



Université
de Toulouse

THÈSE

En vue de l'obtention du

DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par : *Institut National Polytechnique de Toulouse*

Discipline ou spécialité : *Génie Mécanique, Mécanique des Matériaux*

Présentée et soutenue par : *Adrien ZÉANH*

Le 29 Mai 2009

Titre : *Contribution à l'amélioration de la fiabilité des modules IGBT utilisés en environnement aéronautique*

JURY

<i>M. Alexis BÉAKOU</i>	<i>Professeur des Universités à l'IFMA</i>	<i>Rapporteur</i>
<i>M. Zoubir KHATIR</i>	<i>Directeur de Recherche à l'INRETS</i>	<i>Rapporteur</i>
<i>M. Moussa KARAMA</i>	<i>Professeur des Universités à l'ENIT</i>	<i>Directeur de thèse</i>
<i>M. Éric WOIRGARD</i>	<i>Professeur des Universités à Bordeaux I</i>	<i>Co-Directeur de thèse</i>
<i>M. Olivier DALVERNY</i>	<i>Maître de Conférences à l'ENIT</i>	<i>Co-Encadrant</i>
<i>M. Arezki BOUZOURENE</i>	<i>Ingénieur d'Études THALES AES</i>	<i>Membre</i>
<i>M. Michel MERMET-GUYENNET</i>	<i>Ingénieur, Expert ALSTOM, Directeur de PEARL</i>	<i>Membre</i>
<i>M. Régis MEURET</i>	<i>Ingénieur, Expert Hispano-Suiza</i>	<i>Membre</i>
<i>M. Stéphane AZZOPARDI</i>	<i>Maître de Conférences à L'ENSEIRB</i>	<i>Co-Encadrant, Invité</i>
<i>M. Christophe BRUZY</i>	<i>Directeur Technique THALES AES</i>	<i>Invité</i>

École doctorale : *Mécanique, Énergétique, Génie civil et Procédés (MEGeP)*

Unité de recherche : *Laboratoire Génie de Production de l'École Nationale d'Ingénieurs de Tarbes*

Directeurs de thèse : *M. Moussa KARAMA, M. Éric WOIRGARD*

À ma grand-mère OULI Macoura,
À ma mère Mariame KONÉ.

REMERCIEMENTS

Ce travail est né d'une collaboration entre les sociétés THALES et Hispano-Suiza, je tenais avant tout à exprimer ma reconnaissance et ma gratitude à Christophe Bruzy et à Régis Meuret, pour l'opportunité qu'ils m'ont offerte de travailler sur ce sujet.

Mes travaux ont été co-encadrés par les laboratoires LGP de l'ENI de Tarbes et IMS de l'Université de Bordeaux I. Qu'il me soit permis de remercier Moussa Karama et Éric Woïrgard, pour en avoir assuré la co-direction, ainsi que Olivier Dalverny et Stéphane Azzopardi pour leur encadrement. Leurs qualités humaines, la confiance qu'ils m'ont accordée ainsi que la complémentarité de leurs approches scientifiques, m'ont permis de profiter tout au long de ces trois années, d'une formation à la recherche de grande qualité. Qu'ils trouvent dans ces quelques mots ma plus grande gratitude et reconnaissance.

Je remercie également Michel Mermet-Guyennet, qui m'a accueilli au sein du laboratoire commun PEARL d'Alstom à Séméac, où j'ai pu bénéficier entre autres d'une précieuse expérience en matière de conception, de réalisation et de caractérisation de modules électroniques de puissance.

Je n'oublie pas les parties industrielles impliquées dans mes travaux, avec une mention spéciale à Arezki Bouzourene et Sébastien Vieillard qui ont suivi de près mes travaux. Ils ont su, malgré des emplois du temps très chargés, me faire profiter de leurs expériences et connaissances sur l'environnement aéronautique, à travers la justesse de leurs analyses et remarques. Je tiens à leur exprimer ici ma profonde reconnaissance pour leur confiance et leur contribution.

Je voudrais aussi exprimer ma gratitude à Alexis Béakou et à Zoubir Khatir pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail, et pour l'honneur qu'ils m'ont fait en acceptant de participer au jury de thèse en tant que rapporteurs.

Je remercie vivement l'ensemble du personnel enseignant de mes différents laboratoires de rattachement, pour les échanges très fructueux, autant sur le plan humain que technique. Je pense plus particulièrement à Joël Alexis pour les essais de nano-indentation, Hélène Weleman pour les nombreux échanges constructifs sur la fiabilité et l'implémentation des lois de comportement, Alexandrine Guedon et Jean-Yves Deletage pour toutes les discussions sur les technologies de connexion et d'assemblage des modules de puissance.

J'adresse aussi mes remerciements à l'ensemble des ingénieurs, chercheurs et doctorants que j'ai côtoyé, et qui ont participé directement ou indirectement à l'accomplissement de ce travail. Je pense en particulier au noyau MODERNE dans PEARL (Jean-Luc, Mathieu, Sylvain, et Guillaume), aux Pearliens (Philippe qui m'a beaucoup aidé dans la réalisation de mes outillages de brasage et pour les manip en salle blanche, Tony pour entre autres le cyclage des véhicules de tests, Pierre avec qui j'ai pas mal discuté sur les stratégies de calculs É.F., Laurence, Sélim, les deux Manu et Jérémie, Hassan, Stéphane, Céline, Bertrand, Sébastien, Karim, Alberto, Cyrille, David, Xavier, ...), aux doctorants du LGP et d'IMS (Alex pour PyFer et le lancement de simus sur les différents Clusters, Benjamin, Benoît, Clélia, Ghislain, Hocine, Makram, Marina, Mohamad, Paul, Raymond, Saber, Toufik, Valentin, Vincent, Zak ...), et enfin à mon ami Bernard, pour tous ces plans sur Tarbes et ...

Je terminerai, sur un plan personnel, en réservant une place toute particulière à ma famille, et à Angélique qui par sa compréhension et son soutien de chaque instant m'a permis de mener sereinement cette thèse à son terme.

TABLE DES MATIÈRES

0.	INTRODUCTION GÉNÉRALE.....	13
1.	INTERRUPTEURS ÉLECTRONIQUES DE PUISSANCE, PROPOSITION DE TECHNOLOGIES POUR APPLICATIONS AÉRONAUTIQUES.....	19
1.1.	Introduction.....	19
1.2.	Recommandations et contraintes aéronautiques.....	22
1.2.1.	Exigences et recommandations liées à l'industrie aéronautique.....	22
1.2.1.1.	Poids et encombrement.....	22
1.2.1.2.	Compatibilité Électro-Magnétiques.....	22
1.2.1.3.	Qualité des signaux de sortie.....	23
1.2.1.4.	Performances thermiques.....	23
1.2.1.5.	Respect des directives de conception écologique.....	23
1.2.1.6.	Durées de vie et Fiabilité.....	24
1.2.2.	Contraintes aéronautiques.....	24
1.2.2.1.	Contraintes thermiques.....	24
1.2.2.2.	Contraintes de pression.....	26
1.2.2.3.	Contraintes d'humidité.....	27
1.2.2.4.	Contraintes mécaniques.....	27
1.2.2.5.	Contraintes radiatives.....	28
1.2.2.6.	Profils de contraintes accélérés.....	29
1.3.	Technologies et modes de défaillance des modules d'interrupteur de puissance.....	30
1.3.1.	Aspect fonctionnel.....	30
1.3.2.	Les composants électroniques.....	31
1.3.2.1.	Les diodes de puissance.....	31
1.3.2.2.	Les transistors de puissance.....	32
1.3.3.	Technologies classiques de connexion et d'assemblage des modules IGBT.....	35
1.3.3.1.	Assemblages avec connexion par fils de câblage.....	35
1.3.3.2.	Assemblages avec connexions par brasages ponctuels.....	37
1.3.3.3.	Assemblage avec connexion par couches conductrices et isolantes.....	40
1.3.3.4.	Assemblage avec connexion par contact pressé.....	42
1.3.3.5.	Assemblage avec connexion par brasages directs.....	42
1.3.4.	Analyse des modes de défaillances.....	43
1.3.4.1.	Défaillances des puces électroniques.....	43
1.3.4.2.	Défaillances des fils de câblage.....	47
1.3.4.3.	Défaillances des brasures.....	49
1.3.4.4.	Défaillances des substrats métallisés.....	53
1.3.4.5.	Dégradation des gels encapsulants.....	54
1.4.	Proposition de structures de modules pour applications aéronautique.....	55
1.4.1.	Choix de technologies de modules IGBT.....	55
1.4.1.1.	Critères de choix des technologies d'assemblage.....	55
1.4.1.2.	Propositions d'assemblages de modules IGBT.....	55
1.4.1.3.	Possibilités de refroidissement.....	57
1.4.2.	Choix des matériaux.....	60
1.4.2.1.	La semelle.....	60
1.4.2.2.	Les Substrats.....	61
1.4.2.3.	Les substrats à base de polymères.....	62
1.4.2.4.	Les connexions à l'intérieur des modules de puissance.....	67
1.4.2.5.	L'encapsulation.....	71
1.5.	Conclusion.....	73
1.6.	Bibliographie.....	74
2.	LA FIABILITÉ EN CONCEPTION.....	83

2.1.	Introduction.....	83
2.2.	Notion de fiabilité	83
2.3.	Approches de la Fiabilité en conception.....	85
2.3.1.	L'approche déterministe du dimensionnement "résistance-sollicitation"	86
2.3.2.	L'approche par les essais de fiabilité	87
2.3.3.	L'approche par les données d'exploitation.....	89
2.3.4.	L'approche par le retour d'expérience analogue	89
2.3.5.	L'approche probabiliste du dimensionnement.....	91
2.4.	La fiabilité mécanique	91
2.4.1.	Probabilité de défaillance	92
2.4.2.	Notion d'indice de fiabilité	93
2.4.2.1.	Indice de Rjanitzyne-Cornell	93
2.4.2.2.	Indice de Hasofer-Lind	94
2.4.3.	Transformations Isoprobabilistes	95
2.4.3.1.	La transformation de Hasofer-Lind.....	95
2.4.3.2.	La transformation de Rosenblatt.....	96
2.4.3.3.	La transformation de Nataf	97
2.4.4.	Recherche du point de conception.....	98
2.4.4.1.	Formulation du problème d'optimisation	98
2.4.4.2.	Méthodes de résolution	99
2.4.5.	Facteurs d'importance.....	100
2.4.5.1.	Sensibilité de l'indice de fiabilité	100
2.4.5.2.	Élasticité de l'indice de fiabilité	102
2.5.	Méthodes d'approximation de fiabilité mécanique.....	102
2.5.1.	Les méthodes basées sur l'approximation de la surface d'état-limite	103
2.5.1.1.	La méthode FORM	103
2.5.1.2.	La méthode SORM	104
2.5.2.	Les méthodes de simulation	106
2.5.2.1.	La simulation de Monte-Carlo	106
2.5.2.2.	Les méthodes de simulation utilisant le point P^*	107
2.6.	La fiabilité mécanique appliquée à la conception des modules IGBT	109
2.6.1.	Couplage mécano-fiabiliste.....	109
2.6.2.	Approximation de la fonction de performance par surfaces de réponse	110
2.6.2.1.	Surfaces de réponse polynomiales	111
2.6.2.2.	Réseaux de Neurones Artificiels (RNA).....	111
2.6.2.3.	Qualité de l'approximation	114
2.7.	Conclusion	115
2.8.	Bibliographie	116
3.	MODÉLISATION NUMÉRIQUE DU COMPORTEMENT DES MODULES	123
3.1.	Introduction.....	123
3.2.	Généralités sur la simulation par la Méthode des Éléments Finis	123
3.3.	Modélisation du comportement des matériaux utilisés dans les assemblages.....	124
3.3.1.	Observations sur les matériaux sélectionnés	125
3.3.2.	Formalisme des lois de comportement.....	126
3.3.2.1.	Formalisme thermodynamique – Méthode de l'état local	126
3.3.3.	Lois de comportement des matériaux thermoélastiques.....	128
3.3.3.1.	Formulation de la loi de comportement de thermoélasticité linéaire.....	128
3.3.3.2.	Identification	129
3.3.4.	Lois de comportement des métallisations	131
3.3.4.1.	Observations expérimentales et choix du modèle de comportement.....	131
3.3.4.2.	Formulation du modèle à écrouissages combinés de Chaboche	134
3.3.4.3.	Implémentation de la loi dans Abaqus via UMAT	136

3.3.4.4.	Vérification de la routine implémentée	137
3.3.4.5.	Identification	139
3.3.5.	Lois de comportement thermoélasto-viscoplastiques des brasures	143
3.3.5.1.	Caractérisation de la viscoplasticité	143
3.3.5.2.	Lois de comportement viscoplastiques	145
3.3.5.3.	Implémentation des lois de Busso et d'Anand dans Abaqus	150
3.3.5.4.	Identification des lois de viscoplasticité d'Anand et de Busso.....	151
3.4.	Modélisation des défaillances potentielles.....	160
3.4.1.	Endommagement par fatigue des joints de brasures	161
3.4.1.1.	Approche de la fatigue des joints de brasures	161
3.4.1.2.	Conception et réalisation des véhicules de tests.....	166
3.4.1.3.	Essais de cyclage et exploitation.....	169
3.4.2.	Rupture des substrats céramiques.....	172
3.4.2.1.	Approche théorique de la rupture des substrats céramiques	172
3.4.2.2.	Caractérisation du matériau.....	174
3.4.2.3.	Validation de l'approche.....	175
3.5.	Conclusion	179
3.6.	Bibliographie.....	181
4.	APPLICATIONS : SIMULATIONS NUMÉRIQUES ET FIABILITÉ DES PROTOTYPES	191
4.1.	Introduction.....	191
4.2.	Simulations d'aide à la conception des prototypes de modules de puissance	191
4.2.1.	Analyse des configurations d'assemblage par Plans d'Expériences numériques.....	192
4.2.1.1.	Définition des Plans d'Expériences	192
4.2.1.2.	Évaluation des réponses par simulation Éléments Finis	194
4.2.1.3.	Modélisation des réponses à partir des plans d'expériences.....	204
4.2.1.4.	Vérification et validation des modèles de réponses	205
4.2.1.5.	Analyse des résultats	207
4.2.2.	Effet des dimensions et de la nature des pièces du module.....	208
4.2.2.1.	Influence de la taille des inserts	209
4.2.2.2.	Influence de l'épaisseur de la brasure de connexion directe.....	210
4.2.2.3.	Influence de l'épaisseur de la brasure semelle.....	211
4.2.2.4.	Influence de l'épaisseur de la métallisation du substrat.....	212
4.2.2.5.	Influence de l'épaisseur du substrat céramique	213
4.3.	Étude des prototypes de modules IGBT	214
4.3.1.	Analyse thermique et thermomécanique du module de 2 kVA.....	215
4.3.1.1.	Analyses thermiques	215
4.3.1.2.	Analyses thermomécaniques	216
4.3.2.	Analyse fiabiliste du module de 20 kVA.....	217
4.3.2.1.	Modélisation numérique de l'interrupteur élémentaire.....	218
4.3.2.2.	Analyse de fiabilité par rapport à la rupture des substrats AlN	220
4.3.2.3.	Contraintes mécaniques dans les puces.....	221
4.3.2.4.	Analyse de Fiabilité par rapport à la fatigue des brasures.....	222
4.3.3.	Analyse fiabiliste du module de 60 kVA.....	225
4.3.3.1.	Modélisation du module élémentaire	226
4.3.3.2.	Fiabilité mécanique du module par rapport à la défaillance des brasures.....	227
4.4.	Conclusion	232
4.5.	Bibliographie.....	233
5.	CONCLUSION GÉNÉRALE ET PERSPECTIVES	237
	ANNEXE A : Procédure d'intégration temporelle et d'implémentation de la loi de Chaboche.....	241
	ANNEXE B : Procédure d'intégration temporelle et d'implémentation de la loi d'Anand	248
	ANNEXE C : Procédure d'intégration temporelle et d'implémentation de la loi de Busso	255

ANNEXE D : Routine UMAT (Fortran 90) des trois lois implémentées, avec la loi de Hooke 264
ANNEXE E : Quelques plans des pièces de modules et des outillages réalisés 276

LISTE DES FIGURES

Figure 0-1 : Organigramme simplifié du projet MODERNE.....	14
Figure 1-1 : Surfaces de commandes de vol sur un biréacteur.....	19
Figure 1-2 : Illustrations d'un EHA (a) et d'un EMA (b) [Botten 00].	20
Figure 1-3 : Recensement des convertisseurs statiques pour un avion de 300 passagers "plus électrique" [Mavier 07].	20
Figure 1-4 : Convertisseur THALES utilisé dans le POA, vue générale (a) et schéma simplifié (b).....	21
Figure 1-5 : Système d'inverseur de poussée de l'A380 (ETRAS™) avec son convertisseur.....	21
Figure 1-6 : Allure du profil paramétré de température ambiante en vol [Lhommeau 05].	25
Figure 1-7 : Profil paramétré de température ambiante au sol.....	25
Figure 1-8 : Exemple de profil paramétré de cyclage actif.	26
Figure 1-9 : Pression en fonction de l'altitude (a) et exemple de profil de pression en vol (b) [Lhommeau 05].	27
Figure 1-10 : Profil typique d'humidité spécifique en vol [Lhommeau 05].	27
Figure 1-11 : Amplitudes de vibrations typiques d'un équipement embarqué [Lhommeau 05].	28
Figure 1-12 : Aurore polaire [www.cieletespacephotos.fr].....	28
Figure 1-13 : Niveau de flux de radiation en fonction de l'altitude [Lhommeau 05].	29
Figure 1-14 : Exemple de profil de cyclage passif accéléré.	29
Figure 1-15 : Schéma d'un onduleur triphasé (a) et d'un interrupteur de puissance (b).....	30
Figure 1-16 : Analyse fonctionnelle interne d'un interrupteur de puissance.....	30
Figure 1-17 : Vue en coupe de la structure de la diode PIN.	31
Figure 1-18 : Vue en coupe d'une cellule élémentaire d'IGBT (a) schéma équivalent naturel (b) et symbolisation (c)...	34
Figure 1-19 : Plages d'utilisation des différentes technologies de transistors de puissance.	34
Figure 1-20 : Vue de différentes puces IGBT de calibre 1200 V : type Infineon (a) et type ABB (b).	35
Figure 1-21 : Vue de modules puissance avec connexions par fils de câblages.....	36
Figure 1-22 : Illustration de la technique du "ball bonding".	36
Figure 1-23 : Illustration de la technique du "wedge bonding".	37
Figure 1-24 : Structure d'un BGA [Oki Electric Industry Co. Ltd].....	38
Figure 1-25 : Vues de D2BGA de Fairchild (a) et FlipFET™ d'International Rectifier (b).	38
Figure 1-26 : Vue en coupe d'un UBM et d'une puce avec bump.	38
Figure 1-27 : Technologie Flip-Chip-On-Flex (CPES).	39
Figure 1-28 : Comparaison des solutions DAI (a) et BGA (b).	39
Figure 1-29 : Vue d'un module hybride de puissance avec connexions de type DAI.	39
Figure 1-30 : vue en coupe d'une connexion par brasage d'insert (a), et répartition des inserts sur une puce IGBT (b).	40
Figure 1-31 : module de puissance avec connexion par brasages d'inserts (PEARL).	40
Figure 1-32 : Vue en coupe de la technologie Power Overlay de General Electric.....	41
Figure 1-33 : Description de la technologie "Embedded Power".	41
Figure 1-34 : Vue (a) et coupe (b) d'un module Pressure Pack.	42
Figure 1-35 : Structure de connexion (a) et exemple d'assemblage par brasage direct (b) [Johnson 07].	43
Figure 1-36 : déformation de la surface de la métallisation de la puce [Ciappa 01].	45
Figure 1-37 : entaille et fissuration dans la puce [Ciappa 01].	46
Figure 1-38 : fracture dans la puce due à des contraintes transmises par une semelle à forte convexité [Ciappa 01]...46	46
Figure 1-39 : courbure de l'assemblage durant le brasage par effet bilame.....	47
Figure 1-40 : corrosion d'un fil de connexion [Ciappa 01].	48
Figure 1-41 : levées de fils de câblage [Amro 05, Ciappa 01].	48
Figure 1-42 : Fissure au niveau d'un pied de fil de câblage [Ciappa 01].	49
Figure 1-43 : brasure de report de puce sur substrat comportant des lacunes (a) [Ciappa 01], et endommagement de puces dû aux défaillances des brasures (b) [BAE].	50
Figure 1-44 : Structure d'un joint de brasure Sn _{96,5} Ag _{3,5} (a), Sn _{96,5} Ag ₃ Cu _{0,5} (b) sur une métallisation Ni-P, et d'une brasure à base d'étain sur une métallisation en cuivre (c).	51
Figure 1-45 : Description du mécanisme d'endommagement par fatigue de la structure d'un joint de brasure [Engelmaier 97].....	51
Figure 1-46 : Aspect microstructural d'une brasure SnAgCu suite à de la fatigue thermomécanique.....	52
Figure 1-47 : Microsection d'une brasure SnPb fissurée dans la couche intermétallique [Tegehall 90].	52
Figure 1-48 : Défaillances de brasures substrat/semelle (a) et d'insert cylindrique (b) suite à de la fatigue thermomécanique.....	53
Figure 1-49 : Rupture de différents substrats céramiques. [Dupont 06, Ning 03].	53
Figure 1-50 : Assemblage avec connexion par brasage d'inserts (a) et par brasages directs (b).	57
Figure 1-51 : Vues de plaques froides pour modules d'interrupteurs de puissance.	58

Figure 1-52 : Vue de semelles CPS avec ailettes rapportées (a) et du module du PEARL avec ailettes rapportées (b) [Solomalala 07].....	58
Figure 1-53 : Vue de modules IGBT refroidi par microcanaux dans la semelle.....	58
Figure 1-54 : Schémas de principe de caloducs, avec transport de chaleur (a) et répartition de chaleur (b).....	59
Figure 1-55 : Constitution (a) et vue (b) d'un module Peltier [RTM, FERROTEC].....	59
Figure 1-56 : Aspect du contact thermique entre la semelle et un support plan suivant la forme initiale de la semelle.....	60
Figure 1-57 : Comparaison des propriétés de quelques matériaux pour semelle.....	61
Figure 1-58 : Illustration de puces brasées sur Substrats Métalliques Isolés (SMI).....	62
Figure 1-59 : Illustration d'assemblage par Insert Molded Leadframe.....	63
Figure 1-60 : Vue de dessus (a) et en coupe (b) d'un substrat AlN-Cu avec dimples [Curamik].....	64
Figure 1-61 : Description du procédé du DBC.....	65
Figure 1-62 : Principe de métallisation de l'AlN.....	65
Figure 1-63 : Illustration du principe de métallisation de l'Al ₂ O ₃ avec de l'aluminium [Ning 03].....	66
Figure 1-64 : Les étapes du procédé AMB [KYOCERA].....	66
Figure 1-65 : Technologie d'assemblage par frittage de poudre d'argent [Amro 05].....	68
Figure 2-1 : Allure de la fonction taux de défaillance (courbe en forme de baignoire).....	84
Figure 2-2 : Représentation des indicateurs temporels de la fiabilité.....	85
Figure 2-3 : Allure de la fiabilité pour un équipement à taux de défaillance constant.....	87
Figure 2-4 : Illustration du risque de ne pas reproduire le mode de défaillance en utilisation normale, avec l'accélération des profils [Daniel 99].....	88
Figure 2-5 : Allure de la fonction taux de défaillance pour organes mécaniques [Lewis 87].....	91
Figure 2-6 : Domaines de sûreté et de défaillance dans le cas de deux variables aléatoires $\mathbf{X} = \{X_1, X_2\}$	92
Figure 2-7 : Représentation tridimensionnelle de P_f pour les variables S et R	93
Figure 2-8 : Représentation d'une densité gaussienne Z et indice de fiabilité β	94
Figure 2-9 : Illustration de la définition de l'indice de Hasofer-Lind.....	95
Figure 2-10 : Illustration du principe des transformations T	96
Figure 2-11 : Coefficients directeurs du vecteur normal à la surface de défaillance au point de conception.....	101
Figure 2-12 : Illustration de l'approximation FORM pour un système à deux variables.....	103
Figure 2-13 : Illustration de l'approximation SORM pour deux variables.....	104
Figure 2-14 : Illustration des insuffisances des méthodes d'approximation avec une surface de performance fermée.....	105
Figure 2-15 : Illustration de la technique de simulation de Monte-Carlo.....	106
Figure 2-16 : Illustration de la simulation par tirage d'importance.....	107
Figure 2-17 : Illustration de la simulation par tirages conditionnés.....	108
Figure 2-18 : Illustration du couplage mécano-fiabiliste.....	110
Figure 2-19 : Architecture d'un RNA (a) et structure générale d'un neurone (b).....	112
Figure 3-1 : Schématisation de la plateforme de prototypage virtuelle de PEARL.....	124
Figure 3-2 : Description (a) et vue (b) du dispositif de caractérisation ultrasonore par contact direct.....	130
Figure 3-3 : Allure générale d'une courbe d'écrouissage en traction.....	132
Figure 3-4 : Illustration de l'évolution du seuil d'écoulement lors d'écrouissage isotrope (a) et d'écrouissage cinématique (b).....	132
Figure 3-5 : Illustration de l'effet Bauschinger (a) et des écarts des courbes d'écrouissage par rapport aux observations expérimentales (b).....	133
Figure 3-6 : Phénomènes d'adoucissement (a) et de durcissement cyclique (b) [Lemaître 85].....	133
Figure 3-7 : Phénomènes d'accommodation (a), de rochet (b), de non-relaxation (c) et de relaxation de la contrainte moyenne (d) [Lemaître 85].....	134
Figure 3-8 : Simulation du formage d'un bloc cylindrique de cuivre : configurations avant (a) et après (b) déformation, avec le champ de contraintes de Von Mises en MPa.....	138
Figure 3-9 : Comparaison de la routine implémentée avec la version proposée par Abaqus par rapport au calcul des contraintes et des déformations.....	138
Figure 3-10 : Courbes du module d'élasticité en fonction de la profondeur, sur métallisation en cuivre (a) et aluminium (b).....	140
Figure 3-11 : Courbes d'essais d'indentation utilisées pour l'identification des paramètres d'écrouissage.....	141
Figure 3-12 : Vue du modèle É.F. de l'essai d'indentation du cuivre, déformée et champ de contrainte de Von Mises (GPa).....	141
Figure 3-13 : Courbes expérimentales et de simulation pour les paramètres identifiés sur le cuivre et l'aluminium.....	142
Figure 3-14 : Évolutions linéaires avec la température du module d'élasticité (a) et du coefficient de dilatation thermique (b) des métallisations et du substrat AlN.....	143
Figure 3-15 : Les 3 phases d'un essai de fluage.....	144
Figure 3-16 : Taux de fluage secondaire en fonction de la contrainte, à différentes températures [Shi 02].....	144
Figure 3-17 : Partition des énergies de déformation.....	151
Figure 3-18 : Éprouvettes de brasure de différents types, (a) brasure d'insert, (b) brasure de grandes surfaces.....	151

Figure 3-19 : Vue de la machine utilisée pour les essais d'érouissage et de fluage en température.	152
Figure 3-20 : Présentation de quelques courbes de fluage (a et b) et d'érouissage (c) obtenues avec les éprouvettes de brasures SnAg.	154
Figure 3-21 : Présentation de quelques courbes de fluage (a et b) et d'érouissage (c) obtenues avec les éprouvettes de brasures SnAgCu.	155
Figure 3-22 : Géométrie de la brasure d'insert, (a) et images de découpe d'inserts (b).	156
Figure 3-23 : Modèle géométrique de l'éprouvette avec brasages d'inserts, visualisation du champ de déplacement dans le sens de la traction.	156
Figure 3-24 : Comparaison essais/simulation à l'issue de l'identification : Fluages (a et b), et érouissages (c).	158
Figure 3-25 : Comparaison des lois d'Anand et de Busso au travers de courbes d'érouissage obtenues avec les paramètres identifiés pour la brasure SnAgCu.	160
Figure 3-26 : Etapes de réalisation : passage des pièces dans l'enceinte de flash plasma (a) positionnement des pièces dans l'outillage de brasage (b) et brasage d'un module véhicule de test dans le pour ATV (c).	166
Figure 3-27 : Vue (a) et microscopie rayon X (b) du véhicule de test "SS7" après brasage.	167
Figure 3-28 : Vue (a) et microscopie rayon X du véhicule de test PS4 après brasage (b).	168
Figure 3-29 : Vue du véhicule de test ME2 (a), et ME1 (b).	169
Figure 3-30 : microscopie Rayon X des véhicule de test ME7 (a) et ME5 (b) après brasage.	169
Figure 3-31 : Comparaison des brasures semelles à 0 (a), 50 (b) et 300 cycles passifs (c).	170
Figure 3-32 : Procédure d'identification de la loi de fatigue des brasures.	171
Figure 3-33 : Vue du dispositif de refroidissement double face conçu pour le suivi de l'impédance thermique.	171
Figure 3-34 : Vue (a) et schématisation (b) du montage d'essai.	174
Figure 3-35 : Histogrammes et loi de distribution statistique des contraintes maximales à la rupture.	175
Figure 3-36 : Tracé de Weibull des contraintes maximales à la rupture.	175
Figure 3-37 : Vue du substrat DCB avant et après rupture de l'AlN.	176
Figure 3-38 : Durées de vie moyennes de différents substrats métallisés en cyclage thermique [curamik].	176
Figure 3-39: Modèle géométrique du substrat métallisé cyclé thermiquement après simulation de l'étape d'assemblage.	177
Figure 3-40 : Champ de contraintes principales maximales dans le substrat (MPa) après 2 cycles.	177
Figure 3-41 : champ de contraintes principales maximales dans le substrat (MPa) au voisinage du bord de la métallisation.	178
Figure 3-42 : Évolution de la contrainte principale maximale dans la céramique sur les 13 premiers cycles passifs.	179
Figure 4-1 : Assemblage par brasages d'inserts : structure complète (a) et partie supérieure retirée (b).	192
Figure 4-2 : Assemblage par brasages directs : structure complète (a) et partie supérieure retirée (b).	192
Figure 4-3 : Modèles géométriques maillés des assemblages avec connexions par brasages d'inserts (a) et par brasages directs (b).	194
Figure 4-4 : Convergence de la densité d'énergie de déformation inélastique dissipée dans la brasure d'insert en fonction de la taille minimale des éléments du maillage.	195
Figure 4-5 : Profils de dissipation de puissance dans les composants électroniques en cyclage actifs.	196
Figure 4-6 : Profils de chargement thermique en cyclage passifs.	196
Figure 4-7 : Champs de température (K) au voisinage des puces dans les différentes structures : "AlSiC/AlN-Cu (BI)" (a), "AlSiC/AlN-Cu (BD)" (b), "AlSiC/AlN-Cu (FC)" (c).	197
Figure 4-8 : Températures maximales des puces et résistances thermiques pour quelques assemblages.	198
Figure 4-9 : Allure de profil de température utilisé pour la simulation du processus d'assemblage et du stockage.	199
Figure 4-10 : Cartographie du champ des contraintes principales maximales dans le substrat céramique (MPa).	199
Figure 4-11 : Cartographie du champ de contraintes principales maximales (MPa) dans la puce : connexions par brasages d'inserts (a) et brasages directs (b).	200
Figure 4-12 : Cartographie du champ de densité d'énergie de déformation inélastique totale dissipée dans une brasure semelle après cyclage passif (mJ/mm^3).	201
Figure 4-13 Cartographie du champ de densité d'énergie de déformation inélastique dans la brasure de connexions après cyclage thermique (mJ/mm^3) : connexion par brasages d'inserts (a) et brasages directs (b).	201
Figure 4-14 : Illustration de la stabilisation des cycles contraintes/déformations dans les brasures : d'insert (a) et collecteur (b).	202
Figure 4-15 : Évolution des densités d'énergies de déformation en J/m^3 (a) et erreurs relatives par rapport au $10^{\text{ème}}$ cycle (b) en cyclage accéléré passif.	202
Figure 4-16 : Densités d'énergies de déformations inélastiques et contraintes normalisées par assemblage en cyclage passif.	203
Figure 4-17 : Densités d'énergies de déformations inélastiques et contraintes normalisées par assemblage en cyclage actif.	203
Figure 4-18 : Illustration de la structure réalisant le meilleur compromis des neuf réponses étudiées.	208
Figure 4-19 : Évolution des densités d'énergies dissipées dans les brasures d'insert et de l'impédance thermique des modules en fonction de la taille et de la nature des inserts.	209
Figure 4-20 : Évolution des densités d'énergies dans les brasures de connexion suivant leurs épaisseurs (en cyclages actif et passif).	210

Figure 4-21 : Évolutions de la contrainte principale maximale dans la puce et de l'impédance thermique pour une structure de type "AlSiC/AlN-Cu (BD)" avec l'épaisseur des brasures de connexion.....	211
Figure 4-22 : Évolution de l'impédance thermique et de la densité d'énergie dans la brasure semelle en cyclage passif.....	212
Figure 4-23 : Évolution des densités d'énergies dans l'angle de la brasure semelle et de la contrainte principale maximale dans le substrat en cyclage passif, en fonction de la nature et de l'épaisseur de la métallisation.....	213
Figure 4-24 : Évolution des densités d'énergies dans la brasure semelle et de la contrainte principale maximale dans le substrat en cyclage passif.....	214
Figure 4-25 : CAO préliminaire du module de 2 kVA.....	215
Figure 4-26 : Champ de température (K) dans l'assemblage à l'établissement du régime de fonctionnement permanent, pour une température ambiante de 110°C.....	216
Figure 4-27 : Champ de contraintes principales maximales (MPa) dans le substrat céramique inférieur et les puces après la phase de brasage du module.....	216
Figure 4-28 : Déformée du module de 2 kVA (déplacements suivant l'épaisseur) avec un facteur d'échelle de 40.....	217
Figure 4-29 : CAO du module de 20 kVA illustrant la disposition des interrupteurs.....	217
Figure 4-30 : Vue du modèle ÉF de l'interrupteur complet (a) et localisation des points d'intérêts (b).....	218
Figure 4-31 : Distribution des profils de température en vol considérés pour l'analyse du module 20 kVA [Lhommeau 05].....	219
Figure 4-32 : Contraintes principales maximales (MPa) dans le substrat inférieur avec métallisation en cuivre, au cours du cyclage accéléré.....	220
Figure 4-33 : évolution de la valeur maximale de la contrainte principale maximale (MPa) dans le substrat inférieur avec métallisation en aluminium, au cours du cyclage accéléré.....	220
Figure 4-34 : Champ de contrainte principales maximales dans les composants électroniques après brasage (MPa).....	222
Figure 4-35 : évolution de la valeur maximale de la contrainte maximale dans une puce IGBT durant le cyclage thermique accéléré (MPa).....	222
Figure 4-36 : Champ de densité d'énergie de déformation dans la brasure semelle à l'issue de cyclage passif accéléré (mJ/mm^3).....	223
Figure 4-37 : Champ de densité d'énergie de déformation dans la brasure d'inserts identifiées à l'issue de cyclage passif accéléré (mJ/mm^3).....	223
Figure 4-38 : disposition des interrupteurs dans le module de 60 kVA.....	226
Figure 4-39 : Modèle maillé de l'interrupteur élémentaire (a) et localisation des points d'intérêts (b).....	226
Figure 4-40 : Paramétrisation du profil de température réel appliqué au module défini suivant les normes internationales de l'atmosphère (ISA).....	227
Figure 4-41 : Diagramme des sensibilités de l'indice de fiabilité des différentes connexions aux variables aléatoires.....	230
Figure 4-42 : Élasticités de la probabilité de défaillance des connexions par rapport aux moyennes des variables considérées.....	231
Figure 4-43 : Élasticités de la probabilité de défaillance des connexions par rapport aux écarts-types des variables considérées.....	231

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1-1 : Relevé de cycles de températures au sol.	26
Tableau 1-2 : Critères de choix des technologies d'assemblage.....	55
Tableau 1-3 : Technologies utilisables, avec leurs avantages et inconvénients.	56
Tableau 1-4 : Propriétés de quelques céramiques utilisées comme substrats.	64
Tableau 1-5 : Propriétés de quelques alliages de brasures tendres (brasures avec plomb en italique).....	69
Tableau 1-6 : Phases intermétalliques formées lors du brasage tendre. Les traits indiquent l'absence d'une phase intermétallique [Weber].....	71
Tableau 2-1 : Référentiels de prévision de fiabilité en électronique.....	90
Tableau 2-2 : Référentiels de prévision de fiabilité en Mécanique.....	90
Tableau 2-3 : Correspondance entre l'indice de fiabilité et la probabilité de défaillance.	104
Tableau 2-4 : Principales fonctions d'activation.	113
Tableau 3-1 : Récapitulatif des matériaux employés dans les assemblages.	125
Tableau 3-2 : Constantes élastiques identifiées à température ambiante par ultrasons.	131
Tableau 3-3 : Propriétés physiques de matériaux thermoélastiques à température ambiante.	131
Tableau 3-4 : Paramètres physiques des métallisations à température ambiante [Matweb].	139
Tableau 3-5 : Paramètres identifiés d'élastoplasticité pour les métallisations en cuivre et en aluminium.	142
Tableau 3-6 : Différentes éprouvettes réalisées.....	152
Tableau 3-7 : Définition des essais réalisés en température.	153
Tableau 3-8 : Valeurs caractéristiques des dimensions des brasures d'inserts.	156
Tableau 3-9 : Paramètres de comportement des brasures $Sn_{96,5}Ag_{3,5}$, $Sn_{95,5}Ag_{3,8}Cu_{0,7}$, $Pb_{29,5}Sn_5Ag_{2,5}$ et $Au_{80}Sn_{20}$	159
Tableau 3-10 : Configurations de Véhicules de test de types "substrat sur semelle".	167
Tableau 3-11 : Configurations de Véhicules de test de types "puce sur substrat".....	168
Tableau 3-12 : Configurations de véhicules de test de types "module élémentaire".....	169
Tableau 3-13 : Paramètres de lois de fatigue des brasures $Sn_{96,5}Ag_{3,5}$ et $Sn_{95,5}Ag_{3,8}Cu_{0,7}$	172
Tableau 3-14 : Estimation des contraintes à la rupture et de nombres de cycles thermiques pour différents pourcentages de défaillants.....	179
Tableau 4-1 : Réponses considérées pour les plans d'expériences avec leurs désignations.....	193
Tableau 4-2 : Définition des facteurs et niveaux associés.	193
Tableau 4-3 : Matrice d'expériences.....	204
Tableau 4-4 : Réponses calculées pour les différentes expériences.....	204
Tableau 4-5 : Effets des facteurs et de leurs interactions sur les différentes réponses.....	205
Tableau 4-6 : Statistique de Student, et résultat du tests de significativité des coefficients des modèles pour un seuil de 5%.....	206
Tableau 4-7 : Effets des différents facteurs par réponse, à l'issue des tests de significativité de Student.	206
Tableau 4-8 : Validité des modèles retenus construits autour des facteurs significatifs.	207
Tableau 4-9 : Durées de vie caractéristiques (en cycle), facteurs d'accélération (AF) et fiabilité du substrat suivant la métallisation.	221
Tableau 4-10 : Densités d'énergie de déformation inélastique cyclique des connexions de brasures ciblées en fonction des métallisations.....	224
Tableau 4-11 : Durées de vie caractéristiques, facteurs d'accélération et fiabilité des connexions à risque suivant la nature de la métallisation.	225
Tableau 4-12 : Lois statistiques des paramètres d'entrée du modèle mécanique du module 60 kVA.	228
Tableau 4-13 : Fiabilité des différentes connexions par les deux méthodes de calcul utilisées : FORM et tirages d'importance.	229

INTRODUCTION GÉNÉRALE

0. INTRODUCTION GÉNÉRALE

Contexte du projet MODERNE

L'industrie aéronautique a connu depuis ses débuts de nombreuses et importantes évolutions technologiques. Les différents constructeurs ont travaillé et continuent à travailler pour proposer des appareils toujours plus performants et économiques, et ce, pour des raisons évidentes de rentabilité de leurs activités. L'un des axes stratégiques pour l'atteinte de ces objectifs, porte sur la réduction des coûts d'exploitation des avions, c'est-à-dire principalement la conception d'appareils avec des durées de vie toujours plus importantes, à faible consommation de carburant, et à faibles coûts de maintenance. Plusieurs pistes de recherches ont alors été investiguées dont les principales portent sur la recherche de matériaux plus légers et plus résistants pour ce qui est de la structure mécanique des avions, et la recherche sur l'utilisation de systèmes électriques en remplacement de l'hydraulique et du pneumatique, plus encombrants, lourds et mettant en jeu des coûts de maintenance relativement importants. À titre d'illustration, la recherche sur les matériaux avancés a par exemple permis l'introduction massive de matériaux composites dans la voilure de l'A380. La proportion de composites atteint 40% sur l'A350, contre 50% sur le Boeing 787. Concernant le second point, l'énergie électrique était présente dans les premiers avions dès le début du 20^{ème} siècle avec notamment l'utilisation par les frères Wright d'un moteur électrique pour le démarrage de leur Flyer, mais il faut revenir au début des années 1960 avec le Concorde, pour voir des applications électriques majeures comme la commande électrique du système de freinage ou encore des commandes de vol entièrement électriques. Les investigations ont depuis porté sur le développement d'actionneurs électriques: les EMA (Electro Mechanical Actuator) ou les EHA (Electro Hydraulic Actuator). Les systèmes de conditionnement d'air sur le Boeing 787, et d'inverseur de poussée de l'Airbus A380 dont la partie électronique de puissance a été développée par la société Hispano-Suiza, constituent des illustrations majeures de cette évolution. Sur les prochaines générations d'avions, de nombreuses autres fonctions sont susceptibles d'être réalisées à partir d'une puissance électrique, comme le démarrage des moteurs, ou encore le freinage des roues. On parle aujourd'hui de l'avion plus électrique [Jones 99, Quigley 93, Weimer 03]¹. La puissance électrique à bord connaîtra une forte augmentation, et sa gestion nécessitera d'importants travaux d'optimisation des réseaux électriques avec des systèmes embarqués toujours plus performantes, fiables, économiques et écologiques. C'est dans cette optique que AIRBUS et ses principaux partenaires français sur la distribution de l'énergie électrique ont mis en place un projet coopératif de recherche: le projet MODERNE (MODular ElectRical NEtwork). Ce projet consiste à démontrer au travers d'études générales et de démonstrateurs, la faisabilité technique de nouveaux types de réseaux répondant aux évolutions à venir. Il s'inscrit dans le prolongement de la philosophie de recherche AIRBUS, qui vise la conception d'avions tout électrique. Précédé par un programme de démonstration de la possibilité d'utiliser la haute tension DC (le POA – Power Aircraft Optimizer), les produits développés dans MODERNE seront intégrés dans la prochaine plate-forme d'intégration des systèmes électriques (MOET - More Open Electrical Technology). Il permettra de préserver la compétitivité des partenaires français dans le domaine de l'avion plus électrique, afin de répondre aux demandes croissantes d'énergie électrique et de fiabilité des systèmes embarqués.

Deux axes principaux d'amélioration sont abordés dans ce projet:

- la décentralisation et la standardisation du Réseau électrique (câblages de puissance, commutations, protection, convertisseurs, etc...);
- Le développement de produits de commutation et de protection, fonctionnant à des tensions et puissances plus élevées (230 VAC, 270 VDC, 250 kVA par générateur).

La figure ci-dessous présente la répartition des tâches et l'organisation Industrielle du projet.

¹ Voir bibliographie du Chapitre I.

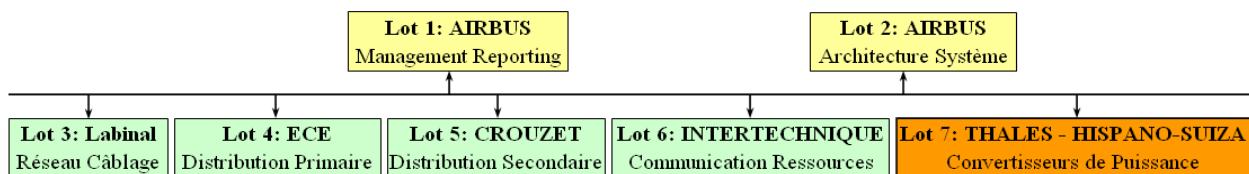


Figure 0-1 : Organigramme simplifié du projet MODERNE.

Les sociétés THALES et Hispano-Suiza sont associées au sein du lot de travail n°7 pour le développement des convertisseurs électriques destinés à différentes applications aéronautiques réparties comme suit.

Côté HISPANO-SUIZA :

- une application de 20 kVA fonctionnant en impulsif (sans système de refroidissement)
- un panel d'applications de puissance allant de 2 à 10 kVA, fonctionnant en continu, avec systèmes de refroidissement

Côté THALES AES:

- un panel d'applications de puissances allant de 60 à 200 kVA, fonctionnant en continu, avec système de refroidissement.

Ces convertisseurs susceptibles de fonctionner en environnement non pressurisé devront présenter de hauts niveaux de fiabilité sur la durée de vie des avions, sous des contraintes qui sont celles d'environnements aéronautiques sévères. Ils renferment entre autres composants des modules d'interrupteurs de puissance assurant les fonctions de commutation. Il a été montré au travers d'analyses réalisées dans le domaine du ferroviaire que ces modules représentent plus de la moitié des défaillances recensées au niveau des convertisseurs. Leurs performances sont déterminantes pour le bon fonctionnement de ces systèmes. C'est la raison pour laquelle 4 thèses industrielles sous convention CIFRE ont été mises en place au sein du laboratoire commun d'application PEARL (Power Electronics Associated Research Laboratory) à Tarbes. Ces travaux portent sur le choix et la caractérisation des puces électroniques, l'optimisation thermique et électromagnétique des convertisseurs, l'encapsulation polymère, et la fiabilité mécanique des interrupteurs de puissance. C'est sur ce dernier thème que porte ce travail. Il est motivé par le fait que l'utilisation des modules d'interrupteurs de puissance en environnement aéronautique diffère de l'emploi traditionnel dans les applications ferroviaires ou automobiles. Les contraintes mécaniques (chocs, vibrations, accélérations), les profils de température, d'humidité et de pression ainsi que les cycles de commandes sont différents de ceux rencontrés jusqu'alors. La principale problématique qui se pose aux constructeurs aéronautiques et à leurs fournisseurs est de connaître, la technologie de module de puissance la mieux adaptée pour telle ou telle application, ses modes potentiels de défaillances, et optimiser la conception des modules pour la maximisation de leurs fiabilités sur la durée de vie de l'avion. Ces travaux ont été menés pour tenter de répondre à ces interrogations.

Démarche de l'étude

La démarche adoptée dans le cadre de cette thèse tient en quatre points essentiels traités sur quatre chapitres. Le premier chapitre a porté sur la définition des technologies d'interrupteurs de puissance. Les exigences et recommandations, ainsi que les contraintes propres à l'environnement aéronautiques ont été dans un premier temps mises en lumière. Les principales technologies de modules de puissances ont ensuite été recensées, suivie de l'analyse des défaillances observées à leurs niveaux en environnement ferroviaire et automobile, ou lors de tests expérimentaux divers (levée des fils de câblage, endommagement des brasures, rupture des substrats métallisés, ...). La confrontation de ces technologies et de leurs caractéristiques, aux spécifications et contraintes aéronautiques a permis de proposer deux structures susceptibles de présenter les meilleures performances pour applications aéronautiques : des assemblages à refroidissement doubles faces sur substrat métallisés et semelles, avec connexions par brasages d'inserts ou par brasages directs. Un

choix de matériaux a alors été proposé sur la base de leurs propriétés physiques, et en conformité avec les réglementations concernant l'utilisation de matériaux polluants (RoHS, WEEE). L'analyse des structures proposées a conduit par la suite à retenir comme modes potentiels de défaillance : la rupture mécanique des substrats céramiques utilisés comme diélectriques, et l'endommagement des joints de brasures assurant la cohésion mécanique des assemblages et les connexions électriques.

Le second chapitre a porté sur le choix et la présentation de l'approche de fiabilité retenue pour l'analyse et l'optimisation de la conception des modules. À l'issue d'une investigation des principales approches utilisables, le choix s'est porté sur une démarche de fiabilité mécanique par approche probabiliste. C'est une démarche qui permet l'évaluation de la fiabilité en prenant en compte les incertitudes sur les variables définissant les assemblages, avec en plus la possibilité d'évaluer leurs poids respectifs dans la fiabilité, et ce pour chaque scénario de défaillance incriminé. La démarche a été exposée à l'issue d'un travail bibliographique, avec les spécificités liées à sa mise en œuvre sur les assemblages de modules de puissance à partir de leurs modèles éléments finis (couplage mécano-fiabiliste avec construction de surfaces de réponse). Ce travail a permis de mettre en évidence la nécessité de disposer de modèles numériques capables de décrire avec fidélité le comportement thermomécanique des matériaux présents dans les structures d'assemblages.

Le troisième chapitre a porté sur la modélisation et l'identification des lois de comportement des différents matériaux, ainsi que les critères de défaillance relatifs aux deux modes potentiels retenus. Le comportement des pièces du module (puces, brasures, substrat, métallisations, semelles) a été défini à partir de données bibliographiques. L'intégration numérique et l'implémentation des modèles de d'élastoplasticité des métallisations, et d'élasto-viscoplasticité des brasures, a aussi été menée à bien, afin d'en permettre l'utilisation dans le code de calcul Abaqus. Les paramètres des lois de comportement des matériaux utilisées ont été identifiés, à l'issue d'une série d'essais (méthodes inverses) et de recherche bibliographique. Les informations possibles sur leurs dispersions statistiques ont été collectées en prévision de l'analyse de fiabilité. À partir d'une revue de différentes approches de modélisation de durées de vie, des modèles numériques ont été proposés pour l'établissement de critères relatifs aux deux modes potentiels de défaillance retenues. Ainsi, un modèle probabiliste de rupture basée sur le concept du maillon le plus faible a été retenu pour la modélisation de la rupture des céramiques. Des éprouvettes de flexion 3 points ont été conçues et testées pour l'identification de ses paramètres. Quant à l'endommagement des brasures, un modèle de fatigue basée la densité d'énergie de déformation inélastique a été retenu. Des véhicules de test de différentes configurations ont été conçus à cet effet, réalisés et soumis à des essais de cyclages thermiques.

Dans le dernier chapitre, les modèles de comportement et de défaillance choisis et en partie identifiés ont permis de réaliser dans un premier temps des plans d'expériences numériques basés sur l'évaluation des performances thermiques, les contraintes mécaniques dans les matériaux fragiles, et la fatigue des joints de brasures. Trois facteurs ont pour cela été pris en compte (le type de connexion, la nature de la céramique et la nature de la métallisation), pour des conditions de sollicitations représentatives de cyclages passifs et actifs. Cette analyse suivie de l'étude de l'effet de la dimension et la nature des pièces du module sur les deux modes de défaillances incriminés a permis de faire des recommandations en terme de matériaux et de dimensionnement pour la conception des différents prototypes de modules de puissance selon leurs utilisations prévues. Des simulations déterministes du comportement des ces prototypes ont permis de valider leurs conceptions sur des aspects de déformation de structure et de tenue des connexions après brasage. Les modèles numériques ont ensuite servi à faire des calculs probabilistes de durées de vie. La sensibilité de la fiabilité aux différents paramètres a ainsi été évaluée, suivie de l'élasticité des paramètres de leurs lois de dispersion. Ces éléments ont permis l'optimisation de la fiabilité des différents modules de puissance, tant des points de vue de la conception et de la fabrication que de l'utilisation.

CHAPITRE 1

INTERRUPTEURS ÉLECTRONIQUES DE PUISSANCE : PROPOSITION DE TECHNOLOGIES POUR APPLICATIONS AÉRONAUTIQUES

J'ai vu plus loin que les autres parce que je me suis juché sur les épaules de géants.

Isaac Newton

Sommaire

1.1.	Introduction.....	19
1.2.	Recommandations et contraintes aéronautiques	22
1.2.1.	Exigences et recommandations liées à l'industrie aéronautique.....	22
1.2.2.	Contraintes aéronautiques.....	24
1.3.	Technologies et modes de défaillance des modules d'interrupteur de puissance.....	30
1.3.1.	Aspect fonctionnel.....	30
1.3.2.	Les composants électroniques	31
1.3.3.	Technologies classiques de connexion et d'assemblage des modules IGBT	35
1.3.4.	Analyse des modes de défaillances	43
1.4.	Proposition de structures de modules pour applications aéronautique	55
1.4.1.	Choix de technologies de modules IGBT	55
1.4.2.	Choix des matériaux	60
1.5.	Conclusion	73
1.6.	Bibliographie.....	74

1. INTERRUPTEURS ÉLECTRONIQUES DE PUISSANCE, PROPOSITION DE TECHNOLOGIES POUR APPLICATIONS AÉRONAUTIQUES

1.1. Introduction

Afin d'assurer leur bon fonctionnement, les avions actuels utilisent différentes formes d'énergies, obtenues en quasi-totalité par conversion d'une partie de l'énergie mécanique des moteurs durant leur fonctionnement. En dehors de cette énergie mécanique partiellement utilisée au niveau des moteurs pour assurer leurs propres besoins, les avions consomment de l'énergie sous forme hydraulique, pneumatique et électrique. L'énergie hydraulique est utilisée pour l'alimentation de nombreux actionneurs de puissance, comme par exemple les servocommandes assurant le déplacement des surfaces de commandes de vol. L'énergie pneumatique est principalement utilisée pour la poussée, mais aussi dans les systèmes de conditionnement d'air, de pressurisation, et de dégivrage des bords d'attaque des ailes et du moteur. Quant à l'énergie électrique, son utilisation autrefois limitée à la navigation et à l'instrumentation de bord, s'est progressivement développée pour l'amélioration du confort des passagers (éclairage, cuisson, équipements vidéo, etc.).

L'augmentation de la puissance consommée à bord a conduit à établir au début des années 1950, le 115 V alternatif comme standard pour les avions commerciaux de plus de 50 passagers. Aujourd'hui encore, sur un biréacteur par exemple, chaque moteur de propulsion entraîne un générateur alimentant un réseau électrique en courant alternatif triphasé 115 V / 200 V à une fréquence libre comprise entre 360 et 800 Hz. Ce réseau est destiné à l'alimentation des charges d'une puissance supérieure au kilowatt. Il est doublé d'un réseau de 28 V continu assurant l'alimentation des charges de plus faibles puissances.

Avec le concept de l'avion plus électrique [Langlois 05], des actionneurs électriques ou à commande électrique sont de plus en plus mis en œuvre. On trouvera les EHA (Electro Hydraulic Actuator) pour les commandes de vol primaires (tangage, roulis et lacet) (Figure 1-1), les EMA (Electro Mechanical Actuator) pour les commandes de vol secondaires (becs de bords d'attaque, volets de fuite, ailerons, aérofreins, spoilers) (Figure 1-2), les ventilateurs pour le conditionnement d'air, les pompes à carburant, les pompes hydrauliques, les systèmes d'atterrissage et d'inverseur de poussée [Bossche 03, Lefèvre 07].

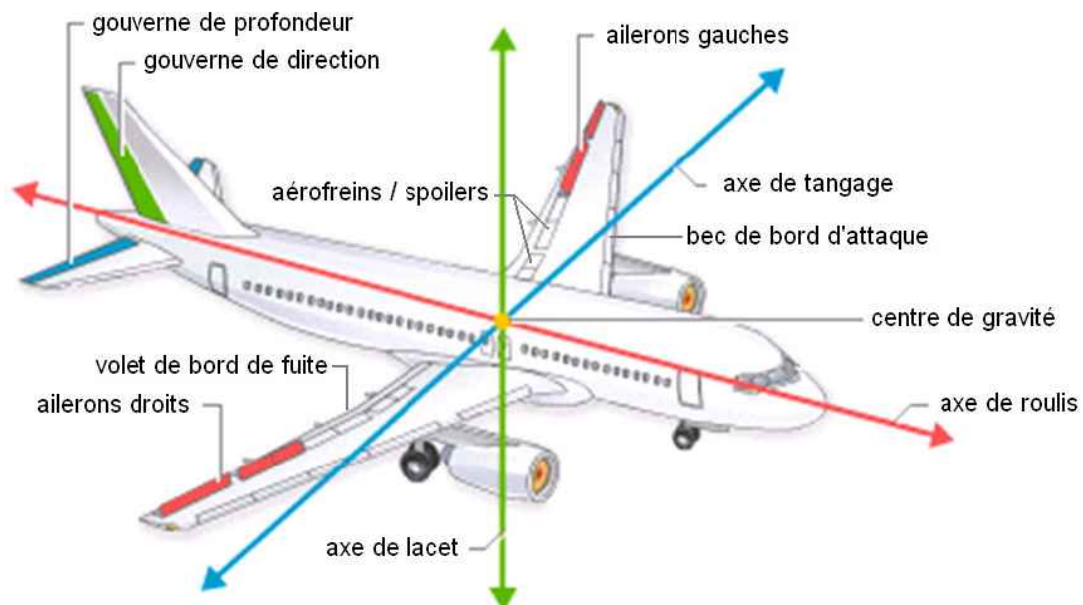


Figure 1-1 : Surfaces de commandes de vol sur un biréacteur.

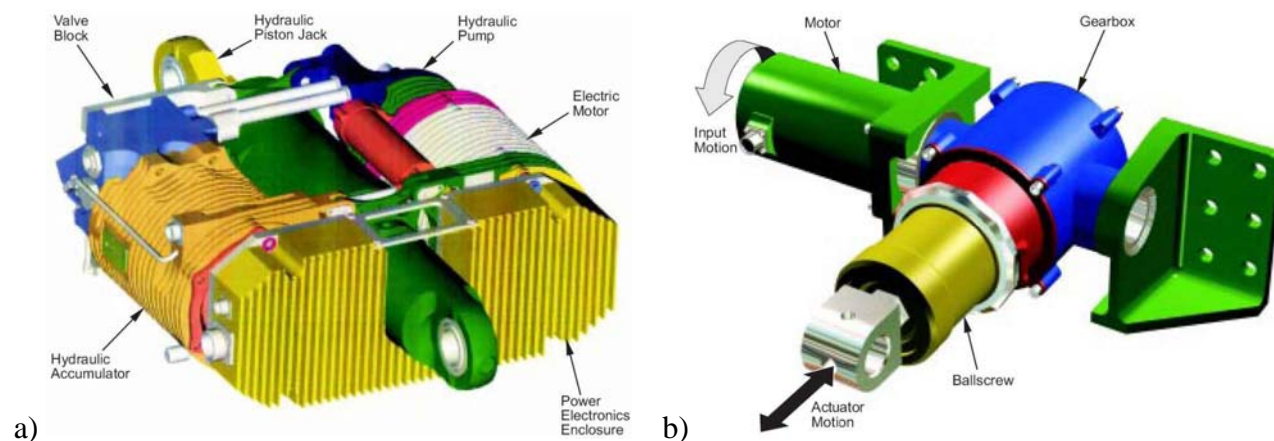


Figure 1-2 : Illustrations d'un EHA (a) et d'un EMA (b) [Botten 00].

Ces actionneurs de caractéristiques et de puissances électriques différentes sont connectés aux réseaux électriques de bord via des convertisseurs d'énergie. Ces convertisseurs permettent d'assurer la compatibilité des caractéristiques des réseaux avec celles des actionneurs en réalisant par exemple des variations de fréquence (cyclo-convertisseur), des conversions de l'alternatif vers le continu (redresseur), du continu vers l'alternatif (onduleur), ou encore des élévations ou abaissements de niveau de tensions (hacheur). Les applications de convertisseurs sont classifiées par chapitres ATA (Air Transport Association). Pour un avion de transport civil long courrier d'une capacité de 300 passagers, c'est-à-dire de la taille d'un Airbus A330, et comportant les évolutions existantes ou à venir des avions "plus électriques", la répartition du nombre de convertisseurs par niveau de puissance est donnée par la Figure 1-3 pour les différents chapitres envisagés.

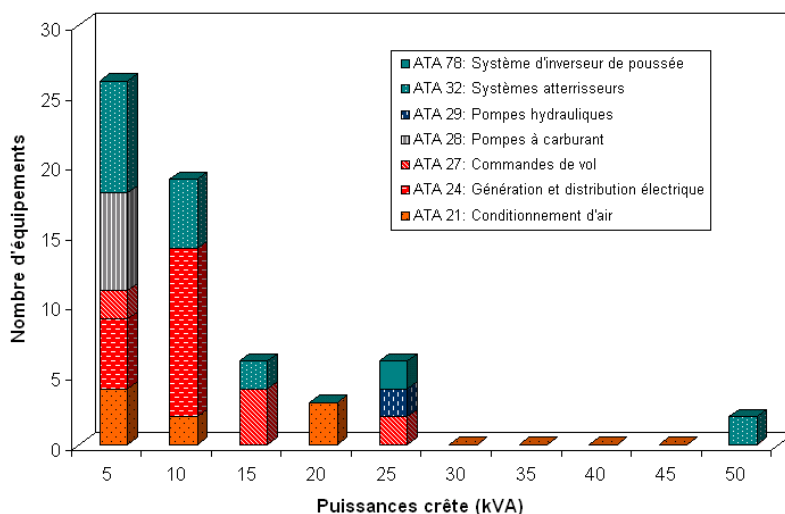


Figure 1-3 : Recensement des convertisseurs statiques pour un avion de 300 passagers "plus électrique" [Mavier 07].

Ces augmentations constantes de puissance consommée amènent les constructeurs à repenser dans son intégralité la structure de génération et de distribution électrique à bord. Il est aujourd'hui envisagé de décentraliser et standardiser le réseau électrique, et d'augmenter la tension distribuée en évoluant vers des architectures de distribution 230 VAC et +/-270 VDC, afin de réduire les sections des câbles électriques, et donc la masse et l'encombrement des installations électriques. Des systèmes en totale rupture avec les équipements précédents en termes de puissance, ont d'ores et déjà été mis en étude. C'est par exemple le cas du générateur-démarrreur développé par THALES, dont le convertisseur de puissance (Figure 1-4) est capable d'assurer le démarrage d'un moteur d'avion de 180 kW, et de fournir 150 kW permanents sur un réseau électrique à haute tension continue durant le vol. Ce dispositif développé dans le cadre du programme de démonstrateur européen de l'avion plus électrique POA (Power Optimized Aircraft), a été testé et validé au cours

du mois d'avril 2006, sur le banc d'intégration des équipements électriques d'Hispano-Suiza à Colombes (en région parisienne).

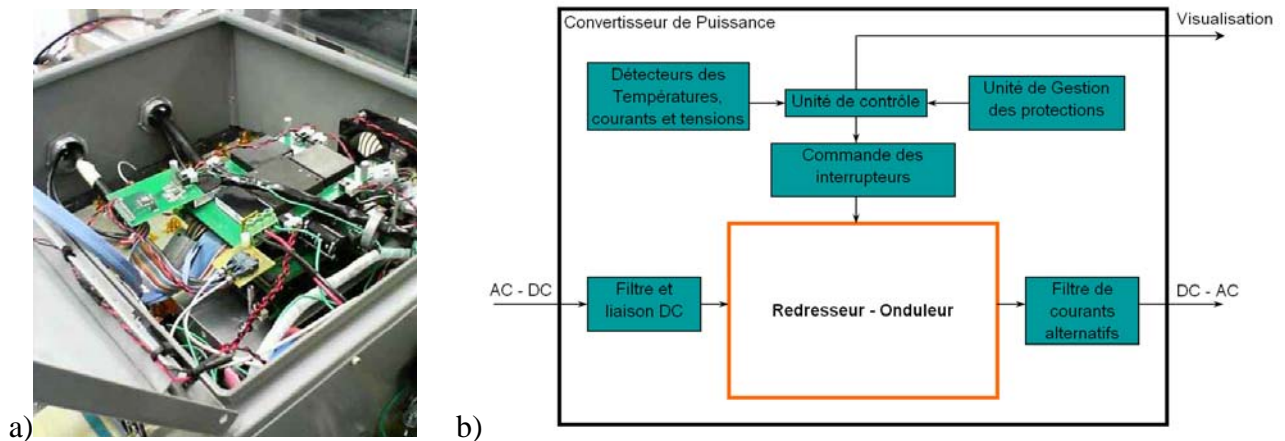


Figure 1-4 : Convertisseur THALES utilisé dans le POA, vue générale (a) et schéma simplifié (b).

D'un autre côté, les convertisseurs sont de plus en plus rapprochés des actionneurs afin de minimiser les pertes en ligne. Ils sont aussi susceptibles de fonctionner en environnement non pressurisé comme c'est déjà le cas pour le système d'inverseur de poussée de l'A380 (ETRASTM : Electrical Thrust Reverser Actuation System) dont le convertisseur est situé dans la nacelle moteur (Figure 1-5).

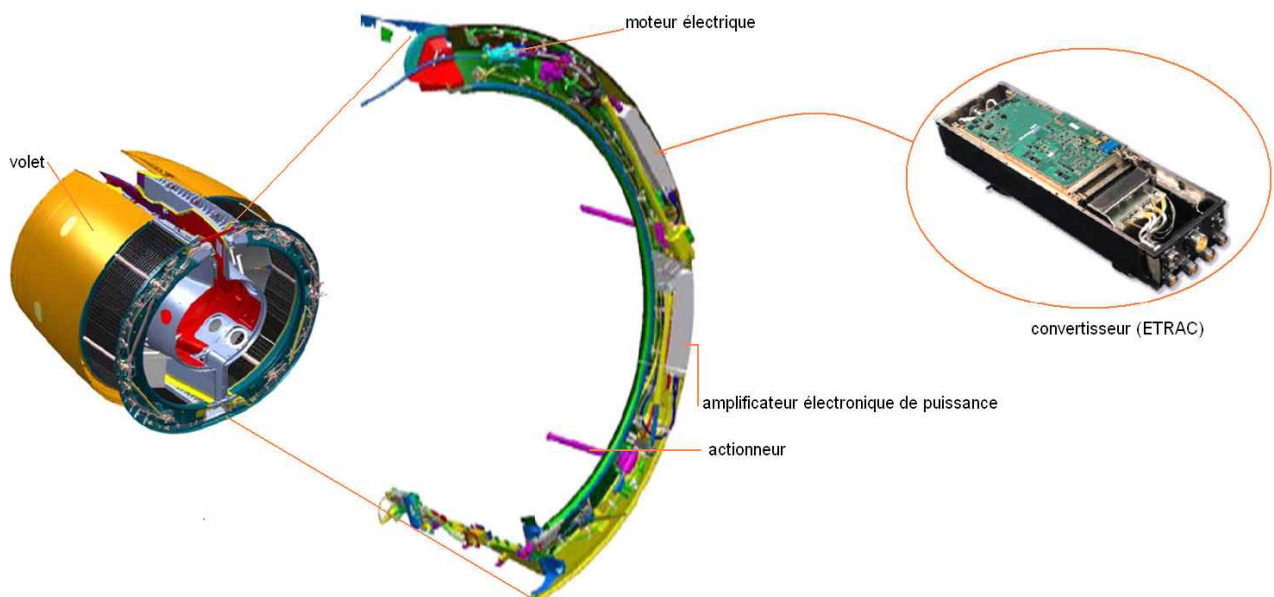


Figure 1-5 : Système d'inverseur de poussée de l'A380 (ETRASTM) avec son convertisseur.

Ces convertisseurs sont réalisés avec des interrupteurs électroniques de puissance à base de puces semi-conductrices, et de composants actifs tels que des inductances et des condensateurs. Les premiers permettent de contrôler le transfert de l'énergie électrique tandis que les seconds servent à filtrer les formes d'ondes de cette énergie. Constituant le cœur des convertisseurs, ces interrupteurs de puissance sont, d'après des analyses réalisées dans le domaine du ferroviaire [Mermet 07], à l'origine de plus de la moitié des défaillances recensées à leurs niveaux.

Dans ce chapitre nous focaliserons notre attention sur ces interrupteurs électroniques de puissance. Dans un premier temps les contraintes et spécifications propres à l'environnement aéronautique seront présentées. Ensuite les technologies possibles de modules de puissance ainsi que les modes de défaillance associés seront abordés. Ces travaux seront dans un troisième temps pris en compte

pour proposer des technologies (assemblages et matériaux) présentant les meilleures aptitudes pour les applications aéronautiques.

1.2. Recommandations et contraintes aéronautiques

Afin de réduire les coûts d'exploitation des aéronefs, l'industrie aéronautique accorde une attention particulière à un certain nombre d'exigences et de recommandations concernant les équipements embarqués. Ces équipements seront soumis durant leur utilisation à des contraintes diverses, conditionnant leurs performances dans le temps. Il est donc primordial d'appréhender tous ces paramètres, afin de pouvoir faire des propositions adaptées aux besoins des constructeurs.

1.2.1. Exigences et recommandations liées à l'industrie aéronautique

Les équipements aéronautiques et leurs sous-ensembles doivent satisfaire les cahiers des charges émis par chaque constructeur dans les domaines climatiques, mécaniques, électriques, etc. Les équipements électriques, et en particulier les convertisseurs doivent faire l'objet d'un certain nombre de qualifications et de validations avant utilisation à bord. Des guides comme la RTCA/DO-160 ou les MIL-STD du ministère américain de la défense, sont généralement requis pour la définition des procédures à suivre. À ces exigences, viennent s'ajouter certaines recommandations telles que la minimisation des poids et encombrements. Les principales exigences et recommandations en matière de convertisseurs sont présentées ci-après.

1.2.1.1. Poids et encombrement

Pour des raisons évidentes d'allègement des aéronefs, le poids et l'encombrement des équipements embarqués doivent être les plus réduits possibles. Cela présente des enjeux économiques et écologiques en permettant d'augmenter la charge maximale payante chez les exploitants, et de réduire la consommation en carburant.

L'utilisation croissante de matériaux résistants et légers (composites) et l'orientation vers des concepts d'avions électriques constituent une illustration concrète de l'importance des facteurs poids et encombrements. Ceci étant, l'utilisation massive d'équipements électriques (actionneurs, convertisseurs, câbles électriques, etc.) peut conduire à des masses non négligeables. Les résultats du programme POA ont par exemple montré que l'avion plus électrique pouvait être plus lourd que le concept conventionnel ne le prévoyait. Il est donc important que les équipements électriques, et en particulier les interrupteurs de puissance utilisés dans les convertisseurs soient conçus de manière à avoir des densités d'intégrations maximales.

1.2.1.2. Compatibilité Électro-Magnétiques

La Compatibilité Électro-Magnétique (CEM) est l'aptitude d'un matériel à fonctionner correctement sans perturber le fonctionnement d'autres matériels se trouvant dans son environnement proche ou lointain, et sans être perturbé par eux, le vecteur de perturbation éventuelle étant de nature électromagnétique [Chauvet 93]. La compatibilité doit être satisfaite aussi bien entre les différents sous-ensembles d'un équipement qu'entre les différents équipements d'une installation et les différentes installations qui coexistent. À l'échelle des avions, de fortes interactions entre les convertisseurs et les machines qu'ils alimentent peuvent engendrer des perturbations dans les réseaux de bord, avec les risques de dysfonctionnement que cela pourrait occasionner [Karimi 95]. La conception des modules de puissance et leur intégration dans les convertisseurs doit garantir un minimum d'interactions internes (minimisation des surtensions, équilibrage dynamique des forts courants, minimisation des interactions avec les drivers, les capteurs, etc.) et vis-à-vis de l'extérieur par la minimisation du courant de mode commun émis par le module.

Des études de CEM basées sur des techniques d'optimisation de l'architecture des convertisseurs par simulation numérique permettent aujourd'hui d'améliorer les compatibilités et de respecter les normes en vigueur [Costa 99]. Ceci étant, la réduction des sources de perturbation comme les

inductances et les condensateurs parasites par le choix approprié de matériaux et de technologies d'assemblages, reste déterminante pour de meilleurs résultats.

1.2.1.3. Qualité des signaux de sortie

Les formes d'onde des signaux en sortie des convertisseurs doivent être les plus lisses possible, afin d'assurer le fonctionnement correct des dispositifs alimentés. La présence de composantes harmoniques dans les signaux entraîne le plus souvent de fortes pertes en ligne donc un échauffement des câbles électriques. Ils entraînent aussi dans les actionneurs électromagnétiques (les moteurs par exemple) des vibrations et des bruits acoustiques pouvant être très importants avec les phénomènes de résonance. Pour réduire ces phénomènes, des filtres sont intégrés aux convertisseurs. Ils sont constitués principalement de condensateurs et de bobines, dont les masses et encombrements augmentent avec les performances désirées. Afin de minimiser la masse globale des convertisseurs, il est recommandé à l'échelle des interrupteurs de puissance de limiter les inductances et condensateurs parasites dans leurs structures. Par ailleurs, l'utilisation de composants électroniques à hautes fréquences de commutation contribue aussi à améliorer la qualité des signaux à filtrer.

