epsilon_{max})$ et dépend d'un coefficient ϵ_{max} appelé dans la suite coefficient de restitution normale sèche et qui est propre aux matériaux impliqués dans la collision en plus de t_c et m_* .

La composante tangentielle F_t utilisée ici est définie en formule 2.5. Elle suit un modèle de ressort, prenant en compte une partie élastique ainsi qu'un critère de Coulomb caractérisé par un coefficient de friction μ_c qui dépend des matériaux en contact et de l'état de la surface des deux grains en contact.

$$F_t = -\min(|k_t \delta_t|, |\mu_c F_n|) \text{sign}(\delta_t) \quad (2.5)$$

où $\delta_t(t' + \Delta t'_s) \cong \delta_t(t') + \Delta t'_s \mathbf{u}_{\text{prel}}(\mathbf{t}') \cdot \mathbf{t}$ est la pénétration tangentielle qui dépend de \mathbf{u}_{prel} la vitesse relative des deux particules en contact qui est projetée sur la tangente \mathbf{t} . Ici, $\Delta t'_s$ est le pas de temps de l'avancement granulaire. k_t est la raideur du choc tangential liée à k_n de manière empirique par $k_t = 0.2k_n$ (voir Schäfer et al. (1996)).

Quand $F_t = \mu_c F_n$, le critère de Coulomb est vérifié et les deux particules glissent l'une sur l'autre.

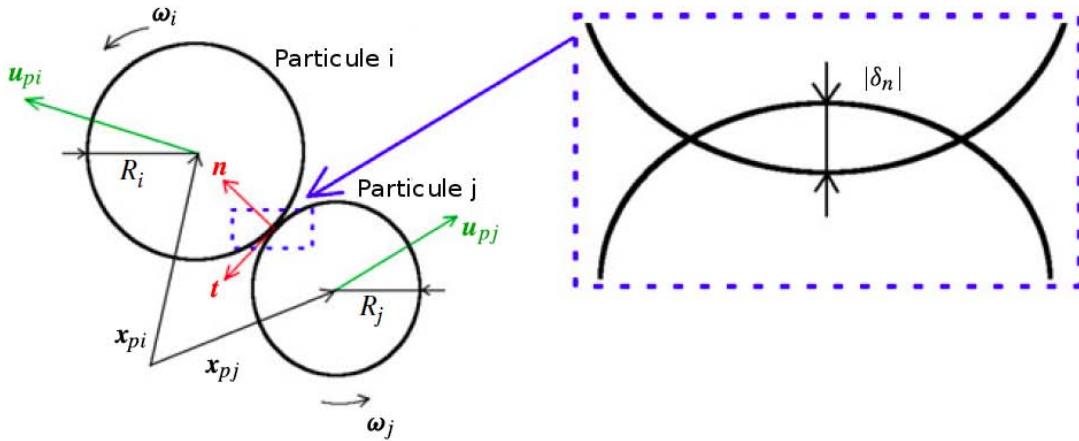


Figure 2.2 – Schéma d'un contact entre une particule i et une autre j par la méthode des sphères molles de GraDyM avec les notations utilisées.

Enfin, le moment Γ_{ij} est déduit de la composante tangentielle du modèle de contact F_t par la formule 2.6, la contribution associée à F_n étant nulle.

$$\Gamma_{ij} = R_i \mathbf{n} \times F_t \mathbf{t} \quad (2.6)$$

A noter que \mathbf{F}_{murs} et $\mathbf{\Gamma}_{\text{murs}}$ sont traités de la même manière en prenant le mur comme une particule de rayon et de masse infinis.

Le modèle de contact complet, utilisé dans cette approche DEM, a montré sa capacité dans les études de Schäfer et al. (1996) à reproduire les observations expérimentales de collision binaire sèche entre grains, c'est-à-dire en l'absence d'interaction fluide-particule (voir Foerster et al. (1994)). Nous illustrerons la bonne implémentation de cette méthode dans la partie 2.1.3.

2.1.2 La structure du code

Les détails techniques d'utilisation du logiciel GraDyM sont réunis dans un guide d'utilisation généré à l'aide de l'application Doxygène. Elle comprend l'explication de la méthode, la fonction de chaque fichier ainsi que les interactions entre eux et les définitions de toutes les variables et structures utilisées dans GraDyM. Le code est disponible au sein de l'IMFT (ou sur demande) à partir d'une base de données qui est mise à jour régulièrement grâce à un système de suivi de version appelé 'svn'.

2.1.2.1 Possibilités du code

Le langage du code GraDyM est le Fortran 90 ; il est écrit en 2 et 3 dimensions.

Il est possible de définir différentes conditions aux limites : mur (particule de rayon infini), lit statique de grains, périodicité et sortie.

L'initialisation des positions, des vitesses (de translation et de rotation) et des rayons des particules peut être soit donnée dans un fichier soit de manière aléatoire dans le domaine de calcul en spécifiant le nombre de grains N_g dans la simulation. Les paramètres physiques (ϵ_{max} , t_c , μ_c et ρ_p) ainsi que le nombre de grains N_g , le temps physique de simulation, les conditions aux limites, la taille des sous-domaines de contact (décrits plus loin) et la fréquence de stockage des fichiers de sortie sont entrés dans un fichier.

Les reprises de calcul sont possibles grâce au stockage de la pénétration tangentielle de chaque contact au moment de l'arrêt de la simulation, ainsi que des positions et vitesses des grains. Une sortie pour les forces de contact est possible. Des calculs de contrainte granulaire (voir section 2.1.3.2) peuvent être alors réalisés en post-traitement à partir de ces fichiers. Il existe aussi, dans GraDyM, un outil qui calcule directement ces contraintes et les vitesses moyennes pour une taille de boîte de calcul fixée (plus petite que la taille du domaine et plus grande que quelques diamètres de grain moyen) en entrée de la simulation.

Dans le but de simuler des phénomènes comportant un grand nombre de grains en un temps raisonnable, le code a été parallélisé, avec la bibliothèque de communication MPI, par une méthode de décomposition de domaines lors d'un stage (stage M2R de Joris Bouteloup, Bouteloup (2013), dont j'ai activement participé à l'encadrement).

2.1.2.2 Optimisation

Par souci de concision, nous ne donnerons dans la suite que quelques éléments sur la structure du logiciel associée à l'amélioration des performances. L'algorithme général de

l'outil est présenté sur la figure 2.3.

Les tables de Verlet

Le stockage des données est fait à l'aide de listes chaînées de structures pour minimiser la taille des données manipulées et donc la mémoire vive utilisée lors de l'exécution d'une simulation. Des simulations jusqu'à quelques millions de grains peuvent être ainsi réalisées sur un processeur. Les tables de Verlet (voir par exemple Fang et al. (2007)) permettent l'optimisation de la détection des contacts potentiels du système à un instant donné en utilisant la notion de sous-domaines de contact. L'idée consiste à diviser l'espace physique en un certain nombre de sous-domaines au sein desquels les contacts sont recherchés. Lorsqu'un contact est détecté, ses informations sont stockées dans une table appelée table de Verlet. Cette stratégie permet un gain de temps significatif car elle épargne les opérations de détection de contacts entre grains éloignés les uns des autres. Le temps de simulation pour un pas de temps est alors en $\mathcal{O}(N_g \log(N_g))$ pour un problème de complexité initiale de $\mathcal{O}(N_g^2)$.

L'algorithme temporel

La structure du code optimisée est présentée sur la figure 2.3.

Une fois le système initialisé, les tables de Verlet qui contiennent les contacts possibles du système à un instant donné sont construites. La mise à jour de ces tables est faite tous les 'temps_max_table' (voir figure 2.3) de manière à le faire le moins souvent possible mais en n'oubliant aucun contact. Ces tables créées, les contacts effectifs du système sont détectés, les forces sont calculées et les positions ainsi que les vitesses des particules sont calculées par la résolution numérique des équations 2.1 et 2.2 via un schéma d'Euler explicite d'ordre 1.

$$\begin{cases} \mathbf{u}_{\mathbf{pi}}(t + \Delta t_s) \cong \mathbf{u}_{\mathbf{pi}}(t) + \frac{\Delta t_s}{m_i} (\sum_{j \neq i} \mathbf{F}_{\mathbf{ij}} + \mathbf{F}_{\mathbf{murs}} + \mathbf{F}_{\mathbf{h}} + m_i \mathbf{g}) \\ \omega_i(t + \Delta t_s) \cong \omega_i(t) + \frac{\Delta t_s}{I_i} (\sum_{j \neq i} \Gamma_{\mathbf{ij}} + \Gamma_{\mathbf{murs}} + \Gamma_{\mathbf{h}}) \end{cases} \quad (2.7)$$

où Δt_s est le pas de temps de résolution associé à la dynamique des grains qui est de l'ordre de $\frac{t_c}{100}$.

La version la plus récente du code utilise un schéma prédicteur correcteur d'ordre 3 qui permet l'optimisation du temps de calcul avec un pas de temps Δt_s plus grand tout en gardant la même précision. Comme souligné par Bouteloup (2013), le rapport $\frac{t_c}{\Delta t_s}$ pouvant être utilisé dans une simulation dépend du schéma utilisé, un rapport de 100 étant nécessaire pour le schéma utilisé ici. Les résultats présentés dans la suite utilisent ce schéma, dont le faible pas de temps n'est pas une contrainte pour les problèmes considérés.

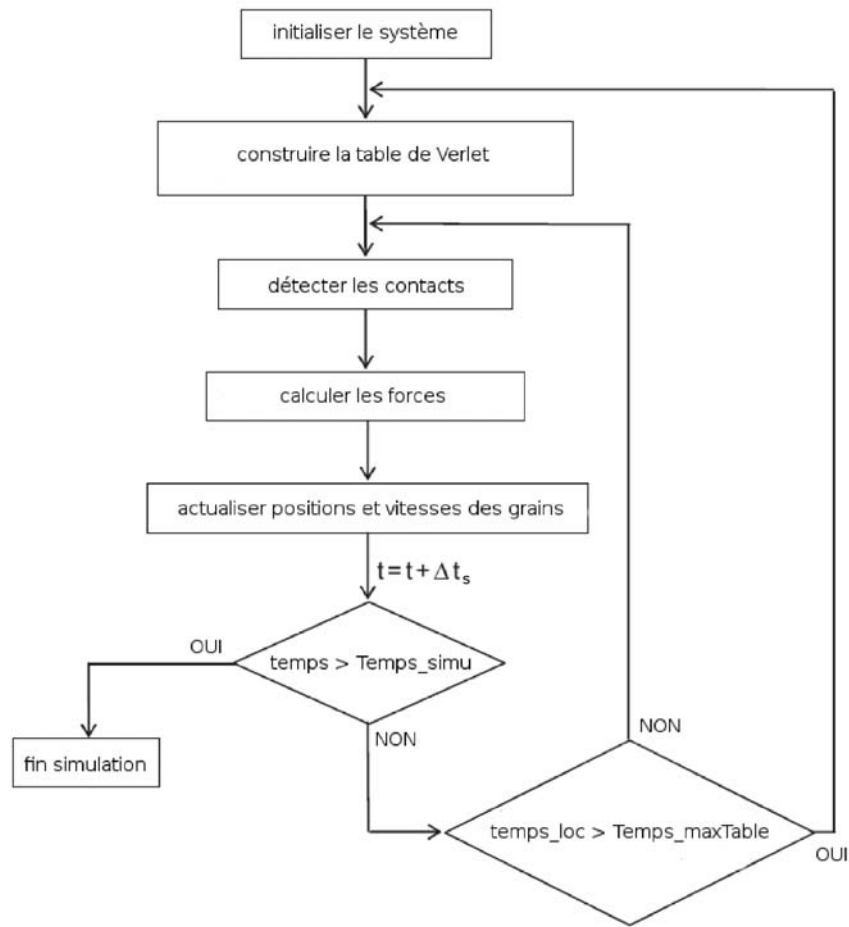


Figure 2.3 – Structure générale de GraDyM.

2.1.3 Études physiques de validation

2.1.3.1 Contacts binaires entre deux grains

Dans la limite du régime sec (influence du fluide interstitiel négligeable), des collisions binaires entre deux sphères ont été étudiées expérimentalement (Foerster et al. (1994)) et par des simulations de type DEM (Schäfer et al. (1996)). Foerster et al. (1994) ont mesuré, pour différents matériaux, les grandeurs Ψ_1 et Ψ_2 définies par 2.8.

$$\begin{cases} \Psi_1 = \frac{\mathbf{u}_{\text{prel}}^i \cdot \mathbf{t}}{\mathbf{u}_{\text{prel}}^i \cdot \mathbf{n}} \\ \Psi_2 = \frac{\mathbf{u}_{\text{prel}}^f \cdot \mathbf{t}}{\mathbf{u}_{\text{prel}}^i \cdot \mathbf{n}} \end{cases} \quad (2.8)$$

où $\mathbf{u}_{\text{prel}}^i$ (resp. $\mathbf{u}_{\text{prel}}^f$) est la vitesse relative entre les deux grains avant (resp. après) le contact. Elle est définie comme la différence de vitesse locale entre les deux grains au point de contact.

La méthode des sphères molles présentée en section 2.1.1 est utilisée ici considérant uniquement des collisions sèches. Dans le cas présent, nous simulons la collision binaire de deux sphères d'acétate de rayon $R = 1.5\text{mm}$. Comme dans l'expérience de Foerster et al. (1994), le matériau possède une densité $\rho_p = 1319\text{kg.m}^{-3}$, un coefficient de friction $\mu_c = 0.25$ et un coefficient de restitution sèche $\epsilon_{max} = 0.87$.

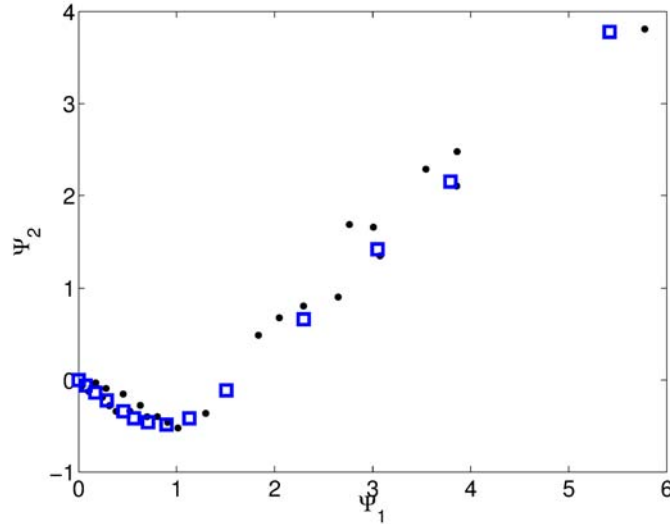


Figure 2.4 – Ψ_2 fonction Ψ_1 dans le cas de collisions binaires sèches. \bullet : expériences de Foerster et al. (1994); \square : méthode DEM développée ici.

L'évolution de Ψ_2 en fonction de Ψ_1 obtenue par la méthode DEM utilisée dans ce travail est comparée à l'expérience de Foerster et al. (1994) sur la figure 2.4. Un bon accord est observé. La première partie de courbe ($\Psi_1 < 1.5$) correspond à un changement de signe de la vitesse tangentielle lors du contact dû à l'élasticité du matériau. Le modèle de contact est alors piloté par la composante de ressort tangentielle. Pendant la collision, les sphères glissent partiellement l'une sur l'autre. A $\Psi_2 = 0$, seulement du roulement sans glissement est observé. La partie linéaire positive ($\Psi_1 > 1.5$) correspond au cas d'un glissement pur. Dans ce cas, le critère de Coulomb $F_t = \mu_c F_n$ est vérifié tout au long du contact.

Le code DEM développé est capable de reproduire quantitativement les résultats expérimentaux de collision binaire oblique sèche de Foerster et al. (1994).

2.1.3.2 Étude statique en milieu sec

Définition de grandeurs macroscopiques : tenseur des contraintes de contacts et compacité

Ces définitions, basées sur la méthode de 'coarse graining' (voir Goldenberg et al. (2006)), permettent de modéliser les milieux granulaires à une échelle de quelques tailles de grains. Les grandeurs manipulées deviennent alors continues et il est plus facile d'en tirer des informations.

Dans le cas statique, les contraintes cinétiques étant nulles, le tenseur des contraintes appliquées au système se réduit à $\sigma_G = \sigma^p$ (voir Andreotti et al. (2012), p87-90). La définition de la composante σ_{ij}^p du tenseur des contraintes de contacts σ^p est donnée en formule 2.9.

$$\sigma_{ij}^p = -\frac{1}{V_l} \sum_{c \in V_l} f_i^c b_j^c \quad (2.9)$$

où c labellise un contact entre deux particules α et β , \mathbf{f}^c est la force de contact au point de contact positionné en $\mathbf{c} = \frac{\mathbf{x}_{p\alpha} + \mathbf{x}_{p\beta}}{2}$ (dans le cas de deux particules de même rayon) et $\mathbf{b}^c = \mathbf{x}_{p\alpha} - \mathbf{x}_{p\beta}$ est le vecteur joignant les centres des grains en contact. La somme est celle de tous les contacts appartenant au volume de contrôle V_l .

La compacité locale Φ , définie comme la fraction de volume occupée par la phase solide, est donnée en formule 2.10.

$$\Phi = \frac{1}{V_l} \sum_{\alpha \in V_l} V_\alpha \quad (2.10)$$

où V_α est le volume de la particule α qui est l'aire (resp. le volume) du disque (resp. de la sphère) α en 2D (resp. en 3D). La somme est celle de toutes les particules α appartenant au volume de contrôle V_l .

Ces éléments sont calculés dans des boîtes de taille de l'ordre de quelques diamètres de grains moyens de volume de contrôle V_l . Goldenberg et al. (2006) ont montré que la taille des boîtes doit être supérieure à un diamètre de grain pour que le calcul des contraintes et des compacités ne varie pas spatialement. Ici, les grandeurs macroscopiques sont calculées avec 50% de recouvrement des boîtes d'intégration afin de lisser les résultats.

L'effet Janssen

L'effet Janssen apparaît dans un milieu granulaire statique confiné autour de parois. Les particules ont tendance, par le biais du réseau de forces de contact, à s'appuyer sur ces parois et, ainsi, à potentiellement abaisser la pression granulostatique locale, notée P_G , dans le milieu. Présents dans l'industrie et notamment lors de leur transport dans des silos, les milieux granulaires en présence de paroi ont suscités de nombreuses études. La problématique industrielle initiale est de prévenir ou de trouver des solutions à un potentiel blocage de ces milieux dans les silos.

Le modèle de Janssen (voir Sperl (2006) pour la traduction de Janssen (1895)) nous fournit une modélisation de la distribution de cette pression granulostatique. Nous considérons ici le cas particulier où la surface supérieure du milieu granulaire n'est soumise à aucune contrainte (surface libre). Sous les conditions que le milieu est descriptible continûment, que le principe de redirection des contraintes s'applique avec K constant ($\sigma_{xx}^p = \sigma_{yy}^p = K\sigma_{zz}^p$) et que la friction aux parois est au seuil de glissement (le critère de Coulomb $F_t = \mu_c F_n$ est vérifié), l'expression analytique de la pression granulaire P_G en

fonction de la profondeur z , obtenue à partir d'un bilan local de forces, est donnée par la formule 2.11.

$$P_G(z) = \frac{\rho_e g S}{f_p K P_m} [1 - e^{-\frac{f_p K P}{S}(h-z)}] \quad (2.11)$$

avec S la surface et P_m le périmètre de la section du cylindre contenant le milieu granulaire, f_p est le coefficient de frottement pariétal et $\rho_e = \rho_p \Phi$ est la densité équivalente du milieu granulaire en rappelant que Φ est la compacité locale du milieu, g est l'accélération de pesanteur et h la hauteur du milieu granulaire.

Proche de la surface libre (quand $z \rightarrow h$), un développement limité de (2.11) conduit à une pression $P_G(z) \approx \rho_e g (h - z)$ qui est hydrostatique comme dans le cas d'un fluide au repos de masse volumique ρ_e . A partir d'une certaine profondeur (typiquement quelques S/P_m), la pression granulaire tend vers une constante $P_G(\infty) = \frac{\rho_e g S}{f_p K P_m}$ et le milieu granulaire se trouve dans un état bloqué.

Dans la suite, notre méthode DEM est utilisée pour simuler un milieu granulaire en présence de parois. Une boîte de taille $0.1m \times 0.1m \times 5m$ est remplie de $N_g = 56400$ particules de rayon moyen $R = 5mm$. Les particules possèdent une polydispersité de 10% autour du rayon moyen. Les paramètres granulaires sont : $\rho_p = 1319kg/m^3$, $\mu_c = 0.25$, $\epsilon_{max} = 0.3$ et $t_c = 10^{-4}s$. Afin de contrôler la friction sur les murs verticaux, des particules sont collées en guise de parois de la boîte. La configuration dense initiale, montrée sur la figure 2.5, est obtenue en laissant les particules sédimenter, dû à la gravité dans la direction \mathbf{z} , à partir d'une boîte initialement plus haute.

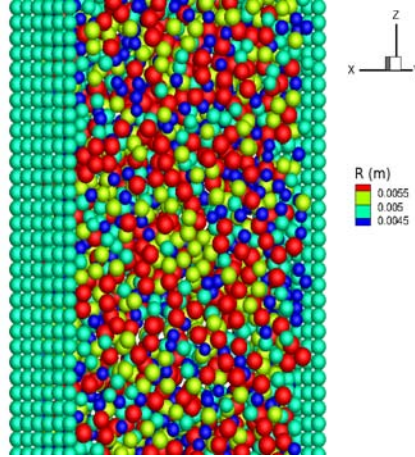


Figure 2.5 – Vue d'une coupe verticale de la colonne statique de grains confinée entre des parois composées de plans de grains fixes. Le champ de couleur indique le rayon des grains.

Une fois le système statique obtenu, le tenseur des contraintes de contacts σ^p ainsi que la compacité Φ sont calculés par la méthode de 'coarse graining' présentée précédemment. Nous avons observé que la compacité Φ calculée sur les boîtes d'intégration, dont la taille est $4.5R \times 4.5R \times 4.5R$, fluctue d'un domaine d'intégration à l'autre (± 0.02),

indépendamment de la hauteur, autour de la compacité globale C_{Tot} déterminée sur le domaine complet calculée en formule 2.12.

$$C_{Tot} = \frac{N_g V_p}{V_{Tot}} = 0.59 \quad (2.12)$$

où N_g est le nombre total de particules, V_p est le volume moyen des particules et V_{Tot} le volume de la boîte contenant les grains. La densité équivalente est estimée à $\rho_e = C_{Tot} \rho_p = 778 \text{ kg/m}^3$.

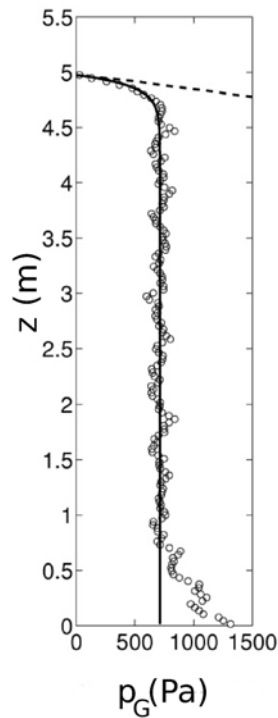


Figure 2.6 – Pression granulostatique dans un silo de section carré $0.1m \times 0.1m$. \circ présente méthode DEM; - - modèle 2.11; . . . distribution hydrostatique équivalente.

La pression granulostatique P_G , mesurée à partir des contraintes normales σ_{ii}^p comme $P_G = \frac{Tr(\sigma^p)}{3}$, est représentée en fonction de z sur la figure 2.6. Sur toute la hauteur et à l'intérieur de la colonne, seules les composantes σ_{ii}^p sont non nulles. A la surface libre (entre $z = 5m$ et $z = 4.5m$), on observe une pression qui varie linéairement avec z . L'évolution de la pression est hydrostatique comme dans un liquide. Au milieu de la colonne (entre $z = 4.5m$ et $z = 1m$), un palier de pression $P_G(\infty)$, estimé à approximativement $700 N.m^{-2}$, dû aux voûtes de forces entre les murs, est constaté. Les parois soutiennent alors le milieu granulaire en partie par le biais du réseau de forces de contact. Une partie du poids des grains est redirigée vers les parois et est soutenue par le frottement aux parois où un cisaillement non nul existe. Proche du fond (entre $z = 1m$ et $z = 0m$), il n'y a pas assez de hauteur pour former ces voûtes et les murs soutiennent moins le milieu granulaire.

Ainsi, les particules du bas subissent le poids de celles du dessus et la pression augmente avec la profondeur.

Qualitativement, la tendance proposée par le modèle de Janssen est retrouvée à partir de notre simulation DEM. Le produit $f_p K$, donné en formule 2.13, est obtenu à partir du modèle de Janssen par méthode inverse.

$$f_p K = \frac{\rho_e g S}{P_G(\infty) P_m} \approx 0.38 \quad (2.13)$$

Le coefficient de friction pariétal f_p peut être mesuré à partir de la simulation DEM de manière locale par la formule 2.14.

$$f_p = \frac{\sigma_{Gxy}^{murX}}{\sigma_{Gxx}^{murX}} = \frac{\sigma_{Gzy}^{murY}}{\sigma_{Gzz}^{murY}} \quad (2.14)$$

où σ_G^{murI} est le tenseur des contraintes granulaires appliquées au mur de normale I , et défini par

$$\sigma_{Gij}^{murI} = -\frac{1}{S} \sum_{c \in S} f_i^c b_j^c \quad (2.15)$$

où c labellise un contact entre une particule et un mur de normale I , \mathbf{f}^c est la force de contact appliquée sur le mur et $\|\mathbf{b}^c\|$ est la distance entre la particule et le mur qui sont en contact. La somme est celle de tous les contacts appliqués sur la surface S du mur de normale I .

A partir de la simulation numérique, le coefficient de frottement pariétal f_p ainsi que le coefficient de redirection locale des contraintes K sont calculés. Le produit $f_p K$ moyen résultant est de 0.30 ± 0.06 comparé à celui trouvé par le modèle de Janssen de 0.38 ± 0.11 .

Les résultats obtenus à partir de la simulation DEM et du modèle de Janssen sont cohérents dans leurs erreurs respectives.

2.1.3.3 Étude de la dynamique d'un milieu granulaire

Nous proposons ici d'étudier deux cas d'écoulements denses d'un milieu granulaire sec qui ont été étudiés en détail dans de nombreuses études expérimentales, numériques et théoriques. Il s'agit de l'écoulement granulaire sur un plan incliné rugueux (voir par exemple les expériences de Pouliquen and Vallance (1999) et les simulations DEM de Baran et al. (2006)) et de l'effondrement de colonne de grain sur un plan horizontal (Lajeunesse et al. (2004), Lube et al. (2004) et Lacaze and Kerswell (2009)). Dans ces configurations, souvent assimilées à des écoulements fluides, la dynamique est dominée par le cisaillement et donc la friction inter-particules. Il a été montré que la friction effective d'un écoulement dense peut-être caractérisée par un seul nombre sans dimension, le nombre inertiel I . Nous rappelons brièvement la définition de ce nombre ainsi que la description des milieux granulaires qui en découle.

Nombre inertiel I et loi de friction de type $\mu(I)$

Le nombre inertiel I est défini par

$$I = \frac{|\dot{\gamma}|D}{\sqrt{\frac{P_G}{\rho_p}}} \quad (2.16)$$

où $|\dot{\gamma}| = \sqrt{2\dot{\gamma}_{ij}\dot{\gamma}_{ij}}$ (norme de Frobenius) est le second invariant du tenseur de taux de déformation du milieu granulaire $(\dot{\gamma}_{ij}) = \frac{1}{2}(\frac{\partial(\bar{\mathbf{u}}_p)_i}{\partial x_j} + \frac{\partial(\bar{\mathbf{u}}_p)_j}{\partial x_i})$, P_G est la pression granulaire, D est le diamètre moyen des grains en présence et ρ_p est la masse volumique des particules. La i -ème composante de la vitesse granulaire moyenne $\bar{\mathbf{u}}_p$ des particules contenues dans un volume de contrôle V_l est définie comme

$$(\bar{\mathbf{u}}_p)_i = \frac{\sum_{\alpha \in V_l} m_\alpha (\mathbf{u}_{p\alpha})_i}{\sum_{\alpha \in V_l} m_\alpha}. \quad (2.17)$$

Le nombre adimensionnel I est le rapport d'un temps microscopique de réarrangement de grains sur un temps macroscopique lié au cisaillement moyen $\dot{\gamma}$ (Jordanoff and Khonsari (2004)). Il permet de définir trois régimes d'écoulements : de 0 à 10^{-3} , le milieu est rigide, de 10^{-3} à $\mathcal{O}(0.1)$, le milieu se comporte comme un liquide et s'écoule et, ensuite, le régime est dilué et le comportement des grains s'apparente à un gaz (voir Andreotti et al. (2012)). Dans notre étude, nous travaillons à fraction volumique non imposée et nous explorons les régimes d'écoulement pour I variant dans l'intervalle $[10^{-3}; \mathcal{O}(0.1)]$.

Par analogie avec la description d'un fluide à seuil par une rhéologie newtonienne généralisée, il a été proposé (Jop et al. (2006) et Pouliquen et al. (2006)) de lier le tenseur des contraintes déviatoriques (τ_{Gij}) aux déformations par (voir Forterre and Pouliquen (2008))

$$\tau_{Gij} = \frac{\mu(I)P_G}{|\dot{\gamma}|} \dot{\gamma}_{ij} \quad (2.18)$$

où τ_{Gij} et P_G s'écrivent en fonction du tenseur des contraintes granulaires σ_G comme

$$\tau_{Gij} = P_G \delta_{ij} + \sigma_{Gij}; P_G = -\frac{Tr(\sigma_G)}{3}. \quad (2.19)$$

Ainsi, lorsque $\dot{\gamma}$ et σ_G sont connus, tous les éléments sont réunis pour tracer une loi de friction μ dépendant du nombre inertiel I .

A noter que dans le cas d'un écoulement granulaire dense, les fluctuations granulaires peuvent être vues comme une contrainte supplémentaire appelée contrainte cinétique et notée σ^k . Le tenseur des contraintes σ_G est alors la somme de la contrainte de contact σ^p , définie en (2.9), et de la contrainte cinétique σ^k qui est définie par

$$\sigma_{ij}^k = -\frac{1}{V_l} \sum_{\alpha \in V_l} m_\alpha (\mathbf{u}'_{p\alpha})_i (\mathbf{u}'_{p\alpha})_j. \quad (2.20)$$

où pour toutes les particules α appartenant à V_l , la fluctuation de la vitesse de la particule α est définie par $\mathbf{u}'_{p\alpha} = \mathbf{u}_{p\alpha} - \bar{\mathbf{u}}_p$ avec $\bar{\mathbf{u}}_p$ définie en (2.17).

Écoulement de grains sur un plan incliné rugueux

Dans cette section, plusieurs simulations DEM d'écoulement de grains sur plan incliné sont présentées en utilisant le logiciel GraDyM.

Les grains utilisés ont un rayon moyen de $5mm$, leur densité est $\rho_p = 2500kg/m^3$, le coefficient de friction microscopique est $\mu_c = 0.25$ et le coefficient de restitution normal est $\epsilon_{max} = 0.5$. Les grains possèdent une polydispersité de 10% autour du rayon moyen. L'écoulement se fait sur une couche statique de particules fixes pour modéliser une importante rugosité sur le fond. Les frontières de normale \mathbf{x} et \mathbf{z} sont périodiques. L'initialisation est faite en laissant sédimenter 16000 grains dans une boîte rectangulaire de taille $(0.1m \times 0.5m \times 0.4m)$. Pour la phase d'initialisation, la gravité est orientée selon la direction perpendiculaire à la paroi du fond y avec une magnitude de $9.81m.s^{-2}$.

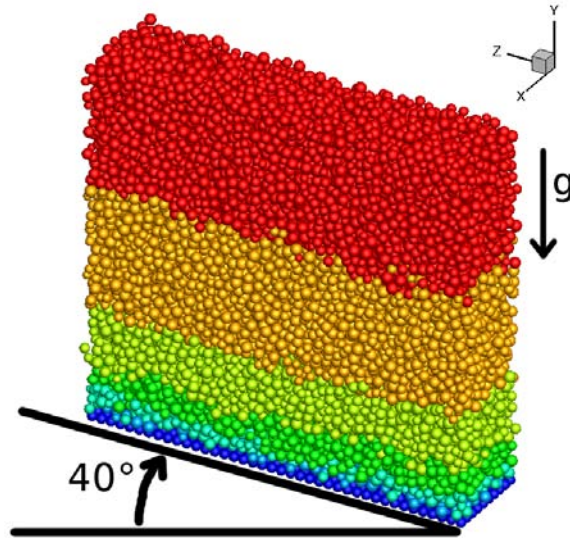


Figure 2.7 – Écoulement sur un plan incliné à 40° pendant le régime transitoire. Les vitesses des particules sont visibles par leurs colorations (du statique, bleu aux vitesses les plus grandes, rouge).

A $t = 0s$, est imposé un angle de 40° entre le vecteur gravité et la normale au fond \mathbf{y} . Un instantané l'écoulement est présenté sur la figure 2.7. Des mesures de la friction effective μ et du nombre inertiel I sont obtenus à différents instants en utilisant la méthode de coarse graining à partir du tenseur des contraintes σ_G et du second invariant du tenseur de taux de déformation $|\dot{\gamma}|$. En particulier, μ est tracé en fonction de I sur la figure 2.8

pour la configuration d'écoulement présentée ici. Les boîtes de calcul de contrainte et de cisaillement sont prises sur des plans horizontaux de normale $-\mathbf{y}$. Pour cet angle $\theta = 40^\circ$, l'écoulement est instationnaire et il n'est pas possible d'obtenir un profil de vitesse stationnaire aux temps longs qui serait décrit par un profil de Bagnold (Bagnold (1941)). Au bout d'un certain temps, comme constaté expérimentalement par Pouliquen and Vallance (1999), tous les grains glissent en accélérant indépendamment de la hauteur, le cisaillement au sein de l'écoulement tend vers 0 et le nombre I aussi. Avant ce régime particulier (qui correspond à l'amas de points pour I proche de 0 sur la figure 2.8), l'écoulement transitoire présente une évolution du cisaillement permettant de balayer des valeurs de I comprises dans l'intervalle $[0; 0.25]$. Afin de décrire la loi d'évolution μ en fonction de I , nous choisissons la loi 2.21 proposée par Jop et al. (2006).

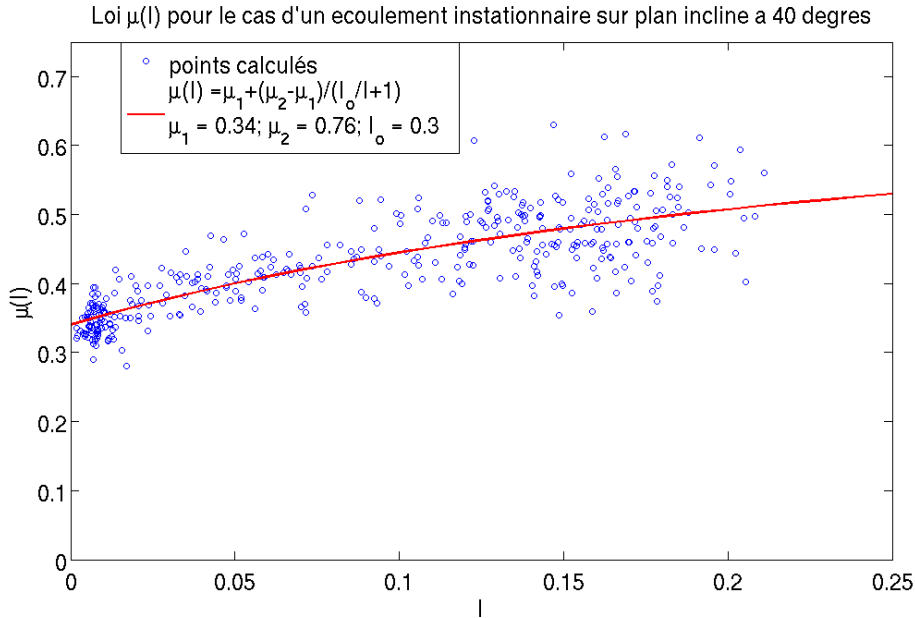


Figure 2.8 – Coefficient de friction effectif μ fonction du paramètre I , à plusieurs instants, issu d'une simulation d'écoulement instationnaire sur plan incliné à 40° avec GraDyM. \circ : mesure par coarse graining dans la simulation DEM, $-$: meilleur ajustement de la loi 2.21.

$$\mu(I) = \mu_1 + \frac{\mu_2 - \mu_1}{\frac{I_0}{I} + 1} \quad (2.21)$$

En fixant $I_0 = 0.3$, par un ajustement avec les données de la loi 2.21, nous trouvons les paramètres $\mu_1 = 0.34$, $\mu_2 = 0.76$.

Nous décidons maintenant d'étudier ce type d'écoulement pour des angles d'inclinaison du plan θ de telle sorte que l'écoulement soit stationnaire. La géométrie, les propriétés des grains et l'initialisation sont les mêmes que précédemment. Le plan est alors penché pour différents angles θ en changeant la gravité dans le plan (yz) . Les profils de vitesses

stationnaires normalisés (D est le diamètre moyen des particules) pour différents angles d'inclinaison du plan sont tracés sur la figure 2.9.

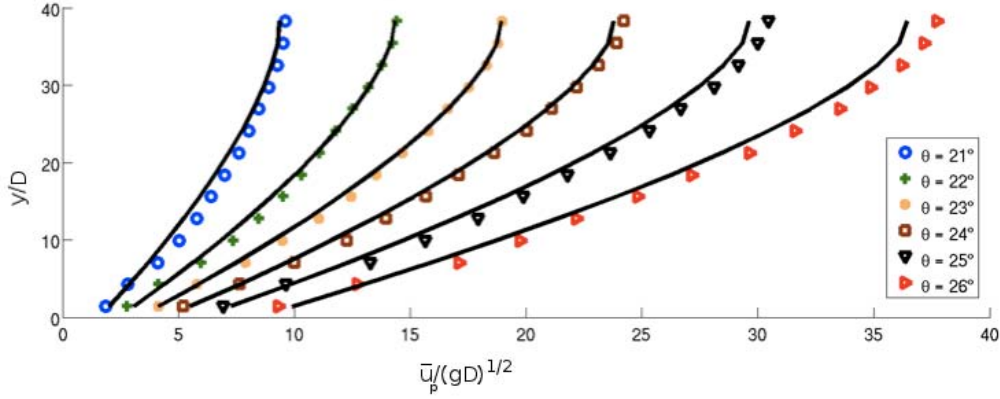


Figure 2.9 – Profils de vitesses normalisés \bar{u}_p/\sqrt{gD} en fonction de la hauteur normalisée y/D pour les différents angles d'inclinaison θ . Symboles : vitesses moyennes issues des simulations DEM; — : profils de Bagnold avec une condition de glissement de type Robin appliquée au fond, issus de 2.23, associés à chaque angle d'inclinaison θ .

Afin de diminuer la dispersion des résultats, l'estimation de μ et I pour un angle θ donné est obtenu par la moyenne en temps sur 60 échantillons dans le régime stationnaire. Les valeurs obtenues de μ et de I sont constantes sur la hauteur à angle d'inclinaison fixé. L'évolution de μ fonction de I est tracée sur la figure 2.10. Nous obtenons une loi de friction presque identique à celle trouvée dans le cas instationnaire. De nombreux cas différents ont révélés cette loi $\mu(I)$, notamment dans des simulations DEM d'écoulement de disques bidisperses sur un plan incliné en 2 dimensions (voir Rognon et al. (2007)), le cisaillement d'un lit granulaire en 2 dimensions (voir da Cruz et al. (2005)). Pour le cas d'un effondrement de colonne de grains en 3 dimensions (voir Lacaze and Kerswell (2009)), cette loi $\mu(I)$ s'est révélée valide sur l'ensemble des simulations réalisées et donc même dans un cas non-stationnaire.

Le profil de vitesse d'un écoulement granulaire dense stationnaire sur plan incliné rugueux en régime sec suit généralement une forme de Bagnold (vitesse en hauteur puissance 3/2, voir Bagnold (1941)) si la hauteur h de l'écoulement est assez grande (voir Baran et al. (2006)). Etablissons l'expression théorique des profils de vitesse observés dans nos simulations numériques DEM. En régime stationnaire, l'équilibre des forces s'écrit $\frac{d\sigma_{Gyz}}{dy} = -\rho_e g \sin\theta$ et $\frac{d\sigma_{Gyy}}{dy} = \rho_e g \cos\theta$, où $\rho_e = \rho_p \Phi$, Φ la fraction volumique solide (il a été mesuré dans les simulations que Φ est relativement constant sur la hauteur pour θ fixé) et g est la gravité. Les contraintes sont nulles à la surface, ce qui donne $\sigma_{Gyz} = \rho_e g \sin\theta (h-y)$ et $\sigma_{Gyy} = -\rho_e g \cos\theta (h-y)$. Par définition, $\mu(I) = \frac{\tau_G}{P_G} = \frac{\sigma_{Gyz}}{\sigma_{Gyy}} = \tan\theta$. Nous supposons ici que la seule contribution de cisaillement est σ_{Gyz} et que la pression est isotrope telle que $P = \sigma_{Gxx} = \sigma_{Gyy} = \sigma_{Gzz}$. Ainsi (2.21) permet d'écrire $I = I_0 \frac{\tan\theta - \mu_1}{\mu_2 - \tan\theta}$. Le nombre inertiel s'exprime par $I(y) = \frac{\frac{d\bar{u}_p}{dy}(y)D}{\sqrt{\frac{P_G(y)}{\rho_p}}}$. Comme il n'y a pas de présence de parois ver-

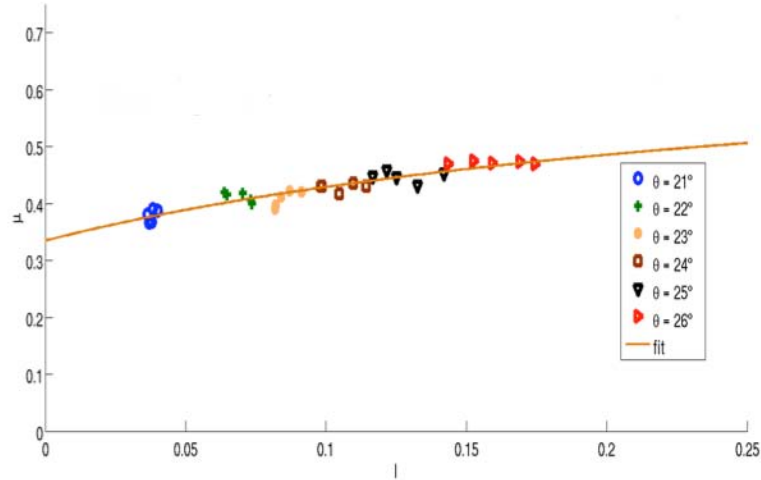


Figure 2.10 – Coefficient de friction effectif μ fonction du paramètre I issu de simulations d'écoulements stationnaires avec GraDyM. symboles : mesure par coarse graining dans les simulations DEM, – : fit de la loi 2.21.

tiques (pas d'effet Janssen), nous supposons un équilibre hydrostatique selon la verticale soit $P_G(y) = \rho_e g \cos\theta (h - y) = \rho_p \Phi g \cos\theta (h - y)$. Ainsi, $I(y) = \frac{\frac{d\bar{u}_p}{dy}(y)D}{\sqrt{g\Phi \cos\theta (h-y)}}$ et

$$\frac{d\bar{u}_p}{dy}(y) = I_0 \frac{\tan\theta - \mu_1}{\mu_2 - \tan\theta} \frac{\sqrt{g\Phi \cos\theta (h-y)}}{D}.$$

Il suffit d'intégrer sur la hauteur pour obtenir la vitesse en spécifiant la condition aux limites au fond. Les profils de vitesse tracés sur la figure 2.9 suggèrent une condition de glissement de type Robin suivante :

$$\left[\lambda \frac{d\bar{u}_p}{dy} + \bar{u}_p = 0 \right]_{y=0}. \quad (2.22)$$

Cette condition aux limites, schématisée sur la figure 2.11, impose une longueur de glissement au fond λ constant.

Le profil de vitesse résultant, donné en formule 2.23, a une forme de Bagnold et dépend, entre autre, de λ et des paramètres μ_1 , μ_2 et I_0 de la loi 2.21.

$$\frac{\bar{u}_p(y, \theta)}{\sqrt{gD}} = I_0 \frac{\tan\theta - \mu_1}{\mu_2 - \tan\theta} \sqrt{\Phi(\theta) \cos\theta} \left[\frac{2}{3} \frac{h^{\frac{3}{2}}}{D} - \lambda \frac{\sqrt{h}}{D^{\frac{3}{2}}} - \frac{2}{3} \left(\frac{h}{D} - \frac{y}{D} \right)^{\frac{3}{2}} \right] \quad (2.23)$$

Sur l'ensemble des simulations DEM réalisées dans le régime stationnaire, une estimation locale de la longueur de glissement est faite en mesurant les vitesses moyennes des deux premières couches de grains situées juste au dessus du lit statique de grains. Dans toutes les simulations, $\frac{\lambda}{h} \approx -0.04$. En supposant Φ constant, nous réalisons autant d'ajustements (avec le logiciel Matlab) que d'angle d'inclinaison θ dans le régime stationnaire en laissant libre les paramètres μ_1 et μ_2 et en fixant les autres ($\frac{\lambda}{h} \approx -0.04$, Φ

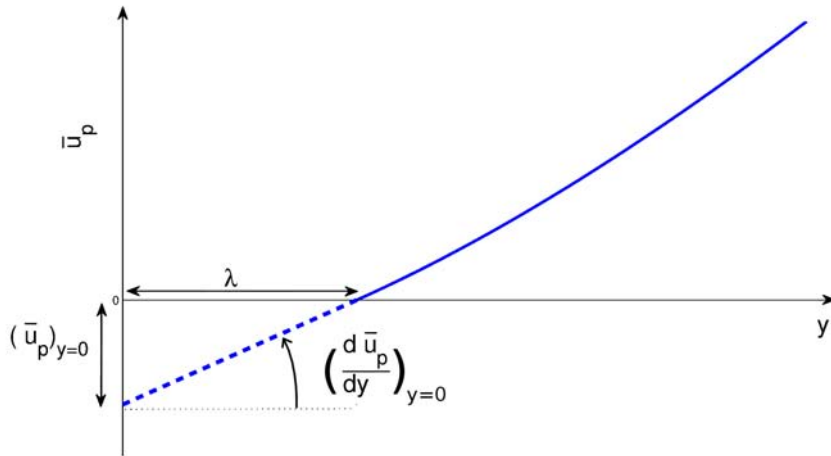


Figure 2.11 – Schéma d’explication de la condition aux limites de type Robin avec un glissement constant. – Profil de vitesse \bar{u}_p fonction de la hauteur y . λ est la longueur de glissement de la condition.

mesurée dans les simulations DEM et $I_0 = 0.3$). Les paramètres de la loi 2.21 sont estimés à $\mu_1 = 0.29 \pm 0.01$ et $\mu_2 = 0.64 \pm 0.01$.

Malgré une légère sous-estimation de ces valeurs comparées à l’estimation précédente (figure 2.10), l’ordre de grandeur reste tout-à-fait raisonnable. Il semblerait que la loi de glissement proposée soit confortée par ces résultats.

Effondrements de colonnes de grains

L’effondrement de colonnes de grains de hauteur H_0 et de demi-longueur R_0 est devenu une configuration canonique ces dernières années dans la communauté des Géosciences. Ces études donnent une loi générale empirique sur la prédiction des morphologies de dépôt de systèmes géophysiques (figure 2.12). Considérant que le fluide ambiant ne joue aucun rôle dans la dynamique, les méthodes de type DEM se sont montrées pertinentes pour simuler les effondrements granulaires (Staron and Hinch (2005) et Girolami et al. (2012)).