1.2.1.4. Performances thermiques

Suivant les applications, les pertes thermiques à l'intérieur des convertisseurs, peuvent nécessiter le refroidissement des interrupteurs de puissance afin de maintenir leurs composants électroniques à des niveaux de température non dommageables. Des systèmes de refroidissement plus ou moins complexes, lourds et encombrants peuvent alors être mis en œuvre, avec leurs risques de défaillance et de possibles consommations d'énergies supplémentaires. Afin de minimiser la taille de ces éventuels systèmes, il est recommandé de minimiser la résistance du chemin thermique entre les composants et la source froide (fluide, air ambiant, etc.). Cela se traduit à l'échelle des interrupteurs de puissance, par la minimisation du nombre d'interfaces, et l'emploi de matériaux à bonnes conductivités thermiques.

1.2.1.5. Respect des directives de conception écologique

Face à la toxicité de certaines substances, et au rejet dans la nature de certains équipements électriques usagés, des mesures ont été prises par les pouvoirs publics des principaux pays industrialisés visant à réduire leur prolifération. Au niveau européen, deux directives ont été adoptées par le parlement :

WEEE (Waste Electrical and Electronic Equipment) en vigueur depuis le 3 août 2006 et portant sur l'identification, la collecte et le recyclage des déchets électroniques et électriques [WEEE 06];

RoHS (Restriction of the use of certain Hazardous Substances) en vigueur depuis le 1^{er} juillet 2006, visant à bannir les substances considérées comme dangereuses, tels que les métaux lourds et les composés halogénés, dans les équipements électriques et électroniques [RoHS 06].

Pour leur mise en conformité, les industriels préfèrent généralement la RoHS en raison des coûts parfois prohibitifs de collecte et de recyclage. De nombreux pays (USA, Canada, Chine, Japon, etc.) ont emboîté le pas à l'Europe en développant leurs propres versions RoHS. Les matériaux actuellement visés sont le plomb, le mercure, le cadmium, le chrome hexavalent, les polybromobiphényles (PBB) et les polybromodiphényléthers (PBDE).

A ce jour, le secteur aéronautique ainsi que les brasures hautes températures à plus de 85% de plomb sont exemptés de la RoHS. Ceci étant, cette directive est prévue pour être révisée tous les quatre ans, et les industriels du secteur se préparent à l'inévitable levée de ces exemptions. Doré et déjà, la plupart des constructeurs tentent de proposer des produits labellisés RoHS, et ce d'autant que la mise en conformité n'est pas uniquement considérée comme un simple respect de législation, mais aussi et surtout comme un important argument commercial. On s'efforcera donc par anticipation, d'éviter du mieux que possible le choix de matériaux faisant l'objet de restrictions.

1.2.1.6. Durées de vie et Fiabilité

En plus des points précédents, il est exigé pour des raisons évidentes de sûreté de fonctionnement, que les convertisseurs soient conçus pour fonctionner sans défaillance sur la durée d'exploitation des avions. Cela implique que les modules de puissance aient des durées de vie utiles (fonctionnement et stockage combinés), supérieures à la durée maximale d'exploitation des avions, soit environ 25 ans, 40000 cycles de vols ou encore 100000 heures de vol, avec un niveau de fiabilité maximal sous des contraintes aéronautiques sévères.

Comme nous le verrons au chapitre II, la qualification et la validation d'équipements embarqués est traditionnellement réalisée sur la base de référentiels de tests (RTCA/DO-160E, MIL-STD-810F) et de Fiabilité (MIL-HDBK-217F), au travers d'essais accélérés et de comparatifs avec des équipements similaires. En raison du caractère sans précédent des applications qui nous concernent, ces référentiels s'avèrent très peu pertinents [Lhommeau 07]. D'autres approches de prédiction de durée de vie et de fiabilité en phase de conception sont nécessaires. Basées sur la modélisation et la simulation numérique, ces méthodes nécessitent une connaissance la plus précise possible des contraintes diverses auxquelles l'équipement pourrait être soumis. Ces contraintes sont analysées ci-après.

1.2.2. Contraintes aéronautiques

La connaissance des contraintes vues par les équipements passe par la connaissance dont on dispose sur son emplacement dans l'avion (interactions avec les équipements avoisinants, zone pressurisée ou non), et sur l'atmosphère terrestre. Cette dernière est soumise à de nombreuses variations de température et de pression. Bien que les valeurs varient en fonction de l'instant (saison, heure de la journée), des conditions locales de météorologie, et de la position sur le globe de manière extrêmement complexe (en raison de nombreux paramètres, comme la géothermie, l'ensoleillement, l'humidité, les vents, la température des courants marins, etc...), différents organismes ont défini des standards, proposant des valeurs typiques de référence, qui ne dépendent que de l'altitude (atmosphère normalisée). Parmi ces standards, nous pouvons citer l'Army Standard Metro qui n'est plus utilisée qu'en balistique et l'international Standard Atmosphere (ISA), défini par L'International Civil Aviation Organization (ICAO), organisme des Nations Unies dont le siège se situe à Montréal. C'est à ce dernier, qui fait référence en aéronautique, que nous aurons recours dans la suite pour la définition des différents profils suivant l'altitude de l'avion (entre -600 et 15200 m). Il définit l'atmosphère à 1013,25 hPa, 15°C et 0% d'humidité au niveau de la mer.

1.2.2.1. Contraintes thermiques

En termes de contraintes thermiques, les modules de puissance peuvent être considérés comme étant soumis durant leur période d'utilisation, à deux champs de température distincts superposés : un champ de température externe dû au milieu extérieur (passif), et un champ de température interne provenant de l'échauffement des composants en fonctionnement (actif). Ces deux profils présentent des caractères stochastiques, ils peuvent être modélisés en considérant leurs représentations cycliques paramétrées.

1.2.2.1.1 Profils de cyclage passif

Les profils de température externes seront présentés selon deux cas de figures: les profils en vol et au sol.

En vol, la température ambiante est intimement liée à l'altitude de l'avion, de l'environnement proche de l'équipement concerné (zones pressurisées ou non), de la température des équipements avoisinants durant le vol, etc. Selon l'ISA, la température à une altitude barométrique autre que le niveau de la mer, se détermine par ajustement selon le gradient thermique adiabatique de $-6,5^{\circ}\text{C}/\text{km}$ pour les premiers 11000 m. La température est donc de $-56,5^{\circ}\text{C}$ vers 11000 m au niveau de la tropopause, au delà de laquelle elle garde une valeur constante jusqu'à la basse stratosphère (à

20000 m d'altitude). Dans la moyenne stratosphère, entre 20000 et 32000 m, l'air se réchauffe linéairement de 1°C par km, pour atteindre $-44,5^{\circ}\text{C}$ à 32000 m d'altitude. Dans la haute stratosphère, entre 32000 et 47000 m, la température croît linéairement de $2,8^{\circ}\text{C}$ par km, atteignant $-2,5^{\circ}\text{C}$ à 47000 m. Dans la stratopause (de 47000 à 51000 m), la température reste constante à $-2,5^{\circ}\text{C}$. La Figure 1-6 donne l'allure paramétrée du profil de température vu par un équipement situé en environnement non pressurisé, durant un cycle de vol standard.

Les valeurs figurant sur le profil de la figure sont des variables aléatoires, lui conférant ainsi sont caractère stochastique.

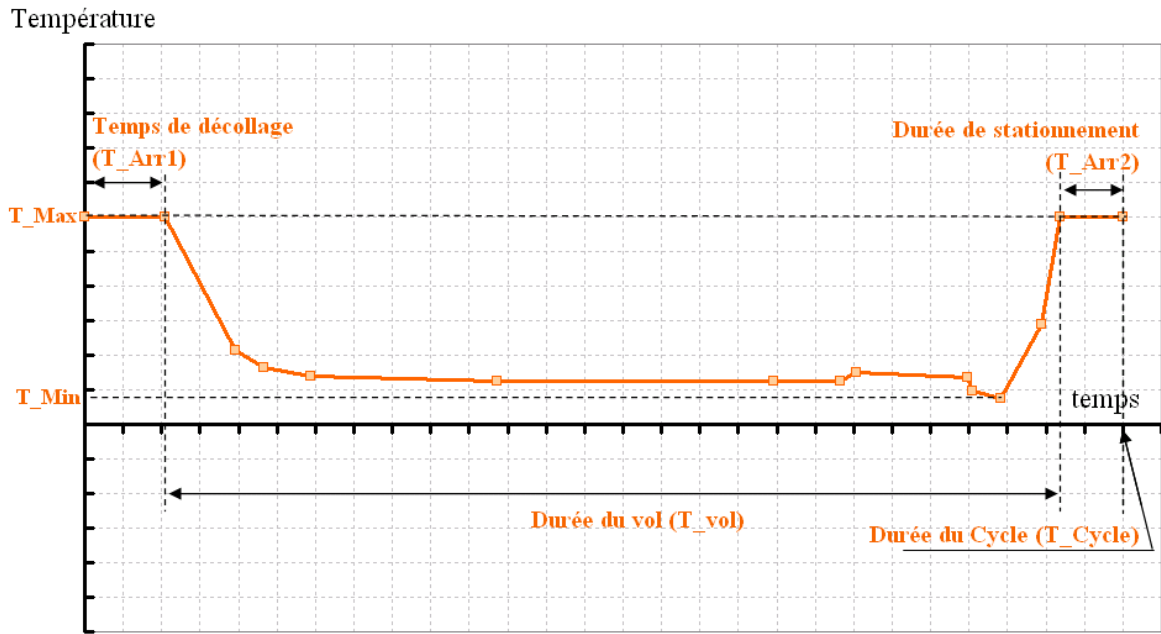


Figure 1-6 : Allure du profil paramétré de température ambiante en vol [Lhommeau 05].

Au sol, en faisant l'hypothèse que tous les équipements sont à l'arrêt, le profil de température ambiante vu par les équipements peut être raisonnablement supposé cyclique avec une période de 24 heures. Les paliers haut et bas correspondant respectivement aux températures de jour et de nuit. La Figure 1-7 présente un exemple simplifié de profil de température ambiante au sol. Il comporte deux paliers de 8 heures chacun, avec des rampes de 8 heures au total.

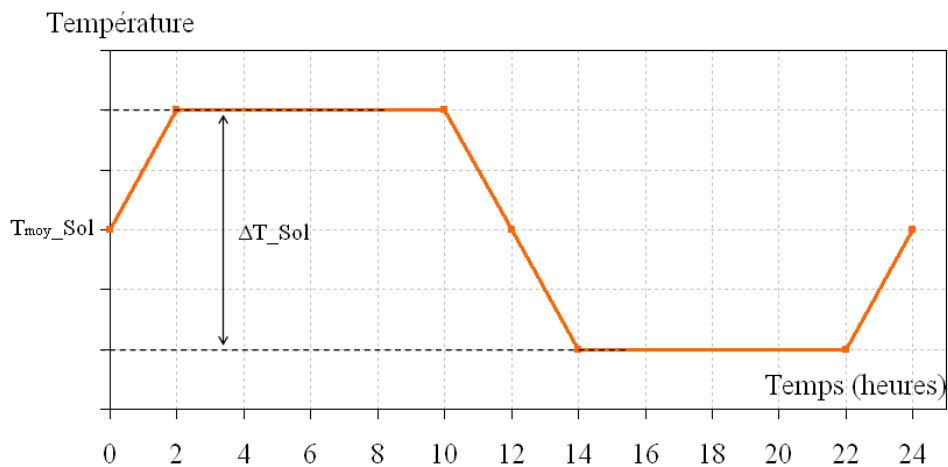


Figure 1-7 : Profil paramétré de température ambiante au sol.

Les paramètres T_{moy_Sol} et ΔT_{Sol} définissant le profil peuvent être considérés comme des variables aléatoires dont les lois de répartition peuvent être obtenues à partir de relevés

météorologiques, ou de publications comme celles de SITARAMAN *et al.* rapportant près de 3200 courbes de températures au sol, collectées auprès de l'U.S. Air Force [Sitaraman 03, Sitaraman 04]. Ces données sont synthétisées dans le Tableau 1-1 ci-après.

N°	Nombre de cycles	T _{min} (°C)	T _{max} (°C)	T _{moy} (°C)	ΔT (°C)
1	10	-55	-50	-52,3	5
2	20	-42,5	-31	-36,8	11,5
3	20	-32,5	-19	-25,8	13,5
4	20	-22,5	-7	-14,8	15,5
5	70	-12,5	5	-3,8	17,5
6	520	-2,5	15,5	6,5	18
7	950	7,5	25,5	16,5	18
8	1050	17,5	38	27,8	20,5
9	500	27,5	57	42,3	29,5
10	20	37,5	71	54,3	33,5
11	20	49	71	60,0	22

Tableau 1-1 : Relevé de cycles de températures au sol.

Sur la base de distributions normales, les moyennes des paramètres T_{moy_Sol} et ΔT_Sol de la Figure 1-7 sont respectivement de 21,6 et 20,6°C, avec des écart-types de 14,6 et 4,3°C.

1.2.2.1.2 Profil de cyclage actif

Le fonctionnement des composants électroniques conduit à des échauffements locaux dans les assemblages. L'utilisation de systèmes de refroidissement permet de réduire de manière significative le niveau des températures maximales de fonctionnement. Cependant, leurs niveaux dans certaines applications atteignent des valeurs relativement élevées pouvant conduire à des défaillances prématurées. Pour la qualification des équipements destinés à de telles applications, il est d'usage de faire fonctionner leurs composants suivant des profils de puissance cycliques, représentatifs des conditions réelles d'utilisation. On parle alors de profils de cyclage actifs dont un exemple paramétré est donné à la Figure 1-8. Ce profil est défini par les niveaux de puissance dissipée, les temps de marche et d'arrêt.

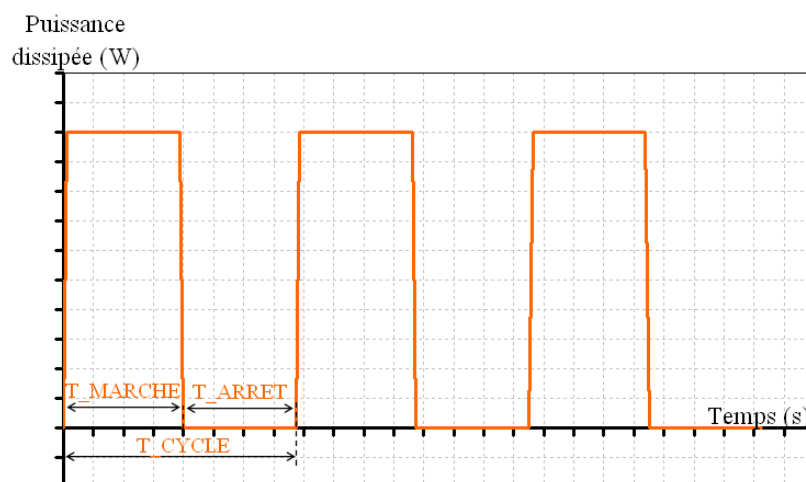


Figure 1-8 : Exemple de profil paramétré de cyclage actif.

1.2.2.2. Contraintes de pression

La pression vue par un équipement est due au poids de la colonne d'air situé au-dessus du lieu considéré. Pour la définition du profil de pression, il faut prendre en compte la compressibilité de l'air ainsi que la variation de la gravité avec l'altitude. À faible altitude, la pression atmosphérique

baisse de 1 mbar chaque fois que l'on s'élève de 8 mètres. La Figure 1-9-a présente son évolution pour les altitudes allant de -1 à 50 km. Le profil de pression vu par un équipement en environnement non pressurisé est intimement lié l'altitude de vol, donc au profil de vol de l'avion. La Figure 1-9-b présente un exemple de profil de pression relevé durant un cycle standard de vol.

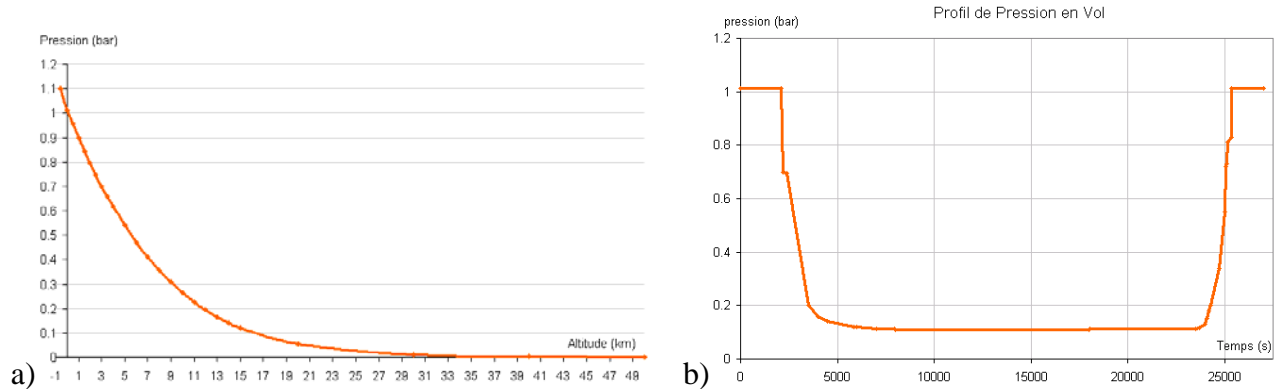


Figure 1-9 : Pression en fonction de l'altitude (a) et exemple de profil de pression en vol (b) [Lhommeau 05].

Les équipements seront soumis à des niveaux de pression allant de 150 mbar à 1,1 bar.

1.2.2.3. Contraintes d'humidité

L'humidité d'un volume d'air se définit par sa teneur en eau. Elle dépend de la position où l'on se situe sur le globe, des conditions météorologiques, et décroît avec l'altitude pour s'annuler vers 8000 m. Elle est généralement quantifiée par le taux d'humidité spécifique (HS) et le taux d'humidité relative (%HR) généralement exprimés en pourcentages. Le taux d'humidité spécifique est défini par le rapport de la masse d'eau dans l'air sur celle du volume d'air humide. Le taux d'humidité relative (ou degré d'hygrométrie), définit à une température et une pression données, le rapport entre la quantité de vapeur d'eau contenue dans l'air sur la quantité qu'il contiendrait s'il était saturé en eau à la même pression et la même température. En environnements aéronautiques, sa valeur peut atteindre 100%. La Figure 1-10 présente un profil typique d'humidité spécifique vu par un équipement placé en zone non pressurisée durant un cycle standard de vol.

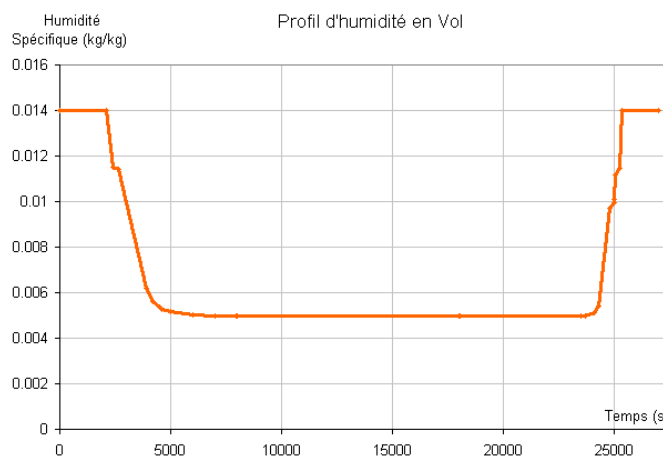


Figure 1-10 : Profil typique d'humidité spécifique en vol [Lhommeau 05].

1.2.2.4. Contraintes mécaniques

En termes de contraintes mécaniques, on fera la distinction entre les chocs, les accélérations et les vibrations :

- les chocs sont dus au contact de l'avion avec le sol lors des atterrissages. Les relevés font état de chocs 3 coups 3 axes de 6 g pendant 20 ms.

- les accélérations et décélérations survenant respectivement lors des décollages et des atterrissages peuvent atteindre ± 10 g suivant la verticale, et ± 15 g suivant les axes horizontaux.
- les vibrations correspondent de manière prépondérante aux rayonnements acoustiques du réacteur et aux secousses dues aux turbulences de l'air en mouvement sur la voilure de l'avion. On les considère généralement aléatoires et sinusoïdales. La Figure 1-11 présente des exemples de relevés d'amplitudes des vibrations sinusoïdales et aléatoires.

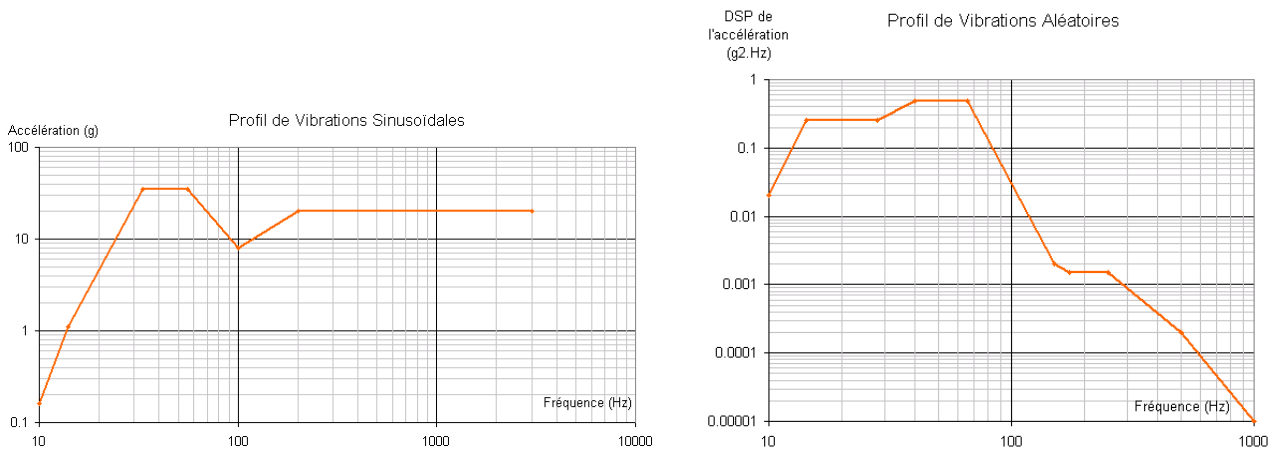


Figure 1-11 : Amplitudes de vibrations typiques d'un équipement embarqué [Lhommeau 05].

1.2.2.5. Contraintes radiatives

Les contraintes radiatives sont dues au rayonnement cosmique, c'est-à-dire au flux de particules extraterrestres hautement énergétiques quotidiennement reçues sur Terre. Ce flux composé essentiellement de nucléons (à environ 90%), d'électrons, de pions, de muons, etc. est à l'origine des aurores polaires (australes ou boréales) (Figure 1-12).



Figure 1-12 : Aurore polaire [www.cieletespacephotos.fr].

Exprimé en nombre de particules par unité de surface et par seconde, ce flux dont l'intensité augmente avec l'altitude peut provoquer par collision avec le corps des composants électroniques, des défaillances de ces derniers. La Figure 1-13 présente l'évolution du flux en fonction de l'altitude, pour les principales particules énergétiques que le composent.

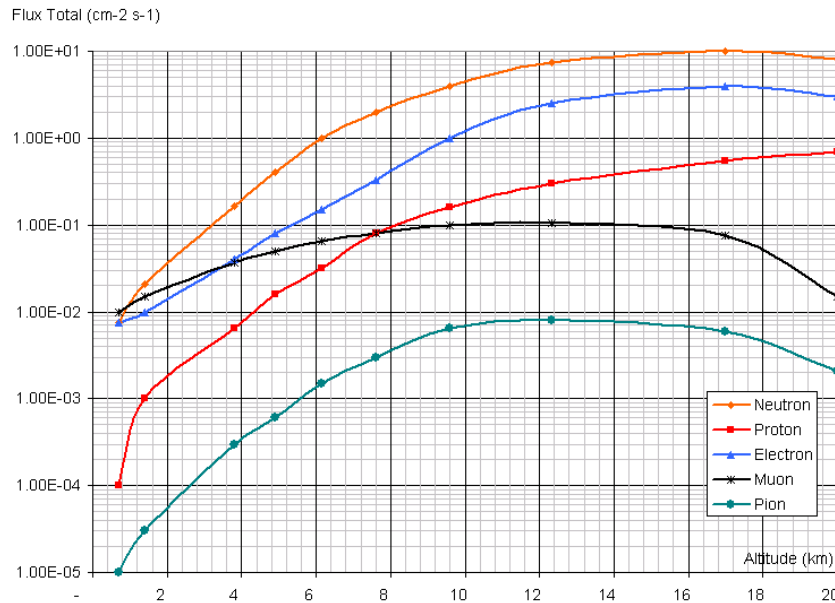


Figure 1-13 : Niveau de flux de radiation en fonction de l'altitude [Lhommeau 05].

1.2.2.6. Profils de contraintes accélérés

Pour des questions de gain de temps dans la démarche de caractérisation et de qualification des équipements, il est d'usage de rendre plus sévères les profils précédemment cités par modification de certains de leurs paramètres tels que les niveaux de températures extrêmes, les vitesses de transition thermique ou la fréquence des cycles. Ces profils dits de cyclages accélérés, parce que précipitant l'apparition des éventuels modes de défaillance des équipements sont généralement définis à l'aide de référentiels d'évaluation et de qualification tels que la DO 160 et le MIL-HDBK-810. La Figure 1-14 présente un exemple de ces profils accélérés, pour la température en cyclage passif.

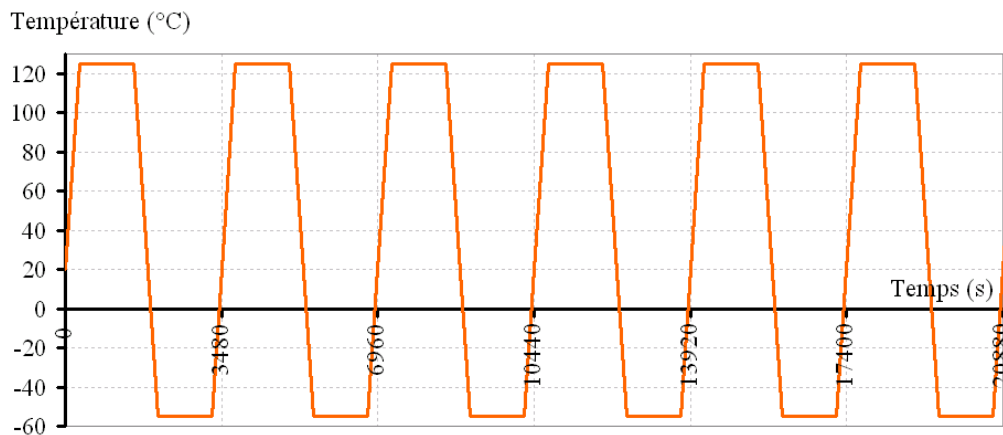


Figure 1-14 : Exemple de profil de cyclage passif accéléré.

Afin de rester représentatif des profils en utilisation réelle, il est nécessaire de définir les profils accélérés de manière à préserver les mécanismes de défaillance dont les équipements sont le siège en utilisation normale. On détermine alors pour chaque profil accéléré un facteur dit d'accélération, permettant de remonter à la durée de vie des équipements en utilisation réelle. La détermination des facteurs d'accélération AF (pour Acceleration Factor) fait le plus souvent appel aux connaissances sur les mécanismes de dégradations en jeux, et aux lois empiriques permettant de les modéliser. Ce point sera abordé plus en détail au chapitre 3 portant sur la modélisation du comportement des modules de puissance.

1.3. Technologies et modes de défaillance des modules d'interrupteur de puissance

1.3.1. Aspect fonctionnel

Les modules d'interrupteurs de puissance permettent d'assurer les fonctions de commutation dans les convertisseurs. Traditionnellement, ils se présentent sous la forme de modules réalisant suivant le niveau de puissance, soit un interrupteur élémentaire, soit un bras d'onduleur obtenu par la mise en série de deux interrupteurs de puissance, soit l'onduleur obtenu par la mise en parallèle de 3 bras d'onduleur (Figure 1-15-a). En pratique, un interrupteur de puissance comprend un transistor de puissance en parallèle avec une diode de puissance de roue libre (Figure 1-15-b).

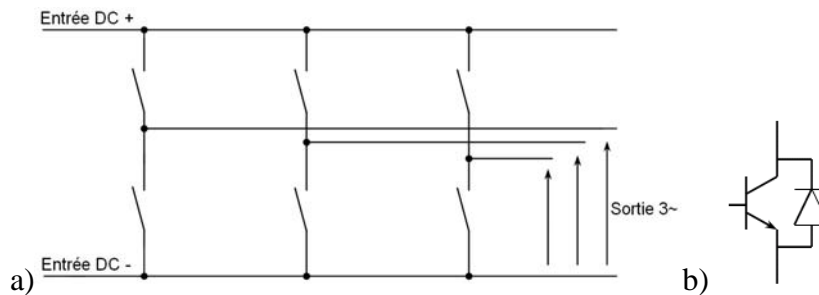


Figure 1-15 : Schéma d'un onduleur triphasé (a) et d'un interrupteur de puissance (b).

Afin de mieux appréhender la constitution des modules de puissance, nous avons procédé à leur décomposition fonctionnelle, en partant de leur fonction principale pour arriver aux solutions techniques utilisables. L'analyse fonctionnelle interne, réalisée suivant la méthode FAST (Function Analysis System Technic), est présentée ci-dessous.

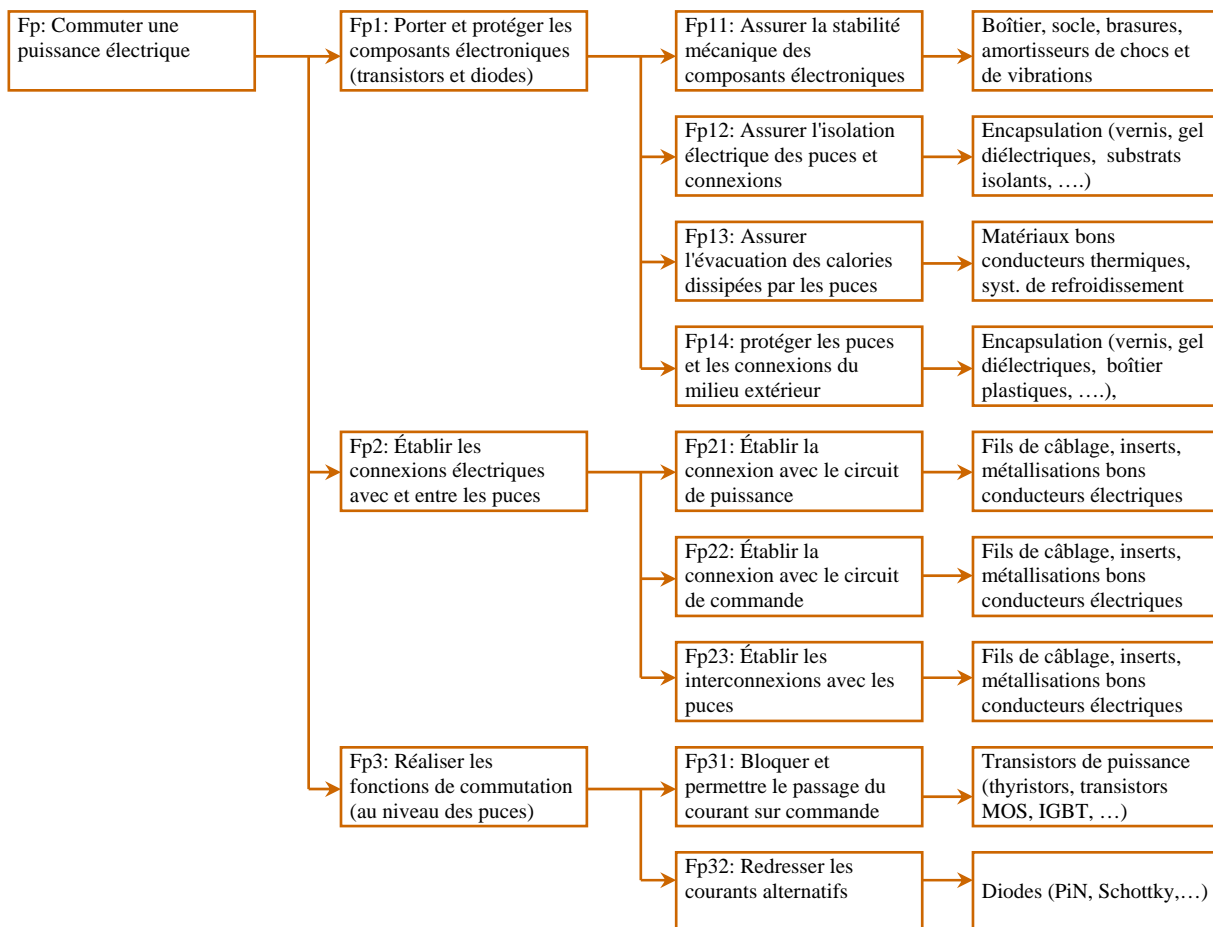


Figure 1-16 : Analyse fonctionnelle interne d'un interrupteur de puissance.

Les constituants élémentaires susceptibles d'entrer dans la conception d'un interrupteur de puissance, ainsi que les principales technologies d'assemblage sont présentés ci-dessous.

1.3.2. Les composants électroniques

La réalisation de la fonction commutation nécessite l'utilisation de diodes et de transistors de puissance. Ces composants déterminent entièrement le calibre en tension du module. Quant au calibre en courant (donné par certains fabricants), il dépend en outre des paramètres thermiques imposées par le système d'assemblage et de refroidissement. On dispose aujourd'hui de différentes familles de composant, se distinguant non seulement par leurs principes de fonctionnement, mais aussi par leurs domaines limites d'utilisation.

1.3.2.1. Les diodes de puissance

Les diodes participent à la commutation en permettant d'obtenir la fonction bidirectionnelle en courant au sein des convertisseurs. Montées en parallèle avec les transistors, elles les protègent des surtensions inverses tout en permettant l'évacuation des courants stockés dans les charges inductives (fonction roue libre). Elles contribuent ainsi à l'allongement de la durée de vie des transistors. Leur principe de fonctionnement repose sur les propriétés de conduction des semi-conducteurs et des jonctions qui en découlent.

Les diodes utilisées dans le domaine des fortes puissances doivent supporter en conduction de fortes densités de courant avec une faible chute de tension, et des tensions de blocage très élevées. On dispose aujourd'hui dans ce domaine, de deux type de diodes : les diodes PIN et les diodes Schottky.

1.3.2.1.1 Les diodes PIN

Les jonctions de type PIN, sont obtenues par création d'une couche faiblement dopée I (pour Intrinsèque) entre les couches N et P fortement dopées des diodes classiques. Par rapport à ces dernières, les diodes PIN possèdent donc une région centrale où le champ électrique est constant, la barrière de potentiel y est beaucoup plus importante. En pratique, on ne sait pas réaliser des couches parfaitement intrinsèques, la région I sera donc légèrement P- ou N-, d'où parfois l'appellation de diodes PSN, (S pour Soft).

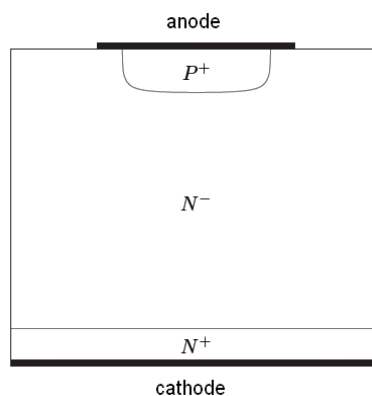


Figure 1-17 : Vue en coupe de la structure de la diode PIN.

La structure PIN peut tenir des tensions inverses pouvant atteindre des dizaines de kilovolts pour des courants de 2500 A pour les diodes de redressement, et jusqu'à 6500 V et 3000 A pour les diodes rapides (utilisées en association avec les transistors de puissance dans les interrupteurs de puissance), et cela, avec des chutes de tension en conduction de l'ordre du volt.

En contrepartie de leurs fortes tensions de blocage, les diodes de puissances PIN ont des temps de recouvrement relativement longs, par rapport aux diodes Schottky présentées ci-dessous.

1.3.2.1.2 Les diodes Schottky

Leur fonctionnement repose sur les propriétés de redressement des jonctions métal/semi-conducteur. Lors de la mise en contact d'un métal et d'un semi-conducteur de type N par exemple, les électrons de grande énergie, qui sont dans le semi-conducteur passent sur les niveaux de basse énergie du métal. La zone métallique, voisine de la surface du contact va être chargée négativement et la région du semi-conducteur près du contact devient positive, des ions positifs apparaissant dans la zone désertée par les électrons. À l'équilibre thermique, il se constitue au contact métal/semi-conducteur, une couche électrique double, donc un champ électrique, qui détermine une barrière de potentiel pouvant être modifiée par l'application d'une tension extérieure de polarisation. Le contact se comporte donc comme une jonction P-N.

Les diodes Schottky ont des temps de recouvrement inverse très courts (de 0,15 à 0,35 ms). La chute de tension à l'état passant n'est que de 0,3 à 0,4 V, mais la résistance dynamique est plus grande. La tension inverse maximale tolérable est habituellement de 100 V, mais on trouve aujourd'hui des diodes basées sur des technologies spéciales autorisant jusqu'à environ 200 V en tension inverse, pour plusieurs centaines d'Ampères en conduction pour les diodes à base de silicium. Ces diodes sont principalement utilisées dans les circuits nécessitant des vitesses de commutation importantes sous des tensions relativement basses.

Des travaux récents ont montré que les performances des diodes de puissance pouvaient être améliorées avec l'emploi de carbure de silicium comme matériau semi-conducteur. On dispose aujourd'hui de diodes Schottky en SiC bloquant 600 V pour 10 A en conduction [Lefebvre 03]. Celles à base de diamant sont encore à l'étude, leurs fortes énergies d'ionisation pourront permettre un blocage de tension plus élevée et/ou des fonctionnements à haute température [Perret 03].

1.3.2.2. Les transistors de puissance

Comme les diodes, le fonctionnement des transistors de puissance repose sur les propriétés de redressement des jonctions semi-conductrices. Ils permettent d'assurer sur commande la commutation proprement dite du courant électrique à l'intérieur des modules. Dans le domaine des fortes puissances, les composants utilisables peuvent être répartis en quatre familles :

- les transistors bipolaires,
- les thyristors (GTO, IGCT),
- les transistors à effet de champ (FET – Field Effect Transistor),
- les transistors bipolaires à grille isolée (IGBT).

Ces familles se distinguent non seulement de par leurs technologies, mais aussi par leurs domaines d'utilisation. Pour une application donnée, le choix d'un transistor se fera essentiellement en s'appuyant sur la tension maximale à bloquer, l'intensité maximale du courant, la fréquence de commutation, le niveau de pertes en conduction et en commutation, et la nature de la commande.

1.3.2.2.1 Les transistors bipolaires

Le transistor bipolaire fut le premier composant semi-conducteur utilisé pour la commutation électrique. Inventé depuis les années 1950, il est obtenu par la jonction de trois couches de silicium dopées alternativement (P-N-P ou N-P-N). Ayant atteint sa maturité technologique à la fin des années 1970, il n'a vu sa montée en puissance que vers 1985 avec des modules de composants montés en cascade (modules Darlington), permettant de tenir jusqu'à 1000 V pour des courants de 300 A. Malgré un gain très intéressant d'environ 100, des temps de commutation d'environ 1,5 ms et une chute de tension proche de 1,5 V, sa commande en courant aux fortes puissances reste pénalisante. En effet, cette dernière nécessite des circuits de commande complexes et relativement gourmands en énergie. D'autre part, il présente des temps de stockage qui, même s'ils n'introduisent pas de pertes, accroissent les difficultés de contrôle des processus dans lesquels le transistor commute [Lefebvre 02].

1.3.2.2.2 Les thyristors

Les thyristors sont obtenus par la jonction de quatre couches de silicium dopées alternativement positivement et négativement (P-N-P-N). Ils furent les premiers composants de puissance tout silicium à être utilisés. Dès leur apparition en 1961, ils permirent de contrôler des mégawatts. Ce sont des composants commandés en courant et lents par construction, mais les améliorations successives dont ils ont fait l'objet ont conduit à la mise au point du thyristor GTO (Gate Turn Over), du GCT (Gate-Commutated Thyristor) puis de l'IGCT (Integrated Gate-Commutated Thyristor), permettant des fonctionnements sans circuits d'aide à la commutation. Ces composants permettent d'atteindre des tensions allant de 2500 à 6000 V, pour des courants commutables allant de 600 A à 6000 A. À l'opposé de ces caractéristiques remarquables, la fréquence de fonctionnement d'un convertisseur à thyristor, dépasse rarement le kHz. Ces composants sont pour cette raison réservés aux applications de grande puissance, inaccessibles aux autres technologies.

1.3.2.2.3 Les transistors à effet de champ FET (Field Effect Transistor)

Le principe de fonctionnement des transistors à effet de champ (FET pour Field Effect Transistor) repose sur le contrôle par un champ électrique, de la forme et donc de la conductivité d'un "canal" dans un substrat silicium dopé. Les composants sont constitués d'un nombre important de cellules réalisées dans une même tranche de semi-conducteur, se comportant comme de minuscules transistors indépendants, connectés en parallèle, et munies de trois terminaisons métallisées : la grille, la source et le drain. Il existe de nombreuses variantes de FET. La plus utilisée pour la commutation en électronique de puissance est le MOSFET (Metal Oxide Semiconductor Field Effect Transistor) dans lequel la grille est isolée du substrat silicium par une couche isolante d'oxyde de silicium. Le champ électrique permettant le contrôle des composants est créé par l'application d'une tension entre la grille et le drain. Ils présentent donc une entrée de commande capacitive, ce qui simplifie considérablement leurs dispositifs de commande, qui peuvent alors être intégrés aux boîtiers d'encapsulation des composants. De plus, la commande du composant ne met en jeu aucune recombinaison de porteur dans la jonction, ce qui confère à ces composants une très bonne vitesse de commutation. Il est possible d'atteindre des fréquences de découpage de 100 kHz à quelques MHz suivant le niveau de tension.

À l'opposé de ces bonnes performances, il faut noter que la résistance des MOSFET croît considérablement avec leur température, ils seront donc moins performants que des transistors bipolaires pour des courants importants. Les gammes de MOSFET disponibles aujourd'hui offrent des calibres en tension et en courant relativement faibles (jusqu'à 1000 V – 10 A). Ils sont aujourd'hui réservés aux applications de puissances relativement basses et pour lesquelles de très hautes fréquences de commutation sont requises.

1.3.2.2.4 Les IGBT (Insulated Gate Bipolar Transistor)

Apparu en 1985, l'IGBT est né de la fusion des technologies de transistors bipolaires et de MOSFET. Il a hérité de ce dernier sa conception multicellulaire, chaque cellule se comportant comme un transistor constitué d'un semi-conducteur avec des zones de différents dopages (Figure 1-18). Sa technologie permet de bénéficier des faibles chutes de tension en conduction et de tensions de blocage relativement élevées des transistors bipolaires, et de la simplicité de commande et des bonnes vitesses de commutation des MOSFET.

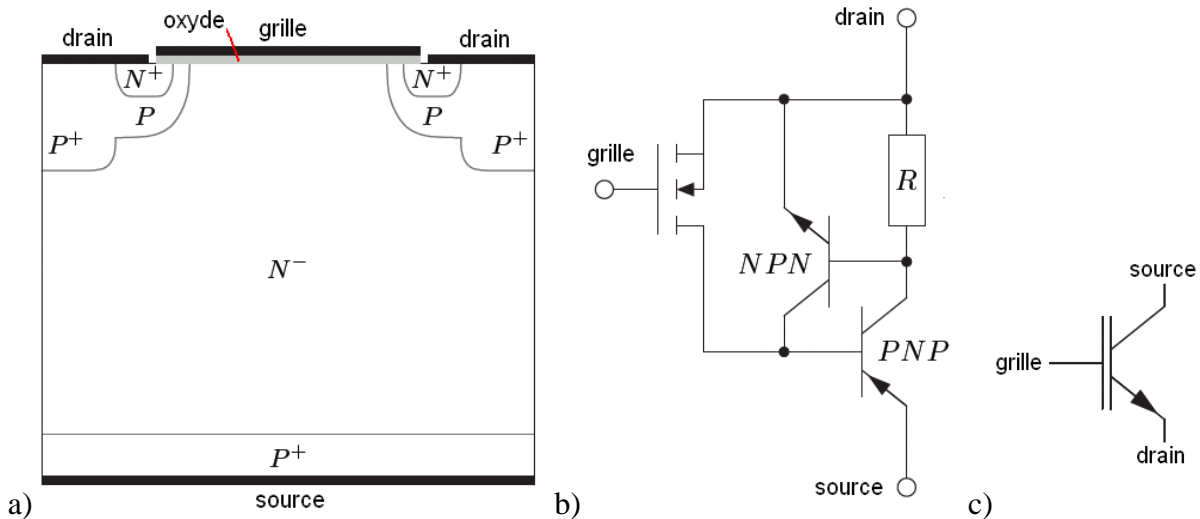


Figure 1-18 : Vue en coupe d'une cellule élémentaire d'IGBT (a) schéma équivalent naturel (b) et symbolisation (c).

L'IGBT a connu de nombreuses évolutions visant à améliorer comme sa chute de tension à l'état passant, ses performances dynamiques, etc. Il existe à l'heure actuelle deux grandes familles se distinguant par la géométrie de la grille : les IGBT à grille plane (planar) et les IGBT à grille en tranchées (trench). Il existe également dans ces deux grandes familles plusieurs types de design de l'anode, les IGBT Non Punch Through ou à contrôle d'injection, les IGBT Punch Through ou à couche tampon, et les compromis entre ces deux approches. À son stade actuel, cette technologie permet d'atteindre des fréquences de découpage de 100 kHz, mais ces valeurs diminuent considérablement avec la tension d'avalanche. On passe ainsi de 100 kHz pour 600 V, à 20 kHz pour 1200 V puis à 1 kHz pour 3300 V. Elle permet aussi de commuter des tensions de 250V à 6500 V pour des courants pouvant atteindre 1200 A en conduction (3300 V – 1200 A, 4500 V – 900 A, 6500 V – 600 A).

En guise de récapitulatif, les plages d'utilisation des différentes technologies de transistors de puissance, sont présentées sur le graphe de la Figure 1-19, avec les niveaux de puissance commutables en fonction des fréquences de commutation.

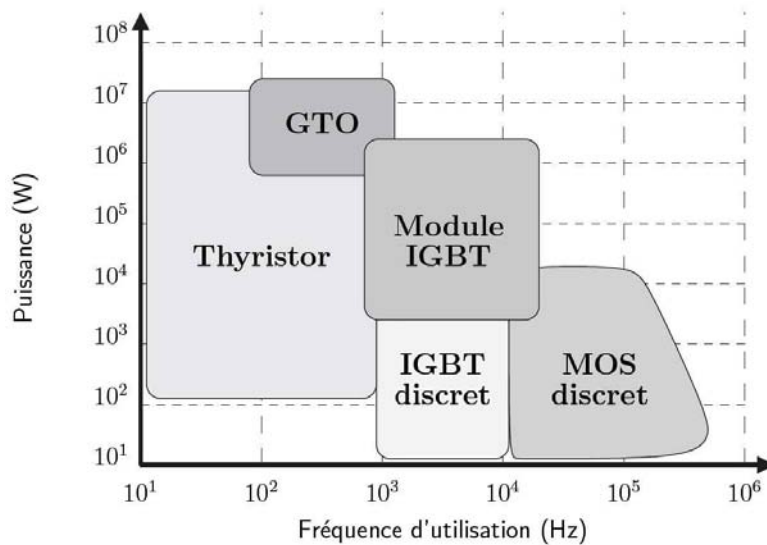


Figure 1-19 : Plages d'utilisation des différentes technologies de transistors de puissance.

L'IGBT s'impose encore aujourd'hui comme le meilleur compromis, en association avec des diodes PIN rapides, pour la réalisation des modules d'interrupteur destinés à des applications de type onduleur de fortes puissances avec des fréquences relativement élevées. C'est donc naturellement

que ces composants sont retenus pour les applications aéronautiques qui nous concernent dans cette étude. Les modules d'interrupteurs obtenus sont alors qualifiés de modules IGBT.

Les dimensions des composants sont de l'ordre de la dizaine de millimètres de côtés pour des épaisseurs d'environ 100 à 300 μm . la Figure 1-20 présente une vue de différents composants avec leurs métallisations.

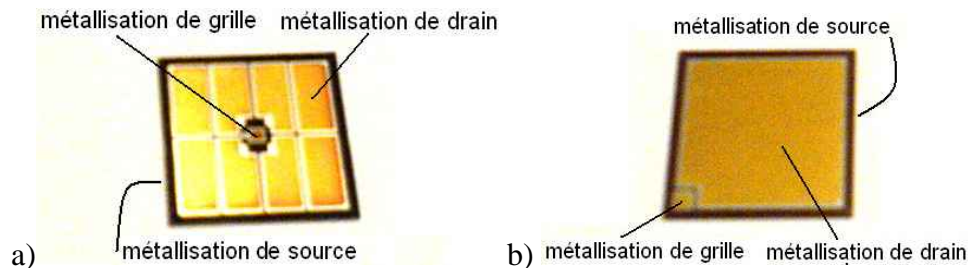


Figure 1-20 : Vue de différentes puces IGBT de calibre 1200 V : type Infineon (a) et type ABB (b).

Durant leur fonctionnement, la présence de chute de tension en conduction et de courant de fuite au blocage, provoque des échauffements par effet Joule. Aussi, à chaque commutation, il existe des intervalles de temps pendant lesquels le courant et la tension, et par conséquent la puissance instantanée peuvent avoir des valeurs importantes. Cette énergie proportionnelle à la fréquence de commutation, ajoutée à celle perdue pendant les temps de conduction et de blocage, contribue à l'échauffement des composants. Les températures de jonction maximales admissibles des puces sont généralement de l'ordre de 150°C, pour des composants à base de silicium et environ 350°C pour des composants à base de carbure de silicium. Les températures nominales de fonctionnement varient suivant les calibres des composants et les fabricants. Ces derniers fournissent parfois les domaines de sûreté (SOA – Safe Operating Area) de leurs composants [Baliga 87], ce qui permet de connaître par exemple leurs températures maximales admissibles en fonction des niveaux de tension et de courant désirés.

D'une manière générale, les composants électroniques présentent une excellente fiabilité lorsque leurs choix sont convenablement effectués, et que leur encapsulation est correctement dimensionnée pour assurer leurs tenues mécaniques, leurs refroidissements, leur protection contre les agressions du milieu extérieur, etc.

1.3.3. Technologies classiques de connexion et d'assemblage des modules IGBT

Il existe de nombreuses techniques d'assemblage et d'interconnexion à l'intérieur des modules IGBT. Dans le domaine des fortes puissances, ces techniques ont évolué vers une intégration plus poussée, et une amélioration de la fiabilité des dispositifs, sous des contraintes de fonctionnement (électriques, thermiques, et mécanique) toujours plus sévères. Dans cette partie, les principales solutions utilisables, sont analysées avec leurs avantages et inconvénients.

1.3.3.1. Assemblages avec connexion par fils de câblage

La technologie de connexion par fils de câblage est la plus répandue dans le domaine des modules de puissance. Les modules basés sur cette technologie se présente généralement sous la forme de boîtiers en polymère, avec des sorties métalliques pour les connexions électriques et une semelle métallique servant à sa fixation mécanique sur la structure de convertisseur (Figure 1-21-a).

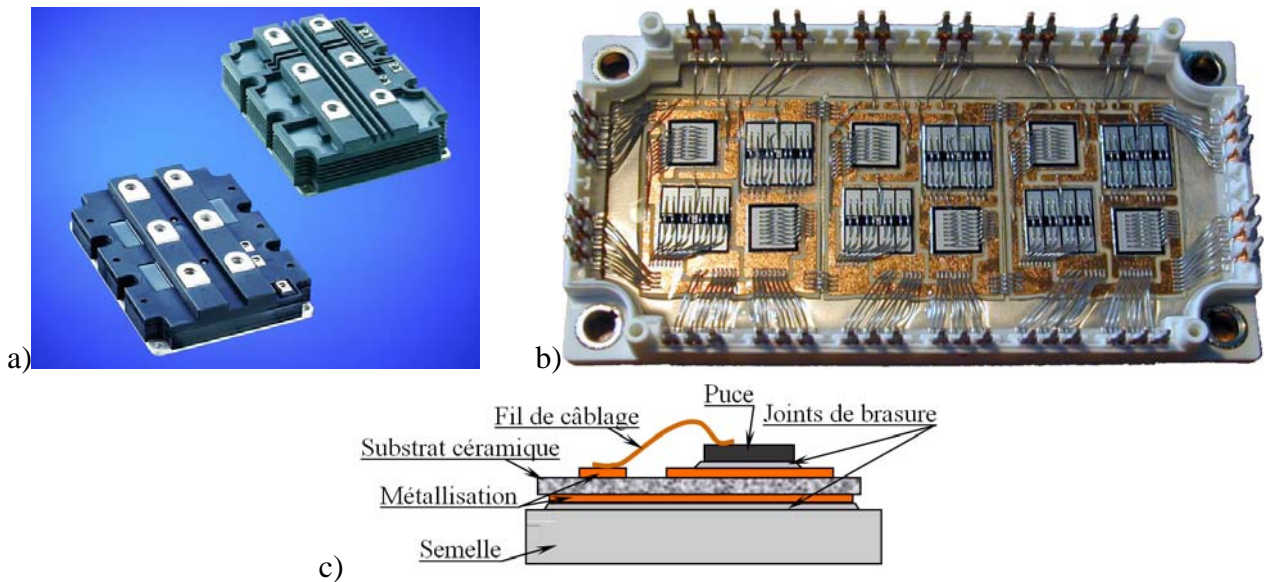


Figure 1-21 : Vue de modules puissance avec connexions par fils de câblages.

Comme illustré sur la Figure 1-21, ces modules consistent en l'assemblage sur substrats métallisés et semelles métalliques, avec connexions par joints de brasures. Les plots de contact en aluminium, en or ou en argent des faces supérieures des puces sont connectés entre eux et avec les métallisations des substrats à l'aide de fils de câblage en aluminium, or, argent ou rarement en cuivre, soudés par ultrason, par thermocompression ou à l'aide d'un procédé thermosonique. Deux techniques de soudure sont principalement utilisées, les techniques du "ball bonding" et du "wedge bonding".

La technique du "ball bonding" est utilisée dans approximativement 93% des cas, elle nécessite des températures élevées (100°C à 500°C) et utilise le plus souvent des fils d'or de moins de 75 microns de diamètre (voir figure ci-dessous). Elle est généralement employée pour des puces dont les dimensions des plots sont supérieures à 100 microns, (50 microns dans certains cas). Elle consiste à former au bout du fil une boule à l'aide d'une flamme d'hydrogène, puis à l'appliquer immédiatement sur la zone à souder pour le premier contact, le second contact est réalisé par thermocompression (Figure 1-22).

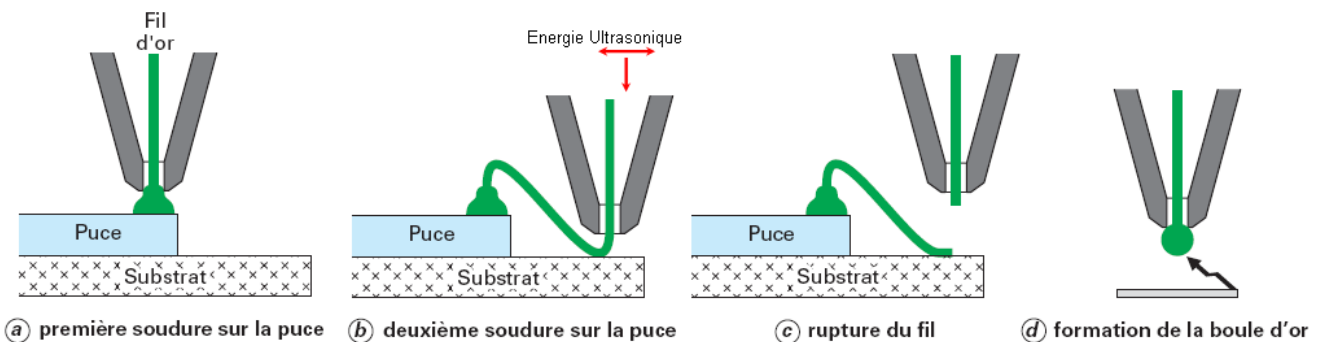


Figure 1-22 : Illustration de la technique du "ball bonding".

La technique du "wedge bonding" est employée dans environ 5% des packaging. Elle peut être utilisée pour des fils en aluminium avec soudure ultrasonique, ou en or avec soudure thermosonique à des températures supérieures à 150°C. Elle permet de réaliser des soldes sur des plots de faibles dimensions (moins de 50 microns), mais entraîne des vitesses d'exécution faibles par rapport à la technique du "ball bonding".

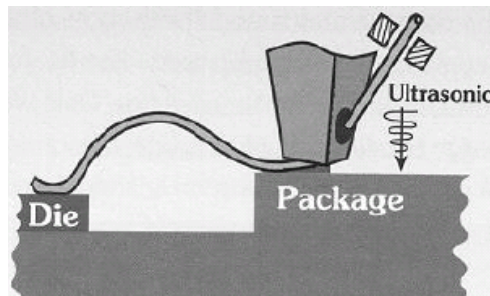


Figure 1-23 : Illustration de la technique du "wedge bonding".

Les procédés de réalisation des connexions ont acquis une bonne maturité en raison de leur ancienneté par rapport aux récentes approches de connexion. Ils présentent un coût relativement faible à la connexion, et l'amélioration de la durée de vie des connexions a fait l'objet de nombreux travaux de recherche, leurs modes de défaillances sont relativement connus [Ciappa 01].

Ceci étant, la nature séquentielle des procédés de connexion rend cette technologie coûteuse en temps de réalisation des assemblages. D'autre part, les fils de connexion avec leurs boucles et longues distances d'interconnexion, sont responsables d'inductances parasites, à l'origine de perturbations électromagnétiques. Ils sont en raison de leur nombre important sources de problèmes de fiabilité avec risque d'explosion suite à court-circuit. Ces fils entraînent aussi des chutes de tension qui peuvent être très importantes pour les composants basse tension. Enfin, cette technologie présente l'inconvénient de ne permettre qu'un refroidissement simple face, limitant ainsi ses performances thermiques.

La tendance actuelle étant à la miniaturisation, à la réduction des émissions électromagnétiques et à l'amélioration de la fiabilité pour des conditions de fonctionnement toujours plus sévères, de nouvelles techniques de connexion ont vu le jour.

1.3.3.2. Assemblages avec connexions par brasages ponctuels

La première utilisation de la connexion par brasage ponctuelle (bump) remonte à 1964 avec IBM qui l'inventait pour remplacer les coûteux et peu fiables fils de câblage (alors réalisés manuellement) dans ses modules hybrides de puissance. Elle consistait alors en de minuscules blocs de brasures réalisant les connexions entre les composants et leurs substrats, permettant de gagner en miniaturisation et en densité d'intégration avec une réduction importante de l'inductance parasite et de la chute de tension directe pour les composants à très basse tension avec la suppression des fils de câblage. Sa structure de connexion sans fil favorise en plus l'évacuation du flux thermique dont les composants sont le siège durant leur fonctionnement. En raison de ses avantages, cette technique encore utilisée dans le domaine de la microélectronique a alors été adaptée à la forte puissance par différents laboratoires et industriels. Dans les applications actuelles, les connexions sont réalisées sur l'ensemble des plots des composants en forme de grilles (Area Array Bumping), dont les plus utilisées sont présentées ci-dessous.

1.3.3.2.1 Les BGA (Ball Grid Array)

Cette technique est très utilisée en microélectronique dans une technologie appelée Flip-Chip (Figure 1-24). Les puces sont encapsulées dans des boîtiers polymères comportant des bossages de brasures, qui se montent directement par refusion collective sur une empreinte matricielle équivalente prévue sur le circuit imprimé des substrats. Elle offre contrairement à la structure verticale des puces (avec le drain sur la face de dessous), la possibilité d'accéder aux connexions (drain, source et grille) sur une même face.

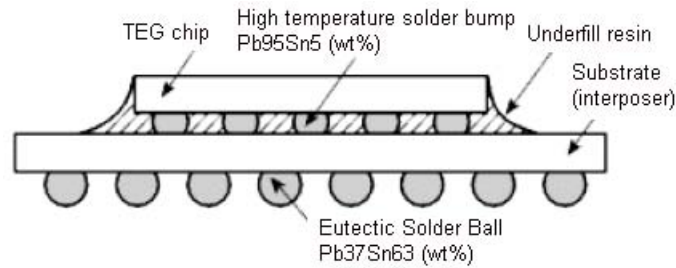


Figure 1-24 : Structure d'un BGA [Oki Electric Industry Co. Ltd].

Les constructeurs proposent ces packaging locaux sous diverses appellations : "Chip-scale Power Package" ou de D²BGA (Die-Dimensionnal Ball Grid Array) pour Fairchild et FlipFET™ ou DirectFET™ pour International Rectifier (Figure 1-25).



Figure 1-25 : Vues de D2BGA de Fairchild (a) et FlipFET™ d'International Rectifier (b).

La jonction métallurgique des bumps sur les électrodes de la puce est parfois réalisée par l'intermédiaire d'un ensemble de couches polymère et métallique formées directement sur les puces. On emploie pour la partie métallique, des couches Ti-Ni-Cu ou Cr-Ni-Cu, permettant d'éviter avec la barrière de Nickel, les interdiffusions métalliques, de minimiser les contraintes thermomécaniques, d'améliorer la qualité des joints de brasure, et les conductivités électrique et thermique. Cette technique dite UBM (Under Bump Metallization), se retrouve dans de nombreuses architectures de connexion (Figure 1-26).

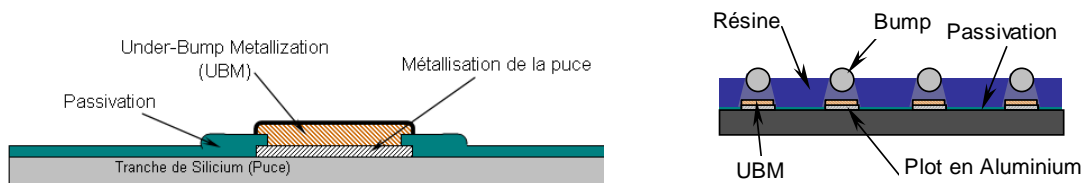


Figure 1-26 : Vue en coupe d'un UBM et d'une puce avec bump.

Les chercheurs du CPES (Center for Power Electronic Systems – Virginia Polytechnic Institute and State University), ont proposé un assemblage de module de puissance désigné par "Flip-Chip-On-Flex" [Lee 02], basé sur la technique de connexion des BGA (Figure 1-27). Les composants sont brasés sur le substrat supérieur via des BGA. L'espace entre les composants est rempli d'un gel organique afin d'améliorer l'adhésion mécanique et la fiabilité par atténuation des contraintes thermomécaniques. Les parties inférieures des puces sont brasées sur le substrat inférieur en céramique métallisée pour la réalisation des connexions thermiques avec le refroidisseur.

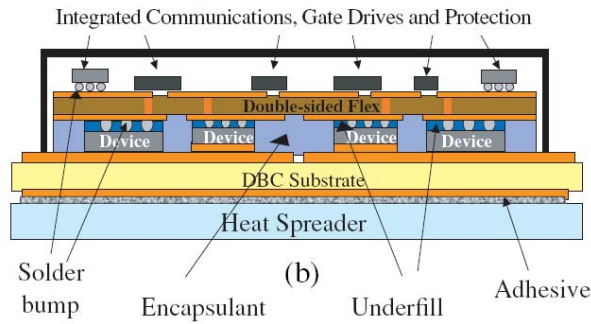


Figure 1-27 : Technologie Flip-Chip-On-Flex (CPES).

1.3.3.2.2 Le Dimple Array Interconnect (DAI) [Lee 02]

Proposée en 2004 par les chercheurs du CPES, le Dimple Array Interconnect (DAI) est une technique de connexion qui dérive du BGA. Elle se distingue par la nature du contact entre la brasure et la métallisation. Cette dernière présente une déformation locale (Figure 1-28) conférant à la brasure une meilleure résistance au cisaillement de l'interface brasure – métallisation supérieure par rapport au BGA.

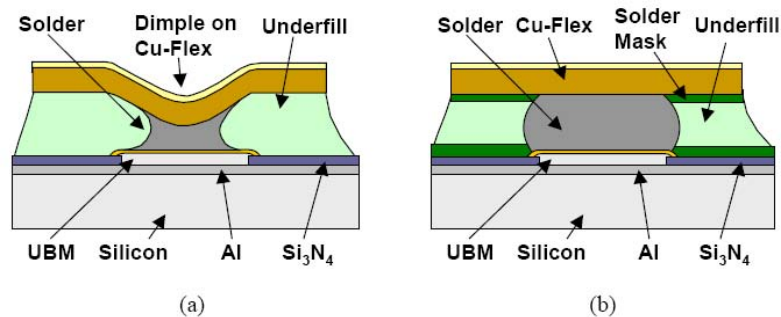


Figure 1-28 : Comparaison des solutions DAI (a) et BGA (b).

Cette astuce facilite la formation du joint de brasure et permet d'améliorer sa tenue à la fatigue thermique. La Figure 1-29 présente un assemblage basé sur ce mode de connexion.

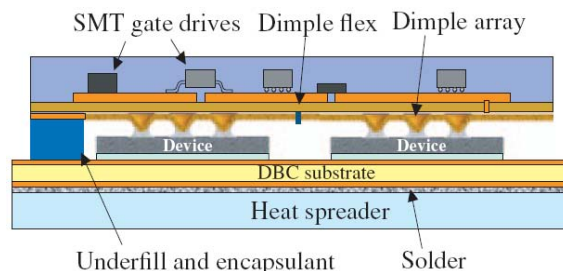


Figure 1-29 : Vue d'un module hybride de puissance avec connexions de type DAI.

1.3.3.2.3 Connexion par brasages d'inserts (PEARL)

La technique de connexion par brasages d'inserts a été proposée par le laboratoire PEARL en 2004 pour des applications de traction ferroviaire [Mermmet 06]. Inspirée de la connexion de type BGA, elle consiste au brasage d'inserts de formes cylindriques ou sphériques, enrobés d'une fine couche de nickel, brasés à la fois sur les électrodes des puces et à la métallisation d'un substrat (Figure 1-30). Par souci d'amélioration du brasage, les métallisations des composants et des substrats sont en général recouvertes de finitions d'or et de nickel respectivement.

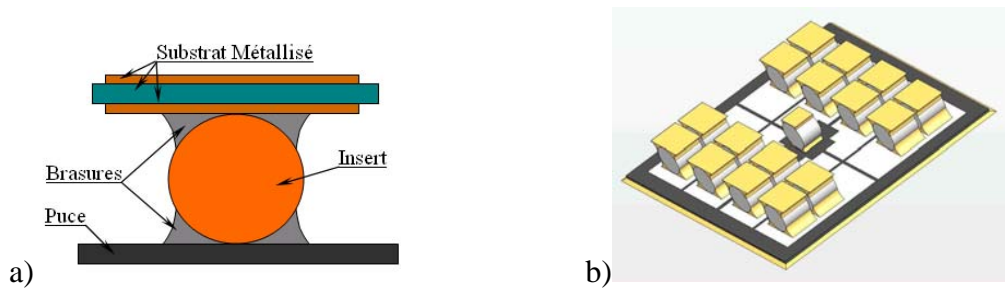


Figure 1-30 : vue en coupe d'une connexion par brasage d'insert (a), et répartition des inserts sur une puce IGBT (b).

L'utilisation de puces avec UBM n'est plus nécessaire. La Figure 1-31 présente la structure d'un assemblage basé sur ce type de connexion. Le module est rempli d'un gel organique destiné à améliorer sa tenue diélectrique.

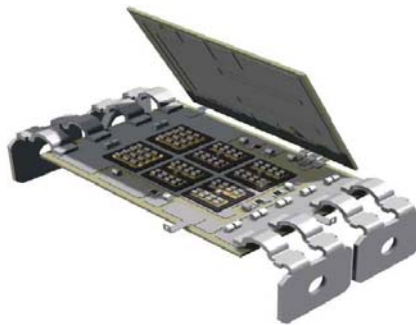


Figure 1-31 : module de puissance avec connexion par brasages d'inserts (PEARL).

De dimensions plus importantes par rapport aux brasures de BGA, et renforcée par la présence de l'insert métallique, la connexion par brasages d'inserts présente une meilleure robustesse, à tel point qu'elle est parfois détournée comme connexion purement mécanique pour l'amélioration de la structure mécanique des assemblages (Figure 1-31). Cette approche permet de mieux répondre aux problématiques de puissance et de fiabilité avec une meilleure tenue à la fatigue thermomécanique. Ils autorisent de fortes intensités de courant en raison des sections de connexion plus importantes par rapport aux connexions par fils de câblage.

D'une manière générale, les assemblages avec connexion par brasages ponctuels autorisent le refroidissement double face et offrent la possibilité d'intégration multicouche tridimensionnelle. De plus, ce type de connexion conduit à de plus faibles inductances et de faibles chutes de tension directes, particulièrement pour des composants basse tension. D'autre part, les faibles distances de connexion permettent de réduire le volume des assemblages, et de gagner ainsi en densité d'intégration.

Ceci étant, les procédés d'assemblages restent délicats et leurs coûts à l'unité restent relativement élevés en comparaison avec des assemblages avec connexion par fils de câblage. Aussi, en raison de leur caractère récent dans le domaine des fortes puissances, les tenues en utilisation des connexions par brasages ponctuels sont mal connues. En effet, comparé aux fils de câblage, peu de travaux font état de leurs fiabilités, notamment suite à des sollicitations de cyclages thermiques. Ceci dit, des essais de cyclages réalisés au sein du laboratoire PEARL sur des assemblages avec brasages d'inserts ont conclu à des performances supérieures à celles de technologies précédentes [Mermet 06].

1.3.3.3. Assemblage avec connexion par couches conductrices et isolantes

La connexion par dépôt métallique est une autre approche d'assemblage avec suppression des fils de câblage. La connectique est assurée par des alternances de couches isolantes et conductrices, sur les électrodes des composants. Ces couches métalliques, formés par des procédés chimiques, servent à

la fois de conducteurs pour les connexions de puissance et de commande, et pour l'interconnexion des puces.

Ce mode de connexion est actuellement utilisé sous des formes différentes, dont les principales sont le "Power OverLay" et "Embedded Power".

1.3.3.3.1 Power OverLay

La technique du Power OverLay a été proposée par General Electric en 2001. Comme présentée sur la Figure 1-32, cette approche permet de remplacer sur la face supérieure des puces, les fils de connexion par une couche de cuivre sur une couche de polyimide gravée suivant les connexions à réaliser. Les faces inférieures des composants sont brasées sur le substrat.

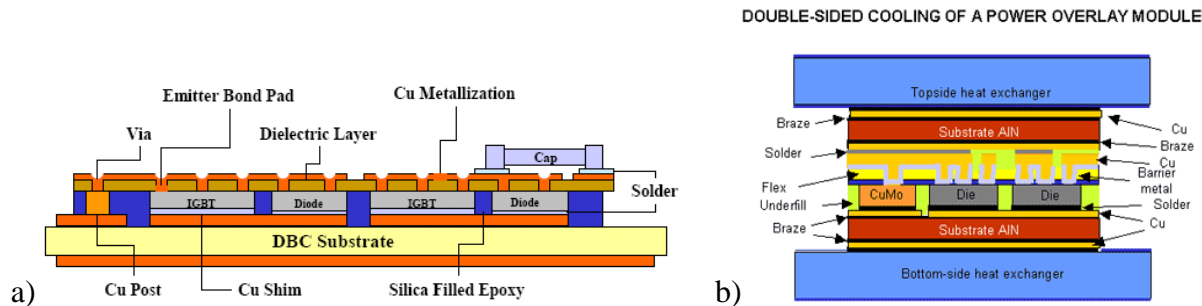


Figure 1-32 : Vue en coupe de la technologie Power Overlay de General Electric.