Le logiciel GraDyM est utilisé pour simuler des effondrements plan de colonnes granulaires, soumis à la gravité $g = 9.81 m.s^{-2}$, en deux et trois dimensions. Nous utilisons 7×10^3 à 120×10^3 (resp. 10^3 à 8×10^3) sphères dans nos colonnes 3D (resp. 2D). Les paramètres physiques des grains sont : $\rho_p = 2500 kg/m^3$, $\epsilon_{max} = 0.5$, $t_c = 10^{-4} s$ et $R = 5 mm$. Pour éviter que le milieu ne cristallise, la distribution granulométrique varie de 10% autour d’un rayon moyen R . Les coefficients de friction entre les grains et le mur sont initialisés avec $\mu_c = 1.0$ (même valeur que dans Staron and Hinch (2005)). Les remplissages de colonne ont été réalisés en utilisant le même protocole consistant à

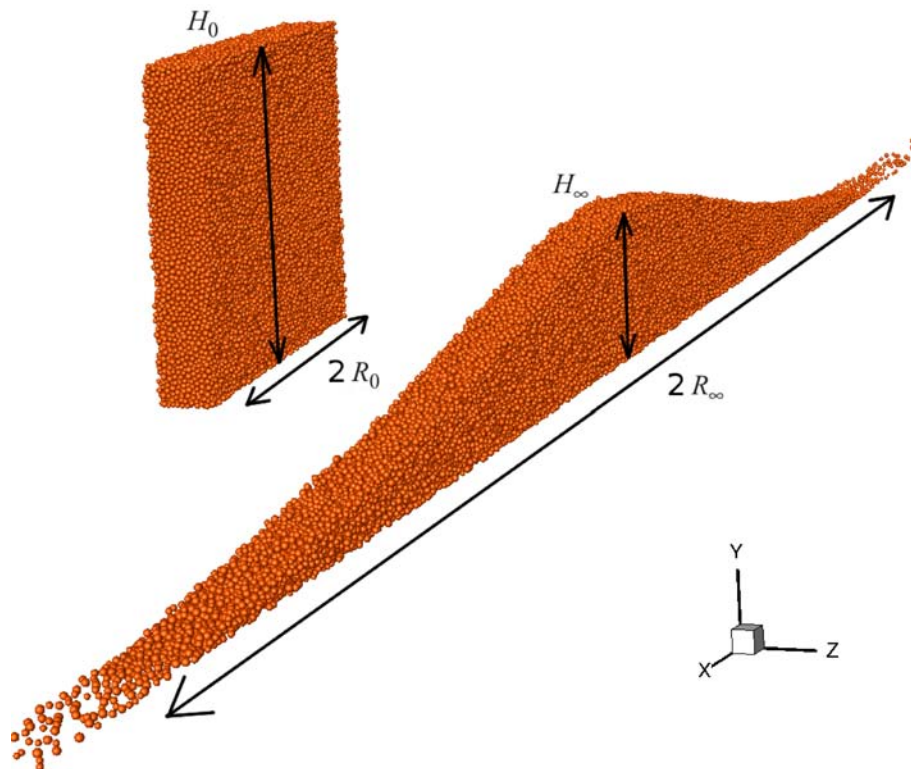


Figure 2.12 – Configurations initiale et finale d'un effondrement tridimensionnel de colonne. Les longueurs H_0 , R_0 , H_∞ et R_∞ sont représentées.

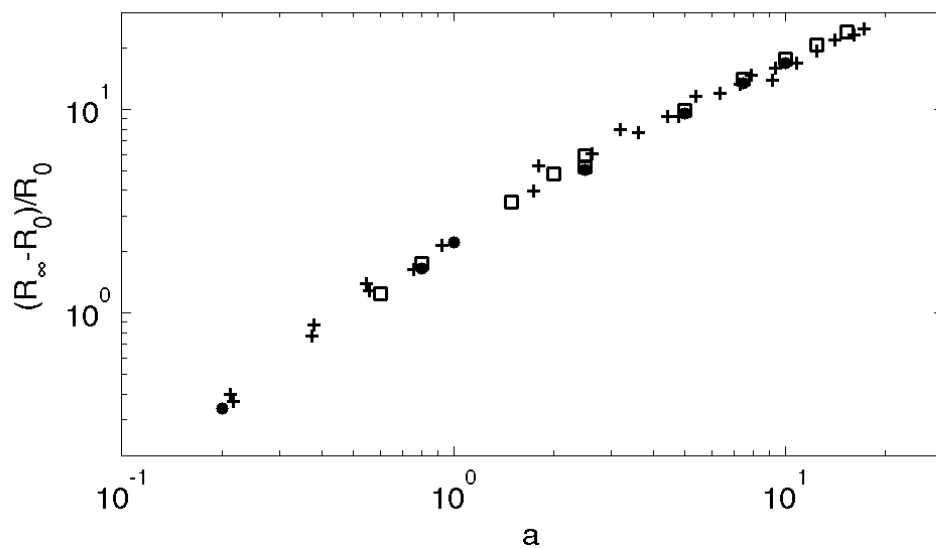


Figure 2.13 – Longueur de dépôt final normalisée en fonction du rapport de forme initial de la colonne $a = \frac{H_0}{R_0}$. \square (resp. \bullet) simulations 2D (resp. 3D) avec notre méthode DEM (Soft Sphere Model, SSM), + simulations 2D de Staron and Hinch (2005) (Hard Sphere Model, HSM).

laisser sédimenter les particules mises aléatoirement dans une boîte plus haute qui est enveloppée par des murs. Dans les simulations 2D, toutes les frontières sont des murs alors qu'en 3D, des conditions de périodicité sont appliquées dans la direction transverse z (voir figure 2.12). La colonne initiale est remplie à une hauteur H_0 dans une boîte de longueur $2R_0$. Dans le cas 3D, le domaine a une longueur transverse de $24R$. A l'instant $t=0$, les murs verticaux sont enlevés et la colonne granulaire s'effondre symétriquement dans les directions \mathbf{x} et $-\mathbf{x}$. Les configurations initiale et finale de l'effondrement dans le cas 3-D sont présentées sur la figure 2.12. Les longueurs H_∞ et R_∞ sont mesurées lorsque le dépôt statique final est atteint. H_∞ correspond à la hauteur maximale de dépôt (en $x = 0$) et R_∞ la demi-longueur d'étalement (voir figure 2.12).

La longueur de dépôt final normalisée, le 'run-out', définie comme $\frac{R_\infty - R_0}{R_0}$, est tracée sur la figure 2.13 en fonction du rapport de forme initial de la colonne $a = \frac{H_0}{R_0}$. Les données issues des simulations numériques de Staron and Hinch (2005) qui utilisent une méthode de type dynamique des contacts en 2D (méthode "Hard Sphere Model" d'acronyme HSM) y sont aussi tracées. Les deux modèles donnent la même loi de dépôt. Les simulations réalisées en 3D montrent qu'il n'y a pas d'effet de la direction transverse sur la morphologie du tas final pour cette estimation des caractéristiques du dépôt.

2.2 JADIM : un solveur fluide

2.2.1 La formulation pour un écoulement monophasique

2.2.1.1 Équations résolues

Pour un fluide incompressible et Newtonien, l'équation de conservation de la masse et de la quantité de mouvement sont respectivement 2.24 et 2.25.

$$\nabla \cdot \mathbf{u}_f = 0, \quad (2.24)$$

$$\frac{\partial \cdot \mathbf{u}_f}{\partial t} + (\mathbf{u}_f \cdot \nabla) \mathbf{u}_f = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \frac{\nu}{2} \nabla \cdot [\nabla \mathbf{u}_f + (\nabla \mathbf{u}_f)^T] + \mathbf{g}, \quad (2.25)$$

où $\nu[\nabla \mathbf{u}_f + \nabla \mathbf{u}_f^T]$ est le tenseur des contraintes visqueuses, \mathbf{u}_f le vecteur vitesse du fluide, p la pression totale, ρ la masse volumique du fluide et ν la viscosité cinématique du fluide.

2.2.1.2 Discrétisation spatiale et temporelle dans JADIM

La discrétisation spatiale des équations est faite sur un maillage structuré cartésien ou curviligne orthogonal et à variables décalées en vitesse-pression. La méthode utilisée est celle des volumes finis. Dans la présente méthode, le maillage décalé donne une meilleure précision du calcul des flux sur les facettes des volumes d'intégration comparé au maillage non décalé. Dans notre cas, le type de maillage utilisé est Cartésien et est illustré par la figure 2.14 pour une cellule de calcul dans le cas tridimensionnel. Le point de pression

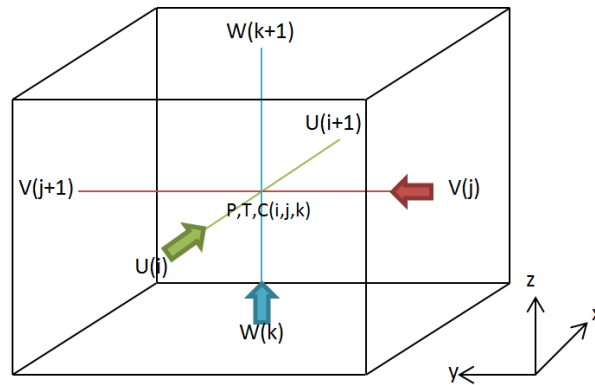


Figure 2.14 – Disposition des variables dans une maille de pression cartésienne (image tirée de la thèse de Coundoul (2013)). i , j et k sont respectivement les indices des cellules de calcul dans les directions x , y et z .

est placé au centre de la cellule alors que les points de vitesses se placent sur les bords de la cellule. La discrétisation spatiale en coordonnées curvilignes dans le code JADIM est détaillée dans Calmet (1995).

Le terme advectif, les termes sources ainsi qu'une partie des termes visqueux sont traités par un schéma de Runge-Kutta d'ordre 3. L'autre partie des termes visqueux est traité par un schéma semi-implicite de type Runge-Kutta/Crank-Nicolson.

2.2.2 La méthode de frontières immergées utilisée dans JADIM

La méthode de frontière immergée, développée initialement par Peskin (2000) pour étudier l'écoulement sanguin autour des valves du cœur, est une méthode qui permet de décrire l'écoulement d'un fluide en présence d'objets mouvants de forme arbitraire pouvant être complexe. La méthode consiste à utiliser un maillage cartésien structuré pour la résolution fluide sur l'ensemble du domaine, y compris dans les objets, et de prendre en compte la présence des obstacles par ajout d'un terme source dans l'équation de conservation de la quantité de mouvement 2.25. Ce terme additif assure la condition de non-glissement à la surface de l'objet immergé en imposant une vitesse "fluide" dans l'obstacle égale à la vitesse de l'objet solide (généralement issu d'un suivi lagrangien de particule). Est déduite la force hydrodynamique agissant sur l'objet qui peut être ensuite utilisée pour suivre l'évolution de la particule.

Dans le code JADIM est implémenté un module utilisant une méthode de frontière immergée initialement proposée par Yuki et al. (2007). L'intégralité de la méthode est expliquée dans Bigot et al. (2014) dans le cas d'un fluide à densité variable. Le solide est repéré par la fraction volumique α et qui est comprise entre 0 et 1. α est égal à 1 si la cellule est complètement dans l'obstacle, 0 dans le cas contraire et $0 < \alpha < 1$ si la cellule contient du solide et du fluide. L'expression de α dépend de la forme de la frontière immergée. Il est possible de définir des solides de différentes formes. Dans nos études, nous utiliserons des sphères pour modéliser nos grains. La fraction volumique, pour une sphère, est ici définie par

$$\begin{cases} \alpha = \frac{1}{2}\{1 - \tanh(\frac{\delta_s}{\sigma\lambda\Delta})\} \\ \lambda = |n_x| + |n_y| + |n_z| \\ \sigma = 0.065(1 - \lambda^2) + 0.039 \end{cases} \quad (2.26)$$

où $\mathbf{n} = (n_x, n_y, n_z)$ est la normale sortante à la surface de la frontière, δ_s est la distance entre le point de pression et la position théorique de la surface et Δ est la longueur de l'arrête d'une cellule de calcul.

La vitesse dans tout le domaine (y compris dans le solide) peut être définie par $\mathbf{V} = (1 - \alpha)\mathbf{u}_f + \alpha\mathbf{U}$ où $\mathbf{U} = \mathbf{u}_{pi} + \mathbf{r} \times \omega_i$ est la vitesse locale de la particule et \mathbf{r} est le vecteur entre le centre de la particule et la cellule de calcul courante. Les équations effectivement résolues pour la vitesse du fluide \mathbf{u}_f deviennent 2.27, 2.28 et 2.29.

$$\nabla \cdot \mathbf{u}_f = 0, \quad (2.27)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}_f}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \mathbf{H} + \mathbf{f}, \quad (2.28)$$

$$\mathbf{H} = -(\mathbf{u}_f \cdot \nabla) \mathbf{u}_f + \frac{\nu}{2} \nabla \cdot [\nabla \mathbf{u}_f + (\nabla \mathbf{u}_f)^T], \quad (2.29)$$

avec $\nu = \eta_f / \rho$ avec η_f la viscosité dynamique. Le terme de forçage \mathbf{f} permet de modifier le champ prédicteur de vitesse pour que l'obstacle soit pris en compte. Nous décrivons par la suite et de façon simplifiée les différentes étapes de calcul du champ de vitesse et de pression du fluide, sans tenir compte du détail du schéma temporel utilisé ici. Une description exhaustive est donnée dans Bigot et al. (2014).

Sur l'ensemble du domaine, un champ de vitesse prédicteur $\tilde{\mathbf{u}}_f$ de la phase fluide est d'abord estimé par

$$\tilde{\mathbf{u}}_f = \mathbf{u}_f^n + \Delta t_f \left(-\frac{1}{\rho} \nabla p^{n-1/2} + \mathbf{H} \right) \quad (2.30)$$

où \mathbf{u}_f^n correspond au champ de vitesse \mathbf{u}_f à l'instant n et Δt_f est le pas de temps de calcul pour le fluide.

L'évolution du fluide se fait dans le domaine entier comme si il n'y avait aucun solide en présence. Le forçage \mathbf{f} dans chaque cellule de calcul est estimé par

$$\mathbf{f} = \alpha \frac{\mathbf{U} - \tilde{\mathbf{u}}_f}{\Delta t_f}. \quad (2.31)$$

La vitesse $\tilde{\mathbf{u}}_f$ est alors modifiée pour tenir compte du forçage \mathbf{f} et devient $\hat{\mathbf{u}}_f$. Ce champ de vitesse $\hat{\mathbf{u}}_f$ prend effectivement en compte la présence des objets solides, mais n'est pas à divergence nulle.

Une pseudo-équation de Poisson est résolue afin de calculer une fonction potentielle auxiliaire qui permet de déduire d'une part le champ de vitesse à divergence nulle \mathbf{u}_f^{n+1} ,

et d'autre part le champ de pression. A noter que la pression est calculée dans tout le domaine (et donc à l'intérieur des grains), ce qui n'est pas physique. Cependant, nous verrons par la suite que cet artefact numérique a peu d'influence sur nos résultats, notamment dans les cas de collisions binaires dans un fluide abordés au chapitre 3.

A l'instant courant, les forces (resp. les moments) hydrodynamiques utilisées dans les équations d'évolution de la dynamique des particules dans GraDyM 2.1 et 2.2 sont calculées à partir de \mathbf{f} comme

$$\mathbf{F}_h = -\frac{\rho\rho_p}{\rho_p - \rho} \int_{V_p} \mathbf{f} dV, \quad (2.32)$$

$$\mathbf{\Gamma}_h = -\frac{\rho\rho_p}{\rho_p - \rho} \int_{V_p} \mathbf{r} \times \mathbf{f} dV. \quad (2.33)$$

2.2.3 Sédimentation d'une sphère

Afin de valider l'implémentation du module IBM dans JADIM, différents cas tests ont été étudiés et sont présentés dans Bigot et al. (2014). Nous présentons ici l'exemple qui se rapproche des applications que nous considérerons par la suite, la sédimentation d'une particule solide dans un fluide. Une particule, initialement au repos, chute dans un fluide visqueux statique. Sa trajectoire est déterminée par l'intégration numérique au cours du temps des équations (2.1) et (2.2) en prenant les forces de contact comme nulles.

Le rapport de densité entre les grains et le fluide est de $\frac{\rho_p}{\rho} = 4$ et le nombre d'Archimède, défini par le rapport entre l'inertie transférée à la particule par la gravité et les forces visqueuses, $Ar = \frac{\rho(\rho_p - \rho)gD^3}{\eta_f^2} = 800$. Cela correspond à un nombre de Reynolds fonction de la vitesse terminale de chute de $Re = \frac{\rho u_\infty D}{\eta_f} \approx 20$ approximativement. Dans ce cas, on sait qu'il n'y a pas de perte d'axisymétrie sur la chute du grain ainsi que sur le sillage issu de son mouvement. Dans cette section, on compare les résultats avec une approche de simulation numérique directe DNS pour laquelle le maillage épouse la forme de la sphère (boundary-fitted approach), dans le repère lié à la sphère, qui a été validée dans des études précédentes (Mougin and Magnaudet (2001)). Le mouvement du grain est résolu par les équations de Kirchhoff. Dans cette méthode, une grille sphérique $88 \times 34 \times 66$ est utilisée et les bords du domaine sont à une distance de $20D$ du centre de la sphère.

Dans notre cas, un domaine cylindrique de taille $L_r \times L_x = 20D \times 40D$ pour une résolution spatiale de 128×800 mailles, de coordonnées (r, z) , est utilisé. La résolution spatiale dans la direction z , parallèle à la gravité, est constante ainsi que dans la région $0 \leq \frac{r}{D} \leq 1.5$ (équivalent à $\frac{D}{\Delta x} = \frac{D}{\Delta r} = 20$). Pour $\frac{r}{D} \geq 1.5$, les tailles de maille varient selon une progression arithmétique jusqu'au mur ($r = 20D$). Des conditions de glissements sont appliquées à toutes les frontières, excepté pour la frontière entre le grain et le fluide où une condition de non-glissement est appliquée via la méthode IBM. Le pas de temps adimensionné de simulation est $\Delta t_f \sqrt{\frac{g}{D}} = 0.04$. Le maillage utilisé dans la méthode IBM

ainsi que des iso-contours de la fraction solide α définie par 2.26 sont présentés sur la figure 2.15. Initialement, le fluide est statique et la sphère, au repos, est située à une distance de 5 rayons du mur supérieur.

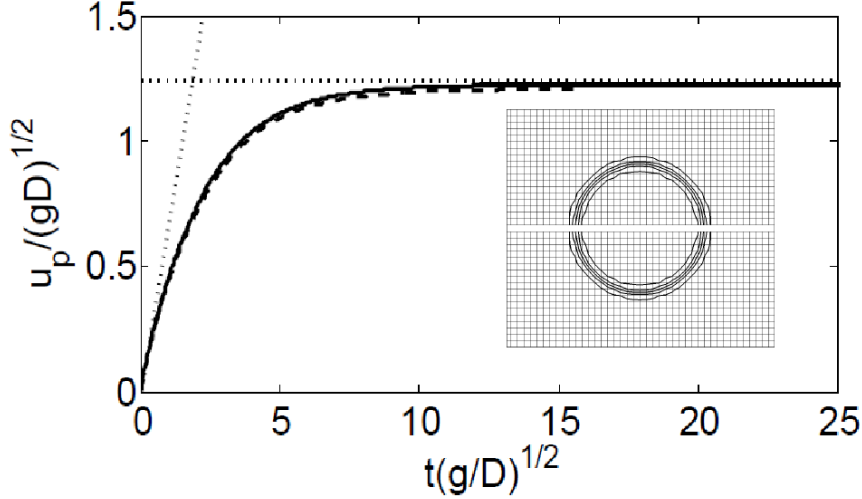


Figure 2.15 – Évolution temporelle de la vitesse de sédimentation de la sphère : —, méthode IBM présentée, - - -, approche "boundary-fitted" Mougin and Magnaudet (2001), \cdots , solutions analytiques 2.34-2.35. Est insérée la grille utilisée pour la simulation avec la méthode IBM. Des iso-contours du taux de présence de grain sont tracés pour des valeurs de $\alpha = 0.01, 0.25, 0.5, 0.75$ et 0.99 .

La vitesse adimensionnelle de la particule u_p/\sqrt{gD} est tracée en fonction du temps adimensionnel $t\sqrt{g/D}$ sur la figure 2.15. Les deux méthodes, IBM (trait plein) et "boundary-fitted" (trait tireté), sont en excellent accord.

Aux temps courts, les forces de flottabilité et de masse ajoutée dominant, on peut alors estimer l'accélération initiale de la sphère en ne considérant que ces forces par

$$\frac{du_p}{dt} = \frac{(\rho_p - \rho)g}{\rho_p + C_M\rho}, \quad (2.34)$$

où C_M est coefficient de masse ajoutée égal à 0.5 pour une sphère. En revanche, une fois que la sphère a atteint sa vitesse de chute terminale, les forces de flottabilité compensent les forces de frottements fluides. La vitesse est alors constante et peut s'écrire

$$u_p = \sqrt{\frac{|m_p - m|g}{\frac{1}{2}C_D\rho\pi R^2}}, \quad (2.35)$$

où m_p est la masse de la sphère et m est la masse de fluide contenue dans le volume occupé par la sphère. C_D est le coefficient de traînée qui peut être estimé par la corrélation

de Schiller et Neumann (Clift et al. (1978), page 346) à un nombre de Reynolds donné (dépendant de la vitesse du grain).

Ces deux estimations de vitesse de chute sont également tracées sur la figure 2.15 (traits pointillés). Les solutions numériques montrent encore un très bon accord avec les solutions asymptotiques.

2.3 Couplage de JADIM/GraDyM

2.3.1 Formulation

Le couplage des codes JADIM et GraDyM permet de simuler des écoulements fluides en présence de grains solides en mouvement au sein du système (JADIM) en tenant compte des potentiels contacts entre grains (GraDyM).

L'hypothèse que l'on formule par cette modélisation est que les temps caractéristiques de déplacement des grains lors de contacts sont petits devant les temps caractéristiques associés à l'écoulement fluide. Ainsi, le pas de temps utilisé dans GraDyM Δt_s peut être de quelques ordres de grandeurs plus petit que le pas de temps fluide Δt_f utilisé dans JADIM. Le fluide est alors comme figé pendant l'évolution à petite échelle des grains.

Un schéma résumant les grandes étapes de chaque code ainsi que les différentes interactions entre eux est tracé sur la figure 2.16. A un instant donné, les forces (resp. les moments) hydrodynamiques \mathbf{F}_h (resp. $\mathbf{\Gamma}_h$) appliquées sur les grains et l'avancement en temps du fluide sont obtenus par la méthode IBM. Ces grandeurs sont alors envoyées au code granulaire. L'évolution des grains est alors résolue par GraDyM, sur plusieurs pas de temps (typiquement $\Delta t_s = 2.5 \times 10^{-7} s = \frac{\Delta t_f}{4 \times 10^3}$), pour la position, les vitesses de translation et de rotation des grains tout en prenant en compte les efforts exercés par le fluide sur les éléments solides ainsi que les contacts dans le système. Au bout de Δt_f , les positions et vitesses des grains sont envoyées à JADIM pour une nouvelle intégration des variables hydrodynamiques.

2.3.2 Fermeture du modèle avec une force de lubrification

A l'approche de deux sphères ou d'une sphère à un mur, une force de lubrification devient prédominante proche du contact. Pour prendre en compte cet effet numériquement, il est possible de raffiner la zone de calcul fluide proche de chaque contact (comme cela est fait par exemple par Ardekani and Rangel (2008)), ce qui demande alors un surplus de calcul augmentant linéairement avec le nombre de contact à un instant donné. Du fait de la complexité de ce traitement et des limitations actuelles des ressources de calcul, ces approches de raffinement de maillage ne permettent pas de simuler un nombre de grains important comme visé dans cette thèse. Ici, nous utilisons, dans le solveur fluide, une grille cartésienne fixe de résolution moyenne (qui ne permet pas de décrire correctement les effets de lubrification) mais qui, cependant, estime correctement les efforts de fluide sur les grains, et une force de lubrification ad-hoc qui décrit correctement l'effet de la lubrification aux petites échelles (jusqu'à $\approx 0.1\%R$) près des contacts. Cet ajout pour clore ce genre de modèle numérique a été fait par différents auteurs (Ten Cate et al.

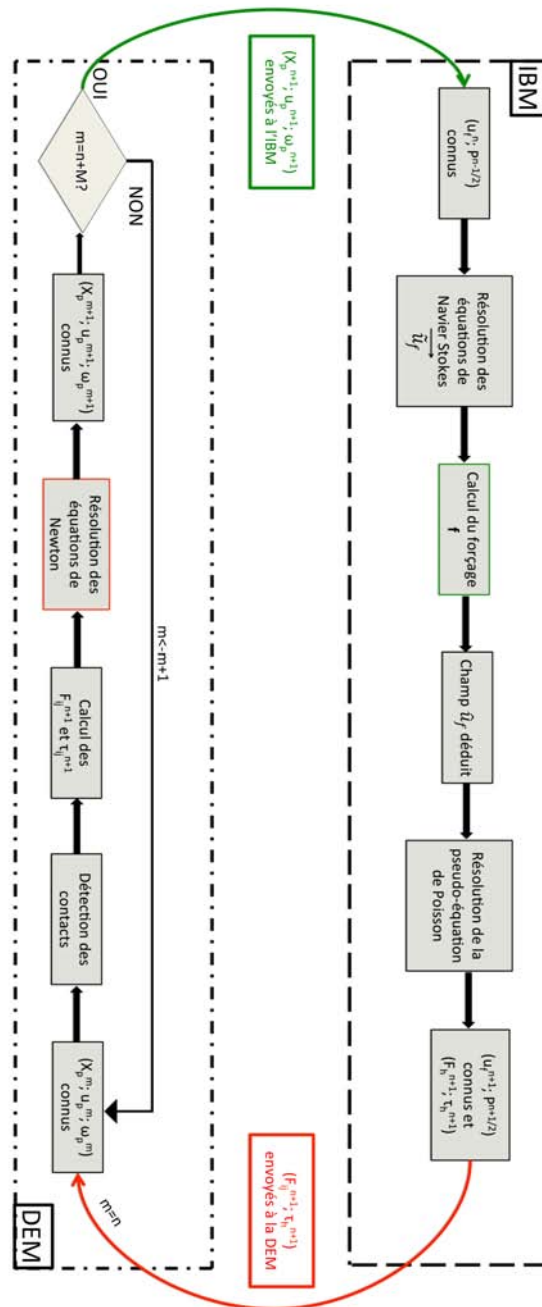


Figure 2.16 – Schéma du couplage. Ici, $M = \frac{\Delta t_f}{\Delta t_s} \in \mathbb{N}$ et $M \approx \mathcal{O}(10^3)$.

(2002), Kempe and Fröhlich (2012), Breugem (2012), Simeonov and Calantoni (2012) et Brändle de Motta et al. (2013)).

Nous utilisons ici le modèle de lubrification donné en formule 2.36 et proposé par Brenner (1961), entre deux sphères i et j de vitesse $\mathbf{u}_{\mathbf{p}i}$ et $\mathbf{u}_{\mathbf{p}j}$ et de rayon R_i et R_j .

$$\mathbf{F}_{\text{lub}} = -\frac{6\pi\eta_f(\mathbf{u}_{\mathbf{p}i}\cdot\mathbf{n} - \mathbf{u}_{\mathbf{p}j}\cdot\mathbf{n})}{\delta_n + \eta_e} \left(\frac{R_i R_j}{R_i + R_j}\right)^2 \mathbf{n}. \quad (2.36)$$

où η_e est une hauteur de rugosité effective qui traduit l'effet de la rugosité réelle de surface des grains (voir figure 2.17). Ce paramètre est ajouté à notre modélisation pour reproduire la dynamique de grains rugueux et aussi pour éviter la divergence de la force de lubrification juste avant que les particules entrent en contact ($\delta_n = 0$). En fonction des matériaux utilisés, la hauteur de rugosité effective normalisée η_e/R est dans l'intervalle $[10^{-6}, 10^{-3}]$ (voir Joseph et al. (2001)). Cette force de lubrification est utilisée ici quand la distance entre les grains proches d'un contact est inférieure à $R/2$ ($0 \leq \delta_n \leq \frac{R}{2}$). La distance d'application de la force a été testée (dans l'intervalle $[\Delta x; R]$) et elle n'affecte pas les résultats de manière significative sur les critères quantitatifs que nous nous sommes fixés, comme en particulier le coefficient de restitution qui est présenté dans le chapitre suivant. A noter que cette force est calculée dans GraDyM et est appliquée au même pas de temps de résolution des contacts. Les résultats du couplage avec ce modèle de fermeture, correspondant à l'ajout d'une force de lubrification, sont présentés dans la suite de cette thèse.

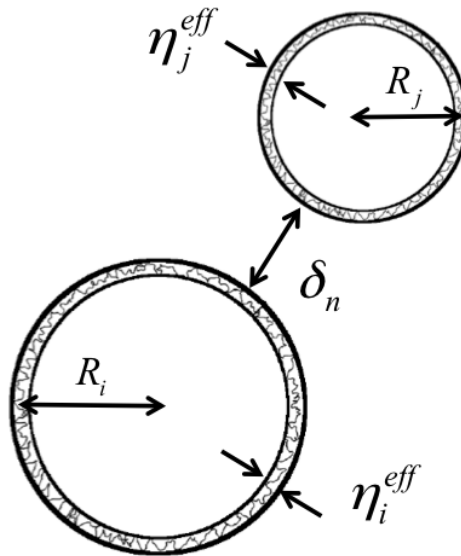


Figure 2.17 – Lubrification à proximité d'un contact. Ici, $\eta_i^{eff} \approx \eta_j^{eff} \approx \eta_e$.

Conclusion du chapitre

Nous avons maintenant à disposition un logiciel de calcul, basé sur une méthode complètement résolues (voir 1.3.2), qui permet de simuler des écoulements granulaires en présence d'un fluide dont l'échelle résolue est plus petite que la taille d'un grain. Pour témoigner de la pertinence du couplage implémenté, nous présentons dans le prochain chapitre plusieurs études physiques de collisions binaires immergées dans des fluides.

Chapitre 3

Collisions binaires dans des fluides

Dans ce chapitre, plusieurs collisions binaires dans un fluide sont simulées avec l’outil numérique IBM/DEM présenté au chapitre 2. Nous présentons, dans la première partie, une étude sur le rebond normal d’un grain sur une paroi plane qui a fait l’objet d’un article scientifique publié dans la revue *Journal of Fluid Mechanics* (Izard et al. (2014a)). L’article est reporté ci-après en section 3.1. Brièvement, l’objet de cette étude a porté sur deux points, à savoir la confrontation de la méthode IBM/DEM avec les résultats numériques et expérimentaux de la littérature sur le cas du rebond d’un grain sur une paroi dans un fluide, et d’autre part la proposition de deux modèles analytiques permettant de décrire la vitesse d’approche du grain en l’absence de rebond et la vitesse de rebond le cas échéant. Dans la seconde partie, la collision normale de deux grains mobiles est étudiée. Ensuite, une discussion sur la définition du coefficient effectif de restitution normale est faite. Enfin, le rebond oblique d’un grain sur une paroi où une composante tangentielle intervient dans la dynamique est présenté.

3.1 Modelling the dynamics of a sphere approaching and bouncing on a wall in a viscous fluid

Abstract

The canonical configuration of a solid particle bouncing on a wall in a viscous fluid is considered here, focusing on rough particles as encountered in most of the laboratory experiments or applications. In that case, the particle deformation is not expected to be significant prior solid contact. An immersed boundary method allowing to numerically describe the fluid flow around the solid particle is combined to a discrete element method in order to numerically investigate the dynamics of the system. Specific attention is paid to model the lubrication force added in the discrete element method, which is not captured by the fluid solver at very small scale. The specificity of the proposed numerical model is to account for the surface roughness of real particles through an effective roughness length in the contact model, and to consider that the time scale of the contact is small compared to that of the fluid. The present coupled method is shown to quantitatively reproduce available experimental data and in particular is in very good agreement with recent measurement of the dynamics of a particle approaching very close to a wall in the viscous regime $St \leq \mathcal{O}(10)$, where St is the Stokes number which traduces the balance between particle inertia and viscous dissipation. Finally, based on the reliability of the numerical results, two predictive models are proposed, namely for the dynamics of the particle close to the wall and the effective coefficient of restitution. Both models use the effective roughness height and assume the particle remains rigid prior solid contact. They show to be pertinent to describe experimental and numerical data for the whole range of investigated parameters.

3.1.1 Introduction

Immersed granular and particle-laden flows are encountered in a large number of industrial and natural applications, including chemical engineering, aeronautics, transportations, biomechanics, geophysics and oceanography. Granular flows with negligible effect of surrounding fluid are gravity-driven and dissipated by inelastic and frictional contacts, while when the effect of the fluid becomes non negligible, the hydrodynamic forces can drive the particle motion and the bulk kinetic energy may be additionally dissipated by viscous effect. In addition, such flows may exhibit strong inhomogeneities in the spatial distribution of particles velocity and concentration. To understand the dynamics of such complex systems, an accurate description of the dynamics at the particle scale for a large range of particle Reynolds number and Stokes number is needed (the Stokes number being the ratio of the relaxation time of the particle to the characteristic time scale of the fluid). For example, in a shear-driven immersed granular flow encountered in natural flows, some particles located in depth of the bed are quasi-stationary while others, at the bed surface, can rept, salt or get entrained as a suspension in the bulk. This large range of dynamical parameters makes the development of predictive model very difficult. It is therefore necessary to improve the local description of canonical configurations in which processes can be isolated. In particular, the description of a single bouncing of a particle

in a fluid at rest remains challenging. Here we are interested in this configuration, namely the bouncing of a spheroidal particle on a wall in a viscous fluid.

Experiments of binary collisions in fluid have been investigated in many studies. In a first approach, the collision of a particle on a wall covered by a thin liquid film has been experimentally investigated in order to highlight lubrication effect on the bouncing (Barnocky and Davis, 1988; Lundberg and Shen, 1992). More generally, the case of a fully immersed system has been carried out (Joseph et al., 2001; Gondret et al., 2002; Ten Cate et al., 2002; Pianet et al., 2007; Mongrue et al., 2010). In this case, the dynamics is slightly more complex since unsteady drag and history force can affect the falling of the particle well before the influence of the lubrication. In any case, the specificity of the presence of the fluid is to take part in the dissipation of the initial kinetic energy leading to a decrease of the apparent coefficient of restitution of the bouncing particle. It has been shown that a similar trend is observed for two impacting particles (Yang and Hunt, 2006).

The extension to the oblique bouncing on a wall in a fluid has been experimentally investigated by Joseph and Hunt (2004), the aim being to highlight the effect of lubrication on the apparent coefficient of friction. In particular, they showed that the value of the coefficient of friction compared to the dry case is more largely affected for smooth surfaces for which deformation induced by hydrodynamic pressure prior solid interaction is more likely to happen. As noted by Joseph and Hunt (2004), the latter phenomenon is not observed for glass sphere and hence not expected for ‘rough’ particles, as long as the ratio between roughness height and particle diameter is not too small.

All these experiments agreed on the dependency of the coefficient of restitution $\varepsilon = -V_R/V_T$, defined as the ratio between the terminal velocity V_T prior to impact and the rebound velocity V_R , with the Stokes number based on the terminal velocity V_T defined by $St = \rho_p V_T D / 9\eta_f$ where D and ρ_p are the diameter and the density of the particle, respectively, and η_f is the dynamic viscosity of the surrounding fluid. For impact at high Stokes number, $St > 2000$, the viscous dissipation does not affect much the rebound of the particle and the effective coefficient of restitution approaches that of the dry case ε_{max} . At low St , viscous damping becomes more important leading to $\varepsilon < \varepsilon_{max}$. A critical particle Stokes number $St_c \approx 10$ is experimentally observed below which no rebound occurs. The high St trend explains the choice of a normalized coefficient of restitution $\varepsilon/\varepsilon_{max}$ usually found in the literature.

Models of binary interaction of solid particles have been widely developed in the literature and can be divided into two main contributions, one regarding the dynamics of the approaching solid and the second one regarding the modeling of an effective coefficient of restitution after bouncing.

Brenner (1961) gives an analytic expression of the repulsive force acting on a smooth rigid sphere approaching a wall at low Reynolds number. When considering elastic solid, this force is affected by the deformation of the material. Theoretical studies of elasto-hydrodynamics collision of two spheres in a liquid (EHD) showed through asymptotic and numerical techniques the relation between the pressure induced by lubrication and the deformation of the particle. These works were a first attempt to predict if a solid particle can bounce or if it rather sticks to the wall (Davis et al., 1986; Barnocky and

Davis, 1989). The influence of particle roughness was introduced by Smart and Leighton (1989) who show that it plays an important role on the contact dynamics. In particular, they highlight the fact that, during bouncing, the characteristic length of the fluid layer is of the same order of magnitude as the roughness height. Several studies have been devoted to understand and model the influence of the roughness during bouncing or prior to contact. For instance, Lecoq et al. (2004) found that the dynamics of a particle approaching a rough wall is similar to the case of an equivalent smooth wall slightly shifted away from the original upper position of the corrugated surface.

Global models also emerged for predicting the bouncing via the effective coefficient of restitution ε as a function of the Stokes number. For instance, Lian et al. (1996) extends the EHD theory, using a Hertz-like model for the elastic deformation to predict the coefficient of restitution. The proposed model agrees with numerical solutions of the system of equations but needs a scaling coefficient to obtain a closed-form solution. Legendre et al. (2005) derived a model for bouncing drops on a solid wall, using a mass-spring analogy accounting for the deformation of the drop. This model proves success and has shown to reproduce the case of bouncing solid particles by adjusting an empirical constant. More recently, the effective coefficient of restitution ε has been modeled with a mixed contact model (Yang and Hunt, 2006, 2008), for which St_c and a scaled surface roughness have to be prescribed.

In the present study, a coupled fluid-solid method is developed to investigate the bouncing of a solid particle on a horizontal bottom wall. Simulating solid-fluid interaction is often difficult because of the complexity of the solid shape and motion in the fluid flow. Methods for modeling solid-fluid interaction may be divided within two main groups, depending on the way the solid-fluid interfaces are described. One group, usually referred to as "body-fitted grid methods" makes use of a structured curvilinear or unstructured grid to conform the grid to the boundary of the fluid domain (see e.g. Thompson et al., 1985). In situations involving complex moving boundaries, one needs to establish a new body-conformal grid at each time-step which leads to a substantial computational cost and subsequent slowdown of the solution procedure. In addition, issues associated with regridding arise such as grid-quality and grid-interpolation errors. The second group of methods is referred to as "fixed-grid methods". These techniques make use of a fixed grid, which eliminates the need for regridding, while the presence of the solid objects is taken into account via adequately formulated source terms added to fluid flow equations. Fixed-grid methods have emerged in recent years as a viable alternative to body-conformal grid methods. In this group, one can mention immersed-boundary method (IBM) (Peskin, 2002; Fadlun et al., 2000; Kim et al., 2001; Uhlmann, 2005; Feng et al., 2010; Kempe and Fröhlich, 2012; Li et al., 2012; Breugem, 2012), distributed Lagrangian multiplier-based methods (Ardekani and Rangel, 2008) or tensorial penalty methods (Brändle de Motta et al., 2013), among others.

In the present work, we attempt to simulate the local dynamics of such systems at the particle scale by simulating collision of a sphere with a wall. To this end a simple soft-sphere collision / immersed-boundary method is presented. The immersed-boundary method consists in a direct forcing method force used here between, using a continuous solid volume fraction to define the boundary. The granular media is modeled with a

discrete element method (DEM) based on a multi-contact soft-sphere approach.

The paper is structured as follow. First, we describe the numerical technique used here. In a second part, wall-particle collisions in a fluid are simulated for a wide range of Stokes number ranging from 1 to 10^4 , and the use of a local lubrication force is discussed. Then, the dynamics of the particle approaching a wall at low Stokes number is simulated with IBM-DEM and compared to experimental data. The extension of an existing model (Mongruel et al., 2010) is proposed with, in particular, the implementation of an effective roughness length. Finally, a new model predicting the effective coefficient of restitution as a function of the Stokes number and the relative roughness height of the particles is proposed.

3.1.2 Numerical approach

3.1.2.1 Calculation of the fluid flow

The fluid flow around the particle is obtained thanks to an immersed-boundary method (IBM). Assuming a Newtonian fluid, the evolution of the flow is described using the Navier-Stokes equations, namely

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0, \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{V} \otimes \mathbf{V}) = \mathbf{g} - \frac{1}{\rho} \nabla P + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot [\eta_f (\nabla \mathbf{V} + {}^t \nabla \mathbf{V})] + \mathbf{f}, \quad (3.2)$$

where \mathbf{V} , P , ρ and η_f are the local velocity, pressure, density and dynamic viscosity in the fluid, respectively, \mathbf{g} denotes gravity and \mathbf{f} is a body-force source term used to take into account solid-fluid interaction. (3.1)-(3.2) are written in a Cartesian or polar system of coordinates. These equations are enforced throughout the entire domain, comprising the actual fluid domain and the space occupied by the particles. In the following, the term \mathbf{f} will be formulated in such a way as to represent the action of the immersed solid upon the fluid. Let us consider a solid particle of density ρ_p , volume \mathcal{V}_p and mass m_p , the centroid of which being located at \mathbf{x}_p , moving at linear and angular velocity \mathbf{u}_p and ω_p , respectively. The local velocity \mathbf{U} in the object is then defined by $\mathbf{U} = \mathbf{u}_p + \mathbf{r} \times \omega_p$, \mathbf{r} being the local position relative to the solid centroid.

The time integration of the momentum equation for the fluid (3.2) is performed via a third-order Runge-Kutta method for all terms except the viscous term for which a second-order semi-implicit Crank-Nicolson scheme is used. The incompressibility condition (3.1) is satisfied at the end of each time step through a projection method. Domain decomposition and Message Passing Interface (MPI) parallelization is performed to facilitate simulation of large number of grid cells. In general, the location of the particle surface is unlikely to coincide with the grid nodes, so that interpolation techniques are usually employed to enforce the boundary condition by imposing constraints on the neighboring grid nodes. Here we adopt another strategy, by introducing a function α , denoted as solid volume fraction, which is equal to one in cells filled with the solid phase, zero in cells

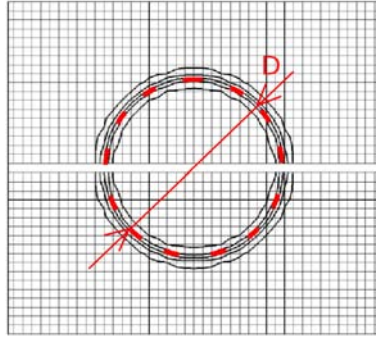


Figure 3.1 – Example of the grid used in the present immersed-boundary simulation. Isocontours of $\alpha = 0.01, 0.25, 0.5, 0.75$ and 0.99 . Here $D/\Delta x \approx 20$ with D the diameter of the considered solid particle.

filled with the fluid phase, and $0 < \alpha < 1$ in the region of the boundary. In practice, the transition region is set-up to be of one-to-three grid cells approximately (Yuki et al., 2007). The forcing term reads

$$\mathbf{f} = \alpha \frac{\mathbf{U} - \mathbf{V}}{\Delta t}. \quad (3.3)$$

Recall that \mathbf{U} is the local velocity imposed to the immersed solid object while \mathbf{V} is the local velocity in the fluid; Δt is the time step used for the time-advancement. The present choice, which may be viewed as a smoothing of the immersed boundary, is an alternative way to using a regularized delta function in conjunction with a Lagrangian marking of the boundary. The latter technique is largely used in immersed-boundary methods in order to allow for a smooth transfer of momentum from the boundary to the fluid (see e.g. Fadlun et al., 2000; Uhlmann, 2005). The present approach is simple to implement and does not need any Lagrangian mesh for tracking the immersed boundary. In the following, spherical particles are considered. The corresponding solid volume fraction α is defined by,

$$\alpha(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \tanh \left(\frac{|\mathbf{x} - \mathbf{x}_p| - R}{\lambda \phi \Delta} \right), \quad (3.4)$$

$$\lambda = |n_x| + |n_y| + |n_z|, \quad (3.5)$$

$$\phi = 0.065(1 - \lambda^2) + 0.039, \quad (3.6)$$

where $\mathbf{n} = (n_x, n_y, n_z)$ is a normal outward unit vector at a surface element, ϕ is a parameter controlling the thickness of the transition region and Δ is a characteristic grid size ($\Delta = \sqrt{2}\Delta x$ when the grid is uniform). Note that the coefficients used in (3.6) are 1.3 time larger than those reported in Yuki et al. (2007). This choice stems from numerical

tests of moving cylinders at moderate Reynolds number which showed that the present set of coefficient is sufficient to suppress parasitic fluctuations of the forces applied to the objects when the latter cross a numerical cell (not shown here). The reader is referred to Uhlmann (2005) for a detailed discussion of this point. Iso-contours of α as defined in (3.4) for a solid particle of diameter D are shown in figure 3.1. In this case, the transition region is of three grid cells approximately.

3.1.2.2 Calculation of the particle motion

The motion of the particle is described by Newton's equations for linear and angular momentum of a rigid body, *viz*

$$m_p \frac{d\mathbf{u}_p}{dt} = m_p \mathbf{g} + \mathbf{F}_h + \mathbf{F}_c + \mathbf{F}_{\text{lub}}; \quad \mathbf{I}_p \frac{d\boldsymbol{\omega}_p}{dt} = \boldsymbol{\Gamma}_h + \boldsymbol{\Gamma}_c, \quad (3.7)$$

where \mathbf{F}_h (resp. $\boldsymbol{\Gamma}_h$) is the hydrodynamic force (resp. torque) defined by,

$$\mathbf{F}_h = -\frac{\rho\rho_p}{\rho_p - \rho} \int_{V_p} \mathbf{f} dV; \quad \boldsymbol{\Gamma}_h = -\frac{\rho\rho_p}{\rho_p - \rho} \int_{V_p} \mathbf{r} \times \mathbf{f} dV. \quad (3.8)$$

The derivation of (3.8) was done by Uhlmann (2005) or Bigot et al. (2014) for instance, and will not be repeated here. Briefly, (3.8) is derived by integrating the momentum law (3.2) and corresponding kinematic momentum law for the fluid on the volume of the immersed object, and ensuring that the fictitious body force \mathbf{f} is such that the above mentioned equations are equivalent to the Newton equations (3.7). In (3.7), \mathbf{F}_c (resp. $\boldsymbol{\Gamma}_c$) is the contact force (resp. torque) including particle-particle and particle-wall collisions, and \mathbf{F}_{lub} is a lubrication force. The detailed description of these forces is given in section 3.1.2.2. In the case of multiple solid objects moving in a fluid, it is known that when the distance between two objects is small enough, the lubrication force induced by the interstitial flow becomes the dominant force in (3.7). Depending on the properties of the fluid and the relative velocity between the objects, the characteristic length of influence can be several order of magnitude smaller than the particle diameter (Joseph et al., 2001). The present fixed-grid method described in the previous section is then unable to accurately capture the lubrication force for a reasonable grid resolution. Moreover, in the case of perfectly smooth object, \mathbf{F}_{lub} diverges as the inverse of the distance between particles goes to zero, therefore avoiding any possible interaction between particles. The latter phenomenon does not consider surface roughness of real particles allowing solid contact as explained in Smart and Leighton (1989). As a matter of fact, modeling these short range interactions, both the lubrication and solid contact, is therefore crucial to capture the small scale physics of solid particles interacting in a fluid.

In the present study, the small scale interaction is modeled using a soft-sphere discrete element method (DEM) solving (3.7). This method has been developed to allow multi-contact interactions for a large number of particles, but is used here to consider the simpler case of a single contact between a solid sphere and a wall.

Length scales and time scales associated with short range interactions are small compared to those associated with the fluid flow. The coupling between IBM and DEM is therefore done by solving (3.7) using a time step which is at least two orders of magnitude smaller than the fluid time step used to solve (3.1)-(3.2). In other words, large scale flow structures (of the order of the particle size or larger) computed with the IBM approach are frozen during the computation of short range interactions with the DEM code. Such a numerical trick allows to reduce computational cost which would have been tremendous if we had reduced the time step of the IBM down to the time step imposed by the DEM resolution. It has been verified that changing the ratio between the two time steps in the range $10^2 - 10^3$ does not affect the results.

Solid contacts modeling

Here, we describe the method used for dealing with solid contacts in a system of n_p particles for generality. The modeling of the solid-solid interaction is done via a soft-sphere approach (Cundall and Strack, 1979), which is based on modeling the deformation of real particles during contact by an overlap between computed non-deformable particles (figure 3.2). This overlap is then used to compute the normal and tangential contact forces, using here a linear mass-spring system and a Coulomb type threshold for the tangential component, in order to account for solid sliding. The force \mathbf{F}_c and the torque $\mathbf{\Gamma}_c$ are decomposed such as

$$\mathbf{F}_c = \sum_{j \neq i} \mathbf{F}_{ij} + \mathbf{F}_{\text{wall}}, \quad (3.9)$$

$$\mathbf{\Gamma}_c = \sum_{j \neq i} \mathbf{\Gamma}_{ij} + \mathbf{\Gamma}_{\text{wall}}, \quad (3.10)$$

where \mathbf{F}_{ij} is the contact force between particles i and j , \mathbf{F}_{wall} the wall-particle interaction force, $\mathbf{\Gamma}_{ij}$ and $\mathbf{\Gamma}_{\text{wall}}$ are the corresponding torques. \mathbf{F}_{ij} and $\mathbf{\Gamma}_{ij}$ are computed using a local system of coordinates (\mathbf{n}, \mathbf{t}) depicted in figure 3.2 as follows

$$\mathbf{F}_{ij} = F_n \mathbf{n} + F_t \mathbf{t}, \quad (3.11)$$

$$\mathbf{\Gamma}_{ij} = R_i \mathbf{n} \times F_t \mathbf{t}, \quad (3.12)$$

with

$$F_n = \begin{cases} 0 & \text{if } \delta_n > 0 \\ \max(0, -k_n \delta_n - \gamma_n \frac{d\delta_n}{dt}) & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (3.13)$$

$$F_t = -\min(|k_t \delta_t|, |\mu_c F_n|) \text{sign}(\delta_t), \quad (3.14)$$

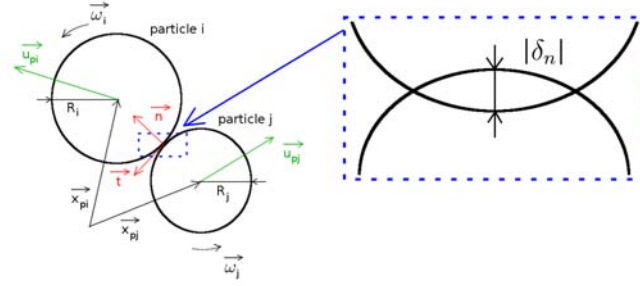


Figure 3.2 – Sketch of a contact in the DEM soft-sphere model with the associated notations. δ_n is the normal signed distance of overlap defined as $\delta_n = \|\mathbf{x}_{\mathbf{p}i} - \mathbf{x}_{\mathbf{p}j}\| - (R_i + R_j)$.

where R_i is the i -th particle radius, δ_n (δ_t) is the normal (tangential) signed distance of overlap, μ_c is the friction coefficient, k_n (k_t) is the normal (tangential) stiffness and γ_n is the damping coefficient of the mass-spring model. Here, δ_t is obtained by integrating the following equation between the time at which contact occurs and the current time,

$$\frac{d\delta_t}{dt} = (\mathbf{u}_{\mathbf{p}i} - \mathbf{u}_{\mathbf{p}j}) \cdot \mathbf{t}. \quad (3.15)$$

Note that $\mathbf{F}_{\mathbf{wall}}$ and $\mathbf{\Gamma}_{\mathbf{wall}}$ are treated in a similar manner by taking an infinite radius and mass for the wall. The constants of the mass-spring model γ_n , k_n and k_t are calculated thanks to two additional parameters, namely the coefficient of normal restitution ε_{max} and the contact time t_c which are characteristic of the elastic properties of the particles, *viz*

$$\gamma_n = -\frac{2m_*}{t_c} \ln(\varepsilon_{max}), \quad (3.16)$$

$$k_n = \frac{m_* \pi^2}{t_c^2} + \frac{\gamma_n^2}{4m_*}, \quad (3.17)$$

where $m_* = \frac{m_i m_j}{m_i + m_j}$ is the effective mass involved in the contact. Note that the relation (3.17) between the contact time and the material stiffness is not that predicted by Hertz theory. This is due to the present linear model used for calculating the normal contact force (see e.g. Schäfer et al., 1996). Moreover, deducing k_n from t_c is somewhat unusual since k_n is related to the stiffness of the considered material. However, it has been shown in numerous studies (see Lacaze et al., 2008, for instance) that k_n can be underestimated conserving the dynamics of a dry system. It owes to optimize the execution time of the simulation. For practical reasons of coupling with the fluid, we decide to fix t_c verifying that the value of k_n is large enough to consider the particles as hard. In the case of quasi mono-disperse configurations, it can be shown that choosing k_n as a function of t_c and

vice versa is equivalent since properties of particles are the same. Finally, the tangential stiffness coefficient k_t is assumed to be proportional to the normal stiffness coefficient k_n (Foerster et al., 1994). In the present work, we set $k_t = 0.2k_n$. Details of the DEM code and validations in the case of multi-particles configuration will be given in a future paper. In the present case, only the normal binary interaction between a particle and a wall is considered in details since the coupling with a fluid solver still needs some specific attention.

Lubrication force modeling

As it will be shown in section 3.1.3.1, the immersed-boundary method may not be accurate in capturing the detailed flow structure in the liquid film which is drained when the particles approach each other, as long as the spatial resolution used to resolve the flow in the narrow gap is too low. This can be overcome by locally refining the grid resolution in the liquid film, as done in Ardekani and Rangel (2008) for instance. However, this strategy becomes inefficient when multiple contacts (of the order of 10^3 or more) occur in the system and even more in three-dimensional situations. Another strategy is to add a lubrication force \mathbf{F}_{lub} in (3.7) (Ten Cate et al., 2002; Kempe and Fröhlich, 2012; Breugem, 2010; Simeonov and Calantoni, 2012; Brändle de Motta et al., 2013). Here, only the normal component of the lubrication force is considered. It should be noted that even in the case of tangential interaction, Kempe and Fröhlich (2012) have shown that the tangential component of lubrication does not affect significantly the dynamics of two interacting objects. The lubrication force used here between particle i and j of velocity \mathbf{u}_{pi} and \mathbf{u}_{pj} and radius R_i and R_j , respectively, is (Brenner, 1961)

$$\mathbf{F}_{\text{lub}} = -\frac{6\pi\eta_f(\mathbf{u}_{\text{pi}}\cdot\mathbf{n} - \mathbf{u}_{\text{pj}}\cdot\mathbf{n})}{\delta_n + \eta_e} \left(\frac{R_i R_j}{R_i + R_j}\right)^2 \mathbf{n}, \quad (3.18)$$

where η_e stands for an effective roughness height accounting for the mean height of surface asperities of real particles η . This parameter is purposely added in (3.18) in order to mimic real particles and avoid the divergence of the force when contact occurs ($\delta_n = 0$). Depending on the type of material used for the particles, the relative mean height of surface asperities η/R is roughly in the range $[10^{-6}; 10^{-3}]$ (Joseph et al., 2001). In the following, the same range of values of η_e/R is used. It should be noted that the conversion from η to η_e is not trivial and η_e is therefore considered as a way of modeling the microscopic structure of the particle surface. It is however reasonable to assume that its order of magnitude is related to the real roughness, as a first approximation. The reader is referred to Mongruel et al. (2013) for a detailed discussion of this point.

The definition (3.18) using η_e is motivated by observations of Davis et al. (1986) who shows that the presence of surface roughness does not affect the lubrication force until the gap between surfaces is of the same order of magnitude as the mean height of surface asperities η . The standard lubrication model obtained for perfectly smooth surfaces therefore still holds. In addition, Lecoq et al. (2004) show that surface roughness indeed affects contact equivalently as if it was a smooth contact for which lubrication is

only shifted by a length of the order of the roughness height. Again, this is in line with the definition of (3.18).

In the case of particle interacting with a horizontal wall, as considered here, the lubrication force remains similar to (3.18) with setting the radius to infinity for the wall. The present lubrication force is switched on when the distance between particles is such as $0 \leq \delta_n \leq R/2$. This upper bound is in the range of the critical distance h_w at which the velocity of the particle decreases due to the presence of the wall which were measured in the experiments of Joseph et al. (2001), namely $0 \leq h_w \leq R$ for $9 \leq St \leq 70$ (see their figure 10). We checked that the specific value of the upper bound of the force application (within the range $[\Delta x; R]$) did not affect the results significantly (figure 3.6a and table 3.2).

3.1.3 Bouncing of a solid sphere on a wall in a viscous fluid

3.1.3.1 Dynamics of the bouncing particle and effective coefficient of restitution

The dynamics of a spherical particle of radius R and density ρ_p , released in a viscous liquid initially at rest, sedimenting and then bouncing on a wall, is considered here. To this end, the coupled equations (3.1)-(3.7) are solved, as described in the previous section. In the range of physical parameters considered here, the fluid flow generated by the falling particle is axisymmetric, hence the fluid flow is solved on a 2D-axisymmetric grid. The simulation is performed on a (r, z) -domain of $10.4D \times 44D$ size with 80×880 grid points. The spatial resolution is constant along the z -direction parallel to gravity as well as in the region $0 \leq r/D \leq 2.5$ ($D/\Delta x = 20$). For $2.5 \leq r/D \leq 10.4$, the grid size is varied following an arithmetic progression up to the outer wall. Note that the grid resolution is similar to the one shown in figure 3.1, corresponding to $D/\Delta x = 20$, D being the particle diameter. Simulations with $D/\Delta x = 10$ and 40 have been performed and showed that the spatial resolution does not affect the results (figure 3.6 and table 3.2). Free-slip boundary conditions are imposed at all boundaries except at the bottom wall where bouncing occurs for which a no-slip condition is applied. The particle is initially located at a distance of $4D$ from the upper wall in order to ensure that the particle reaches a constant terminal velocity V_T before being influenced by the wall.

The dynamics of a sedimenting particle depends on two dimensionless parameters which can be computed *a priori*, namely the density ratio ρ_p/ρ and the Archimedes number $Ar = \rho(\rho_p - \rho)gD^3/\eta_f^2$, ρ and η_f being the fluid density and viscosity, respectively. We set the physical properties of the particle and the fluid so that we cover a large range of density ratios $1.7 \leq \rho_p/\rho \leq 10^3$ and Archimedes numbers $10 \leq Ar \leq 2 \times 10^4$. These lead to *a posteriori* values of particle Reynolds numbers $10^{-1} \leq Re_p \leq 160$ and Stokes numbers $10^{-1} \leq St \leq 10^3$, as being defined as,

$$Re_p = \frac{\rho V_T D}{\eta_f}; \quad St = \frac{(\rho_p + C_M \rho) V_T D}{9 \eta_f}, \quad (3.19)$$

where $C_M = 1/2$ is the added-mass coefficient of the spherical particle. In the present

simulations, the maximum Reynolds number is 163 which is about 20% smaller than the critical value $Re^{SO} = 212.58$ of the Reynolds number for which a freely moving sphere will lose rectilinear motion to get an oblique path, as recently shown by Fabre et al. (2012) using a weakly non-linear stability analysis. Equivalently, the Archimedes number was less than 2.4×10^4 which is the critical value (with the present definition) below which steady vertical particle motion with full axisymmetry in the horizontal plane is observed, at all density ratios (Jenny et al., 2004). Thus the use of an axisymmetric grid is relevant here.

Note that the present definition (3.19) of the Stokes number is unusual since it accounts for the added-mass involved in the motion. This definition becomes equivalent to the classical definition, namely $St = (\rho_p/9\rho)Re$ when the density ratio ρ_p/ρ is large, as in the case of solid objects in air, but not in the case of particles or drops in liquids. In this case, Legendre et al. (2005) showed that the use of (3.19) allows the experimental data for drops in water to fall into the range of data for particles in air or liquids. Thus (3.19) is preferred here and will be used throughout this work.

The evolution of the vorticity field around the particle during impact is presented in figure 3.3, for the case $\rho_p/\rho = 8$, $Ar = 3700$ ($St \approx 53$, $Re_p \approx 60$). Here the solid contact parameters were set to $\varepsilon_{max} = 0.97$, $t_c\sqrt{g/D} = 2.5 \times 10^{-3}$, $\mu_c = 0.25$, and the relative effective roughness height used in the lubrication model (3.18) was set to $\eta_e/R = 4 \times 10^{-4}$. Snapshots of the vorticity field are presented in figure 3.3 at different stages of the rebound. The particle is materialized by the solid volume fraction α as defined in (3.4) which is colored in black. In this section time is scaled by $\sqrt{D/g}$. At $t = 19.74$, the flow field around the particle is not influenced by the wall and therefore corresponds to the steady-state motion of the particle settling in a viscous fluid. When the sphere gets closer to the wall (a distance of R approximately from the wall, at $t = 19.89$), the fluid is pushed away from the centerline and vorticity is created at the wall (figure 3.3). Note that at this stage, the liquid film between the particle and the wall is still accurately resolved by the fluid solver. When collision occurs at $t = 20.02$ ($\delta_n \leq 0$), the vorticity is maximum in a region close to the impact zone, indicating strong shear stress as fluid is pushed away parallel to the wall. Once contact is over and the particle is detaching from the wall ($20.07 \leq t \leq 20.25$), vorticity of opposite sign emerges at the wall, signature of the inward flow associated with fluid moving back to the centerline to fill the gap between the particle and the wall. During this stage, the initial vorticity in the wake of the falling particles preceding bouncing decreases while vorticity of opposite sign appears around the particle. At $t = 20.48$, the particle has reached its maximum height after the first bouncing and falls back again toward the wall. Afterwards ($t \geq 21.06$), the vorticity around the particle quickly disappears because of significant viscous dissipation.

The corresponding time evolution of the particle velocity is displayed in figure 3.4. Clearly, the particle reaches a steady-state velocity, denoted V_T , before being influenced by the presence of the wall. It can be noted that before solid contact occurs the particle velocity decreases from V_T to an impact velocity, denoted V_C , which is about 12% less than V_T in the present case. During the bouncing, the particle velocity changes sign but does not recover its initial velocity amplitude. The rebound velocity is denoted V_R .

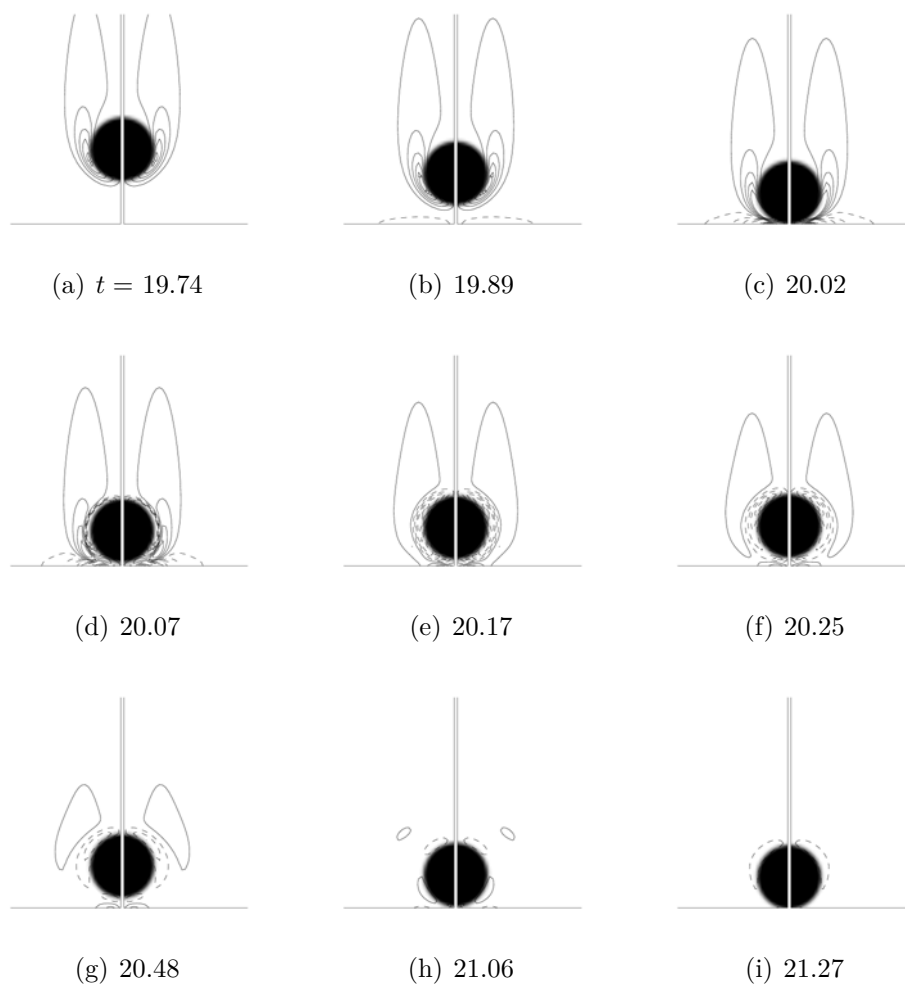


Figure 3.3 – Vorticity field around a sphere impacting a wall ($\rho_p/\rho = 8$, $Ar = 3700$, $St \approx 53$, $Re_p \approx 60$, $D/\Delta x = 20$). Contours levels are set from -17.8 to 17.8 in increments of 3.9 . Here, time and vorticity are scaled by $\sqrt{D/g}$ and $\sqrt{g/D}$, respectively. The vorticity field and half-particle have been mirrored for clarity (note the sign of vorticity). Continuous and dashed lines correspond to vorticity of opposite sign.

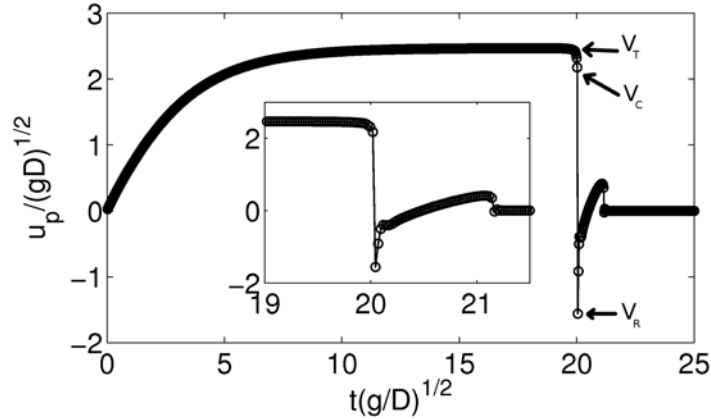


Figure 3.4 – Temporal evolution of the particle vertical velocity (same case as figure 3.3). Inset : close-up view of the velocity during bouncing. Also defined are the particle terminal velocity V_T , the velocity at contact V_C and the rebound velocity V_R .

Table 3.1 – Experimental data used in figures 3.5, 3.6a and 3.10.

	Reference	Type of object	Ambient fluid
○	Gondret et al. (2002)	solid sphere	glycerol-water mixture
+	Joseph et al. (2001)	sphere	mixture
×	Foerster et al. (1994)	solid sphere	air
●	Legendre et al. (2005)	toluen drop	water
◆	Richard and Quéré (2000)	liquid drop	air
■	Richard and Quéré (2000)	spherical balloon	glycerol-water

V_R is defined as the velocity 'just after' solid contact, when the particle detaches from the horizontal wall. To be more explicit, with the present approach and in the present problem, V_R is the maximum value of the velocity of opposite sign as compared to V_T . After the impact, a strong decrease of the velocity occurs which is followed by a milder trend. Finally, one can observe a second rebound ($t \approx 21$) which is hardly detectable from the flow visualization.

In the following, the simulations presented were performed for four fixed density ratios $\rho_p/\rho = 2.5, 8, 16$ and 32 (Re_p varying in the abovementioned range) and three specific particle Reynolds numbers $Re_p = 1, 10$ and 100 (ρ_p/ρ and Ar varying in the abovementioned range). In the different cases, the Stokes number covers a range of values within the interval $[10^{-1}, 10^3]$. These simulations were performed without lubrication model (figure 3.5) and with the lubrication model (3.18) for different cases (figure 3.6). A classical observable quantity extracted from the rebound of a particle in a viscous fluid is the effective coefficient of restitution ε , which was shown to depend on the mechanical properties of the particle and the Stokes number (see Gondret et al., 2002, for instance). It should be noted that when the fluid does not influence the dynamics and subsequent rebound of the particle, the bouncing process is referred to as a "dry collision". In such a case, the effective coefficient of restitution ε is maximum and equal to the "dry coefficient of

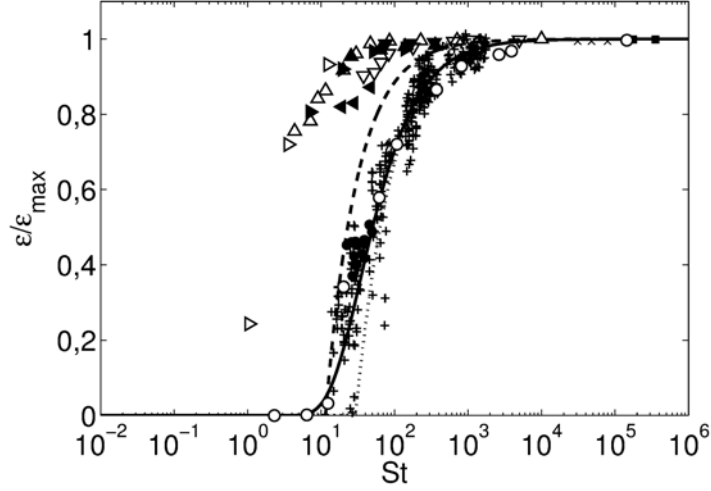


Figure 3.5 – Normalized effective coefficient of restitution $\varepsilon/\varepsilon_{max}$ for spherical inclusions versus the Stokes number St . Present simulations without lubrication force : \triangleright , $Re_p \approx 1$; \triangle , $Re_p \approx 10$; ∇ , $Re_p \approx 100$; \blacktriangleleft , $\rho_p/\rho = 2.5$; \blacktriangleright , $\rho_p/\rho = 8$; \blacktriangle , $\rho_p/\rho = 16$; \blacktriangledown , $\rho_p/\rho = 32$. Experiments : see table 3.1 for key. Analytical solutions : (---) prediction (3.21) with $\kappa = 1$ and $\eta/R = 10^{-4}$; (⋯⋯⋯) prediction (3.22) with $\varepsilon_{max} = 0.97$, $St_c = 20$, $\delta_f/\delta_0 = 10^{-3}$; (—) Legendre et al. (2005)’s correlation.

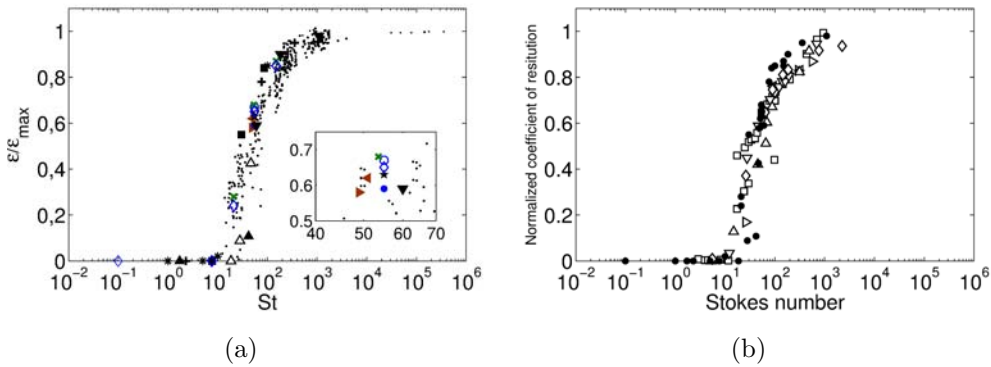


Figure 3.6 – Normalized effective coefficient of restitution versus the Stokes number obtained with the present simulations using the lubrication force (3.18). Comparison with (a) the same experimental data as figure 3.5 here represented by dots for clarity (see table 3.2 for key), and (b) available computation data (see table 3.3 for key).

Table 3.2 – Parameters used in the simulations of figure 3.6, namely the density ratio ρ_p/ρ , particle Reynolds number Re_p , effective roughness height η_e/R , grid resolution $D/\Delta x$, distance Δ_{lub} of application of the lubrication force (3.18).

	$\frac{\rho_p}{\rho}$	Re_p	$\frac{\eta_e}{R}$	$\frac{D}{\Delta x}$	Δ_{lub}	St	$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{max}}$	Comments
◇	8	[0.1, 158]	2×10^{-4}	20	$R/2$	[0.1, 149]	[0, 0.85]	reference
*	[8, 900]	≈ 1	2×10^{-4}	20	$R/2$	[1, 100]	[0, 0.73]	Effect of Re_p
■	[7, 90]	≈ 10	2×10^{-4}	20	$R/2$	[8, 86]	[0, 0.84]	
▼	[4, 90]	≈ 100	2×10^{-4}	20	$R/2$	[60, 1090]	[0.59, 0.98]	
★	8	58	2×10^{-4}	20	R	55	0.63	Effect of Δ_{lub}
×	8	[8, 158]	2×10^{-4}	20	Δx	[8, 149]	[0, 0.87]	
▲	1.7	[7, 163]	2×10^{-4}	20	$R/2$	[1.7, 41.8]	[0, 0.11]	Effect of ρ_p/ρ
△	2.5	[58, 140]	2×10^{-4}	20	$R/2$	[19, 47]	[0, 0.42]	
▼	[4, 22]	[121, 73]	2×10^{-4}	20	$R/2$	[60, 183]	[0.59, 0.9]	
+	32	[0.6, 98]	2×10^{-4}	20	$R/2$	[2, 354]	[0, 0.95]	
●	8	58	10^{-5}	20	$R/2$	55	0.59	Effect of η_e/R
○	8	58	10^{-3}	20	$R/2$	55	0.67	
▶	8	46	2×10^{-4}	10	$R/2$	49	0.58	Effect of $D/\Delta x$
◀	8	54	2×10^{-4}	40	$R/2$	51	0.62	

Table 3.3 – Parameters used for the definition of the effective coefficient of normal restitution, here defined as $(u''/u')/\varepsilon_{max}$ with ε_{max} being the coefficient of restitution for a dry collision, and the Stokes number reported in figure 3.6b. † : In Kempe and Fröhlich (2012), $\xi_{n,0}$ is the particle-wall distance chosen large enough to neglect hydrodynamic interaction of the particle with the wall. In the present table, we use the notation V_C and V_R when the authors report about the velocity *just prior* and *just after* contact. t_{cont} is the time instant at which contact occurs.

	Reference	u'	u''	Stokes number
▷	Ardekani and Rangel (2008)	V_T	$\mathbf{u}_p(t_{cont} + 0.001s)$	$(\rho_p + C_M\rho)V_T D/(9\eta_f)$
◁	Ardekani and Rangel (2008)	V_C	$\mathbf{u}_p(t_{cont} - 0.001s)$	$\rho_p V_T D/(9\eta_f)$
▽	Breugem (2010)	V_T	V_R	$\rho_p V_C D/(9\eta_f)$
△	Brändle de Motta et al. (2013)	V_T	V_R	$\rho_p V_C D/(9\eta_f)$
◇	Kempe and Fröhlich (2012)†	V_T	$\mathbf{u}_p(\mathbf{x}_p = \xi_{n,0})$ with $\xi_{n,0} = \mathbf{x}_p(\mathbf{u}_p = u')$	$\rho_p V_C D/(9\eta_f)$
□	Li et al. (2012)	not given	not given	$\rho_p V_C D/(9\eta_f)$
●	Present study	V_T	V_R	$(\rho_p + C_M\rho)V_T D/(9\eta_f)$

restitution" ε_{max} , the latter corresponding to a solid impact between the particle and the wall.

Here, we define the effective coefficient of restitution as $\varepsilon = -V_R/V_T$ (see figure 3.4). Another option is to define the effective coefficient of restitution by using V_C instead of V_T . In general, the measurement of the velocity *just prior impact* is difficult since the effective contact time can be significantly smaller than the temporal resolution of the measurement apparatus (see Joseph et al., 2001; Gondret et al., 2002, for instance). In the same way, the velocity just prior impact may vary with the numerical time step used in numerical simulations, especially if the fluid time step is larger than the contact time. In most of the numerical studies, the velocity V_T is therefore used as the velocity *prior contact* (see e.g. table 3.3). The same definition has been used in the present study. In experiments, the measured velocity *prior contact* might lie in the range $[V_C, V_T]$. With this in mind, Ardekani and Rangel (2008) used both V_T and a velocity *just prior impact* in the interval $[V_C, V_T]$ and did not show significant modification of the evolution of the coefficient of restitution as a function of St (see figure 3.6b). Here, we observed that the relative variation $(V_T - V_C)/V_T$ was in the range 1-20% in cases where rebound occurred. For instance, in the configuration $\rho_p/\rho = 8$, $(V_T - V_C)/V_T \approx 5\%$, 12% and 20% at $St = 149$, 54 and 21. This would lead to variations of the normal coefficient of restitution of 20% approximately in the region of Stokes numbers $10 \leq St \leq 100$. This variation is in fact in the dispersion range of the experimental data (see figure 3.6a). Therefore, it is reasonable to use the present definition for the coefficient of restitution.

Values of $\varepsilon/\varepsilon_{max}$ obtained from the simulations without any lubrication model are reported in figure 3.5 as a function of St . For comparison, we include available experimental data obtained for the rebound of spherical particles, drops or balloons on a wall (table 3.1). While the numerical results are in good agreement with experiments for $St \geq 200$, the effective coefficient of restitution is clearly overestimated at lower St . This is attributed to the low spatial resolution of the flow field when the gap between the particle and the wall is of the order of the grid size. As a consequence, the film pressure stemming from the drainage of the liquid in the gap is underestimated so the particle rebound is artificially enhanced.

This issue is overcome when one adds a lubrication force (3.18) in (3.7). Figure 3.6a shows the results obtained with the present method when the lubrication model is activated for various ρ_p/ρ and Re_p . The numerical results fall in the range of the experimental data. The use of (3.18) allows the method to reproduce the rebound of a particle in a viscous fluid as the lubrication model compensates the inability of the flow solver to capture the small scale flow field in the gap during the film drainage. We shall demonstrate in the next section that using (3.18) is critical, with the present method, to accurately capture the velocity of approach of the particle at a very small distance from the wall, typically a few percent of the particle radius. Note that the present implementation of the lubrication force (3.18) gives good results with the present spatial resolution and physical parameters, however it may not be relevant otherwise, in particular when a very fine grid resolution is used.

Figure 3.6a also shows the sensitivity of the numerical model to the different parameters. In particular, the relative roughness height, the distance of activation of the

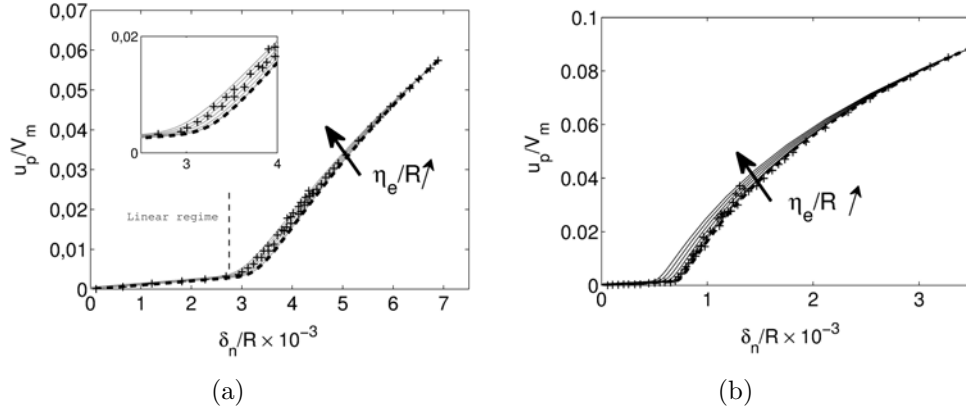


Figure 3.7 – Dimensionless velocity u_p/V_m as a function of the dimensionless length δ_n/R . + : experiments of Mongruel et al. (2010); (—) : analytical solutions of (3.20) with various relative roughness heights $5 \times 10^{-5} \leq \eta_e/R \leq 5 \times 10^{-4}$ (the dashed line corresponds to $\eta_e = 0$ as derived in Mongruel et al. (2010)). (a) $V_m = 0.77$ m/s and $St_m = 10.9$; (b) $V_m = 0.98$ m/s and $St_m = 15.96$. Inset : close-up view of the transition region separating the linear and non-linear regimes.

lubrication force, the grid resolution are varied and it is shown that simulations fall in the range of the experimental data which underlines the robustness of our numerical model. Finally, investigation of several density ratios and Reynolds numbers shows a good agreement with experiments.

We compare in figure 3.6b the present results with those obtained with other numerical methods (see table 3.3) using either a different fixed-grid approach or a different model to handle small-scale interactions (lubrication, solid-solid contact). Table 3.3 reports the various definitions used for the velocity just prior impact, the subsequent coefficient of restitution, and the Stokes number. The numerical results all fall in the same range, in reasonable agreement with experimental data. This gives further support that the present definitions for the Stokes number and restitution coefficient are relevant for this problem.

3.1.3.2 Small scale dynamics of a sphere approaching a wall

Mongruel et al. (2010) investigated experimentally the dynamics of a sphere settling in a fluid toward a wall at a sufficiently low Stokes number so that no bouncing was observed. They measured with an interferometric device the position and velocity of the particle up to a small distance from the wall, typically in the range of a few percent of the particle radius. In their experiments, Mongruel et al. (2010) used millimetric steel balls in various viscous fluids. The results revealed two regimes which are characterized by a non-linear dependency of the velocity with respect to the distance to the wall followed by a linear dependency just prior to contact (see figure 3.7 for instance). The experimental measurement of the transition height delimiting these two regimes was found in the range $0.1\text{-}6\%R$ for particles of radius ranging in $2.7 - 7$ mm. Moreover, Mongruel et al. (2010) proposed a model based on a second-order ordinary differential equation describing

the temporal evolution of the particle-wall distance δ_n , assuming that lubrication is the dominant effect. Following Mongruel et al. (2010), we propose a modified version of their equation (3.4) using the lubrication force (3.18) in which the effective roughness height of the particle η_e is considered. Assuming $\delta_n/R \ll 1$ and the lubrication force (3.18) to be the dominant hydrodynamic force, the evolution of the normalized particle-wall distance δ_n/R can then be written as

$$-St_m \frac{d^2 \delta_n/R}{d\tau^2} = \frac{R}{\delta_n + \eta_e} \frac{d\delta_n/R}{d\tau} + 1, \quad (3.20)$$

where $St_m = \rho_p V_m^2 / (\rho_p - \rho) g R$ is a modified Stokes number representative of particle inertia in the near-wall region, V_m is a characteristic velocity of the particle and $\tau = t V_m / R$. V_m is measured *a posteriori* from experimental data in the linear regime (see figure 3.7) via the relation $u_p / V_m = \delta_n / R$ (eq. (3.2) of Mongruel et al. (2010)). Figure 3.7 shows the dimensionless velocity u_p / V_m of the particle approaching the wall as a function of δ_n / R , in which both the experimental data of Mongruel et al. (2010) and the solution of (3.20) for various relative effective roughness heights $5 \times 10^{-5} \leq \eta_e / R \leq 5 \times 10^{-4}$ are shown. The model (3.20) is shown to quantitatively reproduce the observed dynamics of the particle and in particular the transition height between the two regimes. More precisely, the variation of the model's solution with respect to the effective roughness height of the particle coincides with the dispersion of the experimental data when δ_n gets closer to the transition between the two regimes.

In the following, we reproduce the experiments of Mongruel et al. (2010) for which a steel sphere ($\rho_p = 7800 \text{ kg/m}^3$, $\mu_p = 0.2$, $\varepsilon_{max} = 0.97$, $R = [4; 5.25; 6.35; 7 \text{ mm}]$) settles in silicon oil ($\rho = 978 \text{ kg/m}^3$, $\eta_f = 0.978 \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$) using the present numerical approach with the resolution and geometry used in section 3.1.3.1. We chose $\eta_e / R = 2 \times 10^{-4}$, which corresponds to the best fit of the experimental data in figure 3.7 using model (3.20). In the numerical simulation, the sphere is initially released 40 cm above the horizontal wall. Figure 3.8 shows the results of the dimensionless velocity u_p / V_m as a function of δ_n / R . Simulation results are in good agreement with experimental data. For instance, in the case reported in figure 3.8b, the values of V_m and St_m obtained in the numerical simulation (experiments) are $V_m = 0.74 \text{ m s}^{-1}$ (0.77) and $St_m = 9.3$ (10.9). The discrepancy is due to a slight difference, within 4%, in the steady settling velocity far from the wall. Solutions of the model (3.20) are also presented in figure 3.8b. Again, quantitative agreement is obtained between the different methods with a maximum of the error at the transition between the two regimes.

3.1.3.3 A new model for the prediction of the effective coefficient of restitution

In this section, we propose a new model predicting the effective coefficient of restitution $\varepsilon = -V_R / V_T$. As shown later, this model only depends on two parameters, namely the Stokes number (3.19) and the relative effective roughness height η_e / R . Some recent efforts were done in attempting to predict the coefficient of restitution thanks to models either

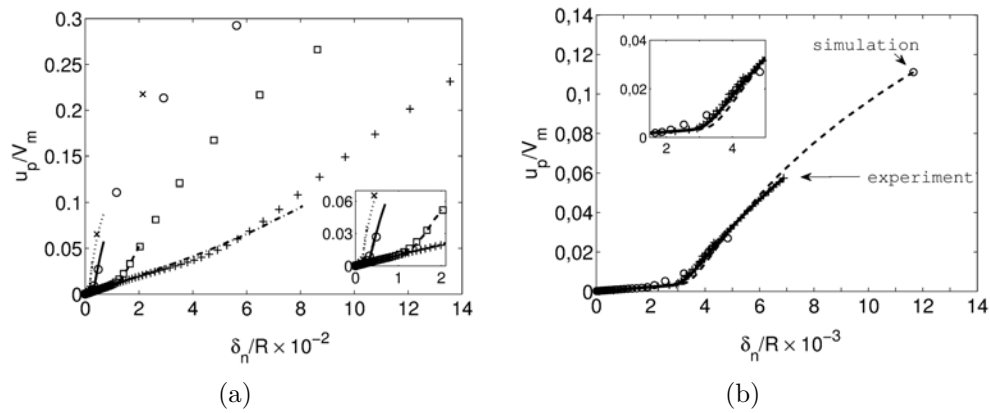


Figure 3.8 – Velocity of a sphere approaching a wall as a function of the wall-sphere distance : (a) Experiments of Mongruel et al. (2010) : $(-\cdot-\cdot-\cdot)$ $V_m = 0.28$ m/s, $St_m = 2.3$; $(- - -)$ $V_m = 0.51$ m/s, $St_m = 5.7$; $(—)$ $V_m = 0.77$ m/s, $St_m = 10.9$; $(\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot)$ $V_m = 0.98$ m/s, $St_m = 15.9$. Present simulations : $(+)$ $V_m = 0.48$ m/s, $St_m = 3.9$; (\square) $V_m = 0.62$ m/s, $St_m = 6.4$; (\circ) $V_m = 0.74$ m/s, $St_m = 9.3$; (\times) $V_m = 0.81$ m/s, $St_m = 10.9$. (b) $(+)$: experimental data of Mongruel et al. (2010) ($V_m = 0.77$ m/s, $St_m = 10.9$); (\circ) : present simulation ($V_m = 0.74$ m/s, $St_m = 9.3$). For comparison, dashed and solid lines are the solution of (3.20) using as initial condition the distance and velocity of the particle at times corresponding to the points highlighted by an arrow for the simulation and the experiment, respectively. The effective roughness height for the simulation was set to $\eta_e/R = 2 \times 10^{-4}$. Insets : close-up view near the transition between the linear and non-linear regimes.

based on lubrication theory (elasto-hydrodynamics model, Davis et al. (1986), Barnocky and Davis (1988); mixed contact model, Yang and Hunt (2008)), or on a mass-spring analogy (Legendre et al., 2005, 2006). Solving the equations of motion for a spherical particle approaching a wall, and assuming lubrication force to be dominant (see e.g. eq. (3.23)-(3.24)), it is possible to obtain a model of effective coefficient of restitution (see eq. (2.3) in Yang and Hunt (2008)), as

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{max}} = 1 + \frac{\kappa}{St} \ln \left(\frac{\eta}{R} \right), \quad (3.21)$$

where κ is a constant of $\mathcal{O}(1)$ and η is the mean height of surface asperities of the sphere. Yang and Hunt (2008) extended the model (3.21) in order to account for the viscous dissipation occurring in the liquid wells trapped in between the asperities during the contact. The mixed-contact model reads

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{max}} = \sigma + \frac{1/\varepsilon_{max} + \sigma}{St} \ln \left(\frac{\delta_f}{\delta_0} \right), \quad (3.22)$$

where $0 \leq \sigma \leq 1$ is a coefficient which depends on a critical Stokes number St_c below which there is no bouncing, as $\sigma = 1 - St_c/St$, δ_f is the minimum approach distance of the particle during the collision, and δ_0 is a characteristic distance at which deformation of the sphere due to lubrication effects occurs. In their paper, they reported values of St_c and δ_f/δ_0 in the range $[5, 20]$ and $[10^{-4}, 10^{-2}]$, respectively.

In the work of Legendre et al. (2005), the authors performed experiments with light drops rising in a liquid and bouncing on a wall. They modeled the possible rebound of the inclusion thanks to an analogy with a dissipative mass-spring system. They obtained the expression $\varepsilon/\varepsilon_{max} = \exp(-\chi/St)$ with χ a parameter which includes the viscous effects of the film drainage. According to their experiments, the original value of χ was estimated to be a constant $\chi \approx 14$. However, it appeared that quantitative agreement with other types of inclusion was found for $\chi \approx 35$.

The above mentioned models are compared to experimental data in figure 3.5. In models (3.21) and (3.22) we have set $\kappa = 1$, $\eta/R = 10^{-4}$, and $\varepsilon_{max} = 0.97$, $St_c = 20$, $\delta_f/\delta_0 = 10^{-3}$, respectively, which are in the range of values reported in Yang and Hunt (2008). The models (3.21) and (3.22), which are based on lubrication theory, quantitatively reproduce experimental observation in some specific ranges of St . However, they are not able to predict the effective coefficient of restitution for the whole range of Stokes number. Conversely, Legendre et al. (2005)'s model is in good agreement with experiments, however recall that it makes use of an adjusted constant.

Here we revisit both types of theory to derive a simple model which is able to capture reasonably well the observed effective coefficient of restitution for the whole range of Stokes number considered here (figure 3.10). First, it can be noted that for large Stokes number, $St \gg 1$, the bouncing is similar to dry configurations. In this regime, lubrication acts on a length scale that is small compared to the effective roughness height of the particle. On the other hand, at relatively small Stokes number, $St \leq \mathcal{O}(10)$, no bouncing

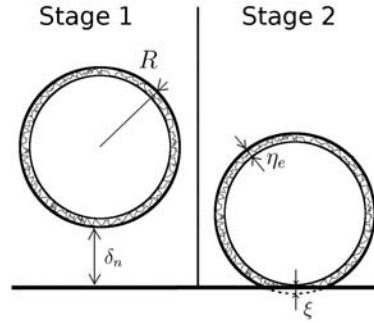


Figure 3.9 – Sketch of the bouncing of a particle split into two distinct stages as assumed in the model derived in section 3.1.3.3. δ_n is the particle-wall distance; η_e is the effective roughness height of the sphere and ξ is the deformation of the particle during contact. Deformation is assumed to take place only during stage 2 ($\delta_n = 0$).

occurs. Lubrication is dominant and dissipates the initial kinetic energy of the particle before it reaches the wall. In the intermediate regime, bouncing occurs but is largely affected by the surrounding fluid, as observed in the figure 3.5. In the following model, the influence of this surrounding fluid is considered by introducing a lubrication component into two distinct stages. The first stage starts from a characteristic time at which the particle velocity begins to be influenced by the wall (i.e. for $\delta_n \approx R$, approximately, see figures 3.3-3.4 and corresponding discussions) up to the time at which collision occurs ($\delta_n = 0$). During this stage, the particle is assumed (i) not to be deformed and (ii) to be affected by viscous forces generated by the displacement of fluid due to the presence of the wall. On such a length scale, $\mathcal{O}(R)$, lubrication is therefore supposed to act only through dissipation of the kinetic energy but not to deform the particle. During the first stage, the particle velocity decreases from V_T to V_C , (see figure 3.4 for definition). In the second stage, however, the particle gets deformed and bounces. During this stage, we assume that the particle kinetic energy is converted into energy of elastic deformation and is only partially restored into kinetic energy because some of the energy has been dissipated by both inelastic deformation and viscous dissipation. During the rebound, lubrication still occurs due to the drainage of the fluid on the length scale of the effective roughness height η_e . One of the specificity of the present model is then to consider that the elastic stress related to the deformation of the particle during bouncing and the pressure induced by the lubricating fluid film are of the same order of magnitude. This assumption is not straightforward and would deserve more discussion which is elaborated at the end of this section. During the second stage, the particle velocity goes from V_C to V_R .

In order to estimate the ratio V_C/V_T , we consider that the particle, at centroid location x_p and of velocity $\mathbf{u}_p = u_p \mathbf{n}$, is moving toward a flat wall in a fluid at rest and we assume that the particle is subject to the steady drag force which is balanced by the buoyancy force, the added-mass force and the lubrication force $\mathbf{F}_{lub} = F_{lub} \mathbf{n}$ defined in (3.18) which, in the present case, becomes $F_{lub} = -6\pi\eta_f u_p R^2 / (\delta_n + \eta_e)$. The kinematic equations then become,

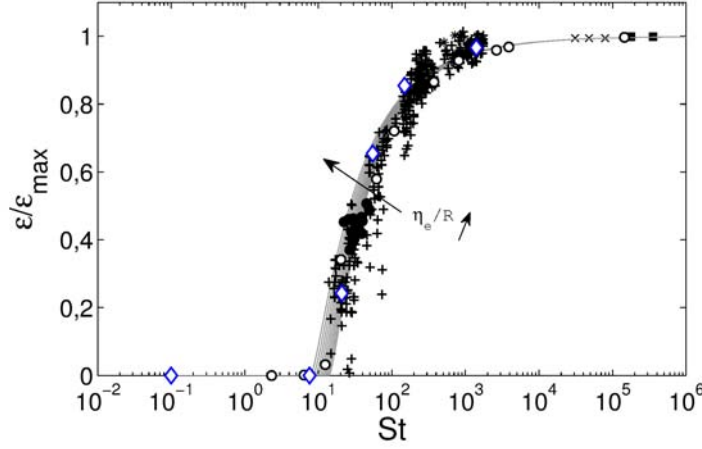


Figure 3.10 – Same as figure 3.5. \diamond , present simulations with lubrication force (3.18) for $\rho_p/\rho = 8$, $\eta_e/R = 2 \times 10^{-4}$. Experiments : see table 3.2 for key. (—), model (3.30) with various relative roughness heights $10^{-6} \leq \eta_e/R \leq 10^{-3}$: η_e/R increases from the lower curve to the upper curve.

$$\frac{dx_p}{dt} = -u_p, \quad (3.23)$$

$$(m_p + C_M m) \frac{du_p}{dt} = F_{lub}, \quad (3.24)$$

where m is the mass of the fluid contained in a sphere of radius R and $C_M = 1/2$ is the added-mass coefficient. Note that, strictly speaking, the added mass coefficient C_M changes when the particle is getting closer to the wall (see e.g. the discussion in Legendre et al., 2005). In practice, C_M is increased from 0.5 to 0.7 approximately when the particle is very close to the wall. Here, however, we keep $C_M = 1/2$ for simplicity. Using the relation $x_p = R + \delta_n$, then dividing (3.24) by (3.23) in order to eliminate time, and integrating between $\delta_n = 0$ ($u_p = V_C$) and $\delta_n = R$ ($u_p = V_T$), we find the ratio $\beta \equiv V_C/V_T$ viz

$$\beta \equiv \frac{V_C}{V_T} = 1 + \frac{1}{St} \ln \left(\frac{\eta_e}{R} \right), \quad (3.25)$$

where we assumed that $R \gg \eta_e$. (3.25) is similar to the relation given by Davis et al. (1986).