1.3.3.3.2 Embedded Power

La technique de l'Embedded Power, fait partie des approches proposées en 2004 par le CPES. Elle consiste en l'encastrement par sertissage des puces dans une tranche de céramique. Les composants sont ensuite recouverts d'une couche diélectrique gravée pour laisser apparaître leurs électrodes, puis recouverts d'une couche métallique assurant les différentes connexions électriques. Les faces inférieures des composants sont brasées sur un substrat métallisé participant aux connexions électriques et à la conduction thermique vers le refroidisseur. La Figure 1-33 présente une description de ce type d'assemblage.

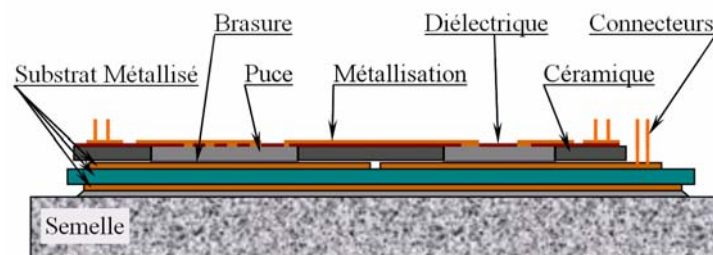


Figure 1-33 : Description de la technologie "Embedded Power".

En terme de performances, les assemblages avec connexion par couches conductrices et isolantes présentent des caractéristiques électriques intéressantes en raison de chemins de connexion très courts et de faibles inductances parasites. Les chutes de tension sont encore plus faibles en comparaison avec des assemblages par brasage ponctuels en raison de l'absence de brasures. Ils présentent de meilleures performances thermiques par rapport aux technologies de connexion par fils de câblage et par brasage ponctuels en raison des possibilités de refroidissement double face, et d'intégrations multicouches qu'ils offrent. Ils conduisent à des densités d'intégration plus élevées par rapport à celles des technologies précédentes. Le plus souvent, ce type de connexion est utilisé dans des assemblages hybrides, où leurs surfaces supérieures sont exploitées comme supports pour les composants du circuit de commande.

Ceci dit, ils souffrent d'un manque d'information au sujet de leurs tenues mécanique en utilisation. De plus, ils sont de par leur conception le siège de condensateurs parasites élevés, et nécessitent des procédés de mise en œuvre plus complexes, ce qui les rend plus onéreux.

1.3.3.4. Assemblage avec connexion par contact pressé

La technologie de connexion par contact pressé a été utilisée depuis 1992 par Fuji, Toshiba et ABB pour l'encapsulation de thyristors, destinés à des applications de fortes puissances. Encore utilisée dans de nombreux systèmes industriels, elle permet de supprimer les fils de connexion, tous les joints de brasure et autorise un refroidissement double face (Figure 1-34).

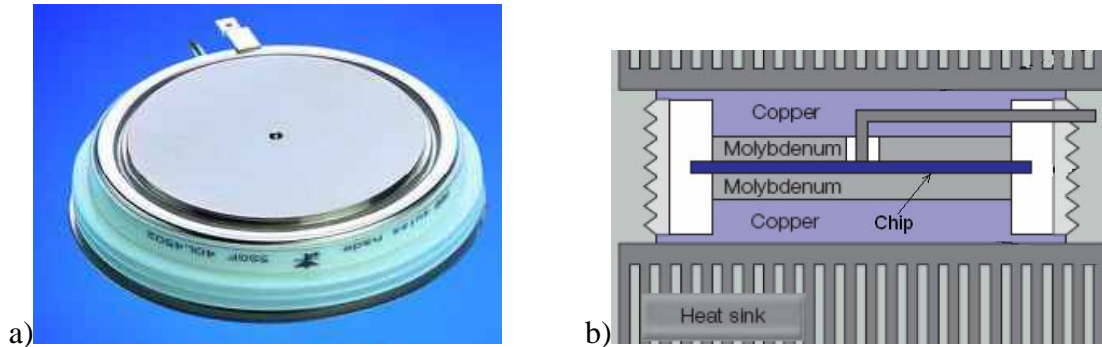


Figure 1-34 : Vue (a) et coupe (b) d'un module Pressure Pack.

Dans ce type d'assemblage, les pastilles de silicium sont prises en sandwich par deux embases épaisses de molybdène ou de tungstène. Ces matériaux ont l'avantage de présenter des coefficients de dilatation thermique suffisamment proches de celui du silicium pour que les contraintes thermomécaniques exercées sur le silicium restent raisonnables. Les bicouches silicium-molybdène (ou tungstène) sont ensuite placés dans un boîtier dont les flasques en cuivre sont appliqués par pression aux zones de contact électrique et thermique.

Ce type de montage présente l'avantage de ne pas créer de fatigue thermique de la brasure, même s'il est soumis à des cyclages thermiques répétés, et de ce fait, la durée de vie d'un tel assemblage est pratiquement illimitée. Il est aujourd'hui réservé aux composants de très forte puissance. D'autre part, ce mode de connexion élimine toute possibilité de court-circuit à l'intérieur du module. Ce qui écarte le risque d'explosion à l'intérieur des modules contrairement aux technologies avec fils de câblage.

Malgré un intérêt indéniable pour la résolution des problèmes de fatigue thermique, ce type de boîtier souffre d'un handicap principalement dû à la complexité de sa structure mécanique. En effet, la résistance de contact avec les composants électroniques est relativement aléatoire en raison de sa dépendance vis-à-vis de l'effort de mise en pression, qui à son tour peut varier avec la température et les dilatations qu'elle induit. Les boîtiers comprennent des systèmes de régulation de la pression avec la température pour obtenir des performances électriques à peu près stables. Leur conception peut se révéler relativement complexe du point de vue mécanique notamment pour des modules destinés à de fréquentes et grandes amplitudes de température comme c'est le cas en aéronautique. Ces complexités mécaniques entraînent des encombrements, des poids et des coûts plus élevés par rapport aux technologies avec connexions par soudure, par brasage ou par dépôts.

1.3.3.5. Assemblage avec connexion par brasages directs

Le brasage direct comme solution pour l'assemblage de modules de puissance a fait l'objet d'études [Gillot 00, Bai 04]. C'est une technologie semblable à celle du Pressure Pack, à la différence que les connexions supérieures et inférieures des composants sont réalisées par des joints de brasures.

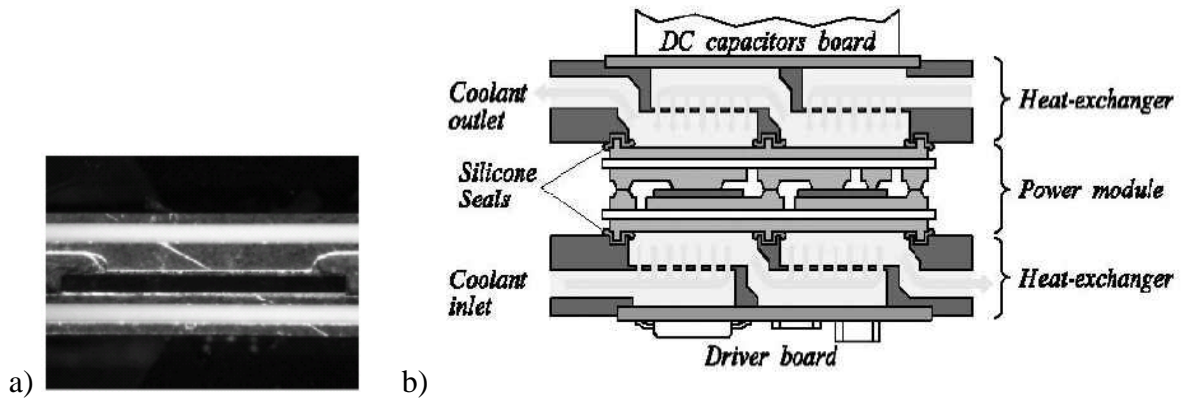


Figure 1-35 : Structure de connexion (a) et exemple d'assemblage par brasage direct (b) [Johnson 07].

Cette approche permet de contourner les nombreux inconvénients liés à l'absence de joint brasés dans les structures avec contacts pressés, tout en offrant de bonnes performances thermiques et la possibilité d'un refroidissement double face. Ceci étant, le risque de fatigue des connexions est réintroduit, et compte tenu de la structure sandwich de l'assemblage et du faible écartement entre les deux substrats métallisés (d'environ 0,5 mm supérieur à l'épaisseur des composants électroniques), son remplissage de gel diélectrique, pour des utilisations sous de fortes tensions peut s'avérer problématique. Ceci dit, pour des tensions de l'ordre de celles utilisées en aéronautique (moins de 1200 V), le risque de claquage en utilisation sans gel diélectrique est négligeable. Elle pourrait être avantageusement utilisée pour répondre aux exigences de compacité, de fiabilité, et de performances thermiques et électriques.

1.3.4. Analyse des modes de défaillances

Les modes de défaillance des différentes technologies d'assemblage de modules de puissance peuvent être classés suivant leurs organes affectés. En effet les technologies présentées ci-dessus sont constituées de briques technologiques parfois communes à plusieurs solutions. L'analyse présentée ci-après portera donc séparément sur les puces électroniques, les fils de câblages, les substrats céramiques métallisés, les joints de brasures, etc.

1.3.4.1. Défaillances des puces électroniques

Les défaillances des puces IGBT et des diodes se traduisent systématiquement par un mauvais fonctionnement du module. Les principales défaillances dont ces composants sont le siège, ainsi que les mécanismes à leurs origines sont présentés ci-après.

1.3.4.1.1 Dégradation de l'oxyde de grille

L'oxyde assurant l'isolation entre la grille et le silicium est parfois le siège d'une dégradation se traduisant par la perte de ses propriétés diélectriques, provoquant ainsi l'augmentation du courant de fuite jusqu'au court-circuit. Cette défaillance peut être due à un vieillissement par accumulation de défauts, aux décharges électrostatiques, ou encore à une contamination ionique. La physique du vieillissement des oxydes de grille et de la rupture diélectrique est très complexe. Généralement, le processus de dégradation a pour point de départ les défauts au sein de l'oxyde. Ces défauts peuvent être macroscopiques et causés par une détérioration de l'oxyde durant les processus de fabrication des composants, la phase de gravure par exemple [Valon 03].

Pour une épaisseur et une tension donnée, la qualité de l'oxyde est donc le facteur prépondérant dans son processus de vieillissement. Les efforts d'amélioration de la part des fabricants, ainsi que les contrôles effectués permettent de limiter les occurrences de ce mode de défaillance.

1.3.4.1.2 Mouvements de charges dans le diélectrique ou aux interfaces

Les efforts de miniaturisation des composants dans le domaine de l'électronique ont engendré avec les avancées technologiques, une diminution de l'épaisseur des oxydes de grille, pour des niveaux de tension toujours plus élevés. En conséquence, le champ électrique appliqué à ces oxydes atteint des valeurs très élevées (plusieurs MégaVolts/cm). Ce champ électrique participe à l'injection thermoélectronique (par effet Shottkey ou par effet tunnel) de charges à travers l'interface silicium/oxyde et oxyde/métallisation. Une partie de ces électrons injectés, avec une énergie cinétique très importante, se retrouve piégée dans l'oxyde provoquant ainsi des variations des paramètres de la puce. Cela se traduit alors par une dégradation des performances du composant, avec une augmentation de la tension de seuil et une diminution du gain du transistor [Jensen 95].

1.3.4.1.3 Rayonnements cosmiques

Le flux de particules hautement énergétiques présentes dans l'atmosphère, peut générer des charges électriques par collision dans les oxydes de grille et dans le silicium. La présence de cette nouvelle quantité de charges a pour effet d'abaisser la tension de seuil de ces composants, de quelques millivolts. La robustesse aux éléments parasites est alors réduite et il peut y avoir un risque d'amorçage du transistor. Les particules les plus lourdes et les plus énergétiques peuvent créer des dégâts importants dans les oxydes de grille entraînant une augmentation importante du courant de fuite et la perte de capacité de blocage des dispositifs.

1.3.4.1.4 Retournement ou latch-up

Le phénomène de retournement se traduit par une perte du contrôle par la grille, due à la mise en conduction du transistor parasite NPN au sein de la puce (Figure 1-18-b), formant avec le transistor PNP un thyristor amorcé en permanence. Dans ce cas, la grille de l'IGBT ne peut plus bloquer le composant et ce défaut irréversible provoque la destruction du composant de puissance. Il est provoqué par les surcharges en courant, un fort taux de croissance de la tension d'anode et présente une forte sensibilité à la température [Valon 03].

Les fabricants se sont efforcés de repousser les limites du courant de latch-up à des valeurs supérieures aux courants de court-circuit (généralement plus de dix fois le courant nominal) et il n'y a quasiment plus aucun risque de verrouiller un IGBT, même dans les conditions extrêmes d'utilisation [Lefebvre 04].

1.3.4.1.5 Avalanche électronique

Lorsqu'un composant se bloque, la zone de charge d'espace s'agrandit à l'intérieur du silicium et le champ électrique augmente. Ce champ électrique intense a une action sur les porteurs mobiles présents dans cette région : les électrons se déplacent dans le sens inverse du champ et les trous dans l'autre sens. Ce mouvement s'ajoute au mouvement désordonné dû à l'agitation thermique. Ces porteurs de charge sont donc accélérés par le champ électrique. Lorsqu'ils acquièrent une énergie cinétique suffisante entre deux collisions successives sur le réseau cristallin, ces particules peuvent briser des liaisons de covalence et donc générer des paires électrons/trous. Ces porteurs ainsi générés sont accélérés par le champ et peuvent à leur tour générer d'autres porteurs. Ce phénomène qualifié d'avalanche électronique, se traduit par une augmentation brutale du courant inverse.

Au-delà d'un certain seuil dépendant de la quantité de dopant et de la température, le processus de multiplication est autonome et entraîne le claquage de la structure. La tension de claquage par avalanche électronique dans le silicium représente une limite à ne pas atteindre, en statique comme en dynamique. Ce mode de défaillance peut être évité au travers d'un choix judicieux des composants, en tenant compte de leurs zones limites de fonctionnement prévues par les fabricants (SOA - Safe Operating Area).

1.3.4.1.6 Défaillances au niveau des métallisations

Les métallisations des puces sont soumises à des sollicitations thermomécaniques, électriques et chimiques, pouvant conduire à différents types d'endommagements à leurs niveaux. Ces endommagements se traduisent par la dégradation des performances des composants. Les principales défaillances observées sont présentées ci-après à partir de l'examen des mécanismes à l'origine des avaries.

Sur le plan thermomécanique, les métallisations des puces (généralement en alliage d'aluminium) sont soumises durant le cyclage thermique à des contraintes cycliques dues entre autres à la rigidité relativement élevée du silicium, et aux différences de coefficients de dilatation thermiques du silicium et de sa métallisation. Ces contraintes dépassant parfois les limites d'élasticité des métallisations, combinées à la température provoquent un fluage. Les glissements de grains au niveau du contact et les dislocations dans la métallisation engendrent une augmentation de la résistance de la métallisation. La passivation des puces permet de réduire l'ampleur des déformations de la métallisation en captant une partie des contraintes mécaniques. La Figure 1-36 présente la déformation d'une métallisation avec et sans la couche de passivation réalisée avec du polyamide.

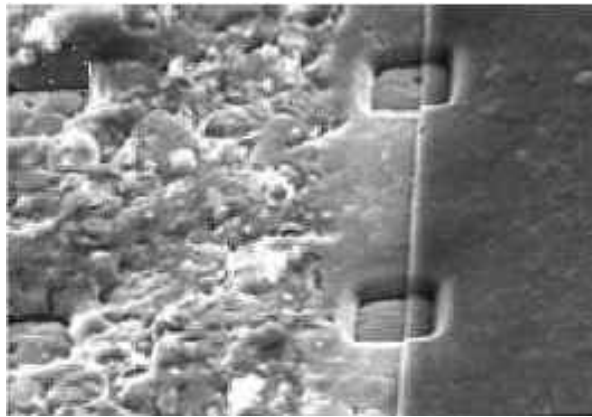


Figure 1-36 : déformation de la surface de la métallisation de la puce [Ciappa 01].

La zone non passivée présente une forte texture due à l'extrusion ou la cavitation des grains d'aluminium au niveau de la métallisation.

Il arrive que les métallisations entraînent la dégradation des couches semi-conductrices qu'elles recouvrent. Cet endommagement, typique de la soudure ultrasonique de fils de câblage, se traduit par la dégradation des caractéristiques des composants. Il est provoqué par des énergies ultrasoniques trop importantes lors de la soudure, ou un contact physique entre l'outil de soudure et le plot en raison des faibles diamètres des fils. Il peut être détecté lors des contrôles des modules après réalisation des soudures.

Sur le plan électrique, l'échange de quantité de mouvement entre les atomes et les électrons lors du passage du courant peut être à l'origine d'électromigrations au niveau des jonctions puce/métallisation. À terme, les vides créés entre cette métallisation et la puce peuvent engendrer la rupture de la métallisation et donc l'ouverture du circuit [Ye 02]. Aussi, la migration du métal dans le silicium peut se développer de plus en plus profondément dans la puce, jusqu'à former un court-circuit [Valon 03]. Les jonctions peu profondes sont naturellement plus exposées à ce phénomène. L'application de barrières de diffusion en tungstène freine l'évolution de ce phénomène.

Enfin, sur le plan chimique, les métallisations peuvent être endommagées suite à leur corrosion. Cette corrosion est généralement liée à l'utilisation de composants comportant des verres phosphosilicate comme passivation ou couche isolante. Lorsque le taux de phosphore servant à doper le silicium excède 5%, il peut être réduit pour former de l'acide phosphorique qui corrode les métallisations [Valon 03].

1.3.4.1.7 Rupture mécanique des puces

Durant les phases d'assemblage ou d'utilisation des modules, les composants subissent parfois des entailles locales, voire des ruptures des composants conduisant à l'endommagement des modules. D'un point de vue mécanique, les puces ont un comportement élastique linéaire fragile aux températures auxquelles elles sont sollicitées à l'assemblage et à l'utilisation (moins de 400°C). Leurs ruptures surviennent de manières brutales sans déformation permanente par propagation des défauts microscopiques initialement présents dans le matériau, et induisant des concentrations de contraintes mécaniques. Ces défauts sont inhérents aux procédés de fabrication des composants (gravures, découpe, métallisation, etc.) et sont parfois créés durant les phases d'assemblages (manipulations, brasage, soudure des fils de câblage, etc.). La Figure 1-37 montre une entaille dans la tranche d'une puce IGBT, causés au cours de la découpe des pastilles de silicium.

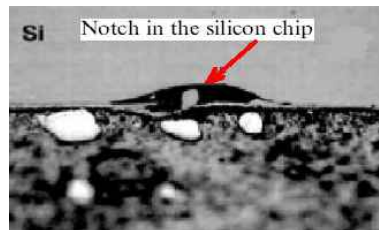


Figure 1-37 : entaille et fissuration dans la puce [Ciappa 01].

Les contraintes à l'origine de la propagation des défauts ont deux origines principales. Dans le premier cas, elles proviennent des efforts de serrage lors du montage du module sur la structure du convertisseur. En effet, afin d'améliorer la résistance thermique de contact du module avec les refroidisseurs, les faces inférieures des semelles présentent parfois de légères convexités. Lors du vissage du module sur un plan rigide, la semelle est déformée pour établir un contact plan avec son support. Elle transmet dans le même temps d'importantes contraintes mécaniques aux composants, pouvant ainsi entraîner leur fracture. La Figure 1-38 montre une fracture dans la puce provoquée par de fortes contraintes apparaissant avec l'utilisation d'une semelle excessivement convexe.

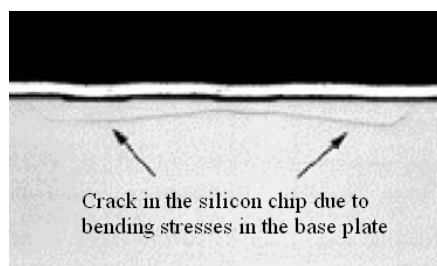


Figure 1-38 : fracture dans la puce due à des contraintes transmises par une semelle à forte convexité [Ciappa 01].

Dans le second cas, les contraintes transmises aux puces sont dues aux variations du champ de température dans les assemblages et des dilatations différentielles qui s'en suivent. En effet, les différences d'épaisseurs et de coefficients de dilatation thermique entre les puces et leurs supports conduisent à d'importantes déformations structurales après brasage par effet bilame. La Figure 1-39 présente ci-dessous une illustration de ce phénomène, lors du brasage d'une puce sur son substrat.

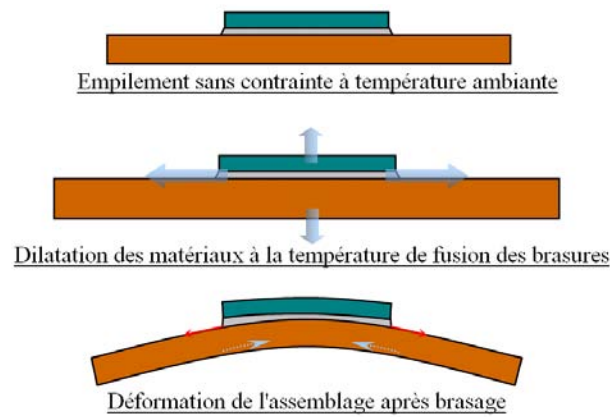


Figure 1-39 : courbure de l'assemblage durant le brasage par effet bilame.

Ce phénomène intervient aussi lors des cyclages thermiques, où le niveau de contraintes peut augmenter significativement avec l'érouissage des métallisations, jusqu'à dépasser la résistance mécanique des composants.

Généralement, les défaillances mécaniques des puces sont détectées immédiatement lors de contrôles effectués après assemblage des modules, ou durant les premiers cycles d'utilisation. De nombreuses améliorations de l'architecture des modules comme la partition des substrats, l'optimisation de la convexité des semelles, l'emploi de semelles de faibles coefficients de dilatation thermique et de fortes rigidités mécaniques, permet de réduire le risque de ce mode de défaillance [Ciappa 01].

1.3.4.2. Défaillances des fils de câblage

Plusieurs centaines de fils de câblage peuvent être utilisés dans un module de forte puissance, avec parfois plusieurs points de soudure par fil. Il est ainsi possible d'avoir jusqu'à un millier de soudures dans un module. Les risques de défaillance avec un tel nombre sont naturellement élevés.

Les défaillances au niveau des fils de câblage entraînent des dysfonctionnements au niveau des modules de puissance par augmentation de chutes de tensions directes [Ohring 98], ouvertures de circuits électriques, voire courts-circuits avec les explosions que ces derniers provoquent. Ces défaillances se présentent sous plusieurs formes dont les principales sont la dégradation des soudures, la rupture, la corrosion et le décollement des pieds de fils.

1.3.4.2.1 Dégradation des soudures

Durant le fonctionnement des modules, la qualité des soudures peut se dégrader avec la formation et la croissance de phases intermétalliques résultant de phénomènes d'interdiffusion atomique. Apparaissant avec le temps et la température, ces phases peuvent conduire à des dégradations des caractéristiques mécaniques et électriques des soudures en raison de leurs propriétés intrinsèques différentes et des interfaces qu'elles créent. De plus, la formation et la croissance des différentes phases conduisent à l'apparition de lacunes dans la soudure (lacunes de Kirkendall). Ces lacunes proviennent d'une part du regroupement et de la condensation des lacunes initialement présentes dans la structure cristalline, et d'autre part, des déséquilibres dans les diffusions atomiques au sein du réseau. Ce phénomène peut être réduit par un choix adéquat des matériaux en contact. Des différences de coefficients de dilatation thermique trop importantes peuvent être à l'origine de dislocations dans la structure cristalline et contribuer à accentuer l'apparition de ces porosités.

1.3.4.2.2 Corrosion des fils de câblage,

La corrosion affecte en premier les joints de grains ainsi que les défauts dans le matériau. Il s'agit d'une corrosion par piqûre liée à la présence d'ions halogénures issus du processus de manufacture des composants, en association avec l'oxygène de l'humidité présente à l'intérieur des modules.

Dans le cas majoritaire de fils et métallisations en aluminium (généralement pur), leur contact avec de l'oxygène provoque la formation d'une couche d' Al_2O_3 . Cette couche devient de l'hydroxyde d'aluminium ($\text{Al}(\text{OH})_3$) au contact de l'humidité. En présence d'ions halogénures, la couche d'hydroxyde d'aluminium est dans un premier temps, rendue soluble dans l'électrolyte. Il se forme alors du chlorure d'aluminium qui se dissocie et entre en solution, c'est alors la corrosion dite anodique [Ciappa 01].

Elle peut être retardée avec la réduction des résidus d'halogénure (fluorure, chlorure, bromure, etc...) provenant des résidus laissés par les processus de fabrication, utilisés pour améliorer la mouillabilité des surfaces des puces avant soudure.

La Figure 1-40 montre deux fils de connexion à différents stades de corrosion anodique dans un module IGBT soumis à du cyclage actif.



Figure 1-40 : corrosion d'un fil de connexion [Ciappa 01].

Les effets de la corrosion des faisceaux de fils sont amplifiés par le cyclage thermique qui accélère la rupture des fils avec les efforts mécaniques cycliques qu'il entraîne. Le phénomène de corrosion est aussi accéléré lors du fonctionnement électrique avec les réactions d'oxydoréduction que provoque la polarisation électrique [Paulson 76]. Par ailleurs, la corrosion au sein des modules IGBT peut aussi former des bulles dans le gel encapsulant durant des essais à haute température, en raison des dégagements gazeux lors des différentes réactions chimiques.

1.3.4.2.3 Déconnexion des fils de câblage

La déconnexion des fils de câblage survient dans les modules de puissance à l'issue de nombreux cycles de fonctionnement avec de fortes dissipations thermiques. Généralement localisé au niveau des métallisations des composants, c'est un mode de défaillance provoqué par les fortes contraintes thermomécaniques cycliques apparaissant entre les extrémités des fils et les métallisations des puces [Onuki 00]. Ces contraintes sont en effet plus importantes au niveau des puces en raison d'une part des écarts importants de coefficients de dilatation thermiques entre le silicium et le couple métallisation/fil, et d'autre part, du fait des températures relativement élevées des puces. La Figure 1-41 montre la levée de fils sur des métallisations de puce IGBT.

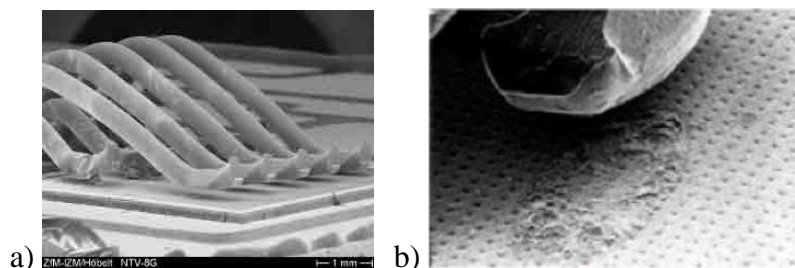


Figure 1-41 : levées de fils de câblage [Amro 05, Ciappa 01].

Il a été montré [Ciappa 01] que l'occurrence de ce mode de défaillance pouvait être considérablement réduite avec :

- la mise en place de revêtements de polymère (coating) sur les pieds de fil immédiatement après soudure, retardant ainsi la séparation physique du fil de la métallisation;
- l'insertion d'une couche tampon en molybdène entre le fil et la métallisation. Ce matériau qui a un coefficient de dilatation thermique intermédiaire entre ceux de l'aluminium et du silicium permet de réduire le niveau des contraintes mécaniques, ce qui contribue à retarder la levée des fils de câblage.

1.3.4.2.4 Fissuration des pieds de fils

La fissuration des pieds de fils (Figure 1-42) apparaît rarement dans les modules de puissance, car généralement devancée par leur levée ou leur corrosion. C'est un mode de défaillance qui peut devenir prépondérant lorsque le procédé de soudure n'est pas optimisé, comme c'est par exemple le cas lorsque les pieds de fils subissent de fortes déformations. Il est causé par flexions répétées des fils avec les contraintes thermomécaniques apparaissant lors des cyclages thermiques.



Figure 1-42 : Fissure au niveau d'un pied de fil de câblage [Ciappa 01].

L'utilisation de fil d'aluminium avec adjonction de magnésium à faibles doses (Al-0.1%Mg) permet de repousser l'apparition des fissurations en améliorant leur tenue à la fatigue thermomécanique. Autre source d'amélioration, l'optimisation de la géométrie des fils permet de minimiser les amplitudes de flexion, il est recommandé de réaliser des connexions avec des rapports hauteur de boucle sur longueur, de l'ordre de 0,2 à 0,3 [Ciappa 01].

En règle générale, il est recommandé d'utiliser des fils de mêmes natures que les métallisations des puces. Cela conduit à des systèmes métallurgiques très robustes car ne produisant pas de composés intermétalliques. Ils ne sont pas sujets à l'électromigration et aux lacunes de Kirkendall qu'elle induit. Ils suppriment aussi les problèmes de corrosion galvanique dans la jonction. La majorité des couples mixtes de matériaux conduit à la formation de couches intermétalliques fragiles, provoquant avec le temps, les contraintes thermomécaniques et environnementales, à des levées prématurées des fils. Cela dit, certaines associations comme (fil d'aluminium sur plot en nickel) et (fil d'or sur plot en argent) ne conduisent pas à la formation de composé intermétallique et ne se corrodent pas à l'interface [Mustain 05]. Ces couples ont été depuis plus de cinquante ans employés avec succès dans les productions de masse.

1.3.4.3. Défaillances des brasures

Suivant les technologies d'assemblage, un ou plusieurs joints de brasures peuvent être réalisés pour la connexion des puces sur leurs substrats, des substrats sur les semelles, des électrodes des puces sur les métallisations, ou encore des connecteurs aux métallisations. L'endommagement des joints de brasures constitue l'un des principaux modes de défaillance des modules de puissance. Suivant leurs fonctions, la dégradation des joints de brasures conduit à des ouvertures de circuits électriques et/ou thermiques. Leurs endommagements se traduisent par des dysfonctionnements des modules soit directement par des pertes de fonctions électriques, soit indirectement par des destructions de composants au travers d'échauffements excessifs. Du point de vue mécanique, la ruine des joints de

brasures, conduit à la défaillance des modules de puissance par délaminage. Les principaux modes de défaillance connus sont présentés ci-après.

1.3.4.3.1 Lacunes dans les joints de brasure

Il arrive que les joints de brasures comportent des vides ou des porosités après leur solidification durant les phases d'assemblage. Ces lacunes (Figure 1-43-a) ont un effet direct sur la température de fonctionnement des modules. En s'opposant à l'écoulement du flux thermique, elles augmentent la résistance thermique de l'assemblage. Il se produit alors des échauffements excessifs ou la formation de points chauds dans les puces [Yerman 83], conduisant ainsi à leur destruction.

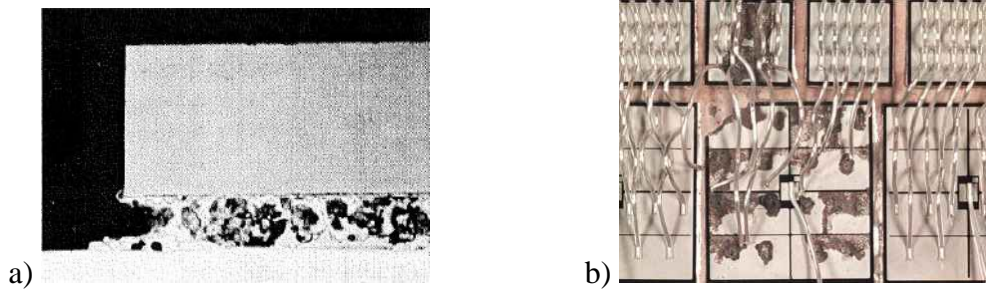


Figure 1-43 : brasure de report de puce sur substrat comportant des lacunes (a) [Ciappa 01], et endommagement de puces dû aux défaillances des brasures (b) [BAE].

En ce qui concerne le comportement mécanique du module, une brasure de mauvaise qualité peut entraîner une accélération de la dégradation des métallisations de puces avec par exemple la levée des fils de câblages. La Figure 1-43-b illustre ce phénomène à l'intérieur d'un module dont la puce au centre de l'image était mal brasée.

Le choix adéquat des solutions de brasage en fonction des procédés, et l'optimisation des profils de brasage sont des paramètres cruciaux sur la qualité des joints de brasures. L'utilisation de préformes de brasure pour le report des puces sur les substrats plutôt que des crèmes à braser, permet de réduire le niveau de lacunes.

1.3.4.3.2 L'endommagement par fatigue thermique

La fatigue thermomécanique est par définition la dégradation graduelle et fissuration du matériau par chauffage et refroidissement alternés, durant lesquels la dilatation libre est partiellement ou totalement entravée. Elle comprend deux sous domaines bien distincts : la fatigue thermomécanique et la fatigue sous contraintes d'origine thermique. Dans la fatigue thermomécanique, les entraves à la dilatation libre sont externes et des phénomènes de fluage sont présents, tandis qu'elles sont internes dans la fatigue sous contraintes d'origine thermique [Spera 76]. Au sein des assemblages, la variation cyclique du champ de température combinée aux différences de coefficients de dilatation thermique des matériaux brasés, induit des contraintes mécaniques cycliques au niveau des brasures. La fatigue des brasures correspond donc à de la fatigue thermomécanique, avec un endommagement survenant à un nombre de cycles relativement bas. Elle se classe dans le domaine de la fatigue oligocyclique (nombres de cycles à rupture inférieurs à 5×10^4).

Du point de vue métallurgique, les brasures sont constituées d'une ou plusieurs phases en présence, suivant la composition chimique de l'alliage employé. Aux interfaces avec les surfaces brasées, se forment de fines couches de solutions solides ou de phases intermétalliques provenant de l'interdiffusion entre les métallisations et la brasure. Ces composés sont nécessaires à l'établissement de la jonction chimique entre les deux matériaux en présence. À titre d'illustration, les structures de joints de différentes brasures à base d'étain ($\text{Sn}_{96,5}\text{Ag}_{3,5}$ et $\text{Sn}_{96,5}\text{Ag}_3\text{Cu}_{0,5}$) sur des finitions en phosphure de nickel (Ni-P) et en cuivre sont présentées à la Figure 1-44.

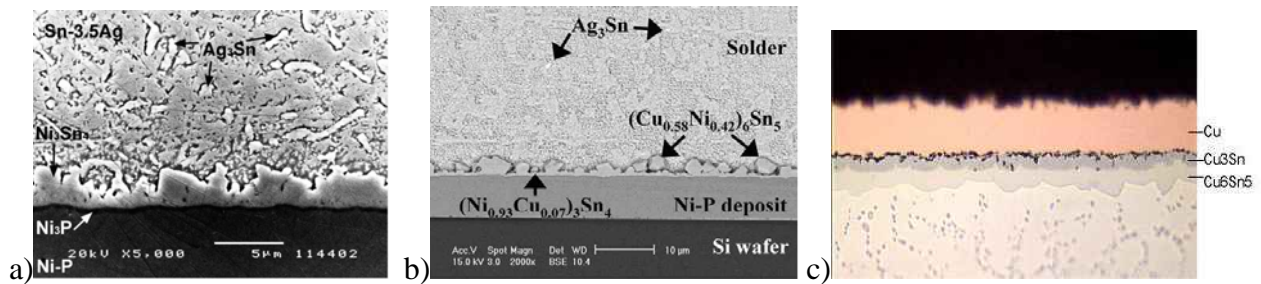


Figure 1-44 : Structure d'un joint de brasure $\text{Sn}_{96.5}\text{Ag}_{3.5}$ (a), $\text{Sn}_{96.5}\text{Ag}_3\text{Cu}_{0.5}$ (b) sur une métallisation Ni-P, et d'une brasure à base d'étain sur une métallisation en cuivre (c).

Pour de meilleures durées de vie, la microstructure du joint de brasure doit être fine et régulière avec des grains homogènes en taille. Cela permet d'améliorer ses propriétés mécaniques et d'augmenter sa stabilité mécanique avec la minimisation de son énergie interne. Deux mécanismes d'endommagement sont généralement observés : la dégradation de la structure du joint, et la fissuration dans les couches intermétalliques. Ces mécanismes sont principalement activés par les amplitudes de contraintes mécaniques cycliques, la température (phénomène de diffusion), et les densités de courant électrique (phénomène d'électromigration). Ils sont décrits ci-après.

1.3.4.3.3 Dégradation de la structure du joints

Dans ce cas de figure, la dégradation du joint de brasure est causée par l'évolution de sa structure métallurgique avec le temps et les sollicitations thermomécaniques. Cette structure initialement fine et régulière subit avec la diffusion intergranulaire, une augmentation de la taille des grains en présence par coalescence. Ce processus de croissance est activé par la température et l'énergie de déformation dissipée dans le joint durant le cyclage. Il s'accompagne de l'accumulation dans les joints de grains de différents oxydes et impuretés présents dans la brasure, jusqu'à leur fragilisation. À environ 25% d'avancement de ce processus de dégradation, apparaissent aux intersections des joints de grains des lacunes dues au phénomène de diffusion (effet Kirkendall) et à d'éventuels phénomènes d'électromigration générés par de fortes intensités de courant électrique [Miyazaki 06]. Ces lacunes sont les zones de départ de microfissures qui se propagent avec un faible apport d'énergie le long des joints de grains jusqu'à endommagement du joint de brasure [Laurila 07]. Ce mécanisme est schématisé à la Figure 1-45, suivie de la vue en coupe d'un joint de brasure SnAgCu endommagé par fatigue thermomécanique à la Figure 1-46.

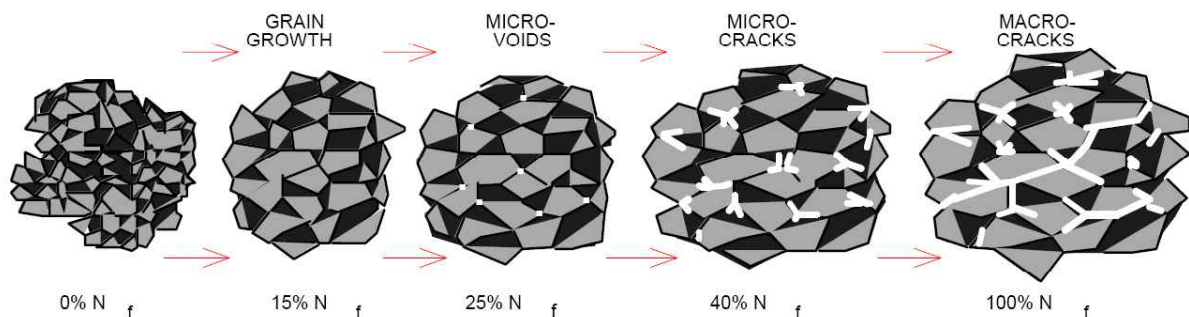


Figure 1-45 : Description du mécanisme d'endommagement par fatigue de la structure d'un joint de brasure [Engelmaier 97].

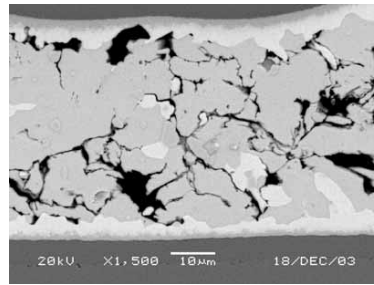


Figure 1-46 : Aspect microstructural d'une brasure SnAgCu suite à de la fatigue thermomécanique.

1.3.4.3.4 Fissuration dans les couches intermétalliques.

Les brasures employées en électronique de puissance conduisent majoritairement à la formation de couches intermétalliques, généralement dures et fragiles. Issues de la dissolution des métallisations dans la brasure en fusion, les épaisseurs de ces couches augmentent dans le temps avec le phénomène de diffusion. À fortes épaisseurs, elles peuvent conduire à l'affaiblissement des propriétés mécaniques du joint avec l'augmentation du risque d'initiation et de propagation rapide de fissure. C'est par exemple le cas des brasures à base d'étain (Sn-Pb ou Sn-Ag-X) connues pour former au contact du cuivre (Figure 1-44-c), des couches intermétalliques constituées de phases riches en cuivre (Cu_3Sn et Cu_6Sn_5) réputées très fragiles [Kim 96].

L'utilisation de finitions en or ou en nickel permet de réduire significativement leur formation en agissant comme des barrières à la dissolution et la diffusion du cuivre. Ces finitions forment avec les brasures des intermétalliques de meilleures propriétés mais n'éliminent pas le risque de fissuration comme on peut le constater à la Figure 1-47 avec une fissure à l'interface d'une brasure Sn-Pb sur une métallisation en cuivre avec finition nickel.

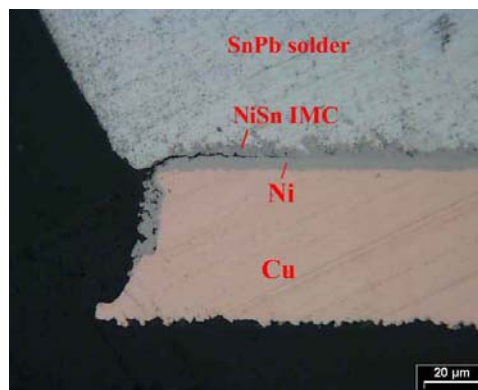


Figure 1-47 : Microsection d'une brasure SnPb fissurée dans la couche intermétallique [Tegehall 90].

Comme le cœur des brasures, les couches intermétalliques sont aussi sensibles à l'électromigration. Les lacunes qui en résultent contribuent à fragiliser davantage les joints de brasure, mais aussi à accroître leurs résistances thermiques et électriques [Miyazaki 06]. Il est recommandé de réduire leurs épaisseurs durant le brasage, en minimisant le temps d'exposition du joint à la température de formation des possibles composés intermétalliques. La nature des éventuels composés intermétalliques et leurs températures de fusion peuvent être obtenues dans des diagrammes de phases. Par ailleurs, l'augmentation des vitesses de refroidissement permet d'affiner leurs microstructures et ainsi, d'améliorer les propriétés mécaniques des joints brasés.

Il est possible que les mécanismes de dégradations et de fissuration à l'interface surviennent de manière concomitante. Dans la plupart des assemblages, c'est à l'interface entre le substrat métallisé et la semelle que les brasures sont le plus exposées à la fatigue thermomécanique en raison des fortes amplitudes de déformations liées aux dimensions relativement importantes des joints. Ceci étant, le risque de défaillance au niveau de la brasure puce/substrat et connectiques ne

peuvent être ignorés car plus sollicités thermiquement lors de cyclages actifs [Mermet 06]. La Figure 1-48 présente des fissures macroscopiques apparues dans des brasures de semelle et d'insert cylindrique suite à de l'endommagement par fatigue thermomécanique.

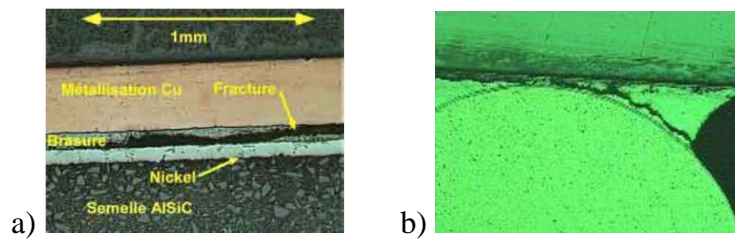


Figure 1-48 : Défaillances de brasures substrat/semelle (a) et d'insert cylindrique (b) suite à de la fatigue thermomécanique.

1.3.4.4. Défaillances des substrats métallisés

Comme on peut le constater dans la plupart des technologies d'assemblage des modules de puissance présentées au point 1.3.3, les substrats métallisés sont systématiquement employés comme support mécanique, thermique et électrique des composants. Ils servent d'isolants électriques et participent à la cohésion mécanique du module. Considérés comme une brique technologique à part entière, ils ont fait l'objet de nombreuses optimisations pour l'amélioration de leurs performances, mais restent l'une des sources principales de défaillance des modules de puissance. Au nombre des défaillances généralement observées au niveau des substrats métallisés, les ruptures mécaniques et les détériorations par décharges partielles des céramiques utilisées comme isolants sont prépondérantes.

1.3.4.4.1 Rupture des substrats céramiques

La rupture des céramiques à l'intérieur des modules de puissance peut conduire à l'augmentation de leurs résistances thermiques, ou à leurs décohésions mécaniques. Du point de vue électrique, elle peut entraîner la dégradation de la tenue diélectrique des modules de puissance et conduire à des défauts de connexion ou des contacts accidentels avec tous les risques d'explosion que cela comporte. La Figure 1-49 présente quelques modes de rupture de substrats céramiques métallisés.

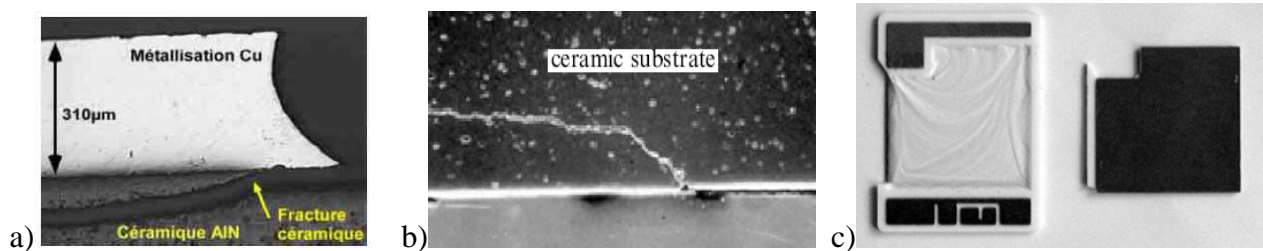


Figure 1-49 : Rupture de différents substrats céramiques. [Dupont 06, Ning 03].

Les mécanismes à l'origine de la rupture des substrats céramiques sont similaires à ceux des puces en silicium (voir point 1.3.4.1.7). Leurs ruptures surviennent de manières brutales sans déformation permanente par propagation des défauts microscopiques créés dans le matériau lors de sa mise œuvre, au travers des concentrations de contraintes mécaniques qu'ils entraînent. Les contraintes à l'origine de l'initiation et de la propagation des fissures proviennent des dilatations différentielles dans les assemblages, avec en particulier celles des métallisations par rapport aux substrats. Des essais de cyclages thermiques réalisés sur des modules de puissance comportant des substrats avec métallisations en cuivre et en aluminium, ont montré que ces contraintes sont liées aux propriétés mécaniques, à la géométrie et aux dimensions des métallisations utilisées [Dupont 06, Lhommeau 07] (Figure 1-49). Ces expérimentations ont montré que les métallisations subissaient

de fortes déformations plastiques au cours des cyclages thermiques. Ce qui entraîne avec les phénomènes d'écrouissage, l'augmentation progressive du niveau maximal des contraintes dans la céramique, jusqu'à initiation puis propagation de fissure [Lamon 83].

1.3.4.4.2 Dégradation par décharges partielles

Le phénomène de décharges partielles apparaît dans tous matériaux isolants, soumis à un champ électrique et contenant des inclusions gazeuses. Il a été très étudié dans le domaine des matériaux diélectriques comme les films isolants (polypropylène) utilisés dans les condensateurs plastiques, les gaines d'isolation des câbles de transport de l'énergie électrique, etc. Les gaz ayant des permittivités et des rigidités diélectriques inférieures à celles des matériaux solides isolants, l'application d'une différence de potentiel électrique peut provoquer des micro-décharges très localisées au voisinage des inclusions gazeuses. Avec le temps, ces décharges répétitives conduisent à la carbonisation du matériau, la génération de gaz corrosifs comme l'ozone, des dégagements locaux de chaleur, ou encore l'émission de rayonnement à haute énergie (Ultraviolets, rayons X). Ces éléments participent à des dégradations localisées du matériau diélectrique (dégradation chimique et thermique, érosion...) et donc à l'agrandissement de ces inclusions gazeuses conduisant à long terme, à la perforation de l'isolant. Ces perforations débouchent sur la création de canaux conducteurs à travers l'isolant par claquage.

Ce phénomène se développe dans les substrats isolants utilisés dans les modules de puissance, pour des tensions supérieures au millier de Volts [Breit 02]. Comme solution, certains fabricants ont amélioré les tenues diélectriques de leurs modules en utilisant comme isolants des matériaux de meilleures tenues tels que l' AlN chez Eupec, ou le Si_3N_4 chez Kyocera, en remplacement de l' Al_2O_3 [Schütze 98]. Outre la qualité des isolants utilisés, la tenue des substrats métallisés aux décharges partielles dépend du dessin de la métallisation et de son report sur l'isolant. Comme l'ont montré les analyses de défaillances réalisées sur les modules de puissance, les dégradations par décharges partielles sont localisées à la périphérie des métallisations. L'utilisation de métallisations avec des formes comportant le moins d'angles vifs possibles permet de minimiser les pics de champ électrique [Ebke 99], et donc de réduire l'exposition des substrats isolants à ce phénomène.

À côté de ces deux modes de défaillance, il a été observé des déformations très prononcées de métallisations en aluminium après cyclages thermiques [Lhommeau 07]. Ceci étant, ces déformations n'entraînent pas de défaillances car malgré ses déformations, le matériau conserve son intégrité mécanique. Il est aussi à noter que les interfaces substrat/métallisation peuvent subir des vieillissements conduisant à du délaminage, c'était par exemple le cas pour les substrats en Al_2O_3 avec métallisation en aluminium. Ce type de défaillance est très peu observé dans les modules actuels en raison d'une part de la qualité des technologies d'accrochage ou de brasage utilisées, et d'autre part de la prépondérance de la rupture des céramiques.

1.3.4.5. Dégradation des gels encapsulants

L'utilisation de gels à l'intérieur des modules de puissance vise à protéger leurs composants des agents agressifs de l'environnement extérieur tels que l'humidité et les contaminants chimiques et d'améliorer leurs tenues diélectriques. Ces gels en polymère dont les propriétés utiles peuvent s'altérer avec principalement les décharges partielles et la prise d'humidité.

1.3.4.5.1 Dégradation par décharges partielles

Comme les substrats, les gels polymères sont exposés au phénomène de décharges partielles [Hong 98]. La tenue diélectrique des gels est intrinsèquement liée à leurs processus de mise en œuvre, avec comme facteurs déterminants le temps de polymérisation et la température. Un dégazage insuffisant avant polymérisation et une mauvaise adhérence du gel sur les surfaces internes du module sont autant d'éléments propices au phénomène de décharges partielles. Les poches de gaz alors emprisonnées dans le gel ou même aux interfaces peuvent entraîner la destruction du module par

claquage diélectrique [Ebke 99, Mitic 02, Berth 98]. Il faut par ailleurs noter que les gaz aux interfaces peuvent provenir des phénomènes de corrosion internes au module, comme mentionné au point 1.3.4.2.2.

1.3.4.5.2 Vieillessement par diffusion d'humidité

La diffusion d'humidité dans le gel est due au fait que les boîtiers externes sont très peu étanches. Avec le pompage répétitif dû aux dilatations cycliques des modules lors de leurs utilisations, l'humidité de l'air est absorbée puis condensée au contact du gel. Sous les effets combinés de la température et du temps, cette humidité diffuse dans le gel, précipitant ainsi son vieillissement avec la dégradation progressive de ses performances diélectriques.

Certains gels comme les gels silicones présentent de bonnes propriétés en vieillissement sous l'effet de l'humidité et de la température [Wong 89]. De plus, leurs propriétés diélectriques sont très peu sensibles au vieillissement accéléré.

1.4. Proposition de structures de modules pour applications aéronautique

1.4.1. Choix de technologies de modules IGBT

Les points précédents nous ont permis d'aborder les contraintes et recommandations liées à l'utilisation des modules IGBT en environnement aéronautique. Les différentes technologies d'assemblages utilisables ainsi que leurs spécificités en termes d'avantages et d'inconvénients ont été présentées, suivies de l'analyse de leurs modes de défaillances. Ces éléments d'information nous permettront dans cette partie, de sélectionner des technologies suivant leurs aptitudes à satisfaire les spécifications propres à l'environnement aéronautique.

1.4.1.1. Critères de choix des technologies d'assemblage

Le choix des structures d'assemblage pour une application donnée peut être fait sur la base des spécificités des technologies possibles, avec la prise en compte de critères propres à l'application envisagée. Dans le cas présent, trois applications, avec des régimes de fonctionnement très différents sont prévues. La gamme de puissance va de 2 à 60 kVA, sous 230 VAC / 540 VDC avec des pics de 900 V, pour des fonctionnements en continu ou impulsions, avec ou sans système de refroidissement, et le tout, dans un environnement aéronautique sévère. La synthèse des recommandations spécifiques à l'environnement aéronautique présentée au point 1.2, en conjonction avec l'analyse des cahiers de charges des différentes applications a permis de définir les principaux critères de choix (Tableau 1-2).

Critère de choix d'assemblages
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Capacité d'amélioration du niveau d'intégration, ▪ Capacité à améliorer le refroidissement des puces (nombre d'interfaces), ▪ Fiabilité (modes de défaillance et criticités), ▪ Capacité à réduire les émissions électromagnétiques (CEM), ▪ Facilité de mise en œuvre (automatisation), ▪ Coût.

Tableau 1-2 : Critères de choix des technologies d'assemblage.

1.4.1.2. Propositions d'assemblages de modules IGBT

Le Tableau 1-3 ci-dessous résume l'ensemble des technologies utilisables, avec leurs avantages et inconvénients vis-à-vis des critères du Tableau 1-2.

Technologies d'assemblage et de Connexion	Avantages	Inconvénients
Fils de câblages	<ul style="list-style-type: none"> ▪ procédé mature ▪ flexibilité et adaptabilité aux différents types de puces ▪ a fait l'objet de nombreuses études en terme de Fiabilité ▪ faible rapport coût/nombre de connexion 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ procédé lent (séquentiel) ▪ problèmes de Fiabilité ▪ importantes inductances parasites ▪ chutes de tension élevées pour les composants basse tension ▪ refroidissement simple face
Contacts pressés	<ul style="list-style-type: none"> ▪ bonne fiabilité due à l'absence d'organes sollicités en fatigue ▪ faible risque d'explosion ▪ bonne évacuation thermique 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ systèmes spéciaux de refroidissement ▪ systèmes spéciaux d'isolation ▪ nécessité d'encapsulation hermétique ▪ systèmes mécaniques de mise en pression délicats ▪ poids et encombrement ▪ coût élevé du packaging
Couches conductrices et isolantes	<ul style="list-style-type: none"> ▪ bonnes performances électriques par rapport aux modules avec fils de câblage ▪ bonnes performances thermiques ▪ possibilité d'intégration multicouche 3D ▪ compatible avec les procédés hybrides avec films épais 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ fortes capacités parasites ▪ procédé complexe ▪ absence de dissipateur de contraintes entre le silicium et la métallisation ▪ nécessité d'une bonne cohésion de la structure ▪ coût élevé
Connexions par brasages ponctuels	<ul style="list-style-type: none"> ▪ bonne densité d'intégration ▪ bonnes performances électriques par rapport aux modules avec fils de câblage ▪ bonnes performances thermiques ▪ possibilité d'intégration multicouche 3D ▪ coût moindre par rapport aux dépôts métallisés 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ procédé délicat ▪ Fiabilité au cyclage thermique limitée (fatigue des brasures) ▪ coût élevé pour les packagings de faibles volumes
Connexions par brasages directs	<ul style="list-style-type: none"> ▪ bonne densité d'intégration ▪ bonnes performances électriques par rapport aux modules avec fils de câblage ▪ excellentes performances thermiques ▪ possibilité d'intégration multicouche 3D ▪ coût moindre par rapport aux dépôts métallisés 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ procédé délicat ▪ Fiabilité au cyclage thermique limitée (fatigue des brasures) ▪ problématique de la tenue diélectrique

Tableau 1-3 : Technologies utilisables, avec leurs avantages et inconvénients.

Parmi les technologies d'assemblages possibles, les structures sandwichs avec connexions par brasages directs et par brasages ponctuels apparaissent comme les plus adaptées pour des applications aéronautiques. En effet, elles présentent toutes les deux de bonnes performances thermiques avec la possibilité de refroidissement double face, d'excellentes performances électriques en permettant de passer le plus d'intensité de courant électrique avec de faibles inductances parasites. Elles présentent de bonnes densités d'intégration, et restent relativement simples à mettre en œuvre par rapport aux solutions avec connexions par couches conductrices et isolantes, elles permettent de s'affranchir des nombreux points négatifs des assemblages par fils de câblage. Par rapport à la technologie avec contacts pressés, ces deux structures offrent l'avantage

considérable de meilleures densités d'intégration, avec des performances thermiques comparables, en éliminant les questions liées à la mise en pression et à la stabilité mécanique des contacts électriques avec les dilatations thermiques.

Pour ce qui est de la solution de connexions par brasages ponctuels, le choix s'est porté sur la solution par brasages d'inserts proposée par PEARL, pour la raison qu'elle permet de plus fortes densités de courant, avec des tenues mécaniques nettement supérieures par rapport aux autres approches. En plus de ces facteurs, elle a fait l'objet d'un nombre relativement important d'études et de communications [Mermet 06, Mermet 07, Solomalala 07]. La Figure 1-50 présente les deux solutions de connexions retenues, avec des puces IGBT de type Infineon et ABB. Elles viennent illustrer la faisabilité technique des assemblages basés sur ces modes de connexion.

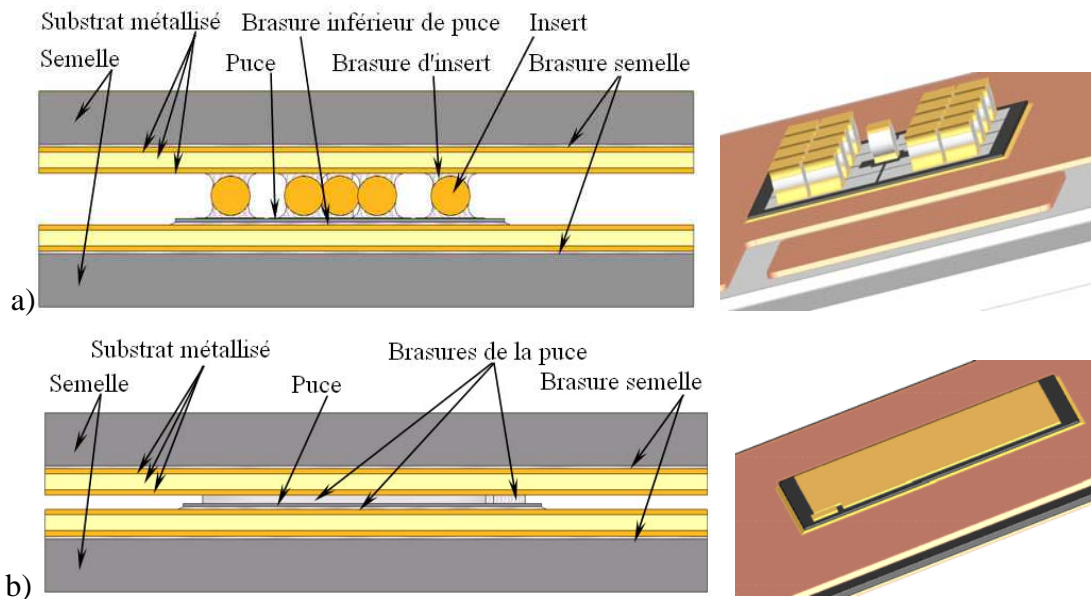


Figure 1-50 : Assemblage avec connexion par brasage d'inserts (a) et par brasages directs (b).

Dans les deux assemblages, les faces collecteur des IGBT ou faces cathode des diodes sont brasées directement sur les métallisations du substrat inférieur. Les connexions des émetteurs et grilles des IGBT, ou des anodes des diodes aux métallisations du substrat supérieur sont réalisées dans le premier type d'assemblage, par brasages d'inserts sphériques ou cylindriques de un à deux millimètres de diamètre. Dans le deuxième type d'assemblage, ces connexions sont réalisées par brasages directs. Les substrats métallisés pourront éventuellement être brasés sur des semelles.

1.4.1.3. Possibilités de refroidissement

La puissance thermique dissipée par une puce silicium de 1 cm^2 peut aller jusqu'à 300 W/cm^2 . L'échauffement résultant peut ainsi nécessiter suivant les applications, l'utilisation de systèmes de refroidissement permettant de maintenir les composants à leurs températures normales de fonctionnement. Cela permet de prolonger la durée de vie des composants et aussi des assemblages en limitant les amplitudes de températures cycliques.

Dans le domaine des fortes puissances, il existe différents systèmes de refroidissement avec des niveaux de performances variables. Les plus simples à mettre en œuvre sont les dissipateurs avec convection naturelle sur ailettes rapportées. Ils présentent cependant des performances relativement faibles et sont aujourd'hui réservées à des applications avec de faibles pertes thermiques. L'utilisation de fluide en circulation forcée permet de plus grandes efficacités. Dans ce registre, plusieurs approches sont utilisables. La plus classique consiste à utiliser une plaque froide comme support de fixation des modules à refroidir, et dans laquelle est mis en circulation le fluide caloporteur (Figure 1-51). Le contact thermique entre les semelles des modules et la plaque est généralement amélioré avec l'utilisation de graisses thermiques.

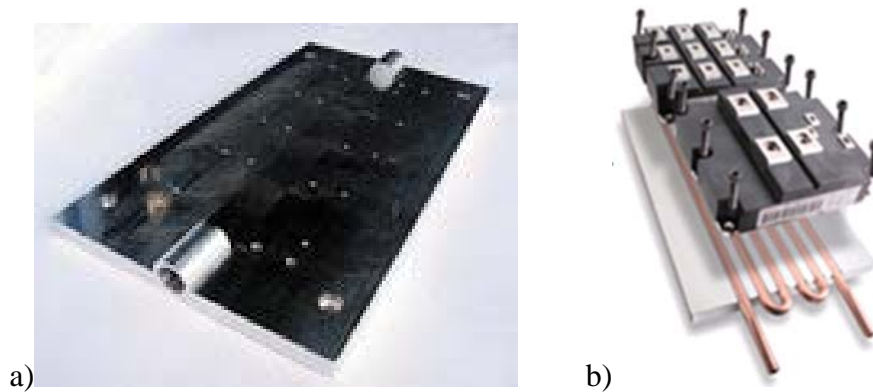


Figure 1-51 : Vues de plaques froides pour modules d'interrupteurs de puissance.

Pour aller plus loin en matière d'efficacité, il est possible de monter les modules directement sur une boîte à eau. Des ailettes sont rapportées sur les faces de contact des modules permettant d'augmenter la surface d'échange. Le fluide de refroidissement est directement en contact avec les faces externes du module, ce qui permet de réduire la résistance thermique par la suppression de la résistance de contact lié à l'utilisation de plaques froides. Certains fabricants comme CPS [CPS, Occhionero 99] proposent des semelles avec ailettes rapportées, destinées à ce type d'emploi (Figure 1-52-a). Ce type d'approche peut entraîner suivant les solutions de fixations utilisées des risques de fuites pour défaut d'étanchéité. C'est par exemple le cas lors de fixation par vis avec joint torique ou par collage [Gros 06]. La Figure 1-52-b présente le module de puissance du PEARL avec des ailettes brasées directement sur la métallisation du substrat inférieur [Solomalala 07].

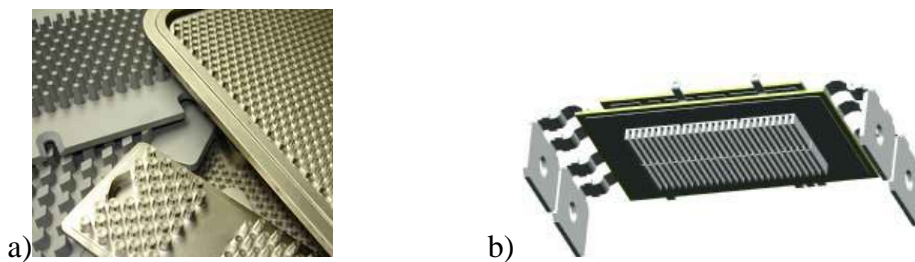


Figure 1-52 : Vue de semelles CPS avec ailettes rapportées (a) et du module du PEARL avec ailettes rapportées (b) [Solomalala 07].

Dans une approche intermédiaire entre les deux approches précédentes, nous avons l'emploi d'échangeurs à microcanaux. Utilisés en premier lieu pour le refroidissement des composants de microélectronique comme les microprocesseurs, ils ont été adaptés aux modules de puissance en réalisant les microcanaux soit directement dans les semelles ou dans la plaque froide juste en dessous des composants. Ils offrent de bonnes performances, une grande souplesse d'utilisation pour un encombrement minimal. Leur utilisation pour les composants de puissance a fait l'objet de nombreuses études [Gillot 00, Raël 96]. La Figure 1-53 présente un module industriel doté de microcanaux dans la semelle [EUPEC] (a), et la vue d'un module de puissance à IGBT (b) avec refroidissement double faces, réalisé dans le cadre de la thèse de Charlotte Gillot en collaboration avec le LETI/CEA pour le compte d'ALSTOM [Gillot 00].

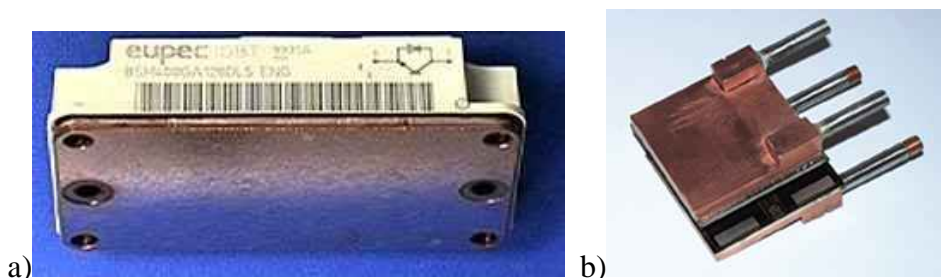


Figure 1-53 : Vue de modules IGBT refroidi par microcanaux dans la semelle.

Ces solutions ont pour inconvénient de nécessiter des dispositifs d'entraînement du fluide (boucle de refroidissement), ce qui peut limiter leur emploi dans des applications aéronautiques en raison de leurs poids, leurs encombrements, et des risques supplémentaires de défaillance de ces dispositifs sans compter leur consommation d'énergie. Ceci dit, il est possible de les mettre en œuvre en exploitant des réseaux de fluides déjà existants comme celui des carburants par exemple. Par ailleurs, des systèmes de boucle de refroidissement avec pompage électrique (statique) peuvent être employés en remplacement des pompes mécaniques [Berrouche 08]. Ceci dit, cette technologie est encore naissante, elle nécessite de nombreux travaux de recherche afin d'être réellement efficace.

Une alternative aux solutions avec convection forcée, se trouve être dans les systèmes de refroidissement diphasique par pompage capillaire [Lossouarn 08]. Les plus connus sont les caloducs. Ils permettent de capter la chaleur sur une petite surface pour l'évacuer vers une zone avec ailettes sans action mécanique externe [Gillot 00]. La Figure 1-54 présente les principes de fonctionnement de caloducs de types transporteur et répartiteur de chaleur.

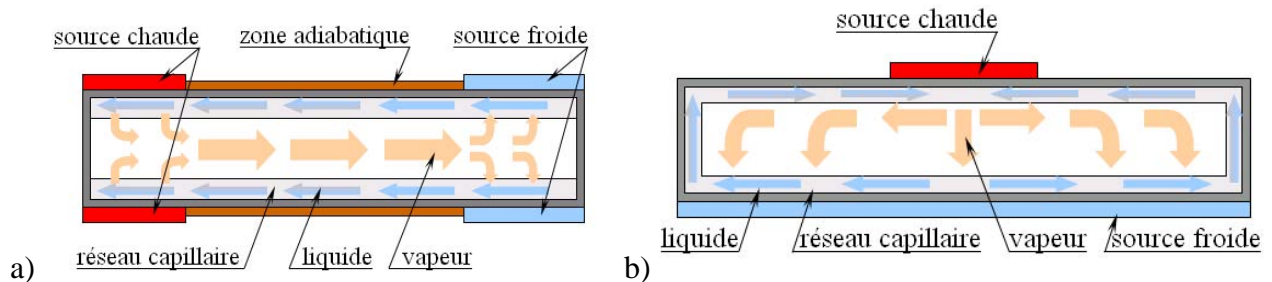


Figure 1-54 : Schémas de principe de caloducs, avec transport de chaleur (a) et répartition de chaleur (b).

Comme autre alternative aux solutions avec convection forcée, nous avons les solutions de refroidisseurs thermoélectriques à effet Peltier. Ils sont généralement conçus à partir d'au moins deux semi-conducteurs (généralement en tellure de bismuth), reliés l'un à l'autre électriquement en série, et, thermiquement, en parallèle. Ces éléments thermoélectriques sont montés entre deux fins substrats céramiques métallisés qui procurent une intégrité structurelle, isolent électriquement les éléments des surfaces de montages extérieures et offrent des surfaces de contact planes (Figure 1-55).

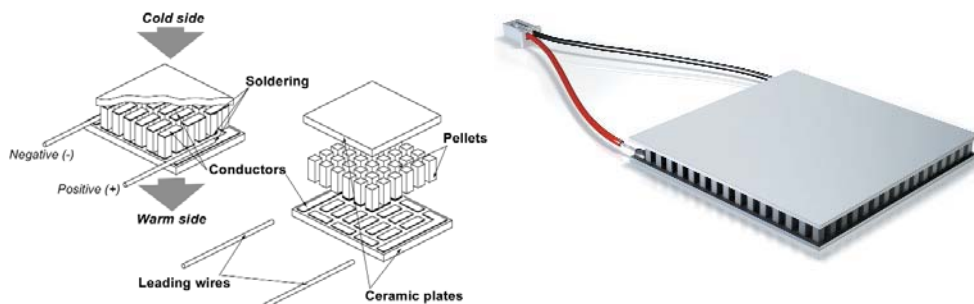


Figure 1-55 : Constitution (a) et vue (b) d'un module Peltier [RTM, FERROTEC].

Par la circulation d'un courant continu basse tension dans le module, la chaleur est transférée d'une face vers l'autre et ce, avec réversibilité en changeant de polarité. Ils sont employés pour le refroidissement des modules de puissance, mais leur tenue mécanique en environnement thermique sévère reste à établir.

Cette vue d'ensemble, met en lumière les nombreuses possibilités envisageables pour le refroidissement des modules de puissance. Il faut cependant noter que toutes les solutions de refroidissement présentées ci-dessus sont utilisables avec les solutions d'assemblages retenues pour applications aéronautiques. Le choix de telle ou telle approche doit être opéré en tenant compte des spécificités de chaque application, notamment le niveau de puissance à évacuer.

1.4.2. Choix des matériaux

Comme présenté lors de l'analyse des solutions d'assemblages des modules de puissance, il est nécessaire d'employer différents types de matériaux pour la réalisation des fonctions de conduction thermique et électrique, de tenue mécanique, de tenue diélectrique, etc. À ces critères, il faut ajouter les recommandations spécifiques aux applications comme la densité, la toxicité, le coût, etc. Pour les deux solutions d'assemblage retenues, les matériaux susceptibles d'être utilisés pour les différentes parties ont été recensés et comparés afin d'en retenir les plus intéressantes.

1.4.2.1. La semelle

L'utilisation de semelles dans les structures de modules de puissance vise en premier à renforcer leur tenue mécanique et faciliter leur utilisation dans les convertisseurs. Servant aussi d'interface thermique avec l'environnement extérieur, elles doivent faciliter l'évacuation de chaleur issue du fonctionnement des composants. Afin d'assurer au mieux ces fonctions, le matériau utilisé doit présenter une bonne conductivité thermique et une bonne rigidité mécanique pour permettre le maniement et la fixation du module avec le moins de déformation possible. Elle doit par ailleurs avoir un coefficient de dilatation thermique compatible avec celui des matériaux assemblés dans le module afin de minimiser les contraintes thermomécaniques dans l'assemblage et la fatigue des éventuels joints de brasures avec les variations du champ de température. Dans l'éventualité de fixation avec refroidissement via plaques, les semelles doivent permettre de bons contacts thermiques. En effet, les courbures des semelles durant leur brasage, peuvent entraîner de mauvais contacts et dégrader la résistance thermique globale de l'empilement. Pour palier aux conséquences de ce phénomène, il est recommandé d'employer des semelles de face supérieure plane et une surface de base légèrement convexe (Figure 1-56-b) [Schmitt 94].