Regarding the second stage, we follow Legendre et al. (2005)'s analysis and use a mass-spring model to describe the deformation ξ of the particle (see figure 3.9) where we take into account energy loss due inelastic deformation and viscous dissipation. Here, the deformation force is considered to be linear with ξ and hence does not follow the Hertzian

model for simplicity. This is in line with the collision model used for our simulations. The deformation of the particle is then governed by,

$$(m_p + C_M m) \frac{d^2 \xi}{dt^2} + (6\pi\eta_f R^2 / \eta_e + \gamma_n) \frac{d\xi}{dt} + k_n \xi = 0, \quad (3.26)$$

with initial conditions $\xi = 0$ and $d\xi/dt = V_C$ when the particle impacts the wall. Recall that γ_n and k_n are the damping and stiffness coefficient of the soft-sphere mass-spring model, respectively. Here the lubrication damping term in (3.26) is inversely proportional to the relative roughness height of the particle. Strictly speaking, this term could vary during impact if the fluid film thickness between the two solids varies. We assume here that this length remains in fact of the same order during impact implying that the lubrication force only evolves with the velocity due to the deformation of the particle during impact, as also assumed in the model developed by Legendre et al. (2005). Integrating (3.26) with the corresponding initial conditions gives the classical solution $\xi(t)$ of a damped harmonic oscillator (not shown), then using the definitions $d\xi(t_{cont})/dt = V_C$ (at the time of contact t_{cont}) and $d\xi(t_{cont} + \tau)/dt = V_R$ (at the time of rebound) gives

$$V_R = -V_C \exp\left(-\frac{\lambda\tau}{2m^*}\right), \quad (3.27)$$

with τ being the half-period of oscillation reading

$$\tau = \pi \frac{\sqrt{m^*/k_n}}{\sqrt{1 - \lambda^2/4k_n m^*}}, \quad (3.28)$$

where $m^* = m_p + C_M m$ and $\lambda = 6\pi\eta_f R^2 / \eta_e + \gamma_n$. (3.28) indicates that the larger the viscosity and/or γ_n , the larger τ , so that the contact time is larger accordingly, as expected. However, recent experiments of the impact of a solid sphere on a wall showed that the effective contact time remains finite and of the order of the contact time predicted by Hertz theory (considering no interaction with the surrounding fluid), in a large range of Stokes number $20 \leq St \leq 10^3$ (Legendre et al., 2006). Therefore, it is reasonable to approximate (3.28) by $\tau = \pi\sqrt{m^*/k_n}$. Moreover, we further assume a balance between elastic stress of deformation and lubrication pressure induced by the fluid film on the effective roughness height which gives $R/\eta_e \approx \sqrt{k_n/6\pi\eta_f V_C}$. The implications of the above assumptions are discussed at the end of the section. Using this together with (3.27) and the approximation $\tau = \pi\sqrt{m^*/k_n}$, we obtain an expression of the rebound velocity V_R , as a function of the contact velocity V_C ,

$$\frac{V_R}{V_C} = -\varepsilon_{max} \exp\left(-\frac{\pi/2}{\sqrt{\beta St}}\right), \quad (3.29)$$

where β is a parameter defined in (3.25) which depends on the Stokes number and the effective roughness height. Note that (3.29) implies that $\beta > 0$ so that β varies in the range $]0, 1]$. Combining (3.25) and (3.29), we find a new model for the prediction of the normalized effective coefficient of restitution for a colliding solid sphere in a viscous fluid,

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{max}} = \frac{-V_R/V_T}{\varepsilon_{max}} = \beta \exp\left(-\frac{\pi/2}{\sqrt{\beta St}}\right). \quad (3.30)$$

As mentioned above, this new model only depends on two parameters, namely St and η_e/R (via β). Note that here no adjustable constant was used. The model (3.30) is plotted in figure 3.10 for a range of relative roughness heights $10^{-6} \leq \eta_e/R \leq 10^{-3}$. Good agreement is observed for both small and large values of the Stokes number. Note that the sensitivity of (3.30) with respect to η_e/R is larger at moderate-to-small Stokes numbers. This is in line with the dispersion of experimental results which is observed to be larger at low St . Furthermore, as it has been observed numerically by Ardekani and Rangel (2008), (3.30) verifies that the effect of the roughness decreases with increasing Stokes number.

Note that (3.30) can be rewritten as a function of the critical Stokes number St_c below which there is no bouncing. Taking $\varepsilon = 0$ and using (3.25), one finds a relation between St_c and η_e , namely $St_c = \ln(R/\eta_e)$. Using this relation with the range of η_e/R reported in figure 3.10 gives $7 \leq St_c \leq 14$, in reasonable agreement with the range $5 \leq St_c \leq 20$ reported in experiments (Joseph et al., 2001; Gondret et al., 2002). However, it must be stressed that η_e is an effective roughness height accounting for the mean height of surface asperities of real particles η . The detailed investigation of the relation between these parameters would require a specific study which is beyond the scope of the present work. Finally, the previous relation can be equivalently written as $\beta = (St - St_c)/St$, and one can thus express $\varepsilon/\varepsilon_{max}$ as a function of St_c *viz*

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{max}} = \left(1 - \frac{St_c}{St}\right) \exp\left(-\frac{\pi/2}{\sqrt{St - St_c}}\right). \quad (3.31)$$

As already mentioned, the model (3.30) has been obtained by assuming (i) the contact time τ only depends on elastic parameters and not on solid and viscous dissipations and (ii) $R/\eta_e \sim \sqrt{k_n/6\pi\eta_f V_C}$ i.e. the elastic stress balances the pressure induced by the lubricating film. Note that the aim of simplifications associated with these assumptions is to derive a simple predictive model which can reproduce the coefficient of restitution for a large range of St numbers and with a minimum set of non-dimensional numbers. As a result, the normalized solution (3.30) is only a function of β and St and does not depend on the elastic properties of the particle. Note that the solid dissipation associated with the deformation of the particle during contact is accounted for in ε_{max} used to scale ε . We have already discussed assumption (i) previously. Assumption (ii), however, needs some discussion. In particular, two other extreme cases could have been considered to model bouncing. A first one is to assume that lubrication effects are important enough

to induce elastic deformation of the particle prior any solid contact. This situation has been treated by Davis et al. (1986) for smooth particles. In this specific case, they show that the restitution is again strongly related to the St number and, to a lesser extent, to a so-called elasticity parameter which includes among others the elastic properties of the particle. This configuration cannot be captured by the present model since (3.26) assumed no deformation of the particle prior solid contact. Davis et al. (1986)'s solution proved to be pertinent at small St and for smooth particles. On the other hand, it is not clear in the state of the art, how this solution holds for rough particles and larger St number, and therefore to describe the experimental data reported in the literature and discussed here. Once again, the choice made here is to consider that roughness effects prevail over elasto-hydrodynamic deformations. The other extreme case would be to suppose that the lubrication pressure remains small compared to the elastic stress during solid bouncing. In that case, the solid dissipation can be considered as dominant over the fluid dissipation on the time scale of the solid contact, and therefore $\lambda = \gamma_n$. This would lead to a modification of the exp term in (3.30) which would be close to unity and therefore $\varepsilon/\varepsilon_{max} = \beta$. As this solution slightly overestimates the experimental and numerical data, the new model (3.30) is therefore preferred to predict the effective coefficient of restitution of the particle bouncing in a viscous fluid.

3.1.3.4 A note on the critical distance of influence of the wall

As mentioned earlier, Joseph et al. (2001) measured in their experiments the critical distance h_w at which the velocity of the particle decreases due to the presence of the wall, and found $0 \leq h_w \leq R$ for $9 \leq St \leq 70$. Above this distance, there is no wall effect on the particle which is moving steadily, the drag force balancing the buoyancy force. The wall effect implies a modification of hydrodynamic forces in the system leading to unsteady motion of the particle. Cox and Brenner (1967) show that, at moderate Reynolds number, the correction scales as $1/h$ with h being the distance from the wall, here $h = \delta_n + \eta_e \sim \delta_n$ at leading order. Even if inertial correction can be added to this solution (Cox and Brenner, 1967), we focus here on the dominant wall effect associated with the leading-order correction. The expansion is shown to be consistent with the lubrication theory. Therefore, in non-dimensional form, a small deviation from steady equilibrium induced by the wall is dictated by a balance between inertia and modified drag (or equivalently lubrication force), i.e.

$$St \frac{d\tilde{u}_p}{d\tilde{t}} \sim \frac{\tilde{u}_p}{\tilde{h}}, \quad (3.32)$$

where the tilde refers to dimensionless quantity using V_T and R as the velocity and length scales respectively. Defining the critical distance h_w as the distance from which the particle *starts* to decelerate, a natural scaling emerges from (3.32)

$$\frac{h_w}{R} \sim \frac{1}{St}. \quad (3.33)$$

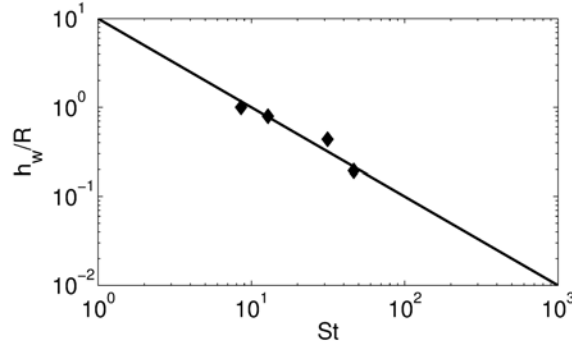


Figure 3.11 – Critical distance h_w of influence of the wall as a function of the Stokes number : \blacklozenge , experiments of Joseph et al. (2001); (—), best fit using model (3.33).

The model (3.33) is compared to the experimental measurements of Joseph et al. (2001) in figure 3.11. A good agreement is observed, giving further support that h_w scales as St^{-1} .

3.1.4 Conclusion

A simple soft-sphere immersed-boundary method has been developed and used to quantitatively reproduce experimental observations of the dynamics of a solid particle bouncing on a horizontal wall in a viscous fluid. The proposed numerical method is based on two different time steps considering that solid contact occurs on a time scale that is much smaller than the fluid one. Simulations are shown to be in good agreement with available experimental results as well as other numerical models available in the literature, for the whole range of investigated parameters, provided that a local lubrication model is used including an effective roughness height modeling the roughness of real particle surfaces. Besides, two models, accounting for the effective roughness length, have been proposed here to describe a regime for which the solid particle can stick to the wall (small Stokes number, i.e. $St < 10$) and a regime characterized by a bouncing of the particle ($St > 10$).

In the first regime, $St < 10$, the numerical results shows that this type of fixed-grid approach is able to accurately reproduce the approach of a sphere toward a wall, even at a very small distance from the wall, i.e. less than a few percent of the sphere radius. This specific case is considered as a drastic test to validate the lubrication force implemented in the numerical model. Moreover, the analytic model, extended from Mongruel et al. (2010), shows that the implementation of the roughness length allows to predict more accurately the dynamics of the particle approaching the wall. In the second regime, $St > 10$, the bouncing is characterized by an effective coefficient of restitution which tends to the solid one for large St as already observed in numerous experimental and numerical studies. The numerical method is shown here to predict reasonably well this coefficient of restitution in the range of dispersion of experimental and numerical results. The proposed restitution model allows to reproduce the coefficient of normal restitution observed in experiments and numerical studies, with no adjustable constant. Moreover, the present results support

the experimental observation that the particle roughness could be responsible for the variance of effective restitution when St decreases to St_c (see e.g. Joseph et al. (2001)).

The numerical model used in this study can be easily extended to more complex systems. It will be used in a future work to describe and characterize large scale dynamics of multiple interacting particles in dense packing configurations.

Acknowledgment

The authors thank Annaig Pedrono for her support in the development of the immersed-boundary version of the Navier-Stokes solver used in this research. Some of the computational time was provided by the Scientific Groupment CALMIP (project P1027), the contributions of which is greatly appreciated. This study has been supported by the ‘Agence Nationale de la Recherche’ in the frame of the project ANR-12-2013-ModSed. The authors also thank the anonymous reviewers for their useful comments.

3.1.5 Illustration de l’effet de la force de lubrification sur un exemple

Nous présentons dans cette partie des éléments supplémentaires à l’article en gardant les notations utilisées dans celui-ci.

Un cas avec rebond, en utilisant l’outil IBM/DEM, est présenté. Dans la suite nous fixons $\frac{\eta_e}{R} = 4.10^{-4}$, $\frac{D}{\Delta x} = 20$, $t_c\sqrt{\frac{g}{D}} = 2.5 \times 10^{-3}$, $\epsilon_{max} = 0.97$ et $\mu_c = 0.25$. Nous utilisons le même domaine et la même géométrie que dans la section 3.1.

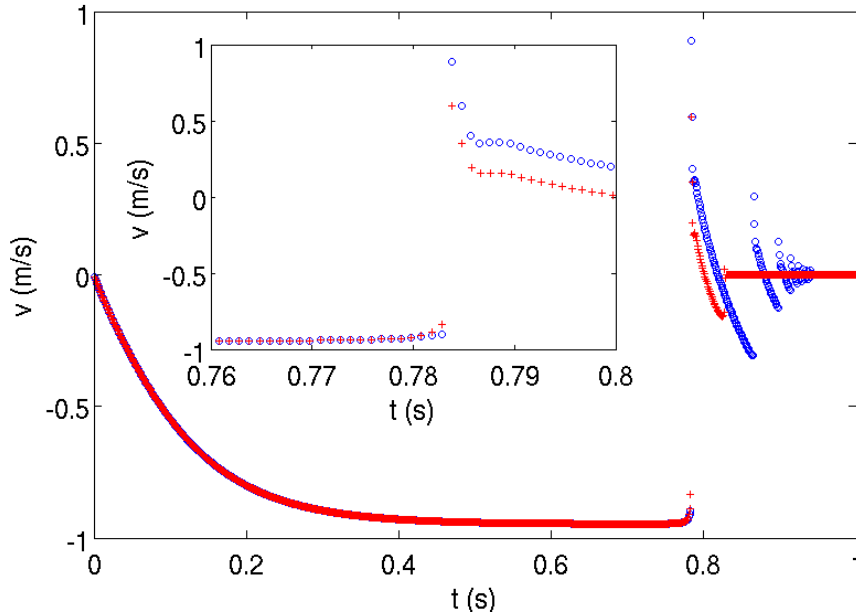


Figure 3.12 – \circ (resp. $+$) Évolution temporelle de la vitesse du grain pour une simulation IBM/DEM de rebond sans (resp. avec) modèle de lubrification. Ici, $St \approx 60$; $Re \approx 52$ ($\eta_f = 0.25 Pa.s$, $\rho = 1000 kg/m^3$, $\rho_p = 8000 kg/m^3$). Dans le cas où le modèle de lubrification est ajouté, $\epsilon = 0.63$ et $\frac{\epsilon}{\epsilon_{max}} = 0.65$.

Pour un nombre de Stokes de l'ordre de $St \approx 60$, un rebond a lieu (voir section 3.1) et est caractérisé par une dissipation d'origine visqueuse et due également à la contribution inélastique du choc solide. Des simulations IBM/DEM sont réalisées avec et sans ajout du modèle de force de lubrification 3.18. La vitesse de la particule au cours du temps est présentée sur la figure 3.12 pour ces deux cas. Les changements de signe de la vitesse correspondent à un événement de rebond. Nous remarquons que malgré une vitesse avant rebond similaire dans les deux cas, le nombre de rebond et la vitesse du grain lors de ces rebonds sont plus importants lorsque la force de lubrification est absente. Comme évoqué dans la section précédente, sans la force de lubrification, la dissipation visqueuse est sous-estimée et le coefficient de restitution effectif est alors surestimé vis-à-vis des expériences de Gondret et al. (2002) et Joseph et al. (2001). Dans notre cas, le coefficient de restitution obtenu en l'absence du modèle de force de lubrification est $\frac{\epsilon}{\epsilon_{max}} = 0.98$, tandis que celui obtenu dans les expériences de Gondret et al. (2002) et Joseph et al. (2001) est $\frac{\epsilon}{\epsilon_{max}} \approx 0.6$ pour un nombre de Stokes similaire. Une fois la lubrification rajoutée au modèle, l'accord aux expériences devient quantitatif. En effet, les coefficients de restitution ϵ et $\frac{\epsilon}{\epsilon_{max}}$ sont respectivement de 0,65 et 0,63.

La force hydrodynamique capturée par la méthode IBM, \mathbf{F}_h , appliquée à la particule est tracée sur la figure 3.13 pour l'exemple décrit précédemment. Nous remarquons qu'elle est constante, de l'ordre de 0.1N avant le rebond, et varie assez peu d'un cas à l'autre et qu'un pic de force est présent au moment du contact dont l'intensité est de 2-3N. Ensuite, l'évolution de cette force devient complexe due aux rebonds successifs. Nous n'en parlerons pas ici.

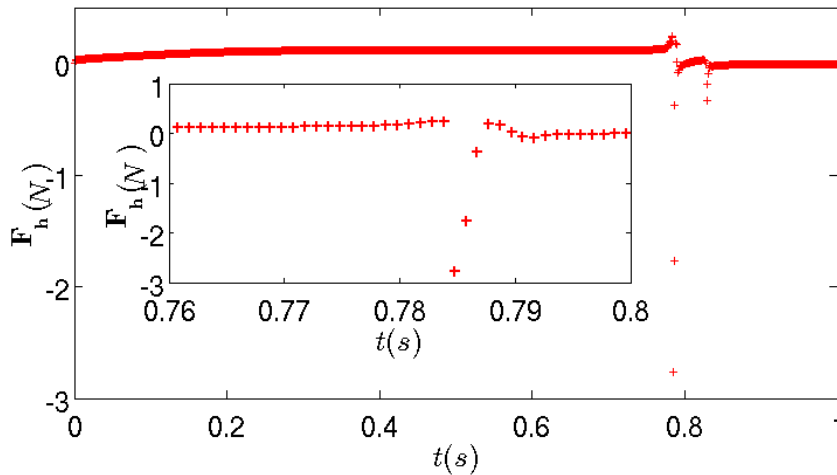


Figure 3.13 – Évolution temporelle de la force hydrodynamique \mathbf{F}_h capturée par la méthode IBM au cours du temps. + : simulations avec le modèle de lubrification (cas identique à la figure 3.12).

La norme de la force de lubrification est tracée sur la figure 3.14 dans le cas où elle est appliquée. Lors du rebond, elle est d'environ 50N, soit un ordre de grandeur de plus que la force IBM \mathbf{F}_h . Elle est donc prépondérante lors du contact et la dynamique proche du rebond est principalement pilotée par cette force de lubrification. Les deux forces \mathbf{F}_h et

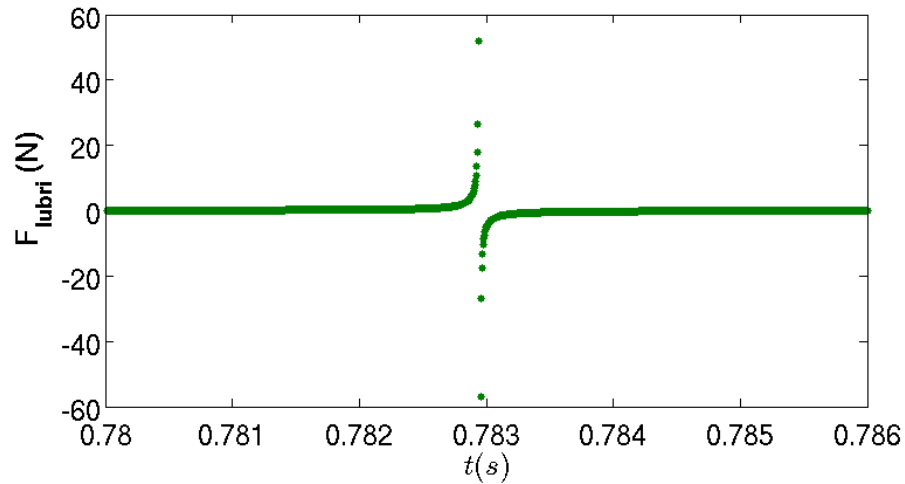


Figure 3.14 – ● Évolution temporelle de la force de lubrification $\mathbf{F}_{\text{lubri}}$ issue de la simulation IBM/DEM (cas identique à la figure 3.12 où la force de lubrification est appliquée).

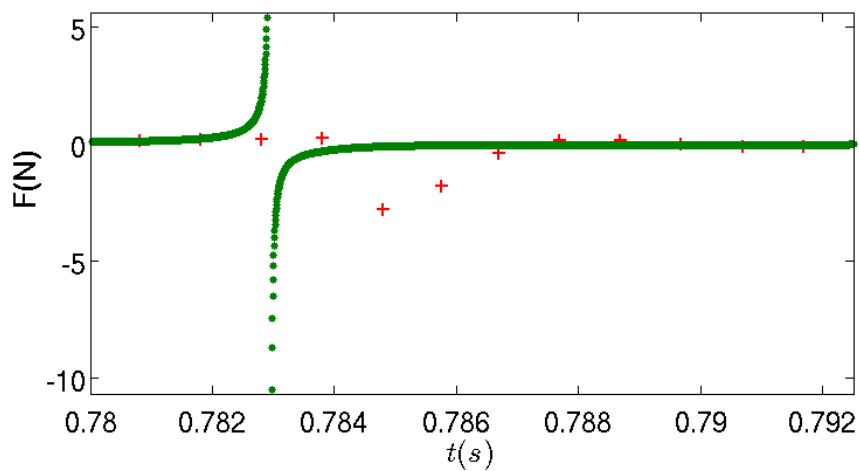


Figure 3.15 – ● (resp. +) Évolution temporelle de la force de lubrification $\mathbf{F}_{\text{lubri}}$ (resp. hydrodynamique \mathbf{F}_h) issue de la simulation IBM/DEM (cas identique à la figure 3.12 où la force de lubrification est appliquée).

$\mathbf{F}_{\text{lubri}}$ sont tracées sur la figure 3.15 au moment du premier rebond. Après le contact, il y a un moment où la force \mathbf{F}_h est prépondérante devant la force de lubrification et pilote les premiers instants du décollage de la particule au mur.

Dans nos simulations IBM/DEM, il est donc nécessaire de rajouter une force de lubrification $\mathbf{F}_{\text{lubri}}$ pour obtenir des résultats en accord avec les expériences. Ceci explique la nécessité de cette force utilisée dans la section 3.1 afin de prédire le coefficient effectif de restitution. Par la suite, cette force sera utilisée par défaut avec la méthode couplée IBM/DEM.

3.2 Choc normal entre deux grains

Afin d'étendre l'étude présentée en section 3.1, est reproduite ici l'expérience de Yang and Hunt (2006) qui ont étudié des collisions binaires de deux grains fixés à un pendule, la premier grain étant au repos et l'autre se balançant pour percuter le premier. Les billes utilisées étaient en acier, verre et derlin et les fluides sous forme d'un mélange d'eau et de glycerol. Le rapport de densité $\frac{\rho_p}{\rho}$ résultant dans ces expériences se situe dans la gamme [1.5; 8]. Nous supposons ici que les mouvements verticaux de grains n'influencent pas la dynamique lors du contact. Nous considérons donc ici la dynamique d'une sphère de rayon R et de densité ρ_p , lancée horizontalement dans un fluide visqueux initialement au repos, rebondissant normalement sur une autre sphère identique initialement statique. La dynamique est différente de celle du choc d'une sphère avec un mur puisque deux objets sont alors mouvants. Ainsi, dans le cas d'un grain impactant (grain $n^{\circ}1$) arrivant sur un autre cible (grain $n^{\circ}2$) qui est au repos initialement, la sphère $n^{\circ}2$ peut bouger avant qu'il y ait eu un contact entre les deux sphères (la distance d'influence dépend du nombre de Stokes). Yang and Hunt (2006) trouve que la dissipation lors du rebond dépend essentiellement d'un nombre de Stokes St_B (B pour binary) défini en 3.34 pour le cas de sphères identiques comme dans le cas d'un rebond d'une particule sur un plan dans fluide.

$$St_B = \frac{\rho_p}{9\rho} Re_{rel} \quad (3.34)$$

où $Re_{rel} = \frac{\rho D(U_{i1} - U_{i2})}{\eta_f}$ est le nombre de Reynolds relatif associé au rebond avant l'impact avec $U_{i1} - U_{i2}$ la norme de la vitesse relative normale des deux particules avant l'impact. Notons que cette définition du nombre de Reynolds devient équivalente à celle utilisée lors du rebond d'un grain sur une paroi fixe en prenant $U_{i2} = 0$.

Des simulations de collision binaire de deux grains identiques dans un fluide initialement au repos sont réalisées dans une gamme de paramètre choisie de sorte que l'écoulement fluide généré autour des grains reste axisymétrique. Nous utilisons donc un domaine 2D-axisymétrique identique à la section précédente, de coordonnée (r, z) , pour résoudre le problème.

L'évolution temporelle du champ de vorticit   autour des grains $n^{\circ}1$ et $n^{\circ}2$ proche d'un impact est pr  sent  e sur la figure 3.16 dans le cas $\rho_p/\rho = 8$, $St_B \approx 135$ et $Re_{rel} \approx 168$ pour

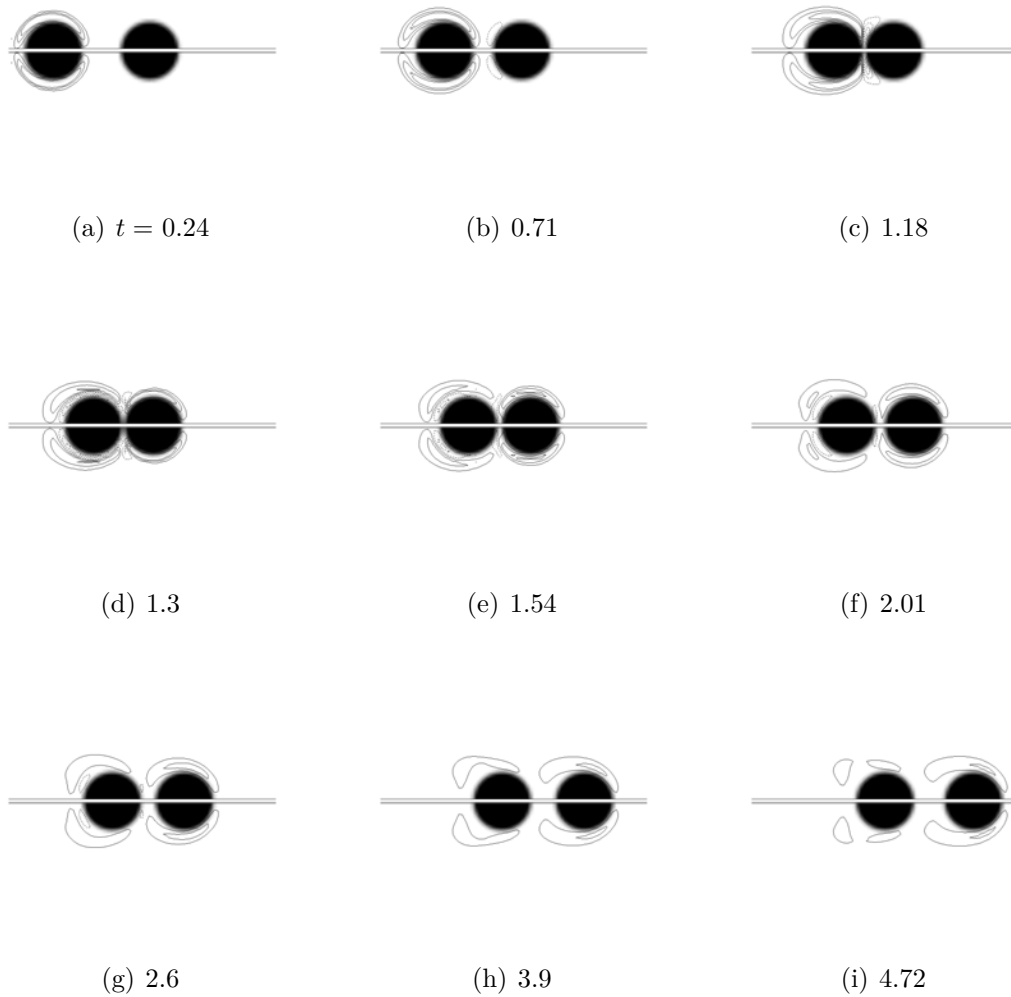


Figure 3.16 – Champ de vorticité lors d’un contact binaire normal entre deux sphères ($\rho_p/\rho = 8$, $St \approx 140$, $Re_p \approx 175$, $D/\Delta x = 20$). Les niveaux de contour sont tracés de -4.25 à 4.25 avec un pas de 1.7 . Le temps et la vorticité sont adimensionnés, respectivement, par $\frac{D}{U_o}$ et $\frac{U_o}{D}$. Les lignes continues et celles pointillées correspondent aux vorticités de signe opposé.

une vitesse initiale du grain n^o1 égale à $U_o = 0.3m/s$. Les paramètres de contact des deux sphères identiques sont : $\epsilon_{max} = 0.97$, $t_c \frac{U_o}{D} = 2.36 \times 10^{-4}$ et $\mu_c = 0.25$ et la longueur de rugosité effective normalisée utilisée pour chacune des sphères est $\eta_e/R = 2 \times 10^{-4}$. Sur la figure 3.16, plusieurs étapes pendant le processus de rebond sont distinguées. La particule est matérialisée par sa fraction volumique α colorée en noir. A $t = 0.24$ (adimensionné par $\frac{D}{U_o}$), la particule de gauche impactante arrive avec une vitesse quasi constante sur l'autre particule initialement au repos. A ce moment là, les particules ne s'influencent pas l'une par rapport à l'autre. A partir d'une distance inférieure à un rayon R (au temps $t = 0.71$), une partie du fluide est chassée à la surface de la particule initialement statique et de la vorticité est cr e e à cette endroit (voir figure 3.16). La particule n^o2 se déplace alors vers la droite avec une vitesse $u_2 = 6.6\% u_1$ où u_1 (resp. u_2) est la vitesse de la sphère impactante (resp. cible). Au temps $t = 1.18$, une importante vorticité est présente entre les deux grains ce qui montre un fort cisaillement dans cette zone. Juste après le contact (  partir de $t = 1.3$), la vitesse relative des deux grains s'inverse et une enveloppe de vorticité négative se développe entre le grain impactant et le champ de vorticité positif à l'extérieur. Jusqu'au temps $t = 2.6$, la particule cible s'écarte en accélérant de la particule impactante qui décélère. Ensuite, les particules s'écartent l'une de l'autre avec des vitesses quasi-constantes.

L'évolution temporelle de la vitesse des deux particules est tracée sur la figure 3.17. Initialement, la particule n^o1 met quelques pas de temps avant de se stabiliser vis-à-vis de la perturbation initiale, le champ de vitesse initial n'étant pas à divergence nulle et le champ de pression étant initialement uniforme. Nous observons une inversion des vitesses au moment du contact et une dissipation d'énergie cinétique, plus importante que dans le cas où le milieu serait "sec", c' st-à-dire sans influence du fluide environnant. La distance adimensionnée entre les deux sphères $\frac{\delta_n}{D}$ lors du rebond en fonction du temps est aussi tracée sur la figure 3.17. A partir d'une distance de séparation de l'ordre de $\frac{\delta_n}{D} \approx 0.5$, il y a un effet de la particule impactant sur la particule cible. Cet effet est visible par une légère augmentation de la vitesse du grain n^o2 autour de $t \frac{U_o}{D} \approx 0.51$ qui correspond à $\frac{\delta_n}{D} \approx 0.5$.

Pour quantifier cette dissipation d'énergie cinétique, il est possible de définir un coefficient de restitution de rebond à partir d'une vitesse caractéristique avant le choc et après le choc. Yang and Hunt (2006) définissent un coefficient de restitution à partir des vitesses relatives avant et après choc comme

$$\epsilon_B = -\frac{U_{r1} - U_{r2}}{U_{i1} - U_{i2}}. \quad (3.35)$$

où U_{iX} (resp. U_{rX}) est la vitesse avant (resp. après) le contact de la particule n^oX (voir la figure 3.17). Notons que cette définition du coefficient de restitution normale devient équivalente à celle utilisée lors du rebond d'un grain sur une paroi fixe en prenant $U_{r2} = U_{i2} = 0$.

Dans le cas présenté sur la figure 3.17, $\epsilon_B = 0.74$ pour $St_B \approx 135$ ce qui est en accord avec les résultats des expériences de Yang and Hunt (2006) pour lesquelles $\epsilon_B \in [0.6, 0.8]$ pour cette gamme de nombre de Stokes.

Dans la suite, nous réalisons plusieurs simulations répertoriées dans le tableau 3.4. Sont fixées la résolution spatiale à $\frac{D}{\Delta x} = 20$, la rugosité effective $\eta_e/R = 2.0 \times 10^{-4}$ et la distance d'application de la lubrification $\Delta_{lub} = R/2$ (comme dans le cas d'un rebond d'un grain sur une paroi présenté dans la première section de ce chapitre). Les deux sphères sont identiques de diamètre $D = 12.7mm$ et ont pour paramètres de contact sec $\epsilon_{max} = 0.97$, $t_c \frac{U_o}{D} = 2.36 \times 10^{-4}$ et $\mu_c = 0.25$. On réalise des simulations à $\frac{\rho_p}{\rho} = [2.3, 3.6, 7.2, 90, 900]$ en faisant varier la viscosité du fluide et les vitesses à l'impact. Dans les différents cas, le nombre de Stokes St_B couvre une large gamme de valeurs dans l'intervalle $[1, 10^5]$. Dans tous les cas, le nombre de Reynolds particulaire était inférieur à 213 de sorte que le sillage et la collision restent axisymétriques (voir Fabre et al. (2012)).

Les coefficients de restitution trouvés par les simulations IBM/DEM ainsi que les mesures expérimentales de Yang and Hunt (2006) sont tracés en fonction du nombre St_B sur la figure 3.18. Les résultats numériques sont raisonnablement en accord avec les données expérimentales. La dynamique de deux grains lors d'un rebond normal semble donc bien décrite par la modélisation numérique IBM/DEM.

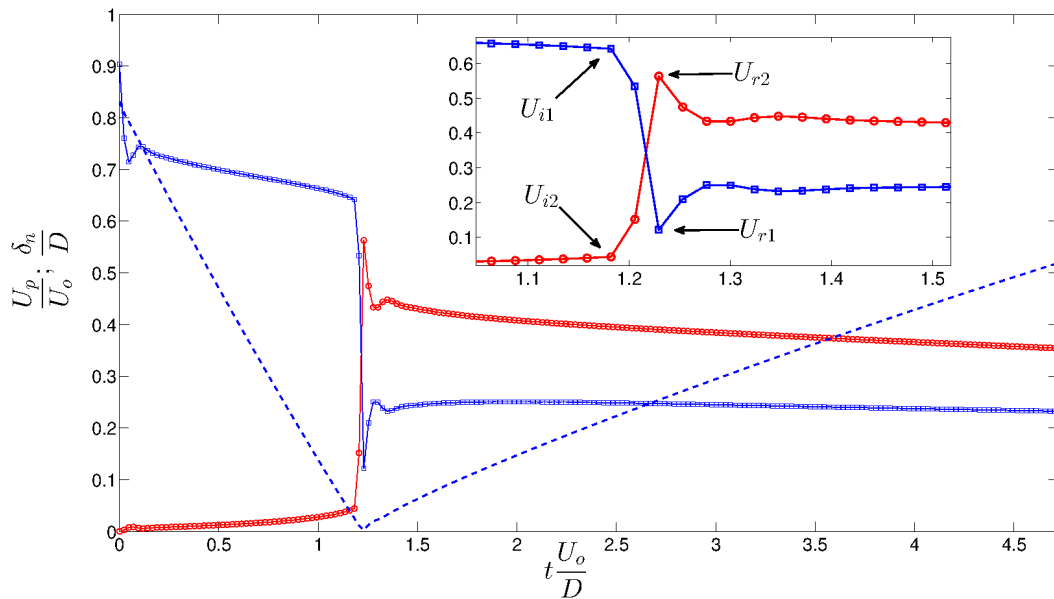


Figure 3.17 – Évolution temporelle des vitesses horizontales de la sphère impactante $n^{\circ}1$ \square (resp. cible $n^{\circ}2$ \circ) (cas identique à la figure 3.16). - - : $\frac{\delta_n}{D}$. Un zoom sur la vitesse pendant le rebond est ajouté en insert où les vitesses caractéristiques des particules $n^{\circ}1$ et $n^{\circ}2$ juste avant l'impact (U_{i1} , U_{i2}) et juste après (U_{r1} , U_{r2}) sont définies.

Table 3.4 – Paramètres utilisés dans les simulations présentées sur la figure 3.18 : le rapport de densité ρ_p/ρ , le nombre de Reynolds relatif Re_{rel} , le nombre de Stokes binaire St_B et la restitution ε_B .

	$\frac{\rho_p}{\rho}$	Re_{rel}	St_B	ε_B
◆	2.3	28	7	0
*	3.6	[5, 162]	[2, 65]	[0, 0.45]
■	7.2	[8, 177]	[6, 141]	[0.21, 0.75]
▼	90	≈ 135	1352	0.95
▲	900	≈ 141	14411	0.968

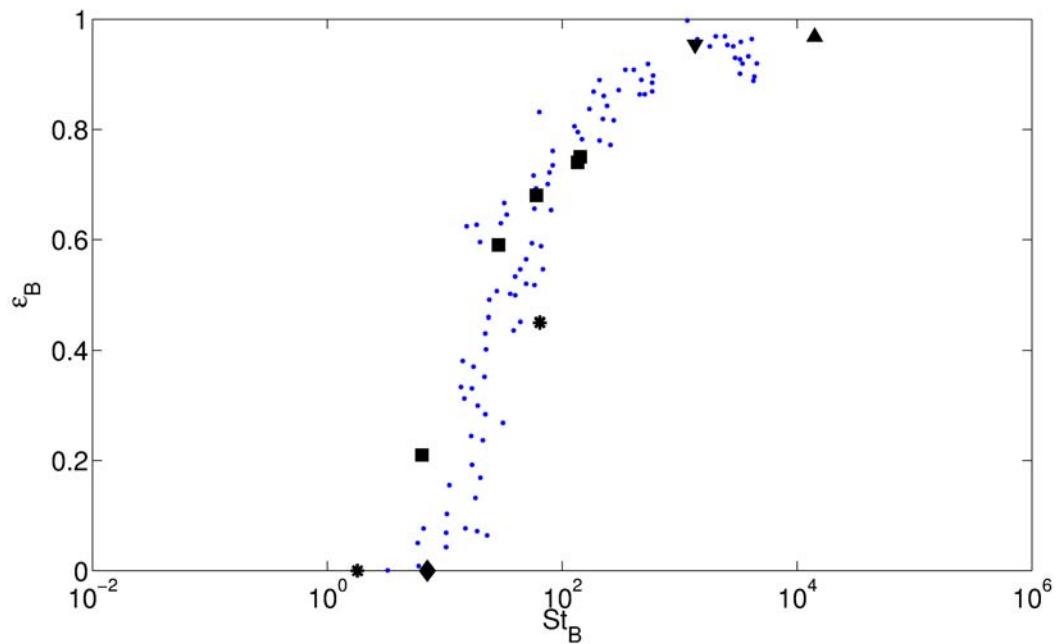


Figure 3.18 – Coefficient de restitution ε_B fonction du nombre de Stokes St_B obtenu avec les simulations IBM/DEM présentées (voir récapitulatif dans la table 3.4). Les données expérimentales de Yang and Hunt (2006) sont également tracées (●).

3.3 Discussion sur la définition du coefficient de restitution normale

Nous avons défini jusqu'à présent deux types de coefficients de restitution normale. Le premier $\varepsilon_{max} = -\frac{V_R}{V_C}$ ne tient compte que de la dissipation d'énergie lors de la déformation solide (les définitions des vitesses sont rappelées sur la figure 3.19). Le second coefficient de restitution $\varepsilon = -\frac{V_R}{V_T}$ tient compte de la dissipation d'énergie lors de la déformation solide et de la dissipation visqueuse dans le fluide interstitiel *avant* le rebond. Nous remarquons sur la figure 3.19 un changement rapide de la pente de la vitesse de la particule juste après le rebond. La vitesse passe alors de la valeur V_R à la valeur V_{R2} . Notons que ce phénomène a été observé dans tous les cas où le rebond a lieu, même si son intensité change en fonction des paramètres physiques utilisés. Ceci nous amène à introduire un nouveau coefficient de restitution effectif e défini avec la vitesse V_{R2} .

$$e = -\frac{V_{R2}}{V_T} \quad (3.36)$$

où V_{R2} est la vitesse définie sur la figure 3.19 au temps où est détecté un changement brusque d'accélération après le contact. Dans le cas d'un contact entre deux grains, il suffit de remplacer ces vitesses par les vitesses relatives équivalentes. En tenant compte des vitesses définies dans les figures 3.19 et 3.20 pour respectivement le rebond d'un grain sur une paroi et celui de deux grains, cela revient à remplacer V_{R2} par $U_{r12} - U_{r22}$ et V_T par $U_{i1} - U_{i2}$.

Ce nouveau coefficient de restitution tient compte de la dynamique *avant* et *après* le contact dans son voisinage. Dans le cas de la définition du coefficient de restitution ε , les vitesses prises après le contact V_R et U_{ri} ($i = 1, 2$) dépendent généralement de l'erreur de la mesure dans le cas des expériences et du pas de temps dans le cas de simulations (voir explication dans l'article en section 3.1). Il est remarquable qu'après le rebond, une rupture de pente de vitesse existe en V_{R2} (resp. U_{r2i} pour $i = 1, 2$) dans le cas d'un rebond d'un grain sur plan (resp. le rebond entre deux grains) (voir figures 3.19 et 3.20). Cela témoigne d'un fort changement de la dynamique du grain lors de l'écartement des deux objets après le contact (voir section 3.1.5). L'ensemble des forces hydrodynamiques étant incluses au sein de la force \mathbf{F}_h calculée par la méthode de frontières immergées (et la force de lubrification), il est difficile de donner une interprétation physique à cette rupture de pente. Notons que, dans le cas d'un rebond d'un grain sur un plan, Gondret et al. (2002) ont montré, par comparaison de la trajectoire expérimentale du grain avec un modèle analytique de trajectoire de particule, que la dynamique de la particule après le contact est fortement influencée par la force d'histoire et, dans une moindre mesure, par la force de masse ajoutée. D'autre part, nous observons que ce soit dans le cas du rebond d'un grain sur un plan (voir figure 3.3d issue de Izard et al. (2014a)) ou dans celui d'une collision binaire (voir figure 3.16d), que la (ou les) particule qui s'écarte, après la collision, doit vaincre la traînée engendrée par l'écoulement généré dans son sillage à l'arrivée de l'objet initialement mouvant.

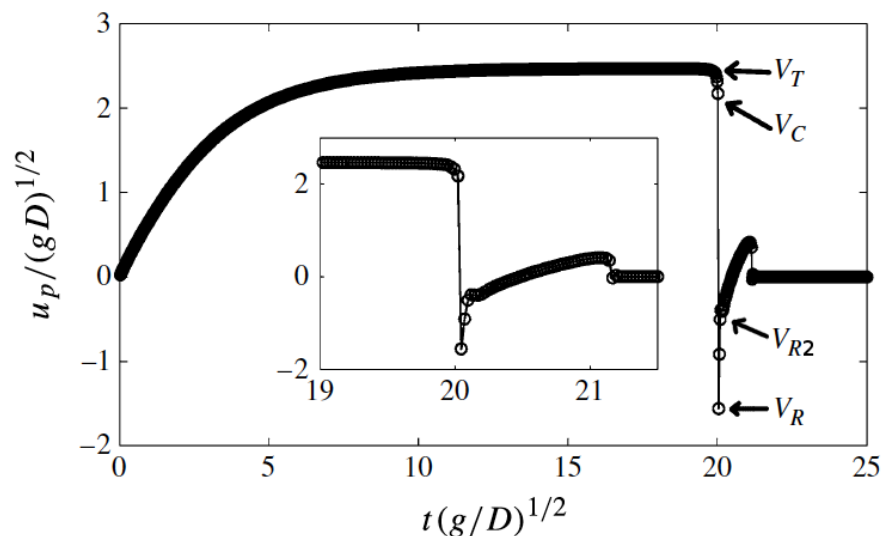


Figure 3.19 – Évolution temporelle de la vitesse verticale lors d’une simulation IBM/DEM de rebond normal d’un grain sur un plan (cas identique à la figure 3.3). Est inséré un zoom sur la vitesse pendant le rebond. Sont définies la vitesse terminale du grain V_T , la vitesse de contact V_C , la vitesse de rebond V_R et la vitesse V_{R2} correspondant au changement brusque de pente de la vitesse après le rebond et qui est utilisée pour définir e .

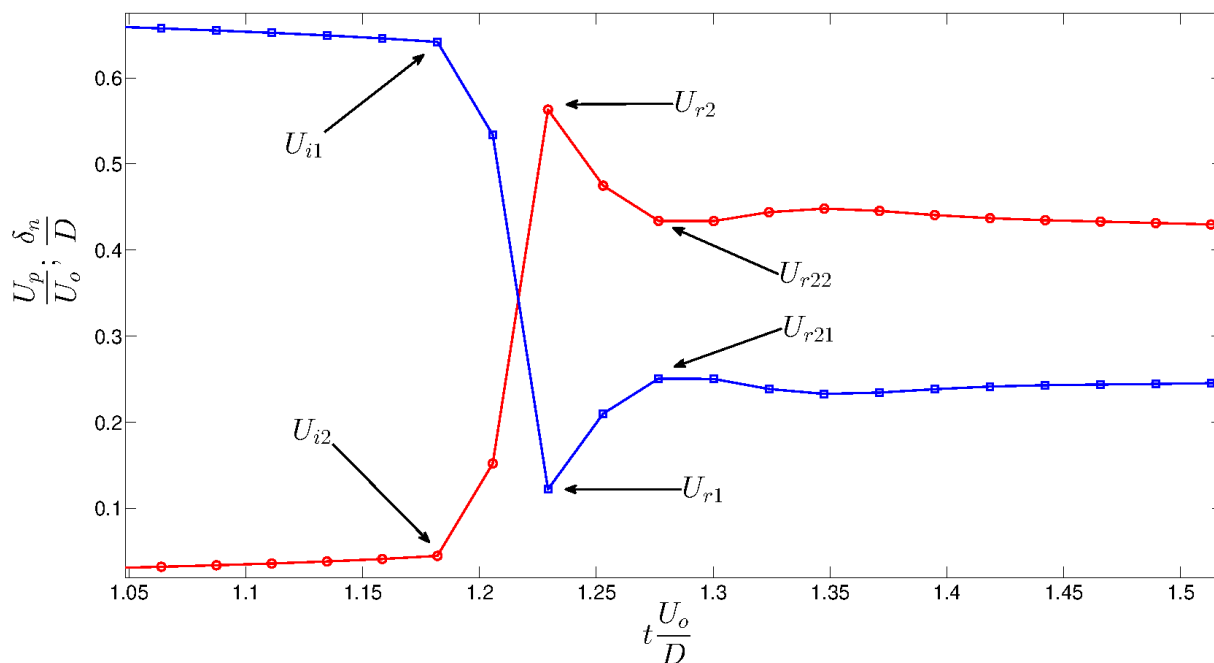


Figure 3.20 – Évolution temporelle des vitesses horizontales lors du rebond normal entre deux grains dans un fluide (cas identique à la figure 3.17). Sont définies les vitesses d’impact des grains U_{i1} et U_{i2} , les vitesses de rebond U_{r1} et U_{r2} et les vitesses U_{r21} et U_{r22} utilisées pour définir e .

Les résultats des simulations faites dans la section 3.1 (resp. dans la section 3.2) pour le cas de rebond d'une sphère avec un plan (resp. de collision binaire) dans des fluides sont exploités ici de sorte à tracer le coefficient de restitution normalisé $\frac{e}{\epsilon_{max}}$ en fonction du nombre de Stokes St sur la figure 3.21. Le rapport de densité grain-fluide a été varié dans la gamme $[8, 900]$ (resp. $[3.6, 900]$) dans le cas du rebond sur un plan (resp. entre deux grains). Nous remarquons que les points ne se superposent pas, mais font l'objet d'une dépendance au rapport de densité. Plus le rapport de densité est faible (et proche de 1), plus le coefficient de restitution défini par e est faible.

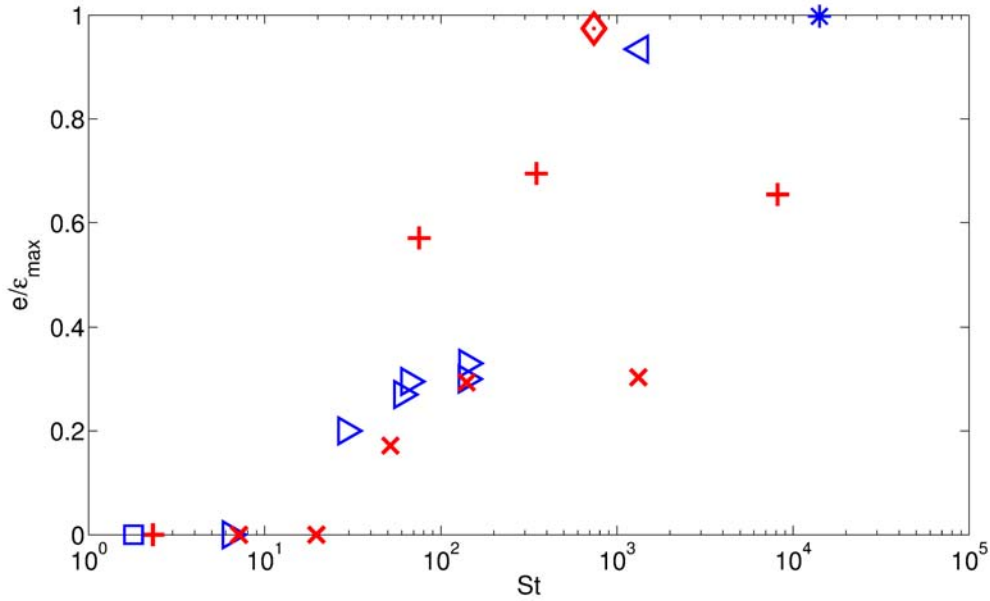


Figure 3.21 – Coefficient de restitution normalisé $\frac{e}{\epsilon_{max}}(St)$ issu des simulations de collision de grain avec un mur (resp. entre deux grains) en faisant varier le rapport de densité $\frac{\rho_p}{\rho} = [8; 32; 900] = [x; +; \diamond]$ (resp. $\frac{\rho_p}{\rho} = [3.6; 8; 90; 900] = [\square; \triangleleft; \triangle; *]$).

Ceci revient à dire que, quand un rebond existe, plus le rapport de masse volumique est faible, plus l'écart entre V_R et V_{R2} est grand. Nous proposons ici une loi empirique du type $f(\rho_p/\rho) = 1/(1 + r_d^c/(\rho_p/\rho))$ pour le rapport de vitesse $\frac{V_{R2}}{V_R}$ afin de normaliser ce nouveau coefficient de restitution. La figure 3.22 montre que cette corrélation semble pertinente pour décrire l'évolution de V_{R2}/V_R en fonction de ρ_p/ρ . r_d^c correspond à un rapport de masse volumique critique, ici $r_d^c \approx 13$, autour duquel il semble y avoir une transition ou un changement de régime. Il est alors possible de normaliser le coefficient de restitution e par ϵ_{eff} , défini en 3.37, qui dépend du rapport $\frac{\rho_p}{\rho}$.

$$\epsilon_{eff} = \frac{\epsilon_{max}}{1 + \frac{r_d^c}{r_d}} \quad (3.37)$$

où $r_d = \frac{\rho_p}{\rho} > 1$ et $r_d^c \approx 13$ est un rapport de densité critique.

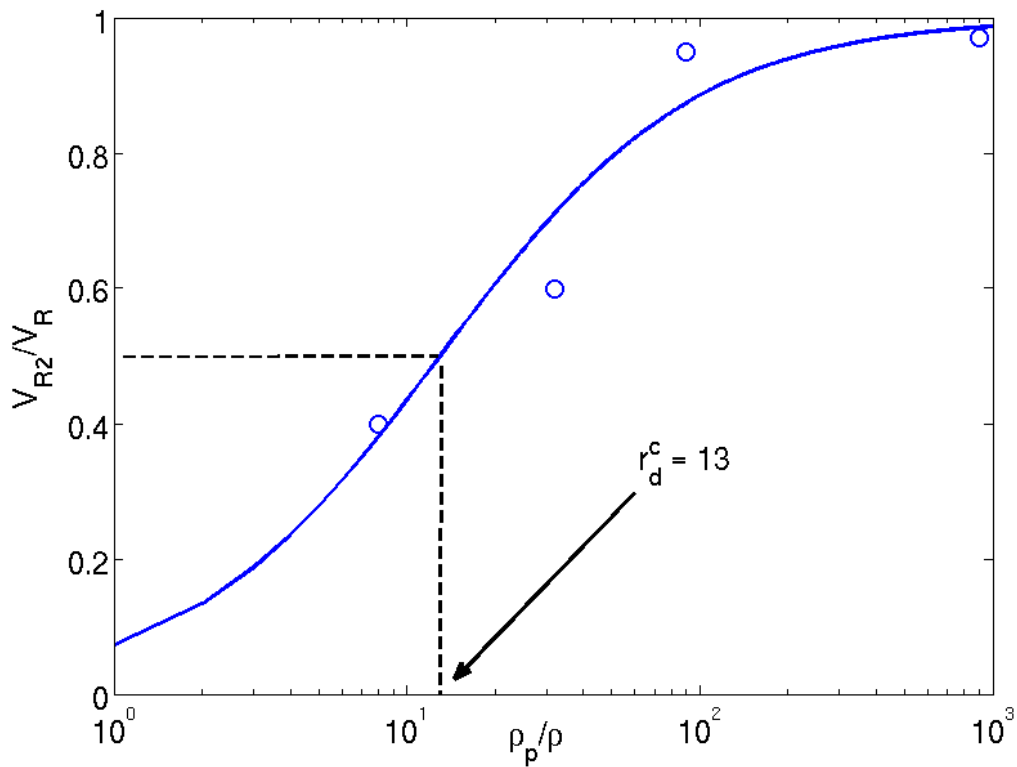


Figure 3.22 – V_{R2}/V_R en fonction du rapport de densité $\frac{\rho_p}{\rho}$. \circ : données issues des simulations présentées sur la figure 3.21 pour un nombre de Stokes $St > 100$; $-$: $f(\frac{\rho_p}{\rho}) = 1/(1 + \frac{r_d^c}{(\rho_p/\rho)})$ où $r_d^c \approx 13$ est le rapport de masse volumique critique pour lequel $V_{R2} = \frac{V_R}{2}$.

Sur la figure 3.23, les mesures issues des simulations pour les deux types de rebond tombent alors sur une courbe maîtresse $\frac{e}{\epsilon_{eff}} = f(St)$, courbe qui est bien représentée par le modèle analytique (3-12) de Izard et al. (2014a).

Avec cette définition du coefficient de restitution, la dissipation d'énergie lors d'un rebond dépend donc non pas seulement du nombre de Stokes mais aussi du rapport de densité grain-fluide. Il a été vérifié que, comme dans le cas de l'étude expérimentale du coefficient de restitution ϵ dans Gondret et al. (2002), le coefficient de restitution e proposé ici ne dépend pas du nombre de Reynolds.

A noter qu'il serait intéressant de comparer ces nouveaux éléments aux expériences de rebond de manière exhaustive et précise.

Nous pouvons ainsi distinguer plusieurs tendances vis-à-vis de ce coefficient de restitution normale :

- Pour $\frac{\rho_p}{\rho} \gg r_d^c$, il n'y a pas d'influence du rapport de densité et on peut identifier deux régimes. Pour $St \ll St_c$ (on obtient, en accord avec les expériences, que $St_c \approx 10$), la dissipation d'énergie cinétique est essentiellement visqueuse : c'est le régime visqueux. Pour $St \gg St_c$, la dissipation ne dépend plus du nombre de Stokes mais uniquement des propriétés du matériau : c'est le régime sec.

- Pour $\frac{\rho_p}{\rho} \ll r_d^c$, il y a une influence du rapport de densité r_d . Pour $St \ll St_c$, une fois encore, la dissipation est d'origine visqueuse et le régime est visqueux. Pour $St \gg St_c$, les propriétés du matériau ϵ_{max} et $\frac{\rho_p}{\rho}$ jouent un rôle dans la dissipation. Par analogie aux expériences d'avalanches en tambour tournant dans des fluides de Courrech du Pont (2003), il s'agirait sans doute du régime inertiel. Nous trouvons des transitions entre les régimes qui sont de l'ordre de celles estimées par Courrech du Pont (2003). A noter que $r_d^c \approx 13$ est dans la gamme prédite par Courrech du Pont (2003) ($r_d^c \in [8.1 : 866]$).

Pour modéliser un rebond dans son intégralité, c'est-à-dire en tenant compte de l'effet de la dissipation visqueuse dans le fluide *avant* et *après* contact ainsi que de la dissipation due à la déformation du matériau, nous avons proposé une nouvelle définition du coefficient de restitution normale e dans le cas d'un rebond d'un grain sur un plan et entre deux grains dans un fluide. Cette nouvelle définition prend en compte le contact solide ainsi que l'effet d'un fluide interstitiel sur l'ensemble du phénomène du rebond. Elle fait intervenir les différents régimes visqueux, inertiel et sec ainsi que les transitions entre ceux-ci en accord avec les expériences d'avalanche en milieu fluide de Courrech du Pont (2003). On notera en particulier que cette nouvelle définition du coefficient de restitution est une nouvelle étape vers la modélisation du rebond dans un fluide, tenant compte des effets hydrodynamiques proches contact. Cette nouvelle définition permet en particulier de lever toute incertitude sur la définition du coefficient de restitution dans les expériences et les modélisations numériques.

3.4 Rebond d'un grain sur un plan incliné

Dans les expériences de rebond d'un grain sur un plan incliné de Joseph and Hunt (2004), différents types de billes sont utilisés, notamment des billes de verre généralement considérées comme rugueuses, et des billes d'acier qui sont beaucoup plus lisses. Notons,

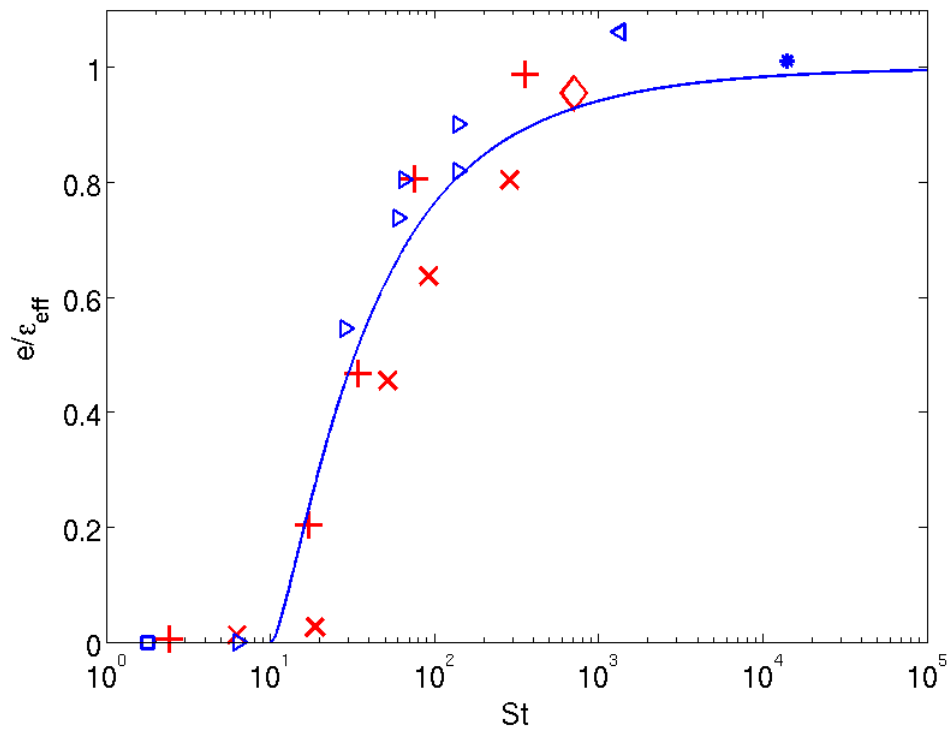


Figure 3.23 – Coefficient de restitution normalisé $\frac{e}{\epsilon_{\text{eff}}}(St)$ dans le cas du rebond d'un grain sur un plan et entre deux grains dans un fluide. L'effet du rapport de densité $\frac{\rho_p}{\rho}$ est inclus dans l'adimensionnalisation ϵ_{eff} , défini en 3.37. Les données sont issues de simulations identiques à la figure 3.21. — Loi 3.30 issue de Izard et al. (2014a) avec $St_c = 10$ ce qui correspond à une rugosité effective de $\frac{\eta_c}{R} = 4.5 \times 10^{-5}$.

que dans notre modélisation, ces états de surface seront pris en compte via le paramètre de rugosité effective η_e qui sera choisi plus ou moins grand. D'après les expériences de Joseph and Hunt (2004), les collisions obliques dans un fluide sont qualitativement identiques à celles d'un système sec avec un coefficient de friction effectif du même ordre de grandeur ou plus petit qui dépend de la rugosité de surface des grains. Dans le cas de sphères lisses, ce coefficient est quasi nul à cause des effets de lubrification. Dans le cas de sphères rugueuses, le coefficient effectif de friction est comparable à celui en sec.

Le rebond oblique tridimensionnel d'un grain sur un plan incliné dans un fluide est étudié avec l'outil IBM/DEM (avec la force de lubrification) et comparé aux expériences de Joseph and Hunt (2004). Le domaine de calcul est un parallélépipède de taille $(L_x; L_y; L_z) = (0,05m; 0,05m; 0,02m)$ avec la résolution spatiale $(N_x; N_y; N_z) = (100; 100; 40)$. Des conditions de symétrie (gradient de vitesse normale à la frontière nul) sont appliquées dans la direction transverse z . Des conditions de glissement sont appliquées sur toutes les autres frontières sauf au plan de collision (de normale entrante $+y$) où une condition de non-glissement est appliquée. Le diamètre de la sphère est $D = 5mm$ ce qui correspond à une résolution spatiale de 10 mailles par diamètre. Dans les simulations présentées, les mêmes paramètres de contact sec que dans l'expérience de Joseph and Hunt (2004) sont choisis, à savoir $\epsilon_{max} = 0,95$ et $\mu_c = 0,106$. Le fluide en présence de densité $\rho = 1000kg/m^3$ possède une viscosité dynamique $\eta_f = 0,1kg/(m.s)$. La densité du grain est celle de l'acier : $\rho_p = 8000kg/m^3$. Le pas de temps de résolution fluide est de $\Delta t_f \sqrt{g/D} \approx 2,2 \times 10^{-2}$ pour un temps de contact $t_c \sqrt{g/D} \approx 4,4 \times 10^{-3}$. A l'instant $t = 0$ (t est adimensionné par $\sqrt{D/g}$), la sphère est lâchée sans vitesse initiale à la position $(x; y; z) = (0,01m; 0,04m; 0,01m)$ dans le fluide initialement au repos. La gravité, égale en norme à $9,81m.s^{-2}$, est variée dans le plan (xy) pour que l'angle d'incidence au moment du contact ξ_{in} varie de 0° à 40° .

Plusieurs instants d'une des simulations, pour une inclinaison du plan à 30° , sont présentés sur la figure 3.24. La vorticité est tracée sur le plan médian vertical. Pour $t \leq 3,1$, la vorticité est symétrique autour de la particule. Au moment du rebond, à $t = 3,7$, une zone de vorticité apparaît proche du mur témoignant d'un cisaillement à la paroi. Elle possède une magnitude plus grande en aval du plan incliné que en amont. Pour $t \geq 3,7$, la particule se met en rotation par l'effet de la présence du mur et l'écoulement est dissymétrique autour de la particule. Elle rebondit et vient ensuite rouler contre la paroi. $\Psi_{in} = \tan(\xi_{in})$ et $\Psi_{out} = \epsilon \tan(\xi_{out})$, où ξ_{out} est l'angle de rebond, sont calculés au point de contact ainsi qu'un coefficient de restitution de rotation $\beta = -\frac{\Psi_{out}}{\Psi_{in}}$ et le coefficient de friction effective $\mu_f = \frac{2(1+\beta)}{7(1+\epsilon)} \Psi_{in}$ (définitions issues de Joseph and Hunt (2004)).

L'angle local de rebond Ψ_{out} en fonction de celui d'incidence Ψ_{in} est représenté sur la figure 3.25 où sont tracées les mesures expérimentales de Joseph and Hunt (2004) ainsi que nos mesures issues des simulations numériques en faisant varier ξ_{in} de 0° à 40° . Pour le cas des billes de verre ($\frac{\eta_e}{R} = 10^{-4}$ dans notre modélisation), qui est un cas où la sphère est rugueuse, la comparaison à l'expérience est satisfaisante sur la partie correspondant au glissement pur ($\Psi_{out} > 0$), tandis que l'angle de rebond est légèrement sous-estimé pour de faibles angles locaux d'incidence où le glissement est partiel ($\Psi_{in} < 0,5$). Comme dans les simulations de contact sec de Schäfer et al. (1996), il serait possible de changer légèrement

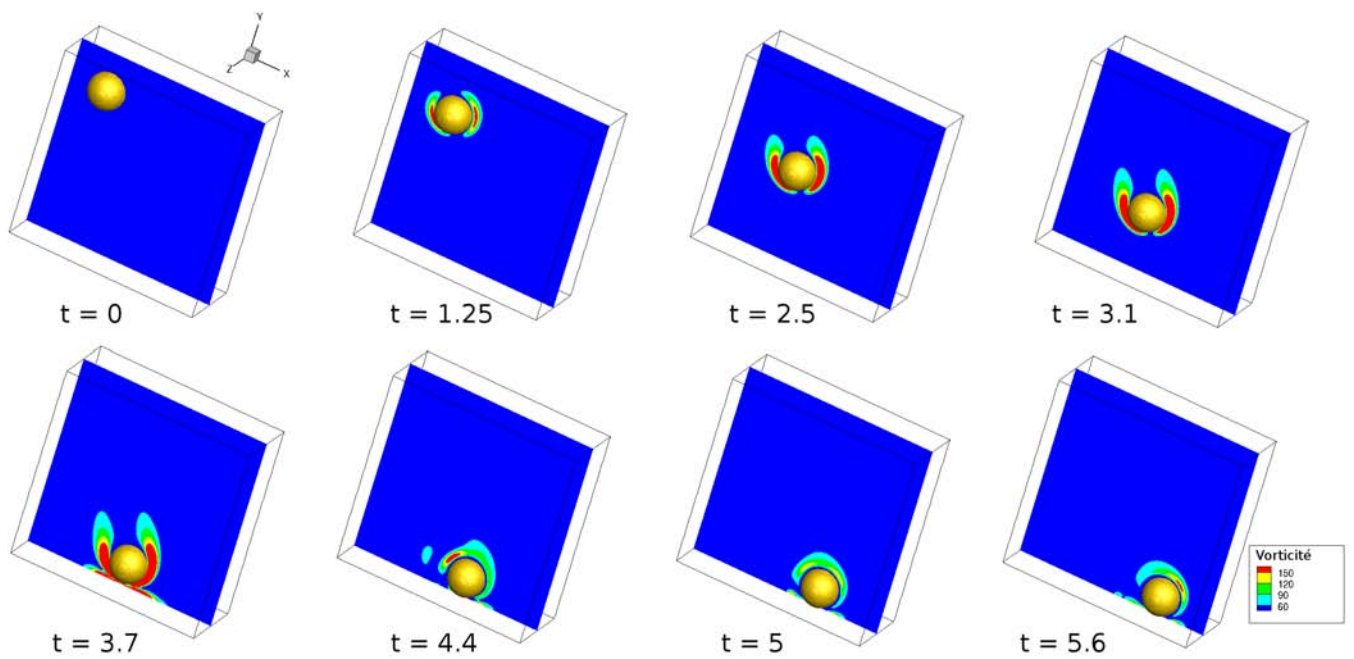


Figure 3.24 – Rebond oblique d’une sphère dans un fluide visqueux avec un angle d’inclinaison de 30° . La taille du domaine $10D \times 10D \times 4D$ a une résolution constante de $\frac{D}{\Delta x} = 10$. La sphère est matérialisée par son taux de présence de solide $\alpha = 0.5$. En couleur est représentée, sur le plan médian vertical, la norme de la vorticité. Le temps est adimensionné par $\sqrt{\frac{D}{g}}$.

les paramètres de la force tangentielle pour améliorer la comparaison quantitative vis-à-vis de l'expérience dans ce régime. Comme nos résultats sont dans la dispersion des données expérimentales et que nous nous intéressons principalement à la description qualitative des deux régimes de glissement observés dans les expériences (faible et forte rugosité), nous considérons que la dynamique est décrite correctement dans ce régime. Toujours dans le cas des sphères rugueuses, le coefficient de friction effective μ_f est tracé sur la figure 3.26(a) en fonction de l'angle d'incidence ξ_{in} . L'accord avec les expériences est raisonnable dans la mesure où l'erreur de mesure expérimentale est de l'ordre de 0.025 sur ce coefficient. Pour les grands angles d'incidence, i.e. pour $\xi_{in} > 30$, μ_f est plus grande que la friction solide du grain $\mu_c = 0.106$. Le coefficient de restitution de rotation β est tracé sur la figure 3.26(b) en fonction de l'angle d'incidence ξ_{in} . Un bon accord entre nos simulations et les expériences dans le cas des sphères rugueuses est trouvé.

Pour simuler des sphères peu rugueuses, typiquement les sphères d'acier, nous abaissons dans notre modélisation le coefficient de rugosité effectif. Pour une inclinaison donnée (symboles \times sur la figure 3.25), $\frac{\eta_e}{R}$ est varié dans l'intervalle $[10^{-8}, 10^{-4}]$. Dans cette gamme de rugosité, la dynamique de rebond semble tendre vers les observations expérimentales (figure 3.25) avec en particulier la diminution de μ_f avec $\frac{\eta_e}{R}$ (figure 3.27). En revanche, il semble difficile, en l'état de modélisation, d'atteindre quantitativement les valeurs expérimentales. Joseph and Hunt (2004) ont montré via un modèle théorique que, pour des grains lisses, la dépendance de la viscosité vis-à-vis de la pression lors du contact ne peut plus être négligée (lubrification extrême). Or, cet effet n'est pas pris en compte dans le modèle numérique, et à notre connaissance, personne n'a traité, en utilisant des méthodes à maillages fixes, le problème du contact oblique de sphères quasi-lisses en milieu fluide excepté en abaissant artificiellement le coefficient de friction solide de sorte à obtenir des résultats proches des expériences (Kemme and Fröhlich (2012)).

Ces résultats montrent que le modèle numérique reproduit la dynamique d'un rebond oblique dans le cas de sphères rugueuses. Dans le cas de sphères lisses, il serait nécessaire d'affiner encore le modèle. Comme les phénomènes naturels d'écoulement en présence de grains auxquels nous nous intéressons dans la suite sont composés de grains de sable façonnés par leurs transports (charriage, saltation et reptation) et donc rugueux, ceci ne limite pas notre étude vis-à-vis des applications associées au transport sédimentaire.

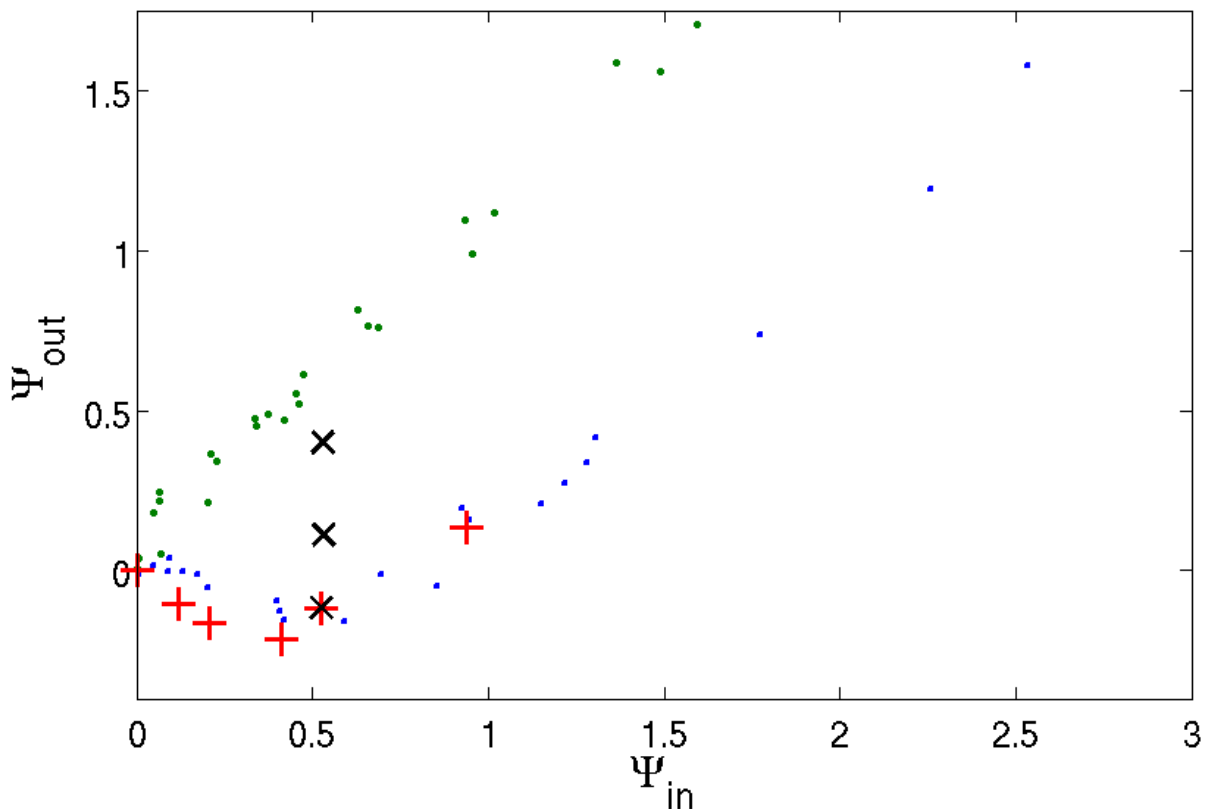


Figure 3.25 – Angle de rebond local Ψ_{out} en fonction de l'angle local d'impact Ψ_{in} . \cdot (resp. \bullet) : expériences de Joseph and Hunt (2004) avec des billes de verre (resp. des sphères d'acier) ; $+$ (resp. \times) : simulations pour une rugosité effective $\frac{\eta_e}{R} = 10^{-4}$ (resp. pour différentes rugosités effectives $\frac{\eta_e}{R}$ dans l'intervalle $[10^{-8}, 10^{-4}]$ pour $\xi_{in} = 30^\circ$ fixé). Dans ce dernier cas, l'angle de rebond augmente lorsque la rugosité diminue.

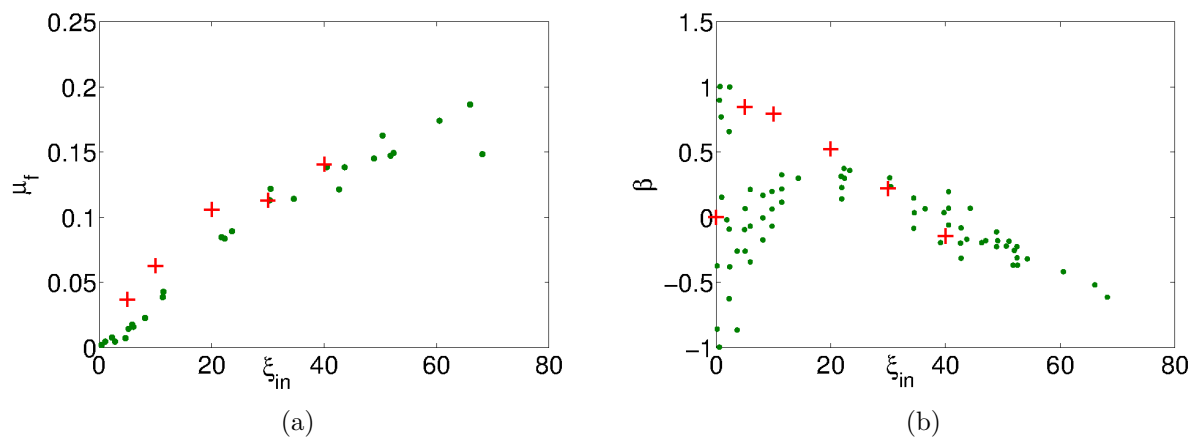


Figure 3.26 – (a) Coefficient de friction effective μ_f en fonction de l'angle d'impact ξ_{in} . (b) Coefficient de restitution tangentielle β en fonction de l'angle d'impact ξ_{in} . \bullet : expériences de Joseph and Hunt (2004) avec des billes de verre ; $+$: simulations pour une rugosité effective de $\frac{\eta_e}{R} = 10^{-4}$.

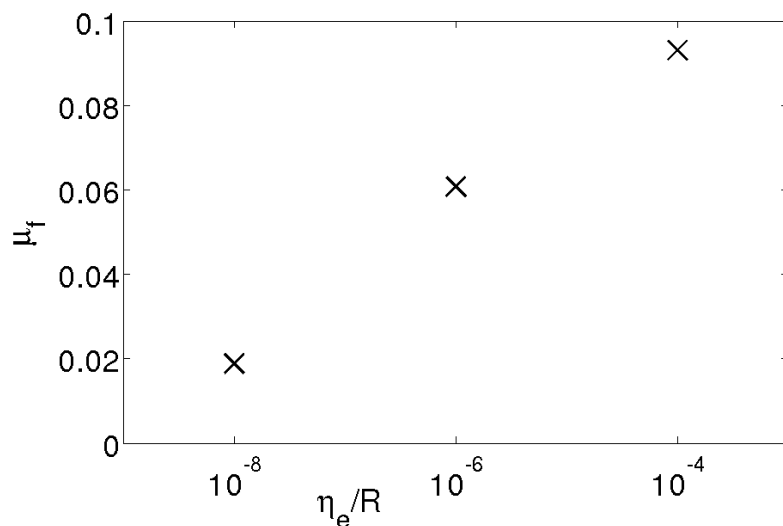


Figure 3.27 – Coefficient de friction effective μ_f en fonction de la rugosité effective η_e pour $\xi_{in} = 30^\circ$ fixé. \times : simulations IBM/DEM.

Conclusion du chapitre

La dynamique des collisions normale et oblique entre une particule et un mur ainsi que le cas de collision normale entre deux grains ont été étudiés avec l'outil IBM/DEM incluant un modèle de lubrification. Ces études montrent un bon accord avec les expériences justifiant les hypothèses formulées dans la construction de notre modèle (sphères indéformables en dehors des contacts, fluide figé pendant le contact et un modèle de lubrification suppléant le modèle IBM/DEM). Cet outil numérique a aussi permis de donner de nouveaux éléments à la compréhension des phénomènes de rebond dans les fluides et, notamment, l'introduction d'un nouveau coefficient de restitution qui dépend du nombre de Stokes et du rapport de densité grain-fluide. Les transitions entre ces régimes semblent identiques à celles trouvées dans les expériences d'avalanche de Courrech du Pont (2003). La suite logique de ce travail concerne l'étude du mouvement collectif de grains en milieu fluide par notre outil numérique avec des comparaisons aux expériences multi-grains ($N_g > 2$) en laboratoire (voir section 1.2.2). Nous nous focaliserons sur deux configurations d'écoulement granulaire en milieu fluide piloté essentiellement par la gravité : les avalanches et les effondrements.

Chapitre 4

Avalanches granulaires dans un fluide

Dans ce chapitre, plusieurs avalanches granulaires dans un fluide sur un plan incliné rugueux sont simulées avec l'outil numérique IBM/DEM présenté au chapitre 2. Cette étude fait l'objet de la soumission d'un article scientifique qui est reporté ci-après en section 4.1.

4.1 Direct numerical simulations of granular avalanches in a fluid

Abstract

A class of dense granular flow in a viscous fluid, namely the configuration of gravity-driven avalanches, is considered here, via the use of a soft-sphere / immersed-boundary-method using a lubrication model for small scale fluid-particle interactions. Various three-dimensional simulations are performed with this tool for a wide range of particle-to-fluid density ratios, Stokes numbers and Reynolds numbers. Based on a typical time scale of the granular flow, three flow regimes, namely the viscous, the inertial and the dry regime are identified according to experimental results of Courrech du Pont et al. *Phys. Rev. Lett.* **90**, 044301 (2003). A specific attention is paid to the investigation of their transition in the parameter space density ratio / Stokes number. From these simulations, the mean fluid and grain profiles are presented and show clear different trends from one regime to another. Velocity fluctuations and contributions of fluid/contact forces on the grains are shown and analyzed in terms of the considered regime.

4.1.1 Introduction

Many natural flows or industrial processes such as biomechanics, chemical engineering, aeronautics, geophysics or oceanography, involve solid particles whose dynamics can be highly affected by a surrounding fluid. Among others, immersed granular avalanches highlight such complex behaviors.

The description of these types of dense granular flow remains useful since global laws to model particle laden flows in dense configurations are still a matter of debate. Difficulties arise from the complex dynamic of granular media, which, at now, is not fully understood, coupled with hydrodynamic interactions within the interstitial fluid at smaller scale. Moreover, in most gravity-driven flows, the range of the particle Stokes number (defined as the ratio of the relaxation time to the characteristic time scale of the fluid) and Reynolds number may be large, due to the generally important vertical velocity gradient for such flows, for instance.

Experiments on granular avalanches in a viscous fluid using a rotating-drum (Courrech du Pont et al. (2003)) allowed to classify immersed dense granular flows in three regimes. In particular, a viscous regime, an inertial regime and a dry (or 'free-fall') regime were described, depending on the Stokes number $St = \sqrt{\rho_p D \Delta \rho g \sin \theta} D / 18 \sqrt{2} \eta_f$ which compares an estimation of grain inertia for a gravity-driven granular flow to viscous effect of the fluid, and the grain/fluid density ratio $r = \sqrt{5 \rho_p / 3 \rho}$. In the definition of the Stokes number, ρ_p is particle density, D the mean particle diameter, $\Delta \rho = \rho_p - \rho$ is the density difference between the particle and the fluid, the density and viscosity of which being ρ and η_f , respectively, and g is the gravity acceleration. More specifically, based on an analysis of the simplified motion a grain flowing down a slope of angle θ between two collisions, Courrech du Pont et al. (2003) defined three characteristic times associated with the three different above mentioned regimes, namely, the viscous time T_v ,

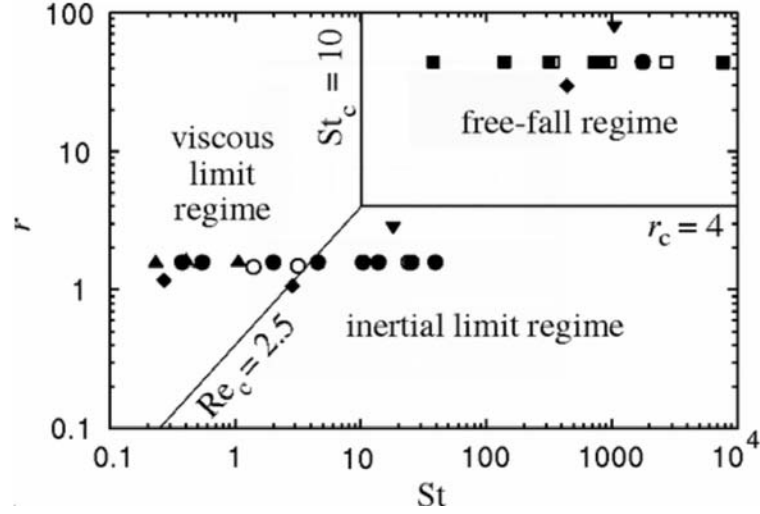


Figure 4.1 – Regimes of avalanche as a function of St and r (extracted from Courrech du Pont et al. (2003)).

the inertial time T_i and the dry (or free fall) time T_{ff} , viz

$$T_v = \frac{18\eta_f}{\Delta\rho g D \sin\theta}, \quad T_i = \frac{\sqrt{\rho D}}{\sqrt{2\Delta\rho g \sin\theta}}, \quad T_{ff} = \sqrt{\frac{2\rho_p D}{\Delta\rho g \sin\theta}}, \quad (4.1)$$

Here, one chose to write these times for a traveled distance of the grain diameter D , as it will be used in this study. Courrech du Pont et al. (2003) used a travel distance of the order of the characteristic length of their system, that is the rotating drum diameter in this specific case. Cassar et al. (2005) extended the definition of these time scales by considering a grain submitted to a confining pressure P_g instead of being driven by gravity. Measuring the typical times in the experiments and comparing with the characteristic times (4.1) allowed these authors to identify the three regimes in the parameter space defined by the Stokes number St and the particle-to-fluid density ratio r (see figure 4.1).

When $St \gg 1$ and $r \gg 1$, the fluid has no influence on the granular dynamic and one recovers the well-documented dry-regime (see MiDia (2004) for instance). When the Stokes number is decreased, a transition towards a viscous regime is observed, implying an important influence of the surrounding fluid. In the case of grain/fluid mixtures with $r = \mathcal{O}(1)$, the fluid, on the other hand, always affects the granular flow whatever the St . In this case, a transition from viscous to inertial regime was identified for increasing St (see figure 4.1). This transition can be related to the nature of the drag force experimented by the grain, and is therefore Re -dependent, Re being the Reynolds number scaling as $Re \sim St/r$ (slope one in figure 4.1). Armanini et al. (2005) related these regimes to the local shear rate in the granular flow. At low shear rate, the viscous regime is dominant, with a friction-like behaviour, while at high shear rate, a collisional behaviour was described, which can be related to the inertial and dry regimes (Armanini et al. (2005)). This transition from frictional to collisional behaviour was shown to be essentially controlled by the Stokes number, a pertinent number for describing a single collision in a fluid (Gondret et al. (2002); Yang and Hunt (2006); Joseph and Hunt (2004); Mongruel

et al. (2010)).

Note that due to limitations in the choice of the the fluid and sphere properties used in the experiments, the above mentioned authors were not able to explore the transitions between the viscous and dry regimes on the one hand and between the inertial and dry regimes on the other hand. Nevertheless, they estimated these transitions at a critical Stokes number of $St_c \approx 10$ and a critical grain/fluid density ratio of $r_c \approx 4$, respectively. In addition, they defined the transition between the viscous and the inertial regime via a critical Reynolds number $Re_c^* = St_c/r_c = 2.5$, based on one a set of experiments performed for one value of r only.

More recently, Cassar et al. (2005) did experiments on granular flow down a rough inclined plane in fluids and successfully compared their results using a modified $\mu(I)$ rheology, which were initially developed for dry granular flows (Jop et al. (2006)), I being an inertial number which depends on the viscous falling time of sphere in a fluid. Liao et al. (2010) extended results of Courrech du Pont et al. (2003) for different fluid viscosity. Pignatel et al. (2012) also considered a related configuration in which viscous and dry regimes were investigated.

The configuration of a granular inclined bed flowing on a rough surface in the special case of steady avalanches in a fluid initially at rest is considered here using a coupled discrete element (DEM) /immersed boundary method (IBM) (see Izard et al. (2014a)). Various three-dimensional simulations are performed for a wide range of particle-to-fluid density ratios, Stokes numbers and Reynolds numbers. The goal here is to clarify the transition between each regime, and to give detailed information of the local flow structure in each regimes, which are difficult to get in experiments.

The paper is structured as follow. In a first part, we present the numerical method, describe the numerical setup and give a brief discussion about the choice of the size of the computational domain. In a second part, we illustrate the dynamics of an avalanche from the initiation to steady state, investigate the transition between the flow regimes, present the mean profile of velocity and stresses and give a discussion of the dominant forces in each regime.

4.1.2 Numerical approach

4.1.2.1 Coupled discrete element / immersed boundary method

The DEM/IBM numerical method used in the present work is briefly described. The reader is referred to Bigot et al. (2014) for a detailed description and validation of the presently used immersed boundary method, and Izard et al. (2014a,b) for more details on the soft-sphere method and on the coupling.

The immersed boundary method used here, similar to Yuki et al. (2007), allows to compute the fluid flow around moving particles. The fluid motion is described by the Navier-Stokes equations for an incompressible fluid, namely

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0, \tag{4.2}$$

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{V} \otimes \mathbf{V}) = \mathbf{g} - \frac{1}{\rho} \nabla P + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot [\eta_f (\nabla \mathbf{V} + {}^t \nabla \mathbf{V})] + \mathbf{f}, \quad (4.3)$$

where $\mathbf{V} = (U, V, W)$, P , ρ and η_f is the local velocity, total pressure, density and dynamic viscosity in the fluid, respectively, \mathbf{g} is the gravity and \mathbf{f} is a body force source term accounting for the presence of the moving solid spheres. These equations, expressed in Cartesian coordinates, are resolved throughout the entire domain, e.g. the real fluid domain and the space occupied by the particles. The particles are represented by a local solid volume fraction α which is equal to 1 (0) in grid cells completely inside the particle (fluid) and $0 \leq \alpha \leq 1$ in cells crossed by the particle surface. For each sphere, the term \mathbf{f} is used to compute the hydrodynamic force \mathbf{F}_h and torque $\mathbf{\Gamma}_h$ of the fluid upon the immersed solid, using the local velocity of the fluid and particle.

The motion of each particle p of mass m_p is described by Newton's equations for linear and angular momentum, with velocity \mathbf{u}_p and angular velocity ω_p , *viz*

$$m_p \frac{d\mathbf{u}_p}{dt} = m_p \mathbf{g} + \mathbf{F}_h + \mathbf{F}_c + \mathbf{F}_{lub}; \quad \mathbf{I}_p \frac{d\omega_p}{dt} = \mathbf{\Gamma}_h + \mathbf{\Gamma}_c, \quad (4.4)$$

where \mathbf{F}_c (resp. $\mathbf{\Gamma}_c$) is the sum of contact forces (resp. torques) applied to the particle and calculated by the DEM method. A lubrication force \mathbf{F}_{lub} is also applied when a pair of grains are close enough (less than half of a mean radius). The lubrication model used here is a modification of that of Brenner (1961) for which an effective roughness length η_e was added. A detailed discussion about the introduction of this force and the use of the effective roughness length was given in Izard et al. (2014a) and will not be repeated here.

The contact forces are computed thanks to a soft-sphere method (Cundall and Strack (1979)) for which rigid particles are allowed to overlap in order to mimic real grains deformation during contact. A linear mass-spring model is used together with a Coulomb type threshold to compute the contact force. Using this modeling, a contact is characterized by its dry restitution coefficient ϵ_{max} and a contact time t_c which are both related to dissipation during bouncing and contact stiffness. Furthermore, the friction coefficient μ_c is specified for the Coulomb threshold.

4.1.2.2 Numerical set up

Here, we consider the granular avalanche of a collection of grains flowing down a rough inclined plane making an angle θ with the horizontal plane. The coordinate axes are chosen such that x is aligned to the main flow direction, y is perpendicular to the inclined plane (pointing upward) and z is the transverse direction. The parameter space defined by the Stokes number St and the density ratio r is swiped by varying the fluid density and viscosity and the density of the grains, all other parameters being fixed, including the angle of the inclined plane ($\theta = 25^\circ$). In particular, the gravity vector is such that $\|\mathbf{g}\| = 9.81 m.s^{-2}$ and makes an angle of θ with the y -axis. The initial height of the granular bed is of $7 - 8D$ approximately where $D = 5mm$ is the mean diameter of the particles. The contact parameters are set to $\epsilon_{max} = 0.87$, $t_c \sqrt{g/D} = 4.4 \times 10^{-3}$,

$\mu_c = 0.25$ and $\eta_e/D = 10^{-4}$, with η_e being the effective roughness length implemented in the lubrication force (see Izard et al. (2014a) for details). In all the cases presented, we consider a small polydispersity of the grain size distribution, namely 10 %, which was verified to be large enough to prevent crystallization and small enough to avoid segregation.

The size of the domain in the x -, y - and z -directions is L , H and W , respectively. Here, we set $L = W = 5D$ and $H = 20D$. A discussion about the influence of the domain size is given in section 4.1.3. Periodic boundary conditions are imposed in the streamwise and spanwise directions. For the fluid, a free-slip boundary condition is used at the top of the domain whereas a no-slip condition is applied at the bottom plane $y = 0$. Moreover, to prevent sliding of the solid phase on the bottom boundary, half grains are glued at the bottom, i.e. the centre of glued particles coincided with $y = 0$. In the present simulations, the grid is chosen so that $\Delta x = \Delta y = \Delta z = D/10$, in accordance with previous results (Izard et al. (2014b)). The spatial resolution of the fluid mesh is constant along the x - and z -directions and in the y -direction in the interval $0 \leq y \leq 15D$. For $y > 15D$, the grid size is varied following an arithmetic progression up to the upper wall at $y = H$.

The initial granular bed is obtained using the DEM code alone to minimize the computation cost. Particles settle down from a random initial position in the computational domain in the configuration $\theta = 0$, i.e. on a horizontal plane. When the granular media is at rest, the coupled IBM/DEM code is run. At $t = 0$, the domain, or more precisely the gravity orientation, is inclined to the angle θ .

As the present simulations are meant to mimic granular avalanches in a fluid initially at rest, a modification of the fluid equations is needed. In fact, the domain defined previously with an inclined gravity field allows both fluid and grains to flow along the $y = 0$ bottom wall. In order to prevent the fluid to flow down due to gravity, (4.3) is modified as follow,

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{V} \otimes \mathbf{V}) = \mathbf{g} - \mathbf{g}' - \frac{1}{\rho} \nabla P + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot [\eta_f (\nabla \mathbf{V} + {}^t \nabla \mathbf{V})] + \mathbf{f}, \quad (4.5)$$

with \mathbf{g}' being the projection of \mathbf{g} along the streamwise direction, that is $\mathbf{g}' = \|\mathbf{g}\| \sin \theta \mathbf{e}_x$, \mathbf{e}_x being the unit vector parallel to the x -direction. In that case, (4.4) must be modified accordingly to keep the buoyancy contribution unchanged in the system (the angular momentum equation being unchanged), such as

$$\frac{d\mathbf{u}_p}{dt} = \mathbf{g} + \frac{\rho}{\rho_p - \rho} \mathbf{g}' + \mathbf{F}_h + \mathbf{F}_c + \mathbf{F}_{\text{lub}}, \quad (4.6)$$

4.1.3 Preliminary tests regarding domain size effect

In this section, simulations with different $(L \times H \times W)$ -domain sizes, but with the same set of physical parameters, are presented. Here, the fluid properties and particles density are such that the density ratio is $\rho_p/\rho = 4$ and the Archimedes number $Ar = \rho(\rho_p - \rho)gD^3/\eta_f^2 \approx 9$. In these simulations, the *a posteriori* measured maximum particle

Table 4.1 – Parameters used for the simulations designed to investigate the effect of the domain size.

Case	$L \times H \times W$	Number of moving particles	Granular phase	Fluid phase
a	$3D \times 20D \times 3D$	75	\triangle	---
b	$10D \times 20D \times 3D$	260	\triangleleft	-. -
c	$20D \times 20D \times 3D$	532	\triangleright	...
d	$5D \times 20D \times 5D$	213	\blacktriangle	--- -
e	$10D \times 20D \times 5D$	433	\bullet	-. -
f	$10D \times 20D \times 10D$	832	\blacktriangleleft	---
g	$5D \times 40D \times 5D$	213	\blacktriangleright	...

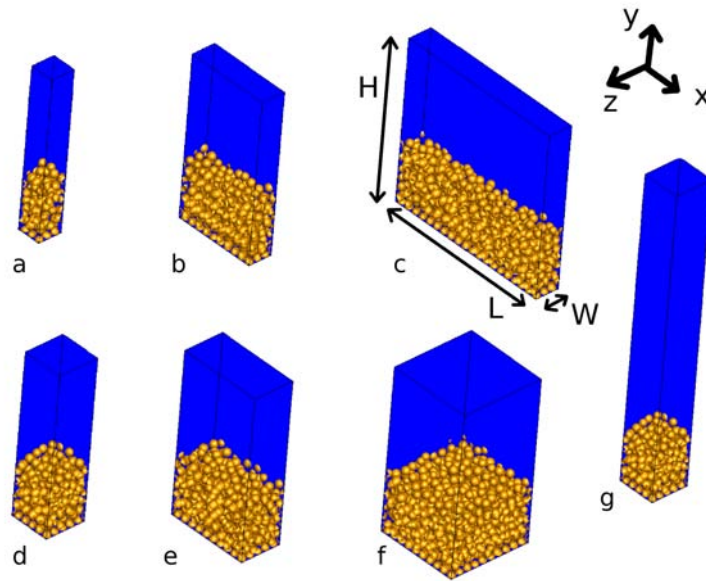


Figure 4.2 – Domains used in the simulations of avalanches designed to investigate the effect of domain size. Details about the geometry are given in Table 4.1. Particles are materialized by the iso-surface $\alpha = 0.8$.