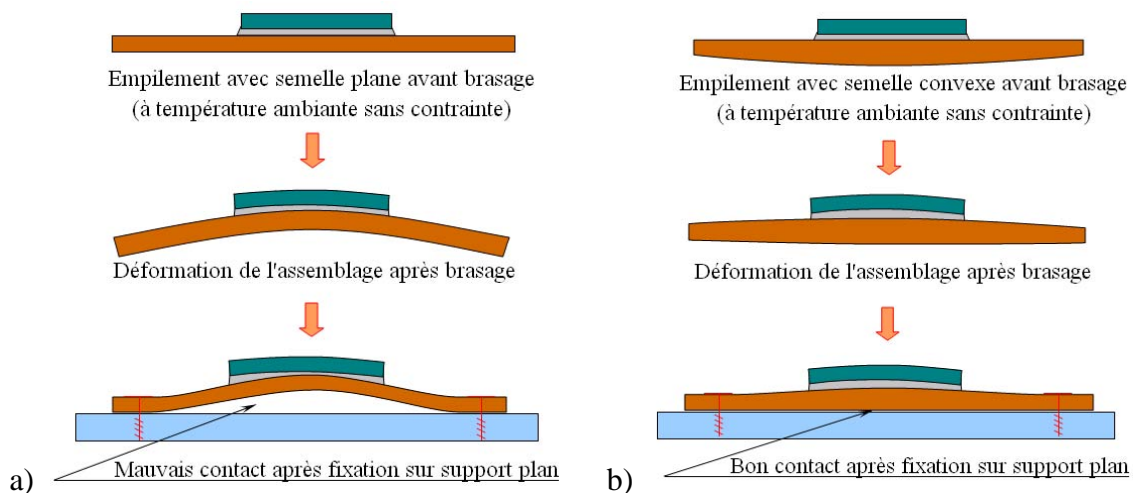


Figure 1-56 : Aspect du contact thermique entre la semelle et un support plan suivant la forme initiale de la semelle.

La forme de la courbure initiale peut être optimisée à l'aide d'outils de simulations afin d'obtenir un contact plan après montage, avec le minimum de déformation possible, au risque d'entraîner des ruptures des puces brasées en surface.

Dans les premières applications, le cuivre a été très employé, en raison de sa conductivité thermique élevée, sa facilité de mise en forme, sa brasabilité. Il présente néanmoins certains inconvénients, dont les changements non réversibles des propriétés mécaniques au-delà de 300°C et son incompatibilité avec les substrats en céramique en termes de coefficient de dilatation thermique [Schmitt 94]. Il est de plus en plus remplacé dans les modules de forte puissance, par des composites à matrices métalliques (MMC - Metal Matrix Composite) de coefficients de dilatation thermique proches de ceux du silicium et des substrats, avec des conductivités thermiques relativement bonnes. Comme composites, on utilise l'AlSiC, l'Ag-Invar (Invar = Fe-Ni), le Be-

BeO, le Cu-Mo, le Cu-W, le Cu-Al₂O₃ ou le Cu-C, avec des épaisseurs de l'ordre du millimètre. La Figure 1-57 présente des graphes de comparaison de quelques matériaux utilisables en termes de propriétés physiques.

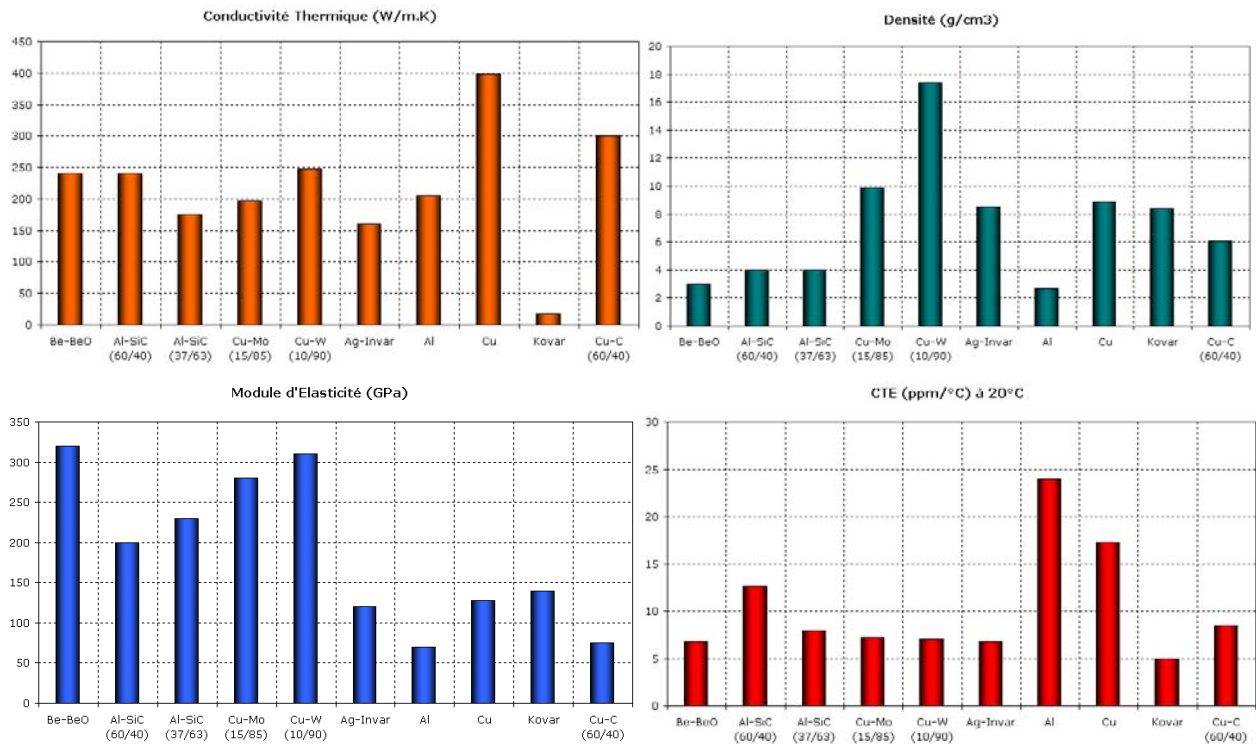


Figure 1-57 : Comparaison des propriétés de quelques matériaux pour semelle.

Parmi ces matériaux, l'AlSiC fait figure d'excellent matériau en raison de sa très bonne rigidité, de sa masse volumique relativement faible et de son coefficient de dilatation thermique compatible avec ceux de substrats diélectriques couramment employés dans les modules de forte puissance, tels que l'AlN ou l'Al₂O₃. Sachant que, la semelle représente généralement près de 20% de la résistance thermique des modules [Schmitt 94], la conductivité thermique de l'AlSiC est presque égale à la moitié de celle du cuivre conduit à de moyennes performances thermiques globales. Comme alternative aux AlSiC pour les applications dans lesquelles les performances thermiques sont cruciales, les composites Cu-C constituent d'excellents choix. Suivant leur composition, ils permettent de disposer de matériaux associant des très bonnes conductivités thermiques avec des rigidités mécaniques relativement élevées et des coefficients de dilatation thermiques proches de ceux des substrats [Silvain 06].

Ces deux matériaux pourront servir de semelles pour nos applications, suivant les performances recherchées. Ils peuvent être recouverts de fine couche de Nickel permettant d'améliorer leur brasage et servant de barrière contre la diffusion à l'origine de la croissance des couches intermétalliques dans les brasures.

1.4.2.2. Les Substrats

On entend par substrat, tout support isolant sur lequel sont imprimées par sérigraphie ou par gravure, les pistes conductrices, permettant d'assurer la connexion des composants [Schmitt 94]. D'épaisseur généralement comprise entre 300 microns et quelques millimètres suivant les tensions à tenir, les substrats servent de supports mécaniques aux circuits électriques, assurent leur isolation galvanique par rapport au radiateur et participent à l'évacuation du flux thermique.

Ils doivent avoir : [Schmitt 94]

- Une résistivité électrique (superficielle et volumique) élevée pour limiter les courants de fuite,
- Un coefficient de dilatation thermique compatible avec ceux des composants,

- Une rigidité diélectrique élevée pour supporter les tensions appliquées, (rapport de la tension de rupture ou tension ou l'isolant cesse d'être isolant, par l'épaisseur),
- Une faible permittivité ou constante diélectrique, afin de minimiser les capacités parasites,
- Une conductivité thermique élevée pour ne pas entraver l'évacuation de la chaleur
- De bonnes propriétés de liaison avec les métallisations,
- Un facteur de perte " $\tan(\delta)$ " très faible (rapport du courant qui traverse sa partie résistive par celui qui traverse sa partie capacitive),
- Une bonne tenue aux chocs thermomécaniques et aux vibrations.

Pour l'assemblage des modules de puissance, les substrats peuvent être repartis en deux catégories : les substrats à base de polymères et les substrats céramiques métallisés.

1.4.2.3. Les substrats à base de polymères

Les polymères sont très intéressants du point de vue de leur constante diélectrique (généralement inférieur à celles des céramiques) et de leur résistivité électrique. Très utilisés comme substrats en microélectronique, leur utilisation en électronique de puissance est en générale limitée aux applications faibles dissipations et à température d'utilisation relativement basse en raison de leur tenue en température. De plus, ils présentent le défaut d'avoir de faibles conductivités thermiques, avec des coefficients de dilatation thermique très peu compatibles avec les matériaux présents dans les assemblages. Ceci étant, différentes approches exploitant au mieux leurs avantages (comme l'utilisation de résines chargées de métaux) ont été envisagées pour des utilisations dans le domaine des puissances. Les principaux concepts utilisés sont présentés ci-après.

1.4.2.3.1 Les Substrats Métalliques Isolés (SMI)

Dans leur conception traditionnelle, les Substrats Métalliques Isolés (SMI) consistent en une feuille de cuivre d'une centaine de microns d'épaisseur, collée sur une plaque métallique de 1 à 3 mm d'épaisseur servant de semelle. La colle, dont l'épaisseur varie entre 50 et 100 μm , permet d'assurer l'isolation. Elle est réalisée, soit à partir d'une résine verre époxy pour les solutions les plus économiques, soit à partir d'une résine époxy chargée de céramique, ou encore d'un polyimide permettant son utilisation à des températures proches de 200°C [Woïgard 92]. La feuille est gravée pour assurer les différentes connexions. Comme illustré à la Figure 1-58, un revêtement anodique d'oxyde d'aluminium d'environ 20 μm d'épaisseur recouvre parfois la face supérieure ou les deux faces de la plaque d'aluminium, dans le but d'améliorer la tenue diélectrique du substrat [Schmitt 94, Leclercq 94].

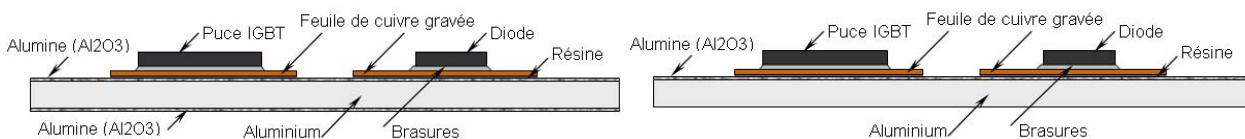


Figure 1-58 : Illustration de puces brasées sur Substrats Métalliques Isolés (SMI).

Ils offrent une solution aux problèmes de dissipation thermique en permettant une conception simple et économique des circuits imprimés. Ils constituent une alternative aux solutions avec substrats céramiques métallisés brasés sur dissipateurs thermiques [Schmitt 94, CCI]. Cette approche est comparable aux technologies avec substrats céramiques en terme d'encombrement, de conductivité thermique et électrique. Ceci étant, l'importante différence de coefficient de dilatation thermique entre les composants et leur support, peut limiter leur emploi dans des applications à fortes amplitudes de température. Par ailleurs, la température de transition vitreuse (T_g) relativement basse des résines époxy entraîne une forte dégradation des propriétés du matériau au-delà de 160°C [McCluskey 98]. Bien que les solutions polyimides permettent une utilisation à des températures de l'ordre de 200°C, avec une T_g de 260°C, leurs propriétés thermiques, mécaniques et électriques empêchent leur utilisation en environnements sévères, notamment pour des contraintes thermiques de très forte amplitude.

1.4.2.3.2 Les "Insert Molded Leadframe" (IML)

Dans cette approche, le support des composants est constitué de pistes de métallisation relativement épaisses, noyées dans un corps en polymère servant d'isolant, et assurant la tenue mécanique de l'ensemble. Les faces arrière des composants sont directement brasées sur la métallisation, l'ensemble est reporté sur le refroidisseur avec une colle de bonne conductivité thermique et isolante électrique. La Figure 1-59 présente la coupe d'un assemblage de module avec IML [Rizzi 08].

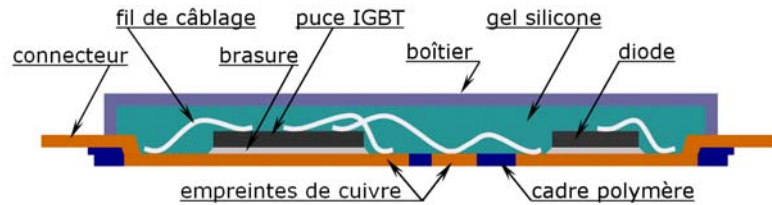


Figure 1-59 : Illustration d'assemblage par Insert Molded Leadframe.

Ce type de support présente de meilleures résistances thermiques par rapport aux substrats métallisés, mais peut poser des problèmes de durée de vie des brasures en raison des importantes dilatations différentielles entre la métallisation et la puce. De plus, le collage des modules sur le plan de masse peut limiter l'emploi de cette approche dans des applications à sollicitations thermiques sévères, en raison des faibles tenues thermiques et de l'instabilité des propriétés physiques à haute température des résines utilisées [McCluskey 98].

1.4.2.3.3 Les substrats céramiques métallisés

Les substrats à base de céramique sont de loin les plus employés dans les modules de puissances, en raison de leurs bonnes propriétés diélectriques, et leurs tenues en température particulièrement adaptées aux fortes températures liées aux processus d'assemblage.

L'alumine (Al_2O_3) fut le premier matériau à connaître une forte utilisation en raison de sa disponibilité, sa résistance aux contraintes thermiques, mécanique et corrosives, et surtout de sa facilité de métallisation avec le cuivre. Sa conductivité thermique relativement faible ($20 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$) a conduit à s'orienter pour les applications à fortes dissipations thermiques vers l'oxyde de béryllium (BeO). Ce dernier présente une conductivité thermique environ 15 fois supérieures à celle de l' Al_2O_3 pour une résistivité électrique comparable, et un coefficient de dilatation thermique plus faible. Il présente cependant l'inconvénient d'un coût très élevé et surtout d'une grande toxicité à l'usinage. Il n'est pratiquement plus utilisé dans les modules de puissance, remplacé par le nitrure d'aluminium (AlN), d'apparition beaucoup plus récente. Avec un coût comparable à celui de l' Al_2O_3 , l' AlN est nettement moins onéreux que l'oxyde de béryllium et n'en présente pas les inconvénients de toxicité. Son coefficient de dilatation thermique est inférieur à celui du BeO , sa conductivité thermique est d'environ 10 fois celle de l' Al_2O_3 , et il présente une très bonne rigidité diélectrique ($10 \text{ kV}\cdot\text{mm}^{-1}$) [Schmitt 94]. Ceci étant, il présente une résistance mécanique et aux chocs thermiques relativement faible. Sa rupture constitue l'un des principaux modes de défaillance des modules actuels. Pour les applications à fortes amplitudes de cyclages thermiques, de nombreux fournisseurs (Denka, Kyocera, etc.) proposent aujourd'hui des substrats en nitrure de silicium (Si_3N_4). C'est un matériau extrêmement dur, initialement utilisé comme céramique dans les applications dans lesquelles la résistance à l'abrasion et à l'usure physique est une considération majeure. Un peu moins bon en termes de conductivité thermique avec des valeurs proches du tiers de celles de l' AlN , son intérêt majeur pour l'électronique de puissance reste son excellente tenue mécanique et son coefficient de dilatation thermique très proche de celui du silicium. On distingue deux types de nitrures de silicium selon leur procédé d'obtention, les nitrures liés par réaction (nituration de poudre de silicium comprimée), et les nitrures de silicium pressés à chaud. Ce sont

ces derniers qui sont employés dans la réalisation de substrats utilisés dans les modules de puissance.

Le Tableau 1-4 rassemble quelques données physiques des principaux substrats céramiques utilisés.

Matériaux	Conductivité thermique (W/m·K)	Capacité calorifique (J/g·K)	CTE ($10^{-6} K^{-1}$ à 20°C)	Module d'élasticité (GPa)	Rigidité diélectrique (kV·mm ⁻¹)	Masse volumique (g/cm ³)
Al ₂ O ₃	18	0,85	7,7	370	12 à 16	3,7
AlN	150 à 190	0,75	4,5	344	12 à 16	3,3
BeO	270	1	6,3	345	10 à 14	2,9
Si ₃ N ₄	43 à 60	0,8	3,3	310	10 à 13	3,29

Tableau 1-4 : Propriétés de quelques céramiques utilisées comme substrats.

Parmi ces matériaux, l'AlN et le Si₃N₄ apparaissent comme les plus intéressants. Le choix de l'un ou l'autre de ces deux matériaux devra se baser sur leurs performances thermiques et mécaniques, en fonction des niveaux de sollicitations estimés pour chaque application et de la nature de leurs métallisations.

1.4.2.3.4 Les métallisations

Les métallisations supérieures et inférieures des substrats servent essentiellement à :

- connecter les composants entre eux et avec les connecteurs externes,
- assurer la liaison mécanique avec la semelle ou le radiateur (par brasage par exemple),
- diffuser et faciliter le transfert du flux de chaleur provenant des composants en fonctionnement vers les éventuels refroidisseurs.

En plus d'avoir une bonne stabilité mécanique, elles se doivent d'être bonnes conductrices électrique et thermique. Les matériaux actuellement utilisés à cet effet sont le cuivre et l'aluminium, avec des épaisseurs variant entre 150 et 500 microns. Ceci dit, les importantes différences de coefficient de dilatation thermique entre ces métaux et les céramiques employées entraînent suivant la sévérité des profils de cyclages, des ruptures à des nombres de cycles thermiques relativement bas (moins de 200 cycles). Les besoins industriels en terme de tenue au cyclage poussent les fabricants à s'intéresser à des métallisations ayant des coefficients de dilatation thermique beaucoup plus proches de ceux des céramiques (molybdène), et/ou ayant des valeurs de limite d'élasticité plus importantes comme le tungstène ou encore le kovar, afin de minimiser les phénomènes d'écrouissages cycliques responsables de l'augmentation constante des contraintes durant les cyclages.

Dans une approche différente, la société Curamik® a développé un concept de métallisations avec épaisseurs réduites sur la périphérie par enlèvement de matière généralement de formes sphériques (les dimples). Cette approche permet une réduction des contraintes sur le contour de la surface de contact entre le substrat et ses métallisations, augmentant ainsi la tenue des assemblages aux cyclages thermiques [Curamik]. Les dimples sont actuellement réalisés sur des substrats en AlN avec métallisations en cuivre en raison des faibles tenues au cyclage thermique qu'entraînent son utilisation (Figure 1-60).

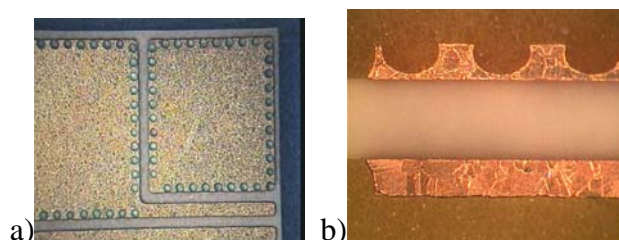


Figure 1-60 : Vue de dessus (a) et en coupe (b) d'un substrat AlN-Cu avec dimples [Curamik].

La structure des substrats métallisés devra être la plus symétrique possible, afin de minimiser l'effet bilame, avec les risques de rupture qu'il entraîne lors du processus d'assemblage ou du cyclage thermique.

1.4.2.3.5 Les liaisons céramique - métallisation

Il existe aujourd'hui plusieurs techniques pour lier du métal à de la céramique. Dans le domaine des substrats métallisés utilisés en électronique de puissance, les premiers assemblages utilisés étaient des substrats Al_2O_3 avec accrochage direct de métallisation en cuivre suivant le procédé DBC (Direct Bond Copper). La technique utilisée consiste dans un premier temps à former par oxydation une couche d'eutectique (Cu_2O) à la surface du cuivre. Comme l'indique le diagramme de phase entre le cuivre et l'oxygène, cet oxyde se forme à 1065°C . L'ensemble cuivre/ Cu_2O /alumine est ensuite porté à une température légèrement supérieure au point de fusion de l'eutectique avec apport d'oxygène à l'interface pour former une couche suffisante de Cu_2O en fusion. L'accrochage se produit à la suite de la réaction entre les deux oxydes (Cu_2O et Al_2O_3) en présence, dans une atmosphère exempte d'oxygène, voire légèrement réductrice de façon à éliminer les oxydes en excès. Il se forme alors une jonction fine, de forte résistance mécanique et exempte de bulles (Figure 1-61).

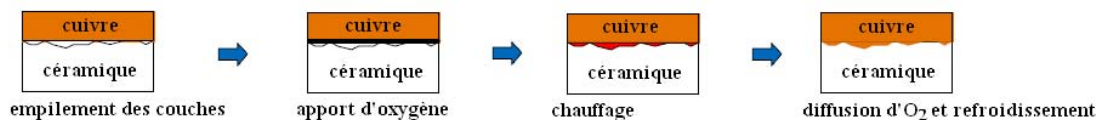


Figure 1-61 : Description du procédé du DBC.

Dans le cas de l' AlN , différentes tentatives ont permis de le métalliser avec du cuivre mais, les composés formés aux interfaces présentaient de si faibles conductivités thermiques que les résistances thermiques globales des substrats métallisés était relativement élevées [Gillot 00, Joyeux 04]. Il a fallu attendre le début des années 2000 pour réussir à le métalliser suivant le procédé du DBC, en formant au préalable par oxydation une couche d'alumine de 2 à 5 microns à sa surface [Joyeux 02] (Figure 1-62).

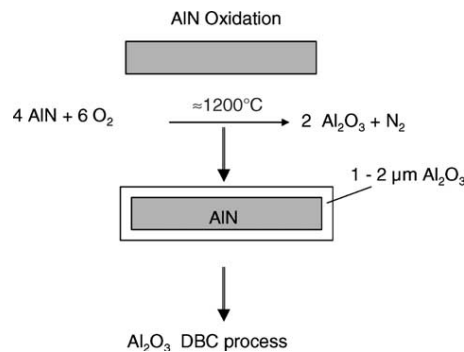


Figure 1-62 : Principe de métallisation de l' AlN .

A ce jour, le procédé DBC n'est applicable qu'aux céramiques à base d'aluminium avec métallisations en cuivre. Plus récemment, et ce pour des raisons de tenue mécanique des substrats avec métallisation en cuivre, des solutions d'accrochage direct de l' Al_2O_3 avec l'aluminium ont été mises au point. Ces solutions sont basées sur la propriété de jonction naturelle (liaison covalente) existant entre l'aluminium et son oxyde, au-delà de sa température de fusion. La Figure 1-63-a illustre la pratique la plus couramment utilisée. Elle consiste à placer initialement le substrat céramique dans un moule correspondant aux dimensions et à la géométrie des substrats métallisés à réaliser et à le porter à une température supérieure au point de fusion de l'aluminium. Ensuite, de l'aluminium pur en fusion est injecté entre les faces du moule et du substrat, le tout dans une atmosphère exempte d'oxygène. L'ensemble est par la suite refroidi jusqu'à la température ambiante, pour solidifier l'aluminium et établir sa jonction avec l'alumine.

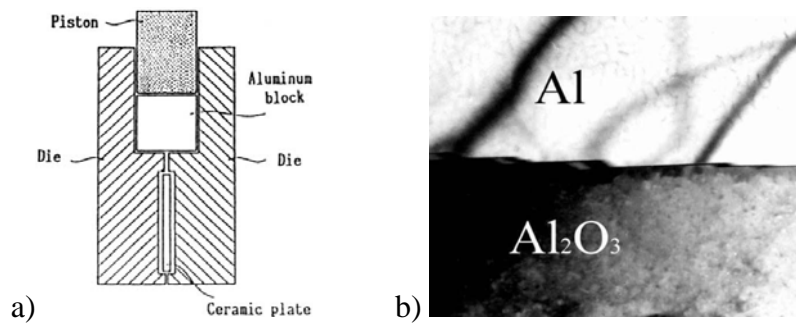


Figure 1-63 : Illustration du principe de métallisation de l' Al_2O_3 avec de l'aluminium [Ning 03].

Comme alternative à ces techniques, des procédés de liaison céramique/métal par brasage ont été mis au point. Elles sont applicables aux configurations précédentes, mais s'étendent aux autres configurations, notamment celles avec le nitrure de silicium comme céramique. Le principe de la réalisation de telles connexions est basé sur le brasage par refusion sous atmosphère contrôlée, d'un métal d'apport entre le métal et la céramique. L'alliage Ag-Cu est le plus couramment utilisé, après augmentation de sa réactivité par adjonction d'un élément actif comme le titane ou l'oxygène. C'est le procédé AMB (Active Metal Brazing) [Reicher 01, Kurihara 92, KYOCERA], illustré à la Figure 1-64.

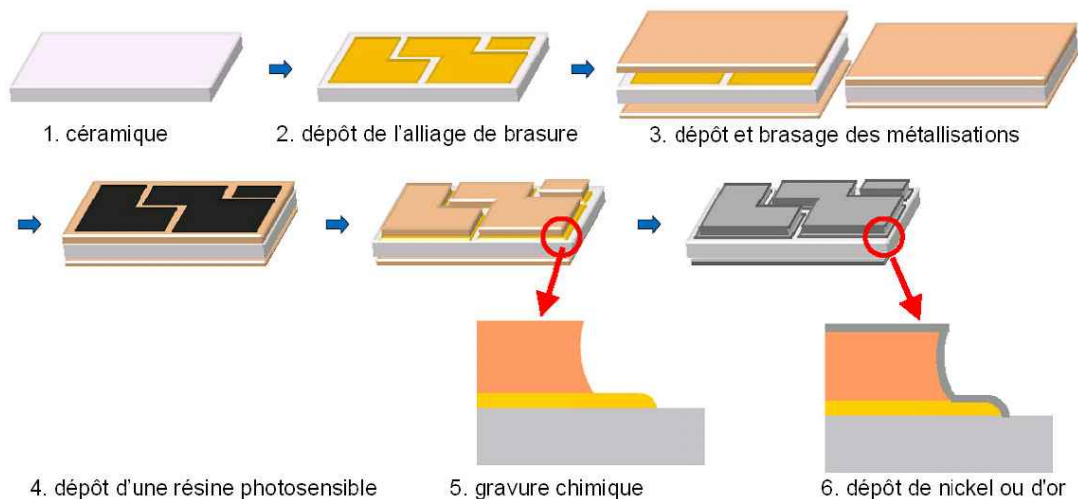


Figure 1-64 : Les étapes du procédé AMB [KYOCERA].

Cette technologie permet la réalisation d'assemblage sans limitation quant à l'épaisseur de la métallisation, et ce, à une température relativement réduite de $900^{\circ}C$ sous atmosphère inerte [Reicher 01]. Les fournisseurs de substrat Si_3N_4 proposent aujourd'hui des métallisations en cuivre de forte épaisseur (0,5 mm) attachés par AMB (Active Metal Brazing), pouvant être directement pressés sur le dissipateur sans semelle (et par conséquent la brasure de grande surface correspondante). Cette solution peut à terme remplacer le couple $AlN - AlSiC$ qui reste plus cher, plus fragile avec des résistances thermiques globales comparables [KYOCERA].

Les recherches dans le domaine de la jonction céramique/métal ont permis la mise au point de nouveaux procédés non encore utilisés dans le domaine des modules de puissance, mais tous aussi prometteurs. C'est par exemple le cas du procédé Dimex développé par la société BOOSTEC pour les substrats en AlN . Il repose sur une activation de la surface du substrat par rupture des liaisons $Al - N$ à l'aide de source laser. L'azote est éliminé sous forme de NO_x , la surface est alors constituée d'une fine couche d'aluminium plus ou moins oxydée, qui est ensuite nickelée par bains chimiques. Le cuivrage est ensuite réalisé par un procédé électrolytique, à basse température. L'ensemble subit alors un très court recuit à $500^{\circ}C$ sous azote, afin de renforcer les jonctions par diffusion atomique.

D'une manière générale, le refroidissement des assemblages s'accompagne de contraintes résiduelles pouvant atteindre des valeurs si importantes, qu'elles peuvent fissurer la céramique durant l'assemblage ou lors des premiers cycles d'utilisation [Colin 91]. Ces risques de fissuration sont minimisés avec l'emploi de métallisation en aluminium au lieu du cuivre. En effet l'aluminium plastifie très rapidement, avec un module d'écaouissage extrêmement faible, ce qui a pour résultat de limiter les contraintes mécaniques transmises à la céramique [Mitic 99, Schulz-Harder 00, Nagatomo 00].

Parmi les solutions de substrats présentées, les substrats céramiques métallisés restent les plus efficaces pour les régimes extrêmes de fonctionnement en milieu aéronautique. Ils sont parfaitement compatibles avec les technologies d'assemblages avec connexions par brasages directs et par brasages d'inserts que nous avons retenues. En terme de matériaux, nous nous orienterons suivant les applications vers des substrat AlN et Si₃N₄, avec métallisations en cuivre et aluminium, pour des raisons de performances, de maturité technologique, et de disponibilité.

1.4.2.4. Les connexions à l'intérieur des modules de puissance

Les jonctions puce/substrat, substrat/semelle ou encore des connecteurs sur les métallisations, sont déterminants sur la durée de vie et la fiabilité des modules de puissance. Le choix des solutions de connexion pour une application donnée constitue une phase importante du développement du module. Ces joints se doivent naturellement d'avoir de bonnes propriétés de jonction, de bonnes conductivités électriques et/ou thermiques suivant leurs fonctions, et des propriétés mécaniques et thermomécaniques compatibles avec la structure des modules. Il est aussi primordial que les tenues en température des matériaux employés soient compatibles avec les températures d'utilisation des modules. Parmi les solutions disponibles, trois sont utilisées en électronique de puissance, avec des degrés de popularité très divers. La connexion par alliages de brasure est la plus répandue, mais des solutions d'adhésifs conducteurs ou de frittage de nano poudres sont possibles.

1.4.2.4.1 Les adhésifs conducteurs

Les adhésifs conducteurs sont très utilisés pour le montage de composants par technologie SMT (Surface Mount Technology) sur PCB (Printed Circuit Board). Il s'agit le plus souvent de résines Époxy chargés de particules d'argent, en raison de propriétés thermomécaniques (CTE à 26 ppm·K⁻¹) et thermiques (conductivité thermique à 60 W/m·K) parfois meilleures que celles des brasures. Électriquement conductrices, ces résines offrent une grande souplesse d'assemblage, et présentent une adhésion plus ou moins bonne avec une variété de substrats beaucoup plus grande qu'avec les alliages métalliques. Ceci étant, leurs comportements mécaniques présentent de grandes instabilités en milieux chauds et humides. Sous l'action des contraintes mécaniques générées dans les assemblages, elles peuvent subir des défaillances précoces par ruptures cohésives ou adhésives [Petit 06]. Leur utilisation pourrait engendrer dans des applications à fortes puissance ou haute température, des problèmes de durabilité et de fiabilité [Aloïsi 01, Périchaud 00]. En plus de ces questions de tenue, la mise en œuvre des adhésifs conducteurs pose des questions de temps d'assemblage du fait de leurs temps de réticulations parfois très importants.

1.4.2.4.2 Connexion par frittage de poudres métalliques

Le besoin de réalisation des connexions par frittage de poudres dans les modules de puissance est apparu avec l'emploi de composants à haute température de fonctionnement. En effet, les récents composants en carbure de silicium et en diamant sont capables de fonctionner à des températures supérieures à 300°C [Wondrak 01], c'est-à-dire largement au-delà des points de fusion des brasures utilisées actuellement. Dans l'état actuel des technologies, le procédé utilisé met en œuvre des nanopoudres d'argent, cuites en atmosphère contrôlée à des températures inférieures à 250°C, sous une pression de plusieurs dizaines de méga-Pascals [Schwarzbauer 89] (Figure 1-65). Une fois établie, les joints peuvent supporter des températures proches du point de fusion de l'argent, c'est-à-dire 961°C.

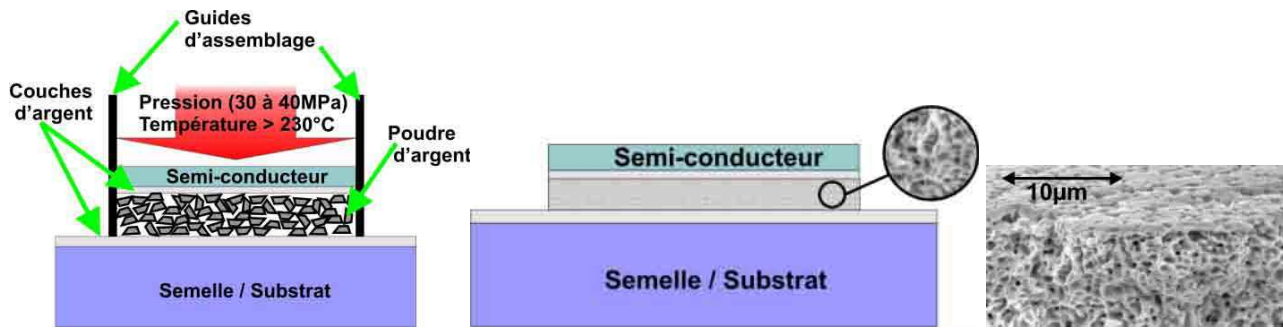


Figure 1-65 : Technologie d'assemblage par frittage de poudre d'argent [Amro 05].

Cette technologie d'assemblage, souvent désignée sous le terme "Low Temperature Joining Technique" (LTJT) a déjà démontré sa fonctionnalité jusqu'à 300°C [Mertens 04], avec des conductivités thermiques et des résistivités électriques de l'ordre de 10 fois supérieures à celles des brasures. Principalement utilisée pour le report des puces sur substrats, des tests réalisés lors d'un cyclage actif avec de fortes variations de la température de jonction (amplitude de 130°C à avec maximum de 170°C) sembleraient confirmer une durée de vie de l'assemblage très élevées par rapport à celle obtenue avec un assemblage conventionnel avec brasures [Amro 05]. Cependant, les quelques études réalisées sur la fiabilité de cette solution restent encore insuffisantes. En effet, la migration de l'argent à haute température est identifiée comme une source potentielle de défaillance de la connexion. D'autre part, les contraintes mécaniques liées au procédé d'assemblage peuvent entraîner des initiations de fissures ou même des ruptures des pastilles de silicium. Des approches de frittage de mélange d'argent et d'or ont été tentées afin de baisser le niveau de pression nécessaire à environ 5 MPa, et permettre le contrôle de la migration d'argent à haute température, mais les performances mesurées en cisaillement mécanique et en cyclage thermique sont pour l'instant très faibles par rapport à celles obtenues avec les brasures conventionnelles [Calata 08]. D'un autre côté, cette technologie dans sa forme actuelle est difficilement utilisable pour la réalisation de l'ensemble des connexions à l'intérieur des modules de puissance, notamment pour les connecteurs de puissance et de commande. La société SEMIKRON propose aujourd'hui des modules dans lesquels les puces sont reportées sur les substrats par frittage, avec connexion par des combinaisons de fils de câblages et de contacts pressés. Ces modules testés en cyclages actifs ont démontré d'excellentes performances [Scheuermann 08], mais vont avec les nombreux inconvénients de ces modes supplémentaires de connexions. Cette technologie nécessite des travaux d'approfondissements afin d'être pleinement opérationnelle pour l'assemblage des modules de puissance.

1.4.2.4.3 Les connexions par brasage

Par brasage, on entend le procédé où deux pièces sont jointes par l'intermédiaire d'un métal d'apport qui est liquéfié, tandis que les pièces à joindre restent dans l'état solide. Le métal d'apport doit en plus établir une jonction chimique avec les pièces à braser. C'est le procédé le plus utilisé à ce jour pour l'assemblage en électronique de puissance. En raison des températures maximales admissibles pour les composants généralement utilisés dans les modules, les métaux d'apport sont les plus souvent des alliages à points de fusion inférieurs à 450°C. Il s'agit de brasage tendre par refusion d'alliages généralement eutectiques de métaux tels que l'indium, l'étain, le plomb, le bismuth, le cadmium, et l'or. À ces derniers sont parfois ajoutées de petites quantités d'argent, de cuivre, de zinc, et d'antimoine suivant les propriétés recherchées. L'expression brasage tendre est employée en opposition à celle de brasage fort ou haute température mettant en œuvre des alliages généralement à base de d'argent, de cuivre, de zinc, d'or, de nickel, de palladium, etc.

Les alliages sont disponibles sous forme de feuilles d'alliages (préformes) ou de crèmes constituées de poudres d'alliages distribuées de manière homogène dans un flux organique contenant divers agents chimiques. Les préformes nécessitent un brasage sous atmosphère contrôlée, peu propice à la formation d'oxydes et autres contaminants susceptibles d'entraver la bonne mouillabilité des surfaces, tandis que les crèmes à braser sont moins contraignantes. En effet, le flux qu'elles

contiennent contribuent à éliminer les traces d'oxydes dans le joint, nettoyer et décaper les surfaces à braser, favoriser le mouillage, éviter l'oxydation des contacts métalliques après brasage. Ceci étant, son retrait durant le procédé de brasage accentue l'apparition de lacunes. On utilisera de préférence, des préformes pour les joints dont la qualité en terme de lacune est importante comme par exemple les brasures puces/substrat.

La qualité de la soudure est fortement influencée par la propreté des surfaces assemblées mais aussi par le profil de refusion. Avant de procéder au brasage, un profil complet de température est établi de façon rigoureuse. Les températures à atteindre et à maintenir durant les différentes étapes sont spécifiées et contrôlées tout au long des opérations. Ce profil peut être établi expérimentalement en fonction des caractéristiques de la brasure et des matériaux assemblés.

Les alliages offrent suivant leur composition, des caractéristiques physiques très variées. Dans la très vaste gamme des matériaux disponibles, le choix d'une brasure sera principalement basé sur :

- les températures maximales d'utilisation et/ou admissibles pour les composants,
- la forme et la géométrie du joint,
- la méthode de dépôt à employer,
- la nature des matériaux à assembler,
- les propriétés physiques (rigidités, résistance au fluage, conductivités thermiques et électriques, coefficients de dilatation thermique, ...),
- les réglementations en vigueur sur l'utilisation de matériaux polluants.

La tenue mécanique et la fiabilité des assemblages, sont fortement dépendantes des propriétés physiques et de la qualité des joints de brasures. Le choix d'un alliage repose en premier sur sa température de fusion. En effet, suivant la complexité des structures à assembler, il peut s'avérer nécessaire de réaliser plusieurs étapes de brasage, et donc d'utiliser deux, voir trois alliages de différentes températures de fusion. Il est recommandé d'avoir des écarts d'au moins 40°C entre les points de fusion des différents alliages à employer pour éviter d'altérer la microstructure des premiers joints, lors des brasages successifs. La connaissance des températures d'utilisations, du nombre de joints de brasures à réaliser et des moyens disponibles permet de sélectionner les solutions possibles. Des listes de brasures avec leurs températures de fusion sont disponibles auprès des différents fournisseurs (**Kester, Indium, Heraeus, etc**), dont un extrait est présenté au Tableau 1-5. Ils permettent de faire des choix préliminaires, qui seront discriminés suivant leurs propriétés intrinsèques et les surfaces à braser.

Matériaux	Liquidus (°C)	Solidus (°C)	CTE ($10^{-6}K^{-1}$) à 20°C	Résistance au fluage
Au ₈₈ Ge ₁₂	356	356	13,4	élevée
Au ₈₀ Sn ₂₀	280	280	15,9	élevée
Au _{96,85} Si _{3,15}	363	363		
Sn _{96,5} Ag _{3,5}	221	221	30,2	élevée
Sn ₉₅ Sb ₅	240	235	27	élevée
Sn _{99,3} Cu _{0,7}	227	227		
Sn ₄₀ In ₆₀	122	113		faible
Sn ₄₂ Bi ₅₈	138	138	14,9	faible
Sn _{95,5} Ag _{3,8} Cu _{0,7}	217	221	17,6	élevée
Sn _{95,6} Ag _{3,5} Cu _{0,9}	217	217		élevée
<i>In₃₀Pb₇₀</i>	253	240		<i>modérée</i>
<i>Sn₅Pb₈₅Sb₁₀</i>	255	245		<i>élevée</i>
<i>Pb_{92,5}Sn₅Ag_{2,5}</i>	301	296	29	<i>modérée</i>
<i>Pb₉₀ Sn₅Ag₅</i>	292	292		<i>modérée</i>
<i>Sn₅Pb₉₅</i>	312	308		<i>modérée- élevée</i>

Tableau 1-5 : Propriétés de quelques alliages de brasures tendres (brasures avec plomb en italique).

En termes de compositions chimiques, il est recommandé d'utiliser des alliages eutectiques car ils ont des points de fusion bien définis, qui sont souvent les plus bas dans les systèmes considérés. La transition liquide/solide se fait à une température spécifique, ce qui a pour avantage d'éviter qu'il y ait au cours du brasage des phases primaires qui se forment et empêchent le remplissage de l'aire du joint. De plus la viscosité de la brasure est la plus basse près de la composition eutectique, ce qui augmente sa faculté à s'étaler sur une surface de bonne mouillabilité. Ils conduisent généralement à des structures métallurgiques fines et régulières, ce qui leur confère parfois de meilleures propriétés mécaniques par rapport aux alliages hypo- ou hyper-eutectiques de mêmes éléments.

Les alliages plomb-étain ont longtemps été utilisés en électronique en raison de leurs très bonnes performances. Cependant, le plomb tombe sous le coup des directives RoHS et WEEE. Les constructeurs choisissent de s'orienter vers des solutions sans plomb, ce qui implique de sérieux travaux d'adaptation et d'évaluation. De nombreux réseaux de recherche et laboratoires à travers le monde ont entrepris des travaux afin de trouver des substituts ayant des propriétés équivalentes, sinon meilleures que celles des brasures hautes températures à forte teneur en plomb (ELFNET, ITRI, ...). De façon générale, les meilleurs candidats sont des alliages à base d'or ou d'étain.

Les brasures à base d'or (or-étain, or-germanium ...), sont caractérisées par des températures de fusion plus élevées. Elles peuvent servir de premières brasures lors de brasage en plusieurs étapes notamment pour le report des puces sur les substrats [Schmitt 94]. Elles sont très employées en raison de leur excellente conductivité électrique, thermique, mouillabilité et leur résistance à la corrosion. Il est reconnu que ces brasures résistent très bien aux cyclages thermiques et de grandes amplitudes. Elles conviennent aux connexions de grandes surfaces (plus de 20mm de diamètre). Ceci étant, elles présentent la mauvaise réputation de former des intermétalliques fragiles et l'inconvénient d'un coût important. En cas d'utilisation, les profils de brasages doivent donc être soigneusement optimisés afin de minimiser les épaisseurs des couches intermétalliques.

Les brasures à base d'étain sont caractérisées par des températures de fusion relativement basses (voisines de 200°C), un module d'élasticité relativement faible et une grande ductilité. Lors du processus de refroidissement après assemblage, les contraintes mécaniques subies par les brasures issues des dilatations différentielles dépassent largement leurs propres limites d'élasticité. De ce fait, elles subissent au cours du processus de refroidissement des déformations permanentes qui permettent de relaxer en partie les contraintes mécaniques, jouant ainsi le rôle d'adaptateur. Leur ductilité les rend particulièrement sensibles à la fatigue thermomécanique et limite leur tenue mécanique lors de cyclages à grandes amplitudes thermiques. En revanche, elles présentent par rapport aux brasures à base d'or le double avantage d'un coût modéré et d'un montage à température relativement basse compatible avec le montage de masse des composants montés en surface [Leclercq 94].

Les propriétés de ces alliages sont très influencées par celles des éléments additionnels. Le bismuth est souvent employé pour abaisser le point de fusion des alliages, en association avec des flux actifs en raison de sa mauvaise mouillabilité. Sa présence en forte proportion peut entraîner la fragilisation de la brasure. L'indium est malléable et ductile, il confère aux brasures auxquelles il est associé, une excellente mouillabilité, une meilleure résistance à la dissolution, à la fatigue et à la corrosion alcaline. Il améliore la conductivité thermique et électrique en s'infiltrant dans la couche oxydée existant à la surface des métaux. Ceci étant, il est peu abondant et son prix est très élevé. C'est la raison pour laquelle, il est le plus souvent utilisé comme élément d'addition mineur ou dans des applications très particulières. L'argent est un métal peu abondant et par conséquent cher. Mais sa présence en quantité assez faible, améliore les propriétés mécaniques et thermomécaniques des alliages. Il permet de réduire la dissolution des conducteurs, empreintes ou revêtement à base d'argent, dans la brasure en fusion lors du brasage [Schmitt 94]. Le cuivre est peu cher et abondant. Utilisé en faibles quantités, il permet de baisser les points de fusions des brasures tout en améliorant leurs propriétés mécaniques.

Le choix d'une brasure doit aussi tenir compte des finitions des surfaces à braser, et du comportement des éventuels intermétalliques possibles. Ces informations sont disponibles dans les diagrammes de phases des alliages. Le Tableau 1-6 ci-dessous recense les différentes phases intermétalliques possibles entre quelques alliages de base et des finitions de métallisation couramment utilisées en électronique de puissance.

métal d'apport	métal de base (finition de métallisation)			
	Cu	Ni	Ag	Au
Ag-Bi	-	$NiBi_3$	-	Au_2Bi
Ag-In	$CuIn_2/Cu_3In$	Ni_3In_7	$AgIn_2/Ag_2In$	$AuIn_2$
Ag-Sn	Cu_3Sn/Cu_6Sn_5	Ni_3Sn_4/Ni_3Sn_2	Ag_3Sn	$AuSn_4/AuSn_2$
Ag-Pb	-	-	-	$AuPb_3/AuPb_2$
Bi-In	-	$Ni_3In_7/NiBi_3$	$AgIn_2/Ag_2In$	$AuIn_2$
Bi-Sn	Cu_3Sn/Cu_6Sn_5	Ni_3Sn_4/Ni_3Sn_2	Ag_3Sn	$AuSn_4/AuSn_2$
Bi-Pb	-	$NiBi_3$	-	Au_2Bi
In-Sn	Cu_3Sn/Cu_6Sn_5	$Ni_3Sn_4/Ni_3Sn_2/Ni_3In_7$	$AgIn_2/Ag_2In$	$AuIn_2$
In-Pb	$CuIn_2/Cu_3In$	Ni_3In_7	$AgIn_2/Ag_2In$	$AuIn_2$
Sn-Pb	Cu_3Sn/Cu_6Sn_5	Ni_3Sn_4/Ni_3Sn_2	Ag_3Sn	$AuSn_4/AuSn_2$
Au-Sn	$Au_3Cu/Cu_3Sn/Cu_6Sn_5$	$Ni_3Sn_4/Ni_3Sn_2/AuIn_2$	Ag_3Sn	$AuSn_4/AuSn_2$
Sn-Ag-Cu	Cu_3Sn/Cu_6Sn_5	Ni_3Sn_4/Ni_3Sn_2	Ag_3Sn	$Au_3Cu/AuSn_4/AuSn_2$

Tableau 1-6 : Phases intermétalliques formées lors du brasage tendre. Les traits indiquent l'absence d'une phase intermétallique [Weber].

Les phases intermétalliques étant nécessaires à la réalisation des jonctions, leur absence dans le tableau ci-dessus traduit une impossibilité de jonction avec les associations concernées. Ceci étant, elles sont en générale relativement dures, et leurs épaisseurs dans les joints de brasure devront être minimisées afin d'éviter la fragilisation de ces derniers. Cela peut être réalisé en optimisant les profils de température de brasage, de manière à réduire par exemple le temps d'exposition aux températures de formation de ces phases intermétalliques.

Pour les solutions d'assemblages retenues, elles peuvent nécessiter des processus en deux étapes. Nous retiendrons pour la première étape de brasage, les alliages $Au_{80}Sn_{20}$ (sans plomb), et $Pb_{92,5}Sn_5Ag_{2,5}$ (pour l'instant exempté par la directive RoHS). Leurs points de fusion sont respectivement de 280 et 296°C. Pour les joints suivants, les alliages sans plomb $Sn_{95,5}Ag_{3,8}Cu_{0,7}$ et $Sn_{96,5}Ag_{3,5}$, de points de fusion proches de 221°C ont été retenus.

1.4.2.5. L'encapsulation

L'encapsulation vise principalement à assurer la protection des pièces dans l'assemblage, contre les agressions du milieu extérieur. Les solutions employées doivent être en harmonie avec les fonctions des assemblages, notamment sa tenue mécanique, et surtout diélectrique. Elle comprend deux étapes principales que sont la mise en boîtier et la mise en place des gels diélectriques.

1.4.2.5.1 Le boîtier

Le rôle du boîtier est primordial car il influence directement, les coûts, les rendements de fabrication et surtout la fiabilité du module. Il participe à l'encapsulation des composants électroniques et leurs connexions, et assure leur protection vis-à-vis du milieu extérieur. Il doit en outre permettre les connexions électriques entre le module et les circuits externes et d'assurer la tenue mécanique de l'ensemble.

Les premiers critères de choix du matériau d'un boîtier sont :

- la tenue mécanique,
- la tenue à la température,

- le coefficient de dilatation (qui doit être le plus proche possible du coefficient de dilatation du substrat utilisé pour réaliser les circuits),
- la tenue diélectrique,
- la masse volumique,
- le coût.

Comme matériaux on utilise majoritairement des matériaux polymères, mais aussi des céramiques pour l'encapsulation des modules de puissance. Le boîtier est en général rendu solidaire à sa base de la semelle par collage et par vissage. Il doit être le plus hermétique possible. Les formes et dimensions doivent permettre la sortie des connecteurs de puissance et de commande.

1.4.2.5.2 Les gels diélectriques

La mise en place de gels diélectriques a pour but d'assurer la protection des parties actives des modules contre la pollution, par une étanchéité satisfaisante et l'isolation électrique entre les différentes électrodes du dispositif pour éviter les courants de fuite et les claquages. Occupant tous les espaces libres à l'intérieur du boîtier, les gels doivent être obtenus en milieu inerte afin d'éviter l'oxydation des organes qu'ils sont sensés protéger.

Pour l'encapsulation des modules de puissance, les gels silicone sont les plus utilisés en raison de leur bonne adhésion, leur facilité de mise en œuvre, leur pureté, leur excellente tenue mécanique et diélectrique et leur capacité à former une barrière à l'humidité et aux contaminants. Ils ont en plus la propriété d'avoir une bonne résistance au vieillissement sous l'effet de l'humidité et de la température, avec des propriétés diélectriques peu sensibles au vieillissement accéléré [Wong 89]. Leur mise en place doit s'accompagner d'un dégazage, pour éviter la formation de bulles lors de la phase de polymérisation, parfois à l'origine de défaillances diélectriques.

1.5. Conclusion

L'analyse des contraintes et recommandations propres à l'environnement aéronautique, suivie de celle des technologies de modules de puissance a permis de proposer deux solutions d'assemblage de modules de puissance pour applications aéronautique. Les connexions par brasages d'inserts proposées par PEARL et par brasages directs ont été retenues, avec des puces IGBT et des diodes PIN rapides en parallèle sur des substrats métallisés avec éventuellement semelle.

Parmi les matériaux utilisables comme semelles, l'AlSiC à 63% de SiC et le Cu-C ont été sélectionnés en raison de leurs conductivités thermiques, coefficients de dilatation thermique et modules de rigidité. Le comparatif des caractéristiques thermiques et mécaniques des matériaux utilisables comme substrats, nous a conduit au choix de l'AlN et du Si₃N₄. Ces derniers seront métallisés avec deux matériaux possibles, le cuivre pour sa conductivité thermique et l'aluminium pour sa ductilité. Parmi les alliages de brasures candidats à la réalisation des connexions, les alliages Au₈₀Sn₂₀, Pb_{92,5}Sn₅Ag_{2,5}, Sn_{95,5}Ag_{3,8}Cu_{0,7} et Sn_{96,5}Ag_{3,5} ont été sélectionnés en raison de leurs performances, des processus de brasage envisagés et des températures de fonctionnement des modules.

Les choix effectués amènent à considérer deux modes potentiels de défaillances :

- la fatigue des joints de brasure,
- la rupture des substrats.

Les éléments d'information rassemblés tout au long de ce chapitre serviront à la conception préliminaire des trois prototypes des modules de puissance en question dans le cadre de ces travaux. Leurs performances en terme de durées de vie et de fiabilités pour les deux approches de connexions et le jeu de matériaux précédents, seront évaluées au moyen d'outils de simulation numérique. Les configurations propres aux différentes applications seront alors définies, et leurs conceptions optimisées suivant les critères de fiabilité sur la durée de vie de l'avion. Afin de mieux identifier les besoins des modèles numériques à élaborer, nous exposerons dans le chapitre suivant, la démarche de conception fiabiliste retenue.

1.6. Bibliographie

- [Aloïsi 01] P. Aloïsi – "Les semiconducteurs de puissance, de la physique du solide aux applications", Ellipses, 2001.
- [Amro 05] R. Amro, J. Lutz, "Double-Sided Low-Temperature Joining Technique for Power Cycling Capability at High Temperature", Conférence EPE, Dresden, Allemagne, 2005.
- [Arnould 92] J. Arnould, P. Merle, "Dispositifs de l'électronique de puissance", Hermès, 1992.
- [Ashby 05] M. F. Ashby, "Materials Selection in Mechanical Design, Third Edition", Butterworth-Heinemann, 2005.
- [BAE] BAE Systems, www.baesystems.com
- [Bai 04] J. G. Bai, J. N. Calata, and G. Q. Lu, "Comparative Thermal and Thermomechanical Analyses of Solder-Bump and Direct-Solder Bonded Power Device Packages Having Double-Sided Cooling Capability", IEEE 0-7803-8269, February 2004.
- [Baliga 87] B. J. Baliga, "Modern power devices", New York, John Wiley & Sons, 1987
- [Bernot 92] F. Bernot, "Composants de l'électronique de puissance", Techniques de l'Ingénieur, E 3 960, pp 2 -19, 1992.
- [Berrouche 08] Y. Berrouche, "Étude théorique et expérimentale de pompes électro-osmotiques et de leur utilisation dans une boucle de refroidissement de l'électronique de puissance", Thèse de Doctorat de l'Institut National Polytechnique de Grenoble, 2008.
- [Bossche 03] D. Van den Bossche, "More Electric Control Surface Actuation – A Standard for the Next Generation for Transport Aircraft", Conférence EPE'2003, Toulouse, 2-4 Septembre 2003.
- [Botten 00] S. L. Botten, C. R. Whitley and A. D. King, "Flight Control Actuation Technology for Next-Generation All-Electric Aircraft", Technology Review Journal, Millenium Issue, Fall/Winter 2000.
- [Breit 02] F. Breit, E. Dutarde, J. Saiz, T. Lebey, D. Malec, S. Dinculescu, "Partial discharge detection in power modules", IEEE PESC 2002.
- [Calata 08] J. N. Calata, G.-Q. Lu, T. G. Lei, M. G. Koebke, B. G. Low, "Temperature Sintering of a Nanoscale Silver-Gold Paste for High Temperature Chip Attachment", Proceeding of the International Conference on High Temperature Electronics (HiTEC), 2008.
- [CCI] CCI EUROLAM – www.ccieurolam.com
- [Chauvet 93] F. Chauvet, "Compatibilité électromagnétique, Introduction", Techniques de l'Ingénieur, D1900, 1993.
- [Ciappa 01] M. Ciappa, "Some Reliability Aspects of IGBT Modules for High-Power Applications", Doctor of technical sciences, Swiss federal institute of technology, Zürich, 2001.
- [Ciappa 02] M. Ciappa, "Selected failure mechanisms of modern power modules", Microelectronics reliability, Vol. 42, issues 4-5, pp. 653-667, avril/mai 2002.
- [Colin 91] C. Colin, Liaisons céramiques-métallique à l'état solide par pressage uniaxial et par pressage isostatique. Thèse de doctorat de l'École Nationale Supérieure des Mines de Paris, 1991.
- [Coquery 99] G. Coquery et al. "Reliability improvement on the soldering thermal fatigue with AlSiC technology on traction high power IGBT modules, EPE'99, 1999.

- [Coquery 01] G. Coquery, S. Carubelli, J.-P. Ousten, R. Lallemand, "Power module lifetime estimation from chip temperature direct measurement in an automotive traction inverter", *Microelectronics Reliability*, Volume 41, Issue 9-10, Pages 1695-1700, 2001.
- [Costa 99] F. Costa, G. Rojat, "CEM en électronique de puissance Réduction des perturbations, simulation", *Technique de l'ingénieur*, D 3292, pp. 1-20, 1999.
- [CPS] CPS Technologies, <http://www.alsic.com>
- [CTT] CTTC (Centre de Transfert de Technologie Céramique) - <http://www.ceramic-center.com>
- [curamik] curamik[®] electronics gmbh, "Design Rules für curamik[®] DCB-Substrate", www.curamik.de
- [Dortmans 90] L. J. M. G. Dortmans, G. De With, "Weakest-link Failure Predictions for Ceramics Using Finite Element Post-processing", Centre for Technical Ceramics, P.O. Box 595, 5600 AN Eindhoven, The Netherlands *Journal of the European Ceramic Society* 6, pp. 369-374, 1990.
- [Dupont 06] L. Dupont, "Contribution à l'étude de la durée de vie des assemblages de puissance dans des environnements haute température et avec des cycles thermiques de grande amplitude", Thèse de Doctorat de l'ENS de Cachan, 2006.
- [Ebke 99] T. Ebke, D. Peier, K. Temmen nee Engel, "Influence of manufacturing parameters on the PD-behaviour of AlN-substrates", 11th International Symposium on High Voltage Engineering, Volume 5, pp. 224 – 227, 1999.
- [Ebke 00] T. Ebke, A. Khaddour, D. Peier, "Degradation of silicone gel by partial discharges due to different defects", 8th International Conference on Dielectric Materials, Measurements and Applications, pp. 202 – 207, 2000.
- [Engelmaier 97] W. Engelmaier, "Solder Joints in Electronics : Design for Reliability," Keynote Address in Design and Reliability of Solders and Solder Interconnections, R. K. Mahidhara, et.al., ed., The Minerals, Metals & Materials Society, Warrendale, PA, pp. 9-19, February 1997.
- [FERROTEC] <http://www.ferrotec.com/downloads/FerrotecGlobalTECatalog06.pdf>
- [Flannery 99] J. Flannery & al. "Power electronic packaging of integrated power modules for 0.75 kW and 2 kW drive applications", EPE'99 Lausanne, 1999.
- [Foucher 02] B. Foucher, J. Bouliiié, B. Meslet, D.Das, "A review of reliability prediction methods for electronic devices", *Microelectronics reliability*, 42, pp. 1155-1162, 2002.
- [François 05] D. François, "Lois de comportement des métaux - Élastoplasticité. Viscoplasticité", *Techniques de l'Ingénieur*, M4152, 2005.
- [Gillot 00] C. Gillot, "Étude et réalisation d'une fonction interrupteur en technologie hybride à haute intégration", Thèse de doctorat de l'INPG, 2000.
- [Gillot 01] C. Gillot, C. Schaeffer, C. Massit, and L. Meysenc, "Double-Sided Cooling for High Power IGBT Modules Using Flip Chip Technology", *IEEE transactions on components and packaging technologies*, vol. 24, no. 4, December 2001.
- [Gros 06] C. Gros, "Durabilité de joints adhésifs silicone sous conditions environnementales sévères : application au au packaging en électronique de puissance", Thèse de Doctorat de l'INP de Toulouse - Décembre 2006.
- [Hamidi 99] A. Hamidi, N. Beck, K. Thomas, E. Herr, "Reliability and lifetime evaluation of different wire bonding technologies for high power IGBT modules", *Microelectronics reliability*, Vol. 39, issues 6-7, June-July 1999, pp. 1153-1158

- [Haussonne 05] J.-M. Haussonne, C. Carry, P. Bowen, J. Barton, "Céramiques et verres, principes et techniques d'élaboration", Presse polytechniques et universitaires romandes, 2005.
- [Herr 97] E. Herr, T. Frey, R. Schlegel, A. Struck, R. Zehringer, "Substrate-to-base solder joint reliability in high power IGBT modules", *Microelectronics reliability*, Vol. 37, N° 10/11, pp. 1719-1722, 1997.
- [Hong 98] N.-P. Hong, B.-K. Song, S.-W. Lee, W.-C. Kim, P.-G. Im, J.-W. Hong, "The electrical properties of silicone gel due to curing condition", *Proceedings of the IEEE 6th International Conference on Conduction and Breakdown in Solid Dielectrics, ICSD apos*, pp. 218 – 220, 22-25 Jun 1998.
- [Iwase 85] N. Iwase, K. Anzai, K. Shinozaki, "Thick Film and Direct Bond Copper Forming Technologies for Aluminum Nitride Substrate", *IEEE CHMT*, Vol 8, n°2, 1985.
- [Jensen 95] "Electronic component reliability", Finn Jensen, Wiley, NY 1995
- [Johnson 07] C. M. Johnson, C. Buttay, S. J. Rashid, F. Udreat, G. A. J. Amaratungat, P. Ireland and R. K. Malhan, Compact Double-Side Liquid-Impingement-Cooled Integrated Power Electronic Module, *Proceedings of the 19th International Symposium on Power Semiconductor Devices & ICs*, Jeju, Korea, May 27-30, 2007.
- [Jones 99] R. I. Jones, "The More Electric Aircraft : The Past and The Future?", College of Aeronautics, Cranfield University, 1999.
- [Joyeux 04] T. Joyeux, M. El Ganaoui, J. Jarrige, J.P. Lecompte, "Réalisation d'un assemblage Cu/AlN améliorant les propriétés thermiques : expériences et simulation", *Physical and Chemical News PCN*, 3, pp. 14-18, 2004.
- [Joyeux 02] T. Joyeux - J. Jarrige - J.C. Labbe - J.P. Lecompte, "Amélioration de la dissipation thermique dans les assemblages Cu/AlN", *Matériaux*, 2002.
- [Karimi 95] K. J. Karimi, "Modeling and analysis of aircraft power system harmonics", *EPE*, Vol3, 1995.
- [Kim 96] H. K. Kim, K. N. Tu, "Kinetic Analysis of the Soldering Reaction Between Eutectic SnPb Alloy and Cu Accompanied by Ripening", *Physical Review B*, Vol. 53, No. 23, June 15, pp. 16-28, 1996.
- [Kurihara 92] Y. Kurihara, S. Takahashi, "Bonding Mechanism Between Aluminum Nitride Substrate and Ag-Cu-Ti Solder", *IEEE CHMT vol.15 n°3*, June 1992.
- [KYOCERA] KYOCERA, "Kyocera Power Module Substrate Si₃N₄ AMB Substrate", Kyocera Corporation, AMB vers6.1, 2004.
- [Lall 07] P. Lall, M. G. Pecht, E. B. Hakim "Influence Of Temperature on Microelectronics and System Reliability", CRC Press, New York, 1997.
- [Lamon 83] J. Lamon, A. G. Evans, "Statistical analysis of bending strengths for brittle solids : A multiaxial fracture problem", *Journal of the American Ceramic Society*, 66(3), pp. 177-182, 1983.
- [Langlois 05] O. Langlois, E. Foch, X. Roboam, H. Piquet, "De l'avion plus électrique à l'avion tout électrique : état de l'art et prospective sur les réseaux de bord", *J3eA, Journal sur l'enseignement des sciences et technologies de l'information et des systèmes*, Volume 4, Hors-Série 1(1), 2005.
- [Laurila 07] T. Laurila, T. Mattila, V. Vuorinen, J. Karppinen, J. Li, M. Sippola, J. Kivilahti, "Evolution of microstructure and failure mechanism of leadfree solder interconnections in

power cycling and thermal shock tests", *Microelectronics Reliability*, vol. 47, n°7, pp. 1135-1144, 2007.

[Lebey 03] T. Lebey, D. Malec, et al., "Integration of Passive Components in Power Electronics : From the material to the System", *The Fifth International Conference on Power Electronics and Drive Systems*, Vol. 1, pp. 292 - 296, 2003.

[Leclercq 94] J. Leclercq, "Éléments de technologie, Électronique de puissance", *Techniques de l'Ingénieur*, Volume D 3220, 1994.

[Lee 02] F. C. Lee, J. D. Van Wyk, D. Boroyevich, G.-Q. Lu, Z. Liang, P. Barbosa, "Technology Trends toward a System-in-a-Module in Power Electronics" – IEEE, 2002

[Lefebvre 03] S. Lefebvre, "Caractérisation à haute température de composants à semi-conducteur de puissance", *Rapport de fin de contrat 2003 - Hispano-Suiza*

[Lefebvre 04] S. Lefebvre, F. Miserey, "Composants à semi-conducteur pour l'électronique de puissance", *Lavoisier*, 2004.

[Lefebvre 02] S. Lefebvre, B. Multon, "Commande des semi-conducteurs de puissance : principes", *Techniques de l'ingénieur volume D*, pp D 3231-1 – D 3231-23, 2002.

[Lefèvre 07] Y. Lefevre, C. Henaux, F. Messine, B. Nogarede, "Enjeux de la modélisation et de la conception des actionneurs électromécaniques des commandes de vol électrique", *C6E2/WP2/ENSEEIH/LAPLACE-GREM3*, 2007.

[Lemaître 85] J. Lemaître, J.-L. Chaboche, "Mécanique des Matériaux solides", Édition Dunod, 1985.

[Lhommeau 05] T. Lhommeau, R. Meuret, M. Karama, "Technological study of an IGBT module for an aeronautical application in zone engine", *11th European Conference on Power Electronics and Applications (EPE 2005, Dresden)*, Paper N°895, ISBN: 90-75815-08-5, 2005.

[Lhommeau 07] T. Lhommeau, "Modes de défaillance et fiabilité des modules IGBT en contraintes aéronautiques", *Thèse de Doctorat de l'Université Toulouse*, 2007.

[Lossouarn 08] D. Lossouarn, "Étude théorique et expérimentale du refroidissement diphasique à pompage capillaire de convertisseurs de puissance à haute densité de flux de chaleur pour la traction ferroviaire", *Thèse de l'Université de Poitiers*, 2008.

[Mavier 07] J. Mavier, "Convertisseurs génériques a tolérance de panne. Applications pour le domaine aéronautique", *Thèse de Doctorat de l'Institut National Polytechnique de Toulouse*, 2007.

[McCluskey 98] P. McCluskey & al. "Packaging of power electronics for high temperature applications", *Advancing Microelectronics*, pp 19-24, January/Fbruary 1998.

[McCluskey 01] P. McCluskey, "Fatigue and intermetallic formation in lead free solder die attach", *International Electronic Packaging Technical Conference and Exhibition, IPACK'01, Hawaiï USA*, June 2001.

[Mermet 06] M. Mermet-Guyennet, "New structure of power integrated module", *Proceedings of the CIPS, Naples, Italy*, June 7-9, 2006.

[Mermet 07] M. Mermet-Guyennet, X. Perpiñá, M. Piton, "Revisiting power cycling test for better life-time prediction in traction", *Microelectronics Reliability*, (47), Issues 9-11, pp. 1690-1695, 2007.

[Mertens 04] C. Mertens, J. Rudzki, et al., "Top-Side Chip Contacts with Low Temperature Joining Technique (LTJT)", *Conférence CIPS*, 2004.

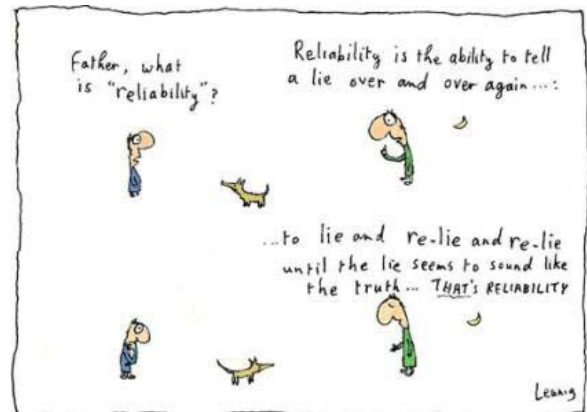
- [Meysenc 98] L. Meysenc, "Étude de micro-échangeurs intégrés pour le refroidissement des semiconducteurs de puissance", Thèse de Doctorat de l'INPG, 1998.
- [Micol 07] A. Micol, "Approche probabiliste dans la conception des modules de puissance", Thèse de Doctorat de l'Université Toulouse III - Paul Sabatier, 2007.
- [Mitic 99] G. Mitic, R. Beinert, P. Klofac, H.J. Schultz, G. Lefranc, "Reliability of ALN substrates and their solder joints in IGBT power modules", *Microelectronics reliability*, Vol. 39, pp. 1159-1164, 1999.
- [Mitic 02] G. Mitic, G. Lefranc, "Localization of electrical-insulation and partial-discharge failures of IGBT modules" *IEEE Transactions on Industry Applications*, Volume 38, Issue 1, pp. 175 – 180, Jan/Feb 2002.
- [Miyazaki 06] T. Miyazaki, T. Omata, "Electromigration degradation mechanism for pb-free flip-chip micro solder bumps", *Microelectronics Reliability*, vol 46, pp. 1898-1903, 2006.
- [Mustain 05] H. A. Mustain, A. B. Lostetter, W. D. Brown, "Evaluation of Gold and Aluminum Wire Bond Performance for High Temperature (500°C) Silicon Carbide (SiC) Power Modules", *IEEE, Proceedings of the 55th Conference on Electronic Components and Technology*, Vol. 2, pp. 1623 - 1628, 31 May-3 June 2005.
- [Nagatomo 00] Y. Nagatomo and T. Nagase, "The Study of the "Power Modules with High Reliability for EV Use", Conference 17th EVS, Montreal, Oct. 2000.
- [Ning 03] H. Ning, J. Ma, et al., "Preoxidation of the Cu Layer in Direct Bonding Technology", *Applied Surface Science*, Vol. 211, pp. 250-258, 2003.
- [Ning 03] X. S. Ning, Y. Lin, W. Xu, R. Peng, H. Zhou, K. Chen, "Development of a directly bonded aluminium/alumina power electronic substrate", *Materials Science and Engineering : B*, Volume 99, Number 1, pp. 479-482, 2003.
- [Occhionero 99] M. A. Occhionero, K. P. Fennessy, R. W. Adams, R. A. Hay "Cost-Effective Manufacturing Of Aluminum Silicon Carbide (AlSiC) Electronic Packages", proceedings of the IMAPS Advanced Packaging Materials Symposium, (Braselton GA), pp. 14 - 17, 1999.
- [Ohring 98] M. Ohring – *Reliability failures of Electronics materials and devices* – Academic Press, 1998.
- [Onuki 00] J. Onuki, M. Koizumi, M. Suwa, "Reliability of thick Al wire bonds in IGBT modules for traction motor drives", *IEEE Transactions on Advanced Packaging*, Volume 23, Issue 1, pp. 108 - 112, Feb 2000.
- [Paulson 76] W. M. Paulson and R. P. Lorigan, "The effects of impurities on the corrosion of aluminum metallization", *Proceeding of the 14th Annual Reliability Physics Symposium*, pp 42-47, 1976.
- [Périchaud 00] G. Périchaud, "Evaluation de la fiabilité des adhésifs conducteurs en remplacement des brasures étain-plomb pour la réalisation des assemblages électroniques type CMS", Thèse de Doctorat de l'Université de Bordeaux 1, 2000.
- [Perret 03] R. Perret, "Interrupteurs électroniques de puissance", 2003.
- [Petit 06] J.-A. Petit, Y. Baziard, V. Nassiet, "Durabilité des assemblages collés - Approche prédictive", *Technique de l'ingénieur*, Dossier BM7667, 2006.
- [Quigley 93] R. E. J. Quigley, "More electric aircraft", *APEC*, pp. 906-911, March 1993.
- [Reicher 01] R. Reicher, W. Smetana and all, "A fritless Copper Conductor System for Power Electronic Applications", *Microelectronics Reliability*, Vol. 41, Issue 4, April 2001, pp. 491 – 498.