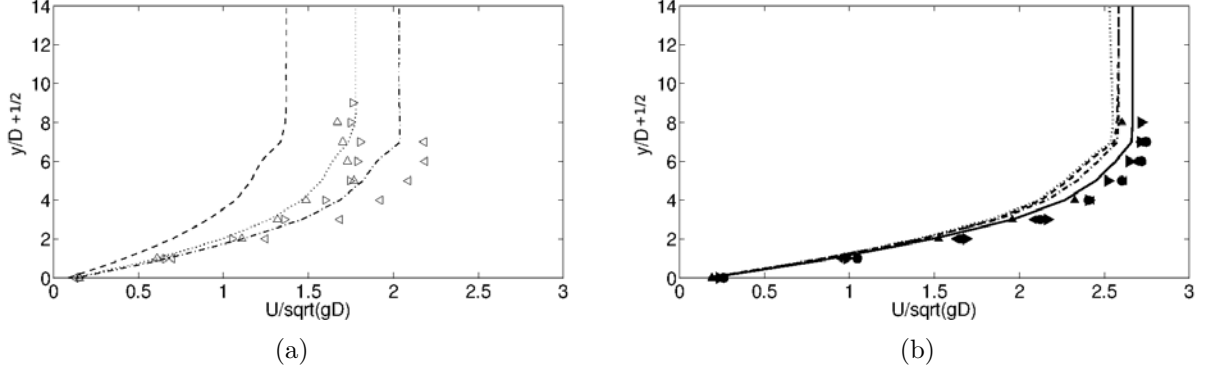


Figure 4.3 – (x,z) -averaged velocity profile of the granular phase ($U_g(y)$, symbols) and the fluid phase ($U_f(y)$, lines) at steady-state : (a), cases for which $W = 3D$; (b), cases for which $W \geq 5D$. See table 4.1 for key.

Stokes and Reynolds numbers are $St_p = \rho_p V_p d / 9\eta_f \approx 2.5$ and $Re_p = \rho(V_p - U)d / \eta_f \approx 5$ respectively. Note that St_p is defined here for each individual grain unlike St defined previously using macroscopic scales of the entire system. The different runs are summarized in table 4.1 and the initial domain configuration is shown in figure 4.2.

As the flow is mainly oriented in the downstream x -direction and the velocity strongly depends upon the vertical y -direction, we introduce the spatial averaging operators, denoted by $\langle \cdot \rangle_f$ and $\langle \cdot \rangle_g$ for the fluid phase and the granular media, respectively. For instance, the spatially-averaged velocity profiles $\langle U \rangle_f$ and $\langle U \rangle_g$ are computed as follows,

$$\langle U \rangle_f(y, t) = \frac{\int_0^L \int_{y-D/2}^{y+D/2} \int_0^W (1 - \alpha(\mathbf{x}, t)) U(\mathbf{x}, t) d\vartheta}{\int_0^L \int_{y-D/2}^{y+D/2} \int_0^W (1 - \alpha(\mathbf{x}, t)) d\vartheta}, \quad (4.7)$$

$$\langle U \rangle_g(y, t) = \frac{\int_0^L \int_{y-D/2}^{y+D/2} \int_0^W \alpha(\mathbf{x}, t) U(\mathbf{x}, t) d\vartheta}{\int_0^L \int_{y-D/2}^{y+D/2} \int_0^W \alpha(\mathbf{x}, t) d\vartheta}. \quad (4.8)$$

These averaged velocities are thus computed on a vertical mesh along the y -direction with a resolution of D , implying no overlap of the average box. The steady state spatially-averaged velocity profiles are shown in figure 4.3. Note that velocity and length are scaled by \sqrt{gD} and D , respectively. These scales are used here, and in the following, since the flow is driven by the granular avalanche. In particular, results for $W = 3D$ are shown in figure 4.3(a) while results for $W \geq 5D$ are shown in figure 4.3(b). One can clearly see the influence of the domain size for $W = 3D$. On the other hand, the difference between the velocity profiles is largely reduced for $W \geq 5D$ with a relative discrepancy being less than 7 % in all cases. Note that doubling the normal-to-wall dimension of the computational domain H does not change the dynamics much (see cases d and g in figure 4.3(b)). The simulations of avalanches presented in the following section 4.1.4 were thus performed on

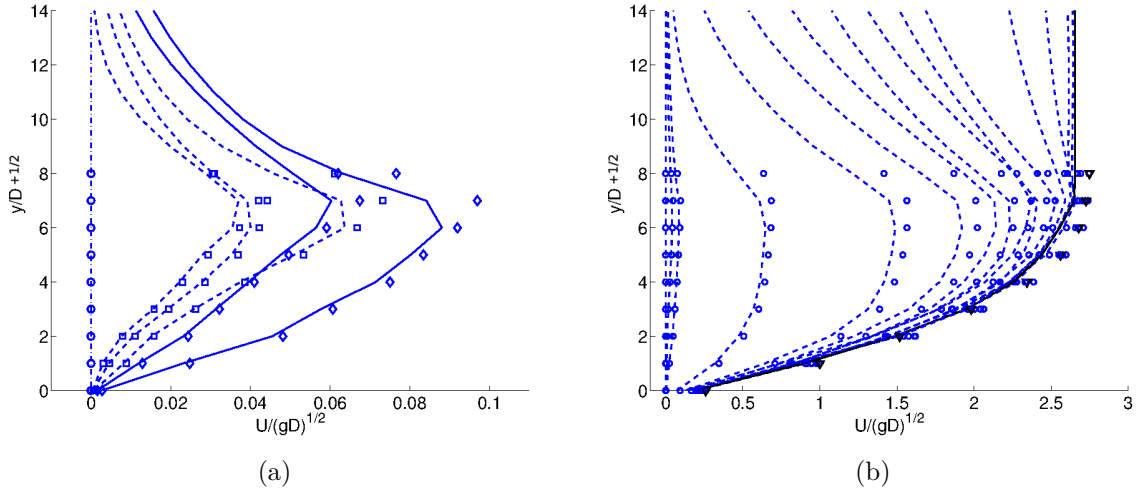


Figure 4.4 – Temporal evolution of the (x,z) -averaged velocity profile of the granular phase ($U_g(y,t)$, symbols) and the fluid phase ($U_f(y,t)$, lines) for the case f of table 4.1. (a), early stage of the avalanche ($0 \leq t < 50$): the various symbols indicate the type of profile, namely uniform (\circ , - - - -), exponential (\square , - - - -) and Bagnold/Poiseuille (\diamond , —). Here, the time instances are taken in the range $0 \leq t \leq 44.25$ by steps of 8.85. (b), long-time evolution of the avalanche ($0 \leq t < 4500$): (\circ , - - - -), time instances taken in the ranges $0 \leq t \leq 221.5$ by steps of 22.15 and $443 \leq t \leq 886$ by steps of 221.5; the black curves (∇ , —) are for $t = 4430$. Here, time is scaled by $\sqrt{D/g}$.

a $5D \times 20D \times 5D$ domain, in order to minimize the computational cost and to allow an investigation in the parameter space (St, r) while keeping a small enough influence of the domain size on the dynamics.

4.1.4 Results

4.1.4.1 The transient evolution of the avalanche : from rest to steady-state

The temporal evolution of the immersed avalanche corresponding to case f in table 4.1 is presented here. The early stage of the avalanche’s dynamics is shown in figure 4.4(a) through the evolution of the (x,z) -averaged velocity profile of the granular and fluid phases. In the following, time is scaled by $\sqrt{D/g}$. The avalanche is initiated by grains located at the top of the granular bed, as indicated by the concave shape of the velocity profiles $U_f(y,t)$ and $U_g(y,t)$ at $t < 30$. The velocity profile of both phases then tends to a convex shape for $t > 30$, which resembles a Bagnold (Poiseuille) profile for the granular (fluid) phase.

The whole dynamics of the avalanche from rest to steady state is presented in figure 4.4(b). In this figure, different intervals of time are specified (see legend for details) since different time scales associated with the granular phase and with the fluid phase are involved in the transient regime. Four sequential phases can be identified. The first one, denoted as the initiation phase is in the range $0 \leq t \leq 50$ and as been described

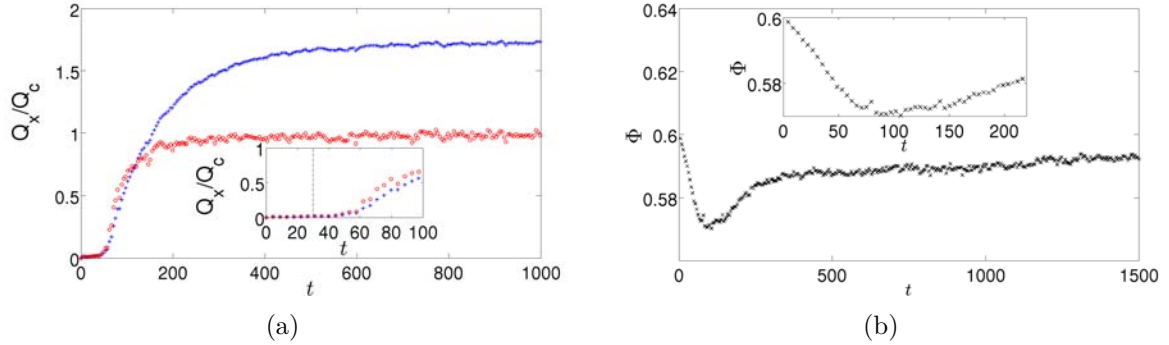


Figure 4.5 – (a) Time evolution of the flow rate of the granular phase Q_g (\circ) and the fluid phase Q_f ($+$). $Q_c = \sqrt{gDW\bar{h}_g}$ for the granular phase, with \bar{h}_g being the height of the granular bed at steady state, and $Q_c = \sqrt{gDWH}$ for the fluid phase. Note that Q_g (Q_f) reaches a plateau at $t_{sg} \approx 250$ ($t_{sf} \approx 900$) approximately. Inset : Close-up of the initiation where the triggering time $t_{trig} \approx 50$ is specified. (b) Global compacity ϕ as a function of time. Inset : Close-up of the initiation where the triggering time $t_{trig} \approx 50$ is specified and roughly coincides with the lower compacity of 0.57. Note the change of slope at time $t_{sg} \approx 250$. Time is scaled by $\sqrt{D/g}$.

previously. At $t_{trig} \approx 50$, the velocity of both the granular phase and the fluid phase dramatically increases, as the maximum value of U_g and U_f is multiplied by a factor of 5-6 approximately in a time span of 20 dimensionless time units only. This time instance t_{trig} may be interpreted as the time at which the avalanche is triggered. The subsequent phase corresponds to the development of the granular avalanche at $50 \leq t \leq 250$. From $t_{sg} \approx 250$ the velocity of the grains U_g is steady. For $250 \leq t \leq 900$, the evolution of the granular phase is quite marginal while that of the fluid phase outside the granular bed slowly evolves to a bulk flow on a viscous time scale. During this phase, the dynamic of the upper flow, corresponding the development of a fluid boundary layer, does not influence the dynamic inside the bed. Note that the duration of this phase is proportional to the height of the boundary-layer and hence to H . For instance, the time of development of the fluid boundary layer in case g, which has twice higher domain than case d, is roughly 6 times larger than the one of case d. From $t_{sf} \approx 900$ the velocity of the fluid U_f is steady since the profiles at $t \approx 900$ and 1500 are almost superimposed. From this time, the system enters the last phase of the dynamics denoted as the steady regime, and a time averaging can be performed to obtain the steady state profiles for the fluid phase and the granular phase, respectively.

The above mentioned phases can be detected on the time evolution of the flow rate Q_g and Q_f of the granular phase and the fluid phase, respectively, plotted in figure 4.5(a) and defined as,

$$Q_g(t) = \frac{1}{L} \int_V \alpha(\mathbf{x}, t) U(\mathbf{x}, t) d\vartheta \quad (4.9)$$

$$Q_f(t) = \frac{1}{L} \int_V (1 - \alpha(\mathbf{x}, t)) U(\mathbf{x}, t) d\vartheta \quad (4.10)$$

where V is the volume of the computational domain. In this figure, the flow rate is scaled using a characteristic flow rate Q_c which is phase-dependent due to the height to be considered for each of them : for the granular phase, $Q_c = \sqrt{gDW\bar{h}_g}$ with \bar{h}_g being the height of the granular bed at steady state, while for the fluid phase $Q_c = \sqrt{gDWH}$. The evolution of the flow rates clearly exhibits a triggering time t_{trig} of the avalanche as observed in the experiments of Pailha et al. (2008). A quantitative extraction of this time is not easy but could be estimated around $t_{trig} \approx 50$. In the insert of figure 4.5(a), the vertical dashed line corresponds to $t = 30$, which was the rough estimation of the change of concavity of velocity profiles at early stages of the avalanche, as described previously.

At $t_{sg} \approx 250$, the grain flow rate tends to become constant while the fluid flow rate keeps increasing up to a time $t_{sf} \approx 900$. Again, this time corresponds to the time for which the upper fluid column reaches a bulk flow. Therefore, one may expect the time of approach to steady-state of the fluid flow rate to be a function, among others, of the height of the computational domain H . Above $t_{sf} \approx 900$, the avalanche reaches a steady state and the mean grain flow rate \overline{Q}_g can be estimated. In the following, the overbar will refer to time-averaging. For instance, the mean grain flow rate \overline{Q}_g is computed as

$$\overline{Q}_g = \frac{1}{T_2 - T_1} \int_{T_1}^{T_2} Q_g(t) dt, \quad (4.11)$$

where $[T_1, T_2]$ is a time interval chosen in the steady-state phase

A characteristic time of the avalanche flow T can then be defined as

$$T = \mathcal{V}_g / \overline{Q}_g \quad (4.12)$$

where $\mathcal{V}_g = L \times W \times \bar{h}_g$ is the volume embodying the granular media. This characteristic times is used in the next section as a characteristic time scale of the avalanche so that the different flow regimes can be identified as done by Courrech du Pont et al. (2003) among others. In the present case, one obtains $\overline{Q}_g/Q_c \approx 1$ and $T\sqrt{g/D} \approx 5$.

The evolution of the volume fraction of the granular phase ϕ is considered. This volume fraction ϕ is defined in the granular bed (without the fixed particles and granular free surface) as

$$\phi(t) = \frac{1}{LW(\bar{h}_g - D)} \int_0^L \int_{D/2}^{\bar{h}_g - D/2} \int_0^W \alpha(\mathbf{x}, t) d\vartheta \quad (4.13)$$

The time evolution of the global compacity ϕ is plotted in figure 4.5(b). Initially, the granular media decompacts down to a minimum compacity of 0.57 which occurs just after the triggering time $t_{trig} \approx 50$. Afterwards, the compacity rapidly relaxes to a value of 0.585 at time $t_{sg} \approx 250$, then keeps increasing at a much slower trend to a value of roughly 0.59. Note that the increase of compacity from $t_{sg} \approx 250$ and $t = 1500$ is less than 1.5 %. Interestingly, the granular flow rate is observed to relax faster than the compacity suggesting that the observed slow variation of the compacity does not influence much the dynamic of the granular flow.

Table 4.2 – Parameters used in the simulations displayed in figure 4.6 : density ratio ρ_p/ρ , $r = \sqrt{5\rho_p/3\rho}$, angle of inclination θ , Stokes number $St = \sqrt{\rho_p d \Delta \rho g \sin \theta} D / 18 \sqrt{2} \eta_f$, characteristic time T defined in (4.12).

ρ_p/ρ	r	θ (in $^\circ$)	St	T (in ms)
2.7	2.12	25	[0.03, 95]	[25, 130]
3	2.24	25	28	24
4	2.58	25	[0.05, 155]	[24, 605]
5	2.89	25	[0.05, 51]	[21, 589]
6	3.16	25	62	21
7	3.42	25	[0.15, 23]	[23, 182]
7.5	3.54	25	79	21
10	4.08	25	[0.4, 107]	[18, 71]
15	5	25	10	28
16	5.16	25	[0.7, 0.75]	[28, 43]
20	5.77	25	220	32
30	7.07	25	[20, 330]	[28, 32]
40	8.16	25	[0.2, 177]	[33, 243]
75	11.2	25	843	31
100	11.2	25	[0.04, 111]	[38, 1200]
[4, 40]	[2.58, 8.16]	27.5	[0.2, 1.9]	[12, 27]
[4, 40]	[2.58, 8.16]	30	[0.2, 2]	[17, 87]

According to previous studies (Pailha et al. (2008); Pailha and Pouliquen (2009)), the triggering time of the avalanche is a consequence of the coupling between the dilatancy of the granular layer and the evolution of the pore pressure in the fluid phase. Velocity profiles at early stages (dashed lines in figure 4.4(a)) show that the dilatancy of the granular media starts from the top to reach the bottom on a time scale which is related to the triggering time, supporting the fact that the bed height may influence t_{trig} (Pailha et al. (2008)).

4.1.4.2 Identification of the flow regimes in the (St, r) parameter space

Following Courrech du Pont et al. (2003) and Cassar et al. (2005), we here discuss the different flow regimes observed in immersed avalanches by analyzing the time scale of the flow. For this purpose, several simulations of steady-state granular avalanche flowing down a rough inclined plane are considered.

The numerical setup is the same as case d of table 4.1 (see section 4.1.3). We recall that the contact properties are $\epsilon_{max} = 0.87$, $t_c \sqrt{g/D} = 4.4 \times 10^{-3}$, $\mu_c = 0.25$ and $\eta_e/D = 10^{-4}$. The density ratio ρ_p/ρ is varied from 2.7 to 100 and the Stokes number (see e.g. the legend of table 4.2 for definition) covers a range of values in the interval $[10^{-2}; 10^3]$. These simulations are summarized in table 4.2 and reported in figure 4.6 in the (St, r) plane. For comparison, the experimental runs of Courrech du Pont et al. (2003)

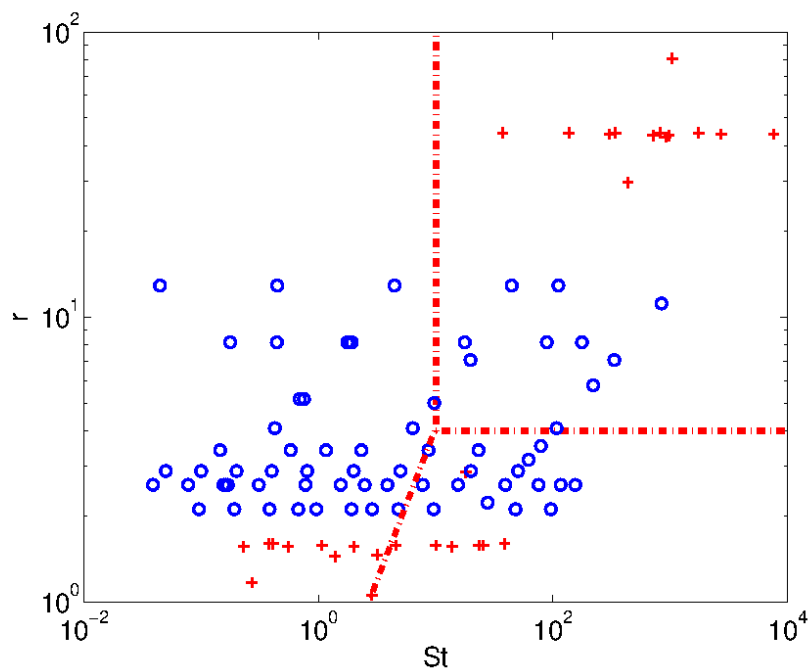


Figure 4.6 – Regimes of avalanche as a function of the Stokes number St and the equivalent density ratio r . $+$ experiments of Courrech du Pont et al. (2003); \circ , present simulations (see table 4.2). $- \cdot -$, transition between the viscous (left), inertial (lower right) and free-fall (upper right) regimes estimated by Courrech du Pont et al. (2003) : $r_c = 4$, $St_c = 10$ and $Re_c^* = 2.5$.

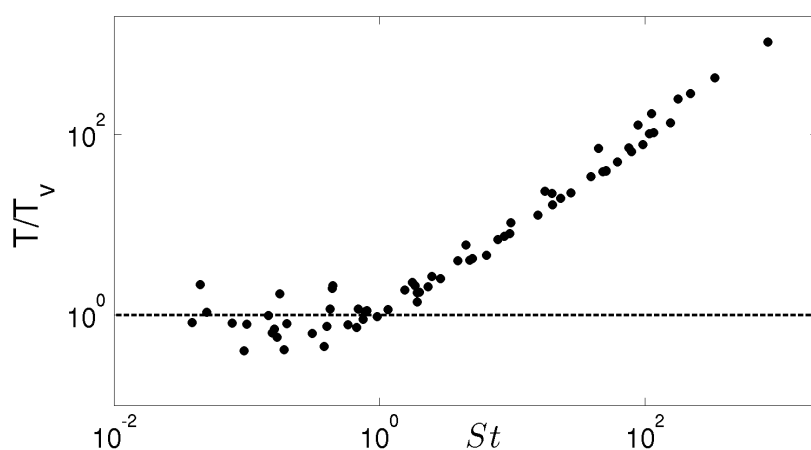


Figure 4.7 – T/T_v as a function of St for the entire set of numerical simulations (\circ in figure 4.6).

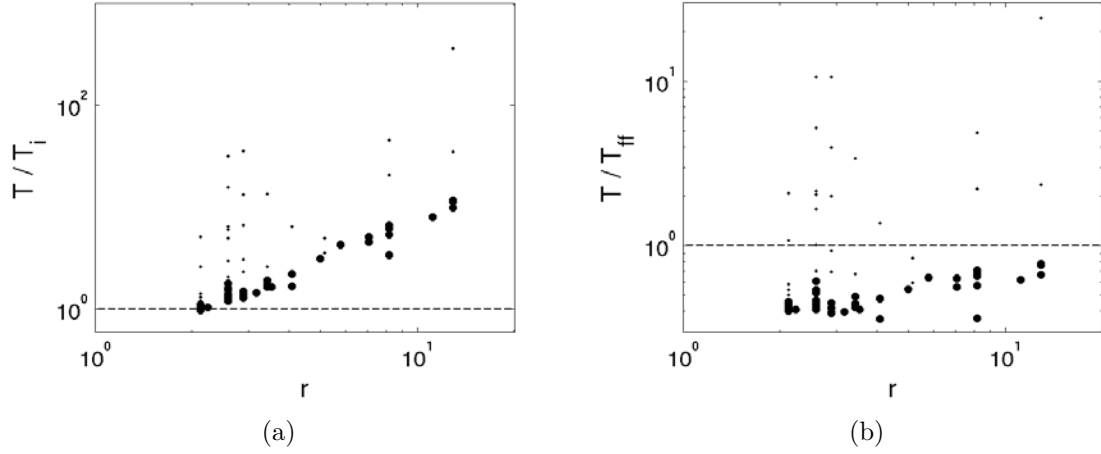


Figure 4.8 – T/T_i (a) and T/T_{ff} (b) as a function of r for the entire set of numerical simulations. Big dots correspond to $St \geq 1$ while small dots correspond to $St < 1$.

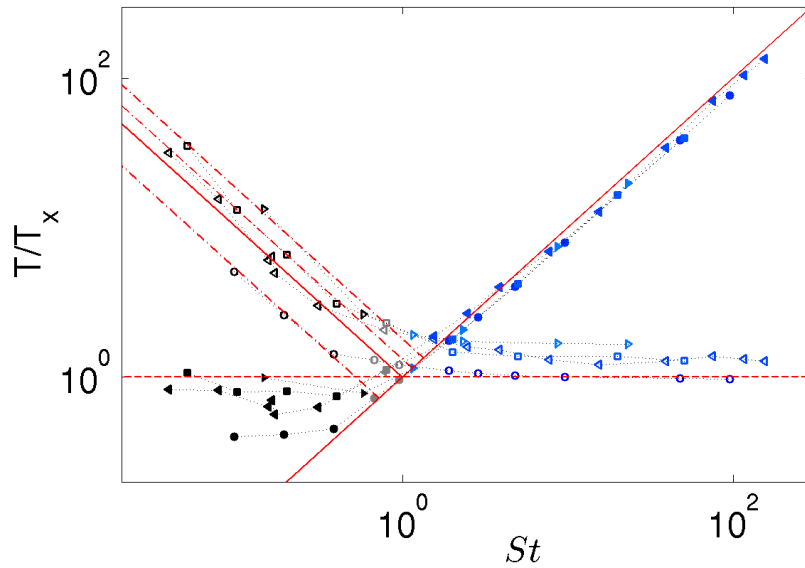


Figure 4.9 – T/T_x as a function of St , T_x being either T_v (full symbols) or T_i (open symbols). Each symbol corresponds to a specific value of r : \triangleright , $r = 3.42$; \square , $r = 2.89$; \triangleleft , $r = 2.58$; \circ , $r = 2.12$. Solid red lines correspond to both functions $T/T_x = St$ and $T/T_x = St^{-1}$. Dashed-dotted lines are -1 sloped lines.

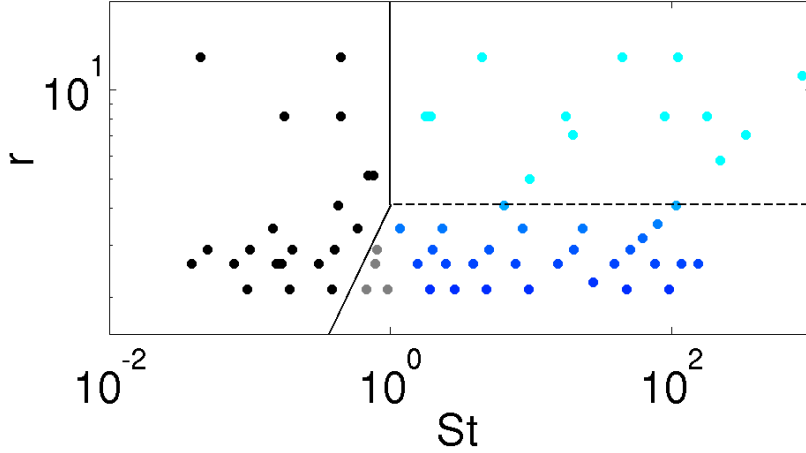


Figure 4.10 – Regimes of avalanche as function of the Stokes number St and equivalent density ratio r obtained from the present simulations. The vertical (tilted) solid line corresponds to the transition viscous/free-fall (viscous/intertial) defined by $St_c = 1$ ($Re_c^* = 0.25$). The dashed line corresponds to the transition inertial/free-fall estimated by Courrech du Pont et al. (2003) : $r_c = 4$. Note that the present simulations suggest a continuous transition from the inertial to the free-fall regime.

are included in the figure, as well as their transitions between the three regimes (dashed lines). It must be stressed that the proposed simulations aim at covering the parameter space (St, r) in between the available experiments, and especially close to the frontiers between the regimes. We here compare the characteristic time scale of the granular flow T defined in (4.12) with the characteristic times given in (4.1).

First, we consider the transition between the viscous regime and the others. Note that there is a r -dependence between the viscous and inertial regimes (see figure 4.1) but this point will be explicitly addressed in a second step of the present analysis. The quantity T/T_v is reported in figure 4.7 as a function of St for the entire set of simulations. One can clearly observe a transition occurring at around $St \approx 1$ from the viscous regime at small St (plateau of $T/T_v \approx 1$) to another regime which cannot be described by the viscous time. It is thus quite clear that a St -transition is obtained delimiting a viscous regime from the two others. Note that a small dispersion is observed around the plateau corresponding to the viscous regime. This point will be discussed later.

Let us now consider the r -dependence of the transition. From figure 4.1, the most obvious transition observed as a function of r is the transition from inertial to free-fall regimes. In figure 4.8, T/T_i and T/T_{ff} are plotted as a function of r . Here, simulations for $St > 1$ (big dots) are emphasized as compared to results for $St < 1$ (small dots) since no r -transition was reported at small St in previous studies. No clear evidence of the transition from inertial to free-fall regimes is obtained here. However, results for $St > 1$ roughly collapse on a single master curve which tends to $T/T_i \approx 1$ when r decreases and to $T/T_{ff} \approx 1$ when r increases. An influence of r on the dynamics in this range of high- St is thus observed. However, the transition is not observed for a specific value of r but seems to be a continuous transition for varying r .

In the following, we focus on the transition from viscous to inertial regimes depicted in previous experimental studies (Courrech du Pont et al. (2003); Cassar et al. (2005)). As this transition was obtained at small r , we choose here to focus on results for $r \leq 4$. This value is chosen both in accordance with previous experimental works and from figure 4.8, in which the inertial time scale remains pertinent for this range of r . In figure 4.9, T/T_v (full symbols) and T/T_i (empty symbols) are plotted as a function of St for four density ratios $r = [2.12, 2.58, 2.89, 3.42]$. Once again, plateaus can be observed for each regime corresponding to $T/T_v \approx 1$ for small St and $T/T_i \approx 1$ for large St .

More surprisingly, T/T_v (resp. T/T_i) in the inertial regime (resp. viscous regime) follows scaling laws of St . To support this trend, it can be noted that from (4.1) and the definition of St , one can write $T_i/T_v \approx St/r$ or equivalently $T_v/T_i \approx r/St$. The above mentioned scaling laws are therefore of slope 1 (resp. -1) in the inertial (resp. viscous) regime. These laws are shown with lines in figure 4.9, the solid lines crossing the point $(St, r) = (1, 1)$. Note that in the inertial regime, T/T_v scales as $T/T_v = St$ while in the viscous regime, results are spread around $T/T_i = 1/St$. The latter spreading can be explained by the theoretical r -dependence of the scaling laws mentioned previously. Dashed lines corresponds to the best fit of slope -1 for each set of simulations at a given r (different symbols in figure 4.9). A closer look at this data shows that even if the St -transition between the viscous and inertial regimes is quite sharp, it is in fact continuous on a small St interval which depends on r . For each r , the transition correspond to data which do not fit the corresponding scaling law, and are shown in grey for each value of r . Results which fit viscous scalings and inertial scalings are shown in black and blue, respectively.

Based on the previous description of the different time scales, the different runs are reported in the parameter space (St, r) in figure 4.10 with different colors. Black dots correspond to the viscous regime as defined previously, blue dots correspond to both inertial and free fall regimes with a continuous transition from dark blue, in the dominated-inertial regime, to light blue, in the dominated-free-fall regime. Grey symbols highlight transitional data from viscous to inertial regimes. From these results, frontiers between regimes are obtained. Overall, the presents results are in qualitative agreement with those of Courrech du Pont et al. (2003). The critical value $St \approx 1$ appears to be a good candidate for the transition from the viscous to the free-fall regime for $r \geq 4$. For $r < 4$, the line $r = 4St$ which crosses the point $(St, r) = (1, 4)$ shows to describe reasonably well the transition from the viscous to the inertial regime at small r . Beyond these transitions, free-fall and inertial regimes coexist with a continuous transition : the horizontal dashed line is reported here as a possible value of this transition.

4.1.4.3 Velocity profiles and fluid stresses

In the following, the mean velocity profiles and fluid stresses are analyzed for the different regimes mentioned in the previous section. As the observed transitions are sharper with evolving St at a given r , we choose here to present the transition at $r = 2.58$ and $r = 12.91$ which are below and above the critical value $r_c = 4$, respectively. The details of the selected configurations are given in table 4.3.

Table 4.3 – Parameters used in the simulations presented in figures 4.11 and 4.12 : density ratio ρ_p/ρ , $r = \sqrt{5\rho_p/3\rho}$, angle of inclination θ , Stokes number $St = \sqrt{\rho_p d \Delta \rho g \sin \theta} D / 18 \sqrt{2} \eta_f$.

Case	ρ_p/ρ	r	θ (in $^\circ$)	St	fluid phase	granular phase	flow regime
1	4	2.58	25	0.04	--	\triangle	viscous
2	4	2.58	25	0.31	\triangleright	\triangleright	viscous
3	4	2.58	25	7.75	\blacktriangleleft	\blacktriangle	inertial
4	4	2.58	25	75.4	\blacktriangleright	\blacktriangleright	inertial
5	100	12.91	25	0.45	\triangleleft	\triangleleft	viscous
6	100	12.91	25	4.5	\times	\times	dry
7	100	12.91	25	111.2	$-\cdot-$	*	dry

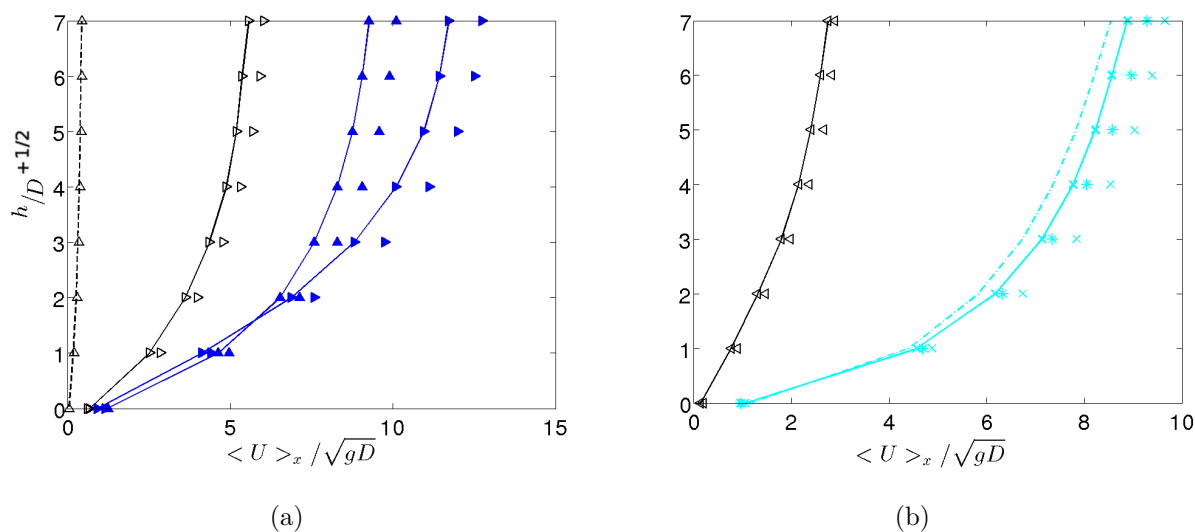


Figure 4.11 – Mean velocity profile for the fluid phase ($\overline{\langle U \rangle_f}$, line with symbol) and the granular phase ($\overline{\langle U \rangle_g}$, symbol alone) inside the granular bed. (a) $r = 2.58$, (b) $r = 12.91$ (see table 4.3 for key).

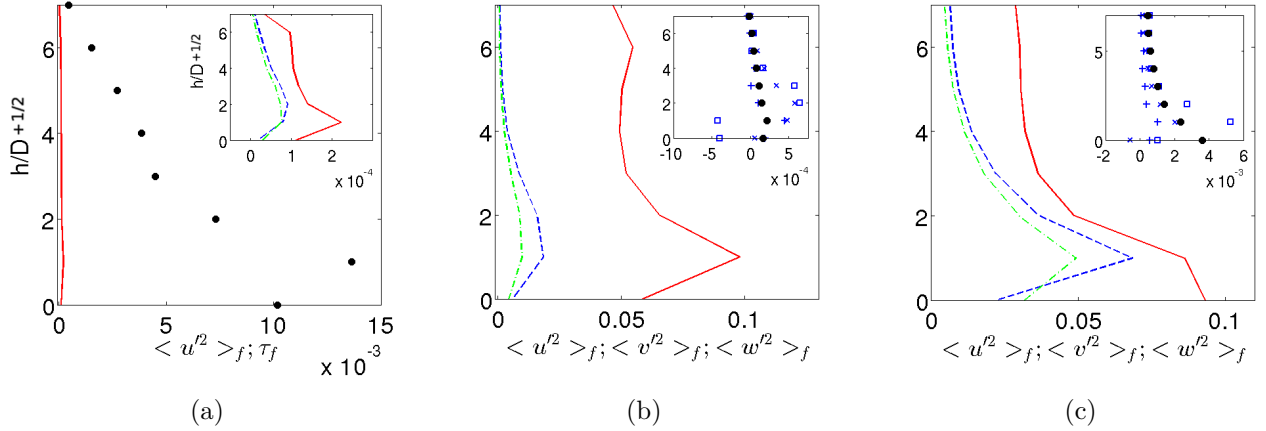


Figure 4.12 – Fluid velocity fluctuations and viscous stress in the three regimes : (a) viscous regime (case 1 of table 4.3), (b) inertial regime (case 4 of table 4.3), (c) free-fall regime (case 7 of table 4.3) : —, $\langle u'^2 \rangle_f$; - - - , $\langle v'^2 \rangle_f$; - · - · - , $\langle w'^2 \rangle_f$; □, $\langle u'v' \rangle_f$; +, $\langle u'w' \rangle_f$; ×, $\langle v'w' \rangle_f$; ●, τ_f . Here, all the stresses are scaled by gD .

The mean velocity profiles of the fluid and granular phase are plotted in figure 4.11 for $r = 2.58$ and $r = 12.91$. For $r = 2.58$, increasing St tends to modify the shape of the velocity profiles. This modification is clear for $St = 75.4$ but less obvious for $St = 7.75$ even if the latter was found in the inertial regime (see figure 4.10). The qualitative change of shape observed in figure 4.11(a) is in line with the experimental parabolic and Bagnold profiles observed by Cassar et al. (2005) in the viscous and inertial regimes, respectively. The evolution of the velocity profiles as St increases for the case $r = 2.58$ is thus consistent with the regime transition between viscous and inertial regimes as previously obtained with the characteristic time scales, even though the precise identification of the transition is more difficult to perform here, by analyzing the velocity profiles.

In the case $r = 12.91$, the evolution of the shape of the velocity profiles as St increases is less obvious. Nevertheless, we can note that the profiles for $St = 4.5$ and $St = 111.2$ are almost superimposed, the relative difference in velocity being of 10 % approximately, while their maximum velocity is about three times larger than that of the case $St = 0.45$. This indicates that for this value of r and in this range of St , the fluid only marginally influences the dynamics of the avalanche. This supports the idea that the system is in the free-fall regime as shown in figure 4.10. Surprisingly, the shape of the velocity profiles in that regime does not follow a Bagnold profile as it would be expected for dry granular avalanches. This behaviour may be explained by an observed sliding effect on the bottom wall. This effect has already been reported in previous simulations of DEM simulations (Weinhart et al. (2012b,a)) when the height of the bed of grains was not too large. Simulations with a higher bed of grain are thus needed to allow a quantitative comparison with the analytical predictions of the velocity profile done by Cassar et al. (2005) in each regime.

The viscous stress associated with the mean velocity of the fluid flow is defined as

$$\tau_f(y) = \nu_f \frac{\partial \langle U(\mathbf{x}, t) \rangle_f}{\partial y}, \quad (4.14)$$

where $\langle U \rangle_f$ is the longitudinal component of the spatially-averaged fluid velocity defined in (4.7) and ν_f is the kinematic viscosity. The i -th component of the velocity fluctuation is then defined as $u'_i(\mathbf{x}, t) = V_i(\mathbf{x}, t) - \langle U_i \rangle_f$ where V_i is the i -th component of the instantaneous velocity vector \mathbf{V} and $\langle U_i \rangle_f$ is the i -th component of the spatially-averaged fluid velocity. Using the definitions (4.7) and (4.11) for the spatial- and time-averaging, respectively, the (i, j) -th component of the fluctuation stress tensor reads

$$\langle u'_i u'_j \rangle_f(y) = \frac{1}{T_2 - T_1} \int_{T_1}^{T_2} \frac{\int_0^L \int_{y-D/2}^{y+D/2} \int_0^W (1 - \alpha(\mathbf{x}, t)) u'_i(\mathbf{x}, t) u'_j(\mathbf{x}, t) d\vartheta}{\int_0^L \int_{y-D/2}^{y+D/2} \int_0^W (1 - \alpha(\mathbf{x}, t)) d\vartheta} dt. \quad (4.15)$$

In figure 4.12, the different contributions of the stress tensor and the viscous stress are presented for three cases being in the different regimes, namely the viscous, inertial and free-fall regime. In this figure, they are scaled by gD . In all cases, the non-diagonal components of the stress tensor (4.15) are negligible as compared to the longitudinal fluctuation contribution $\langle u'^2 \rangle_f$ by at least one order of magnitude. In addition, $\langle u'^2 \rangle_f$ is significantly larger than the two other diagonal components, by a factor of 2 to 5 depending on the regime.

The vertical distribution of τ_f and $\langle u'_i u'_j \rangle_f$ is qualitatively similar in all cases : as one goes from the bottom wall toward the surface of the granular bed, the stress is at maximum at $y/D \approx 1$ and then strongly decrease towards zero, except $\langle u'^2 \rangle_f$ which somewhat reaches a roughly constant value. As for the diagonal components $\langle v'^2 \rangle_f$ and $\langle w'^2 \rangle_f$ of the fluctuation stress tensor, they are observed to be of the same order of magnitude and to increase from the viscous regime to the inertial and free-fall regimes. In the latter two regimes, one can notice that the normal-to-wall component $\langle v'^2 \rangle_f$ is 30-50% larger than the spanwise component $\langle w'^2 \rangle_f$.

In the viscous regime, the viscous stress is one order of magnitude larger than the components of the fluctuation stress tensor, indicating that most of the dissipation in the fluid takes place at a scale larger than the grain size. In the inertial and dry regimes, the diagonal components of the fluctuation stress tensor are the dominant ones and the viscous stress is negligible. In that case, dissipation at a scale smaller than the grain size cannot be disregarded. These results are of importance for large scale models in which, for instance, the fluid phase is averaged over several grains diameters.

4.1.4.4 Force contributions vs. granular flow regimes

The various forces applied to the grains, namely the solid contact force \mathbf{F}_c , the lubrication \mathbf{F}_{lub} and the hydrodynamic force \mathbf{F}_h are analyzed in the steady-state regime for the simulations reported in table 4.3. Note that the lubrication force is also a hydrodynamic force, but as it is not captured by the present immersed boundary method, as explained

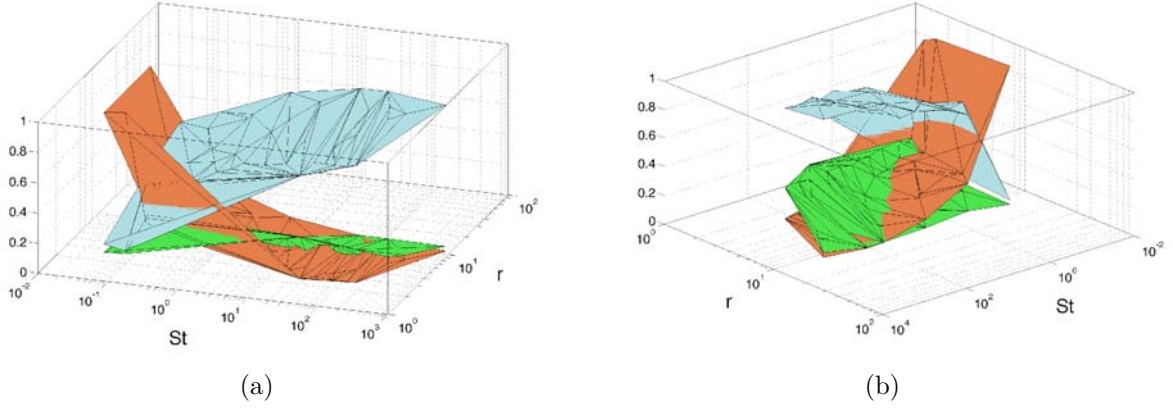


Figure 4.13 – Averaged contact force, lubrication force and other hydrodynamic as defined in (4.16) forces in the parameter space (St, r) : — (blue), $\overline{F_c}$; — (brown), $\overline{F_{lub}}$; — (green), $\overline{F_h}$. Forces are normalized by $\overline{F_c} + \overline{F_{lub}} + \overline{F_h}$. Frames (a) and (b) are the same representation with a different view angle.

in section 4.1.2.1, this force is explicitly computed. This allows us to distinguish between the contribution of lubrication and that of the other hydrodynamic forces. We then define the average contributions $\overline{F_c}$, $\overline{F_{lub}}$ and $\overline{F_h}$ as

$$\overline{F_c} = \frac{1}{N_c} \left\| \sum_{i=1}^{N_c} \mathbf{F}_c^i \right\|, \quad \overline{F_{lub}} = \frac{1}{N_{lub}} \left\| \sum_{i=1}^{N_{lub}} \mathbf{F}_{lub}^i \right\|, \quad \overline{F_h} = \frac{1}{N_g} \left\| \sum_{i=1}^{N_g} \mathbf{F}_h^i \right\|, \quad (4.16)$$

where N_c (resp N_{lub}) is the number of solid contact (resp. lubrication forces applied) and N_g denotes the number of grain in the simulation. For each simulation, one gets one value of $\overline{F_c}$, $\overline{F_{lub}}$ and $\overline{F_h}$ which has been time-averaged over more than $900\sqrt{D/g}$ in the steady regime.

These different contributions, normalized by the sum of the three contributions, are plotted in the (St, r) parameter space in figure 4.13. One can first notice that solid contact and lubrication forces mostly depend on St and only marginally on r . The solid contact (resp. lubrication) force increases (resp. decreases) when St is increased. The variation of these forces is quite sharp for $St \leq 1$ whereas it is much milder trend for $St \geq 1$. On the other hand, the hydrodynamic forces do not vary much with St (figure 4.13(a)) while they strongly decrease as r is increased.

At large density ratio $r \gg 4$, the hydrodynamic forces are negligible as compared to the other contributions and thus may not influence the dynamics. At large r , one can see that the dominant force is lubrication (resp. solid contact) for $St \ll 1$ (resp. $St \gg 1$) suggesting that the viscous regime is mainly driven by lubrication processes while the free-fall regime is dominated by solid contacts.

At moderate density ratio $1 \leq r \leq 4$, the hydrodynamic forces are shown to become significantly larger than the lubrication force at large enough St . At large St , the contribution of hydrodynamics forces relative to solid contact forces exponentially increases as

r is decreased (see the constant slope of the green iso-surface, corresponding to \overline{F}_h , in the semi-log representation in figure 4.13(b)). This is in line with the continuous transition from a dominated-inertial regime towards a dominated-free-fall regime observed in figure 4.10 when r is increased at large St .

Overall, one may draw a simplified picture of the competing forces in each granular flow regime. The viscous and free-fall regimes are lubrication- and collision-dominated, respectively, while in the inertial regime, both hydrodynamic forces and contact forces are significant, the diminution of the hydrodynamic forces being progressive as St is decreased and r is increased.

4.1.5 Conclusion

Direct numerical simulations of gravity-driven avalanches are performed with a coupled soft-sphere / immersed-boundary-method using a lubrication model for small scale fluid-particle interactions. A campaign of three-dimensional simulations is done in order to cover a wide range of particle-to-fluid density ratios, Stokes numbers and Reynolds numbers.

Firstly, these simulations allow to highlight the various stages occurring during the transient evolution of the avalanche, from rest to steady-state. During the first initiation stage, the global compacity sharply decreases due to the decompaction of the granular bed while the granular and fluid flow rates are marginal. When the compacity is at minimum, the avalanche is triggered and enters a second stage corresponding to the development of the granular flow. At the end of this stage, the compacity and flow rate of the granular phase are roughly constant while that of the fluid phase keeps increasing for a longer period of time, which scales as the viscous time of development of the fluid boundary layer in the column above the granular bed. Eventually, with the present choice of parameters, the avalanche reaches a steady-state regime.

The steady-state results are then used in order to extract a characteristic time of the flow which is compared to the viscous, inertial and free-fall times. This allows the identification of the flow regimes observed in experiments in the parameter space (St, r) . Qualitative agreement is found with available experimental results (Courrech du Pont et al. (2003)). Specifically, a sharp transition is found between the viscous and free-fall regimes at $St \approx 1$ and large r . The transition between the viscous and inertial regimes is found along the frontier defined by $r = 4St$, even though an intermediate regime may exist near this transition. Beyond these frontiers in the parameter space, free-fall and inertial regimes coexist with a continuous transition.

Velocity profiles and stresses were extracted for a set of simulations picked in each regime. A change of velocity profile is observed in qualitative agreement with experimental results (Cassar et al. (2005)). However, in the free-fall regime the Bagnold profile could not be recovered in the present simulations because of the somewhat small thickness of the granular bed (of 7 diameters approximately). In such a case, a so-called sliding effect may play a role a modify the velocity distribution in the granular bed, as observed in some recent soft-sphere simulations (Weinhart et al. (2012b,a)).

As for the viscous stress and the fluid fluctuation stress tensor, the vertical distribution

is observed to be maximum at the bottom of the bed, i.e. $y \approx D$ and to strongly decrease as one goes towards the surface of the granular bed, all the contributions going to zero except the longitudinal fluid fluctuations component which reaches a sort of plateau. As expected, the viscous stress is significant in the viscous regime, contrary to the inertial and free-fall regimes for which the longitudinal and diagonal fluid fluctuations are dominant, respectively.

Finally, the present results are used to explore the balance between the various contact force, lubrication force and other hydrodynamic forces in each regime. It is found that the viscous regime is driven by lubrication processes while the free-fall regime is collision-dominated. In the inertial regime, both hydrodynamic forces and contact forces are significant, the diminution of the hydrodynamic forces being progressive as St is decreased and r is increased. These findings support the various regimes and transitions found when one used characteristic times.

4.2 Rebond binaire vs. régimes d’avalanche

Un nombre de Stokes particulaire moyen \bar{St} sur l’ensemble des particules contenues dans une simulation d’avalanche est défini comme suit

$$\bar{St} = \frac{\rho_p}{9\eta_f} \frac{1}{N_g} \sum_{i=1}^{N_g} u_{pi} D_i, \quad (4.17)$$

où N_g est le nombre de grains mobiles dans la simulation. L’analyse permettant l’identification des régimes vue en section 4.1 peut être reconduite en fonction de ce nombre de Stokes particulaire moyen \bar{St} . Les régimes d’avalanche sont tracés sur la figure 4.14 en fonction du nombre de Stokes \bar{St} et du rapport de densité r . Nous observons un décalage des valeurs de transition de ce nombre de Stokes vers des valeurs plus grandes que pour le nombre de Stokes défini en section 4.1.1, à savoir $\bar{St}_c \approx 40$ (contre $St_c \approx 1$). La transition entre régimes inertiel/sec reste inchangée avec une progression continue centrée autour de $r_c \approx 4$ estimée par Courrech du Pont et al. (2003).

Dans le cas d’un simple rebond, le nombre de Stokes critique St_c , défini comme étant le plus grand nombre de Stokes en-dessous duquel le rebond n’existe pas, est de l’ordre de $St_c \approx 10$. Cette valeur est du même ordre de grandeur que \bar{St}_c .

D’autre part, nous avons introduit en section 3.3 un nouveau coefficient de restitution pour le cas des chocs binaires qui tenait compte de la dynamique *avant* et *après* le contact dans son voisinage. Avec ce nouveau coefficient, défini en 3.36, le rebond dépend du rapport de masse volumique ou, de façon équivalente, de r . Il était alors possible d’unifier les résultats obtenus dans les simulations (figure 3.23) en introduisant un rapport de masse volumique critique d’environ 13, soit un rapport de densité équivalente de $r_c \approx 4.6$ (voir la formule 3.37 et la discussion associée). Cette valeur est proche de la valeur $r_c \approx 4$ estimée par Courrech du Pont et al. (2003).

Ceci semble suggérer que les processus qui pilotent la dynamique d’un grain en contact avec un autre grain ou une paroi, influencent de la même manière la dynamique des avalanches au travers des différents régimes.

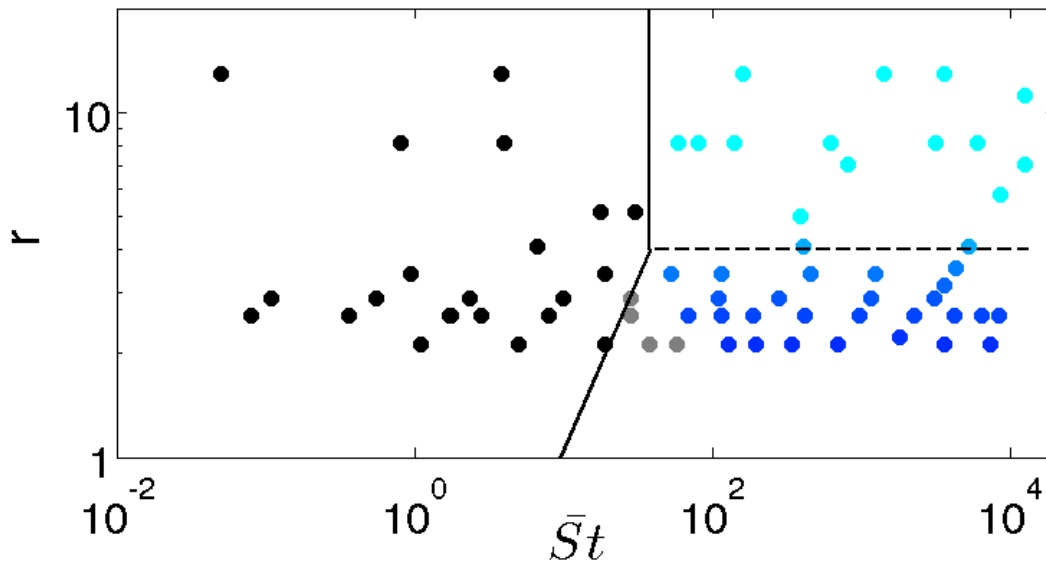


Figure 4.14 – Régimes d’avalanche dans l’espace des paramètres (\bar{St}, r) obtenus à partir des simulations présentées dans la table 4.2. La ligne verticale (resp. inclinée) correspond à la transition entre régimes visqueux/sec (visqueux/inertiel) définie par $\bar{St}_c \approx 40$ ($\bar{Re}_c^* \approx 10$). La ligne tiretée correspond à la transition entre régimes inertiel/sec estimée par Courrech du Pont et al. (2003) : $r_c = 4$.

Conclusion du chapitre

La dynamique d’avalanches granulaires en milieu fluide a été étudiée ici avec l’outil IBM/DEM. Les régimes d’écoulements observés dans les expériences ont été trouvés et les régions de transition spécifiées. Enfin, la distribution verticale de vitesse et de fluctuations ainsi que l’équilibre entre les principales forces ont été mis en évidence dans chacun des régimes. Dans ce chapitre, nous nous sommes essentiellement focalisés sur la dynamique stationnaire de l’avalanche. Dans le chapitre suivant, nous considérons le cas de l’effondrement instationnaire d’une colonne de grains dans un fluide, avec une attention particulière sur l’identification du phénomène de "pore pressure feedback".

Chapitre 5

Effondrement de colonnes granulaires dans un fluide

5.1 Études récentes

La configuration d’effondrement de colonne granulaire dense initialement statique s’est imposée comme une configuration modèle dans l’étude des milieux granulaires sec depuis une décennie (voir section 2.1.3.3). Cette configuration a notamment permis de trouver des critères de dépôts finaux, en utilisant la longueur de dépôt final normalisée (voir la définition en section 2.1.3.3) ainsi que des estimations de temps d’effondrement pour la prédiction des effondrements dans l’air (fluide n’influençant pas la dynamique granulaire) en fonction du rapport de forme initial défini par $a = \frac{H_0}{R_0}$. Ce type d’effondrements dans un fluide présente une dynamique plus riche que dans le cas sec. En effet, l’interaction du mouvement de la colonne granulaire avec le mouvement fluide ajoute une complexité ainsi que plusieurs paramètres dans l’analyse du problème. Nous proposons ici d’étudier, en utilisant le modèle IBM/DEM, plusieurs effondrements de colonnes granulaires caractérisées par une hauteur initiale H_0 et une longueur à la base R_0 , et immergées dans un fluide visqueux.

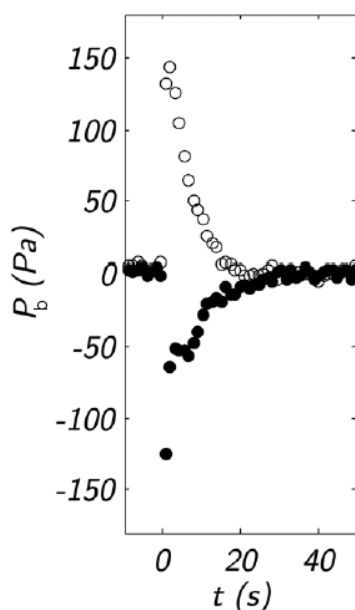


Figure 5.1 – Évolution temporelle de la pression P_b relative à la pression hydrostatique sous la colonne pendant un effondrement de rapport de forme $a = 0.67$ pour un cas dense (●) et un cas lâche (○) où les compacités initiales de la colonne sont respectivement $\Phi_i = 0.6$ et $\Phi_i = 0.55$. L’image est tirée de Rondon et al. (2011).

Expérimentalement, Thompson and Huppert (2007) ont observé que la dynamique de ces effondrements est largement modifiée quand un fluide visqueux, comme de l’eau, est ajouté. Rondon et al. (2011) ont montré que la compacité initiale de la colonne Φ_i a une grande influence sur les longueurs d’étalement final dans le régime visqueux. Dans les premiers instants de ces effondrements, quand la compacité initiale dépasse (resp. est en-dessous de) la valeur critique de $\Phi_{ic} \approx 0.59$, une pression P_b négative (resp. positive),

relative à la pression hydrostatique, à la base de la colonne est mesurée localement (voir figure 5.1). De plus, la forme des dépôts, pour un faible rapport de forme, change d'un cas dense à un cas lâche (voir 5.2). Par exemple, pour un rapport de forme de $a = 0.5$, la forme du dépôt final est trapézoïdale (resp. triangulaire) pour un effondrement de compacité initiale de $\Phi_i = 0.61$ (resp. $\Phi_i = 0.55$).

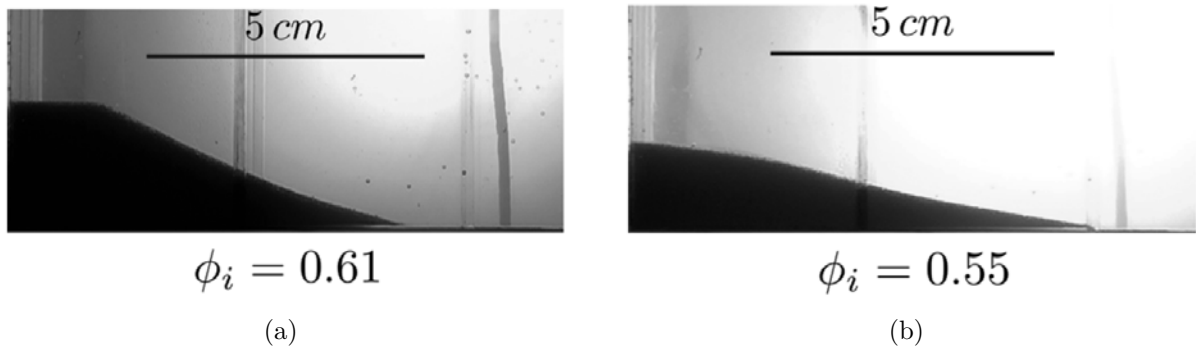


Figure 5.2 – Forme du dépôt final de deux effondrements de colonne de rapport de forme identique de $a = 0.5$ avec des compacités initiales de $\Phi_i = 0.61$ (a) et $\Phi_i = 0.55$ (b). Les images sont tirées de Rondon et al. (2011).

Ce mécanisme est dû à la nature dilatante ou contractante des milieux granulaires qui a été appelé "the pore pressure feedback" (effet rétroactif de la pression des pores entre les grains) par Iverson et al. (2000). Durant l'initiation, une compaction ou une dilatation du milieu granulaire induit un mouvement relatif entre les grains et le fluide. Un champ de contraintes supplémentaire s'applique sur le squelette granulaire pouvant stabiliser ou déstabiliser l'effondrement de la colonne granulaire. La compacité est alors un paramètre clef pour la description de ce problème. De plus, la polydispersité de l'échantillon utilisé a probablement une influence. A notre connaissance, aucune étude n'a étudié cet effet sur l'effondrement de colonnes de grains dans un fluide visqueux.

Numériquement, Topin et al. (2012) ont simulé des effondrements bidimensionnel en utilisant un couplage entre une méthode aux éléments finis qui résout les équations de Navier-Stokes et une méthode de dynamique de contact (du type DEM) dans le même esprit que celui présenté dans cette thèse. Les simulations ont été réalisées en deux dimensions et l'écoulement fluide entre des grains en contact, normalement impossible, est permis artificiellement en laissant une "peau de fluide" autour des grains. Pour une compacité initiale fixe, une loi de déposition en puissance peut être trouvée pour les régimes inertiel, visqueux et sec. Ces auteurs observent que le temps d'effondrement est similaire dans les régimes inertiel et sec alors qu'il est plus long dans le régime visqueux. Durant les premiers instants d'effondrement, l'énergie cinétique granulaire dans les régimes inertiel et visqueux est plus faible en comparaison avec le régime sec. Durant la phase de propagation (mouvement horizontal de la colonne granulaire), la lubrification entre grains implique d'une part un frottement amoindri favorisant l'écoulement des grains et le frottement visqueux d'autre part ralentit le mouvement granulaire. De ces deux effets couplés, ils ont trouvé que, pour un même rapport de forme initial a , la distance d'éta-

lement dans les cas inertiel et visqueux ne peut dépasser la distance d'étalement dans le cas sec. A noter que, cette étude étant bidimensionnelle, l'influence quantitative de la compacité est difficile à comparer aux expériences (par nature tridimensionnelles).

On s'intéresse ici à des simulations d'effondrements uniquement dans le régime visqueux. A notre connaissance, c'est la première fois que plusieurs simulations résolues tridimensionnelles d'effondrement de colonne granulaire immergée dans un fluide visqueux sont présentées.

Toutes les simulations présentées dans ce chapitre sont résumées dans la table 5.1.

Table 5.1 – Paramètres utilisés dans les simulations présentées : le rapport de forme a , la compacité initiale Φ_i , le nombre de grains mobiles N_g , le nombre de mailles du domaine $[N_x; N_y; N_z]$, la taille du domaine de calcul $[L; H; W]$, la résolution spatiale Δx , la longueur R_0 , la hauteur H_0 et la taille de la direction transverse W_0 initiaux de la colonne granulaire et le maximum de l'énergie cinétique par grain $\frac{E_{cx}^{max}}{mgD}$ y sont donnés.

Cas	a	Φ_i	N_g	$N_x; N_y; N_z$	$L; H; W$	Δx	$R_0; H_0; W_0$	$\frac{E_{cx}^{max}}{mgD}$
A	0.5	0.6	327	512; 176; 22	66D; 30D; 2D	D/10	16D; 8D; 2D	0.023
B	0.5	0.6	327	1008; 344; 42	66D; 30D; 2D	D/20	16D; 8D; 2D	0.02
C	0.5	0.6	798	512; 176; 52	66D; 30D; 5D	D/10	16D; 8D; 5D	0.015
D	1	0.6	665	800; 288; 27	98D; 46D; 2D	D/10	16D; 16D; 2D	0.082
E	1.5	0.6	985	688; 352; 22	88D; 54D; 2D	D/10	16D; 24D; 2D	0.452
F	0.5	0.58	318	512; 176; 22	66D; 30D; 2D	D/10	16D; 8D; 2D	0.032

5.2 Quelques tests préliminaires

Plusieurs effondrements ayant les mêmes propriétés physiques sont simulés ici. Ont été variés le nombre de mailles pour la résolution de l'écoulement du fluide d'une part et la taille du domaine dans la direction transverse d'autre part.

Des conditions de non-glissement sont imposées sur toutes les parois du domaine de calcul excepté dans la direction transverse y de l'écoulement où des conditions de périodicité sont appliquées. Des grains ont été fixés au fond afin de modéliser un fond rugueux. Initialement, un mur de normale x est artificiellement placé dans le domaine fluide afin de soutenir la colonne pour qu'elle ne s'effondre pas. Le rapport de densité grain/fluide est de $\frac{\rho_p}{\rho} = 8$, la masse volumique du fluide est $\rho = 1000kg/m^3$, la viscosité dynamique du fluide est $\eta_f = 1.0Pa.s$, la norme de la gravité est $g = 9.81m/s^2$ dirigée vers le bas (direction z). Les paramètres de contact utilisés sont $\epsilon_{max} = 0.87$, $\mu_c = 0.25$, $t_c\sqrt{g/D} = 2.5 \times 10^{-3}$ et $\eta_e/D = 1.0 \times 10^{-4}$. Le pas de temps fluide est égal à $\Delta t_f\sqrt{g/D} = 2.5 \times 10^{-2}$. Les grains ont une polydispersité de 5% autour de leur rayon moyen $D/2 = R = 7.6mm$. Ces paramètres physiques sont choisis de sorte que le nombre d'Archimède soit $Ar = \rho(\rho_p - \rho)gD^3/\eta_f^2 \approx 30$. Dans cette section, les colonnes sont initialisées en laissant sédimenter les grains en sec (uniquement avec GraDyM) dans une boîte initialement plus haute et plus étroite (délimitée par le plan bleu sur la figure

5.8), ce qui permet de construire des colonnes statiques de compacité initiale d'environ $\Phi_i \approx 0.6 \pm 0.002$. La compacité initiale est mesurée à l'intérieur de la colonne en moyennant le taux de présence de solide α issu de l'IBM contenu dans un volume donné. En faisant varier le volume de mesure d'environ 40%, nous observons une variation maximale de 0.7% sur la mesure de la compacité. Il est possible d'estimer la compacité de la même manière que dans les expériences de Rondon et al. (2011) en faisant le rapport entre le volume occupé par les grains $\frac{1}{\rho_p} \sum_{i=1}^{N_g} m_i$ et le volume de contenance $H_0 R_0 W_0$. Avec cette estimation, la compacité, égale à 0.585, est plus faible de 2.5% comparée à celle observée en utilisant dans son calcul le taux de présence de solide. Nous garderons cette différence notable en mémoire dans la suite de ce chapitre. A $t = 0$, la colonne statique a pour dimension $16D \times N_{tr}D \times 8D$ où N_{tr} est le nombre de grains dans la direction transverse y .

5.2.1 Effet de la résolution spatiale

Pour un rapport de forme de 0.5 d'une colonne contenant 327 grains, nous simulons un même cas d'effondrement de colonne avec une résolution spatiale correspondant à 10 (resp. 20) mailles par diamètre moyen de grain, simulations que nous appellerons cas A (resp. cas B). Ici, la direction transverse est de taille $2D$ (voir figure 5.6 a). Le maillage utilisé est $[N_x; N_y; N_z] = [512; 176; 22]$ pour le cas A (resp. $[1008; 344; 42]$ pour le cas B). Les cellules de calcul sont de taille uniforme dans la région où le milieu granulaire s'écoule, c'est-à-dire dans la région $0 \leq x/D \leq 50$, $0 \leq y/D \leq 2$ et $0 \leq z/D \leq 16$, tandis qu'elles sont de taille variable hors de cette région, leur taille augmentant de façon linéaire au fur et à mesure que l'on se rapproche des frontières du domaine. Ceci permet de placer les frontières du domaine suffisamment loin de sorte qu'elles n'influencent pas la dynamique de l'effondrement granulaire, tout en économisant les ressources de calcul en comparaison avec un maillage uniforme. L'évolution temporelle de l'enveloppe externe de la colonne pour les deux simulations est tracée sur les figures 5.3(a) et 5.3(b). De plus, la position du front x_{front} est tracée au cours du temps pour ces deux cas sur la figure 5.4. Nous notons que l'évolution temporelle du front est similaire dans les deux cas jusqu'au temps $t = 17$. Après, le position du front dans le cas B est quasi-statique alors que, pour le cas A, il continue à se déplacer. Dans les deux cas, la forme finale du tas est un trapèze. La différence relative de la position finale du front est de 10%. Notons d'autre part que la valeur maximale du nombre de Reynolds particulière, basé sur le diamètre moyen des grains et la vitesse relative du grain avec le fluide autour (cellule fluide contenue dans la sphère de rayon $3R$ centrée au centre de la particule) est inférieur à 2.5 durant toute la durée de la simulation. L'évolution temporelle du champ de pression est tracée pour ces deux cas sur la figure 5.5. Dans les deux cas, une dépression du même ordre de grandeur apparaît dès les premiers instants qui disparaît ensuite pour laisser place à une surpression du même ordre de grandeur proche du front granulaire qui relaxe vers la pression hydrostatique ensuite. Pour $14 \leq t \leq 21$, l'arrêt du tas étant différé entre les deux cas, les champs de pression diffèrent en conséquence. Notons ici que l'erreur de 10% entre la position finale des fronts des cas A et B est grande, cependant, la morphologie, l'évolution et la magnitude de la pression sont les mêmes. Une résolution spatiale de 10

mailles par diamètre moyen de grain semble donc suffisante pour les cas auxquels nous nous intéressons ici.

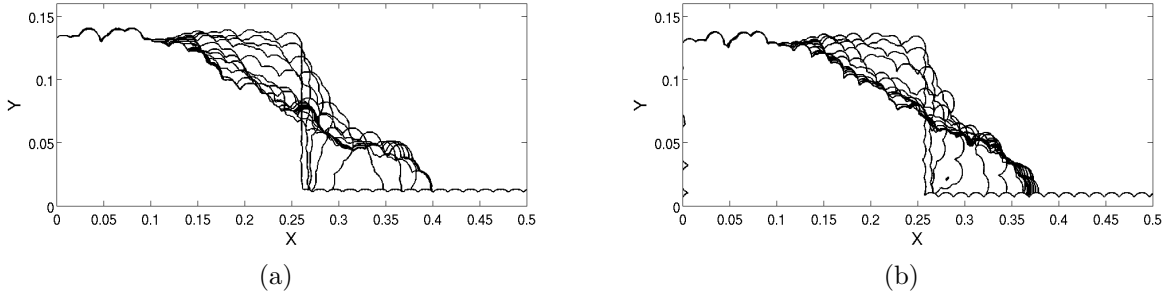


Figure 5.3 – Évolution temporelle de l’enveloppe externe de la colonne lors d’un effondrement granulaire dans un fluide avec une résolution spatiale de (a) $\Delta x = \frac{D}{10}$ et (b) $\Delta x = \frac{D}{20}$. Le temps adimensionné par $\sqrt{D/g}$ varie de 0 à 37.2 avec un pas de 2.48. Ici, les dimensions sont dimensionnelles.

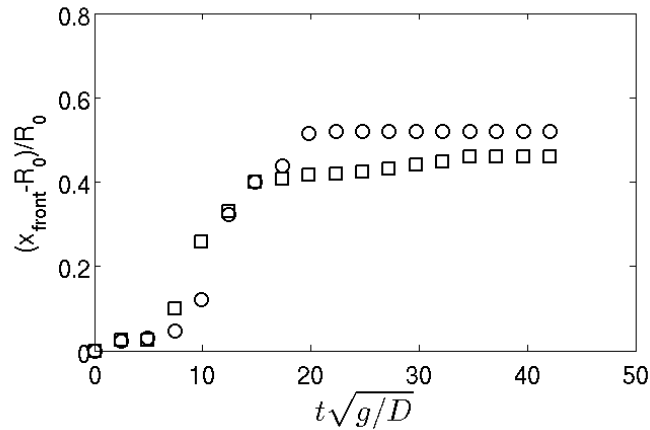


Figure 5.4 – Evolution temporelle de la position du front normalisée par la longueur initiale de la colonne $(x_{front} - R_0)/R_0$ pour différentes résolutions spatiales : \circ , $\Delta x = \frac{D}{10}$; \square , $\Delta x = \frac{D}{20}$.

5.2.2 Effet de la taille du domaine de calcul dans la direction transverse

Le même effondrement (mêmes propriétés physiques et géométriques et même capacité initiale) que dans la section précédente est simulé avec une longueur de domaine dans la direction transverse plus grande de $5D$ (voir figure 5.6 b), simulation que nous appellerons cas C. Le maillage utilisé est $[N_x; N_y; N_z] = [512; 176; 52]$ et le nombre de grains mobiles est de 798 pour le cas C. Dans les cas A et C, la résolution du fluide est fixe et correspond à $\Delta x = \frac{D}{10}$.

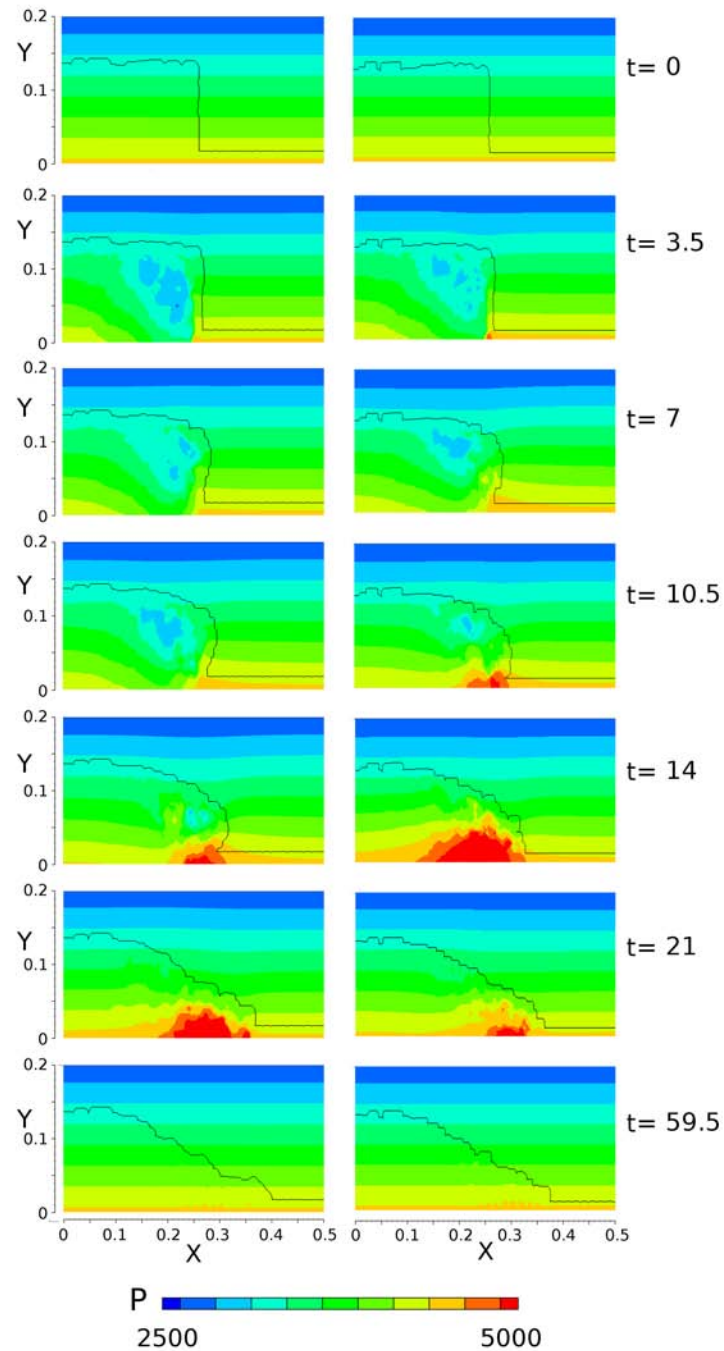


Figure 5.5 – Évolution temporelle du champ de pression et de la forme du front de deux effondrements de rapport de forme initial $a = 0.5$ (à gauche $\Delta x = \frac{D}{10}$ et à droite $\Delta x = \frac{D}{20}$). Les champs sont moyennés dans la direction transverse. Le temps est adimensionné par $\sqrt{D/g}$.

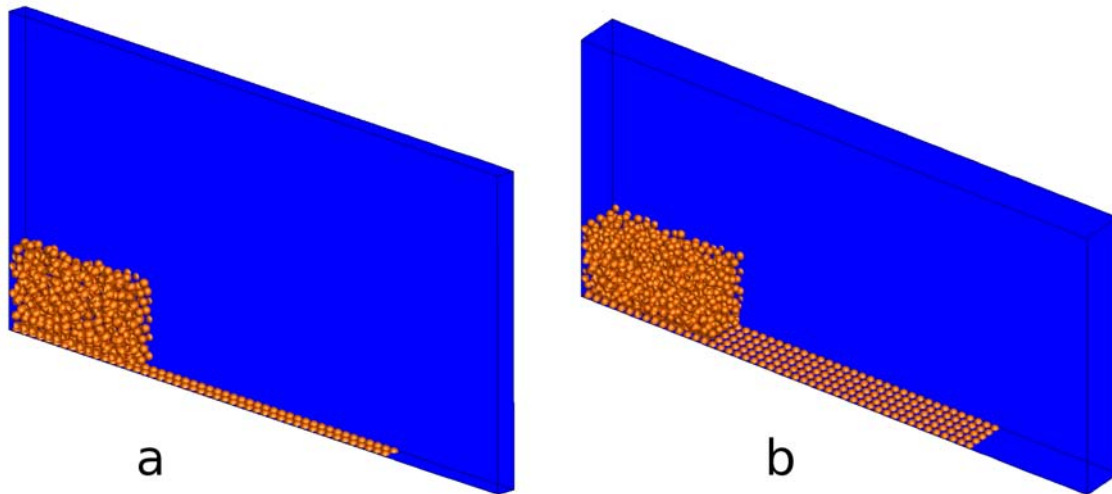


Figure 5.6 – État initial de la simulation avec une direction transverse de (a) $2D$ et (b) $5D$.

La position du front au cours du temps est tracée pour les cas A et C sur la figure 5.7. Dans ces deux cas, un dépôt final de forme trapézoïdale est obtenu. La propagation du front est relativement similaire, même si on peut noter que l'effondrement est sensiblement plus rapide au début dans le cas C à $t \approx 7$. Après le temps $t \approx 20$, le front est statique dans le cas A alors que, dans le cas C, le milieu tend vers son état final plus lentement (jusqu'à $t \approx 40$). Ces différences sont probablement dues au confinement des grains dans la direction transverse, qui a tendance modifier le réarrangement du milieu granulaire à faible vitesse. Cependant la longueur du dépôt final est inchangée entre les deux cas.

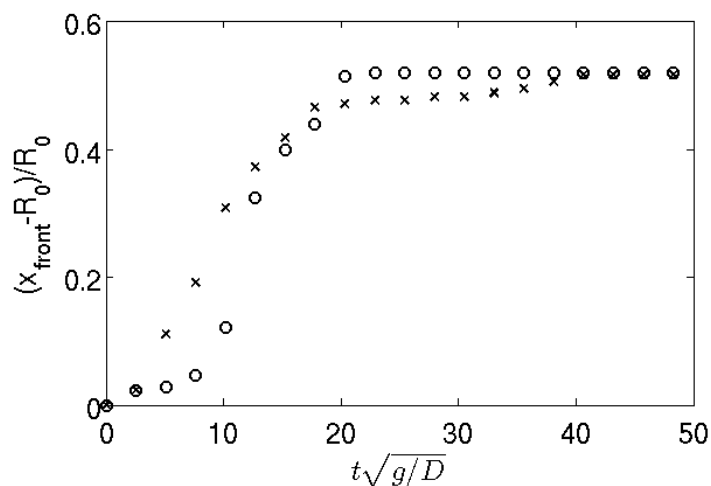


Figure 5.7 – Évolution temporelle du front dans le cas A (o) et C (x).

Au vu de ces tests préliminaires, nous choisissons par la suite de mener une étude paramétrique d'effondrements dans cette configuration avec une résolution spatiale de 10

mailles par diamètre moyen de grain ainsi qu'avec une direction transverse à l'écoulement de $2D$.

5.3 Un exemple de simulation IBM/DEM d'effondrement

Le cas C présenté dans la section précédente est décrit plus en détails dans cette section. A l'instant $t = 0$, on enlève le mur vertical qui soutient la colonne et l'effondrement s'effectue dans la direction \mathbf{x} . Plusieurs instants de l'effondrement sont présentés sur la figure 5.8. Des nappes d'iso-vorticité sont tracées ainsi que des iso-contours de pression sur un plan perpendiculaire à la direction transverse. Initialement ($t = 0$), le champ de pression est hydrostatique et le fluide comme les grains sont au repos. A l'instant $t = 12.7$, de la vorticité, associée à une zone de recirculation dans le fluide, est créée dans la zone d'avalanche des grains. Une zone de surpression locale est visible au niveau du front de la colonne granulaire, à sa base, accompagnée d'une zone de dépression localisée à l'intérieur de la colonne, dans la région de l'avalanche. A cet instant, la vitesse du front de la colonne est maximale (figure 5.7). Ensuite, le front de la colonne granulaire ralentit brusquement ($25.4 \leq t \leq 38.1$) et la vorticité résiduelle à la surface des grains emportés dans l'avalanche est dissipée, tandis que la pression relaxe vers la pression hydrostatique de départ. Dans le cas présent, le tas formé par la colonne effondrée a pour longueur $52D$ et pour hauteur $8D$. A titre indicatif, cette simulation a nécessité 20000 heures CPU et l'utilisation de 40 coeurs.

5.4 Simulations d'effondrement pour plusieurs rapports de forme initial a

Trois effondrements sont simulés pour des rapports de forme $a = [0.5; 1; 1.5]$ et une compacité initiale de 0.6 (simulations A, D et E référencées dans la table 5.1). Les propriétés physiques des grains et du fluide sont inchangées par rapport aux sections précédentes (voir la section 5.2).

Pour les trois simulations, une dépression est observée à l'intérieur de la colonne dès les premiers instants d'effondrement suivie par l'apparition d'une surpression au niveau du front et ce jusqu'à ce que le milieu granulaire soit statique.

La position du front est tracée sur la figure 5.9 au cours du temps qui est adimensionné par différents temps caractéristiques : le temps $T_0 = \sqrt{\frac{2H_0}{g}}$ (resp. $t_0 = \sqrt{\frac{2R_0}{g}}$) qui est le temps de chute libre d'une sphère sur une distance de H_0 (resp. R_0) et le temps $T_{visq} = \frac{\eta_f}{\Delta\rho g H_0}$ qui est le temps obtenu en écrivant un bilan entre les forces gravitationnelles apparentes de la colonne $\Delta\rho g H_0$ et les forces visqueuses $\eta_f \dot{\gamma}$ où $\dot{\gamma}$ est le taux de cisaillement. Dans tous les cas de la figure 5.9, la propagation du front de la colonne présente une évolution en S, avec une phase d'accélération, puis de vitesse relativement constante (correspondant à une droite dans ces graphes) et enfin de ralentissement brusque et ce,

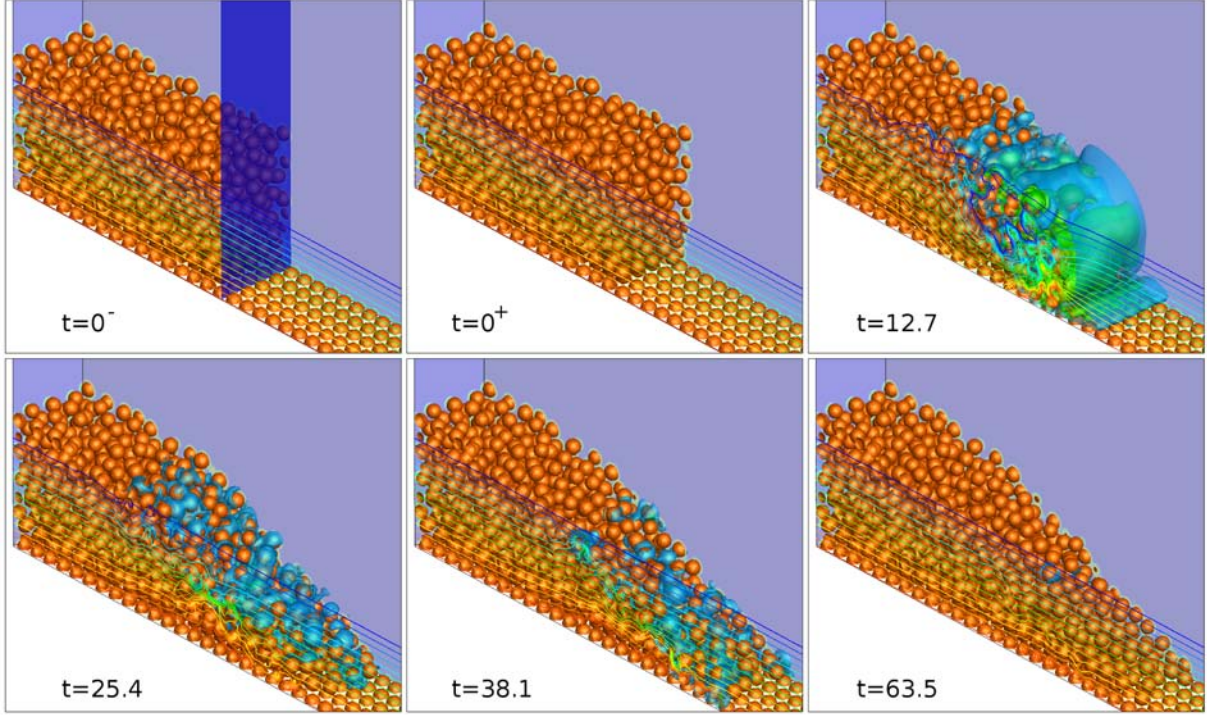


Figure 5.8 – Effondrement tridimensionnel d’une colonne d’environ 800 grains dans un fluide visqueux. Les iso-contours de pression sont tracés dans un plan vertical. La valeur de la pression normalisée par $\Delta\rho g H_0$ entre chaque iso-contour est de 9×10^{-3} . Une iso-surface de vorticité de valeur 0.4 est représentée en bleu ciel. A $t = 0^-$, le mur artificiel retenant la colonne de grain est représenté en bleu foncé. Les grains sont matérialisés par l’iso-surface de fraction solide $\alpha = 0.8$. Le temps t , la vorticité et la pression sont respectivement adimensionnés par $\sqrt{\frac{D}{g}}$, $\sqrt{\frac{g}{D}}$, et $\Delta\rho g H_0$.

quelque soit le rapport de forme. Lorsque le temps visqueux est choisi pour l’adimensionalisation (cas c de la figure 5.9), une partie des courbes passe par la même droite maîtresse correspondant à une vitesse constante, ici égale à $R_0/T_{visq} \times 10^{-4}$. Ceci confirme que tous les cas présentés ici sont dans le régime visqueux de la classification proposée par Courrech du Pont (2003). Il est donc cohérent de trouver une adimensionalisation pertinente par un temps visqueux plutôt que par un temps caractéristique du régime sec comme T_0 ou t_0 . Nous utiliserons comme normalisation du temps T_{visq} dans la suite.

L’énergie cinétique horizontale moyennée sur les grains est calculée comme $E_{cx}(t) = \sum_{i=1}^{N_g} \frac{1}{2} m_i u_i(t)^2$ où u_i est la composante de vitesse du grain i dans la direction horizontale x et m_i est la masse du grain i . E_{cx}^{max} , l’énergie cinétique horizontale maximale sur une simulation, est donnée pour chacune des simulations dans le tableau 5.1. E_{cx}^{max} augmente avec a . L’énergie potentielle de départ est croissant avec a et est transférée en énergie cinétique horizontale qui croît donc aussi avec a . Pour $a = 1$, dans leurs simulations numériques 2D, Topin et al. (2012) trouvent $\frac{E_{cx}^{max}}{mgD} \approx 0.02$ alors que nous trouvons 0.082. Même si ces valeurs sont du même ordre de grandeur, il y a un facteur 4 entre elles. Ceci peut s’expliquer par le degré de liberté en plus qu’ont les grains dans leurs déplacements

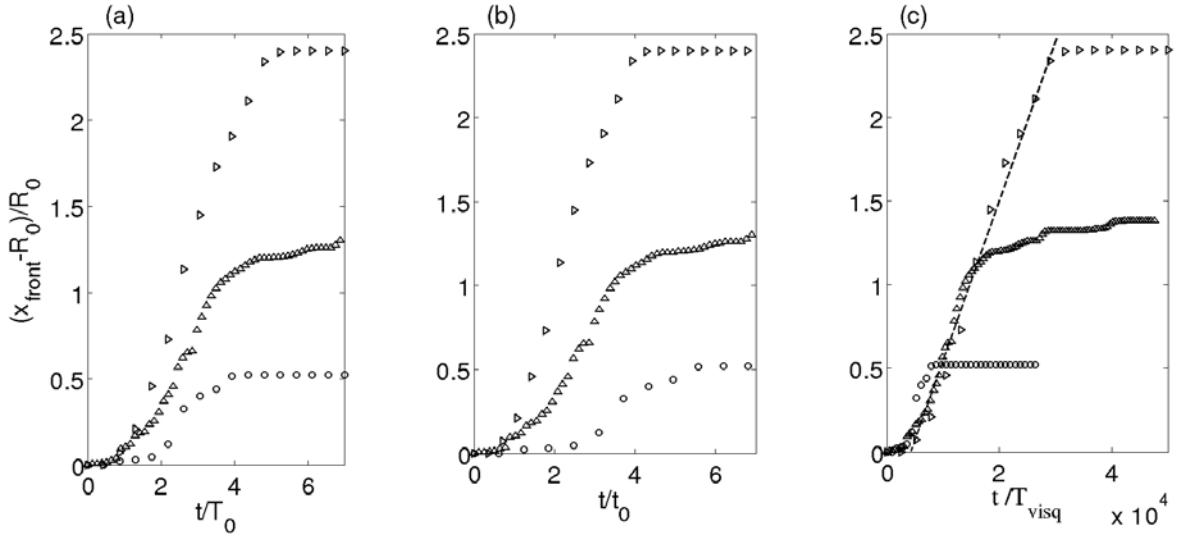


Figure 5.9 – Position du front normalisée par la longueur initiale de la colonne $(x_{front} - R_0)/R_0$ pour différentes valeurs de a ($[0.5; 1; 1.5] = [o, \triangle; \triangleright]$) en fonction du temps normalisé par $T_0 = \sqrt{\frac{2H_0}{g}}$ (a), $t_0 = \sqrt{\frac{2R_0}{g}}$ (b) et $T_{visq} = \frac{\eta_f}{\Delta\rho g H_0}$ (c). Dans le cas (c), une partie des courbes passe par la même droite maîtresse correspondant à une vitesse constante ici égale à $R_0/T_{visq} \times 10^{-4}$.

en 3D comparé au 2D. Ils s'écoulent en étant moins contraints.

Une fois la colonne effondrée, la morphologie finale du dépôt peut être sous deux formes en fonction du rapport de forme initial a et de la compacité initiale de la colonne Φ_i : trapézoïdale ou triangulaire (Rondon et al. (2011)). Les types de géométrie de la morphologie finale du dépôt des simulations présentées dans cette section et des expériences de Rondon et al. (2011) sont représentées dans l'espace des paramètres (a, Φ_i) sur la figure 5.10. Les formes de dépôts trouvées par nos simulations numériques concordent en grande partie avec les expériences. La seule différence concerne le cas F dans la table 5.1 ($a = 0.5; \Phi_i = 0.58$) pour lequel nous observons un triangle tandis que ces auteurs obtiennent un trapèze. La raison évoquée ici est la technique utilisée pour calculer la compacité initiale, qui est différente dans leurs expériences et dans nos simulations. Il se pourrait que les valeurs des compacités obtenues ne soient pas parfaitement équivalente, et qu'un décalage artificiel existe entre elles. Par exemple, un décalage des points numériques de 4% vers les valeurs les plus faibles de Φ_i suffirait à rendre l'ensemble des résultats en accord.

La hauteur H_∞ et la longueur R_∞ du dépôt final sont mesurées dans les simulations et comparées aux mesures expérimentales de Rondon et al. (2011) sur la figure 5.11. Les résultats trouvés par les simulations numériques sont dans la gamme de ceux trouvés dans les expériences de Rondon et al. (2011). Les longueurs finales de dépôts sont en bon accord avec les expériences pour une compacité initiale similaire. Cependant, on note que l'on sous-estime les hauteurs de dépôt final pour $a \geq 1$. Par exemple, pour $a = 1$, la simulation donne une hauteur finale de $H_\infty/R_0 = 0.73$ tandis que dans les expériences, elle est d'environ $H_\infty/R_0 = 0.98$ soit une erreur de 25%. Ceci pourrait provenir d'un effet

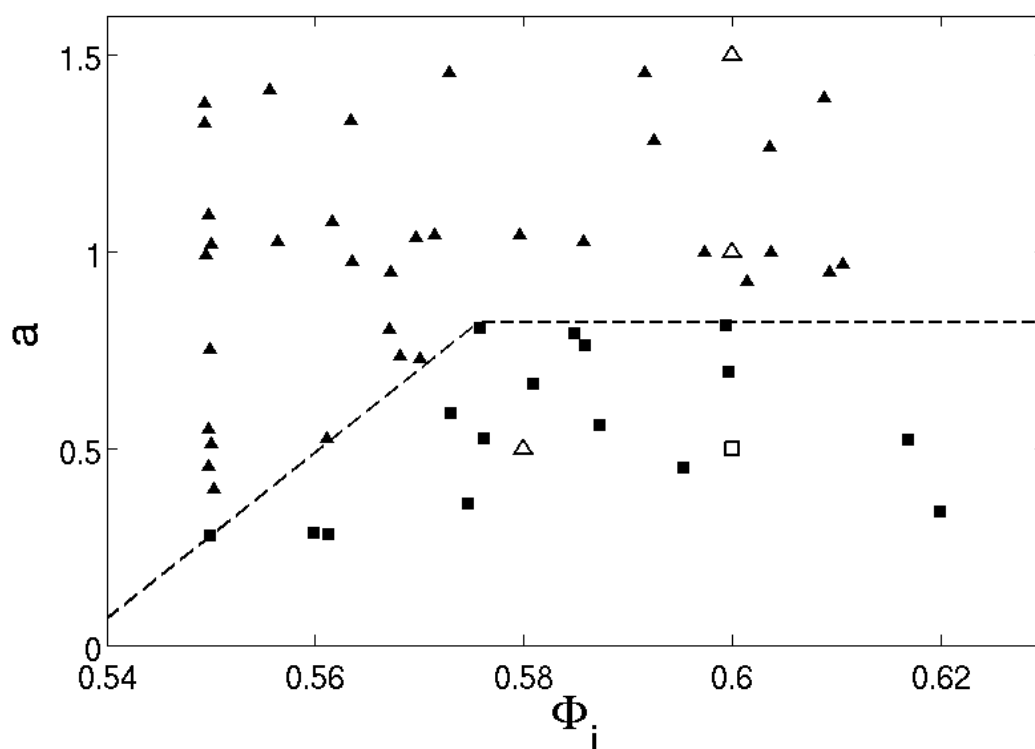


Figure 5.10 – Les deux morphologies de dépôt final observées dans les simulations présentées (triangle \triangle , trapèze \square) et dans les expériences de Rondon et al. (2011) (triangle \blacktriangle , trapèze \blacksquare) dans l'espace des paramètres (Φ_i, a) .

de taille du fait que le nombre de grains contenu dans la colonne est insuffisant.

A titre de comparaison, les résultats obtenus dans les simulations bidimensionnelles de Topin et al. (2012) sont aussi reportés sur la figure 5.11. Dans le régime visqueux, il y a un accord quantitatif entre les expériences Rondon et al. (2011), les simulations 3D réalisées ici et les simulations numériques 2D de Topin et al. (2012) quant à la morphologie des dépôts. Dans le Chapitre 2, nous avons vu que dans un régime sec, la forme du dépôt d'un effondrement granulaire est identique entre des simulations 2D de Staron and Hinch (2005) et 3D présentées en section 2.1.3.3 (voir la figure 2.13). Les résultats de la figure 5.11 montrent que, quand le régime est visqueux, ceci reste vrai.