- [Raël 96] S. Raël, *Méthodologie de conception des modules de puissance : Etude électrothermique de l'association parallèle*. Thèse de Doctorat de l'INPG, 1996.
- [Rizzi 08] M. Rizzi, "Contribution à l'étude de la fiabilité des modules de puissance pour application automobile", Thèse de Doctorat de l'Université de Bordeaux 1, 2008.
- [RTM] [http://www.rmtltd.ru/articles/Thermoelectric Cooling Modules.pdf](http://www.rmtltd.ru/articles/Thermoelectric%20Cooling%20Modules.pdf)
- [RoHS 06] Directive 2002/95/CE du Parlement européen et du Conseil relative à la limitation de l'utilisation de certaines substances dangereuses dans les équipements électriques et électroniques, www.europa.eu.int/eur-lex/pri/fr/oj/dat/2003/l_037/l_03720030213fr00190023.pdf
- [Scheuermann 08] U. Scheuermann, P. Beckedahl, "The Road to the Next Generation Power Module - 100% Solder Free Design", Conference CIPS, 2008.
- [Schmitt 94] S. Schmitt, "Le composant électronique monté en surface, Technologie et Mise en œuvre", 1994
- [Schulz-Harder 00] J. Schulz-Harder, "The New Standard for Direct Bonded Copper Substrates - Feature of DCB is thick solid copper conductors", Conference PCIM, Vol. 4, pp. 36-39, 2000.
- [Schulz-Harder 03] J. Schulz-Harder, "Advantages and New Development of direct Bonded Copper Substrates", *Microelectronics Reliability*, Vol. 43, pp. 359-365, 2003.
- [Schütze 98] T. Schütze, H. Berg, M. Hierholzer "Further Improvements in the reliability of IGBT module", IEEE, 1998.
- [Schwarzbauer 89] H. Schwarzbauer, R. Kuhnert, "Novel large Area Joining Technique for Improved Power Device Performance", Conférence Industry Applications Society Annual Meeting , Conference Record of the 1989 IEEE, Vol. 2, pp. 1348-1351, Oct. 1989.
- [Shammas 03] N. Y. A. Shammas, "Present Problems of Power Module Packaging Technology", *Journal of Microelectronics Reliability*, Elsevier Science, Volume 43, Number 4, pp. 519-527, April 2003.
- [Shen 08] J. Shen, B. Grummel, R. McClure, A. Gordon, A. Hefner, "High Temperature, High Power SiC Module Design : Packaging Architecture and Material Consideration", International Conference on High Temperature Electronics (HiTEC 2008) Hotel Albuquerque Old Town Albuquerque, New Mexico USA May 12-15, 2008.
- [Silvain 06] J.-F. Silvain, J. Soccart: "Copper matrix composite materials used for thermal management of high power electronic devices", Imaps France, La Rochelle, 2006.
- [Sitaraman 03] K. Tunga, J. Pyland, R. V. Pucha, S. K. Sitaraman "Field-Use Conditions vs. Thermal Cycles - A Physics-Based Mapping Study", IEEE - Electronic Components and Technology Conference, 2003.
- [Sitaraman 04] R. V. Pucha, K. Tunga, J. Pyland, S. K. Sitaraman, "Accelerated Thermal Cycling Guidelines for Electronic Packages in Military Avionics Thermal Environment", *Journal of Electronic Packaging*, Volume 126, June 2004.
- [Solomalala 07] P. Solomalala, J. Saiz, M. Mermet-Guyennet, A. Castellazzi, M. Ciappa, X. Chauffleur, J.P. Fradin, "Virtual reliability assessment of integrated power switches based on multi-domain simulation approach", *Microelectronics Reliability* 47, pp. 1343-1348, 2007.
- [Spera 76] D.-A. Spera, "What is thermal fatigue?", ASTM, 612, pp. 3 - 9, 1976.
- [Stanley 73] P. Stanley, H. Fessler, & A. D. Seville, "An engineer's approach to the prediction of failure probability of brittle components" *Proc. Brit. Ceram. Soc.*, 22, pp. 453-87, 1973.

- [Tegehall 90] P.-E. Tegehall, "Review of the impact of intermetallic layers on the brittleness of tin-lead and lead-free solder joint", Ph.D – IVF, 1990.
- [Thébaud 00] J.-M. Thébaud, E. Woïrgrard, C. Zardini, KH. Sommer, "Thermal fatigue resistance evaluation of solder joints in IGBT power module for traction applications", PESC'00, Galway, June 2000.
- [Valon 03] J. Vallon - Introduction à l'étude de la fiabilité des cellules de commutation à IGBT sous fortes contraintes. Thèse de doctorat de l'INPT, 2003.
- [WEEE 06] Directive 2002/96/CE du parlement européen et du conseil du 27 janvier 2003 relative aux déchets d'équipements électriques et électroniques (DEEE), www.europa.eu.int/eur-lex/pri/fr/oj/dat/2003/l_037/l_03720030213fr00240038.pdf
- [Weber] L. Weber, "Les Techniques d'Assemblage pour les Métaux" Laboratory for Mechanical Metallurgy, EPF Lausanne, MX-D 021, interne 3 29 34.
- [Weimer 03] J. A. Weimer, "The role of electric machines and drives in the more electric aircraft", International Electric Machines and Drives Conference, vol. 1, pp. 11-15, June 2003.
- [Woïrgrard 92] E. Woïrgrard, "Contribution à l'étude d'une intégration hybride adaptée à l'électronique automobile", Thèse de l'Université de Bordeaux 1, 1992.
- [Wong 89] C. P. Wong, J. M. Segelken, J. W. Balde, "Understanding the use of silicone gels for nonhermetic plastic packaging" IEEE Transactions on Components, Hybrids, and Manufacturing Technology, Volume 12, Issue 4, pp. 421 – 425, Dec 1989.
- [Wondrak 99] W. Wondrak, "Physical limits and lifetime limitations of semiconductor devices at high temperature", Microelectronic Reliability n°39, pp. 1113-1120, 1999.
- [Wondrak 01] W. Wondrak, R. Held, E. Niemann, U. Schmid, "SiC devices for advanced power and high-temperature applications", IEEE Transactions on Industrial Electronics, Volume 48, Issue 2, pp 307 – 308, Apr 2001.
- [Yann 02] C. Yann, "Identification d'un mode de vieillissement dans un assemblage céramique-métal", Thèse de doctorat de l'École Nationale Supérieure de Cachan, 2002.
- [Ye 02] H. Ye, M. Lin, C. Basaran, "Failure modes and FEM analysis of power electronic packaging", Finite Elements in Analysis and design, Vol. 38, Issue 7, pp.601-612, May 2002.
- [Yerman 83] A. Yerman, J. Burgess, R. Carlson, C. Neugebauer, "Hot Spots Caused by Voids and Cracks in the Chip Mountdown Medium in Power Semiconductor Packaging" IEEE Transactions on Components, Hybrids, and Manufacturing Technology, Volume 6, Issue 4, pp. 473-479, Dec 1983.
- [Zeller 97] H. R. Zeller, "Cosmic ray induced failures in high power semiconductor devices", Microelectronics reliability, Vol. 37, N° 10/11, pp. 1711-1718, 1997.

CHAPITRE 2

LA FIABILITÉ EN CONCEPTION



Barbamu 22

Sommaire

2.1.	Introduction.....	83
2.2.	Notion de fiabilité.....	83
2.3.	Approches de la Fiabilité en conception.....	85
2.3.1.	L'approche déterministe du dimensionnement "résistance-sollicitation".....	86
2.3.2.	L'approche par les essais de fiabilité.....	87
2.3.3.	L'approche par les données d'exploitation.....	89
2.3.4.	L'approche par le retour d'expérience analogue.....	89
2.3.5.	L'approche probabiliste du dimensionnement.....	91
2.4.	La fiabilité mécanique.....	91
2.4.1.	Probabilité de défaillance.....	92
2.4.2.	Notion d'indice de fiabilité.....	93
2.4.3.	Transformations Isoprobabilistes.....	95
2.4.4.	Recherche du point de conception.....	98
2.4.5.	Facteurs d'importance.....	100
2.5.	Méthodes d'approximation de fiabilité mécanique.....	102
2.5.1.	Les méthodes basées sur l'approximation de la surface d'état-limite.....	103
2.5.2.	Les méthodes de simulation.....	106
2.6.	La fiabilité mécanique appliquée à la conception des modules IGBT.....	109
2.6.1.	Couplage mécano-fiabiliste.....	109
2.6.2.	Approximation de la fonction de performance par surfaces de réponse.....	110
2.7.	Conclusion.....	115
2.8.	Bibliographie.....	116

2. LA FIABILITÉ EN CONCEPTION

2.1. Introduction

Le chapitre précédent a permis la définition de structures d'assemblage d'interrupteurs de puissance susceptibles de présenter les meilleures aptitudes pour des utilisations en environnement aéronautique sévère. Pour une application donnée, la conception proprement dite de ces modules, en d'autres termes le positionnement des pièces dans l'assemblage, leurs dimensionnements, le choix des matériaux, etc. doit faire l'objet d'études de fiabilité et de validation, afin de s'assurer du bon fonctionnement de l'ensemble sur la durée d'utilisation prévue.

Ce chapitre porte sur le choix et la présentation de la démarche de conception mécanique fiabiliste utilisée dans le cadre de cette étude. En effet, la validation des produits électroniques est par tradition réalisée, soit par comparaison avec des équipements similaires déjà utilisés dans des conditions proches, soit par des essais accélérés menés sur des prototypes du produit en développement. Face aux nombreux inconvénients de ces approches comme les approximations faites, les délais de développement importants, les coûts non négligeables de fabrication de prototype destinés à être détruits, etc., les méthodes de fiabilité mécanique, aujourd'hui matures et essentiellement basées sur la simulation numérique se révèlent très avantageuses.

Après une présentation dans la première partie des principales approches utilisables avec la mise en exergue de leurs forces et faiblesses, l'approche probabiliste du dimensionnement a été retenue en raison de son adéquation au problème posé, à savoir l'inexistence de retour d'expérience et les vastes possibilités d'optimisation de conception qu'elle offre. Le principe de base de cette approche est présenté dans la deuxième partie, avec les principales notions et les méthodes de calculs nécessaires à l'obtention des indicateurs de fiabilité relatifs à chaque scénario de défaillance. Les principales techniques d'approximation permettant de simplifier son emploi ont ensuite été exposées. Le dernier point est consacré à son application aux assemblages d'interrupteurs de puissance, par l'intermédiaire des modèles Éléments Finis correspondants. Le couplage entre les modules de calculs fiabilistes et mécaniques, ainsi que quelques techniques supplémentaires d'approximations permettant d'augmenter l'efficacité de la démarche d'analyse fiabiliste dans ce cas particulier sont présentés.

2.2. Notion de fiabilité

La Fiabilité d'un système représente son aptitude à remplir sa fonction, dans des conditions bien déterminées, pendant une durée donnée. Elle est l'une des composantes de la sûreté de fonctionnement, qui regroupe en outre la maintenabilité, la disponibilité et la sécurité. L'ensemble de ses disciplines permet de construire et d'évaluer la confiance placée dans les équipements lors de la conception, la réalisation, la commercialisation, l'utilisation et la maintenance.

Les études de fiabilité font appel à une terminologie précise concernant le système étudié dont les principales définitions sont rappelées ci-après :

- la **défaillance** est la cessation d'une aptitude à accomplir une fonction requise, c'est le passage de l'état de fonctionnement à l'état de panne,
- le **mode de défaillance** est la forme observable du dysfonctionnement d'un système,
- le **mécanisme de défaillance** est le processus physique, chimique ou autre qui entraîne une défaillance.

En utilisant un vocabulaire statistique, la fiabilité d'un dispositif à l'instant t , notée $R(t)$ (R pour "Reliability"), est la probabilité qu'il fonctionne sans défaillance dans l'intervalle de temps $[0, t]$. En notant T la variable aléatoire représentant la durée de fonctionnement avant défaillance du système, sa probabilité de survie à l'instant t (ou fiabilité à l'instant t) s'écrit $R(t) = \text{Prob}(T \geq t)$. La probabilité de défaillance du dispositif à l'instant t vaut alors $P_f(t) = 1 - R(t)$, P_f pour

"probability of failure". On définit la fonction densité de probabilité de défaillance à l'instant t par $f(t) = \frac{dP_f(t)}{dt}$.

Autre indicateur de fiabilité, le taux de défaillance représente la proportion de dispositifs qui, ayant vécu jusqu'à l'instant t , ne sont plus en vie à l'instant $t + dt$. Il s'agit de la probabilité conditionnelle suivante :

$$\lambda(t) = \frac{\text{Prob}(t \leq T < t + dt)}{\text{Prob}(T \geq t)} = \frac{f(t)}{R(t)} \tag{2-1}$$

D'une manière générale, ce taux est élevé dans les premiers instants d'utilisation du dispositif concerné. Dans cette période dite de jeunesse, il décroît rapidement avec le rodage pour se stabiliser dans une période dite de vie utile. Au bout de cette seconde période, l'entrée en jeu de phénomènes de vieillissement ou d'usure entraîne un accroissement du taux de défaillance, on entre alors dans une période dite d'usure ou de vieillissement. Le tracé du taux de défaillance en fonction du temps d'utilisation du dispositif conduit alors à une courbe dont l'allure générale est présentée à la Figure 2-1. Elle est souvent désignée dans la littérature sous l'appellation de "courbe en forme de baignoire".

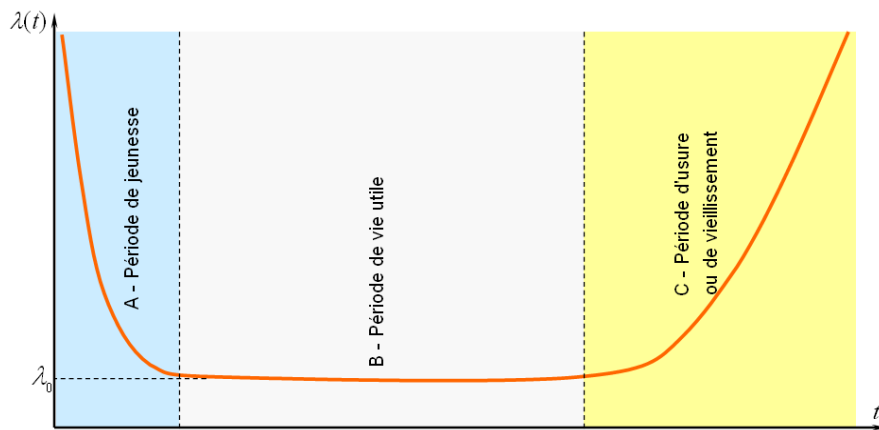


Figure 2-1 : Allure de la fonction taux de défaillance (courbe en forme de baignoire).

Inversement, la connaissance du taux de défaillance permet de calculer la fiabilité à l'aide de la relation

$$R(t) = e^{-\int_0^t \lambda(s) ds} \tag{2-2}$$

Pendant la période de fonctionnement normal où il est constant (Figure 2-1), le taux de défaillance est très souvent utilisé comme indicateur de la fiabilité dans les cahiers des charges. Cependant, il est couramment remplacé par d'autres quantités relatives à la fiabilité comme :

- le MTTF (Mean Time To Failure) où la durée moyenne de fonctionnement avant défaillance :

$$\text{MTTF} = \int_0^{\infty} t \cdot f(t) dt = \frac{1}{\lambda_0} \tag{2-3}$$

- le MTBF (Mean Time Between Failures), la moyenne des temps de bon fonctionnement pour équipements réparables,

A ces indicateurs s'ajoutent d'autres couramment utilisés dans le domaine de la maintenance. Les plus importants d'entre eux sont :

- le TBO (Time Between Overhaul), durée recommandée avant entretien,
- le MUT (Mean Up Time), durée moyenne de fonctionnement du système après réparation,
- le MDT (Mean Down Time), durée moyenne d'indisponibilité.

Dans le domaine aéronautique, on utilise de préférence le MTBUR (Mean Time Between Unscheduled Removals) représentant le temps moyen entre deux déposes non planifiées. Il est obtenu par le rapport du produit du nombre d'équipements par avion par le nombre total d'heures de vol de l'ensemble de la flotte, au nombre de défaillances survenues sur la période d'utilisation. Il est parfois utilisé en association avec le MTTUR (Mean Time To Unscheduled Removals) qui désigne le temps moyen jusqu'à la première dépose non planifiée.

La Figure 2-2 illustre quelques uns des temps dont les moyennes sont citées ci-dessus.

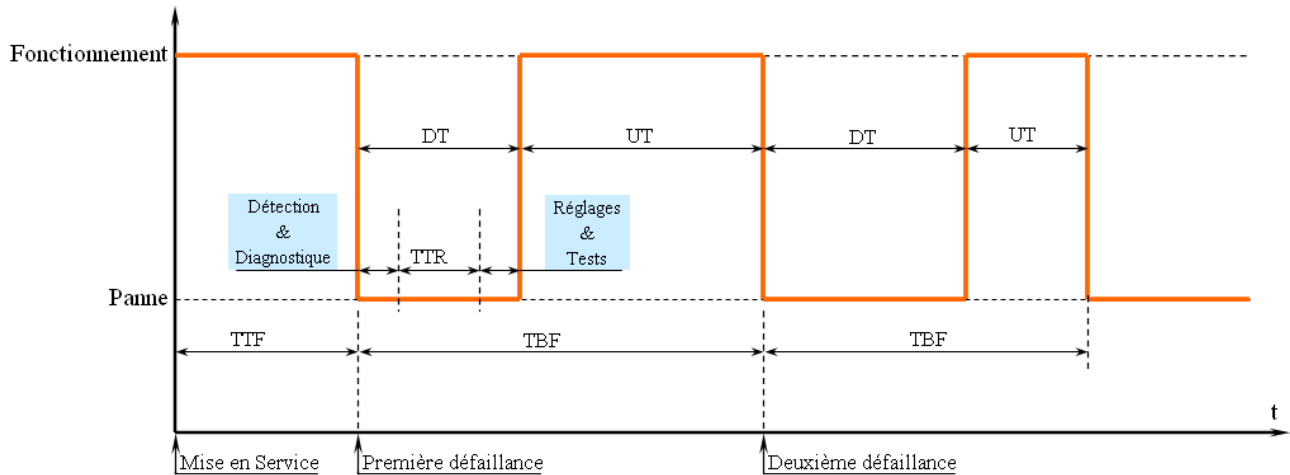


Figure 2-2 : Représentation des indicateurs temporels de la fiabilité.

2.3. Approches de la Fiabilité en conception

Suivant la phase de vie de l'équipement incriminé, les analyses de fiabilité peuvent être réparties, en trois composantes complémentaires que sont la fiabilité prévisionnelle, la fiabilité expérimentale et la fiabilité opérationnelle.

Le terme de "fiabilité prévisionnelle" regroupe l'ensemble des opérations permettant l'estimation d'une fiabilité opérationnelle à partir de l'analyse de la conception du dispositif et de la fiabilité de ses composants. Elle commence le plus en amont possible dans la phase de conception d'un équipement, et permet de prendre en compte les défaillances existantes sur produits similaires, faire apparaître les défaillances potentielles, qualifier et quantifier les modifications par rapport à une solution existante, évaluer l'atteinte des objectifs et aider au choix des solutions.

La "fiabilité expérimentale" est intermédiaire entre la fiabilité prévisionnelle et la fiabilité opérationnelle. Elle désigne l'ensemble des opérations de fiabilité menées en phase de développement à l'aide d'essais. Elle permet de faire apparaître et d'analyser les défaillances inconnues pour corriger la conception du dispositif, vérifier la fiabilité prévisionnelle, estimer la fiabilité opérationnelle, valider le choix des solutions (objectifs atteints ou non) et déterminer les marges de sécurité.

Enfin, la "fiabilité opérationnelle" concerne l'ensemble des opérations de fiabilité menées sur l'équipement lors de son utilisation. Elle permet d'évaluer le dispositif dans son environnement par rapport aux objectifs initiaux, de valider l'ensemble des démarches de fiabilité prévisionnelles et expérimentales (hypothèses, outils, méthodes, etc.), d'identifier les défaillances inconnues, de créer ou affiner des outils (analyse, modélisation, ...) et d'avoir une référence pour fixer les objectifs des équipements futurs. Elle fait appel à des techniques statistiques de modélisation de comportement et d'analyse de défaillances basée sur l'exploitation des informations obtenues en utilisation.

En phase de conception, ce sont donc les démarches de fiabilité prévisionnelles et expérimentales qui sont utilisées pour l'évaluation et l'optimisation d'un produit en terme de fiabilité. Ces approches sont choisies sur la base des moyens et des informations disponibles, des temps de développement alloués, du niveau de fiabilité recherché, etc. Les principales approches employées sont :

- l'approche déterministe du dimensionnement "résistance-sollicitation",
- l'approche par essais,
- l'approche par données d'exploitation,
- l'approche par retour d'expériences analogues,
- l'approche probabiliste du dimensionnement "résistance-sollicitation".

Elles sont présentées ci-après de manière succincte.

2.3.1. L'approche déterministe du dimensionnement "résistance-sollicitation"

Le dimensionnement déterministe des structures est la démarche traditionnellement utilisée en conception mécanique. Elle est née au milieu du 19^{ième} siècle avec l'avancée des connaissances en mécanique des milieux continus et en résistance des matériaux, avec notamment les travaux de Navier, Maxwell, Castigliano, etc. La conception est validée au travers d'un modèle analytique rendant compte de l'état du système (pour chaque mode de défaillance) en fonction des variables de conception (chargement, géométrie, matériaux, conditions aux limites, etc.). Ces modèles, peuvent être présentés de manière simple sous la forme de relations mathématiques entre la sollicitation S appliquée au système et sa résistance R , ces deux quantités étant généralement exprimées fonctions des paramètres de conception du système évoqués ci-dessus. Le dimensionnement de la structure est alors réalisé de manière à ce que la variable de résistance reste supérieure à la variable de sollicitation :

$$R > S \quad (2-4)$$

L'un des problèmes que pose cette approche réside dans le fait que les variables mises en jeu, sont prises constantes, alors qu'elles présentent dans la réalité des variabilités parfois importantes. Leurs dispersions peuvent par conséquent conduire à la non vérification de la relation (2-4), et donc à l'échec du dimensionnement, avec les catastrophes que cela peut entraîner. Ces incertitudes peuvent avoir pour origine :

- les aléas dans la modélisation du système, dus par exemple aux simplifications géométriques et dans les lois de comportement, ou encore au maillage et les approximations au niveau élémentaire dans le cas de modèles de calculs par la Méthode des Éléments Finis (MÉF) [Zienkiewicz 89], etc.,
- les aléas liés à la modélisation des conditions aux limites, dus entre autre à l'idéalisation des interactions avec le milieu extérieur comme les fixations mécaniques, les contacts mécaniques ou thermiques, etc.,
- les aléas sur la sollicitation,
- les aléas sur les méthodes numériques de résolution, le plus souvent itératives avec des critères d'acceptation sources d'imprécisions.

Pour tenir compte des incertitudes liées à cette démarche, les concepteurs introduisent généralement un coefficient de sécurité k souvent compris entre 1 et 10, en dimensionnant le système de manière à ce que :

$$R > k \cdot S \quad (2-5)$$

Procédant d'un vocabulaire positif et rassurant, ce coefficient masque en réalité toute l'ignorance et les incertitudes du concepteur en permettant de se prémunir contre les modes de défaillance envisageables sur une structure durant sa durée de vie. Il est le plus souvent imposé par des réglementations et des normes, ou établi sur la base de l'expérience ou l'intuition d'experts. C'est une approche qui mène souvent pour des raisons arbitraires, à des surdimensionnements pouvant s'avérer problématiques lorsqu'il faut optimiser le poids ou le volume du système comme c'est le cas dans l'aéronautique.

2.3.2. L'approche par les essais de fiabilité

Les travaux d'essai de fiabilité consistent à soumettre un nombre statistiquement suffisant de prototypes du produit étudié, à des essais représentatifs des conditions normales d'utilisation. Ces essais menés durant la phase de conception, voir de validation du produit ont principalement trois objectifs :

- identifier les modes de défaillance inconnus en utilisation,
- estimer la fiabilité opérationnelle,
- améliorer en amont la conception pour atteindre d'éventuels objectifs de fiabilité.

L'estimation de la fiabilité opérationnelle est réalisée au moyen de modèles paramétriques de fiabilité ou de taux de défaillance en fonction du temps, dont l'identification est généralement réalisée à partir de l'analyse des durées expérimentales de fonctionnement sans défaillance [Meeker 98, Tooru 02].

A titre d'illustration, un produit dont le taux de défaillance instantané est constant et égal à λ , obéira en raison de la relation (2-2) à une fiabilité de :

$$R(t) = e^{-\lambda t} \quad (2-6)$$

Son allure est donnée à la Figure 2-3.

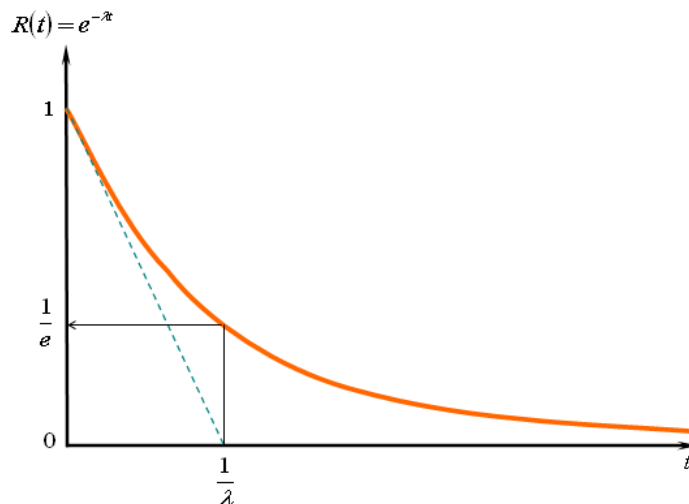


Figure 2-3 : Allure de la fiabilité pour un équipement à taux de défaillance constant.

L'analyse de fiabilité consistera dans ce cas à identifier le paramètre λ (par la méthode du maximum de vraisemblance par exemple), à vérifier l'atteinte des objectifs de fiabilité, puis à proposer s'il le faut des actions correctives.

Ces essais sont parfois répétés durant la phase de conception au fur et mesure des modifications apportées au produit. Leurs résultats peuvent alors être exploités lors d'analyses de croissance de fiabilité ou RGM (Reliability Growth Management), afin de quantifier l'accroissement de la fiabilité, pour démontrer ou chiffrer, l'impact des améliorations successives du produit. Le principe de base des méthodes employées est de mettre en équation la croissance de fiabilité, à l'aide de modèles analytiques. Le modèle de Duane et le modèle de Crow (ou modèle AMSAA) sont à cet effet les plus utilisés [MIL-HDBK-189 81, Clarotti 98]. Ces modèles sont le plus souvent utilisés à des fins de calculs prévisionnels, permettant aux concepteurs d'estimer par exemple le reste de temps de développement qu'impliquent les objectifs de fiabilité à atteindre, ou encore de remettre en cause les choix technologiques effectués. On parle dans ce cas d'essais de croissance de fiabilité ou RGT (Reliability Growth Tests) [Soulier 08].

Ces essais sont généralement longs, en particulier lorsque le produit présente une fiabilité initiale relativement bonne. Ils peuvent par conséquent, être à l'origine de dépassements au niveau des

temps et de budgets de développement. En guise d'alternative, ils peuvent être accélérés (ALT - Accelerated Life Testing), en durcissant certains paramètres comme la température, l'humidité, les fréquences de sollicitation, etc. Les résultats obtenus sont alors extrapolés à l'aide de lois d'accélération aux niveaux de contraintes normales d'utilisation pour la prédiction des performances opérationnelles du produit [Nelson 90, Caruso 98]. Les profils de ces essais accélérés doivent être définis de manière à préserver la physique des défaillances qui surviendraient en utilisation normale. L'excellente illustration de la Figure 2-4 permet de comprendre la nécessité des précautions à prendre lors de l'accélération des profils.

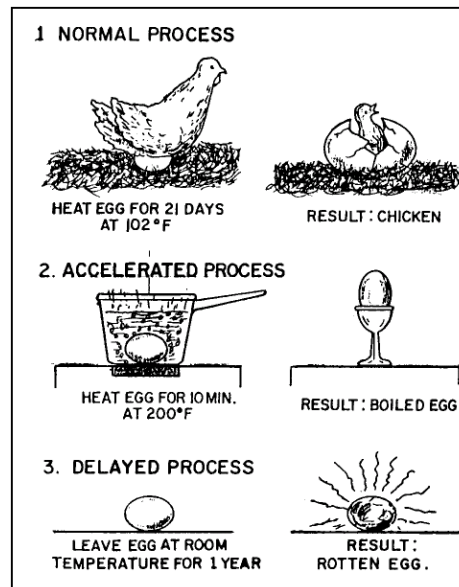


Figure 2-4 : Illustration du risque de ne pas reproduire le mode de défaillance en utilisation normale, avec l'accélération des profils [Daniel 99].

Dans la famille des essais accélérés, deux types d'essais sont couramment utilisés, ce sont les essais aggravés et les essais de déverminage [McLean 00, Tebbi 05].

- Les essais aggravés ou HALT (High Accelerated Life Testing) sont obtenus par augmentation de la contrainte de façon progressive ou par paliers successifs jusqu'à défaillance. Ils ont pour objectif essentiel de favoriser la robustesse d'un produit par l'exploration de ses limites de fonctionnement, et de connaître si nécessaire, les éventuelles réponses à y apporter comme par exemple un changement de technologie. Ils ne s'appuient sur aucun modèle analytique et ne sont pas destinés à l'estimation de la fiabilité. Ils ont une vocation complémentaire à celle des essais accélérés [Giquel 08].
- Les essais de déverminage ou HASS (High Accelerated Stress Screening) sont qualitatifs, ils ont pour objectif d'éliminer les défauts latents de la période de jeunesse. Pour cela, on soumet les produits sortant de fabrication à des sollicitations d'environnement (thermiques, vibratoires, etc.) pendant une durée donnée de manière à faire apparaître les défauts de jeunesse, c'est-à-dire les défauts de conception ou de fabrication, et à les éliminer, afin que le taux de défaillance prévue pour la durée de vie utile soit rapidement atteinte [ASTE 93, Kececioglu 99].

Les estimations de fiabilité dans cette approche sont généralement faites avec des niveaux de confiance. Ces niveaux ainsi que la précision des estimations augmentent avec la qualité et la quantité des données utilisées. Face à la quantité en générale statistiquement faible des données disponibles, des calculs bayésiens sont parfois mis en œuvre pour améliorer les prédictions en permettant d'intégrer des données en provenance de produits similaires à celui étudié, et utilisées dans des conditions proches. Chaque source est pondérée selon sa représentativité et son informativité, en se basant sur l'information de Fisher correspondante. Pour plus de détails à ce sujet, le lecteur pourra se reporter à [Lannoy 03, Lannoy 05, Prociacca 92, Usureau 04].

2.3.3. L'approche par les données d'exploitation

L'analyse de fiabilité à partir de données d'exploitation est similaire à l'approche par les essais présentée ci-dessus en terme de méthode d'analyse de défaillance et de fiabilité. Le fait qu'elle s'appuie sur des données d'exploitation conduit théoriquement à de meilleures estimations de fiabilité puisque les données utilisées tiennent compte des conditions réelles d'utilisation du produit analysé.

L'analyse des modes de défaillance observés fournit de précieuses informations pour l'optimisation de la conception du produit et l'actualisation des hypothèses faites en phase de fiabilité prévisionnelle.

L'identification des modèles paramétriques de fiabilité ou de taux de défaillance permet de faire des projections de fiabilité sur la durée d'utilisation allouée, et de définir les éventuelles améliorations à apporter au produit.

Ceci étant, cette approche présente l'inconvénient d'induire d'importants coûts de collecte des données de défaillances, en raison des moyens importants à mettre en oeuvre pour le suivi des équipements en utilisation. Les concepteurs sont la plupart du temps confrontés à des déficits de données correctes. Des approches bayésiennes peuvent alors être exploitées pour améliorer la précision et le niveau de confiance des estimations de fiabilité. Elles présentent aussi l'inconvénient de n'être utilisables que lors d'études d'amélioration de conception de produits déjà en service. Elles ne peuvent être mise en oeuvre dans le cadre de l'étude actuelle pour la bonne raison que les modules de puissance sont en phase amont de conception, et que nous sommes face à une absence totale de données d'exploitation.

2.3.4. L'approche par le retour d'expérience analogue

Les analyses de fiabilité par retour d'expérience analogue [Lyonnet 06, Lannoy 06] sont généralement basées sur l'hypothèse de la constance du taux de défaillance.

Pour un système constitué de sous ensembles, son taux peut être calculé en fonction de celui de ses composants élémentaires et de leurs implications respectives dans le mécanisme de défaillance incriminé. Ces implications peuvent être mises en évidence à l'aide d'outils d'analyse de défaillance (AMDEC, arbres de défaillances, etc.). Ensuite, à partir des diagrammes de fiabilité (par exemple sous forme d'un schéma bloc) et en fonction de leurs architectures, le taux de défaillance du système, puis sa fiabilité peuvent être calculés et comparés aux spécifications du cahier des charges.

Ces taux de défaillance sont disponibles dans de nombreux référentiels où ils sont déterminés soit à partir de résultats d'essais, soit à partir de retours d'expérience.

Il existe de nombreux recueils de modèles de prédiction pour les composants élémentaires que sont les résistances, condensateurs, circuits intégrés, etc., pour l'électronique, ou les roulements, joints, engrenages, etc. pour la mécanique. Ils diffèrent dans le niveau de sophistication avec lequel ils modélisent ces taux de défaillance en fonction des conditions d'utilisation (température, humidité, pression, vibration, etc...), des domaines d'utilisation, des types et gammes des composants couverts. Ils sont périodiquement mis à jour pour tenir compte des nouvelles technologies de composants.

Les tableaux ci-après présentent les principaux référentiels de prévision de fiabilité en électronique (Tableau 2-1) et en mécanique (Tableau 2-2).

Source	Titre	Éditeur	Dernière version
IEEE STD	IEEE Guide to the Collection and Presentation of Electrical, Electronic Sensing Component and Mechanical Equipment Reliability Data for Nuclear Power Generating Stations.	Institution of Electrical and Electronic Engineers, New York, USA.	IEEE STD500, 1984.
MIL-HDBK-217	Military Handbook-Reliability Prediction of Electronic Equipment.	United States Department Of Defense.	MIL-HDBK-217F, notice 2, 28 Février 1995.
BT-HRD	Handbook for Reliability Data.	British Telecommunications.	HRD 5, 1995.
EPRD	Electronic Parts Reliability Data.	Reliability Analysis Center (RAC), New York, USA.	EPRD 97, 1997.
GJB	Chinese Military Standard.	Beijing Yuntong Forever Sci.-Tech.	GJB/Z229B, 1998
RDF (CNET)	Recueil de Données de Fiabilité.	Centre National d'Etudes des Télécommunications, UTE, Paris, France.	RDF 2000-UTE. C80-810, Juillet 2000.
Telcordia/ Bellcore	Reliability Prediction Procedure for Electronic Equipment.	Telcordia Technologies New Jersey, USA.	Telcordia SR-332 Issue1, Mai 2001

Tableau 2-1 : Référentiels de prévision de fiabilité en électronique.

On peut classer parmi les référentiels ci-dessus, le guide "FIDES" de fiabilité prévisionnelle, construit sur la base des recueils précédemment cités à partir du retour sur expérience d'un consortium d'industriels français comprenant Airbus France, Eurocopter, Giat Industrie, MBDA Missiles Systems, Thales Research & Technology, Thales avionics, Thales Airbone Systems et Thales Underwater Systems [Guillet 04, Glade 05].

Source	Titre	Éditeur	Dernière version
AVCO	Failure Rates	D.R.Earles&M.F.Eddins AVCO Corporation, USA.	April 1962
NPRD	Non electronic Parts Reliability Data	Reliability Analysis Center RAC, New York, USA	NPRD 97, 1997
NSWC	Handbook of Reliability Prediction Procedures for Mechanical Equipment.	Carderock Division, Naval Surface Warfare Center, United States Navy.	NSWC-98/LE1, 1998
EIREDA	European Industry Reliability Data Handbook	European Commission and Electricité de France CRETE UNIVERSITY PRESS	1998
FARADA	Failure Rate Data	GIDEP-Government Industry Data Exchange Program (USA)	Mil-STD-1556 B, 24 février 1986

Tableau 2-2 : Référentiels de prévision de fiabilité en Mécanique.

Cette approche est relativement adaptée au domaine de l'électronique, où l'hypothèse de la constance du taux de défaillance dans la période de vie utile est confirmée par les observations [Lewis 87]. En revanche, les organes mécaniques (comme les connexions dans les modules IGBT) sont soumis, dès le début de leur vie, à des phénomènes d'usure ou de vieillissement. Leurs taux de

défaillance sont des fonctions non linéaires du temps [McLean 00, Doyle 92], dont l'allure générale est présentée à la Figure 2-5.

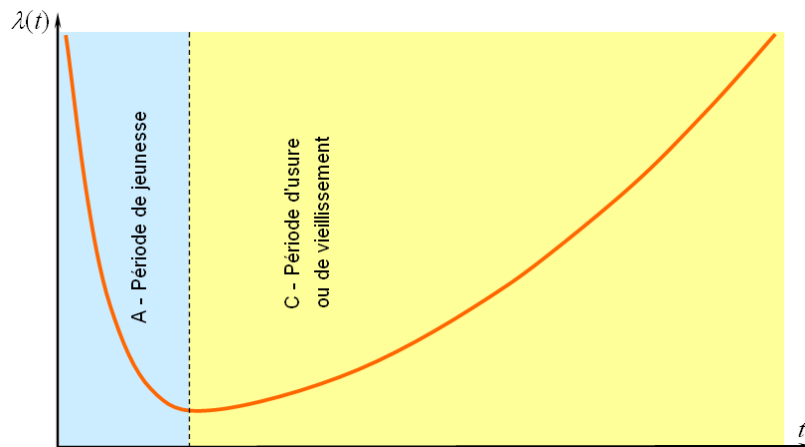


Figure 2-5 : Allure de la fonction taux de défaillance pour organes mécaniques [Lewis 87].

Les calculs prévisionnels de fiabilité se font alors essentiellement en utilisant pour la modélisation du taux de défaillance, des fonctions capables de traduire son évolution dans le temps. C'est par exemple le cas du modèle de Weibull basé sur l'hypothèse que le taux de défaillance évolue selon une fonction puissance du temps [Weibull 51].

2.3.5. L'approche probabiliste du dimensionnement

L'approche probabiliste du dimensionnement peut être considérée comme une probabilisation de la démarche déterministe "résistance-sollicitation". Elle a été développée pour un traitement plus rationnel des incertitudes lors du dimensionnement des structures mécaniques. Elle permet d'évaluer la probabilité que la structure analysée puisse être dans une configuration considérée comme défaillante sur sa période d'utilisation, en prenant en compte le caractère aléatoire des différentes variables qui la régissent. Elle s'appuie sur un modèle mathématique du système étudié, capable de prendre en compte l'aléa des données, pour le scénario de défaillance incriminé.

En plus de permettre l'estimation de la fiabilité du dispositif étudié, cette approche présente l'intérêt de permettre la quantification du poids des différentes variables de conception dans la fiabilité. Elle offre ainsi uniquement sur la base de calculs, la possibilité d'optimiser sa conception, ou de savoir parmi les variables contrôlables, celles qui peuvent raisonnablement faire l'objet d'investigations spécifiques. Elle constitue en ce sens un outil adéquat pour l'aide à la décision en phases de conception, voire de maintenance.

Compte tenu du contexte dans lequel se situent ces travaux, le choix a été fait de s'orienter vers cette dernière approche. Elle sera mise œuvre en conjonction avec les approches par retour d'expérience analogue et expérimentale pour l'identification des modes potentiels de défaillance et la formulation des critères de défaillance, c'est-à-dire la mise en équation des différents scénarii de défaillance. Elle est présentée plus en profondeur ci-après, avec son principe de base, et les techniques spécifiques nécessaires à sa mise en œuvre pour la conception des modules de puissance. Cette présentation s'appuie sur de nombreuses publications, parmi lesquelles nous pouvons citer les mémoires de thèse de Zakoua GUEDE [Guédé 05], Alexandre MICOL [Micol 07] ou encore le livre référence de Maurice LEMAIRE [Lemaire 05].

2.4. La fiabilité mécanique

L'application de la démarche de fiabilité mécanique à un système requiert au préalable la représentation de ce dernier à l'aide d'un modèle ou un processus (analytique ou numérique), traduisant son état en fonction des sollicitations auxquelles il est soumis. Ainsi, pour le scénario de défaillance considéré, une fonction comportant en entrée différents paramètres du modèle physique

est définie, généralement sur la base des connaissances relatives aux mécanismes conduisant au mode de défaillance en question. Les variables physiques du système étudié (aussi appelées variables de base ou de conception), sont par exemple les variables relatives au chargement, à la géométrie, aux matériaux, aux défauts et à tous autres paramètres pouvant avoir une action sur le mode de défaillance.

Le modèle est exprimé sous la forme d'une fonction des variables de conception. Cette fonction est par convention formulée de telle sorte que pour les différentes réalisations des variables considérées, ses réalisations positives ou négatives traduisent respectivement la survie ou la défaillance du système. La fonction ainsi définie est appelée fonction d'état ou de performance. Elle est notée G (pour "Grenze", frontière en Allemand), en raison du fait qu'elle partitionne l'espace des variables de conception en domaines de sûreté et de défaillance. Les variables de conception peuvent être réparties en deux ensembles selon leurs degrés respectifs de dispersion statistique : un ensemble de variables considérées comme aléatoires, rassemblées dans le vecteur \mathbf{X} , et celles qui sont supposées déterministes, utilisées comme paramètre de la fonction d'état.

Sous ces considérations, le calcul de la probabilité de défaillance du système étudié revient à celui de la probabilité de l'évènement $G(\mathbf{X}) \leq 0$:

$$P_f = \text{Prob}(G(\mathbf{X}) \leq 0) \tag{2-7}$$

2.4.1. Probabilité de défaillance

La fonction de performance réalise par définition une partition du domaine des variables en trois zones. En notant D le domaine des n variables x_i , la fonction de performance permet de définir le domaine de défaillance D_f , le domaine de sûreté D_s et la surface d'état-limite Σ :

$$D_f = \{\{x_i\}; G(\{x_i\}) < 0\}, D_s = \{\{x_i\}; G(\{x_i\}) > 0\} \text{ et } \Sigma = \{\{x_i\}; G(\{x_i\}) = 0\} \tag{2-8}$$

La Figure 2-6 donne une illustration de ces différents domaines pour deux variables.

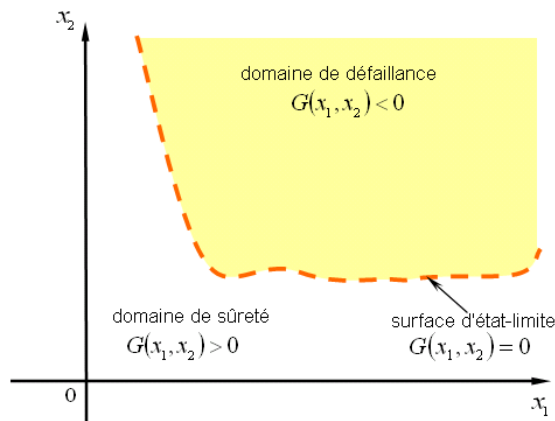


Figure 2-6 : Domaines de sûreté et de défaillance dans le cas de deux variables aléatoires $\mathbf{X} = \{X_1, X_2\}$.

Pour l'évaluation de la probabilité de la relation (2-1), le vecteur \mathbf{X} des variables aléatoires est caractérisé par sa fonction densité de probabilité conjointe $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$.

Avec les notations précédentes, la probabilité de défaillance devient :

$$P_f = \int_{D_f} f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) dx_1 \cdots dx_n \tag{2-9}$$

Dans la pratique, on ne dispose en général pas de la densité de probabilité conjointe du vecteur \mathbf{X} . On doit se contenter le plus souvent des lois marginales relatives aux variables X_i et à certaines informations sur leurs corrélations.

Suivant la nature du système étudié, le nombre de variables, les lois utilisées pour leurs modélisations, etc., le calcul analytique de l'intégrale de la relation (2-9) ne peut être mené que dans des cas particulièrement favorables où les fonctions de densité ont des formes simples. C'est par exemple le cas lorsqu'on a des fonctions de densité uniforme, voire des fonctions de densité gaussiennes avec un nombre relativement limité de variables.

Dans le cas où l'état-limite est défini comme la différence entre la sollicitation S appliquée au système et sa résistance R , ces deux variables étant considérées comme deux variables aléatoires indépendantes caractérisées par leurs fonctions densité de probabilité $f_R(r)$ et $f_S(s)$, la probabilité de défaillance est la probabilité que la sollicitation soit supérieure à la résistance ($G = R - S \leq 0$). La fonction de densité conjointe des deux variables s'écrit $f_{R,S}(r,s) = f_R(r)f_S(s)$, et la probabilité de défaillance P_f correspond au poids probabiliste de la zone bleutée sur la Figure 2-7.

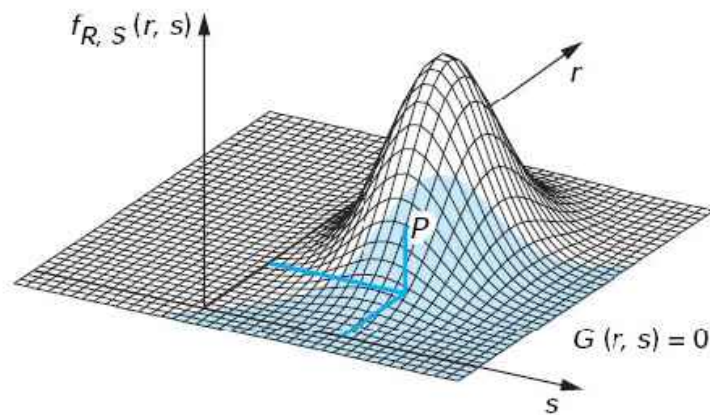


Figure 2-7 : Représentation tridimensionnelle de P_f pour les variables S et R .

Dans ce cas élémentaire, la probabilité de défaillance a pour expression :

$$P_f = \text{Prob}(S \geq R) = \int_{S \geq R} f_S(s)f_R(r)dsdr = \int_{-\infty}^{+\infty} f_S(s) \left(\int_{-\infty}^s f_R(r)dr \right) ds \quad (2-10)$$

Dans la majeure partie des cas, le calcul de l'intégrale de la relation (2-9) ne peut être fait qu'au moyen d'intégration numérique. Ceci dit, le domaine d'intégration n'est pas toujours borné, et les valeurs en principe très faibles de la probabilité de défaillance conduisent à des erreurs importantes car P_f est généralement de l'ordre de grandeur des erreurs d'intégration.

Face aux limites des méthodes d'évaluation analytique et numérique de P_f , une méthode d'approximation par indice de fiabilité a été progressivement élaborée.

2.4.2. Notion d'indice de fiabilité

2.4.2.1. Indice de Rjanitzyne-Cornell

La première définition d'un indice de fiabilité est due à RJANITZYNE [Rzhanitzyn 49, Rjanitzyne50] dans les années 1950, en Union Soviétique. Cet indice a été défini en considérant le cas élémentaire d'un problème de dimensionnement avec deux variables de types "résistance-sollicitation". Lorsque R et S sont des variables gaussiennes indépendantes, leur différence $Z = R - S$ est une variable aléatoire de moyenne $\mu_Z = \mu_R - \mu_S$ et d'écart-type $\sigma_Z = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}$. La probabilité de défaillance dans ce cas s'écrit :

$$P_f = \int_{-\infty}^0 f_Z(z) dz = \Phi\left(-\frac{\mu_Z}{\sigma_Z}\right) = \Phi\left(-\frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}}\right) \quad (2-11)$$

Φ étant la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite (standard). La quantité $\frac{\mu_Z}{\sigma_Z}$, inverse du coefficient de variation de Z a été appelée indice de fiabilité par RYJANITZYNE. C'est une quantité adimensionnelle traduisant le nombre d'écart-types séparant la moyenne μ_Z de Z du domaine de défaillance (Figure 2-8).

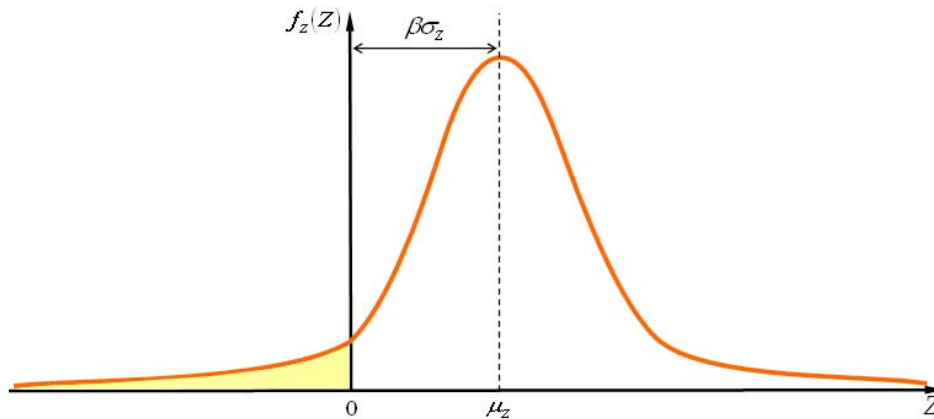


Figure 2-8 : Représentation d'une densité gaussienne Z et indice de fiabilité β .

Pouvant être perçue comme une marge entre la sollicitation et la résistance du système étudié, cet indice rejoint une habitude en ingénierie de décaler les valeurs à prendre en considération de quelques écart-types selon le risque. Avec des valeurs de quelques unités, il est plus facile à manipuler et plus significatif que les probabilités, tout en permettant de l'évaluer facilement par la relation :

$$P_f = \Phi(-\beta) \quad (2-12)$$

Cette définition de l'indice de fiabilité a été reprise en 1969 et popularisée par CORNELL [Cornell 69], d'où l'appellation d'indice de Rjanitzyne-Cornell (β_{RC}) généralement utilisée dans la littérature.

Cependant, de par sa définition, β_{RC} n'est valable qu'avec des fonctions d'état formées de combinaison linéaire de variables gaussiennes. Dans la majeure partie des cas où ces conditions ne sont pas satisfaites, cet indice n'est pas reliée à P_f par la relation (2-12), et conduit à des valeurs différentes pour un même état limite suivant la formulation mathématique utilisée pour le définir. De nombreuses propositions ont été faites pour tenter de lever ce problème d'unicité, mais la proposition la plus complète est due à HASOFER et LIND qui s'appuient sur une définition rigoureuse.

2.4.2.2. Indice de Hasofer-Lind

L'idée de l'approche proposée par HASOFER et LIND [Hasofer 74] est de mesurer l'indice de fiabilité, non pas dans l'espace des variables physiques x_i (i étant l'indice de chaque variable), mais dans un espace normé constitué de variables gaussiennes u_i statistiquement indépendantes, de moyenne nulle et d'écart-type unitaire. En notant T la transformation mathématique permettant de passer de l'espace physique à l'espace standard, nous avons :

$$u_i = T(x_i) \quad (2-13)$$

Cette transformation dite isoprobabiliste doit avoir la propriété de préserver le contenu probabiliste de chaque variable.

Dans cet espace standard, la fonction de performance $G(\{X\})$ devient une fonction $H(\{U\})$ définie par

$$H(u_i) = G(T^{-1}(u_i)) \quad (2-14)$$

Dans ce nouvel espace, la manipulation des variables aléatoires est rendue beaucoup plus commode, en raison des propriétés intéressantes de la distribution gaussienne. Par exemple, la densité de probabilité est rendue symétrique en rotation, ce qui signifie que, pour tous les hyperplans situés à égale distance de l'origine, le poids probabiliste du demi-espace est constant.

L'indice de Hasofer-Lind (noté β_{HL}) est défini dans cet espace par la distance au sens euclidien du terme, de l'origine O à la surface d'état-limite $H(u_i) = 0$ (Figure 0-1).

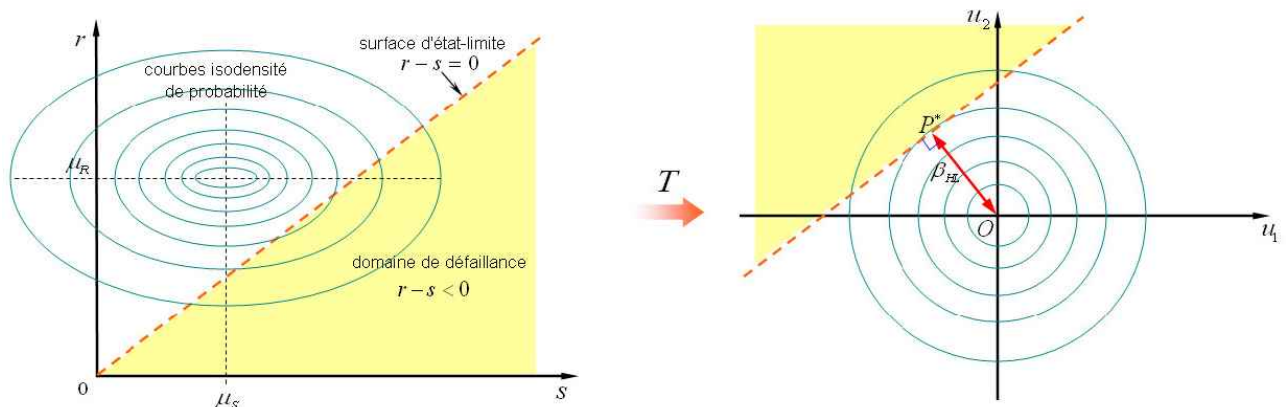


Figure 2-9 : Illustration de la définition de l'indice de Hasofer-Lind.

Le point P^* de l'hypersurface la plus proche de l'origine représente le point ayant la plus forte probabilité d'être atteint. Il est appelé point de défaillance le plus probable ou encore point de conception lorsqu'il est utilisé pour le dimensionnement.

Le calcul de cet indice de fiabilité requiert donc deux points essentiels présentés ci-après, à savoir les transformations isoprobabilistes et la recherche de points de défaillance les plus probables.

2.4.3. Transformations Isoprobabilistes

Les transformations isoprobabilistes sont des opérations permettant les passages entre l'espace de physique et l'espace standard. Comme leur appellation le laisse entrevoir, elles permettent de transformer les variables physiques \mathbf{X} de lois quelconques, en variables normales centrées réduites \mathbf{U} , tout en préservant l'information probabiliste associée aux variables physiques. Cette transformation existe toujours pour des variables aléatoires possédant une distribution continue.

De nombreux auteurs se sont intéressés à ces transformations, on dispose aujourd'hui de nombreuses techniques ayant chacune leurs spécificités. Le choix d'une transformation s'appuie essentiellement sur l'information statistique dont on dispose sur les variables physiques, leur normalité, la dépendance qui peut exister entre elles. Les trois principales transformations (Hasofer-Lind, Nataf et Rosenblatt) sont présentées ci-après.

2.4.3.1. La transformation de Hasofer-Lind

La première proposition d'une transformation isoprobabiliste est due à Hasofer et Lind, qui l'ont définie en raison de sa nécessité dans leur définition de l'indice de fiabilité. Elle est utilisable lorsqu'on est en présence de variables physiques gaussiennes et corrélées. Elle s'écrit [Haukaas 03a] :

$$\mathbf{U} = \mathbf{L}^{-1}\mathbf{D}^{-1}(\mathbf{X} - \boldsymbol{\mu}_X) \quad (2-15)$$

où $\mathbf{D} = \text{diag}[\sigma_i]$, σ_i l'écart-type de la variable X_i , \mathbf{L} la matrice triangulaire inférieure de la décomposition de Cholesky de la matrice de corrélation $\boldsymbol{\rho} = \mathbf{L} \cdot \mathbf{L}^T$, et $\boldsymbol{\mu}_X$ la moyenne du vecteur aléatoire \mathbf{X} . $\boldsymbol{\rho}$ est par définition la matrice des coefficients de corrélation ρ_{ij} des variables aléatoires.

$$\boldsymbol{\rho} = [\rho_{ij}] \text{ avec } \rho_{ij} = \frac{\text{cov}[X_i, X_j]}{\sigma_i \sigma_j} = \frac{E[X_i X_j] - E[X_i]E[X_j]}{\sigma_i \sigma_j} \quad (2-16)$$

avec $\text{cov}(\cdot)$ la covariance et $E(\cdot)$ l'espérance mathématique.

Lorsque les variables sont de lois quelconques, il faut s'orienter vers des transformations plus généralistes comme celles présentées ci-après.

2.4.3.2. La transformation de Rosenblatt

La transformation de Rosenblatt [Rosenblatt 52] est utilisable avec des variables de lois quelconques, à condition de disposer d'une information statistique complète, à savoir la loi conjointe de distribution $F_X(\mathbf{x})$ du vecteur \mathbf{X} . Son expression dépend des relations entre les variables aléatoires X_i .

Pour des variables indépendantes, le principe de la transformation consiste à écrire l'égalité des fonctions de répartition :

$$u_i = \Phi^{-1}(F_{X_i}(x_i)), \quad i = 1, \dots, n \quad (2-17)$$

La transformation est réalisée variable par variable, la Figure 2-10 illustre le principe du passage des variables physiques au variables standards, et inversement.

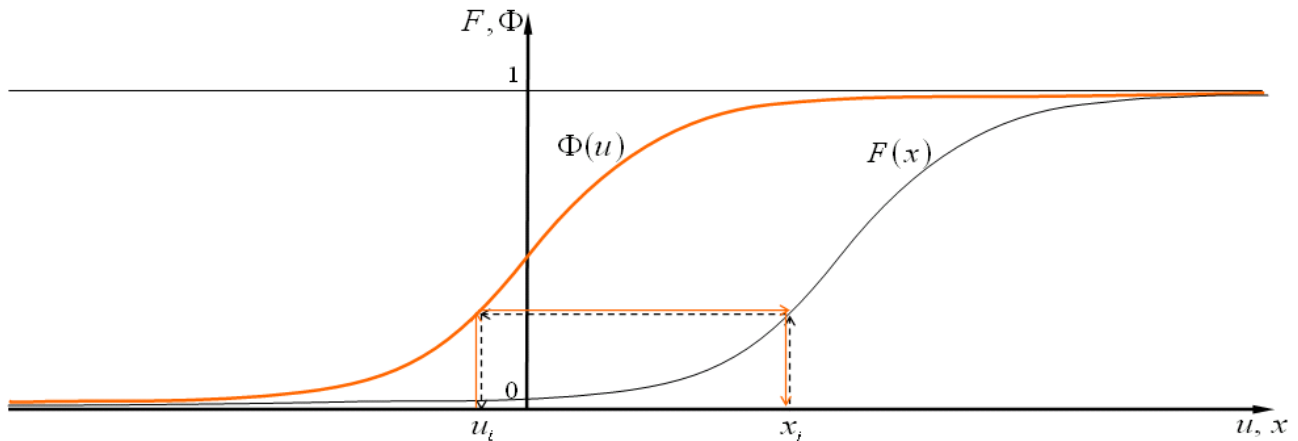


Figure 2-10 : Illustration du principe des transformations T

Lorsque les variables sont dépendantes, la transformation de Rosenblatt s'écrit :

$$\begin{aligned} u_1 &= \Phi^{-1}(F_{X_1}(x_1)) \\ u_2 &= \Phi^{-1}(F_{X_2}(x_2|x_1)) \\ &\vdots \\ u_i &= \Phi^{-1}(F_{X_i}(x_i|x_1, x_2, \dots, x_{i-1})) \\ &\vdots \\ u_n &= \Phi^{-1}(F_{X_n}(x_n|x_1, x_2, \dots, x_{n-1})) \end{aligned} \quad (2-18)$$

où $F_{x_i}(x_i|x_1, x_2, \dots, x_{i-1})$ désigne la fonction de répartition conditionnelle de x_i sachant x_1, x_2, \dots, x_{i-1} .

La transformation inverse est obtenue de la même manière :

$$\begin{aligned} x_1 &= F_{x_1}^{-1}(\Phi(u_1)) \\ &\vdots \\ x_n &= F_{x_n}^{-1}(\Phi(u_n)|x_1, x_2, \dots, x_{n-1}) \end{aligned} \quad (2-19)$$

Si cette transformation donne une solution générale pour construire la transformation des variables physiques vers l'espace des variables normées, elle présente cependant deux inconvénients :

- il faut disposer de la densité conjointe du vecteur aléatoire, ce qui est une information très riche mais rarement disponible dans les problèmes réels. L'alternative est d'obtenir les fonctions de densité conditionnelle par des moyens numériques.
- la transformation dépend de l'ordre des variables, il y a donc $n!$ transformations possibles de ce type, généralement très proches [Madsen 86], mais conduisant tout de même à des indices de fiabilité différents. Elle peut cependant conduire à la même probabilité de défaillance, à condition de savoir l'évaluer avec précision.

2.4.3.3. La transformation de Nataf

La transformation de Nataf [Nataf 62] est applicable lorsque l'on dispose des lois marginales de distribution $F_{x_i}(x_i)$ des variables X_i , et de leur matrice de corrélation $\boldsymbol{\rho} = [\rho_{ij}]$. Elle est beaucoup moins contraignante que la transformation de Rosenblatt qui nécessite la connaissance de la loi conjointe de distribution $F_{\mathbf{x}}(\mathbf{x})$ du vecteur \mathbf{X} .

Cette transformation consiste en deux étapes :

Elle commence par le passage de l'espace physique des variables x_i à un espace de variables normales centrées unitaires \hat{u}_i . Ce passage est réalisé au moyen de la relation

$$\hat{u}_i = \Phi^{-1}(F_{x_i}(x_i)), \quad i = 1, \dots, n \quad (2-20)$$

Les variables \hat{u}_i sont corrélées deux à deux à l'image des variables x_i .

Leur décorrélation est ensuite réalisée en utilisant la transformation de Hasofer-Lind présentée ci-dessus, à condition de connaître leur matrice de corrélation. Si nous appelons $\boldsymbol{\rho}' = [\rho'_{ij}]$ la matrice de corrélation des variables \hat{u}_i , il est établi [Nataf 62] que

$$f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}) = \varphi_n(\hat{\mathbf{U}}, \boldsymbol{\rho}') \frac{f_{x_1}(x_1) \dots f_{x_n}(x_n)}{\varphi(\hat{u}_1) \dots \varphi(\hat{u}_n)} \quad (2-21)$$

où $f_{x_i}(x_i) = \frac{dF_{x_i}(x_i)}{dx_i}$, φ la fonction densité de probabilité centrée réduite, et φ_n la fonction de

densité conjointe de probabilité multi-normale centrée réduite de dimension n .

En notant μ_i et σ_i la moyenne et l'écart-type respectivement de la variable X_i , les coefficients ρ_{ij} s'obtiennent en utilisant la définition du coefficient de corrélation et la relation (2-21), les variables étant prises deux à deux :

$$\begin{aligned}
 \rho_{ij} &= \frac{\text{cov}[X_i, X_j]}{\sigma_i \sigma_j} = E \left[\frac{X_i - \mu_i}{\sigma_i} \cdot \frac{X_j - \mu_j}{\sigma_j} \right] \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{x_i - \mu_i}{\sigma_i} \right) \left(\frac{x_j - \mu_j}{\sigma_j} \right) f_{X_i, X_j}(x_i, x_j) dx_i dx_j \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{F^{-1}(\Phi(\hat{u}_i)) - \mu_i}{\sigma_i} \right) \left(\frac{F^{-1}(\Phi(\hat{u}_j)) - \mu_j}{\sigma_j} \right) \cdot \varphi_2(\hat{u}_i, \hat{u}_j, \rho'_{ij}) \frac{f_{X_i}(x_i) f_{X_j}(x_j)}{\varphi(\hat{u}_i) \varphi(\hat{u}_j)} dy_i dy_j
 \end{aligned} \tag{2-22}$$

où φ_2 est la densité bi-normale centrée réduite.

Les coefficients ρ_{ij} étant connus, les valeurs des ρ'_{ij} peuvent être calculés, généralement par résolution numérique de l'équation (2-22). Cette relation est applicable à la condition que chaque loi marginale soit continue et strictement croissante, et que les valeurs des ρ'_{ij} soient strictement inférieures à 1 pour tout $i \neq j$.

Ces conditions rendent l'utilisation de cette méthode de calcul délicate. En alternative, il existe dans la littérature [Liu 86] des expressions empiriques approximatives du rapport $f = \frac{\rho'_{ij}}{\rho_{ij}}$ suivant

l'expression des lois de répartition marginales des variables X_i . Ces tables sont aussi disponibles dans [Lemaire 05].

Rappelons, pour clore ce point, que lorsque les variables physiques X_i ne sont pas corrélées, la relation (2-20) suffit à effectuer la transformation.

2.4.4. Recherche du point de conception

L'un des points cruciaux de la démarche de fiabilité mécanique consiste à déterminer les coordonnées \mathbf{U}^* du point de conception P^* dans l'espace standard, car directement impliqué dans le calcul de l'indice de fiabilité de Hasofer-Lind. En dehors des états-limites relativement simples et permettant la détermination exacte des coordonnées \mathbf{U}^* par calculs géométriques ou analytiques directs, cette tâche doit dans la majeure partie des cas être réalisée à l'aide d'une technique d'optimisation.

2.4.4.1. Formulation du problème d'optimisation

La recherche des coordonnées \mathbf{U}^* consiste à résoudre le problème d'optimisation suivant :

$$\mathbf{U}^* = \arg \min_{\mathbf{U} | H(\mathbf{U}) \leq 0} (\|\mathbf{U}\|) \tag{2-23}$$

Pour des questions de commodité, ce problème est dans la pratique, mis sous la forme équivalente suivante :

$$\mathbf{U}^* = \arg \min_{\mathbf{U} | H(\mathbf{U}) \leq 0} (\mathbf{U}^T \mathbf{U}) = \arg \min_{\mathbf{U} | H(\mathbf{U}) \leq 0} \left(\sum_{i=1}^n u_i^2 \right) \tag{2-24}$$

D'une manière générale, ce problème d'optimisation peut être avantageusement réécrit en transformant les contraintes d'inégalité de l'optimisation en contraintes d'égalité, avec sa reformulation lagrangienne où le lagrangien associé s'écrit :

$$\mathcal{L}(\mathbf{U}, \lambda) = \sum_{i=1}^n u_i^2 + \lambda H(\mathbf{U}) \tag{2-25}$$

avec λ le multiplicateur de Lagrange associé ($\lambda > 0$).

Le problème équivalent à résoudre consiste à trouver le couple $(\mathbf{U}^*, \lambda^*)$ qui rend stationnaire le lagrangien $\mathcal{L}(\mathbf{U}, \lambda)$. Si la solution existe, les conditions d'optimalité (conditions de Karush-Kuhn-Tucker [Karush 39]) s'écrivent :

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathcal{L}(\mathbf{U}, \lambda)}{\partial u_i} = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}(\mathbf{U}, \lambda)}{\partial \lambda} = 0 \end{cases}, \text{ soit } \begin{cases} 2u_i + \lambda \frac{\partial H(\mathbf{U})}{\partial u_i} = 0 \\ H(\mathbf{U}) = 0 \end{cases} \quad (2-26)$$

2.4.4.2. Méthodes de résolution

La résolution du problème précédent est généralement réalisée au moyen de nombreux algorithmes d'optimisation. Le principe de ces algorithmes est basé sur la construction d'une séquence de points $\mathbf{U}^{(0)}, \mathbf{U}^{(1)}, \dots, \mathbf{U}^{(k)}$, avec $\mathbf{U}^{(0)}$ le point initial de l'algorithme. La détermination des points suivants se fait de manière itérative en fonction du point obtenu à l'itération précédente et d'une direction d'avance

$$\mathbf{U}^{(k+1)} = \mathbf{U}^{(k)} + \delta^{(k)} \mathbf{d}^{(k)} \quad (2-27)$$

où $\delta^{(k)}$ est la longueur du pas et $\mathbf{d}^{(k)}$ la direction d'avance vers l'optimum au $k^{\text{ième}}$ incrément.

Ces méthodes peuvent être classées en trois grandes familles suivant leurs besoins dans l'évaluation de la fonction à minimiser [Papalambros 88, Haftka 92] :

- les méthodes d'ordre 0 qui ne demandent que des réalisations de la fonction à minimiser, comme les méthodes de dichotomie, du simplexe, les algorithmes génétiques, etc.,
- les méthodes d'ordre 1 basées sur l'évaluation de la fonction à minimiser et de ses gradients comme la méthode du gradient et ses variantes, la méthode des pénalités, etc.,
- les méthodes d'ordre 2 basées sur le calcul du Hessien, comme par exemple la méthode de Newton.

A ces algorithmes, il faut ajouter les algorithmes hybrides tels que celui de Levenberg-Marquardt ou l'algorithme BFGS (Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno), etc.

D'une manière générale, les méthodes d'ordre 0 nécessitent, un nombre très important d'évaluation de la fonction à minimiser. Elles ne sont pas recommandées pour les problèmes de fiabilité, sauf lorsque la dérivation de la fonction d'état-limite se révèle problématique. Les méthodes d'ordres élevés conduisent à des nombres d'itérations réduits en raison de meilleurs taux de convergence, mais à d'importants coûts de calcul dans chaque itération en raison du calcul des gradients et des hessiens.

Dans le cas spécial de recherche de points de conception où les fonctions H sont parfois implicites, avec de fortes irrégularités en terme de convexité, non différentiables en certains points, etc., les algorithmes classiques cités ci-dessus se révèlent généralement mal adaptés. De nombreuses alternatives ont alors été proposées pour plus d'efficacité [Haukaas 03, Mohamed 98, Hamed 99]. Un comparatif des méthodes proposées peut être trouvé dans les références [Liu 90, Lemaire 05].

Parmi ces propositions, nous pouvons retenir l'algorithme HLRF (Hasofer-Lind-Rackwitz-Fiessler), développé à l'origine par HASOFER et LIND [Hasofer 74] et étendu par RACKWITZ et FIESSLER [Rackwitz 78] aux problèmes avec variables aléatoires non-normales. C'est un algorithme du premier ordre, spécialement conçu pour la recherche de points de défaillance, mais sa convergence n'est pas assurée. ZHANG et DER KIURGHIAN l'ont amélioré (iHLRF - improved HLRF) en optimisant son pas d'avance, de manière à assurer sa convergence [Zhang 97].

On peut aussi citer la méthode "Sequential Quadratic Programming" (SQP), considérée aujourd'hui comme l'un des algorithmes les plus efficaces et robustes. Inspirée de la méthode d'optimisation de Newton, le SQP utilise en plus du hessien, du gradient et de la valeur de la fonction à optimiser, ses

courbures pour améliorer la convergence [Papalambros 88]. Son unique inconvénient reste le coût important des calculs du gradient et du hessien de la fonction à optimiser, à chaque itération.

Citons enfin, l'algorithme d'Abdo-Rackwitz [Abdo 90], basé sur le SQP, avec une approximation du Hessien afin de palier à l'inconvénient lié à son calcul. Il est très performant, en particulier pour un nombre important de variables (plus de 50 variables), mais converge un peu plus lentement que le SQP [Lemaire 05]. Cet algorithme hybride constitue un très bon compromis entre les méthodes d'ordre 1 et 2.

En notant O le point à l'origine de l'espace standard, le point P^* obtenu est tel que le vecteur \mathbf{P}^*O présente la propriété d'être normal à la surface d'état-limite. L'image \mathbf{X}^* des coordonnées du point de conception P^* peut être calculée dans l'espace physique afin de permettre son interprétation avec plus de significativité pour le concepteur.

2.4.5. Facteurs d'importance

Le terme "facteurs d'importance" désigne l'ensemble des produits de l'analyse de fiabilité permettant de quantifier les diverses contributions des paramètres du système étudié dans l'indice de fiabilité ou la probabilité de défaillance au voisinage du point de conception. Ces paramètres peuvent être les valeurs des variables de conception, les paramètres de leurs lois de distribution statistique (moyennes, écart-types, etc.), les paramètres de la fonction de performance, etc. Dans le cadre de la fiabilité en conception, il sera question des sensibilités des indicateurs de fiabilité, avec les élasticités correspondantes. L'analyse de ces facteurs permet d'avoir une idée claire et précise sur le comportement du produit en fiabilité, et apporte au concepteur des informations complémentaires à l'indice de fiabilité et à la probabilité de défaillance à des fins d'optimisation [Béakou 01, Boyer 97]. Ils sont présentés ci-après en se limitant à la variation de l'indice de fiabilité de Hasofer-Lind (que nous noterons simplement β dans la suite) aux variables de conception uniquement. Le lecteur pourra trouver des développements étendus aux autres paramètres au chapitre 6 de l'ouvrage de Maurice LEMAIRE [Lemaire 05].

2.4.5.1. Sensibilité de l'indice de fiabilité

La sensibilité de l'indice de fiabilité à un paramètre donné traduit sa variation par rapport à une variation du paramètre considéré, d'une unité au voisinage du point de conception. Dans cet exposé, nous ferons la distinction entre les valeurs des variables et les paramètres de leurs lois de distributions statistiques.

2.4.5.1.1 Sensibilité de l'indice de fiabilité aux valeurs des variables de conception

La sensibilité α_{x_i} de l'indice de fiabilité à une variable x_i s'obtient par son gradient dans l'espace physique, évalué au point \mathbf{X}^* :

$$\alpha_{x_i} = \left. \frac{\partial \beta}{\partial x_i} \right|_{\mathbf{X}^*} = \sum_j \left. \frac{\partial \beta}{\partial u_j} \right|_{\mathbf{U}^*} \left. \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right|_{\mathbf{X}^*} \quad (2-28)$$

Dans cette expression, le terme $\left. \frac{\partial \beta}{\partial u_j} \right|_{\mathbf{U}^*}$ représente la sensibilité de l'indice de fiabilité à la variable standard u_j . En raison de la décorrélation des variables U_j , il correspond à l'opposé du $j^{\text{ième}}$ coefficient directeur α_j du vecteur \mathbf{P}^*O entre le point de conception P^* et l'origine O du domaine.

$$\left. \frac{\partial \beta}{\partial u_j} \right|_{\mathbf{U}^*} = -\alpha_j = \frac{u_j^*}{\beta} \quad (2-29)$$

La Figure 2-11 ci-dessous illustre ces quantités dans le cas d'un espace à deux variables.

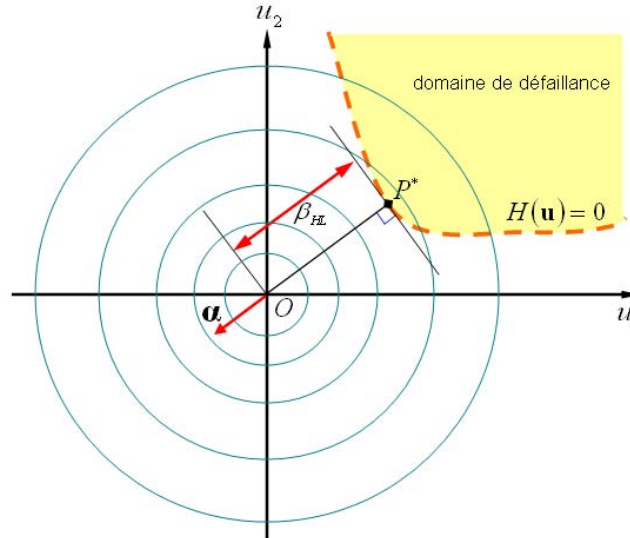


Figure 2-11 : Coefficients directeurs du vecteur normal à la surface de défaillance au point de conception.

Ces coefficients directeurs sont immédiatement accessibles dès lors que l'on connaît les coordonnées du point de conception dans l'espace standard. En introduisant la transformation isoprobabiliste $u_j = T(x_j)$, la relation (2-28) devient :

$$\alpha_{x_i} = \left. \frac{\partial \beta}{\partial x_i} \right|_{\mathbf{x}^*} = - \sum_j \alpha_j \left. \frac{\partial T_j(\mathbf{x})}{\partial x_i} \right|_{\mathbf{x}^*} = -[J]^T \boldsymbol{\alpha} \quad (2-30)$$

où $[J]$ désigne le Jacobien de la transformation isoprobabiliste de l'espace normé vers l'espace physique.

Ce résultat est particulièrement intéressant car le signe des α_i renseigne sur la nature des variables correspondantes. La variable x_i sera dite de type "solicitation" ou "résistance", selon que α_i est respectivement positif ou négatif, puisqu'une augmentation de x_i entraîne respectivement une diminution ou une augmentation de la fiabilité.

2.4.5.1.2 Sensibilité de l'indice de fiabilité aux paramètres des lois de probabilité

Au delà des valeurs des paramètres, il peut être intéressant pour l'optimisation des processus de fabrication ou encore une meilleure définition des contrôles de qualité, de connaître la sensibilité de l'indice de fiabilité aux paramètres des lois de distribution des variables de conception.

Si nous notons \mathbf{p} le vecteur des paramètres intervenant dans les lois de distribution (moyennes, écart-types, etc.), et p_{i_γ} le $\gamma^{\text{ième}}$ paramètre de la loi de probabilité de la variable X_i , le calcul de la sensibilité de β aux paramètres des lois de distribution des variables physiques s'écrit :

$$\alpha_{i_\gamma} = \left. \frac{\partial \beta}{\partial p_{i_\gamma}} \right|_{\mathbf{u}^*} = \sum_j \left. \frac{\partial \beta}{\partial u_j} \frac{\partial u_j}{\partial p_{i_\gamma}} \right|_{\mathbf{u}^*} \quad (2-31)$$

En utilisant la relation (2-29) et la transformation isoprobabiliste $u_j = T(x_j)$, il vient :

$$\alpha_{i_\gamma} = \sum_j \frac{u_j^*}{\beta} \frac{\partial T_j(\mathbf{x}^*, \mathbf{p})}{\partial p_{i_\gamma}} \quad (2-32)$$

Les sensibilités par rapport aux moyennes des variables renseignent sur l'influence des valeurs des variables et donc directement sur le dimensionnement à considérer en phase de conception. Les sensibilités aux écarts-types quant à elles renseignent sur les effets des dispersions des variables sur la fiabilité. Elles peuvent servir par exemple en fabrication, à mieux définir les tolérances, afin de s'assurer que les variables s'éloignent le moins possible de leurs moyennes.

Une fois calculées, les différentes sensibilités peuvent donner lieu à une classification des paramètres du système selon leur influence sur l'indice de fiabilité. Les paramètres dont le poids est négligeable pourront alors être supposés déterministes, afin d'axer les efforts d'optimisation sur les plus significatifs.

2.4.5.2. Élasticité de l'indice de fiabilité

Les sensibilités de β aux variables physiques et aux paramètres de leurs distributions statistiques constituent de bons indicateurs de leurs influences sur la fiabilité. Elles ne sont cependant pas directement exploitables si l'on cherche à comparer les différentes variables entre elles, et à les classer selon leurs poids intrinsèques respectifs dans la fiabilité. Il faut pour cela s'appuyer sur les élasticités correspondantes.

Par rapport à un paramètre quelconque p_i , l'élasticité de l'indice de fiabilité s'obtient par la normalisation de la sensibilité correspondante. Elle s'écrit

$$e_{p_i} = \frac{p_i}{\beta} \frac{\partial \beta}{\partial p_i} \Big|_{\mathbf{U}^*} \quad (2-33)$$

C'est une quantité adimensionnelle traduisant l'importance relative de la grandeur considérée, dans la fiabilité.

En réécrivant la relation précédente sous la forme suivante :

$$\frac{\partial \beta}{\beta} \Big|_{\mathbf{U}^*} = e_{p_i} \frac{\partial p_i}{p_i} \Big|_{\mathbf{U}^*} \quad (2-34)$$

e_{p_i} apparaît comme le facteur d'amplification de la variation relative de l'indice de fiabilité par rapport à celle du paramètre p_i .

Dans l'espace standard, les facteurs d'élasticité par rapport aux variables U_i valent $-\alpha_i^2$. Et comme $\sum_i \alpha_i^2 = 1$, il est usuel de représenter l'influence de la variabilité des variables de conception sous la forme d'un diagramme circulaire de surface unité.

Il faut noter que les élasticités aux coefficients de dispersion sont toujours négatives, ce qui est plutôt conforme au bon sens qui voudrait qu'une augmentation de la dispersion d'une variable quelconque soit toujours défavorable à la fiabilité.

Pour clore cette présentation des facteurs d'importance, nous noterons que l'exposé précédent basé sur l'indice de fiabilité est applicable si l'on raisonne par rapport à la probabilité de défaillance P_f .

Dans ce cas, la variation de P_f par rapport à un paramètre quelconque p_i s'obtient par :

$$\frac{\partial P_f}{\partial p_i} = \frac{\partial P_f}{\partial \beta} \frac{\partial \beta}{\partial p_i} \Big|_{\mathbf{U}^*} \quad (2-35)$$

2.5. Méthodes d'approximation de fiabilité mécanique

Dans la plupart des cas réels lorsque le nombre de variables devient important avec des états-limites non-linéaires, la connaissance du point de défaillance le plus probable n'est pas suffisante pour

évaluer correctement la probabilité de défaillance à partir de l'indice de fiabilité. Le calcul de la probabilité de défaillance doit tenir compte de l'expression de la surface d'état limite, non seulement au voisinage du point de conception, mais aussi dans le reste du domaine. Cette expression n'est pas disponible dans la plupart des cas réels, comme par exemple lorsque la fonction de performance est évaluée à partir d'un code de calcul par la Méthode des Éléments Finis. Il faut alors recourir à des méthodes d'approximations.

Ces méthodes sont de deux types, nous avons celles basées sur des approximations de la surface d'état limite, et celles basées sur l'estimation de la probabilité de défaillance par simulation.

2.5.1. Les méthodes basées sur l'approximation de la surface d'état-limite

Les méthodes basées sur l'approximation de la surface d'état-limite reprennent la démarche de fiabilité mécanique exposée ci-dessus, en approxinant la surface d'état limite au point de défaillance le plus probable avec des fonctions "simple". Ces approximations sont réalisées dans l'U-espace (l'espace standard) où le calcul des indicateurs de fiabilité est grandement simplifié dès lors que les coordonnées des points de défaillance les plus probables, et par conséquent les indices de fiabilité sont connus. En terme de surfaces approchées, on se limite généralement à des hyperplans et des hyperquadratiques pour des raisons de simplicité. On parle alors respectivement de méthodes d'approximations du premier ordre (FORM - First Order Reliability Methods) et du second ordre (SORM - Seconde Order Reliability Methods) [Ayyub 97, Castillo 99, Kiureghian 98, Madsen 86]. Leurs spécificités sont succinctement présentées ci-après.

2.5.1.1. La méthode FORM

La méthode FORM est basée sur l'approximation du domaine de défaillance par un demi-espace délimité par un hyperplan tangent à la surface d'état-limite au point de défaillance le plus probable (Figure 2-12).

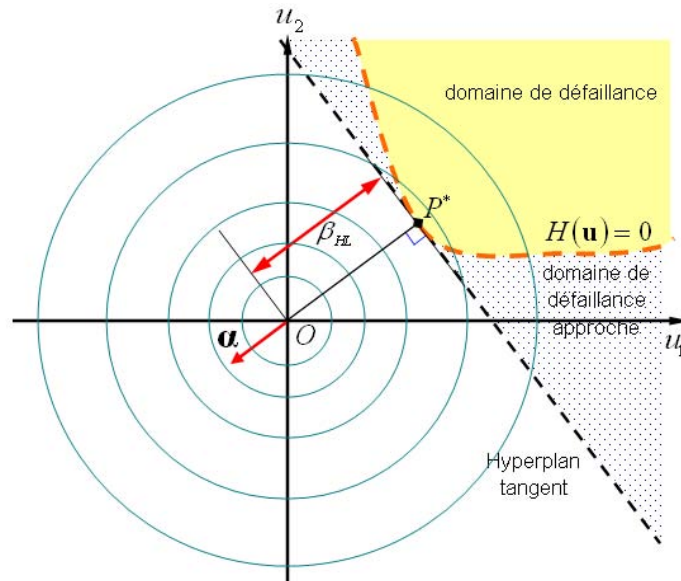


Figure 2-12 : Illustration de l'approximation FORM pour un système à deux variables.

La probabilité de défaillance est alors approchée par le contenu probabiliste du domaine de défaillance délimité par cet hyperplan. Du fait de la symétrie de révolution de la distribution multivariée normale, on démontre [Ditlevsen 96] que cette probabilité est égale à $\Phi(-\beta_{HL})$. On a alors :

$$P_f \approx \Phi(-\beta_{HL}) = 1 - \Phi(\beta_{HL}) \quad (2-36)$$

Le Tableau 2-3 donne la correspondance entre quelques valeurs typiques d'indices de fiabilité et la probabilité de défaillance dans le cas d'une approximation FORM.

β_{HL}	P_f
0	0,5
1	0,16
2	$2,28 \times 10^{-2}$
3	$1,35 \times 10^{-3}$
4	$3,17 \times 10^{-5}$
5	$2,87 \times 10^{-7}$
6	$9,87 \times 10^{-10}$

Tableau 2-3 : Correspondance entre l'indice de fiabilité et la probabilité de défaillance.

Notons que cette méthode est très précise lorsque la fonction d'état-limite est linéaire ou faiblement non-linéaire dans l'espace standard. Elle devient imprécise lorsque la fonction de performance présente de fortes non-linéarités au voisinage du point de conception. Dans ce cas, une meilleure approximation de la surface d'état limite au point de conception est nécessaire.

2.5.1.2. La méthode SORM

La méthode SORM consiste à approcher la surface d'état-limite par une surface quadratique (Figure 2-13). La fonction correspondante s'obtient à partir du développement de Taylor de la fonction de performance à l'ordre deux au point de défaillance le plus probable P^* .

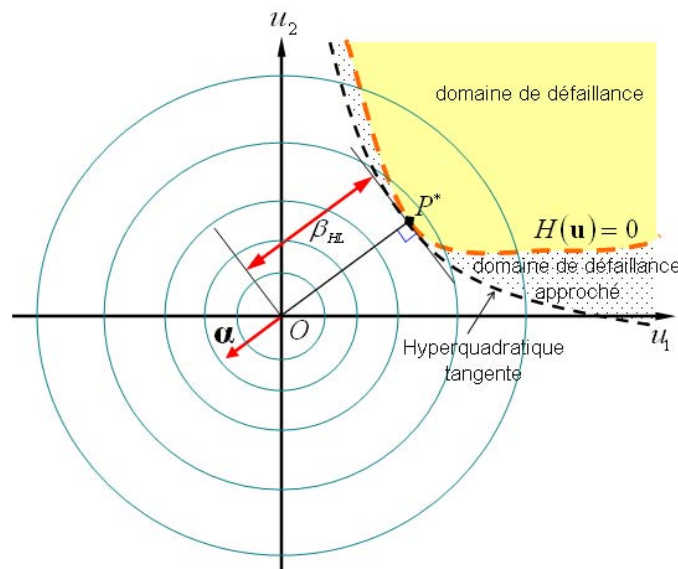


Figure 2-13 : Illustration de l'approximation SORM pour deux variables.

La probabilité de défaillance est alors approchée par le calcul du contenu probabiliste de l'espace de défaillance délimité par l'hyperquadrique ainsi obtenue. Ce calcul peut être effectué par deux méthodes.

La première méthode est due à BREITUNG [Breitung 89] qui part du constat que la probabilité de défaillance est en général très faible (indice de fiabilité grand) et évalue cette probabilité à l'aide d'une analyse asymptotique. Elle approxime la probabilité de défaillance par :

$$P_f \approx \Phi(-\beta_{HL}) \left(\prod_{i=1}^{n-1} \frac{1}{\sqrt{1 + \beta_{HL} \cdot \kappa_i}} \right) \quad (2-37)$$

où κ_i désigne les courbures principales de l'hyperparaboloïde d'axe osculateur u_n au point de défaillance le plus probable. Les κ_i sont calculés à partir du hessien et du gradient de la fonction de

performance, calculés en P^* , par la relation $\kappa_i = \frac{\partial^2 H(\mathbf{u})}{\partial u_i^2} \left(1 + \left(\frac{\partial H(\mathbf{u})}{\partial u_i} \right)^2 \right)^{-2/3} \Big|_{\mathbf{u}^*}$. Cette relation est valable lorsque $\beta_{HL} \rightarrow +\infty$ (en pratique $\beta_{HL} > 3$). Elle a fait l'objet d'une amélioration par HOHENBICHLER [Hohenbichler 87], qui propose la relation

$$P_f \approx \Phi(-\beta_{HL}) \left(\prod_{i=1}^{n-1} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\phi(\beta_{HL})}{\Phi(-\beta_{HL})} \cdot \kappa_i}} \right) \quad (2-38)$$

La seconde méthode est due à TVEDT [Tvedt 90], elle fournit le résultat exact du contenu probabiliste du domaine quadratique de défaillance. La probabilité de défaillance est alors approximée par

$$P_f \approx \frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \sin \left(\beta_{HL} t + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n-1} \tan^{-1}(\kappa_i t) \right) \frac{e^{-\frac{t^2}{2}}}{t \left[\prod_{i=1}^{n-1} (1 + \kappa_i^2 t^2) \right]^{\frac{1}{4}}} dt \quad (2-39)$$

où κ_i désigne les courbures principales de la surface d'état limite au point de défaillance le plus probable [Rackwitz 01].

Il existe dans la littérature [Breitung 89, Lemaire 05] des expressions permettant de généraliser les relations précédentes, à la prise en compte de multiples points de conception. Malgré tout, ces relations peuvent conduire à des erreurs très importantes lorsque la surface d'état-limite présente des minimums secondaires significatifs, ou dans des cas particuliers comme celui où le domaine de sûreté est défini par une surface d'état-limite fermée autour de l'origine O du domaine (Figure 2-14).

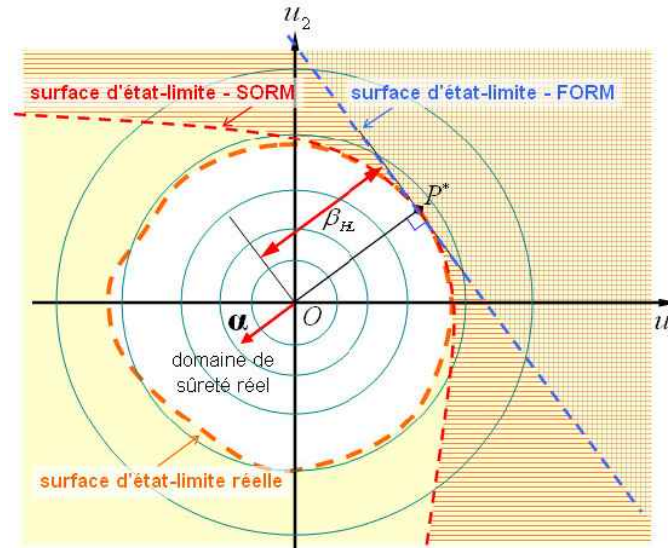


Figure 2-14 : Illustration des insuffisances des méthodes d'approximation avec une surface de performance fermée.

Dans ce cas de figure, les méthodes de simulations peuvent permettre d'apporter une réponse précise au problème.

2.5.2. Les méthodes de simulation

Comme mentionné ci-dessus, la détermination de l'indice de fiabilité et l'application des méthodes d'approximation de la surface d'état-limite ne garantissent pas l'évaluation correcte de la fiabilité. Il peut être judicieux de recourir systématiquement à des méthodes de simulation [afnor 81, Ayyub 97, Villemeur 88], permettant d'obtenir des résultats de référence et de contrôler les méthodes basées sur l'approximation de la surface d'état-limite.

2.5.2.1. La simulation de Monte-Carlo

Le principe de la méthode de simulation de Monte-Carlo est d'effectuer un échantillonnage aléatoire de N vecteurs \mathbf{U} ou \mathbf{X} selon leurs lois conjointes de distributions statistiques (Figure 2-15). Pour chacun des tirages, la fonction de performance est évaluée pour déterminer s'il conduit à une défaillance ou une survie du système. La probabilité de défaillance est alors approchée en rapportant les nombres de défaillance à la taille de l'échantillon.

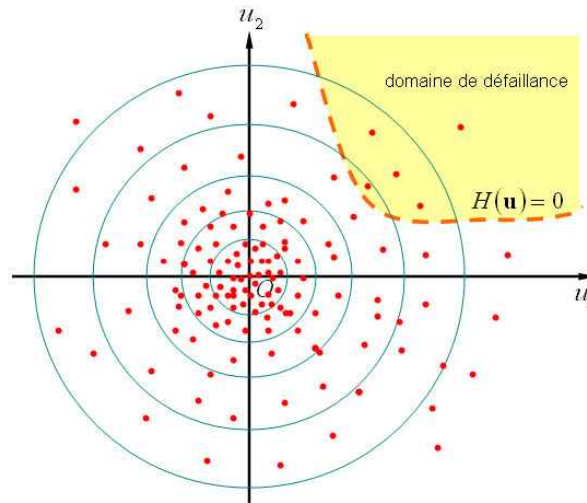


Figure 2-15 : Illustration de la technique de simulation de Monte-Carlo.

Ce processus peut être de préférence mis en œuvre dans l'espace standard afin de bénéficier des simplifications qu'il apporte, comme le fait d'avoir à simuler des tirages de variables gaussiennes uniquement. Nous nous situerons pour la suite, dans l'espace standard.

En introduisant l'indicateur de défaillance des réalisations de vecteurs de base I_f défini par :

$$I_f = \begin{cases} 1 & \text{si } H(\mathbf{u}) < 0 \\ 0 & \text{si } H(\mathbf{u}) \geq 0 \end{cases} \quad (2-40)$$

la probabilité de défaillance P_f est égale à l'espérance mathématique de I_f . La moyenne empirique de I_f est une estimation non biaisée de P_f .

$$P_f = E(I_f) \approx \tilde{P}_f = \frac{1}{N} \sum_{r=1}^N I_f^{(r)} \quad (2-41)$$

où le super-indice (r) désigne le rang du tirage.

La variance de cet estimateur de la probabilité de défaillance \tilde{P}_f peut être calculée par :

$$\sigma_{\tilde{P}_f}^2 = \frac{P_f(1 - P_f)}{N} \approx \frac{\tilde{P}_f(1 - \tilde{P}_f)}{N} \quad (2-42)$$

Elle est inversement proportionnelle à la taille N de l'échantillon.

On démontre que la valeur exacte de P_f appartient avec un niveau de confiance de 95% , à

$$\text{l'intervalle } \left[\tilde{P}_f \left(1 - 2\sqrt{\frac{1 - \tilde{P}_f}{N \cdot \tilde{P}_f}} \right), \tilde{P}_f \left(1 + 2\sqrt{\frac{1 - \tilde{P}_f}{N \cdot \tilde{P}_f}} \right) \right] \text{ [Shoorman 68].}$$

La simulation de Monte-Carlo est donc capable de fournir un estimateur sûr de la probabilité de défaillance, avec un niveau de précision donné (variance, intervalle avec niveau de confiance), pour peu que le nombre de tirages soit suffisamment important. Cette qualité conduit directement à son inconvénient, à savoir le nombre important de tirages nécessaires pour des précisions relativement bonnes, et les temps excessifs de calcul lorsque l'évaluation de la fonction de performance passe par un calcul par la Méthode des Éléments Finis. Des techniques de simulation basées sur la connaissance du point de défaillance le plus probable permettent d'obtenir les mêmes résultats à un coût beaucoup plus faible.

2.5.2.2. Les méthodes de simulation utilisant le point P^*

À la différence de la méthode de Monte Carlo, où le tirage des variables aléatoires se fait sur tout le domaine suivant les lois de distributions des variables, les méthodes de simulation utilisant le point de défaillance le plus probable biaise quant à elle les tirages à partir de la position du point P^* afin de réduire le nombre de tirages nécessaires pour obtenir le niveau de précision désiré.

Leur développement est parti du constat que la plupart des tirages réalisés avec la méthode de Monte-Carlo tombaient dans le domaine de sûreté en raison des lois de distribution statistiques centrées sur l'origine du domaine. Elles consistent donc à augmenter le nombre de tirages tombant dans le domaine de défaillance D_f , et à déterminer la probabilité de défaillance pour un coût de simulation relativement faible.

Il existe différentes approches de simulations basées sur les coordonnées du point de défaillance le plus probable [Lemaire 05]. Nous nous limiterons dans cet exposé aux méthodes de tirage d'importance [Melchers 90] et de tirages conditionnés [Bernard 87].

2.5.2.2.1 La simulation par tirage d'importance

La simulation par tirage d'importance consiste à réaliser le tirage de Monte-Carlo au voisinage du point de défaillance le plus probable (Figure 2-16).

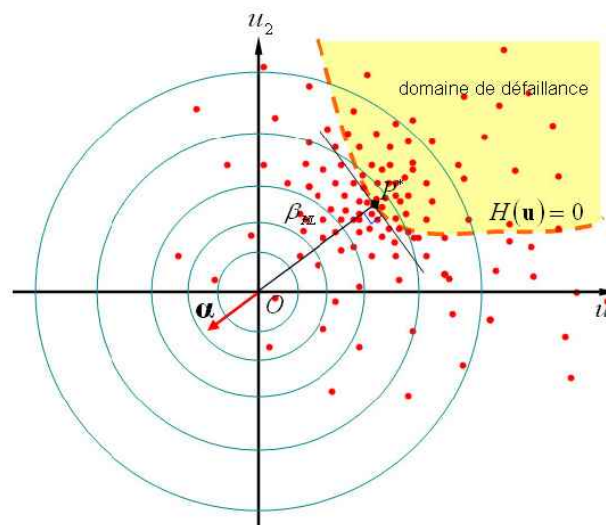


Figure 2-16 : Illustration de la simulation par tirage d'importance.

La probabilité de défaillance correspond alors à l'intégrale

$$P_f = \int_{R^n} I_f \frac{\phi_n(\mathbf{U})}{\psi(\mathbf{U})} \psi(\mathbf{U}) d\mathbf{U} \quad (2-43)$$

où $\psi(\mathbf{U})$ est la fonction de densité de tirages autour du point de conception. Elle peut être une fonction densité normale réduite centrée au point \mathbf{U}^* :

$$\psi(\mathbf{U}) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2}} \exp\left(-\frac{(\mathbf{U} - \mathbf{U}^*)^T (\mathbf{U} - \mathbf{U}^*)}{2}\right) \quad (2-44)$$

La probabilité de défaillance est alors estimée par :

$$\tilde{P}_f = \frac{1}{N} \sum_{r=1}^N I_f^{(r)} \frac{\phi_n(\mathbf{U}^{(r)})}{\psi(\mathbf{U}^{(r)})} = \frac{1}{N} \sum_{r=1}^N \left(I_f^{(r)} \exp\left(-\mathbf{U}^{*T} \mathbf{U}^{(r)} - \frac{\beta_{HL}^2}{2}\right) \right) \quad (2-45)$$

Cette technique conduit à des résultats satisfaisants lorsque le point de défaillance a été bien identifié, et si la fonction d'état-limite ne présente pas de minimum secondaire proche. En utilisant un écart-type différent de 1 dans la fonction $\psi(\mathbf{U})$, il est possible d'étaler ou de resserrer le domaine de tirage autour de P^* .

2.5.2.2.2 La simulation par tirages conditionnés

La simulation par tirages conditionnés part du principe que le point de défaillance le plus probable est le point le plus proche de l'origine appartenant au domaine de défaillance. Cela permet d'éliminer un maximum de tirages qui n'ont aucune chance d'appartenir au domaine de défaillance.

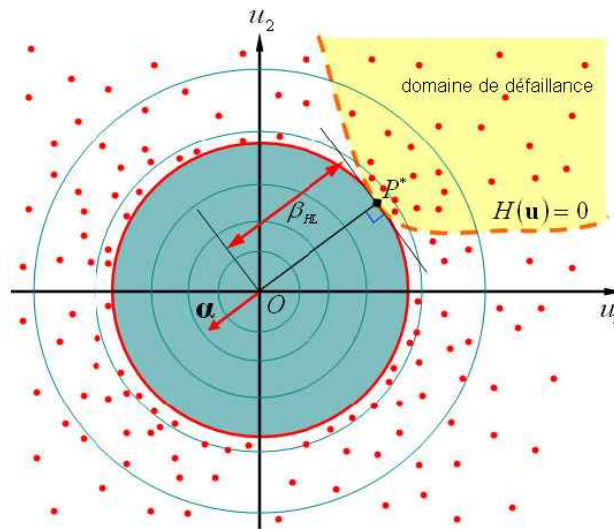


Figure 2-17 : Illustration de la simulation par tirages conditionnés.

En notant S_n^β l'hyper-sphère centrée sur l'origine et de rayon β_{HL} , la probabilité de défaillance s'écrit :

$$P_f = \text{Prob}[\mathbf{U} \in D_f | \mathbf{U} \notin S_n^\beta] \cdot \text{Prob}[\mathbf{U} \notin S_n^\beta] = P_{f1} P_{f2} \quad (2-46)$$

La probabilité P_{f2} correspondant à la probabilité de n'avoir aucun tirage dans S_n^β s'écrit :

$$P_{f2} = \text{Prob}[\mathbf{U} \notin S_n^\beta] = \text{Prob}[\mathbf{U}^T \mathbf{U} > \beta_{HL}^2] = 1 - \chi_n^2(\beta_{HL}^2) \quad (2-47)$$

où χ_n^2 est la loi de répartition du χ^2 à n degrés de liberté.

Quant à P_{f1} , elle est estimée par $\tilde{P}_{f1} = \frac{1}{N} \sum_{r=1}^N I_f^{(r)}$.

La probabilité de défaillance s'obtient finalement par :

$$\tilde{P}_f = (1 - \chi_n^2(\beta_{HL}^2)) \frac{1}{N} \sum_{r=1}^N I_f^{(r)} \quad (2-48)$$

Cette approche converge un peu moins rapidement par rapport aux méthodes de simulation par tirage d'importance, mais conduit à des estimations non biaisées par la présence d'éventuels minimums secondaires significatifs. Elle constitue en ce sens une bonne alternative à la méthode de Monte-Carlo directe, pour réduire le nombre d'appels à la fonction d'état-limite.

En guise de conclusion sur les méthodes d'approximation de fiabilité, il faut retenir que les méthodes de simulation sont les plus sûres en matière d'évaluation correcte de la probabilité de défaillance. On préférera par exemple à l'indice fiabilité de Hasofer-Lind, celui défini par DITLEVSEN [Ditlevsen 79] à partir de \tilde{P}_f obtenu à l'issue d'une méthode de simulation, par la relation :

$$\beta_{HL} = -\Phi^{-1}(P_f) \quad (2-49)$$

Les méthodes d'approximation de la surface d'état-limite sont particulièrement recommandées lorsque les probabilités de défaillance du système sont faibles, car les méthodes de simulation demanderaient un nombre important de tirages pour atteindre des niveaux de précision satisfaisants. En terme de procédure de mise en œuvre, il est judicieux de commencer par une approximation FORM, puis de confronter les estimations à celles obtenues par des méthodes de simulation avec tirages utilisant le point de défaillance le plus probable. La différence que l'on peut alors rencontrer entre ces estimations peut informer sur la non-linéarité de la fonction d'état limite et donc sur la nécessité d'effectuer une analyse de plus haut degré de type SORM.

2.6. La fiabilité mécanique appliquée à la conception des modules IGBT

A l'issue de l'état de l'art sur les modules IGBT et des technologies d'assemblage retenues, deux modes de défaillance ont été identifiés comme prépondérants : la rupture des substrats céramiques et la fissuration par fatigue des joints de brasures.

La mise en œuvre de la démarche de fiabilité pour l'évaluation et l'optimisation des structures d'assemblages, nécessitera l'élaboration de modèles ou de processus représentatifs de ces différents modes de défaillance. À ce jour, l'emploi de modèles numériques du comportement mécanique des structures d'assemblage par la Méthode des Éléments Finis (MÉF) reste l'approche la plus performante pour ce type de structures [Sudret 00]. Les fonctions de performance en relation avec les différents modes de défaillances évoqués ci-dessus, seront évaluées durant la procédure d'analyse de fiabilité, à l'aide d'un code de calculs simulant avec le plus de fidélité possible le comportement réel des modules. On se situe alors dans le cadre d'un couplage dit "mécano-fiabiliste".

2.6.1. Couplage mécano-fiabiliste

Le couplage mécano-fiabiliste consiste à associer au modèle d'analyse de fiabilité un modèle mécanique représentatif de la structure étudiée. Dans le cas présent, le modèle mécanique sera implanté dans un code de calcul mécanique et thermomécanique par la MÉF. Le code de calcul Éléments Finis (ÉF) est piloté par le module de fiabilité. À chaque boucle de calcul, le module de fiabilité définit les coordonnées \mathbf{x} du nouveau point, et évalue la fonction de performance $G(\mathbf{x})$. Il s'établit tout au long du calcul fiabiliste un échange permanent de données entre les deux modules, jusqu'à vérification du critère d'arrêt (convergence ou dépassement du nombre maximal admissible d'itérations par exemple).

Le schéma de la Figure 2-18 présente la démarche globale, avec le couplage entre les logiciels de calculs fiabilistes et de calculs mécaniques.

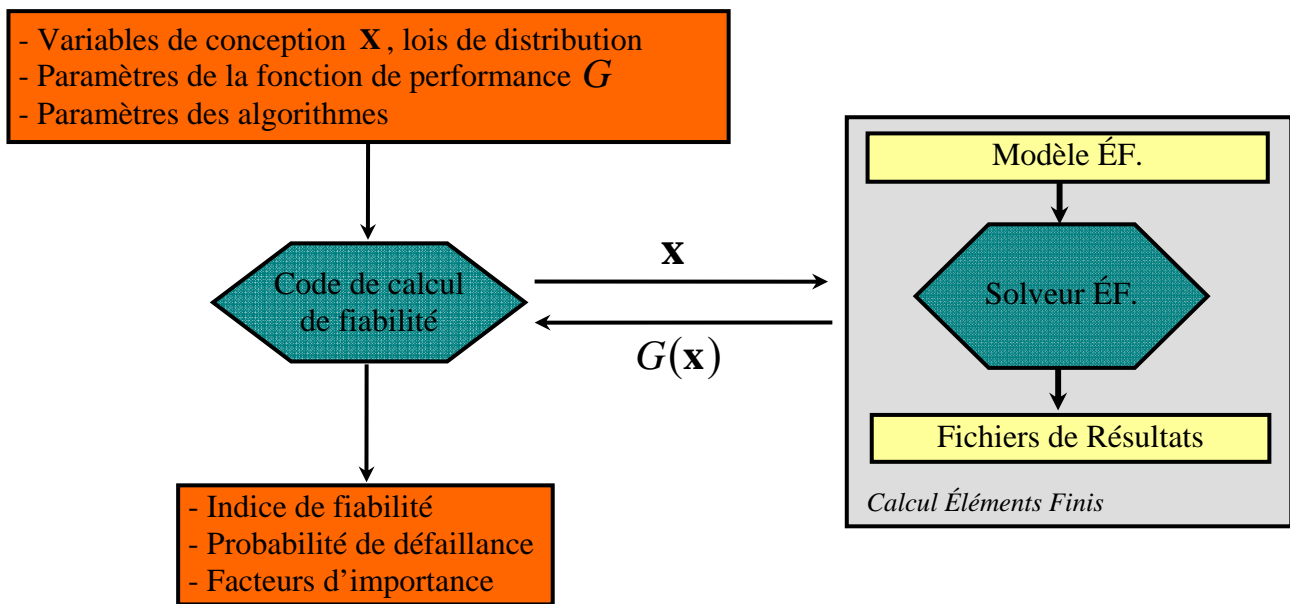


Figure 2-18 : Illustration du couplage mécano-fiabiliste.

Le modèle numérique de calcul ne sait dans la plupart des cas, que calculer une réalisation de $G(\mathbf{X})$ puis de $H(\mathbf{U})$. Pour l'évaluation des gradients requis dans certaines procédures de calcul de fiabilité, il est nécessaire de procéder à des calculs approchés à l'aide de différences finies numériques. C'est une approche qui conduit généralement à un nombre très élevé d'appels au code de calcul ÉF, et donc à des coûts numériques parfois rédhibitoires. De plus, le calcul ÉF peut ne pas converger, ce qui conduit à l'impossibilité d'évaluer la fonction de performance. C'est le cas, par exemple, quand le tirage des variables conduit à une configuration physique aberrante, ou en raison de mauvais conditionnement du modèle numérique, surtout au voisinage du domaine de défaillance où des non-linéarités structurelles peuvent apparaître dans la réponse mécanique. Par ailleurs, suivant la taille du modèle éléments finis du problème mécanique et aussi de la complexité des lois de comportement employées, l'évaluation de la fonction de performance peut s'avérer dans certains cas extrêmement coûteuse en temps de calcul (plusieurs semaines pour simuler un module complet en cyclage accéléré par exemple). Pour contourner ces difficultés, de nombreuses techniques ont été mises au point.

Ces techniques consistent à remplacer l'étape de calcul ÉF du couplage mécano-fiabiliste direct, par un modèle représentatif de la réponse mécanique du système étudié pour les différentes réalisations de ses variables de conception, c'est-à-dire une Surface de Réponse (SR).

2.6.2. Approximation de la fonction de performance par surfaces de réponse

L'idée de l'utilisation de surfaces de réponse pour l'approximation de l'état-limite n'est pas nouvelle [Faravelli 89, Rajashekhar 93, Sudret 02]. Elle consiste à approximer la fonction de performance $H(\mathbf{u})$, par une procédure ou une fonction paramétrique $\tilde{H}(\mathbf{u})$, dont les coefficients sont déterminés à l'aide d'algorithmes d'optimisation, de manière à ce que $\tilde{H}(\mathbf{u})$ coïncide avec $H(\mathbf{u})$ en des points judicieusement sélectionnés dans le domaine d'étude. Ces points sont généralement déterminés par la construction de plans d'expériences [Goupy 06, Soares 02, Kaymaz 05, Gayton 03].

Dans la majorité des cas, l'on ne dispose a priori, d'aucune information sur la forme de la fonction à approximer. La surface doit alors être construite en aveugle, et dans ce domaine, les approches par fonctions polynomiales et par Réseaux de Neurones Artificiels (RNA) apparaissent comme les plus efficaces [Lemaire 05]. Ce sont ces deux méthodes que nous retiendrons dans le cadre de cette étude.

2.6.2.1. Surfaces de réponse polynomiales

Les surfaces de réponse polynomiales sont construites par développement sur une base polynomiale. Le degré 2 (Surface de Réponse Quadratique – SRQ) correspond alors à un bon compromis puisqu'il permet de décrire les courbures tout en limitant les oscillations.

La première étape de la détermination de la surface de réponse porte sur la définition des expériences à réaliser (vecteurs \mathbf{u} de réalisations des différentes variables du modèle) sur le domaine d'expérience. Plusieurs méthodes de maillage peuvent être utilisées pour réaliser cette tâche, tels que les plans complets, de Fisher, de Box-Behnken, les hypercubes latins, etc. Le lecteur trouvera plus de plans, avec les spécificités correspondantes dans [Goupy 06].

Une fois le plan construit, l'évaluation de la fonction en chacun des n_e points du maillage conduit à la relation

$$H(\mathbf{u}^{(r)}) = \mathbf{z}^{(r)} \mathbf{p} \quad (2-50)$$

où le super-indice (r) désigne le rang de l'expérience avec $r \in [1, n_e]$, $\mathbf{z}^{(r)}$ le vecteur ligne des termes de la surface de réponse évalués en $\mathbf{u}^{(r)}$ et \mathbf{p} le vecteur colonne des n_c coefficients à déterminer. Dans le cas d'une SRQ, on aura par exemple $\mathbf{z}^{(r)} = \langle 1, \dots, u_i^{(r)}, \dots, u_i^{(r)} u_j^{(r)}, \dots, u_i^{(r)2}, u_j^{(r)2}, \dots \rangle$.

La relation (2-50) se met sous la forme matricielle

$$\{H(\mathbf{u}^{(r)})\} = \mathbf{Z} \mathbf{p} \quad (2-51)$$

où $\{H(\mathbf{u}^{(r)})\}$ est le vecteur colonne des $H(\mathbf{u}^{(r)})$, \mathbf{Z} , le vecteur colonne des vecteurs lignes $\mathbf{z}^{(r)}$ est la matrice d'expérience.

Les n_c coefficients de la surface de réponse $\tilde{H}(\mathbf{u})$, sont estimés par $\hat{\mathbf{p}}$ obtenu plus généralement par la méthode des moindres carrés :

$$\hat{\mathbf{p}} = \arg \min \sum_{r=1}^{n_e} (\tilde{H}(\mathbf{u}^{(r)}) - H(\mathbf{u}^{(r)}))^2 \quad (2-52)$$

Dans ce cas particulier, la résolution peut être faite directement en raison de la linéarité de la relation (2-51). On obtient après résolution $\hat{\mathbf{p}} = (\mathbf{Z}^T \mathbf{Z})^{-1} \mathbf{Z}^T \{H(\mathbf{u}^{(r)})\}$.

Cette méthode peut être inefficace lorsque la surface à approximer présente de très fortes irrégularités. Il peut alors être intéressant de mettre en œuvre une démarche de surfaces de réponse adaptatives, permettant d'ajuster et d'affiner l'approximation avec le rajout progressif de points expérimentaux judicieusement sélectionnés autour du point de conception [Devictor 96]. Dans ce cas de figure, le recours aux Réseaux de Neurone Artificiels peut être beaucoup plus avantageux et efficace.

2.6.2.2. Réseaux de Neurones Artificiels (RNA)

Les Réseaux de Neurones Artificiels (RNA) sont des modèles de calcul dont la conception est très schématiquement inspirée du système nerveux biologique. Ils sont constitués de neurones artificiels interconnectés entre eux, selon le comportement recherché. Ces neurones sont disposés en couches, on distingue ainsi une couche d'entrée, une couche de sortie et parfois une ou plusieurs couches intermédiaires ou cachées (Figure 2-19). Les entrées des neurones de chaque couche sont reliées aux sorties des neurones de la couche précédente.

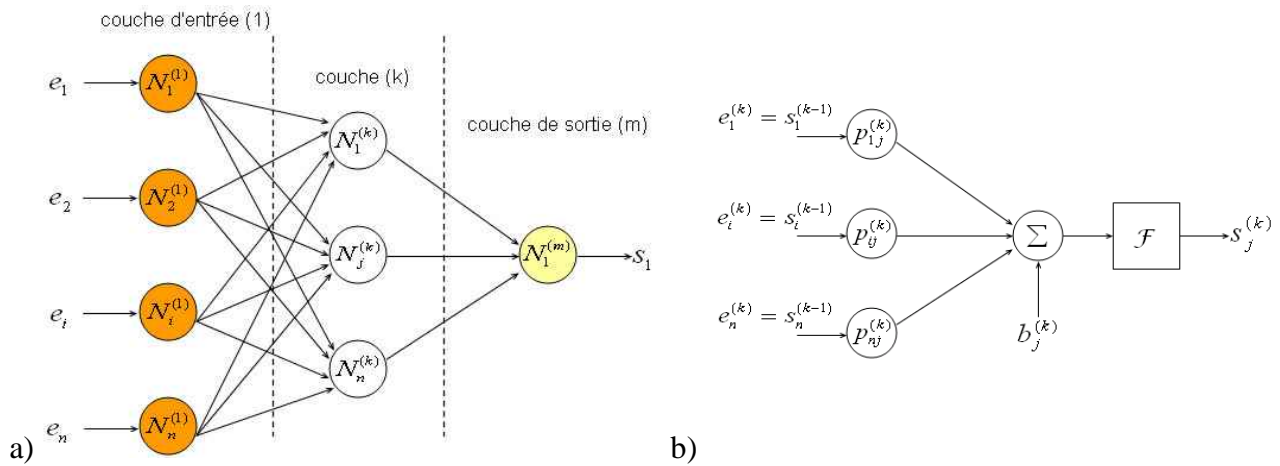


Figure 2-19 : Architecture d'un RNA (a) et structure générale d'un neurone (b).

Comme indiqué sur la Figure 2-19-b, le neurone j de la couche k comprend des entrées $e_i^{(k)}$, des pondérations $p_{ij}^{(k)}$ associées à chaque entrée $e_i^{(k)}$, une fonction de combinaison C , un biais $b_j^{(k)}$, une fonction d'activation \mathcal{F} et produit une sortie $s_j^{(k)}$. La sortie de chaque neurone s'exprime par la relation :

$$s_j^{(k)} = \mathcal{F}(C(b_j^{(k)}, p_{ij}^{(k)}, e_i^{(k)})) \quad (2-53)$$

Dans la pratique, on emploie le plus souvent deux types de fonctions de combinaison, la fonction de type MLP (Multi-Layer Perceptron) pour laquelle la sortie devient :

$$s_j^{(k)} = \mathcal{F}\left(b_j^{(k)} + \sum_i p_{ij}^{(k)} e_i^{(k)}\right) \quad (2-54)$$

et la fonction de type RBF (Radial Basis Function) pour laquelle elle s'exprime par :

$$s_j^{(k)} = \mathcal{F}\left(b_j^{(k)} \sum_i (p_{ij}^{(k)} - e_i^{(k)})^2\right) \quad (2-55)$$

Les principales fonctions d'activation (ou de seuillage) sont présentées dans le Tableau 2-4. Elles servent à introduire une non linéarité dans le fonctionnement du neurone.

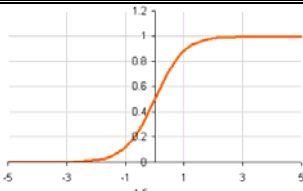

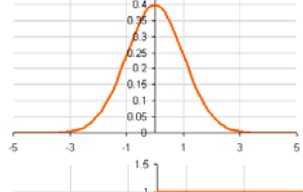
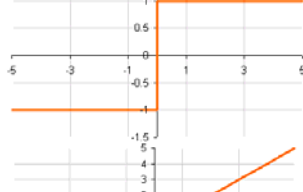
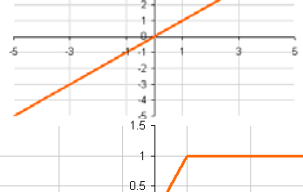
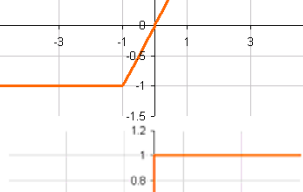
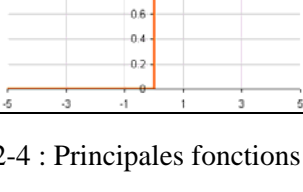
Fonction d'activation	Illustration graphique	Expression de \mathcal{F}
sigmoïde		$\mathcal{F}(x) = \frac{1}{1 + e^{-\beta x}}$
tangente hyperbolique		$\mathcal{F}(x) = \tanh(x)$
gaussienne		$\mathcal{F}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$
signe		$\mathcal{F}(x) = \begin{cases} -1 & \text{si } x < 0 \\ 1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$
identité		$\mathcal{F}(x) = x$
linéaire seuillée		$\mathcal{F}(x) = \begin{cases} -1 & \text{si } x < -1 \\ x & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ 1 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$
Heaviside		$\mathcal{F}(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ 1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

Tableau 2-4 : Principales fonctions d'activation.

On distingue ainsi une grande variété de réseaux, parmi lesquels les réseaux à régression généralisée ou GRNN (General Regression Neural Network) sont utilisés pour l'approximation de fonction. Dans ces réseaux constitués de deux couches, les neurones de la couche d'entrée et de la couche de sortie sont respectivement dotés de fonctions d'activation gaussienne et identité, des fonctions de combinaison de type RBF pour les neurones de la couche intermédiaire et de type MLP pour ceux de la couche de sortie.

Pour ce qui est l'approximation de surfaces d'état-limite, la première couche contient autant de neurones qu'il y a de variables de conception, et la dernière un nombre égal à celui des fonctions de performances.

Une fois la structure du réseau définie, les valeurs des poids $p_{ij}^{(k)}$ et des biais $b_j^{(k)}$ sont ajustées lors d'une phase dite d'apprentissage, de telle sorte que le réseau renvoie en sortie les réponses correspondant à un jeu de vecteurs d'entrée particuliers. Ces vecteurs particuliers seront dans le cas

de l'approximation d'une surface $H(\mathbf{u})$, les points issus d'un plan d'expérience, leurs réponses associées étant les sorties du code de calcul mécanique leur correspondant. L'ajustement des poids se fait généralement à l'aide d'algorithmes d'optimisation non-linéaire. Pour plus d'approfondissement sur les réseaux de neurones, le lecteur pourra se référer à [Haykin 94, Abdi 94].

2.6.2.3. Qualité de l'approximation

La capacité des surfaces de réponse à prédire avec exactitude la réponse du code de calcul EF constitue l'un des points cruciaux de leur utilisation dans les analyses de fiabilité. Il est en effet nécessaire pour des questions de minimisation d'erreurs, de s'assurer que le modèle construit et identifié suive avec le plus de fidélité possible la sortie du code de calcul EF sur l'ensemble du domaine d'étude. On dispose pour cela de deux principaux indicateurs de qualité, l'un descriptif permettant d'évaluer la capacité du modèle à retrouver correctement les observations ayant servi à son identification, l'autre prédictif portant sur l'exactitude de la sortie par rapport à la surface à approximer sur tous les points du domaine [Goupy 99].

La qualité de description du modèle se fait par l'analyse du coefficient de détermination R^2 défini par :

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{r=1}^{n_e} (H(\mathbf{u}^{(r)}) - \tilde{H}(\mathbf{u}^{(r)}))^2}{\sum_{r=1}^{n_e} (E[H(\mathbf{u}^{(r)})] - H(\mathbf{u}^{(r)}))^2} \quad (2-56)$$

où $E[H(\mathbf{u}^{(r)})]$ est la moyenne empirique des observations. Ce coefficient appartient à l'intervalle $[0,1]$, et tend vers 1 avec la qualité de l'identification de la surface de réponse. On suppose généralement que le modèle est correct pour des valeurs de R^2 supérieure à 0,9. Cet indicateur présente toutefois l'inconvénient d'augmenter artificiellement avec le nombre de variables, il est préférable d'utiliser le coefficient de détermination ajusté \bar{R}^2 , tenant compte du nombre de degrés de liberté égal à $n_e - n_c$:

$$\bar{R}^2 = 1 - \frac{\frac{1}{n_e - n_c} \sum_{r=1}^{n_e} (H(\mathbf{u}^{(r)}) - \tilde{H}(\mathbf{u}^{(r)}))^2}{\frac{1}{n_e - 1} \sum_{r=1}^{n_e} (E[H(\mathbf{u}^{(r)})] - H(\mathbf{u}^{(r)}))^2} \quad (2-57)$$

La qualité prédictive est quant à elle basée sur le calcul des erreurs d'approximation calculées après omission une par une, des différentes observations. À l'omission de l'observation r , l'erreur sur la nouvelle surface est exprimée par la relation :

$$\varepsilon_r = \frac{H(\mathbf{u}^{(r)}) - \tilde{H}(\mathbf{u}^{(r)})}{(1 - \text{tr}(\mathbf{Z}(\mathbf{Z}^T \mathbf{Z})^{-1} \mathbf{Z}^T))^2} \quad (2-58)$$

Le coefficient de détermination prédictif Q^2 s'obtient alors par analogie à R^2 en raisonnant cette fois, non pas sur les écarts entre l'approximation et la surface réelle en chaque point du plan, mais sur les erreurs dues à l'omission de chacune des observations. On obtient alors :

$$Q^2 = 1 - \frac{\sum_{r=1}^{n_e} \varepsilon_r^2}{\sum_{r=1}^{n_e} (E[H(\mathbf{u}^{(r)})] - H(\mathbf{u}^{(r)}))^2} \quad (2-59)$$

Ce coefficient présente par définition la propriété $-\infty < Q^2 \leq \bar{R}^2 \leq R^2$, le modèle sera d'autant plus prédictif qu'il sera proche de 1.

Il faut par ailleurs noter que l'expression de la fonction obtenue dans ce cas n'est valable que sur son domaine de construction, au-delà duquel son utilisation peut conduire à des erreurs.

2.7. Conclusion

Dans ce chapitre, les approches classiques de fiabilité en conception ont été présentées avec la mise en lumière de leurs avantages et inconvénients. Ce travail a abouti au choix d'une démarche de fiabilité mécanique pour la conception des modules électroniques de puissance.

En plus de permettre l'évaluation des indicateurs de fiabilité prévisionnelle des modules en phase de conception, cette démarche présente l'atout majeur de fournir le poids des paramètres en présence dans la fiabilité avec le calcul de sa sensibilité aux différents paramètres, et des élasticités associées. Ces grandeurs constituent de précieuses informations pour le concepteur dans la mesure où elles l'orientent dans les actions à entreprendre, tant en terme de dimensionnement que d'optimisation de procédés de fabrication, pour accroître la fiabilité et satisfaire éventuellement les objectifs visés.

Le principe général de cette démarche de dimensionnement avec prise en compte du caractère aléatoire des variables de conception a été présenté, avec le cas spécifique de son application aux modules de puissance. Nous avons pu voir comment cette tâche pouvait être rendue beaucoup plus efficace avec le recours aux surfaces de réponses par la minimisation du nombre d'appels au code de calcul Éléments Finis dans la boucle de calcul mécano-fiabiliste.

L'approche de fiabilité mécanique a atteint un niveau de maturité tel que de nombreux outils informatiques de calcul de fiabilité mécanique sont aujourd'hui disponibles pour des utilisations industrielles [Schuëller 06]. Ces outils comprennent suivant leurs degrés d'élaboration la plupart des méthodes et techniques présentées dans ce chapitre. Les plus connus sont Phimeca Soft [PHIMECA], Permas-RA [INTES], Ferum [Haukaas 03b] et OpenTURNS [OpenTURNS]. À ces outils, s'ajoute PyFER (Python Finite Elements Reliability), développé au LGP de l'ENI de Tarbes par Alexandre MICOL durant ses travaux thèse [Micol 07]. Entièrement écrit en langage Python et sous licence GPL, il est doté d'une interface graphique simplifiant son utilisation, et permet un couplage avec le code de calcul par Éléments Finis Abaqus [Abaqus 06].

Outre les performances des méthodes et algorithmes utilisés et leur adéquation à l'analyse de la conception des modules de puissance, le succès de cette démarche repose principalement sur la qualité des modèles numériques employés pour la description de leurs comportements thermomécaniques. C'est l'objet du prochain chapitre, qui sera consacré à la modélisation et l'identification du comportement des solutions d'assemblage retenues.

2.8. Bibliographie

- [Abaqus 06] "ABAQUS software, User's manual, version 6.6.-1", Hibbitt, Karlsson and Sorensen Inc, 2006.
- [Abdi 94] H. Abdi, "Les réseaux de neurones", Presses Universitaires de Grenoble, 1994.
- [Abdo 90] T. Abdo, et R. Rackwitz, "A new β -point algorithm for large time-invariant and time-variant reliability problems", Proceeding of the third WG 7.5 IFIP Conference on Reliability and Optimisation of Structures, pp. 1-11, 1990.
- [afnor 81] Association française pour le contrôle industriel de la qualité (AFCIQ), Groupe fiabilité, "Guide d'évaluation de la fiabilité mécanique", Éditions Afnor-UTE, 1981.
- [ASTE 93] ASTE, "Le rôle des essais dans la maîtrise de la fiabilité", Éditions ASTE, 1993.
- [Ayyub 97] B. Ayyub, R. Mccuen, "Probability, Statistics & Reliability for engineers", CRC Press New York, 1997.
- [Béakou 01] A. Béakou and A. Mohamed, "Influence of variable scattering on the optimum winding angle of cylindrical laminated composites", Journal of Composite Structures, 53, pp. 287-293, 2001.
- [Bernard 87] P. Bernard, M. Fogli, "Une méthode de Monte-Carlo performante pour le calcul de la probabilité de ruine", Construction Métallique, (4), pp. 23-29, 1987.
- [Boyer 97] C. Boyer, A. Béakou, M. Lemaire, "Design of a composite structure to achieve a specified reliability level", Reliab. Engng Sys. Safety, vol. 56, pp. 273-283, 1997.
- [Breitung 89] K. Breitung, M. Hohenbichler, "Asymptotic approximations for multivariate integrals with an application to multinormal probabilities" Journal of Multivariate Analysis, 30(1), pp. 80-97, 1989.
- [Caruso 98] H. Caruso, A. Dasgupta, "A fundamental overview of accelerated testing analytical models", Proceedings of the IEEE Annual Reliability and Maintainability Symposium, Tutorial notes, USA, 1998.
- [Castillo 99] E. Castillo, J.-M. Sarabia, C. Solares, P. Gomez, "Uncertainty analyses in fault tree and bayesian networks using form/sorm methods", Reliability Engineering & System Safety, vol 65, pp. 29-40, 1999.
- [Clarotti 98] C. Clarotti, "Les techniques fréquentielle et bayésienne au service le l'ingénieur de sûreté de fonctionnement", Technical report, ISDF, 1998.
- [Cornell 69] Cornell, C. "A probability-based structural code". J. Am. Conc Inst, 66, pp. 974-985, 1969.
- [Daniel 99] I. M. Daniel, "Experimentation and modelling of composite materials", Journal of Experimental Mechanics, vol 39, No 1, 1999.
- [Devictor 96] N. Devictor, "Fiabilité et mécanique : méthodes FORM/SORM et couplage avec des codes d'éléments finis par des surfaces de réponse adaptatives", Thèse de doctorat de l'Université Blaise Pascal - Clermont 2, Décembre 1996.
- [Ditlevsen 96] O. Ditlevsen, H. Madsen, "Structural Reliability Methods", John Wiley & Sons Ltd., 1996.
- [Ditlevsen 79] O. Ditlevsen, "Generalized second moment reliability index", Journal of Structural Mechanics, pp. 453-472, 1979.
- [Doyle 92] R. Doyle, "Mechanical reliability. In IEEE Proceedings Annual Reliability and Maintainability Symposium", Tutorial notes, USA, 1992.

- [Faravelli 89] L. Faravelli, "Response surface approche for reliability analysis", Journal of Engineering Mechanics, 115(12), 1989.
- [Gayton 03] N. Gayton, J. Bourinet, M. Lemaire, "CQ2RS: A new statistical approach to response surface method for reliability analysis", Structural Safety, 25, pp. 99-121, 2003.
- [Glade 05] M. Glade, "Modélisation des coûts de cycle de vie prévision des coûts de maintenance et de la fiabilité, Application à l'aéronautique", Thèse de Doctorat de L'École Centrale de Lyon, 2005.
- [Giquel 08] C. Giquel, B. Letelier, "Comment effectuer un essai de robustesse? Différents moyens disponibles des plus classiques au plus innovants", Essais Industriels, N°44, Mars 2008.
- [Goupy 99] J. Goupy, "Plans d'expériences pour surfaces de réponse", Dunod, Paris, 1999.
- [Goupy 06] J. Goupy, L. Creighton, "Introduction aux plans d'expériences, 3^{ème} édition", Dunod, Paris, 2006.
- [Guédé 05] Z. Guédé, " Approche probabiliste de la durée de vie des structures sollicitées en fatigue thermique ", Thèse de Doctorat de l'Université BLAISE PASCAL - Clermont II, 2005.
- [Guillet 04] P. Charpenel, R. Digout, M. Giraudeau, M. Glade, J-P. Guerveno, N. Guillet, S. Male, R. Meister, E. Moreau, D. Perie, "FIDES, la nouvelle méthodologie pour la prévision de fiabilité des systèmes électroniques" Colloque $\lambda\mu$ 2004, Bourges, 12 au 14 octobre 2004.
- [Haftka 92] R. T. Haftka, M.P. Kamat, "Elements of Structural Optimization, 3rd edition", Kluwer, 1992.
- [Hamed 99] M. H. Hamed, P. B. Bedient, "Reliability-Based Uncertainty Analysis of Groundwater Contaminant Transport and Remediation". Office of Research and Development Washington DC 20460, 1999.
- [Hasofer 74] A.M. Hasofer, N.C. Lind, "Exact and invariant second moment code format", Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE, vol. 100, pp. 111-121, 1974.
- [Haukaas 03a] T. Haukaas, "State-of-the-art FORM reliability analysis", Lecture 9, CIVL 518, Reliability and Structural Safety, 2003.
- [Haukaas 03b] T. Haukaas, "Finite element reliability using matlab", <http://www.ce.berkeley.edu/haukaas/FERUM/ferum.html> - 2003.
- [Haykin 94] S. Haykin, "Neural Networks", Prentice-Hall, 1994
- [Hohenbichler 87] M. Hohenbichler, S. Gollwitzer, W. Kruse, R. Rackwitz, "New Light on first- and second order reliability methods", Structural Safety, 4, pp. 267-284, 1987.
- [INTES] <http://www.intes.fr>
- [Karush 39] W. Karush, "Minima of Functions of Several Variables with Inequalities as Side Constraints", PhD Thesis, University of Chicago, Dept. of Mathematics, 1939.
- [Kaymaz 05] I. Kaymaz, C. A. McMahon, "A response surface method based on weighted regression for structural reliability analysis" Probabilistic Engineering Mechanics, 20(1), pp. 11-17, 2005.
- [Kececioglu 99] D. Kececioglu, F.-B. Sun, "Environmental stress screening : its quantification, optimization and management", Ed Prentice Hall, 1999.
- [Kiureghian 98] A. Der Kiureghian and T. Dakessian, "Multiple design points in first and second-order reliability", Structural Safety, 20(1), pp. 37-50, 1998.
- [Lannoy 03] A. Lannoy, "Panorama des méthodes et outils utilisés pour l'évaluation de la fiabilité opérationnelle des composants", Proceeding de la 35^{ème} Journée de Statistique, Lyon, pp. 39-53, 2003.

- [Lannoy 06] A. Lannoy, H. Procaccia, "Evaluation de la fiabilité prévisionnelle", Lavoisier Tec et Doc, Paris, 2006.
- [Lemaire 05] M. Lemaire, "Fiabilité des structures : couplage mécano-fiabiliste statique", Hermès-Lavoisier, Paris, 2005.
- [Lewis 87] E. E. Lewis, "Introduction to Reliability Engineering", John Wiley & Sons, New York, 1987.
- [Liu 86] P.-L. Liu, A. Der Kiureghian, "Multivariate distribution models with prescribed marginals and covariances", Probabilistic Engineering Mechanics, 1(2), pp.105-112, 1986.
- [Liu 90] P.-L. Liu, A. Der Kiureghian, "Optimization algorithms for structural reliability", Structural Safety, 9(3), pp. 161-177, 1990.
- [Lyonnet 06] P. Lyonnet, Ingénierie de la fiabilité, Ed. Tec & Doc, Lavoisier, Paris, 2006.
- [Madsen 86] H. Madsen, S. Krenk, N. Lind, "Method of structural safety", Ed Prentice-Hall, 1986.
- [McLean 00] H. McLean, "HALT, HASS HASA Explained : Accelerated Reliability Techniques", ASQ Quality press, 2000.
- [Meeker 98] W. Q. Meeker, L. A. Escobar, "Statistical Methods for Reliability Data", John Wiley & Sons, Inc., New York, 1998.
- [Melchers 90] R. E. Melchers, "Radial importance sampling for structural reliability", Journal of Eng. Mech., 116(1), pp. 189-203, 1990.
- [Micol 07] A. MICOL, "Approche probabiliste dans la conception des modules de puissance" Thèse de Doctorat de l'Université Toulouse III - Paul Sabatier, 2007.
- [MIL-HDBK-189 81] MIL-HDBK-189, "Military Handbook, Reliability Growth Management, 13", February 1981.
- [Mohamed 98] A. Mohamed, M. Lemaire, J.-C. Mitteau, E. Meister, "Finite element and reliability: A method for compound variables-application on cracked heating system", Nuclear Engineering and Design, 185, pp. 185-202, 1998.
- [Nataf 62] A. Nataf, "Détermination des distributions dont les marges sont données", Compte Rendu Académie des Sciences, (225), pp. 42-43, 1962.
- [Nelson 90] W. Nelson, "Accelerated Testing: Statistical Models, Test Plans and Data Analysis", Ed. Wiley Series in Probability and Mathematical Statistics, 1990.
- [OpenTURNS] <http://trac.openturns.org/>
- [Papalambros 88] P. Y. Papalambros, D. J. Wilde, "Principles of Optimal Design", Cambridge University Press, NY USA, 1988.
- [PHIMECA] <http://www.phimeca.com>
- [Prociacca 92] H. Prociacca, C. Clarotti, L. Piepszownik, "Fiabilité des équipements et théorie de la décision statistique fréquentielle et bayésienne", Collection de la direction des études et recherche d'EDF, 81, Eyrolles, 1992.
- [Rackwitz 01] R. Rackwitz, "Reliability analysis - a review and some perspectives", Structural Safety, 23, pp. 365-395, 2001.
- [Rackwitz 78] R. Rackwitz et B. Fiessler, "Structural reliability under combined load sequences", Comput. Struct., 9 pp. 489-494, 1978.

- [Rajashekhar 93] M. R. Rajashekhar, B. R. Ellingwood, "A new look at the response surface approach for reliability analysis", *Structural Safety* 12(3), pp. 205-220, 1993.
- [Rjanitzyne 50] A. R. Rjanitzyne, "Calcul à la rupture et plasticité des Constructions", Eyrolles, Paris, 1950.
- [Rosenblatt 52] M. Rosenblatt, "Remarks on a multivariate transformation", *The Annals of Mathematical Statistics*, vol 23, pp. 470-472, 1952.
- [Rzhanitzyn 49] A. R. Rzhanitzyn, "Design of structures with considerations of plastic properties of materials", *Stroivoenmorizdat*, 1949.
- [Schuëller 06] G. I. Schuëller et M. F. Pellissetti, "Special issue on general purpose software in structural reliability", *Structural Safety*, 28, 2006.
- [Shooman 68] M. L. Shooman, "Probabilistic Reliability: An Engineering Approach", Mc Graw Hill Book co, New-York, NY, 1968.
- [Soares 02] R. Soares, A. Mohamed, W. Venturini, M. Lemaire, "Reliability analysis of nonlinear reinforced concrete frames using the response surface method", *Reliability Engineering and System Safety*, 75, pp. 1-16. 2002.
- [Soulhier 08] J.-Y. Soulier, D. Goux, "L'essai RGT, un outil pour construire et démontrer la fiabilité", *Essais Industriels*, N°44, Mars 2008.
- [Sudret 00] B. Sudret, A. Der Kiureghian, "Stochastic finite element methods and reliability, a state-of-the-art report", *Rapport technique*, Department of Civil and Environmental Engineering, University of California, Berkeley, 2000.
- [Sudret 02] B. Sudret, A. Der Kiureghian, "Comparison of finite element reliability methods", *Probabilistic Engineering Mechanics*, 17, pp. 337-348, 2002.
- [Tebbi 05] O. Tebbi, "Estimation des lois de fiabilité en mécanique par les essais accélérés", *Thèse de Doctorat de l'université d'Angers*, 2005.
- [Tooru 02] K. Tooru, "Bayesian Computing Methods for Reliability Data Analysis", *Journal of Reliability Engineering Association of Japan*, Vol.24, N°6, pp. 502-507, 2002.
- [Tvedt 90] L. Tvedt, "Distribution of quadratic forms in normal space-application to structural reliability", *Journal of Engineering Mechanics*, 116(6) pp. 1183-1197, 1990.
- [Usureau 04] E. Usureau, F. Guerin, B. Dumon, "Démarche bayésienne et applications à la Sûreté de Fonctionnement", *Éditions HERMES Lavoisier*, 2004.
- [Villemeur 88] A. Villemeur, "Sûreté de fonctionnement des systèmes industriels : Fiabilité, Facteurs humains et Informatisation", *Collection EdF - Ed Eyrolles*, 1988.
- [Weibull 51] W. Weibull, "A statistical distribution function of wide applicability", *Journal of Applied Mechanical*, pp. 293-297, 1951.
- [Zhang 97] Y. Zhang, A. Der Kiureghian, "Finite element reliability methods for inelastic structures", *Technical Report No. UCB/SEMM-97/05*, Departments of Civil and Environmental Engineering, University of California, Berkeley, CA, 1997.
- [Zienkiewicz 89] O. C. Zienkiewicz, R. L. Taylor, "The Finite Element Method", vol. 1 & 2, *Prentice Hall*, 1989.

CHAPITRE 3

MODÉLISATION NUMÉRIQUE DU COMPORTEMENT DES MODULES

Une théorie mathématiquement belle a plus de chance d'être correcte qu'une théorie inélégante, même si cette dernière décrit correctement les résultats expérimentaux.

Paul Adrien Dirac

Sommaire

3.1.	Introduction.....	123
3.2.	Généralités sur la simulation par la Méthode des Éléments Finis	123
3.3.	Modélisation du comportement des matériaux utilisés dans les assemblages	124
3.3.1.	Observations sur les matériaux sélectionnés	125
3.3.2.	Formalisme des lois de comportement	126
3.3.3.	Lois de comportement des matériaux thermoélastiques.....	128
3.3.4.	Lois de comportement des métallisations.....	131
3.3.5.	Lois de comportement thermoélasto-viscoplastiques des brasures	143
3.4.	Modélisation des défaillances potentielles.....	160
3.4.1.	Endommagement par fatigue des joints de brasures	161
3.4.2.	Rupture des substrats céramiques.....	172
3.5.	Conclusion	179
3.6.	Bibliographie.....	181

3. MODÉLISATION NUMÉRIQUE DU COMPORTEMENT DES MODULES

3.1. Introduction

Les chapitres précédents ont porté sur la proposition de technologies d'interrupteurs électroniques de puissance pour applications aéronautiques. L'analyse des contraintes de fonctionnement et des défaillances a permis l'identification de deux modes prépondérants de défaillances, à savoir l'endommagement des joints de brasure utilisés pour les différentes connexions dans les modules, et la rupture mécanique des matériaux fragiles que sont les puces électroniques et les céramiques métallisées utilisés comme substrats. Comme déjà évoqué, ces défaillances résultent essentiellement des contraintes thermomécaniques dues aux variations spatiale et temporelle de champs de température, combinées aux différences de coefficients de dilatation thermique des matériaux en présence, de leurs rigidités et des liaisons entre eux et avec l'environnement extérieur.

Afin de permettre l'analyse des configurations possibles d'assemblage et l'optimisation de la conception des modules vis-à-vis des spécifications des cahiers des charges, notamment en s'appuyant sur la démarche de conception probabiliste exposée au chapitre II, le choix a été fait de recourir à une approche basée sur la modélisation numérique par la Méthode des Éléments Finis (MÉF). En effet, c'est à ce jour, avec la puissance des outils informatiques, l'approche la plus performante pour l'analyse des structures de modules de puissance.

Ce chapitre sera consacré à la formulation et l'identification des lois de comportement et des lois de durée de vie, nécessaires à l'élaboration des modèles de calcul Éléments Finis (ÉF). Il sera articulé autour de deux axes principaux : le premier porte sur les lois de comportements thermomécaniques de chacune des pièces présentes dans les assemblages, le second concerne la modélisation des critères de défaillances représentatifs des deux modes de défaillances incriminés.

3.2. Généralités sur la simulation par la Méthode des Éléments Finis

L'objectif de base de la méthode des éléments finis est de trouver une solution approchée à des problèmes de géométrie et de chargements complexes, faisant intervenir des équations aux dérivées partielles (comme les problèmes de mécanique des milieux continus, de thermique, de mécanique des fluides, etc.), en les remplaçant par des problèmes de résolution de systèmes d'équations linéaires. Le domaine est discrétisé par des éléments géométriques simples dont les nœuds sont utilisés comme supports de fonctions d'interpolations des grandeurs mises en jeu dans le problème. En plus de leurs nœuds, ces éléments comprennent des points particuliers (points d'intégration) nécessaires à l'approximation des calculs d'intégration impliqués dans le processus de calcul ÉF. Le nombre et le positionnement de ces points dans l'élément dépendent de sa géométrie, de son degré de précision, et du type d'équations à résoudre.

En matière de simulations thermomécaniques, le but premier est de déterminer les tenseurs de contraintes et de déformations [Bamberger 81, Dubigeon 96, Germain 62, Germain 73] ainsi que certaines quantités qui en découlent comme les énergies de déformation, et ce, en tous points d'une structure soumise à des sollicitations diverses : efforts, pressions, variations de température, vibrations, etc. Le calcul de ces quantités peut être réalisé en fonction du temps, par l'emploi de schémas numériques d'intégration temporelle (Euler, Crank-Nicholson, Runge-Kutta, etc.) [Rappaz 97, Raviart 83]. En raison des non-linéarités (géométriques, matériaux, etc.) des modèles de calcul, ces schémas d'intégration font appel à des algorithmes d'optimisation, en général du second ordre, pour l'évaluation des grandeurs en jeu à chaque incrément de temps et pour chaque élément. Le lecteur pourra consulter les références [Spiteri 02, Zienkiewicz 89] pour des exposés plus détaillés de cette méthode.