5.5 Effet de la compacité initiale Φ_i

Rondon et al. (2011) ont observé dans leurs expériences d'effondrement d'une colonne de grains dans un liquide visqueux que la compacité initiale Φ_i de la colonne influence grandement la dynamique d'effondrement quand le régime est visqueux. Nous proposons ici d'explorer ce phénomène avec des simulations numériques. Prenons comme référence le cas A de la section 5.2.1 (table 5.1) où $a = 0.5$ et $\Phi_i = 0.6$ (cas dense). Rappelons qu'une telle compacité a été obtenue en faisant sédimenter des grains disposés initialement

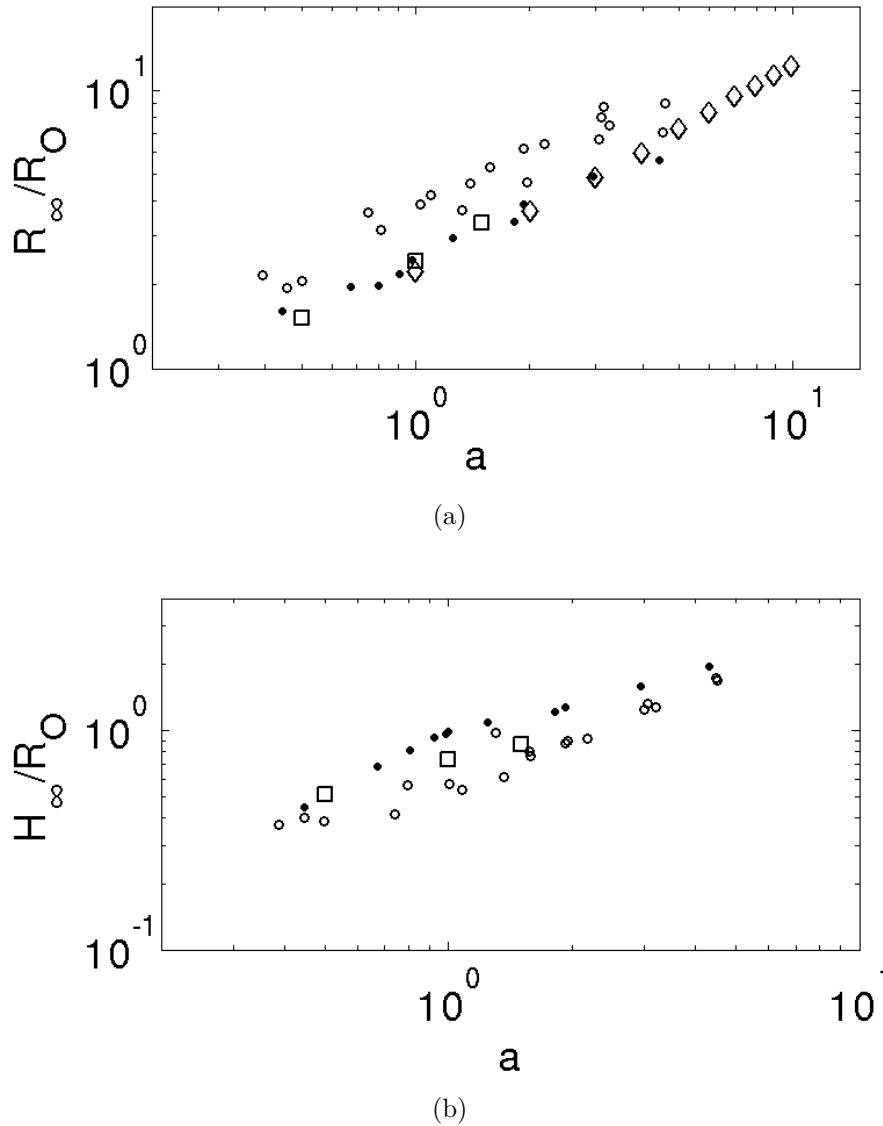


Figure 5.11 – (a) $\frac{R_\infty}{R_0}$ fonction de a . (b) $\frac{H_\infty}{R_0}$ fonction de a . \square : simulations présentées; \circ (resp. \bullet) : expériences d’effondrement de Rondon et al. (2011) pour $\Phi_i = 0.55$ (resp. $\Phi_i = 0.6$). \diamond : simulations numériques 2D de Topin et al. (2012) en régime visqueux pour une compacité initiale de colonne de $\Phi_i = 0.8$.

aléatoirement dans une boîte de dimensions horizontales égales à celle de la colonne souhaitée et ce, en l'absence de fluide (seule la méthode DEM est utilisée). Nous cherchons à présent à faire une colonne dont les dimensions sont identiques au cas A, mais dont la compacité est plus faible. Pour construire une colonne avec une compacité plus faible, des grains sont disposés initialement aléatoirement dans le domaine et sédimentent cette fois-ci dans le fluide visqueux (codes DEM/IBM couplés). Une colonne de rapport de forme $a = 0.5$ et de compacité $\Phi_i = 0.58$ (cas lâche) est ainsi construite.

L'évolution temporelle du front est tracée sur la figure 5.12 pour ces deux cas où la compacité initiale est égale à $\Phi_i \approx 0.6$ et $\Phi_i \approx 0.58$. L'effondrement dans le cas lâche a lieu plus tôt que dans le cas dense qui est "en retard" d'environ $1000 T_{visq}$. Dans le cas lâche, l'énergie cinétique maximal horizontale est plus grande de 9% comparé au cas dense justifiant qu'une colonne initialement construite avec une compacité plus faible s'effondre plus rapidement qu'une colonne initialement dense. D'autre part, la longueur du dépôt final est plus grande d'environ 10% dans le cas lâche. Ceci avait déjà été relevé dans les expériences de Rondon et al. (2011), et confirme l'influence de la compacité initiale sur la dynamique de l'effondrement.

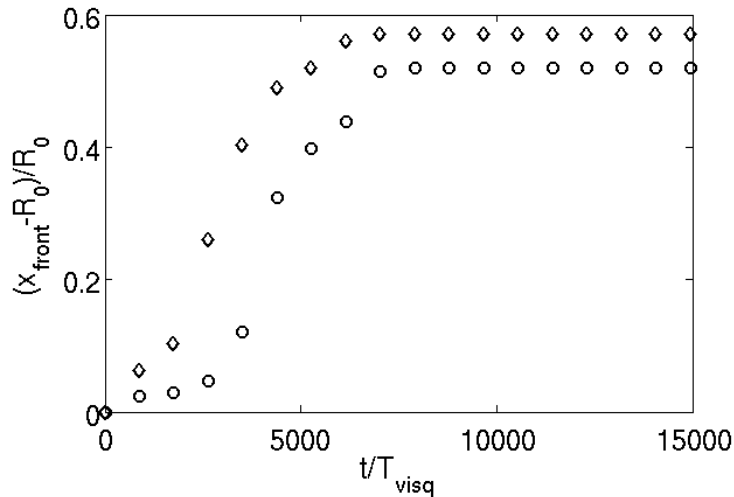


Figure 5.12 – Évolution temporelle du front : \circ , cas dense ; \diamond , cas lâche.

Plusieurs instants de ces deux effondrements ($\Phi_i = 0.58$ et $\Phi_i = 0.6$) sont présentés sur la figure 5.13 où les champs de pression moyennés dans la direction transverse ainsi que l'enveloppe externe de la colonne y sont tracés. Dès les premiers instants de l'effondrement ($t = 900$), une dépression (resp. surpression) apparaît à l'intérieur de la colonne dans le cas dense (resp. lâche). Celles-ci sont la signature d'un réarrangement du milieu granulaire, respectivement une décompaction et compaction. A $t = 2700$, la dépression est toujours présente à l'intérieur de la colonne dense alors que dans le cas lâche, une zone de dépression apparaît de façon très localisée au dessus de la région de surpression en conséquence de la mise en mouvement du front de la colonne granulaire. A $t = 3600$, les fronts des deux colonnes sont en mouvement, et les régions de dépression disparaissent tandis qu'une surpression existe au niveau du front de l'effondrement. Une fois les tas granulaires

statiques, la pression relaxe vers la pression hydrostatique. A $t = 18000$, le dépôt final est en forme de triangle (resp. trapèze) dans le cas lâche (resp. dense). Les angles de dépôts sur les parties effondrées sont identiques ($\approx 26^\circ$). Ces résultats sur les formes de dépôts sont qualitativement en accord avec les expériences de Rondon et al. (2011). Cependant, à ce rapport de forme $a = 0.5$, Rondon et al. (2011) trouvent que c'est en dessous d'une compacité initiale de $\Phi_i = 0.56 \pm 0.013$ que la forme du tas final devient triangulaire (voir figure 5.10). Dans ces erreurs, et compte tenu de la remarque précédente sur la différence de calcul de la compacité dans les expériences et les simulations, nous sommes proche des constatations expérimentales. La compacité initiale influence donc le type de réarrangement que le milieu granulaire subit dans un fluide visqueux. Dans le cas lâche, le fluide évacue les pores et favorise la mise en mouvement des grains, tandis que dans le cas dense, il envahit les pores et retarde l'effondrement. Pour illustrer ceci, l'évolution temporelle de la *pression de pore* à la base de la colonne P_b à une distance $x = 13D$ est tracée sur la figure 5.14 (a). Nous retrouvons les observations faites dans les expériences (voir la figure 5.1) à savoir une valeur nulle aux premiers instants (environ 1000 temps visqueux), puis un pic de pression respectivement négatif et positif pour la colonne dense et lâche, et un retour à une pression relative nulle (ici, au bout de 15000 temps visqueux), les deux signaux étant relativement symétriques. Cependant, le signal de pression que nous obtenons possède une dispersion plus grande que celle constatée dans les expériences. Pour ces deux cas, les extrema de pression prise à la base de la colonne P_b^{max} sont tracés sur la figure 5.14 (b) en fonction de la compacité initiale de la colonne. Les données issues des expériences de Rondon et al. (2011) y sont aussi reportées. Un accord quantitatif est trouvé ce qui confirme l'existence du phénomène dit de "pore pressure feedback" dans nos simulations numériques.

Conclusion du chapitre

Des effondrements tridimensionnels de colonne dans un fluide ont été étudiés avec l'outil numérique IBM/DEM développé dans cette thèse. Les simulations permettent de confirmer de façon quantitative les observations faites dans les expériences d'effondrement de Rondon et al. (2011). Dans les cas présentés, la dynamique d'effondrement est contrôlée par un temps visqueux T_{visq} . Pour la première fois, l'évolution du champ de pression à l'intérieur des colonnes a pu être décrit dans l'ensemble de la colonne et apporte des informations complémentaires dans la compréhension de l'effet de la compacité initiale dans la dynamique des effondrements granulaires en milieu fluide dans le régime visqueux.

L'accord non seulement qualitatif (morphologie de dépôts) mais aussi quantitatif (dimension des tas, pic de pression) des résultats numériques avec ceux des expériences confirme la pertinence de ce choix de modélisation qui semble prometteur pour décrire ce type de système dans des configurations plus complexes.

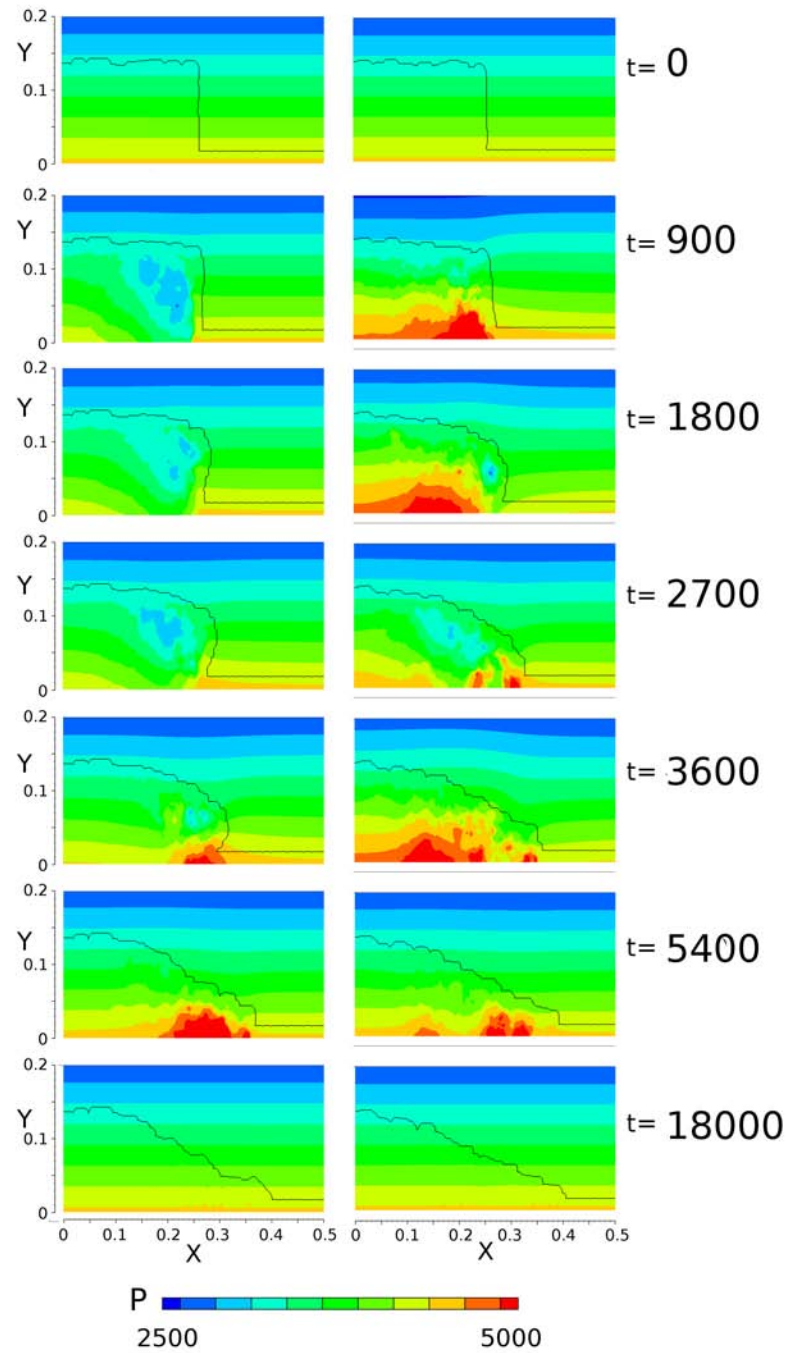


Figure 5.13 – Évolution temporelle du champ de pression et de la forme du front de deux effondrements (à gauche $\Phi_i = 0.6$ et à droite $\Phi_i = 0.58$. Le temps est adimensionné par T_{visq} .

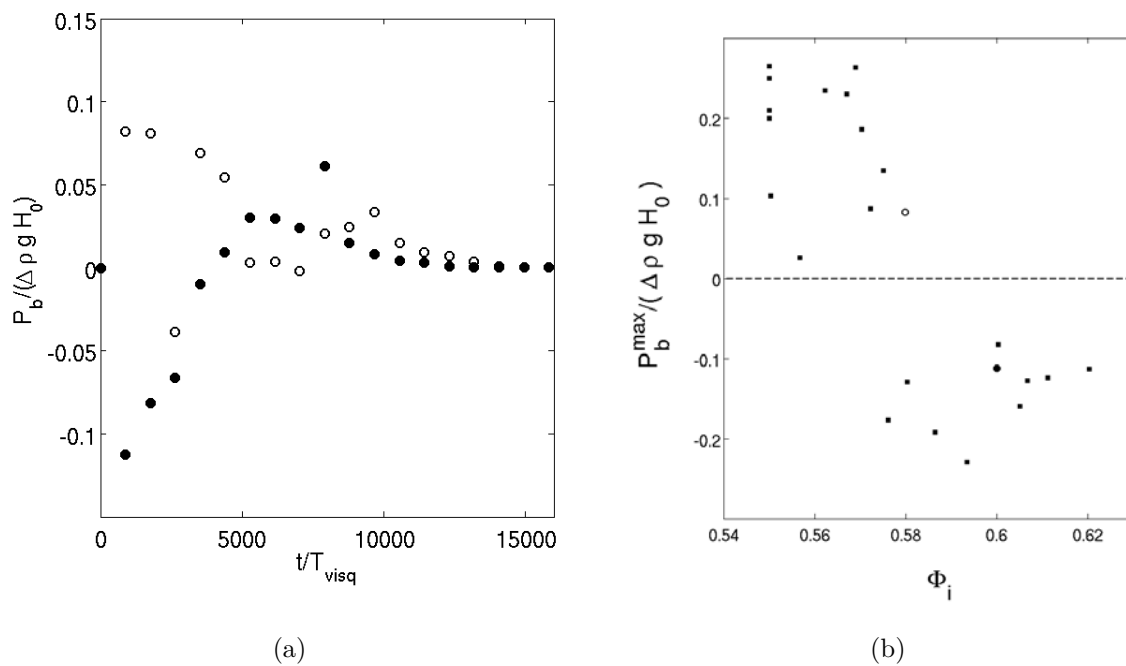


Figure 5.14 – (a) Évolution temporelle de la pression P_b relative à la pression hydrostatique sous la colonne, en $x/D = 13$, pendant une simulation d’effondrement de rapport de forme $a = 0.5$ pour un cas dense (\bullet , $\Phi_i = 0.6$) et un cas lâche (\circ , $\Phi_i = 0.58$). (b) Extremum de pression à la base de la colonne en fonction de la compacité initiale : expériences de Rondon et al. (2011) (\blacksquare) ; simulations présentées dans le cas dense (\bullet) et le cas lâche (\circ).

Conclusion générale et perspectives

Dans cette thèse, nous nous sommes intéressés à la description fine des écoulements granulaires denses en milieu fluide en utilisant un outil numérique couplant une méthode de frontières immergées (IBM) avec une méthode aux éléments discrets (DEM). Ce choix méthodologique était motivé par la volonté de décrire précisément les interactions entre les grains et le fluide environnant ainsi qu'entre les grains eux-même.

La première partie de ce travail est essentiellement numérique. Un logiciel basé sur la méthode des sphères molles, nommé GraDyM pour Granular Dynamic Modelling, et simulant des écoulements granulaires secs a été développé durant cette thèse. Ce type d'approches permet de suivre de façon lagrangienne le mouvement d'une collection d'objets solides en contacts les uns avec les autres. Lors du développement de l'outil GraDyM, une décomposition du domaine physique en "sous-domaines de contact" a été implémentée afin de permettre un gain de temps significatif lors de l'étape de détection des contacts. De nombreux tests ont été réalisés afin de valider l'outil DEM dans de nombreuses configurations bien documentées par des résultats numériques de référence (choc binaire entre deux grains, effondrement de colonne de grains) ou pour lesquelles des modèles analytiques existaient (pression granulostatique dans un silo, écoulement d'avalanche de type Bagnold). Le logiciel s'est révélé valide, à la fois dans un cas statique portant sur l'effet Janssen et dans des cas dynamiques d'écoulements granulaires secs (un stationnaire et un non-stationnaire). Le deuxième outil utilisé dans cette thèse est le code JADIM déjà existant au sein du laboratoire IMFT et utilisant une méthode IBM permettant de simuler des écoulements fluides en présence de solides en mouvement. Cette méthode repose sur l'utilisation d'une grille de calcul cartésienne fixe, qui ne nécessite pas de modifier le maillage au cours du temps, comme c'est généralement le cas pour les méthodes à maillage adaptatif. Un travail de couplage des deux logiciels a ensuite été mené. Les premiers tests de validation de rebond d'un grain dans un fluide ont révélé une limitation de la méthode : lorsque deux grains sont très proches l'un de l'autre, la résolution spatiale dans le film fluide n'est plus suffisante pour que les gradients de vitesse et la pression dans le film soient correctement capturés par la méthode IBM. Ce problème, inhérent aux méthodes utilisant un maillage fixe, est résolu ici en ajoutant dans l'équation de trajectoire des grains une force de lubrification. La force utilisée ici est celle de Brenner (2.36) avec un paramètre supplémentaire de rugosité de surface effective de grains. Une fois ajouté ce modèle de lubrification dans le couplage, l'outil numérique a été en mesure de reproduire avec un accord quantitatif des expériences de collision binaire dans des fluides.

La seconde partie de ce travail a consisté à exploiter l'outil ainsi amélioré pour, dans un premier temps, explorer plusieurs configurations de rebond en milieu fluide : le rebond

normal et oblique entre une sphère et un mur et le rebond normal entre deux grains. Dans le premier cas, les résultats sont en excellent accord avec les expériences de Gondret et al. (2002) ainsi qu'avec les expériences d'approche d'une sphère sur un mur à faible nombre de Stokes de Mongruel et al. (2010). Deux modèles dépendant de la rugosité effective ont été proposés pour prédire l'approche d'un grain sur un mur à faible nombre de Stokes et le coefficient de restitution effectif (Izard et al. (2014a)). Les simulations réalisées de rebond entre deux grains dans un fluide sont en bon accord avec les expériences de Yang and Hunt (2006). Une nouvelle définition du coefficient de restitution effective a permis de mettre en évidence l'effet du rapport de densité grain/fluide sur le phénomène de rebond. Cependant, ce résultat reste à être confronté avec des expériences de collision binaire nouvelles ou déjà existantes afin de pouvoir asseoir cette nouvelle définition. Enfin, le cas du rebond oblique d'un grain avec une paroi dans un fluide a permis de mettre en évidence une limitation de la méthode dans le cas où les grains sont lisses ou ont une rugosité de surface très faible. Contrairement au cas rugueux pour lequel l'accord simulations/expériences est quantitatif, le cas lisse ne présente qu'un accord qualitatif relatif. Ceci vient du fait que lorsque les sphères sont lisses, une dépendance de la viscosité du fluide vis-à-vis de la pression lors du contact ne peut plus être négligée (lubrification extrême) comme observé expérimentalement par Joseph and Hunt (2004). Or, cet effet n'est pas pris en compte dans le modèle numérique actuel. Cependant, cette limitation n'est pas gênante pour nos applications où les grains sont généralement rugueux.

Dans un second temps, avec l'outil IBM/DEM, des avalanches granulaires stationnaires en milieu fluide ont été étudiées systématiquement dans la configuration d'écoulement dense sur un plan incliné rugueux en faisant varier le nombre de Stokes et le rapport de densité grain/fluide. Notons qu'ici seul les grains sont entraînés par gravité et non le fluide. L'expérience équivalente consisterait à disposer initialement un lit de grain sur une plaque horizontale, le tout étant plongé dans une cuve remplie de fluide initialement au repos, puis à incliner la plaque pour mettre le lit de grain en mouvement. Avant d'atteindre l'état stationnaire, différentes phases ont été observées dans les simulations, à savoir la décompaction du lit, le déclenchement de l'avalanche, le développement de l'écoulement granulaire puis celui de la colonne d'eau au dessus. Les régimes visqueux, inertiel et de chute libre trouvés dans les expériences de Courrech du Pont et al. (2003) ont été identifiés montrant la pertinence de l'outil dans une configuration multi-grains. A partir des simulations numériques, les transitions entre chaque régime ont été estimées et montrent qu'elles semblent continues entre les régimes visqueux et inertiel, et inertiel et sec alors que la transition est abrupte entre les régimes visqueux et sec. Notons qu'ici nous avons observé une transition entre le régime visqueux et sec pour $St \approx 1$ ainsi qu'une transition entre le régime visqueux et inertiel pour $r = 4St$, tandis que Courrech du Pont et al. (2003) trouvent respectivement $St_c \approx 10$ et $r = 0.4St$. La raison de ces différences reste encore à être éclaircie. Les profils de vitesse des grains et du fluide ainsi que le tenseur des contraintes visqueuse et de fluctuations dans le fluide ont ensuite été analysés et ont permis de dégager certaines caractéristiques associées à chacun des régimes. Par exemple, les profils de vitesse ont montré que, pour un même nombre de Stokes grand, la dynamique de l'avalanche est plus rapide dans le régime inertiel que dans le régime sec. Ceci illustre le fait que les coulées de boues ou les avalanches sous-marines peuvent couler

plus vite que les avalanches rocheuses (voir Andreotti et al. (2012) p384). Il n'a été malheureusement pas possible de comparer quantitativement les profils de vitesse moyenne aux résultats analytiques de Cassar et al. (2005) car la faible hauteur initiale du lit de grains de nos simulations (environ 7 diamètres moyens) a engendré un phénomène de glissement au fond qui a modifié la distribution verticale de vitesse dans le lit (Weinhart et al. (2012a,b)). Afin de palier à ce problème et de permettre une telle comparaison, des simulations pourraient être mises en oeuvre avec une hauteur initiale plus importante. Concernant le tenseur des contraintes visqueuses et celui d'agitation dans le fluide, nous avons observé que le premier était dominant dans le régime visqueux tandis que le second était prépondérant dans les régimes secs et inertiels, avec une intensité maximale à la base du lit granulaire pour une distance d'environ un à deux diamètres moyens de la paroi du fond. Enfin, la contribution relative des forces de contact, de lubrification et des autres forces hydrodynamiques a été mesurée dans chaque régime. Dans le régime visqueux, la force prépondérante est celle de lubrification. Dans le régime inertiel, c'est la compétition entre les forces hydrodynamiques et de contact qui pilote la dynamique de l'écoulement granulaire. Dans le régime sec, le milieu granulaire est piloté par les forces de contact. A titre de remarque, il semblerait au vu de cette analyse qu'un écoulement granulaire dans le régime visqueux puisse être simulé uniquement avec une méthode DEM et un modèle de lubrification donnant un gain de temps non négligeable pour les simulations numériques.

Dans un dernier temps, des effondrements granulaires mouillés en régime visqueux instationnaire ont été simulés avec l'outil IBM/DEM. Cette configuration d'écoulement est particulièrement intéressante car malgré son apparente simplicité, elle est le siège de phénomènes complexes comme celui dit de "pore pressure feedback" qui traduit une dynamique de l'effondrement différente en fonction de la compacité initiale de la colonne de grains. Une campagne de simulations tridimensionnelles faisant intervenir 300 à 1000 grains a été menée pour différents rapports de forme initiaux et différentes compacités initiales. Les résultats sont en accord quantitatif avec les expériences de Rondon et al. (2011) quant à la morphologie, aux dépôts mesurés et à la pression basale sous la colonne fonction de la compacité initiale de la colonne. De plus, le phénomène de "pore pressure feedback" est mis en évidence dans nos simulations. A notre connaissance, c'est la première fois que ce phénomène est confirmé par des simulations numériques. La visualisation de l'évolution temporelle des champs de pression à l'intérieur de la colonne confirme la présence de régions localisées de surpression ou sous-pression lorsque la compacité initiale de la colonne est respectivement inférieure ou supérieure à une valeur critique. Enfin, nous montrons que la phase de propagation de l'effondrement est contrôlée par un temps visqueux.

Ce travail ouvre de nombreuses perspectives.

Sur le plan purement numérique, il apparaît nécessaire d'améliorer le traitement des objets solides dans le module IBM de JADIM. En effet, celui-ci n'est que partiellement parallélisé, dans le sens où les tâches sont réparties sur plusieurs processeurs, mais les informations concernant les objets (et notamment le champ 3D de fraction volumique α) sont communes à tous les processeurs. Il en résulte qu'à l'heure actuelle, une simulation

est limitée à un nombre de grains de $N_g \approx \mathcal{O}(10^3)$. Il est donc primordial de répartir les données des objets immergés sur chaque processeur pour espérer atteindre $N_g \approx \mathcal{O}(10^4 - 10^5)$. Des phénomènes à une échelle plus grande comme la formation de ride par exemple pourraient être alors étudiés avec cette méthode numérique.

Sur le plan physique, plusieurs perspectives à court terme, en lien direct avec les travaux réalisés ici, peuvent être envisagées. Le premier volet concerne l'approfondissement de l'étude du rebond oblique, notamment par l'exploration de l'évolution des paramètres du rebond (coefficient de restitution tangentielle, de friction effective) en fonction du nombre de Stokes et du rapport de masse volumique, en vue du développement éventuel de modèles prédictifs simples, comme réalisé dans le cas du rebond normal. Le second volet concerne l'étude d'écoulements granulaires denses mouillés sur plan incliné rugueux pour lesquels nous avons simulé des écoulements pour une hauteur de 7 diamètres de grains environ. Pour pouvoir comparer les profils de vitesse avec ceux proposés dans Cassar et al. (2005) (profil de vitesse quadratique dans le régime visqueux et de type Bagnold dans les régimes inertiel et sec) ou bien ceux obtenus via un modèle à deux fluides par Revil-Baudard and Chauchat (2013), il faudrait utiliser des hauteurs plus importantes. De plus, cette hauteur s'est révélée être trop faible pour mesurer correctement une rhéologie $\mu(I)$. Ces nouvelles simulations permettraient de savoir s'il existe une formulation pour les contraintes fluide et granulaire qui permet de décrire l'écoulement granulaire par une rhéologie de type $\mu(I)$ tenant compte en particulier des effets de lubrification. Le dernier volet concerne le cas de l'effondrement granulaire mouillé pour lequel il serait intéressant de simuler l'effondrement d'une même colonne en utilisant un plus grand nombre de grains pour savoir si un effet de taille existe. Dans cette configuration, le régime inertiel pourrait être exploré avec des simulations numériques IBM/DEM qui pourraient être comparées aux simulations numériques 2D de Topin et al. (2012). Enfin, et comme effectué dans Lacaze and Kerswell (2009) pour le cas sec, il serait possible de tester la robustesse de la loi $\mu(I)$ via-à-vis du cas mouillé.

À plus long terme, il serait intéressant d'utiliser l'outil IBM/DEM développé dans cette thèse dans des configurations où le cisaillement fluide influe la dynamique granulaire. Le cas de la mise en mouvement d'un grain par un fluide sur un lit rugueux pourrait par exemple être comparé aux expériences de Charru et al. (2007). Dans les expériences de Mouilleron et al. (2009), le cas d'un lit granulaire cisailé par un fluide visqueux révèle un profil de vitesse granulaire quadratique qui pourrait être confronté à des simulations IBM/DEM. Plus généralement, il s'agirait d'étendre le champ d'application à des cas où le fluide est susceptible de transporter l'ensemble ou une partie du milieu granulaire (écoulement cisailé, soumis à un gradient de pression ou turbulent). Par exemple, l'écoulement fluide sur un lit granulaire disposé sur un plan incliné où il existe une compétition entre le cisaillement fluide et le mouvement des grains dû à l'inclinaison du lit serait un cas intéressant à étudier et à comparer aux expériences de Loiseleux et al. (2005). Les premières simulations réalisées dans cette configuration sont prometteuses (voir Izard et al. (2014b)).

Bibliographie

- J. R. L. Allen. The avalanching of granular solids on dune and similar slopes. *The Journal of Geology*, 78 :326–351, 1970.
- K. Anderson, S. Sundaresan, and R. Jackson. Instabilities and the formation of bubbles in fluidized beds. *Journal of Fluid Mechanics*, 303 :327–366, 1995.
- B. Andreotti, Y. Forterre, and O. Pouliquen. *Les milieux granulaires : entre fluide et solide*. EDP sciences, 2012.
- A. M. Ardekani and R. H. Rangel. Numerical investigation of particle–particle and particle–wall collisions in a viscous fluid. *Journal of Fluid Mechanics*, 596 :437–466, 2008.
- A. Armanini, H. Capart, L. Fraccarollo, and M. Larcher. Rheological stratification in experimental free-surface flows of granular–liquid mixtures. *Journal of Fluid Mechanics*, 532 :269–319, 2005.
- R. A. Bagnold. The physics of wind blown sand and desert dunes. *Methuen, London*, 265, 1941.
- N. J. Balmforth and R. R. Kerswell. Granular collapse in two dimensions. *Journal of Fluid Mechanics*, 538 :399–428, 2005.
- O. Baran, D. Ertas, T. C. Halsey, G. S. Grest, and J. B. Lechman. Velocity correlations in dense gravity-driven granular chute flow. *Physical Review E*, 74 :051302, 2006.
- G. Barnocky and R. H. Davis. Elastohydrodynamic collision and rebound of spheres : experimental verification. *Physics of Fluids*, 31 :1324–1329, 1988.
- G. Barnocky and R. H. Davis. The influence of pressure-dependent density and viscosity on the elastohydrodynamic collision and rebound of two spheres. *Journal of Fluid Mechanics*, 209 :501–519, 1989.
- B. Bigot, T. Bonometti, L. Lacaze, and O. Thual. A simple immersed-boundary method for solid–fluid interaction in constant-and stratified-density flows. *Computers & Fluids*, 97 :126–142, 2014.
- M. C. Bourke. Barchan dune asymmetry : Observations from mars and earth. *Icarus*, 205 :183–197, 2010.

- J. Bouteloup. Parallélisation d'un logiciel de simulation d'écoulements granulaires pour des études environnementales. Stage de projet de fin d'Études, IPB, Bordeaux, 2013.
- J. C. Brändle de Motta, W-P. Breugem, B. Gazanion, J-L. Estivalezes, S. Vincent, and E. Climent. Numerical modelling of finite-size particle collisions in a viscous fluid. *Physics of Fluids*, 25 :083302, 2013.
- H. Brenner. The slow motion of a sphere through a viscous fluid towards a plane surface. *Chemical Engineering Science*, 16 :242–251, 1961.
- W-P. Breugem. A combined soft-sphere collision/immersed boundary method for resolved simulations of particulate flows. In *ASME 2010 3rd Joint US-European Fluids Engineering Summer Meeting collocated with 8th International Conference on Nanochannels, Microchannels, and Minichannels*, pages 2381–2392. American Society of Mechanical Engineers, 2010.
- W-P. Breugem. A second-order accurate immersed boundary method for fully resolved simulations of particle-laden flows. *Journal of Computational Physics*, 231 :4469–4498, 2012.
- R. L. Brown and J. C. Richards. Principles of powder mechanics. 1970.
- I. Calmet. *Analyse par simulation des grandes échelles des mouvements turbulents et du transfert de masse sous une interface plane*. PhD thesis, 1995.
- C. Cassar, M. Nicolas, and O. Pouliquen. Submarine granular flows down inclined planes. *Physics of Fluids*, 17 :103301, 2005.
- F. Charru, E. Larrieu, J-B. Dupont, and R. Zenit. Motion of a particle near a rough wall in a viscous shear flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 570 :431–453, 2007.
- F. Charru, B. Andreotti, and P. Claudin. Sand ripples and dunes. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 45 :469–493, 2013.
- R. Clift, J. R. Grace, and M. E. Weber. Bubbles, drops and particles academic. *New York*, 1978.
- F. Coundoul. *Étude et modélisation des transferts verticaux dans l'interaction biofilm de rivière/couche limite turbulente*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2013.
- S. Courrech du Pont. *Avalanches granulaires en milieu fluide*. PhD thesis, Université Paris Sud-Paris XI, 2003.
- S. Courrech du Pont, P. Gondret, B. Perrin, and M. Rabaud. Granular avalanches in fluids. *Physical Review Letters*, 90 :044301, 2003.

- R. G. Cox and H. Brenner. The slow motion of a sphere through a viscous fluid towards a plane surface—ii small gap widths, including inertial effects. *Chemical Engineering Science*, 22 :1753–1777, 1967.
- P. A. Cundall and O. D. L. Strack. A discrete numerical model for granular assemblies. *Geotechnique*, 29 :47–65, 1979.
- F. da Cruz, S. Emam, M. Prochnow, J. Roux, and F. Chevoir. Rheophysics of dense granular materials : Discrete simulation of plane shear flows. *Physical Review E*, 72 : 021309, 2005.
- S. d’Albignac. Eulerian-lagrangian simulation of sediment transport. Internship, Ocean Engineering Laboratory, University of Delaware, USA, 2012.
- S. L. Dance and M. R. Maxey. Incorporation of lubrication effects into the force-coupling method for particulate two-phase flow. *Journal of computational Physics*, 189 :212–238, 2003.
- R. H. Davis, J. Serayssol, and E. J. Hinch. The elastohydrodynamic collision of two spheres. *Journal of Fluid Mechanics*, 163 :479–497, 1986.
- T. Divoux and J-C. Géminard. Friction and dilatancy in immersed granular matter. *Physical Review Letters*, 99 :258301, 2007.
- D. Doppler, P. Gondret, T. Loiseleux, S. Meyer, and M. Rabaud. Relaxation dynamics of water-immersed granular avalanches. *Journal of Fluid Mechanics*, 577 :161–181, 2007.
- J. Duran. *Sables, poudres et grains*. Eyrolles, 1997.
- D. Fabre, J. Tchoufag, and J. Magnaudet. The steady oblique path of buoyancy-driven disks and spheres. *Journal of Fluid Mechanics*, 707 :24–36, 2012.
- E. A. Fadlun, R. Verzicco, P. Orlandi, and J. Mohd-Yusof. Combined immersed-boundary finite-difference methods for three-dimensional complex flow simulations. *Journal of Computational Physics*, 161 :35–60, 2000.
- X. Fang, J. Tang, and H. Luo. Granular damping analysis using an improved discrete element approach. *Journal of Sound and Vibration*, 308 :112–131, 2007.
- Z. Feng, E. E. Michaelides, and S. Mao. A three-dimensional resolved discrete particle method for studying particle-wall collision in a viscous fluid. *Journal of Fluids Engineering*, 132 :091302, 2010.
- S. F. Foerster, M. Y. Louge, H. Chang, and K. Allia. Measurements of the collision properties of small spheres. *Physics of Fluids*, 6 :1108–1115, 1994.
- Y. Forterre and O. Pouliquen. Flows of dense granular media. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 40 :1–24, 2008.

- L. Girolami, V. Hergault, G. Vinay, and A. Wachs. A three-dimensional discrete-grain model for the simulation of dam-break rectangular collapses : comparison between numerical results and experiments. *Granular Matter*, 14 :381–392, 2012.
- C. Goldenberg, A. P. F. Atman, P. Claudin, G. Combe, and I. Goldhirsch. Scale separation in granular packings : stress plateaus and fluctuations. *Physical Review Letters*, 96 : 168001, 2006.
- P. Gondret, M. Lance, and L. Petit. Bouncing motion of spherical particles in fluids. *Physics of Fluids*, 14 :643–652, 2002.
- R. E. Hunter. Subaqueous sand-flow cross strata. *Journal of Sedimentary Research*, 55, 1985.
- I. Iordanoff and M. M. Khonsari. Granular lubrication : toward an understanding of the transition between kinetic and quasi-fluid regime. *Journal of Tribology*, 126 :137–145, 2004.
- R. M. Iverson, M. E. Reid, N. R. Iverson, R. G. LaHusen, M. Logan, J. E. Mann, and D. L. Brien. Acute sensitivity of landslide rates to initial soil porosity. *Science*, 290 : 513–516, 2000.
- E. Izard, T. Bonometti, and L. Lacaze. Modelling the dynamics of a sphere approaching and bouncing on a wall in a viscous fluid. *Journal of Fluid Mechanics*, 747 :422–446, 2014a.
- E. Izard, T. Bonometti, and L. Lacaze. Simulation of an avalanche in a fluid with a soft-sphere / immersed boundary method including a lubrication force. *Journal of Computational Multiphase Flows*, (accepted), 2014b.
- R. Jackson. *The dynamics of fluidized particles*. Cambridge University Press, 2000.
- N. Jain, J. M. Ottino, and R. M. Lueptow. Effect of interstitial fluid on a granular flowing layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 508 :23–44, 2004.
- H. A. Janssen. Versuche über getreidedruck in silozellen. *Zeitschr. d. Vereines deutscher Ingenieure*, 39 :1045–1049, 1895.
- M. Jean. The non-smooth contact dynamics method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 177 :235–257, 1999.
- M. Jenny, J. Dušek, and G. Bouchet. Instabilities and transition of a sphere falling or ascending freely in a newtonian fluid. *Journal of Fluid Mechanics*, 508 :201–239, 2004.
- P. Jop, Y. Forterre, and O. Pouliquen. A constitutive law for dense granular flows. *Nature*, 441 :727–730, 2006.
- G. G. Joseph and M. L. Hunt. Oblique particle–wall collisions in a liquid. *Journal of Fluid Mechanics*, 510 :71–93, 2004.

- G. G. Joseph, R. Zenit, M. L. Hunt, and A. M. Rosenwinkel. Particle–wall collisions in a viscous fluid. *Journal of Fluid Mechanics*, 433 :329–346, 2001.
- T. Kempe and J. Fröhlich. Collision modelling for the interface-resolved simulation of spherical particles in viscous fluids. *Journal of Fluid Mechanics*, 709 :445–489, 2012.
- J. Kim, D. Kim, and H. Choi. An immersed-boundary finite-volume method for simulations of flow in complex geometries. *Journal of Computational Physics*, 171 :132–150, 2001.
- T. S. Komatsu, S. Inagaki, N. Nakagawa, and S. Nasuno. Creep motion in a granular pile exhibiting steady surface flow. *Physical Review Letters*, 86 :1757, 2001.
- L. Lacaze and R. R. Kerswell. Axisymmetric granular collapse : a transient 3d flow test of viscoplasticity. *Physical Review Letters*, 102 :108305, 2009.
- L. Lacaze, J. C. Phillips, and R. R. Kerswell. Planar collapse of a granular column : Experiments and discrete element simulations. *Physics of Fluids*, 20 :063302, 2008.
- E. Lajeunesse, A. Mangeney-Castelnau, and J. P. Vilotte. Spreading of a granular mass on a horizontal plane. *Physics of Fluids*, 16 :2371–2381, 2004.
- N. Lecoq, R. Anthore, B. Cichocki, P. Szymczak, and F. Feuillebois. Drag force on a sphere moving towards a corrugated wall. *Journal of Fluid Mechanics*, 513 :247–264, 2004.
- D. Legendre, C. Daniel, and P. Guiraud. Experimental study of a drop bouncing on a wall in a liquid. *Physics of Fluids*, 17 :097105, 2005.
- D. Legendre, R. Zenit, C. Daniel, and P. Guiraud. A note on the modelling of the bouncing of spherical drops or solid spheres on a wall in viscous fluid. *Chemical Engineering Science*, 61 :3543–3549, 2006.
- X. Li, M. L. Hunt, and T. Colonius. A contact model for normal immersed collisions between a particle and a wall. *Journal of Fluid Mechanics*, 691 :123–145, 2012.
- G. Lian, M. J. Adams, and C. Thornton. Elastohydrodynamic collisions of solid spheres. *Journal of Fluid Mechanics*, 311 :141–152, 1996.
- C. C. Liao, S. S. Hsiau, and T. Kiwing. Granular dynamics of a slurry in a rotating drum. *Physical Review E*, 82 :010302, 2010.
- T. Loiseleux, P. Gondret, M. Rabaud, and D. Doppler. Onset of erosion and avalanche for an inclined granular bed sheared by a continuous laminar flow. *Physics of Fluids*, 17 :103304, 2005.
- G. Lube, H. E. Huppert, R. S. J. Sparks, and M. A. Hallworth. Axisymmetric collapses of granular columns. *Journal of Fluid Mechanics*, 508 :175–199, 2004.

- J. Lundberg and H. H. Shen. Collisional restitution dependence on viscosity. *Journal of engineering mechanics*, 118 :979–989, 1992.
- S. McNamara and W. R. Young. Inelastic collapse and clumping in a one-dimensional granular medium. *Physics of Fluids*, 4 :496–504, 1992.
- GDR MiDia. On dense granular flows. *The European Physical Journal E*, 14 :341–365, 2004.
- A. Mongruel, C. Lamriben, S. Yahiaoui, and F. Feuillebois. The approach of a sphere to a wall at finite reynolds number. *Journal of Fluid Mechanics*, 661 :229–238, 2010.
- A. Mongruel, T. Chastel, E. S. Asmolov, and O. I. Vinogradova. Effective hydrodynamic boundary conditions for microtextured surfaces. *Physical Review E*, 87 :011002, 2013.
- G. Mougin and J. Magnaudet. Path instability of a rising bubble. *Physical Review Letters*, 88 :014502, 2001.
- H. Moulleron, F. Charru, and O. Eiff. Inside the moving layer of a sheared granular bed. *Journal of Fluid Mechanics*, 628 :229–239, 2009.
- N-Q. Nguyen and A. J. C. Ladd. Lubrication corrections for lattice-boltzmann simulations of particle suspensions. *Physical Review E*, 66 :046708, 2002.
- M. Ouriemi, P. Aussillous, and E. Guazzelli. Sediment dynamics. Part 1. Bed-load transport by laminar shearing flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 636 :295–319, 2009.
- M. Pailha and O. Pouliquen. A two-phase flow description of the initiation of underwater granular avalanches. *Journal of Fluid Mechanics*, 633 :115–135, 2009.
- M. Pailha, M. Nicolas, and O. Pouliquen. Initiation of underwater granular avalanches : Influence of the initial volume fraction. *Physics of Fluids*, 20 :111701, 2008.
- C. S. Peskin. The immersed boundary method. *Courant Institut of Mathematic Sciences New York University*, 2000.
- C. S. Peskin. The immersed boundary method. *Acta numerica*, 11, 2002.
- G. Pianet, A. Ten Cate, J. J. Derksen, and E. Arquis. Assessment of the 1-fluid method for dns of particulate flows : Sedimentation of a single sphere at moderate to high reynolds numbers. *Computers & fluids*, 36 :359–375, 2007.
- F. Pignatell, C. Asselin, L. Krieger, I. C. Christov, J. M. Ottino, and R. M. Lueptow. Parameters and scalings for dry and immersed granular flowing layers in rotating tumblers. *Physical Review E*, 86 :011304, 2012.
- O. Pouliquen and Y. Forterre. Friction law for dense granular flows : application to the motion of a mass down a rough inclined plane. *Journal of Fluid Mechanics*, 453 : 133–151, 2002.

- O. Pouliquen and J. W. Vallance. Segregation induced instabilities of granular fronts. *Chaos : An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 9 :621–630, 1999.
- O. Pouliquen, C. Cassar, P. Jop, Y. Forterre, and M. Nicolas. Flow of dense granular material : towards simple constitutive laws. *Journal of Statistical Mechanics : Theory and Experiment*, 2006 :P07020, 2006.
- F. Radjai, D. E. Wolf, M. Jean, and J. Moreau. Bimodal character of stress transmission in granular packings. *Physical Review Letters*, 80 :61, 1998.
- F. Radjai, F. Dubois, et al. *Discrete-element modeling of granular materials*. 2011.
- T. Revil-Baudard and J. Chauchat. A two-phase model for sheet flow regime based on dense granular flow rheology. *Journal of Geophysical Research : Oceans*, 118 :619–634, 2013.
- D. Richard and D. Quéré. Bouncing water drops. *EPL (Europhysics Letters)*, 50 :769, 2000.
- P. G. Rognon, J-N. Roux, M. Naaim, and F. Chevoir. Dense flows of bidisperse assemblies of disks down an inclined plane. *Physics of Fluids*, 19 :058101, 2007.
- L. Rondon, O. Pouliquen, and P. Aussillous. Granular collapse in a fluid : role of the initial volume fraction. *Physics of Fluids*, 23 :073301, 2011.
- S. B. Savage and K. Hutter. The motion of a finite mass of granular material down a rough incline. *Journal of Fluid Mechanics*, 199 :177–215, 1989.
- B. Savoye. Des avalanches sous la mer. *Pour La Science*, 333 :36–43, 2005.
- J. Schäfer, S. Dippel, and D. E. Wolf. Force schemes in simulations of granular materials. *Journal de Physique I France*, 6 :5–20, 1996.
- M. Servin, D. Wang, C. Lacoursière, and K. Bodin. Examining the smooth and nonsmooth discrete element approaches to granular matter. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 97 :878–902, 2014.
- J. A. Simeonov and J. Calantoni. Modeling mechanical contact and lubrication in direct numerical simulations of colliding particles. *International Journal of Multiphase Flow*, 46 :38–53, 2012.
- J. R. Smart and D. T. Jr. Leighton. Measurement of the hydrodynamic surface roughness of noncolloidal spheres. *Physics of Fluids*, 1 :52–60, 1989.
- M. Sperl. Experiments on corn pressure in silo cells—translation and comment of Janssen’s paper from 1895. *Granular Matter*, 8 :59–65, 2006.
- L. Staron and E. J. Hinch. Study of the collapse of granular columns using two-dimensional discrete-grain simulation. *Journal of Fluid Mechanics*, 545 :1–27, 2005.

- N. Taberlet, P. Richard, E. Henry, and R. Delannay. The growth of a super stable heap : An experimental and numerical study. *EPL (Europhysics Letters)*, 68 :515, 2004.
- A. Ten Cate, C. H. Nieuwstad, J. J. Derksen, and H. E. A. Van den Akker. Particle imaging velocimetry experiments and lattice-boltzmann simulations on a single sphere settling under gravity. *Physics of Fluids*, 14 :4012–4025, 2002.
- E. L. Thompson and H. E. Huppert. Granular column collapses : Further experimental results. *Journal of Fluid Mechanics*, 575 :177–186, 2007.
- J. F. Thompson, Z. U. A. Warsi, and C. W. Mastin. *Numerical grid generation : foundations and applications*, volume 45. North-holland Amsterdam, 1985.
- V. Topin, Y. Monerie, F. Perales, and F. Radjaï. Collapse dynamics and runout of dense granular materials in a fluid. *Physical Review Letters*, 109 :188001, 2012.
- Y. Tsuji, T. Kawaguchi, and T. Tanaka. Discrete particle simulation of two-dimensional fluidized bed. *Powder Technology*, 77 :79–87, 1993.
- M. Uhlmann. An immersed boundary method with direct forcing for the simulation of particulate flows. *Journal of Computational Physics*, 209 :448–476, 2005.
- A. Wachs. Peligriff, a parallel dem-dlm/fd direct numerical simulation tool for 3d particulate flows. *Journal of Engineering Mathematics*, 71 :131–155, 2011.
- T. Weinhart, A. R. Thornton, S. Luding, and O. Bokhove. Closure relations for shallow granular flows from particle simulations. *Granular Matter*, 14 :531–552, 2012a.
- T. Weinhart, A. R. Thornton, S. Luding, and O. Bokhove. From discrete particles to continuum fields near a boundary. *Granular Matter*, 14 :289–294, 2012b.
- F-L. Yang and M. L. Hunt. Dynamics of particle-particle collisions in a viscous liquid. *Physics of Fluids*, 18 :121506, 2006.
- F-L. Yang and Melany L. Hunt. A mixed contact model for an immersed collision between two solid surfaces. *Philosophical Transactions of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 366 :2205–2218, 2008.
- Y. Yuki, S. Takeuchi, and T. Kajishima. Efficient immersed boundary method for strong interaction problem of arbitrary shape object with the self-induced flow. *Journal of Fluid Science and Technology*, 2 :1–11, 2007.