En terme de mise en œuvre, on dispose aujourd'hui de nombreux logiciels de calcul ÉF, se différenciant principalement par les possibilités qu'ils offrent en matière de maillage, de résolution numérique, de lois de comportement utilisables, de traitement des résultats, etc. Parmi les logiciels

disponibles et utilisés pour la simulation thermomécanique en électronique de puissance, les plus connus sont Abaqus¹, Ansys, et Nastran. Les développeurs de ces logiciels proposent le plus souvent des versions multi-physiques, c'est-à-dire permettant d'intégrer dans une même procédure de calcul plusieurs physiques (mécanique, thermique, électrique, fluide, etc.) impliqués dans la simulation. Reprenant ce concept, un logiciel multi-physique, multi-domaine et multi-temps a fait l'objet d'étude à l'ENIT en collaboration avec PEARL, pour la simulation numérique de convertisseurs de puissance (le logiciel MulPhyDo) [Menanteau 04].

Dans une autre approche, la prise en compte des différentes physiques en jeu peut être réalisée par le couplage de différentes applications afin de bénéficier du meilleur de leurs possibilités individuelles. C'est par exemple le cas au sein du laboratoire PEARL [PEARL], dont la plateforme de prototypage virtuelle est illustrée à la Figure 3-1 [Solomalala 07a, Solomalala 07b].

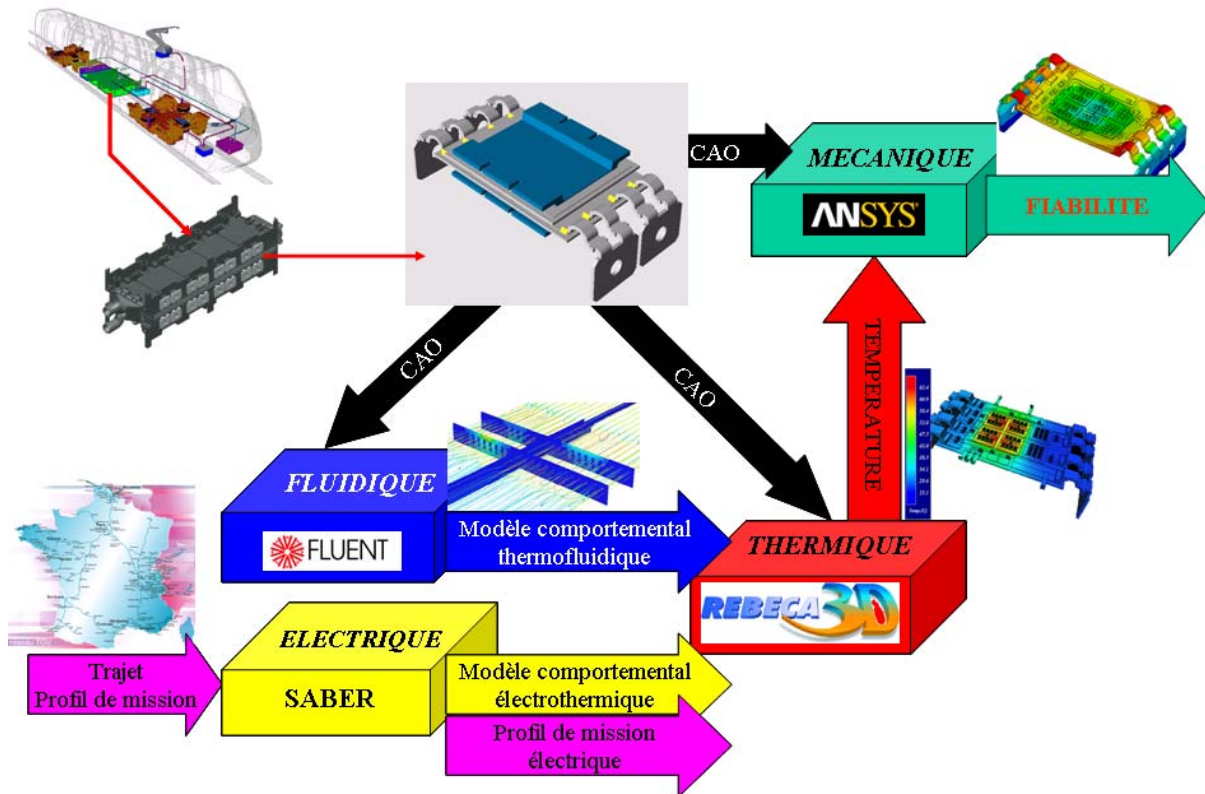


Figure 3-1 : Schématisation de la plateforme de prototypage virtuelle de PEARL.

Pour cette étude, l'analyse de la conception des différents prototypes s'est appuyée sur le schéma ci-dessus, à la différence que le logiciel retenu pour les calculs thermomécaniques est Abaqus 6.6-1 [Abaqus 06] en raison de sa très bonne réputation en matière de simulations thermomécaniques non-linéaires et de son couplage naturel avec le code de calcul fiabiliste PyFER.

Outre les performances du logiciel utilisé et la qualité des modèles ÉF élaborés, la représentativité et l'exploitabilité des résultats de simulation reposent sur la qualité des lois de comportement utilisées pour la description des différents matériaux en présence. Le point suivant est consacré à la définition et l'identification de ces lois.

3.3. Modélisation du comportement des matériaux utilisés dans les assemblages

Il existe dans la littérature de nombreuses lois de comportement avec des niveaux de sophistication et des aptitudes diverses. Un matériau donné peut être modélisé par une ou plusieurs de ces lois,

¹ La société Abaqus Inc. a été rachetée par Dassault Systèmes depuis 2005, le logiciel Abaqus est aujourd'hui commercialisé sous le nom de Simulia, il comprend une version intégrée dans l'environnement CATIA.

selon le domaine et la nature des sollicitations auxquelles il est soumis. Le choix d'un modèle particulier doit être fait de sorte qu'il reste le plus simple possible, tout en étant capable de représenter l'état du matériau sur son domaine de sollicitation, afin d'assurer la qualité, la pertinence et l'exploitabilité des résultats de simulation. D'une autre part, les paramètres de ces lois sont le plus souvent issus de la bibliographie, avec plus ou moins de représentativité des structures réelles à modéliser. Cette démarche acceptable lorsque l'on veut juste avoir une idée du comportement global des structures ou encore comparer différents cas de figures, devient insuffisante lorsque l'on veut réaliser des calculs de fiabilité. Il est en effet important de s'assurer que le modèle utilisé par exemple pour l'évaluation des fonctions de performances en rapport avec les différents scénarii de défaillance, soit le plus représentatif possible du système réel, et ce sur toute l'étendue de son domaine de sollicitation (thermique, mécanique, etc.).

Dans le cadre de cette étude, le choix des lois a été réalisé en essayant de tenir compte, dans la limite des possibilités, de la nature des sollicitations que voient les matériaux concernés, et de leur vécu. De même, les paramètres des lois de comportement des matériaux les plus sensibles ont fait l'objet d'investigations approfondies.

3.3.1. Observations sur les matériaux sélectionnés

Les matériaux retenus à l'issue de la proposition des solutions d'assemblage (chapitre I) sont récapitulés dans le Tableau 3-1 pour les différentes pièces qu'elles sont susceptibles de contenir.

Pièces	Matériaux
Semelles	Al-SiC (63%), Cu-C (40%)
Brasures basse température	$\text{Sn}_{96,5}\text{Ag}_{3,5}$, $\text{Sn}_{95,5}\text{Ag}_{3,8}\text{Cu}_{0,7}$
Brasures haute température	$\text{Au}_{80}\text{Sn}_{20}$, $\text{Pb}_{92,5}\text{Sn}_{5}\text{Ag}_{2,5}$
Puces IGBT et diodes	Si, SiC
Substrats	AlN, Si_3N_4
Métallisations et inserts	Al, Cu

Tableau 3-1 : Récapitulatif des matériaux employés dans les assemblages.

Les modèles de comportement utilisés pour chacune de ces pièces doivent avoir la capacité de rendre compte du comportement global des assemblages observé expérimentalement. En se basant sur les propriétés physiques de ces matériaux, leurs domaines de sollicitation (contraintes mécaniques, sollicitations thermiques cycliques, limites d'élasticités, températures, etc.) et de l'analyse des défaillances réalisée au chapitre I (rupture des puces et substrats avec écrouissage des métallisations, fatigue des joints de brasure), des classes de comportement ont été attribuées à ces différentes pièces.

- Les puces et les substrats céramiques ont des comportements thermoélastiques avec rupture brutale sans déformation permanente, ils sont thermoélastiques linéaires fragiles.
- L'analyse des défaillances a montré que les métallisations en cuivre et en aluminium pouvaient plastifier considérablement à l'issue de cyclages thermiques passifs, jusqu'à rupture mécanique des substrats. Elles ont un comportement thermoélasto-plastique.
- Quant aux brasures, elles sont soumises à des températures absolues de fonctionnement supérieures à la moitié de leurs points de fusion. Leurs déformations viscoplastiques (par fluage) deviennent prédominantes sur leurs déformations élastiques et plastiques instantanées. La prise en compte de ces trois types de déformation est nécessaire à la bonne approximation de leur comportement, elles sont supposées thermoélasto-viscoplastiques.
- Enfin, les semelles en raison de leurs épaisseurs relativement importantes voient des niveaux de contraintes très inférieures à leurs limites d'élasticité. Un modèle thermoélastique linéaire est par conséquent suffisant pour décrire leur comportement.

Les assemblages étant soumis à des chargements cycliques, les lois de comportement ci-dessus devront de préférence être capables de rendre compte des principaux phénomènes en jeu. En raison des dimensions macroscopiques des pièces présentes dans les assemblages, nous ferons l'hypothèse que ces matériaux sont tous isotropes, d'un point de vue thermomécanique.

3.3.2. Formalisme des lois de comportement

Il existe deux approches principales pour la formulation des lois de comportement des matériaux. Nous avons les modèles micro-macro basés sur la modélisation des interactions entre les cristaux constituant la matière [Héraud 98], et les modèles phénoménologiques définis par des fonctions de variables sensées gouverner le comportement macroscopique du matériau. Ces modèles doivent satisfaire aux principes généraux de la mécanique, de la thermodynamique, et être physiquement acceptables. Il est de plus nécessaire qu'ils soient simples afin de faciliter leur identification et leur implémentation dans les codes de calcul. De ces deux approches, l'approche phénoménologique est la plus utilisée en raison de sa simplicité et de sa capacité à s'adapter à une grande variété de matériaux. C'est celle qui est utilisée ici pour la formulation des lois de comportement, elle est présentée ci-dessous dans ces grandes lignes.

3.3.2.1. Formalisme thermodynamique – Méthode de l'état local

La formulation des lois par approche phénoménologique est basée sur l'observation expérimentale du comportement des matériaux modélisés. Elle a fait l'objet de nombreux travaux et repose aujourd'hui sur une méthode rigoureuse s'appuyant sur des bases thermodynamiques : la méthode de l'état local [Germain 73]. Cette méthode postule que pour un élément de matière donné, soumis à des sollicitations quelconques, son état peut être entièrement déterminé par la connaissance en chacun de ses points, d'un certain nombre des variables dites d'état. La détermination des relations entre ces variables et de leurs lois d'évolutions permet alors l'écriture complète de la loi de comportement.

3.3.2.1.1 Cadre thermodynamique

En se plaçant dans le contexte de la mécanique des milieux continus sous l'hypothèse des petites perturbations, le premier principe de la thermodynamique (principe de la conservation de l'énergie) se traduit par la relation :

$$\rho \cdot \dot{e} = \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}} + r - \text{div}(\mathbf{q}) \quad (3-1)$$

où ρ est la masse volumique de l'élément de matière, e l'énergie interne massique, $\underline{\underline{\sigma}}$ le tenseur de contraintes vraies (de Cauchy), $\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}$ le tenseur des taux de déformations vraies (logarithmiques), r la densité volumique de production interne de chaleur, et \mathbf{q} le vecteur courant de chaleur. Les deux points : désignent le produit tensoriel doublement contracté sur deux indices.

Le second principe postule que le taux de production d'entropie est toujours supérieur ou égal au taux de chaleur reçue divisé par la température :

$$\rho \frac{ds}{dt} \geq \frac{r}{T} - \frac{\text{div}(\mathbf{q})}{T} \quad (3-2)$$

où s désigne la densité d'entropie massique, T la température thermodynamique, et $\frac{d}{dt}$ la dérivée particulière. En remplaçant dans la relation (3-2) r par son expression tirée de la relation (3-1) et en introduisant l'énergie libre spécifique (correspondant aux transformations isothermes et isochores) définie par $\psi = e - T \cdot s$, nous obtenons l'inégalité de Clausius-Duhem :

$$\underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}} - \rho(\dot{\psi} + s\dot{T}) - \mathbf{q} \cdot \frac{\text{grad}(T)}{T} \geq 0 \quad (3-3)$$

3.3.2.1.2 Potentiel thermodynamique et lois d'état

Suivant les phénomènes physiques en jeu, il faut définir les variables d'état sensées gouverner le comportement du matériau. Deux de ces variables sont imposées par la relation (3-3) : la température T et la déformation totale $\underline{\underline{\varepsilon}}$. Ces variables dites observables, sont suffisantes pour la description des phénomènes réversibles. Lorsque l'on est en présence de phénomènes dissipatifs, il est nécessaire d'introduire des variables dites internes, permettant par exemple de représenter l'état interne de la matière (densité de dislocation, microstructure cristalline, configuration des microfissures, cavités, etc...). Ces variables permettent par exemple de représenter l'évolution de phénomènes non réversibles comme la plasticité, la viscoplasticité, l'écroutissage, l'endommagement, la rupture, etc. Les tenseurs des déformations inélastiques $\underline{\underline{\varepsilon}}^{in}$ et thermoélastiques $\underline{\underline{\varepsilon}}^e$ sont des exemples de variables internes. Pouvant être scalaires ou tensorielles, elles sont désignées d'une manière générale par V_k (V_1, V_2, \dots).

En considérant donc que l'énergie libre spécifique ψ soit fonction des variables $\underline{\underline{\varepsilon}}$, T , $\underline{\underline{\varepsilon}}^e$, $\underline{\underline{\varepsilon}}^{in}$ et V_k , c'est-à-dire $\psi = \psi(\underline{\underline{\varepsilon}}, T, \underline{\underline{\varepsilon}}^e, \underline{\underline{\varepsilon}}^{in}, V_k)$, l'hypothèse de partition des déformations $\underline{\underline{\varepsilon}}^e = \underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^{in}$ permet d'exprimer sa dérivée particulière par :

$$\dot{\psi} = \frac{\partial \psi}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}^e} : \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^e + \frac{\partial \psi}{\partial T} \dot{T} + \frac{\partial \psi}{\partial V_k} \dot{V}_k \quad (3-4)$$

L'injection de cette expression de $\dot{\psi}$, dans l'inégalité de Clausius-Duhem permet d'établir une formulation comprenant les variables choisies:

$$\left(\underline{\underline{\sigma}} - \rho \frac{\partial \psi}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}^e} \right) : \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^e + \underline{\underline{\sigma}} : \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^{in} - \rho \left(s + \frac{\partial \psi}{\partial T} \right) \dot{T} - \rho \frac{\partial \psi}{\partial V_k} \dot{V}_k - \frac{\mathbf{q}}{T} \cdot \mathbf{grad}(T) \geq 0 \quad (3-5)$$

Cette relation est vérifiée quelle que soit la transformation. En imaginant différentes situations comme par exemple une transformation élastique à température constante ($\dot{T} = 0$) et uniforme ($\mathbf{grad}(T) = \mathbf{0}$), qui ne modifie ni la déformation inélastique ($\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^{in} = \underline{\underline{0}}$), ni les autres variables

internes ($\dot{V}_k = 0$), la relation (3-5) devient $\left(\underline{\underline{\sigma}} - \rho \frac{\partial \psi}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}^e} \right) : \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^e \geq 0$. Cette relation devant être à son

tour vérifiée quel que soit $\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^e$, nous avons $\underline{\underline{\sigma}} - \rho \frac{\partial \psi}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}^e} = \underline{\underline{0}}$. C'est la loi d'état de la variable $\underline{\underline{\varepsilon}}^e$, qui a donc pour variable associée ou variable force thermodynamique $\underline{\underline{\sigma}}$.

Un raisonnement analogue permet de définir les lois d'état de la température et sa variable force thermodynamique associée s . On obtient en résumé :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \rho \frac{\partial \psi}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}^e} \quad \text{et} \quad s = - \frac{\partial \psi}{\partial T} \quad (3-6)$$

Ces relations suffisent à l'écriture des lois de la thermoélasticité, à partir de la connaissance du potentiel thermodynamique ψ .

3.3.2.1.3 Potentiel de dissipation et lois complémentaires

En ce qui concerne les variables internes, elles se manifestent au travers de la dissipation énergétique ϕ . L'expression de cette dernière s'obtient par l'introduction des lois d'état des variables observables dans l'inégalité de Clausius-Duhem :

$$\phi = \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^{in} - A_k \cdot \dot{V}_k - \frac{\mathbf{q}}{T} \cdot \mathbf{grad}(T) \geq 0 \quad (3-7)$$

Les termes $\phi_1 = \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^{in} - A_k \cdot \dot{V}_k$ et $\phi_2 = -\frac{\mathbf{q}}{T} \cdot \mathbf{grad}(T)$ représentent respectivement la dissipation intrinsèque (dissipation mécanique) et la dissipation thermique par conduction.

Dans la relation (3-7), il est intéressant de noter que la positivité de la dissipation ϕ assurée par le fait qu'elle soit formée de la somme des produits des variables forces $(\underline{\underline{\sigma}}, A_k, \mathbf{grad}(T))$, respectivement par les variables flux $(\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^{in}, -\dot{V}_k, -\frac{\mathbf{q}}{T})$. Plus généralement, l'inégalité fondamentale de Clausius-Duhem est vérifiée si le vecteur formé par les variables forces est normal au graphe de la fonction ϕ dans l'espace des variables flux, c'est la règle de normalité.

Les lois d'état des variables internes s'obtiennent par l'expression de cette règle, avec définition d'un potentiel de dissipation φ fonction des variables d'état, ou pour des questions de commodité, du potentiel dual de dissipation φ^* exprimé en fonction des variables forces thermodynamiques. En se limitant aux phénomènes de dissipation intrinsèque, ce potentiel est fonction de $\underline{\underline{\sigma}}$ et des variables forces thermodynamiques A_k associées aux variables internes V_k .

$$\varphi^* = \varphi^*(\underline{\underline{\sigma}}, A_k) \quad (3-8)$$

Les lois complémentaires d'évolution s'écrivent alors en vertu de la règle de normalité que vérifie nécessairement le potentiel dual de dissipation :

$$\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^{in} = \frac{\partial \varphi^*}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \quad \text{et} \quad -\dot{V}_k = \frac{\partial \varphi^*}{\partial A_k} \quad (3-9)$$

La première relation conduit aux lois de plasticité et de viscoplasticité, la seconde exprime les lois d'évolution des variables internes.

Le problème de modélisation se ramène alors à celui de la détermination de l'expression analytique du potentiel thermodynamique ψ , du potentiel de dissipation φ^* , et à leurs identifications à partir d'essais.

3.3.3. Lois de comportement des matériaux thermoélastiques

Comme présenté au point 3.3.1, la loi de thermoélasticité linéaire sera employée pour la modélisation du comportement des semelles, des puces et des substrats céramiques. Sa formulation est succinctement présentée ici suivant le formalisme introduit au paragraphe précédent.

3.3.3.1. Formulation de la loi de comportement de thermoélasticité linéaire

Dans ce cas de figure, l'énergie libre spécifique ne dépend que des deux variables d'état que sont la température et le tenseur des déformations, $\psi = \psi(T, \underline{\underline{\varepsilon}})$. Soit T_0 une température de référence de l'élément de matériau et T sa température à un instant postérieur tel que l'écart de température $\theta = T - T_0$ soit petit par rapport à T_0 , les caractéristiques d'élasticité et la masse volumique ρ peuvent être considérées comme constantes.

En faisant appel à la théorie des fonctions isotropes à arguments tensoriels, on peut écrire que $\psi = \psi(T, I_1, I_2, I_3) = \psi(\theta, I_1, I_2, I_3)$ où I_1 , I_2 et I_3 sont les invariants du tenseur $\underline{\underline{\varepsilon}}$ ($I_1 = \text{tr} \underline{\underline{\varepsilon}}$, $I_2 = \frac{1}{2} \text{tr} \underline{\underline{\varepsilon}}^2$ et $I_3 = \frac{1}{3} \text{tr} \underline{\underline{\varepsilon}}^3$). En effet, il est établi qu'on peut ramener toute application, isotrope pour ses arguments tensoriels et à valeur scalaire, à une application à arguments scalaires, ces scalaires

étant des invariants calculés à partir des arguments tensoriels de l'application de départ [Salençon 02].

La loi de thermoélasticité linéaire classique s'obtient alors en travaillant avec le développement polynomial au second ordre de ψ en fonction de θ et des invariants de $\underline{\underline{\varepsilon}}$. Il en résulte que :

$$\rho \cdot \psi = \sigma_0 \cdot I_1 - \rho \cdot s_0 \cdot \theta + \frac{\lambda}{2} I_1^2 + 2\mu \cdot I_2 - k \cdot I_1 \cdot \theta - \frac{\rho \cdot b}{2} \theta^2 \quad (3-10)$$

où s_0 , λ , μ , k , b et σ_0 sont des constantes scalaires. On obtient finalement :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \rho \frac{\partial \psi}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} = \underline{\underline{\sigma}}_0 + \lambda \text{tr}(\underline{\underline{\varepsilon}}) \underline{\underline{1}} + 2\mu \underline{\underline{\varepsilon}} - k \cdot \theta \cdot \underline{\underline{1}} \quad (3-11)$$

avec $\underline{\underline{1}}$ le tenseur unité d'ordre 2.

Le tenseur $\underline{\underline{\sigma}}_0$ représente ici les contraintes correspondant à une déformation et un écart de température nuls par rapport à la configuration de référence. Il est pratique d'utiliser la relation précédente sous sa forme inversée donnant $\underline{\underline{\varepsilon}}$ en fonction de $\underline{\underline{\sigma}}$:

$$\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}_0 = \frac{1+\nu}{E} \cdot \underline{\underline{\sigma}} - \frac{\nu}{E} \cdot (\text{tr} \underline{\underline{\sigma}}) \cdot \underline{\underline{1}} + \alpha \cdot \theta \cdot \underline{\underline{1}} \quad (3-12)$$

$\underline{\underline{\varepsilon}}_0$ apparaît alors comme la déformation dans l'état de contrainte nulle et pour un écart de température nul par rapport à la configuration de référence. Elle fait intervenir 3 paramètres dépendants de la température : le module d'élasticité de Young E , le coefficient de Poisson ν , et le coefficient de dilatation thermique α . Leurs dépendances vis-à-vis de la température peuvent être prises en compte en utilisant la forme incrémentale de la relation (3-12) :

$$d\underline{\underline{\varepsilon}} = d\underline{\underline{\varepsilon}}^e = \frac{1+\nu}{E} \cdot d\underline{\underline{\sigma}} - \frac{\nu}{E} \cdot d(\text{tr} \underline{\underline{\sigma}}) \cdot \underline{\underline{1}} + \alpha \cdot dT \cdot \underline{\underline{1}} \quad (3-13)$$

La loi de thermoélasticité linéaire est disponible dans la quasi-totalité des codes de calculs par Éléments Finis.

3.3.3.2. Identification

Il existe aujourd'hui de nombreuses bases de données et ouvrages donnant les constantes élastiques de la plupart des matériaux utilisés en conception. Ces paramètres peuvent aussi être déterminés au travers de différentes approches expérimentales, parmi lesquels la méthode de la contrainte d'origine thermique pour la mesure de $E(T)$, $\alpha(T)$ [Lemaître 85], et la méthode des essais de traction pour la détermination de $E(T)$, $\nu(T)$, sont les plus utilisées. Ces essais nécessitent de disposer d'échantillons en forme d'éprouvettes dont les dimensions et la géométrie sont normalisées.

Étant donné que les pièces présentes dans les assemblages se prêtent difficilement à de telles mises en forme sans modification de leurs propriétés mécaniques, nous avons eu recours dans le cadre de cette étude, à des données bibliographiques en association avec une technique de caractérisation ultrasonore par contact direct.

3.3.3.2.1 Procédure de caractérisation par ultrasons

La technique de caractérisation par ultrasons (fréquences supérieures à 20000 Hz) permet de déterminer le module d'élasticité et le coefficient de Poisson à partir de la vitesse des ondes ultrasonores longitudinales et transversales dans la matière [Mistou 00].

Le dispositif utilisé (Figure 3-2) comprend un générateur de pulsations "Panametrics Sofranel 200 MHz", un oscilloscope numérique "Hewlett Packard 500 MHz", et des paires de transducteurs longitudinaux et transversaux de fréquences allant de 1 à 20 MHz. Le générateur de pulsations est

connecté au transducteur émetteur et à l'oscilloscope. L'onde transmise par l'émetteur traverse l'échantillon puis est acquise par le récepteur. Le signal résultant est analysé en conjonction avec un signal de synchronisation, pour déterminer le temps de vol de l'onde entre les transducteurs. Les différents signaux, les temps de vols ainsi que leurs statistiques sont affichés par l'oscilloscope.

Un gel couplant est utilisé aux interfaces échantillon – transducteurs, le temps de vol de l'onde dans l'échantillon est par conséquent obtenu par la différence entre les temps de vols mesurés dans l'ensemble gel avec échantillon et dans le gel seul.

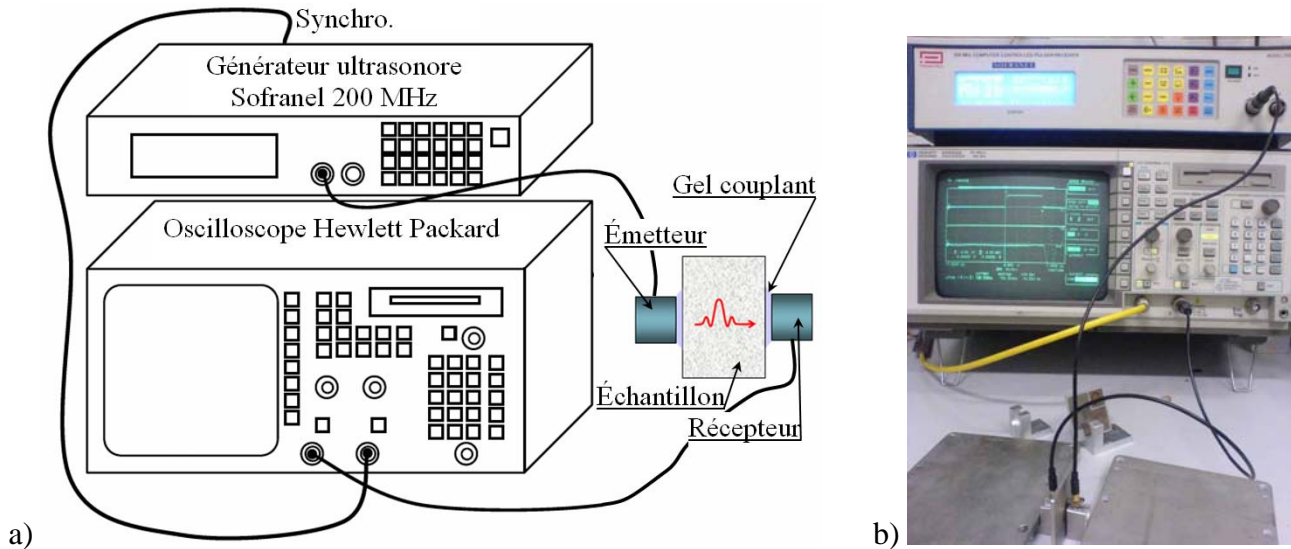


Figure 3-2 : Description (a) et vue (b) du dispositif de caractérisation ultrasonore par contact direct.

Connaissant les temps de vol longitudinaux t_L et transversaux t_T des ondes, l'épaisseur e de l'échantillon permet de calculer les vitesses correspondantes :

$$V_L = \frac{e}{t_L} \text{ et } V_T = \frac{e}{t_T} \quad (3-14)$$

La masse volumique ρ du matériau permet alors de déterminer son module d'élasticité et son coefficient de poisson à travers les relations :

$$E = \rho \cdot V_T^2 \frac{3V_L^2 - 4V_T^2}{V_L^2 - V_T^2} \text{ et } \nu = \frac{1}{2} \frac{V_L^2 - 2V_T^2}{V_L^2 - V_T^2} \quad (3-15)$$

Les temps de vols longitudinaux t_L et transversaux t_T des ondes dans les matériaux sont mesurés avec des incertitudes absolues données par le dispositif de mesure, pour chaque échantillon. Ces incertitudes se propagent à travers les relations (3-15) sur les constantes élastiques mesurées. Elles sont évaluées ci-dessous par calcul différentiel logarithmique :

$$\Delta E = 2E \left(\frac{V_T \Delta V_T}{V_T^2} + \frac{3V_L \Delta V_L + 4V_T \Delta V_T}{3V_L^2 - 4V_T^2} + \frac{V_L \Delta V_L + V_T \Delta V_T}{V_L^2 - V_T^2} \right) \text{ et} \quad (3-16)$$

$$\Delta \nu = 2\nu \left(\frac{V_L \Delta V_L + 2V_T \Delta V_T}{V_L^2 - 2V_T^2} + \frac{V_L \Delta V_L + V_T \Delta V_T}{V_L^2 - V_T^2} \right) \text{ avec } \Delta V_L = \frac{\Delta t_L \cdot e}{t_L^2} \text{ et } \Delta V_T = \frac{\Delta t_T \cdot e}{t_T^2}$$

En raison de l'instabilité en température des propriétés physiques du gel couplant, cette technique n'est utilisable qu'à température ambiante. Les constantes élastiques obtenues sur les échantillons qui ont pu être testés sont résumées dans le Tableau 3-2, avec les incertitudes absolues correspondantes :

	Al-SiC(63%)	AlN	Si ₃ N ₄
E (GPa)	184,6	338,1	317,3
ΔE (GPa)	25,3	31,9	39,7
ν	0,25	0,26	0,26
$\Delta \nu$	0,04	0,05	0,06

Tableau 3-2 : Constantes élastiques identifiées à température ambiante par ultrasons.

Ces incertitudes constituent des données utiles dans la démarche d'analyse de fiabilité des assemblages.

3.3.3.2.2 Récapitulatif des paramètres

Les paramètres généraux que sont les conductivités thermiques λ , les chaleurs spécifiques c , les densités ρ , les coefficients de dilatation thermique α sont issues de la bibliographie. Ces données nécessaires à la résolution de la partie thermique des problèmes sont présentées dans le Tableau 3-3, avec les deux constantes élastiques, et les valeurs limites d'élasticité [Matweb, Memsnet, Ashby 05, Geffroy 08, KYOCERA].

	Al-SiC(63%)	Cu-C(40)	AlN	Si ₃ N ₄	Si	SiC
λ (W/(K·m))	175	300//; 160⊥	190	60	146	120
c (J/(kg·K))	741	420	750	800	750	750
ρ (kg/m ³)	4000	6100	3300	3290	2330	2200
α (10 ⁻⁶ /K)	7,9	8,5	4,5	3,3	2,5	3,7
E (GPa)	192 ⇔ 184,6	75	344 ⇔ 338,1	310 ⇔ 317,3	130	410
ν	0,24 ⇔ 0,25	0,3	0,25 ⇔ 0,26	0,27 ⇔ 0,26	0,22	0,14
σ_y (MPa)	200	80	-	-	-	-
UTS (MPa)	-	-	400	800	200	550

Tableau 3-3 : Propriétés physiques de matériaux thermoélastiques à température ambiante.

Dans ce tableau, σ_y et UTS désignent respectivement la limite d'élasticité et la résistance mécanique en traction (Ultimate Tensile Strength) du matériau. Les flèches "⇔" indiquent les paramètres identifiés, par rapport à ceux issus de la bibliographie.

3.3.4. Lois de comportement des métallisations

Les métallisations sont supposées thermoélasto-plastiques comme évoqué au point 3.3.1. En termes de modèles phénoménologiques pour ce type de comportement, on dispose aujourd'hui de plusieurs propositions se distinguant principalement par la nature des sollicitations pour lesquelles elles ont été élaborées. Les principales observations expérimentales mettant en exergue ces phénomènes dans le cadre de la plasticité sont présentées ci-après avec les techniques employées pour les représenter.

3.3.4.1. Observations expérimentales et choix du modèle de comportement

D'un point de vue expérimental, le comportement élastoplastique se met généralement en évidence lors d'essais de traction, par la présence sur les courbes contrainte/déformation d'un domaine d'élasticité au-delà duquel la pente des courbes chute progressivement jusqu'à la rupture. L'une des allures généralement observées est présentée à la Figure 3-3.

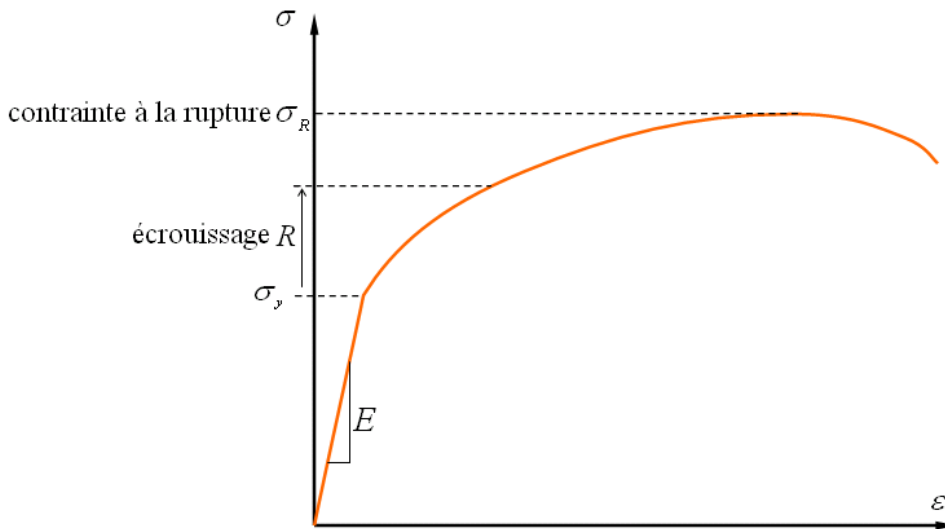


Figure 3-3 : Allure générale d'une courbe d'érouissage en traction.

Les modèles élastoplastiques disponibles dans la littérature se distinguent par leurs niveaux de sophistication dans la description de l'érouissage. Deux modèles de base sont employés : les modèles avec érouissage isotrope et les modèles avec érouissage cinématique (Figure 3-4). Ces modèles peuvent être linéaires ou non-linéaires pour une meilleure représentation de la transition élastoplastique.

Les modèles d'érouissages isotropes sont basés sur l'hypothèse de l'augmentation avec la déformation plastique de la taille du domaine d'élasticité dans l'espace des contraintes. Cette augmentation est caractérisée par le paramètre R présenté sur la Figure 3-4-a. Ces modèles sont très utilisés en raison de leur simplicité et de leur bonne représentativité dans le cas de chargements radiaux, c'est-à-dire lorsque le vecteur représentatif des contraintes dans l'espace des contraintes garde une direction constante.

Les modèles à érouissages cinématiques sont basés sur l'hypothèse que le centre du domaine d'élasticité se déplace dans l'espace des contraintes selon un tenseur \underline{X} , sa taille restant constante (Figure 3-4-b).

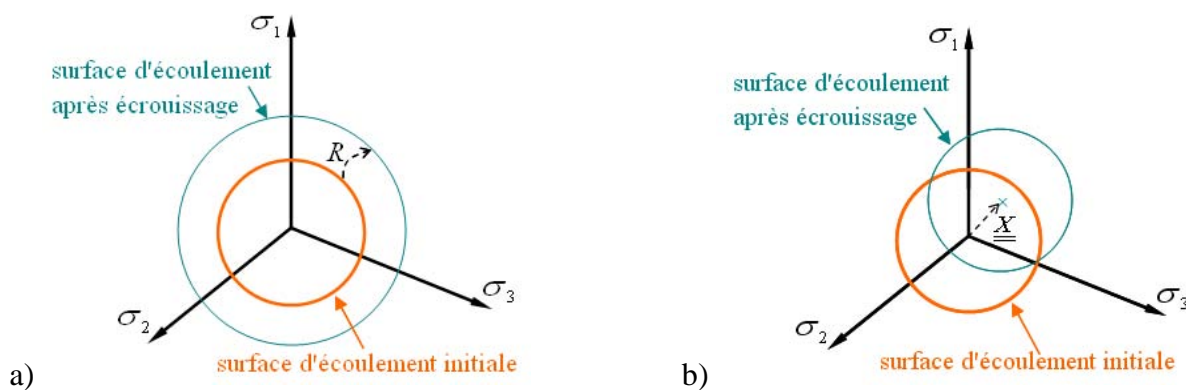


Figure 3-4 : Illustration de l'évolution du seuil d'écoulement lors d'érouissage isotrope (a) et d'érouissage cinématique (b).

Les modèles d'érouissages cinématiques sont beaucoup plus performants que les modèles d'érouissages isotropes, dans la description des comportements cycliques. Ils permettent en effet

une meilleure retranscription de l'effet Bauschinger¹ souvent observé expérimentalement lorsque l'on soumet une éprouvette à un essai de traction suivi d'un essai de compression. Cet effet se traduit par un écrouissage dans le sens de la traction, mais un adoucissement dans le sens de la compression. La Figure 3-5 illustre l'impact de différentes représentations de l'écrouissage sur les courbes de traction/compression, en raison de l'effet Bauschinger.

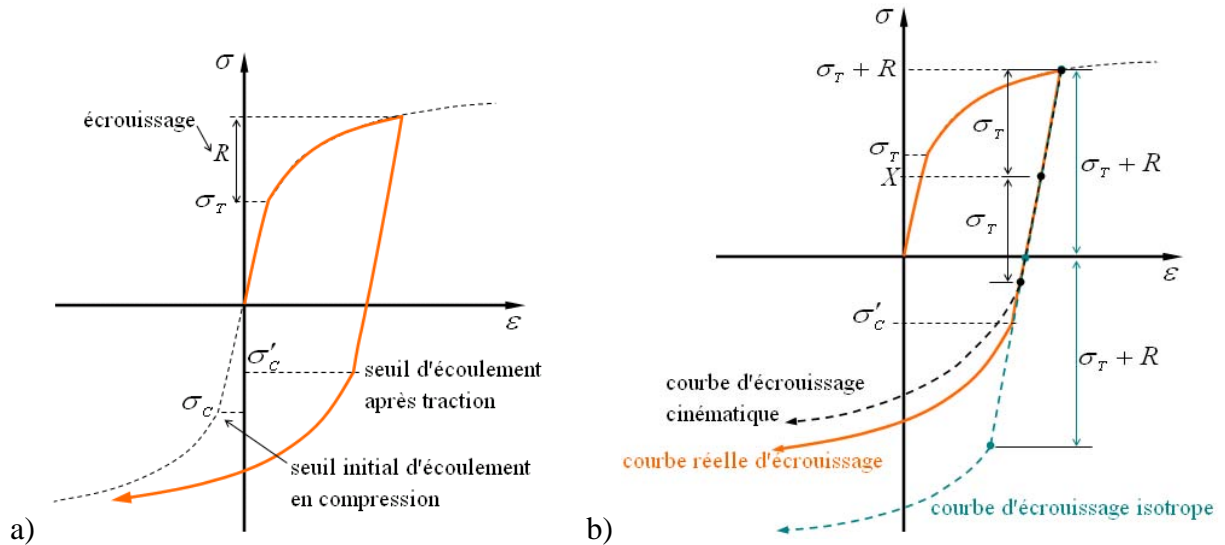


Figure 3-5 : Illustration de l'effet Bauschinger (a) et des écarts des courbes d'écrouissage par rapport aux observations expérimentales (b).

Il apparaît donc que les modèles d'écrouissages isotropes sont peu adaptés comparativement aux modèles d'écrouissages cinématiques pour la retranscription des comportements cycliques. Cependant, les modèles d'écrouissages cinématiques même non-linéaires, employés tout seuls, ne permettent qu'une description sommaire de la plupart des effets observés dont les principaux sont avec l'effet Bauschinger, l'adoucissement et le durcissement cyclique (Figure 3-6), l'effet de rochet ou l'accommodation en contrainte imposée, la relaxation de la contrainte moyenne à déformation imposée (Figure 3-7).

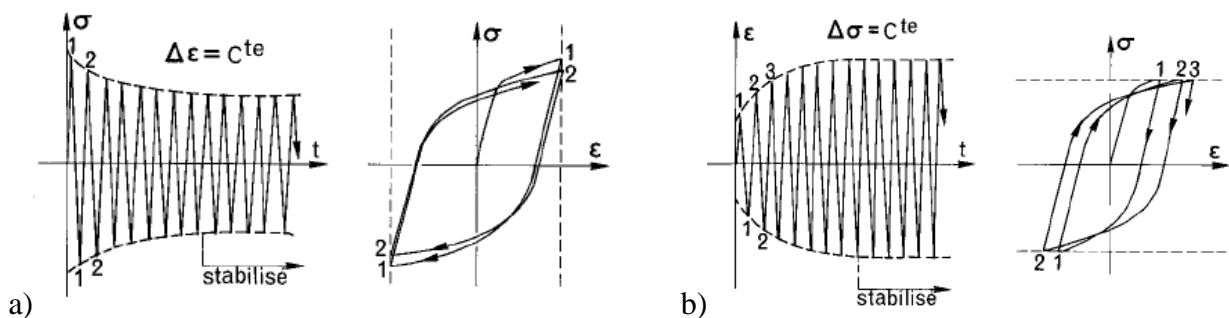


Figure 3-6 : Phénomènes d'adoucissement (a) et de durcissement cyclique (b) [Lemaître 85].

¹ Du nom de Johann Bauschinger (* 11 Juin 1834 à Nürnberg - † 25 Nov. 1893), ingénieur allemand qui fut le premier à rendre compte des phénomènes d'adoucissement des métaux dans le sens de la compression, après traction initiale.

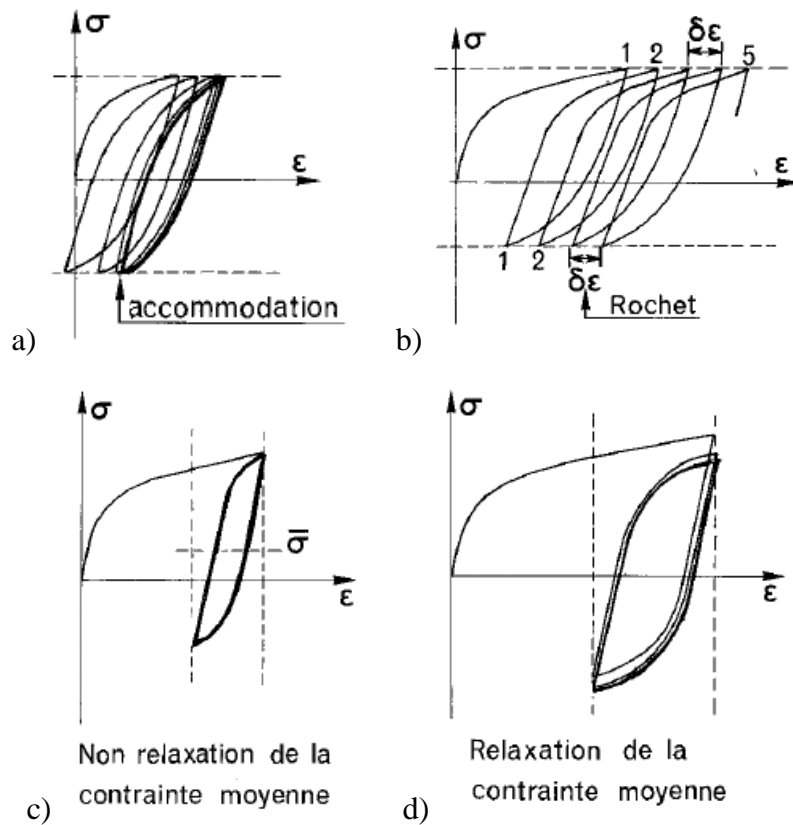


Figure 3-7 : Phénomènes d'accommodation (a), de rochet (b), de non-relaxation (c) et de relaxation de la contrainte moyenne (d) [Lemaître 85].

Pour rendre compte de ces différents phénomènes, les théories simples de l'écrouissage sont insuffisantes. L'une des propositions la plus aboutie à ce jour en termes de capacité et de simplicité est le modèle avec écrouissages isotrope et cinématique non-linéaires combinés de Chaboche [Lemaître 85]. C'est ce modèle qui a été retenu dans le cadre de cette étude pour les métallisations en cuivre et en aluminium. Sa formulation est présentée ci-après.

3.3.4.2. Formulation du modèle à écrouissages combinés de Chaboche

3.3.4.2.1 Choix des variables

Comme lors de la formulation de la loi d'élasticité linéaire, les variables observées sont la température T et le tenseur des déformations totales $\underline{\underline{\varepsilon}}$. Les variables internes retenues sont le tenseur des déformations plastiques $\underline{\underline{\varepsilon}}^p$, la déformation plastique cumulée p et une variable $\underline{\underline{\alpha}}$ pilotant l'évolution de l'écrouissage cinématique. La déformation totale $\underline{\underline{\varepsilon}}$ est par hypothèse partitionnée en une déformation thermoélastique $\underline{\underline{\varepsilon}}^e$ donnée par la relation (3-13) et une déformation plastique $\underline{\underline{\varepsilon}}^p$:

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{\varepsilon}}^e + \underline{\underline{\varepsilon}}^p \tag{3-17}$$

Cette hypothèse est justifiée par la nature des phénomènes physiques puisque la déformation élastique correspond physiquement à une variation des distances inter-atomiques, alors que la déformation plastique implique des mouvements par glissement avec modification des liaisons atomiques.

Compte tenu de ce découplage, le problème revient à l'écriture des lois d'évolution de $\underline{\underline{\varepsilon}}^p$, p et $\underline{\underline{\alpha}}$, en fonction de leurs variables thermodynamiques associées :

$$\underline{\underline{\sigma}} = -\rho \frac{\partial \psi}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}^p}, \quad R = \rho \frac{\partial \psi}{\partial p} \quad \text{et} \quad \underline{\underline{X}} = \rho \frac{\partial \psi}{\partial \underline{\underline{\alpha}}} \quad (3-18)$$

Les variables R et $\underline{\underline{X}}$ représentant respectivement l'érouissage isotrope et l'érouissage cinématique.

3.3.4.2.2 Fonction de charge

Plutôt que de recourir au potentiel dual de dissipation φ^* dans la relation (3-9), on emploie de manière équivalente une fonction f (dont elle est une indicatrice), définie dans l'espace des variables forces, et permettant de définir la frontière du domaine d'élasticité du matériau (surface de charge ou d'écoulement). L'écoulement ne peut se produire que si le point représentatif de l'état de contrainte $\underline{\underline{\sigma}}^*$ est situé sur la surface de charge définie par $f(\underline{\underline{\sigma}}^*, A_k) = 0$, et s'il y reste ($df(\underline{\underline{\sigma}}^*, A_k) = 0$). Le point représentatif de l'état de contrainte ne peut sortir de la surface ($f > 0$ est impossible). Par contre la variation de contrainte peut entraîner le point représentatif de l'état de contrainte vers l'intérieur. C'est alors la décharge, caractérisé par $df(\underline{\underline{\sigma}}^*) < 0$.

Pour la formulation de cette loi, une fonction isotrope basée sur le critère de Von Mises est utilisée. En effet, d'un point de vue métallurgique, la déformation permanente des métaux provient essentiellement des glissements de plans cristallographiques dus au cisaillement, et ce critère est établi sur la base de la limitation de l'énergie élastique de cisaillement par rapport à celle provoquant la rupture du matériau en traction. La surface d'écoulement a alors pour expression :

$$f = J_2(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}}) - R - \sigma_y \quad (3-19)$$

où σ_y est la limite d'élasticité initiale en traction, et J_2 le second invariant homogène défini par

$$J_2(\underline{\underline{\sigma}}) = \sqrt{\frac{3}{2} \underline{\underline{\sigma}}' : \underline{\underline{\sigma}}'}, \quad \text{avec } \underline{\underline{\sigma}}' \text{ le déviateur de } \underline{\underline{\sigma}}.$$

3.3.4.2.3 Loi d'évolution des variables d'état

Les expressions des lois d'évolution des variables d'état s'obtiennent à partir de la règle de normalité qui devient avec la fonction de charge :

$$\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}}, \quad -\dot{p} = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial R}, \quad -\dot{\underline{\underline{\alpha}}} = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{X}}} \quad (3-20)$$

où le multiplicateur $\dot{\lambda}$ est déterminé par la condition de consistance $\dot{f} = 0$.

Afin de simplifier l'identification de la fonction f , des formes explicites de R et $\underline{\underline{X}}$ sont introduites sur la base d'observations expérimentales. L'érouissage isotrope est ainsi mis sous une forme exponentielle $R = Q(1 - e^{-b \cdot p})$, soit $dR = b(Q - R)dp$, où b et Q sont deux constantes. Q donne la valeur asymptotique correspondant au régime cyclique stabilisé, b indique la rapidité de stabilisation. La valeur initiale de R correspond à la limite d'élasticité $R(0) = \sigma_y$ du matériau. Quant à l'érouissage cinématique $\underline{\underline{X}}$, l'expression utilisée est celle proposée par ARMSTRONG et FREDERICK [Armstrong 66] pour relier $d\underline{\underline{X}}$ à $d\underline{\underline{\varepsilon}}^p$:

$$d\underline{\underline{X}} = \frac{2}{3} C \cdot d\underline{\underline{\varepsilon}}^p - \gamma \underline{\underline{X}} \cdot dp \quad (3-21)$$

où C et γ sont deux coefficients caractéristiques du matériau, traduisant respectivement son durcissement et son adoucissement cyclique. Le tenseur \underline{X} est généralement supposé nul dans l'état initial.

Avec ces considérations, le tenseur infinitésimal de déformation plastique s'écrit :

$$d\underline{\underline{\varepsilon}}^p = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} = d\lambda \frac{3}{2} \frac{(\underline{\underline{\sigma}}' - \underline{\underline{X}}')}{J_2(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}})} \quad (3-22)$$

Le multiplicateur plastique $d\lambda$ s'obtient par l'écriture de la condition de consistance $\dot{f} = 0$. La différentielle de f s'écrit :

$$df = \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} : d\underline{\underline{\sigma}} + \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{X}}} : d\underline{\underline{X}} + \frac{\partial f}{\partial R} dR = 0,$$

$$\text{soit } df = \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} : d\underline{\underline{\sigma}} - \frac{2}{3} C \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} : \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} d\lambda + \gamma \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} : \underline{\underline{X}} d\lambda - b(Q - R) d\lambda = 0.$$

Ce qui conduit avec $\frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} = \frac{3}{2} \frac{(\underline{\underline{\sigma}}' - \underline{\underline{X}}')}{J_2(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}})}$ et $\frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} : \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} = \frac{3}{2}$, à :

$$d\lambda = \frac{3}{2} H(f) \frac{\langle (\underline{\underline{\sigma}}' - \underline{\underline{X}}') : d\underline{\underline{\sigma}} \rangle}{J_2(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}}) \cdot \left(C - \frac{3}{2} \gamma \frac{(\underline{\underline{\sigma}}' - \underline{\underline{X}}') : \underline{\underline{X}}}{J_2(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}})} + b(Q - R) \right)} \quad (3-23)$$

où H désigne la fonction de Heaviside, et $\langle u \rangle$ la partie positive de u .

3.3.4.3. Implémentation de la loi dans Abaqus via UMAT

Cette loi est disponible dans la version 6.6-1 du logiciel Abaqus, mais son utilisation n'est pas possible dans des problèmes mettant en jeu un couplage fort entre la mécanique et la thermique. Afin de pouvoir réaliser des simulations de comportements d'assemblages en cyclages actifs (dissipation thermique dans les composants électroniques) sans découplage, cette loi a fait l'objet d'une implémentation.

Cette implémentation a été réalisée dans Abaqus via son interface utilisateur UMAT, à l'issue d'une intégration numérique.

La routine UMAT est appelée à chaque pas de calcul (de t_n à $t_{n+1} = t_n + \Delta t$) et à chaque point d'intégration du domaine du matériau concerné dans le modèle Élément Finis, et elle doit fournir en chacun de ces points, le tenseur des contraintes $\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}$ et le Jacobien de la loi de comportement

$$\underline{\underline{J}} = \frac{\partial \underline{\underline{\Delta \sigma}}}{\partial \underline{\underline{\Delta \varepsilon}}}. \text{ Ces grandeurs sont évaluées à la fin de l'incrément, à partir des tenseurs des}$$

déformations $\underline{\underline{\varepsilon}}_n$ et $\underline{\underline{\Delta \varepsilon}}$, la contrainte $\underline{\underline{\sigma}}_n$, la température T , les variables d'hérédité que sont ici $\underline{\underline{X}}_n$, R_n et les paramètres de la loi. Un schéma d'intégration implicite d'Euler a été retenu pour des raisons de stabilité numérique. La procédure globale est présentée ci-après dans ses grandes lignes.

Étape 1 : À l'instant t_n , les variables $\underline{\underline{\varepsilon}}_n$, $\underline{\underline{\sigma}}_n$, $\underline{\underline{X}}_n$, R_n et $\underline{\underline{\Delta \varepsilon}}$ sont connues.

Étape 2 : À t_{n+1} , la fonction de charge $f = \left(\frac{3}{2} (\underline{\underline{\sigma}}' - \underline{\underline{X}}') : (\underline{\underline{\sigma}}' - \underline{\underline{X}}') \right)^{\frac{1}{2}} - R - \sigma_y$ est évaluée pour un tenseur test élastique $\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test} = \underline{\underline{\sigma}}_n + 2\mu \cdot \underline{\underline{\Delta\varepsilon}} + \lambda \cdot Tr(\underline{\underline{\Delta\varepsilon}}) \underline{\underline{I}}$, avec $R = R_n$ et $\underline{\underline{X}} = \underline{\underline{X}}_n$. μ et λ sont les coefficients de Lamé du matériau : $\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$ et $\lambda = \frac{E \cdot \nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}$.

Étape 3 : Le signe de f est évalué :

- si $f \leq 0$, alors l'état de contrainte se situe dans le domaine élastique. Les variables sont actualisées ($\Delta p = 0$, $\underline{\underline{\sigma}}_{n+1} = \underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}$, $R_{n+1} = R_n$, $\underline{\underline{X}}_{n+1} = \underline{\underline{X}}_n$), et le processus continue à l'étape 6,
- si $f > 0$, alors l'état de contrainte $\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}$ se situe dans le domaine interdit. Il est alors ramené selon l'algorithme du retour radial [Simo 00] sur la surface de charge. Ce retour est réalisé par le calcul itératif de l'incrément de déformation plastique cumulée Δp au sein d'une boucle de résolution de l'équation $f = 0$, par l'algorithme de Newton-Raphson.

Étape 4 : La relation $\underline{\underline{\Delta\varepsilon}}^p = \Delta p \cdot \frac{3}{2} \frac{(\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test} - \underline{\underline{X}}_n)}{J_2(\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test} - \underline{\underline{X}}_n)}$, permet alors d'actualiser les variables par :

$$\underline{\underline{X}}_{n+1} = \underline{\underline{X}}_n + \frac{2}{3} C \underline{\underline{\Delta\varepsilon}}^p - \gamma \underline{\underline{X}}_n \Delta p \quad \text{et} \quad R_{n+1} = R_n + \Delta R = R_n + b(Q - R_n) \Delta p.$$

Étape 5 : la fonction $f = J_2(\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test} - \underline{\underline{X}}_{n+1}) - 3\mu \Delta p - R_{n+1} - \sigma_y$ est évaluée à nouveau, et sa valeur absolue est comparée à un seuil de tolérance en dessous duquel elle est supposée négligeable.

- Si f est non négligeable en valeur absolue, les variables actuelles sont stockées dans les variables à t_n ($\underline{\underline{\sigma}}_n = \underline{\underline{\sigma}}_{n+1}$, $R_n = R_{n+1}$, $\underline{\underline{X}}_n = \underline{\underline{X}}_{n+1}$) et on repart à l'étape 3.
- Sinon, les variables $\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}$, Δp , R_{n+1} , $\underline{\underline{X}}_{n+1}$ sont stockées et la procédure continue à l'étape 6.

Étape 6 : Le Jacobien du matériau défini par $\underline{\underline{J}} = \frac{\partial \underline{\underline{\Delta\sigma}}}{\partial \underline{\underline{\Delta\varepsilon}}}$ est calculé en cohérence avec le schéma

d'intégration employé (opérateur tangent cohérent de rigidité).

La procédure complète d'intégration avec les détails de calculs sont présentés en annexe A. La routine fortran est aussi donnée en Annexe D dans un script unique intégrant l'ensemble des lois implémentées dans le cadre ces travaux.

3.3.4.4. Vérification de la routine implémentée

Afin de valider la routine, elle a été comparée à celle compilée et disponible dans Abaqus sur des problèmes mécaniques de référence. L'un des problèmes considéré a consisté à comparer les sorties des deux routines en terme de contraintes et de déformations, sur le classique formage d'un bloc cylindrique de métal. Ce problème a été simulé par un modèle ÉF axisymétrique présenté à la Figure 3-8. Les paramètres des lois sont ceux identifiés pour les métallisations en cuivre et présentés plus loin dans le Tableau 3-5.

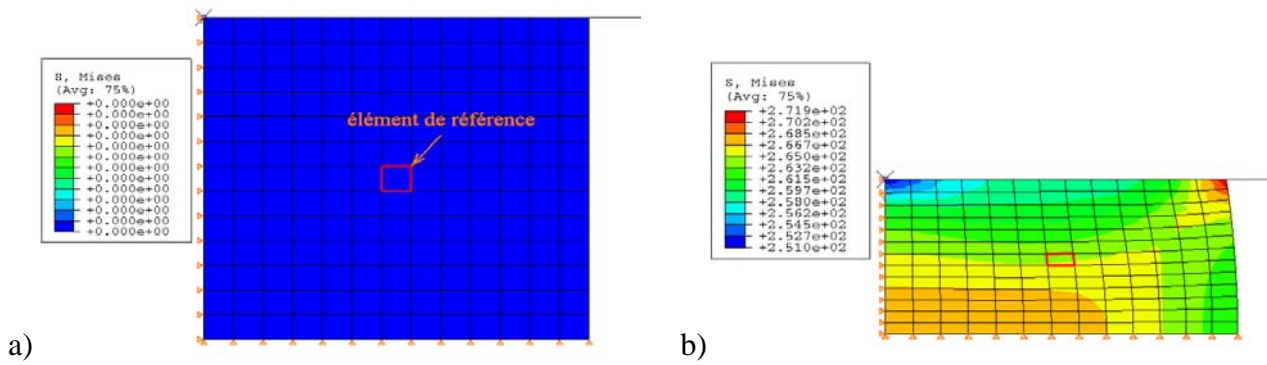


Figure 3-8 : Simulation du formage d'un bloc cylindrique de cuivre : configurations avant (a) et après (b) déformation, avec le champ de contraintes de Von Mises en MPa.

La mise en parallèle de la routine implémentée et celle proposée dans Abaqus et utilisée ici comme référence, a été réalisée en considérant le niveau des contraintes et déformations moyennes de l'élément mis en évidence en rouge sur la Figure 3-8, utilisé ici comme élément de référence. Le tracé des composantes dans les directions radiales et axiales (respectivement directions 1 et 2) du tenseur des contraintes en fonction des déformations correspondantes sur l'ensemble des pas de calcul (Figure 3-9), montre le niveau de justesse de la routine implémentée, dans l'évaluation des contraintes.

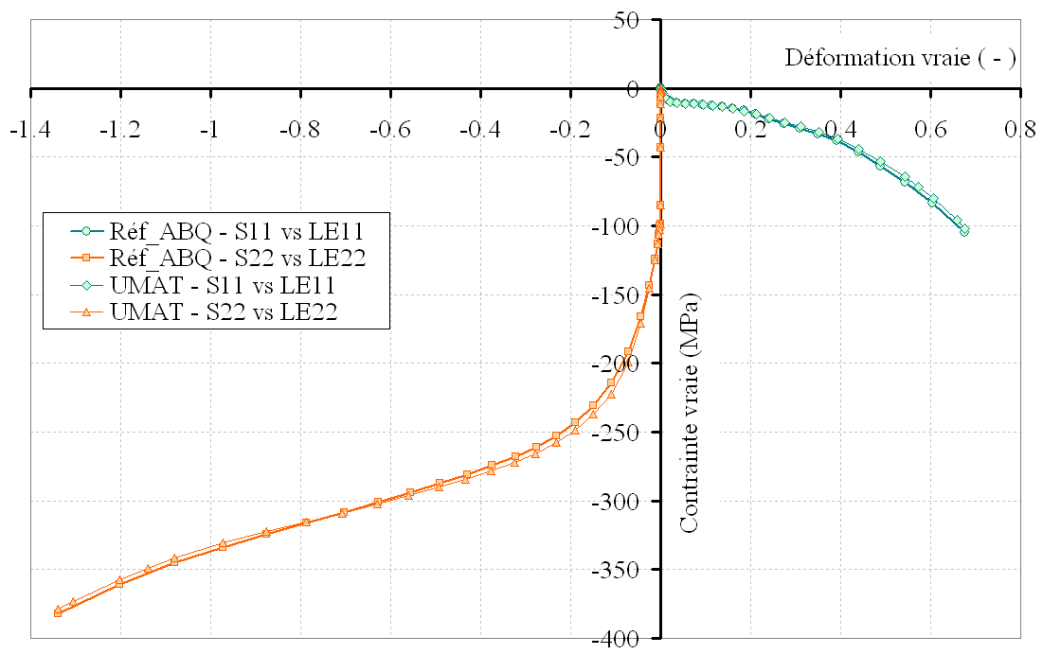


Figure 3-9 : Comparaison de la routine implémentée avec la version proposée par Abaqus par rapport au calcul des contraintes et des déformations.

D'autres comparaisons réalisées sur des tracés d'érouissage, en contraintes et déformations imposées, ont permis de faire les mêmes observations en terme d'exactitude de la routine dans l'évaluation des contraintes et des variables d'hérités. D'autre part, des nombres identiques d'itérations maximales dans l'algorithme de Newton-Raphson du code de calcul ont été observés pour les deux routines comparées, sur l'ensemble des pas de calcul et pour l'ensemble des cas testés. Cette observation nous conforte quant à la justesse du calcul du tenseur de rigidité tangent (Jacobien) en cohérence avec le schéma d'intégration utilisé. Ces comparaisons ont permis de valider la routine implémentée.

3.3.4.5. Identification

Comme avec les semelles et substrats céramiques, les lois de comportement des métallisations ont été identifiées sur les échantillons de substrats métallisés en provenance des fournisseurs retenus pour la réalisation des modules finaux. Ces métallisations se prêtent mal aux essais classiques de caractérisation de l'érouissage. Elles présentent en effet des dimensions et des formes peu adaptées à la réalisation d'éprouvettes. De plus, il est quasiment impossible de les séparer de la céramique sans modifier leur comportement mécanique en raison des tenues thermique et mécanique de l'accrochage.

L'option retenue a été de recourir à la bibliographie pour les coefficients de dilatation thermique et les propriétés thermiques des deux métallisations. Ces paramètres sont présentés ci-dessous dans le Tableau 3-4.

	Aluminium	Cuivre
λ (W/(K·m))	220	398
c (J/(kg·K))	880	380
ρ (kg/(m ³))	2700	8850
α ($\times 10^{-6}$ /K)	24	17.3

Tableau 3-4 : Paramètres physiques des métallisations à température ambiante [Matweb].

Les coefficients de Poisson ont été évalués par mesures ultrasonores sur substrats métallisés AlN-Al et AlN-Cu. Ces mesures ont conduit à des valeurs de 0,36 et 0,34 respectivement pour le cuivre et l'aluminium. En ce qui concerne les modules d'élasticité E et les paramètres d'érouissage, σ_y , Q , b , C , et γ , leur identification a été réalisée à partir de résultats d'essais de nano-indentations.

Pour ces essais, des échantillons de substrats métallisés AlN-Cu et AlN-Al ont été utilisés, après élimination des couches d'environ 8 μm d'épaisseur de nickel, et polissage. Les indentations ont alors été réalisées avec un indenteur pyramidal "Berkovich". Pour des questions de représentativité statistique des mesures, une vingtaine d'indentations ont été réalisées sur chaque surface de métallisation.

3.3.4.5.1 Identification des modules d'élasticité d'Young

Les essais de nano-indentation permettent d'accéder après traitement à la valeur du module d'élasticité de Young en fonction de la profondeur d'indentation. La méthode utilisée est celle proposée par OLIVER et PHARR [Oliver 04]. Le module d'Young est calculé à chaque pas d'indentation en fonction des caractéristiques géométriques de l'indenteur, du module de rigidité de l'indenteur et des coefficients de Poisson des matériaux en contact.

Les courbes de E sont données à la Figure 3-10 pour des profondeurs maximales d'indentation de 3 μm , avec les écarts-types correspondant pour le cuivre et l'aluminium.

.

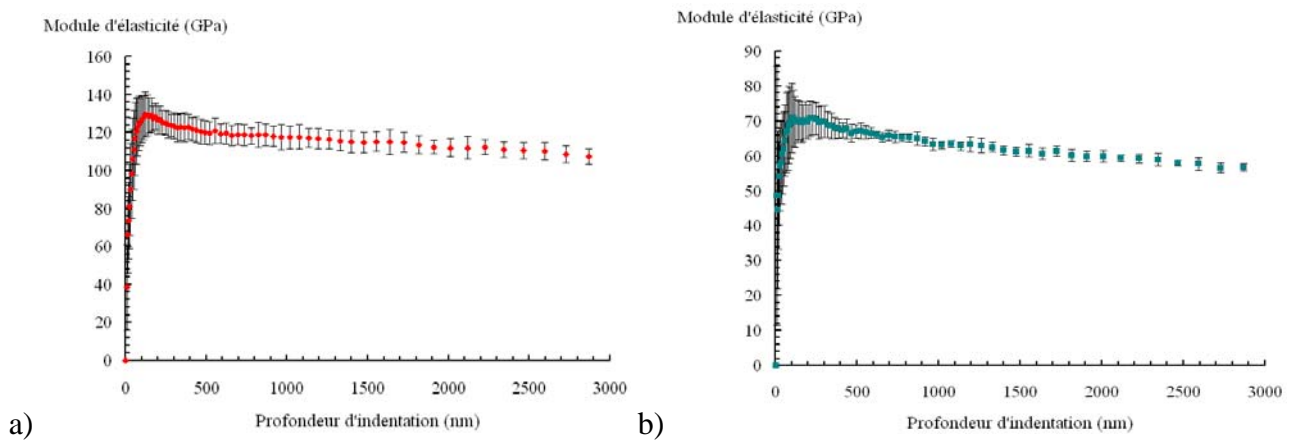


Figure 3-10 : Courbes du module d'élasticité en fonction de la profondeur, sur métallisation en cuivre (a) et aluminium (b).

Le traitement statistique de ces valeurs pour la plage de profondeur allant de 100 à 1500 μm a permis d'estimer pour le cuivre et l'aluminium respectivement des modules d'élasticité de 130,9 GPa et 66,8 GPa, avec des écarts-types de 8,4 GPa et 2,5 GPa.

Quant aux paramètres d'érouissage, leur identification est réalisée pour les deux matériaux avec les valeurs de modules d'élasticité fixées aux moyennes précédemment identifiées.

3.3.4.5.2 Identification des paramètres d'érouissage

La stratégie retenue ici pour l'identification des paramètres d'érouissage des différentes métallisations est basée sur une technique de recalage par minimisation d'une fonction objectif.

La formulation la plus employée pour la fonction objectif porte sur l'expression de l'écart en terme de norme, entre le vecteur de points expérimentaux ξ^{ref} et celui des points de simulation ξ^{sim} . Deux expressions sont couramment employées :

$$\mathfrak{J} = \|\xi^{ref} - \xi^{sim}\| \quad (3-24)$$

et

$$\mathfrak{J} = \left\| \frac{\xi^{ref} - \xi^{sim}}{\xi^{ref}} \right\| \quad (3-25)$$

Il peut être intéressant d'affecter des pondérations ω_i aux différents points suivant leurs importances. De récents travaux portant sur les procédés de mise en forme [Kleinermann 00] ont montré que l'emploi de la norme euclidienne conduisait à une convergence beaucoup plus rapide. La fonction objectif se met alors sous la forme :

$$\mathfrak{J} = \left(\sum_i \omega_i \left(\frac{\xi_i^{ref} - \xi_i^{sim}}{\xi_i^{ref}} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3-26)$$

C'est cette formulation qui a été retenue ici pour l'identification des paramètres d'érouissage.

3.3.4.5.2.1 Données Expérimentales :

Les essais sur les métallisations ont été réalisés avec le nano-indenteur MTS XP. Afin d'activer les cinq paramètres à identifier et de permettre le mieux possible leur identification, deux types d'essai d'indentation ont été considérés pour la génération des données expérimentales : des essais d'indentation charge-décharge et multi-charges dont les courbes sont présentées ci-dessous à la Figure 3-11.

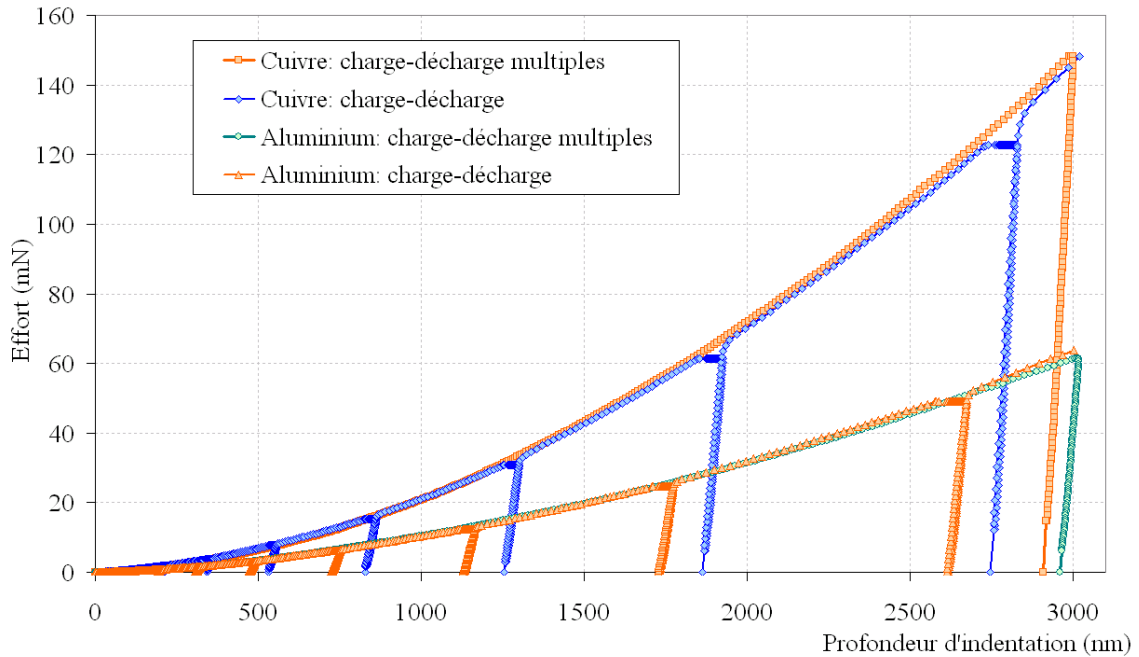


Figure 3-11 : Courbes d'essais d'indentation utilisées pour l'identification des paramètres d'écrouissage.

Le constat avec ces courbes est que la courbe d'augmentation de l'effort reste sensiblement la même suivant que l'on soit en charge – décharge simple ou multiple. Cela pourrait signifier que cet essai n'est pas suffisant pour mettre en évidence le caractère cyclique du comportement du matériau. L'identification a néanmoins été faite sur l'ensemble des données obtenues.

3.3.4.5.2.2 Données Numériques :

Un modèle axisymétrique a été retenu pour la modélisation de l'essai. La forme de l'indenteur Berkovich a à cet effet été approximée par l'indenteur conique équivalent, c'est-à-dire un cône rigide de demi-angle au sommet $70,3^\circ$, avec pointe arrondie d'un rayon de courbure $0,17 \mu\text{m}$. La métallisation a été modélisée par un bloc cylindrique de $30 \mu\text{m}$ de hauteur pour $30 \mu\text{m}$ de rayon. La Figure 3-12 ci-dessous donne un aperçu du maillage utilisé, et présente la déformée du matériau pour $3 \mu\text{m}$ de profondeur d'indentation, avec la répartition des contraintes de Von Mises.

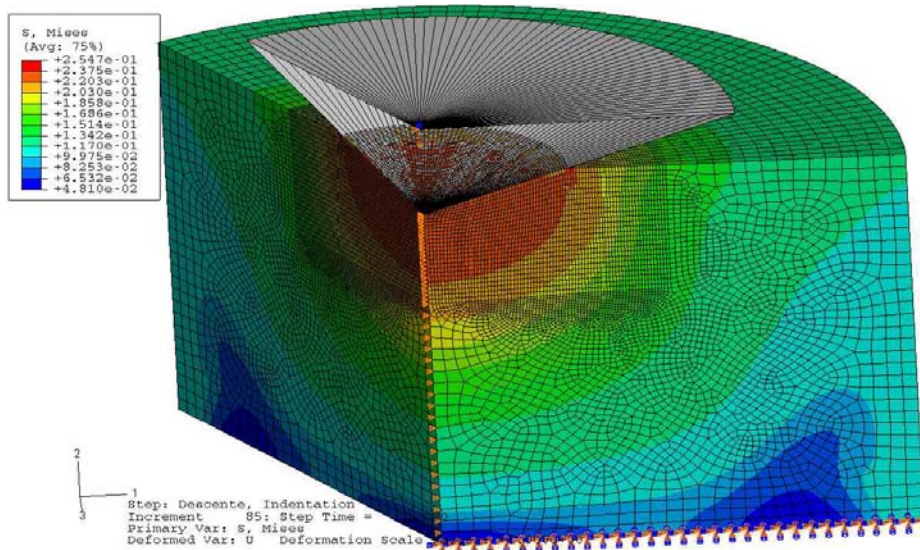


Figure 3-12 : Vue du modèle É.F. de l'essai d'indentation du cuivre, déformée et champ de contrainte de Von Mises (GPa).

3.3.4.5.2.3 Identification

Une procédure d'identification paramétrique a été mise au point par l'élaboration d'un script en langage python (version 2.3) permettant de lancer Abaqus avec une stratégie de minimisation par moindres carrés. Le script utilise le module "optimize" de la bibliothèque "scipy".

Le lancement de la procédure d'identification a abouti aux paramètres d'érouissage du cuivre et de l'aluminium. Ces paramètres obtenus en partant de plusieurs points de départ sont résumés dans le Tableau 3-5, avec les paramètres d'élasticité.

	E (GPa)	ν	σ_y (MPa)	Q (MPa)	b	C (MPa)	γ
Cuivre	130,9	0,36	102	98	45,28	877	5,05
Aluminium	66,8	0,34	23,8	47,4	333,44	440,5	8,77

Tableau 3-5 : Paramètres identifiés d'élastoplasticité pour les métallisations en cuivre et en aluminium.

La Figure 3-13 présente la comparaison des courbes d'essai avec celles obtenues à l'issue de l'identification.

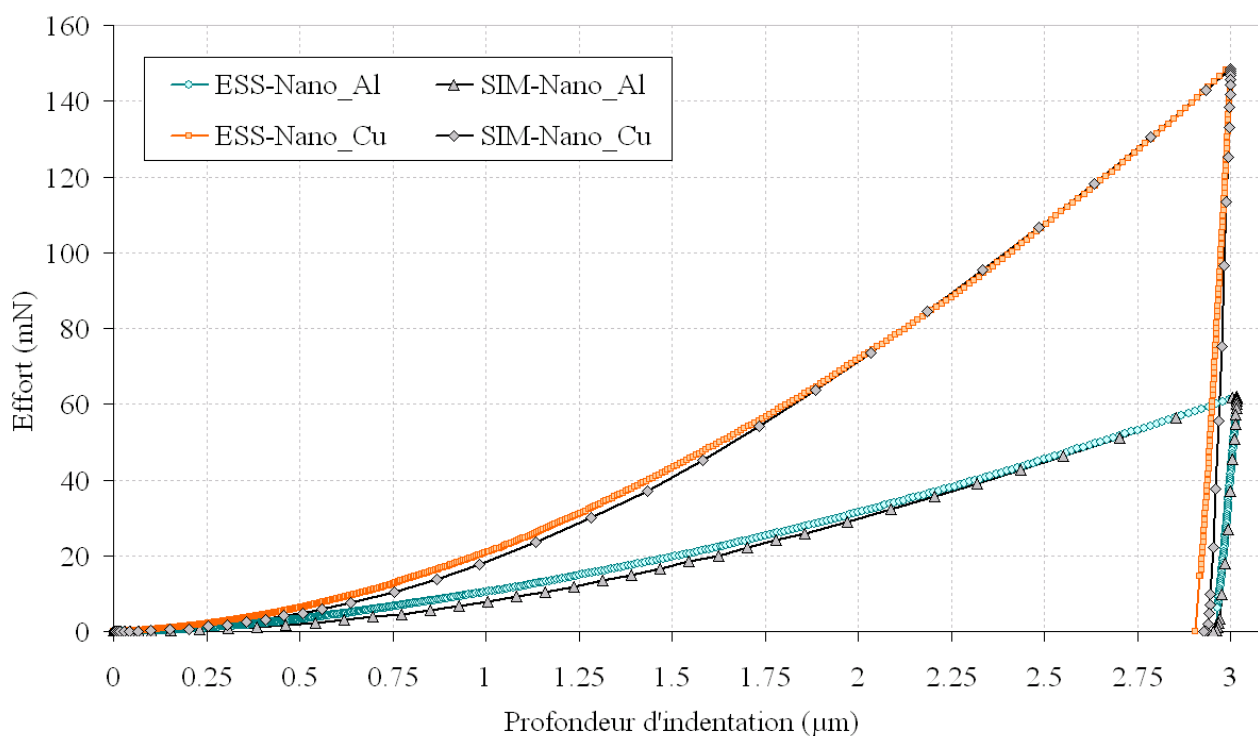


Figure 3-13 : Courbes expérimentales et de simulation pour les paramètres identifiés sur le cuivre et l'aluminium.

Il est à remarquer que les valeurs de module d'élasticité obtenues sont très proches de celles fournies dans la bibliographie [Matweb, Nagatomo 00] pour le cuivre et l'aluminium, à savoir environs 130 et 70 GPa respectivement.

Sur le domaine de température prévu, ces matériaux présentent des variations dont la prise en compte permet un meilleur rendu du comportement en température des assemblages. En adoptant une dépendance linéaire de la température, les pentes des modules d'élasticité et des coefficients de dilatation thermique ont été respectivement évaluées sur la base de données bibliographiques [Ashby 05, Rapport interne Alstom 1, Rapport interne Alstom 2].

Pour le cuivre et l'aluminium, ces pentes sont respectivement de -0,1203 et -0.1057 GPa/K pour E et de 0,0068 et 0,0077 $10^{-6}/K^2$ pour α . Une démarche analogue a conduit à des pentes de -0,0376

GPa/K et $0,0033 \cdot 10^{-6}/K^2$ pour l'AlN. Les allures des courbes correspondantes sont présentées à la Figure 3-14 ci-dessous.

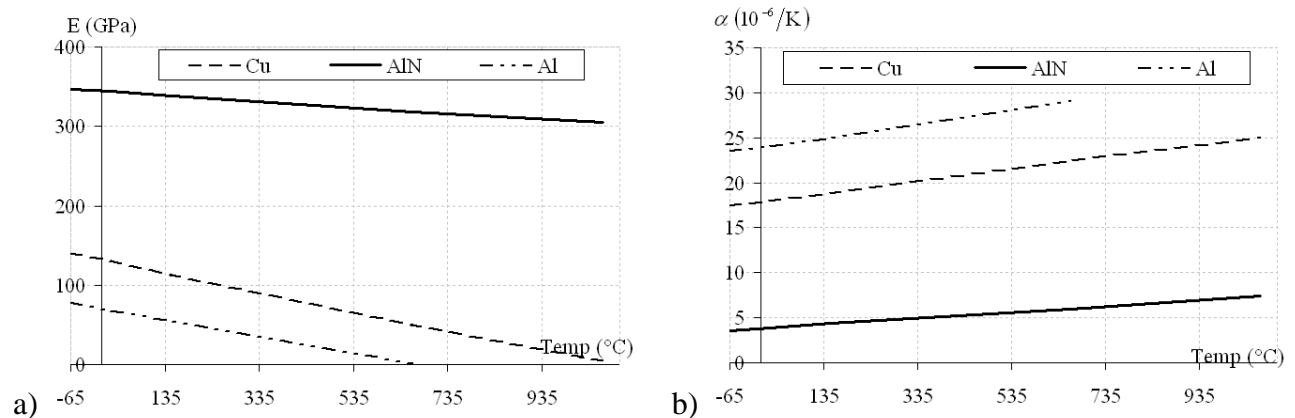


Figure 3-14 : Évolutions linéaires avec la température du module d'élasticité (a) et du coefficient de dilatation thermique (b) des métallisations et du substrat AlN.

3.3.5. Lois de comportement thermoélasto-viscoplastiques des brasures

L'endommagement par fatigue thermomécanique des brasures a été identifié comme l'un des modes principaux de défaillance des modules, avec la rupture des puces et substrats. Comme nous le verrons plus loin, la prédiction de ce mode de défaillance passe par la connaissance du comportement mécanique des brasures durant leurs sollicitations. Les lois de comportement employées pour leurs modélisations sont directement impliquées dans les procédures d'évaluation de durée de vie des assemblages, leurs choix et la détermination de leurs paramètres constituent par conséquent des points déterminants pour la pertinence des analyses de fiabilité.

En raison de leurs points de fusion relativement bas, les brasures sont sollicitées mécaniquement dans les assemblages à des températures homologues supérieures à 0,3. À ces températures, les brasures, comme les métaux et leurs alliages en général, présentent des comportements viscoplastiques très prononcés qui se superposent à leurs comportements thermoélastiques et plastiques instantanées [Francois 93].

3.3.5.1. Caractérisation de la viscoplasticité

La théorie de la viscoplasticité décrit l'écoulement par fluage de la matière, qui, par rapport au cas de la plasticité instantanée, dépend essentiellement du temps. On distingue trois moyens de base pour la caractérisation de la viscoplasticité : Les essais de fluage, d'écrouissage et de relaxation.

Les essais de fluage sont réalisés sous chargement constant [Saint-Antonin 95]. Les courbes obtenues mettent généralement en évidence trois phases présentées sur la Figure 3-15 ci-dessous :

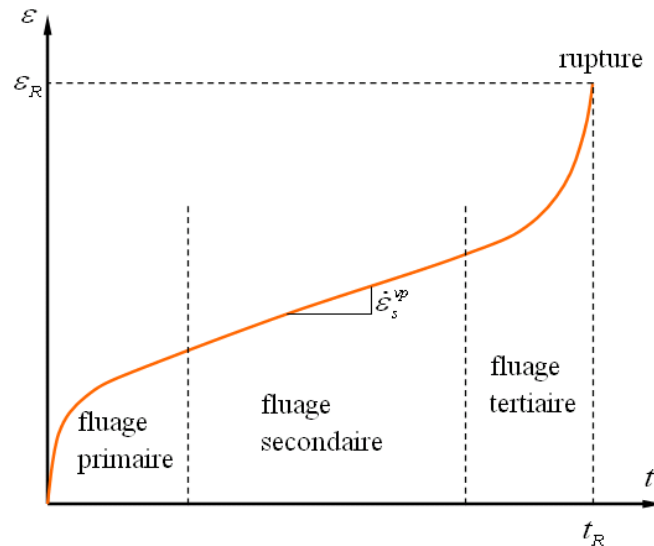


Figure 3-15 : Les 3 phases d'un essai de fluage.

- une phase de fluage primaire, au cours de laquelle l'écroutissage du matériaux engendre une diminution de la vitesse de fluage initialement très grande.
- une phase de fluage secondaire, pendant laquelle la vitesse de fluage est sensiblement constante.
- une phase de fluage tertiaire où l'augmentation régulière de la vitesse jusqu'à rupture est due d'une part à la diminution de la section et le développement de l'endommagement qui réduit progressivement la résistance du matériau.

A basse température, c'est en général le fluage primaire et le fluage secondaire qui sont prépondérants. Lorsque la température augmente, le fluage secondaire s'établit plus rapidement, et le fluage tertiaire prend plus d'importance [Francois 93].

L'une des observations importantes faite avec les essais de fluage est la relation non-linéaire entre la taux de fluage secondaire $\dot{\epsilon}_s^{vp}$ (indiqué sur la Figure 3-15) et la contrainte équivalente appliquée σ_{eq} , dans les diagrammes $\log(\dot{\epsilon}_s^{vp}) = f(\log(\sigma_{eq}))$ (Figure 3-16). Ces courbes montrent aussi la sensibilité importante des taux de fluage à la température.

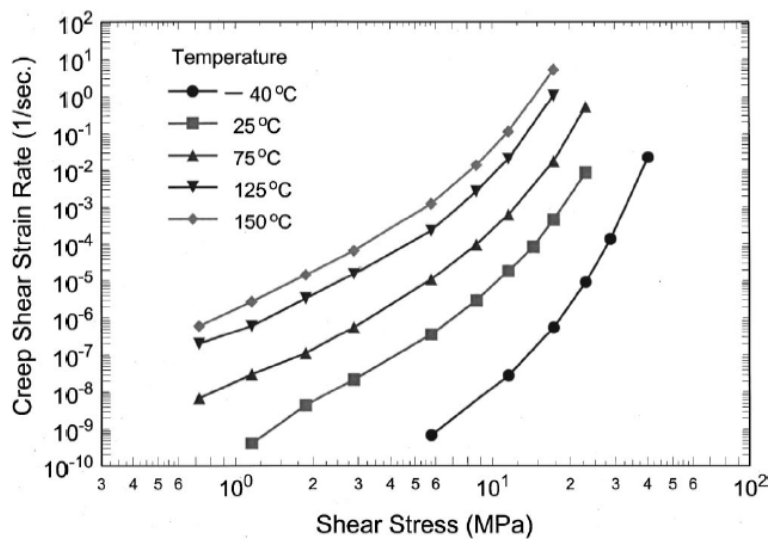


Figure 3-16 : Taux de fluage secondaire en fonction de la contrainte, à différentes températures [Shi 02].

Les essais de relaxation sont basés sur le suivi dans le temps du niveau de contrainte après application et maintien d'une déformation imposée. Ils sont caractérisés par la diminution de contrainte dans le temps. Ils permettent de mettre en évidence la viscosité et de déterminer la relation entre la contrainte et la vitesse de déformation viscoplastique. La valeur résiduelle de contrainte atteinte lorsque la chute de contrainte est pratiquement stoppée correspond à la limite supérieure du domaine d'élasticité. Classiquement, pour un matériau donné, cette limite est d'autant plus faible que la température est élevée.

Les essais d'écrouissage consistent à soumettre le matériau à différentes vitesses de déformation. Ils sont très employés avec les essais de fluage, pour mettre en évidence le caractère viscoplastique des matériaux. En effet par rapport aux matériaux plastiques, les matériaux viscoplastiques présentent dans les diagrammes $\sigma = f(\varepsilon)$, une forte sensibilité de la contrainte à la vitesse de déformation. Ils permettent aussi de caractériser la sensibilité du comportement des matériaux à la température. Ces essais peuvent être cycliques, voir multiaxiaux selon les effets que l'on veut mettre en évidence, comme par exemple l'effet Bauschinger.

La suite de ce chapitre est consacrée au recensement des lois de viscoplasticité applicables aux brasures utilisées en électronique, dans un but d'implémentation dans Abaqus pour la simulation de leur comportement thermomécanique.

3.3.5.2. Lois de comportement viscoplastiques

Les lois de viscoplasticité sont établies suivant le formalisme thermodynamique des processus irréversibles en s'appuyant sur l'analyse qualitative des résultats expérimentaux. Comme pour les lois de thermoélasticité et de plasticité, leurs formulations s'appuient sur le formalisme thermodynamique présenté au point 3.3.2.1 de ce chapitre. Le cas particulier des lois de viscoplasticité est brièvement présenté ci-après, suivi de la présentation des principales formes employées pour la modélisation du comportement des brasures, avec leurs spécificités, domaines de validité, etc.

3.3.5.2.1 Formulation des lois de comportement – cadre thermodynamique

D'un point de vue phénoménologique, la déformation des brasures peut être considérée comme la superposition de déformations thermoélastiques linéaires $\underline{\underline{\varepsilon}}^e$ et de déformations inélastiques $\underline{\underline{\varepsilon}}^{in}$ correspondant à l'ensemble des phénomènes non réversibles, c'est-à-dire les déformations plastiques instantanées $\underline{\underline{\varepsilon}}^p$ et viscoplastiques $\underline{\underline{\varepsilon}}^{vp}$:

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{\varepsilon}}^e + \underline{\underline{\varepsilon}}^{in} = \underline{\underline{\varepsilon}}^e + \underline{\underline{\varepsilon}}^p + \underline{\underline{\varepsilon}}^{vp} \quad (3-27)$$

Les lois d'évolutions de $\underline{\underline{\varepsilon}}^e$ et de $\underline{\underline{\varepsilon}}^p$ ont été abordées dans les paragraphes précédents. Quant à la déformation viscoplastique $\underline{\underline{\varepsilon}}^{vp}$, sa loi d'évolution s'écrit à partir de la relation (3-9), avec le choix d'un potentiel de dissipation φ^* fonction des variables forces thermodynamiques $\underline{\underline{\sigma}}$ et A_k .

Sous les hypothèses d'isotropie et en introduisant la norme au sens de Von Mises dans l'espace des contraintes $J_2(\underline{\underline{\sigma}})$ (généralement admise pour les métaux), le potentiel dual de dissipation peut s'écrire $\varphi^* = \Omega(J_2(\underline{\underline{\sigma}}), A_k)$. La déformation viscoplastique s'écrit alors :

$$\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^{vp} = \frac{\partial \Omega(J_2(\underline{\underline{\sigma}}), A_k)}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} = \frac{\partial \Omega(J_2(\underline{\underline{\sigma}}), A_k)}{\partial J_2(\underline{\underline{\sigma}})} \frac{\partial J_2(\underline{\underline{\sigma}})}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \quad (3-28)$$

Ce qui devient après simplification :

$$\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^{vp} = \dot{\varepsilon}^{vp} \frac{\partial J_2(\underline{\underline{\sigma}})}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} = \frac{3}{2} \dot{\varepsilon}^{vp} \frac{\underline{\underline{\sigma}}'}{\sigma_{eq}} \quad (3-29)$$

où $\dot{\varepsilon}^{vp}$ représente la déformation viscoplastique équivalente, et σ_{eq} la contrainte équivalente de Von Mises. Cette relation constitue la base des modèles proposés dans la littérature, la différence entre ces modèles se situant dans la forme donnée au potentiel de dissipation, et donc finalement à l'expression de $\dot{\varepsilon}^{vp}$. Ces modèles sont présentés ci-après à travers leurs formes explicites de $\dot{\varepsilon}^{vp}$. D'une manière générale, la dépendance de la température est obtenue par l'introduction dans l'expression $\dot{\varepsilon}^{vp}$ d'un terme d'activation thermique d'Arrhenius :

$$A \cdot e^{\left(\frac{Q}{RT}\right)} \quad (3-30)$$

où A (sec^{-1}) le facteur pré exponentiel (produit de la fréquence des dislocations par la déformation activée), Q ($J \cdot \text{mol}^{-1}$) l'énergie d'activation thermique du matériau et R la constante des Gaz Parfaits ($R = 8,314 J / (K \cdot \text{mol})$), et T la température en Kelvin.

3.3.5.2.2 Principales lois d'évolution de $\dot{\varepsilon}^{vp}$ (lois de fluage)

3.3.5.2.2.1 Loi Puissance ou loi de Norton

La loi puissance est l'une des premières lois de viscoplasticité employée pour la modélisation du comportement des brasures en électronique de puissance. Proposée en 1929 par NORTON, elle a été largement utilisée durant les deux dernières décennies pour la modélisation du fluage secondaire des brasures. Elle peut être exprimée par la relation :

$$\dot{\varepsilon}^{vp} = A \cdot e^{\left(\frac{Q}{RT}\right)} \cdot \sigma_{eq}^N \quad (3-31)$$

où A , Q et N sont des paramètres dépendant du matériau.

C'est une loi simple d'emploi dans les calculs numériques, mais qui présente la faiblesse de n'être représentative que sur des domaines de contraintes très réduits. En effet, elle ne donne généralement qu'une mauvaise approximation des courbes d'écrouissage. En effet, sa représentation à température constante dans le diagramme $\log(\dot{\varepsilon}_s^{vp}) = f(\log(\sigma_{eq}))$ conduit à une droite de pente N , incompatible avec les allures courbes observées expérimentalement (Figure 3-16).

Afin d'élargir son domaine d'utilisation, des formes améliorées de cette loi ont été proposées. Parmi celles-ci, nous avons la forme obtenue avec la multiplication de la loi de Norton par une exponentielle :

$$\dot{\varepsilon}^{vp} = A \cdot e^{\left(\frac{Q}{RT}\right)} \cdot \sigma_{eq}^N \cdot e^{\left(\alpha \sigma_{eq}^{N+1}\right)} \quad (3-32)$$

Le matériau est alors défini par quatre coefficients A , Q , N et α .

Une autre forme très utilisée [Wiese 03, Grivas 79] consiste en l'addition de deux termes de puissance, afin de mieux décrire le comportement du matériau, aussi bien pour les faibles que pour les fortes valeurs de contraintes. Le taux de déformation s'exprime par :

$$\dot{\varepsilon}^{vp} = A_1 \cdot e^{\left(\frac{Q_1}{RT}\right)} \cdot \sigma_{eq}^{N_1} + A_2 \cdot e^{\left(\frac{Q_2}{RT}\right)} \cdot \sigma_{eq}^{N_2} \quad (3-33)$$

Le matériau est alors défini par les coefficients A_1 , A_2 , Q_1 , Q_2 , N_1 et N_2 .

Dans sa forme de base, la loi de Norton ne donne de bonnes approximations que sur des domaines de température relativement limités. De récents travaux ont montré que sa validité en température pouvait être étendue avec l'utilisation de paramètres dépendants de la température [Shi 02]. Elle a par ailleurs, été reprise dans les travaux de LEMAITRE et CHABOCHE [Lemaître 85], qui l'ont enrichie avec l'incorporation d'un domaine d'élasticité et d'un caractère d'écrouissage isotrope et cinématique non-linéaires combinés.

$$\begin{cases} \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^{vp} = \frac{3}{2} \dot{p} \frac{(\underline{\underline{\sigma}}' - \underline{\underline{X}}')}{J_2(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}})} \\ f = J_2(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}}) - R - \sigma_y \\ \dot{p} = H(f) \left(\frac{J_2(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}}) - R - \sigma_y}{\lambda} \right)^n \\ \dot{\underline{\underline{X}}} = \frac{2}{3} C \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^p - \gamma \underline{\underline{X}} \dot{p} \\ \dot{R} = b(Q - R) \dot{p} \end{cases} \quad (3-34)$$

Le matériau étant caractérisé par les paramètres λ , n , σ_y , C , γ , b , et Q .

Cette formulation permet d'améliorer la capacité de la loi de Norton à rendre compte de comportements cycliques. Ceci étant, ses inconvénients sont conservés pour ce qui est de sa validité sur des domaines relativement importants de contraintes et températures.

3.3.5.2.2.2 Loi sinus hyperbolique (fluage secondaire)

Le modèle sinus hyperbolique a été proposé par GAROFALO pour pallier les insuffisances du modèle puissance dans la modélisation du fluage secondaire des brasures SnPb, pour les fortes contraintes [Garofalo 65].

Il exprime le taux de déformation suivant la relation:

$$\dot{\varepsilon}^{vp} = A \cdot e^{\left(\frac{Q}{RT}\right)} \cdot (\sinh(B \cdot \sigma_{eq}))^n \quad (3-35)$$

A , Q , B et n étant des paramètres caractéristiques du matériau.

Comparé à la loi puissance, la loi sinus hyperbolique permet une meilleure approximation du comportement des brasures pour des contraintes relativement élevées, pour le même nombre de paramètres. Elle ne permet pas cependant de traduire le comportement en cyclage et les effets de restauration du matériau.

3.3.5.2.2.3 Loi de Darveaux (fluage primaire et secondaire)

Cette relation de comportement s'appuie sur une addition des déformations de fluage primaire et secondaire, par l'intermédiaire d'un couplage astucieux avec l'emploi d'une fonction exponentielle, permettant de réduire ou d'augmenter le taux de fluage primaire selon que le taux de fluage secondaire est important ou pas.

Elle est utilisée généralement sous la forme [Wang 01] :

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}^{vp} = \dot{\varepsilon}_s^{vp} + \varepsilon_{sat}^t \cdot K \cdot (\dot{\varepsilon}_s^{vp} \cdot t)^{p-1} \cdot e^{-K(\dot{\varepsilon}_s^{vp} \cdot t)^p} \\ \dot{\varepsilon}_s^{vp} = A \cdot e^{\left(\frac{Q}{RT}\right)} (\sinh(B \cdot \sigma_{eq}))^n \end{cases} \quad (3-36)$$

K est la constante de fluage primaire, ε_{sat}^t est la déformation saturée de fluage primaire, p est un coefficient égal à 1 dans les travaux de DARVEAUX, t représente le temps. Le taux de fluage secondaire $\dot{\varepsilon}_s^{vp}$ exprimé ici à l'aide de la loi sinus hyperbolique peut aussi être exprimée par une des formes de la loi de fluage secondaire.

L'un des problèmes que posent en général les lois de fluage est lié à la partition artificielle qu'elle suppose entre la déformation plastique instantanée et la déformation de fluage. Ces deux déformations sont en réalité la manifestation de mécanismes de dislocations inter et intra granulaires, et il est techniquement impossible avec les moyens de caractérisation présentés ci-dessus d'identifier correctement les lois de plasticité instantanée et de viscoplasticité séparément.

Dans la majeure partie des cas, les lois présentées ci-dessus sont employées sans association de loi de plasticité, principalement en raison de la difficulté d'obtention de leurs paramètres. Il était alors supposé que la plasticité pouvait être négligée en raison des faibles niveaux de contraintes. Cette hypothèse n'est pourtant pas justifiée en raison des formes complexes des brasures et des pics de contraintes dans les singularités.

Pour toutes ces raisons, les travaux sur la modélisation du comportement des brasures se sont orientés vers des lois unifiées de plasticité et de viscoplasticité.

3.3.5.2.3 Lois unifiées de plasticité et de viscoplasticité

Les lois unifiées permettent d'intégrer dans une même formulation le comportement plastique indépendant du temps au comportement viscoplastique. Selon KORHONEN et al. [Korhonen 87], la première proposition d'un modèle unifiant la plasticité instantanée et la viscoplasticité est due à Hart [Hart 76]. Ce dernier s'appuyait alors sur les travaux de KOCKS et al. [Kocks 76] qui proposaient la modélisation du fluage des métaux à haute température par la thermodynamique des glissements de grains et des mouvements de dislocations intra et inter granulaires. En raison des simplifications apportées par ce modèle et de son succès dans la modélisation du comportement des métaux à haute température, il a été repris et amélioré par de nombreux auteurs comme KORHONEN et al ou encore WILCOX *et al.* qui l'appliquèrent en 1990 à la modélisation du comportement des brasures [Wilcox 89]. D'autres modèles unifiés ont par la suite été appliqués avec chacun des spécificités intrinsèques. Parmi les plus connus, nous avons le modèle d'Anand proposé en 1982 [Anand 82] et révisé en 1989 par BROWN *et al.* [Brown 89]. Une forme modifiée de ce modèle (que nous désignerons dans la suite par modèle d'Anand, par commodité) a été appliquée avec succès pour la modélisation du comportement des brasures [Adams 86, Wilde 00, Wang 01]. Nous pouvons aussi citer le modèle de Krempl proposé en 1985 [Krempl 00] et appliquée en 1999 aux brasures [Maciucescu 99], le modèle de Bodner-Partom [Bodner 75], le modèle de McDowell [McDowell 94] ou encore d'autres élaborés spécialement pour la modélisation des brasures comme ceux employés par Pao *et al.* [Pao 93], ISHIKAWA *et al.* [Sasaki 01], et le modèle de Busso [Busso 92, Busso 94b].

De tous ces modèles, les modèles d'Anand et de Busso apparaissent comme les plus intéressants en terme de simplicité et de nombre de paramètres. Le modèle d'Anand est le plus utilisé actuellement pour la simulation du comportement des brasures, en raison de sa disponibilité dans le code de calcul Ansys et plus récemment Abaqus. Ces deux modèles sont présentés ci-après de manières plus détaillées.

3.3.5.2.3.1 Loi d'Anand

Le modèle d'Anand permet de représenter à la fois le fluage primaire, le fluage secondaire et l'écroutissage des matériaux viscoplastiques. Initialement élaboré pour modéliser le formage de métaux en grandes déformations et à haute température, il convient à la description des matériaux à fortes déformations viscoplastiques combinées à de faibles déformations élastiques [Anand 85].

Il a été montré [Wang 01] que ce modèle pouvait être avantageusement employé pour la modélisation du comportement des brasures. Il est caractérisé par un seuil d'écoulement nul, avec une dépendance à la température assurée par l'emploi d'un terme d'activation thermique d'Arrhenius. Le fluage secondaire du matériau est obtenu par une modification de la forme sinus hyperbolique proposée par Garofalo pour le fluage secondaire. Son expression est donnée par :

$$\begin{cases} \dot{\epsilon}^p = A \cdot e^{\left(\frac{-Q}{RT}\right)} \cdot \left[\sinh\left(\xi \frac{\tilde{\sigma}}{s}\right) \right]^{\frac{1}{m}} \\ \dot{s} = \left[h_0 \left| 1 - \frac{s}{s^*} \right|^a \cdot \operatorname{sgn}\left(1 - \frac{s}{s^*}\right) \right] \dot{\epsilon}^p \end{cases} \quad \text{avec } s^* = \hat{s} \cdot \left(\frac{\dot{\epsilon}^p}{A} \cdot e^{\frac{Q}{RT}} \right)^n \quad (3-37)$$

Le matériau est gouverné par une unique variable interne s représentant la résistance isotrope moyenne à l'écoulement plastique. En dehors des constantes d'élasticité et du coefficient de dilatation thermique du matériau, ce modèle comprend 9 paramètres : les deux paramètres du terme d'Arrhenius A (sec^{-1}) et Q ($J.mol^{-1}$), le multiplicateur de contraintes ξ , la sensibilité m du taux de déformation à la contrainte équivalente, le coefficient de saturation \hat{s} (Pa) de la contrainte, la sensibilité n de la vitesse de déformation à la valeur de saturation s^* de s , la constante d'écrouissage/adoucissement h_0 (Pa), la sensibilité de la vitesse de déformation à l'écrouissage ou à l'adoucissement a , la valeur initiale s_0 (Pa) de la variable s .

Avec l'emploi de la fonction sinus hyperbolique, ce modèle permet une meilleure approximation du fluage secondaire à la fois pour les faibles et les fortes contraintes, avec une stabilité numérique liée à l'absence d'un domaine d'élasticité.

Ceci étant, le modèle d'Anand fait une modélisation isotrope de l'écrouissage, il ne permet pas par conséquent de rendre compte correctement du comportement du matériau sous sollicitations cycliques. Il ne prend pas en compte l'écrouissage cinématique fortement présent avec la plupart des brasures basses températures. D'autre part, ce modèle présente quelques faiblesses en matière de prédiction du comportement en température. De nombreux auteurs ont cependant réussi à obtenir de meilleures approximations en l'employant avec des coefficients dépendants de la température [Pei 05], voir des déformations équivalentes [Chen 05]. Ces propositions entraînent alors l'augmentation du nombre de paramètres qui peuvent alors passer du simple au double par rapport au modèle initial. Elles entraînent une complexité de l'identification qui pourrait amener à s'orienter vers des modèles plus efficaces.

3.3.5.2.3.2 Loi de Busso

Le modèle de Busso diffère de celui d'Anand en deux points particuliers :

- il introduit le tenseur de second ordre d'écrouissage cinématique \underline{X} (tenseur de rappel) afin de traduire l'effet Bauschinger.
- il exprime l'énergie d'activation non pas uniquement comme un paramètre matériau, mais comme une fonction de la contrainte appliquée.

Le taux de déformation équivalente inélastique s'exprime par la relation :

$$\begin{cases} \dot{\underline{\epsilon}}^{in} = A \cdot e^{-\frac{F_0}{RT} \left(1 - \left(\frac{J_2(\underline{\sigma} - \underline{X})}{\sigma_0 \frac{G}{G_0}} \right)^p \right)^q} \\ \dot{\underline{X}} = \frac{2}{3} C \cdot \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^{in} - \gamma \underline{X} \cdot \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^{in} \end{cases} \quad (3-38)$$

Pour un état de contrainte $\underline{\sigma} - \underline{X}$, le tenseur des déformations s'écrit $\underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^{in} = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \underline{\dot{\epsilon}}^{in} \underline{n}$ avec

$$\underline{n} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{(\underline{\sigma}' - \underline{X}')}{J_2(\underline{\sigma} - \underline{X})}.$$

Ce modèle comprend en plus du coefficient de dilatation thermique et des 2 constantes élastiques, 8 paramètres : A (sec^{-1}) est le facteur pré-exponentiel du taux de déformation, F_0 ($J.mol^{-1}$) est l'énergie libre d'activation du matériau à contrainte nulle, σ_0 est la contrainte d'écoulement du matériau à 0 K, C (Pa) est le module d'écrouissage, γ le coefficient de restauration du matériau linéairement dépendant de la température ($\gamma = \gamma_0 + \gamma_1 \cdot T$), p représente la sensibilité du taux de déformation aux faibles contraintes, q représente la sensibilité du taux de déformation pour des

contraintes équivalentes proches de $\sigma_0 \frac{G}{G_0}$ avec G_0 (Pa) le module de cisaillement du matériau à 0 K. D'un point de vue physique, ces deux derniers paramètres rendent compte, de la nature et des mouvements des dislocations intra et inter granulaires, avec $0 < p \leq 1$ et $1 \leq q \leq 2$.

Avec moins de paramètres, ce modèle est beaucoup plus adapté pour la modélisation du comportement des brasures lors de sollicitations cycliques, par rapport au modèle d'Anand en raison de son approche cinématique de l'érouissage. Il souffre cependant d'un nombre relativement restreint de publications. Il n'a, à ce jour, été identifié que pour les alliages de brasures Sn₆₀Pb₄₀ [Busso 92], et son utilisation pour les brasures retenues dans les codes actuels et en particulier Abaqus nécessite un travail d'implémentation et d'identification.

3.3.5.3. Implémentation des lois de Busso et d'Anand dans Abaqus

Les lois d'Anand et de Busso ne sont pas disponibles en utilisation libre dans le code de calcul Abaqus. Elles nécessitent par conséquent une phase d'implémentation après intégration numérique des lois et le calcul de leurs contributions (Jacobien) dans les algorithmes d'optimisation.

3.3.5.3.1 Intégration numérique et implémentation

La démarche d'intégration numérique et d'implémentation des deux lois de viscoplasticité retenues est similaire à celle utilisée pour la loi de thermoélasto-plasticité exposée au point 3.3.4.3. Dans le cas particulier de l'intégration numérique du modèle d'Anand nous nous sommes inspirés des travaux d'Anand et al. [Lush 89, Weber 90]. Les intégrations numériques sont réalisées selon le schéma implicite d'Euler, avec résolution des équations non-linéaires obtenues par l'algorithme de Newton-Raphson.

En plus de l'implémentation de ces lois de viscoplasticité, il est nécessaire que la routine fournisse à chaque appel, les principales énergies de déformations du matériau. Comme nous le verrons plus loin dans ce chapitre, ces énergies sont nécessaires à l'évaluation de certains critères de défaillance. Ces énergies et le principe de leurs calculs sont présentés ci-après.

3.3.5.3.2 Calcul des énergies de déformation

Pour le calcul de l'énergie de déformation dans les modèles Éléments Finis, la routine UMAT doit fournir à chacun des points d'intégration des éléments, les énergies spécifiques de déformations correspondantes. Dans ce cas précis, il sera question de calculer l'énergie spécifique de déformation inélastique ΔW_{spec}^{in} , l'énergie de déformation élastique ΔW_{spec}^{elast} et l'énergie de déformation totale ΔW_{spec}^{totale} . Elles sont reliées par la relation :

$$\Delta W_{spec}^{in} = \Delta W_{spec}^{totale} - \Delta W_{spec}^{elast} \quad (3-39)$$

A chaque appel et pour le pas de temps de t_n à t_{n+1} (avec $\Delta t = t_{n+1} - t_n$), les différentes énergies de déformation totale et élastiques s'expriment par :

$$\Delta W_{spec}^{totale} = \int_{t_n}^{t_{n+1}} (\underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\varepsilon}}) dt = \int_{\underline{\underline{\varepsilon}}_n}^{\underline{\underline{\varepsilon}}_{n+1}} \underline{\underline{\sigma}} : d\underline{\underline{\varepsilon}} \quad \text{et} \quad \Delta W_{spec}^{elast} = \int_{t_n}^{t_{n+1}} (\underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\varepsilon}}^e) dt = \int_{\underline{\underline{\varepsilon}}_n}^{\underline{\underline{\varepsilon}}_{n+1}} \underline{\underline{\sigma}} : d\underline{\underline{\varepsilon}}^e \quad (3-40)$$

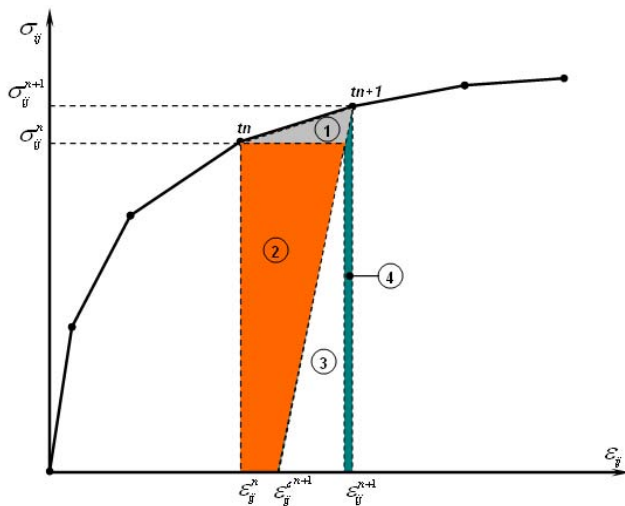
Compte tenu du schéma de discrétisation temporelle employé pour la résolution du problème (Figure 3-17), les énergies ΔW_{spec}^{elast} et ΔW_{spec}^{totale} sont approximées à chaque pas de temps par :

$$\Delta W_{spec}^{totale} = \frac{1}{2} (\underline{\underline{\sigma}}_{n+1} + \underline{\underline{\sigma}}_n) : (\underline{\underline{\varepsilon}}_{n+1} - \underline{\underline{\varepsilon}}_n) \quad (3-41)$$

et

$$\Delta W_{spec}^{elast} = \frac{1}{2} (\underline{\underline{\sigma}}_{n+1} : \underline{\underline{\varepsilon}}_{n+1}^e - \underline{\underline{\sigma}}_n : \underline{\underline{\varepsilon}}_n^e) = \frac{1}{2} (\underline{\underline{\sigma}}_{n+1} : (\underline{\underline{S}}^{elast} : \underline{\underline{\sigma}}_{n+1}) - \underline{\underline{\sigma}}_n : (\underline{\underline{S}}^{elast} : \underline{\underline{\sigma}}_n)) \quad (3-42)$$

avec $\underline{\underline{S}}^{elast}$ le tenseur de souplesse du matériau.



- 1: énergie d'écroissage de t_n à t_{n+1}
- 2: énergie dissipée (sous forme de chaleur) de t_n à t_{n+1}
- 3: énergie de déformation élastique à t_n
- 4: énergie de déformation élastique de t_n à t_{n+1}
- 1+2: énergie de déformation inélastique de t_n à t_{n+1}
- 1+2+3+4: travail total fourni au matériau de t_n à t_{n+1}

Figure 3-17 : Partition des énergies de déformation.

L'énergie spécifique de déformation inélastique pour un incrément de t_n à t_{n+1} s'écrit alors :

$$\Delta W_{spec}^{in} = \frac{1}{2} \left((\underline{\underline{\sigma}}_{n+1} + \underline{\underline{\sigma}}_n) : (\underline{\underline{\epsilon}}_{n+1} - \underline{\underline{\epsilon}}_n) + \underline{\underline{\sigma}}_n : \underline{\underline{S}}^{elast} : \underline{\underline{\sigma}}_n - \underline{\underline{\sigma}}_{n+1} : \underline{\underline{S}}^{elast} : \underline{\underline{\sigma}}_{n+1} \right) \quad (3-43)$$

L'implémentation des routines correspondant aux deux lois a été validée selon des procédures analogues à celles employées pour la loi d'écroissage de Chaboche (3.3.4.4). Les données de références utilisées sont tirées des références [Pei 05] pour la loi d'Anand, et [Busso 94a] pour la loi de Busso. Les détails de l'implémentation sont présentés aux annexes B et C, avec les routines UMAT correspondantes en Annexe D.

3.3.5.4. Identification des lois de viscoplasticité d'Anand et de Busso.

La connaissance des paramètres des lois de comportement définis ci-dessus nécessite la conduite d'essais mécaniques sur des échantillons de brasures. Pour ce qui nous concerne, les éprouvettes utilisées sont présentées ci-après.

3.3.5.4.1 Éprouvettes d'essai

Le comportement mécanique des brasures est fortement dépendant de sa microstructure [Wiese 03], cette dernière étant liée entre autre à la nature des métallisations brasées et au profil de brasage. Afin de se rapprocher le plus possible de ces conditions nous avons opté pour l'identification des paramètres des lois de viscoplasticité avec des éprouvettes de brasures représentatives de leurs configurations au sein des assemblages. Deux types d'éprouvettes ont alors été conçus et réalisés au sein de PEARL, pour l'ensemble des brasures retenues et selon leurs emplacements prévus.

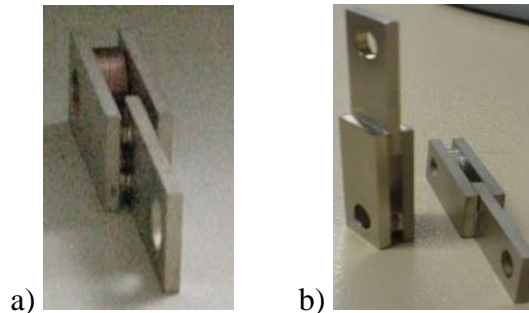


Figure 3-18 : Éprouvettes de brasure de différents types, (a) brasure d'insert, (b) brasure de grandes surfaces.

Au moins 35 éprouvettes de chaque sorte (type et brasure) ont été réalisées. Les différents types d'éprouvettes sont présentés dans le Tableau 3-6 ci-dessous.

Éprouvettes	Alliages de brasures considérées
Brasure d'insert	$\text{Sn}_{96,5}\text{Ag}_{3,5}$; $\text{Sn}_{95,5}\text{Ag}_{3,8}\text{Cu}_{0,7}$
Brasure grande surface	$\text{Sn}_{96,5}\text{Ag}_{3,5}$; $\text{Sn}_{95,5}\text{Ag}_{3,8}\text{Cu}_{0,7}$; $\text{Pb}_{92,5}\text{Sn}_5\text{Ag}_{2,5}$ et $\text{Au}_{80}\text{Sn}_{20}$

Tableau 3-6 : Différentes éprouvettes réalisées.

Pour la réalisation des éprouvettes avec brasages d'inserts, un robot "Robot dispenser JSR4400 – Janome" a été employé afin de respecter l'alignement des zones de connexions et réduire les dispersions de la quantité de brasures déposée à chaque fois.

La qualité des brasures a fait l'objet d'inspections par microscopie rayon X à l'aide du Microscope RX "VMX160 – Xtek". Le pourcentage de lacune estimé reste inférieur à 5% pour les éprouvettes avec brasures grandes surfaces. Quant aux brasures d'insert, des analyses de sections réalisées en interne par PEARL ont montré que leurs niveaux de lacunes restaient globalement en dessous du même seuil. En effet, elles sont de tailles relativement réduites, et les flux présents dans les crèmes de brasures sont éliminés de manière homogène sans formation importante de lacunes.

Ces taux de lacunes sont très satisfaisants pour des essais mécaniques destinés à de l'identification de comportement. En effet, CHANG *et al.* [Chang 06] ont montré qu'en dessous de 30% de lacunes, leurs localisations et tailles n'influaient pas de manière significative sur le comportement mécanique et thermique des assemblages. Ces résultats sont par ailleurs en accord avec la norme IPC-610-D [IPC-610-D 05], qui recommande un pourcentage de lacune inférieure à 25% dans la section de la brasure.

Les faibles pourcentages de lacune mesurés permettent d'assimiler raisonnablement la brasure à un bloc compact et homogène pour la simulation numérique de leur comportement. Au moment de la rédaction de ce mémoire, seules les éprouvettes avec brasages d'inserts ont pu être testées.

3.3.5.4.2 Essais

Deux types d'essais ont été définis pour l'identification des lois de viscoplasticité : des essais d'écroutissage et d'écroutissage cyclique en température.

Ces essais ont été réalisés sur la machine de fatigue et de traction électromécanique "BOSE ElectroForce 3200" dont la Figure 3-19 donne une vue d'ensemble. Elle développe jusqu'à 380 N en statique et est munie d'une enceinte thermique pour les essais en température.

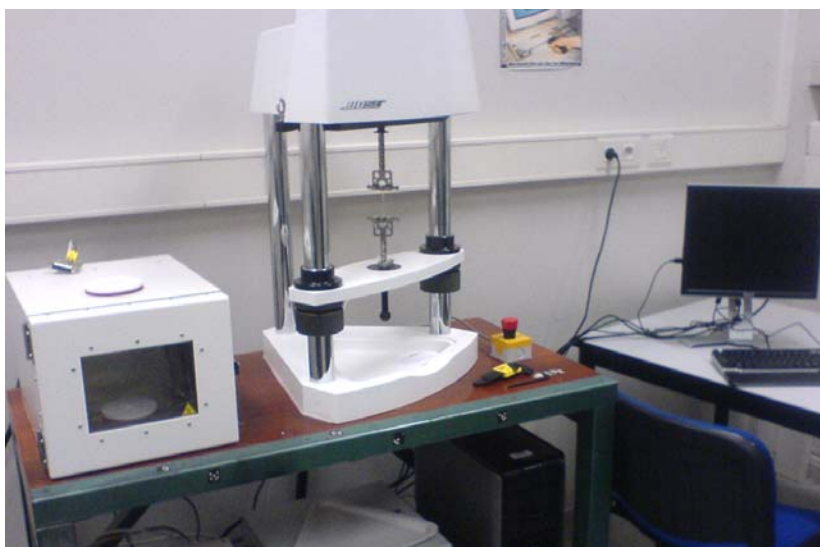


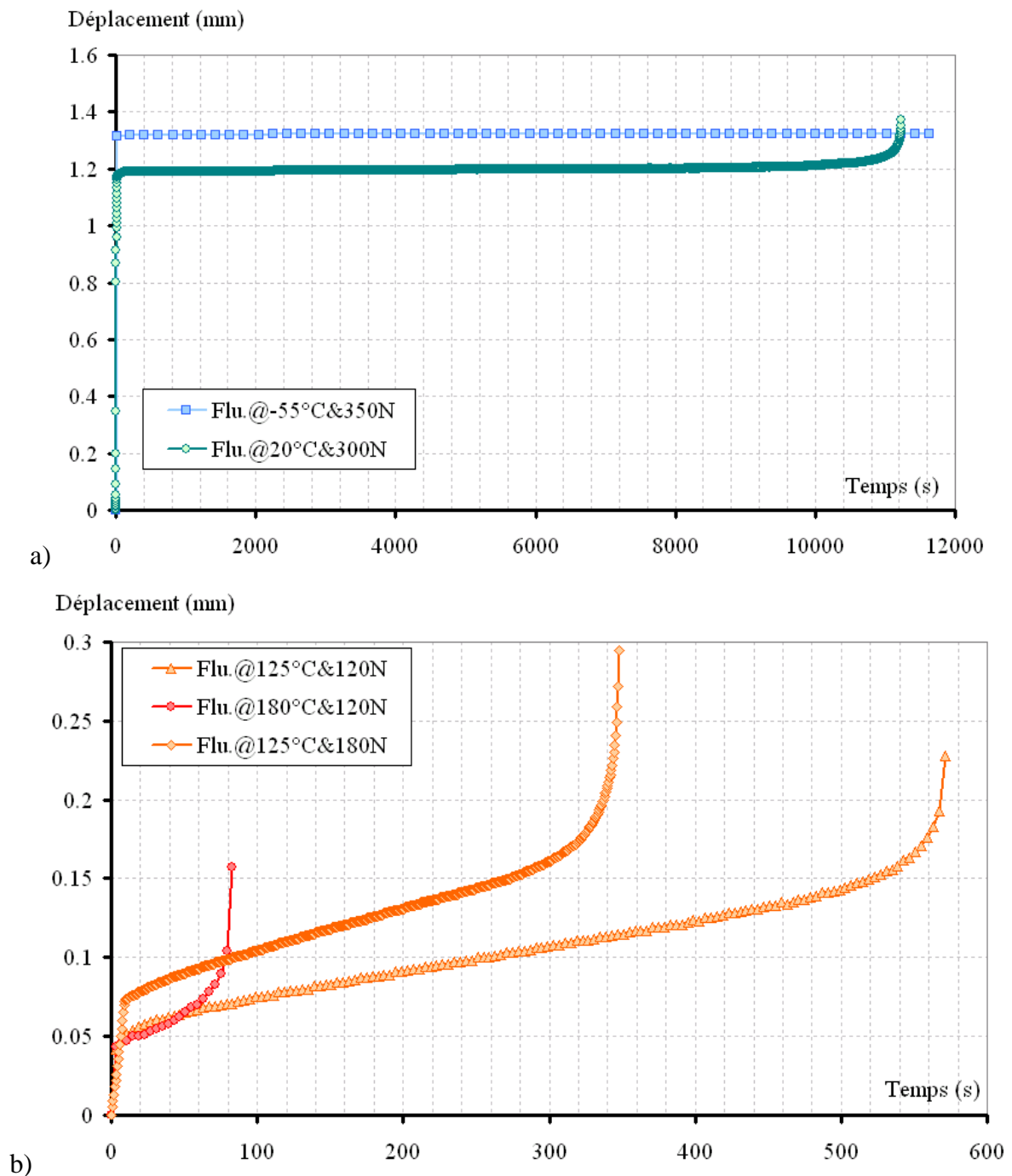
Figure 3-19 : Vue de la machine utilisée pour les essais d'écroutissage et de fluage en température.

Quatre niveaux de température ont été considérés pour ces essais (-55, 20, 125 et 180°C). Les charges appliquées pour les essais de fluage et les vitesses de traction pour les essais d'érouissage sont présentées dans le Tableau 3-7 ci-dessous.

Niveaux de température (°C)	Efforts de Fluage (N)	Vitesses d'érouissage (mm/s)
-55	350	10^{-2}
20	300	10^{-2} , 10^{-3} , 10^{-4}
125	120, 180	10^{-2} , 10^{-3} , 10^{-4}
180	120	10^{-2} , 10^{-3} , 10^{-4}

Tableau 3-7 : Définition des essais réalisés en température.

Les graphes de la Figure 3-21 ci-dessous présentent quelques unes des courbes d'essais obtenues avec les deux brasures.



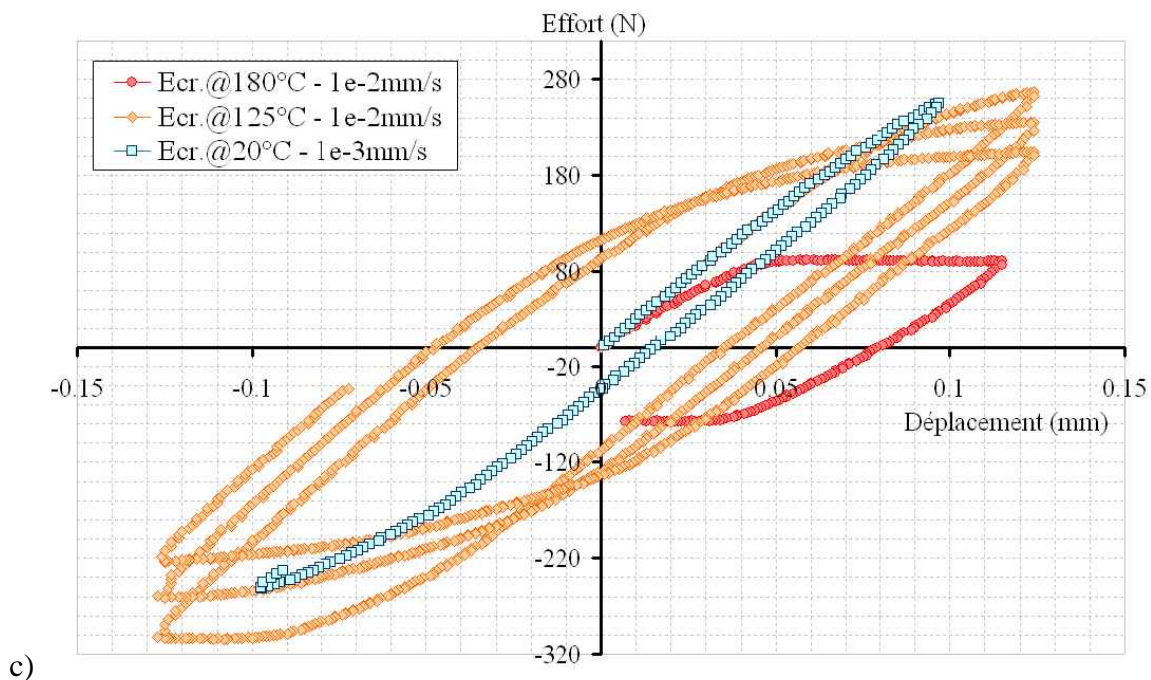
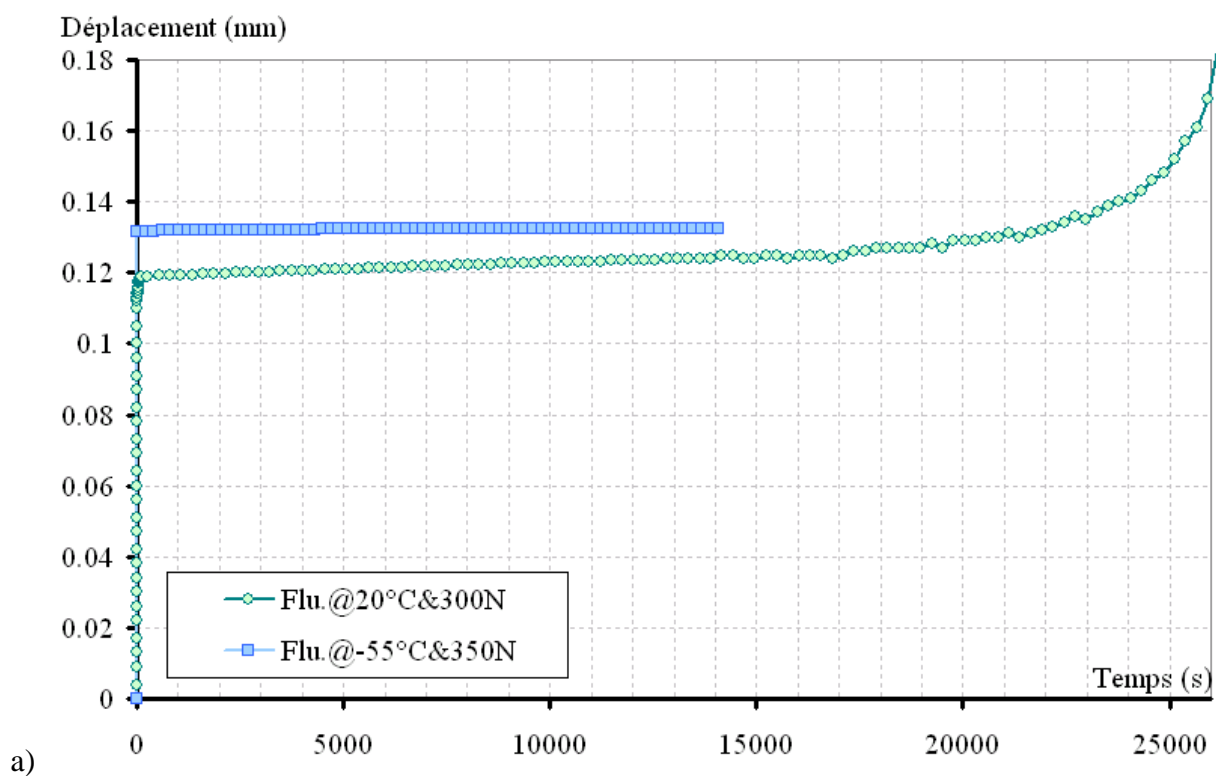


Figure 3-20 : Présentation de quelques courbes de fluage (a et b) et d'écroutissage (c) obtenues avec les éprouvettes de brasures SnAg.



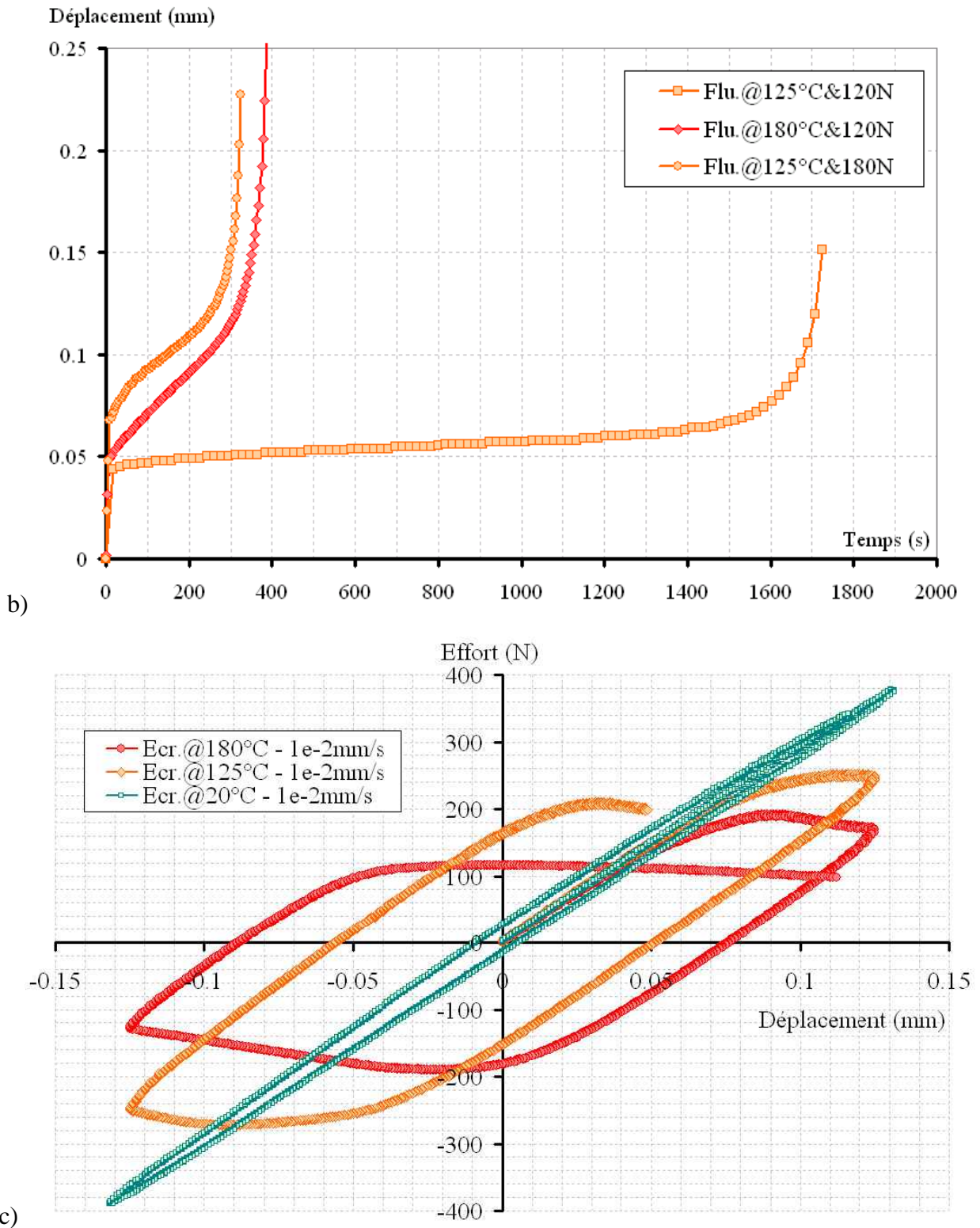


Figure 3-21 : Présentation de quelques courbes de fluage (a et b) et d'érouissage (c) obtenues avec les éprouvettes de brasures SnAgCu.

La comparaison des courbes de fluage des deux brasures a montré que les brasures SnAgCu tiennent globalement mieux le fluage que la brasure SnAg. De même, elles conduisent à des efforts plus importants lors des essais d'érouissage, ce qui traduit une plus forte résistance mécanique par rapport aux brasures SnAg.

3.3.5.4.3 Modèle éléments finis des éprouvettes

En raison des formes géométriques complexes des brasures dans les éprouvettes réalisées, des procédures d'identification basées sur les contraintes et déformations homogènes comme celles proposées par WILDE *et al.* [Wilde 00] s'avéraient inenvisageables. Une stratégie d'identification paramétrique a donc été retenue.

Pour l'identification correcte des lois de comportement avec cette approche, il est crucial que la géométrie et le modèle numérique employé soient les plus représentatifs possibles de l'éprouvette considérée. Les données géométriques utilisées pour l'élaboration de la forme des brasures dans les modèles éléments finis des éprouvettes ont été récupérées d'une étude réalisée à l'ENIT avec le laboratoire PEARL pour la caractérisation de la géométrie des brasures d'insert. Les paramètres caractéristiques ainsi que quelques images des coupes ayant servi à leur caractérisation sont présentés à la Figure 3-22.

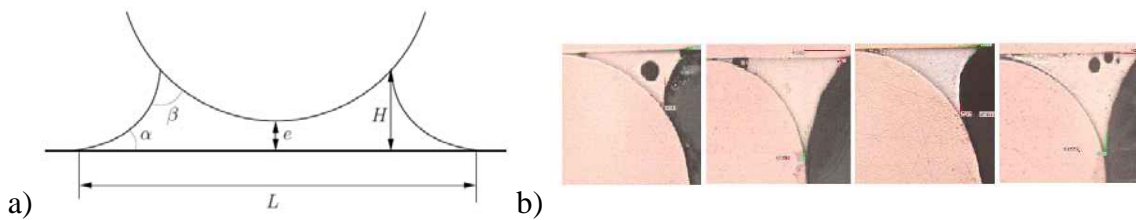


Figure 3-22 : Géométrie de la brasure d'insert, (a) et images de découpe d'inserts (b).

Le Tableau 3-8 ci-dessous rassemble les valeurs caractéristiques (moyennes et écarts-types) de ces paramètres.

Dimension	Moyenne	Écart-type
Épaisseur (e)	12 μm	6 μm
Hauteur (H)	175 μm	16 μm
Angle (α)	32°	7°
Angle (β)	48°	8°
Taille de soudure (L)	1087 μm	39 μm

Tableau 3-8 : Valeurs caractéristiques des dimensions des brasures d'inserts.

La géométrie et les dimensions des brasures dans les modèles éléments finis ont alors été fixées aux moyennes des dimensions du Tableau 3-8. Pour la simulation des essais de fluage et d'écrouissage, des modèles bidimensionnels en déformations planes ont été considérés.

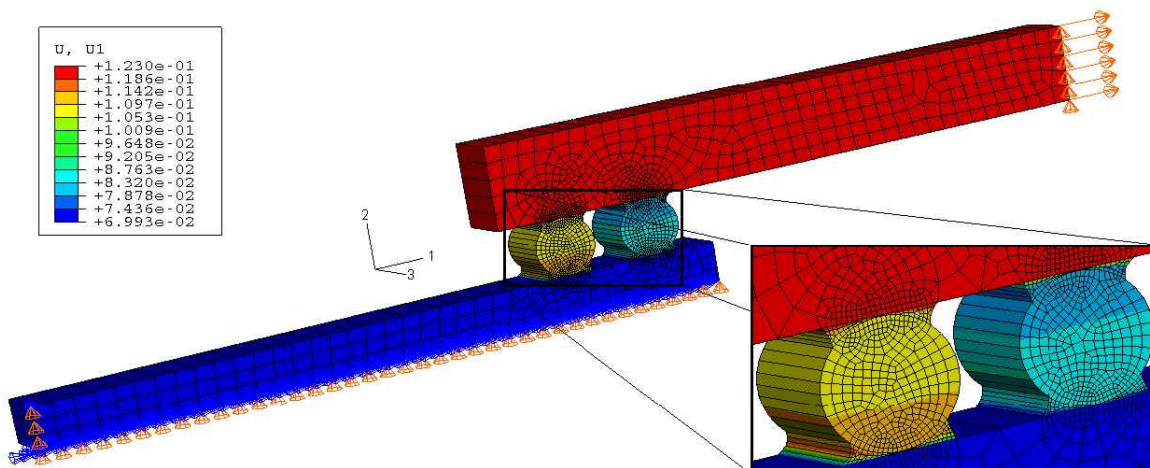


Figure 3-23 : Modèle géométrique de l'éprouvette avec brasages d'inserts, visualisation du champ de déplacement dans le sens de la traction.

3.3.5.4.4 Stratégie d'identification

Pour l'identification, trois approches ont été envisagées : l'identification par réseaux de neurones artificiels [Haykin 94, Abdi 94], la méthode des moindres carrés et les algorithmes génétiques. Ces différentes approches ont été mises en œuvre par la rédaction de scripts en langage python, permettant de lancer Abaqus pour l'obtention des courbes de simulation, et d'appeler les modules python nécessaires à leurs mises en œuvre.

Dans la première approche, nous avons utilisé des réseaux de type GRNN (General Regression Neural Network) construits avec la bibliothèque Neural Network Toolbox™ de Matlab [Mathworks]. Des paires de données (courbes de simulation – Paramètres correspondants) ont été générées et utilisées dans la phase d'apprentissage du réseau de neurones. À l'issue de l'apprentissage, l'identification est alors réalisée en récupérant les sorties du réseau lorsqu'il est alimenté par les courbes d'essais. À l'issue de nombreuses tentatives, les paramètres obtenus à chaque fois par cette méthode n'ont pas donné satisfaction. En effet, plusieurs jeux de données avec des tailles toujours plus importantes ont été générés et utilisés sans résultats satisfaisants. Les paramètres fournis à chaque fois par le réseau conduisaient soit à des aberrations physiques ou à des courbes très différentes de celles attendues. Même si des auteurs comme PEI *et al.* [Pei 05] ont affirmé avoir pu identifier les 9 paramètres d'Anand à partir de courbes d'écrouissage avec les réseaux de neurones, nous nous sommes heurté à des temps d'apprentissage excessifs. Il semblerait que leur emploi pour des combinaisons de courbes d'écrouissage et de fluage pose des difficultés d'apprentissage. N'ayant pas souhaité dissocier les deux jeux de courbes durant l'identification de paramètres avec cette procédure, elle a été abandonnée pour une stratégie d'identification paramétrique avec minimisation de fonction coût \mathfrak{J} définie à la relation (3-26). L'algorithme utilisé est similaire à celui employé pour l'identification des paramètres d'écrouissage des métallisations (paragraphe 3.3.4.5.2). Afin de maximiser les chances de déterminer le meilleur jeu de paramètres, un algorithme génétique [Goldberg 94] a été mis en œuvre à partir de la bibliothèque python "pygene", afin de rechercher le minimum global de la fonction objectif. Cet algorithme a été utilisé en bouclage avec celui de minimisation. À chaque convergence de ce dernier, le point de convergence est introduit dans une population aléatoire utilisée comme population de départ pour l'algorithme génétique. En cas d'évolution vers un autre point, le script d'optimisation est relancé avec le point obtenu comme point de départ. Ce processus a été exécuté jusqu'à ce qu'aucune évolution ne soit constatée avec l'algorithme génétique.

La Figure 3-24 présente le comparatif de quelques courbes expérimentales et des courbes de simulation obtenues à l'issue de l'identification de la loi d'Anand pour la brasure SnAg.

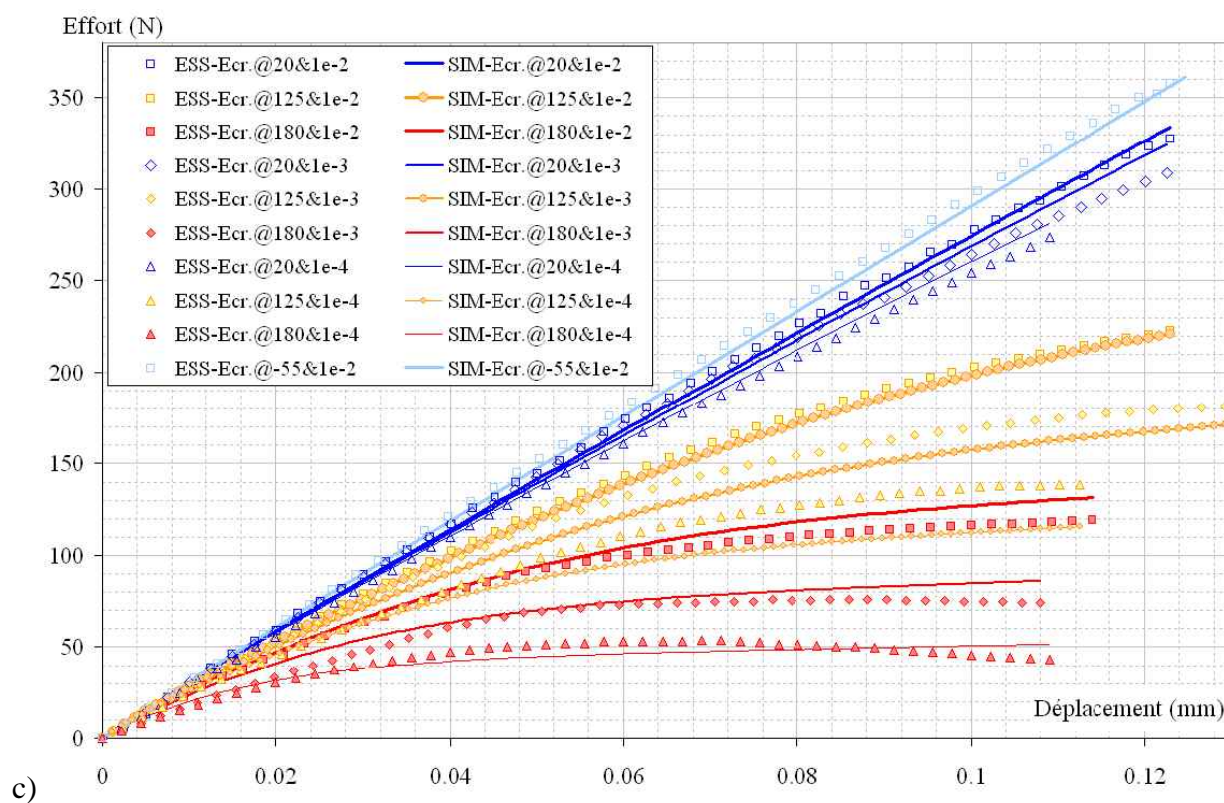
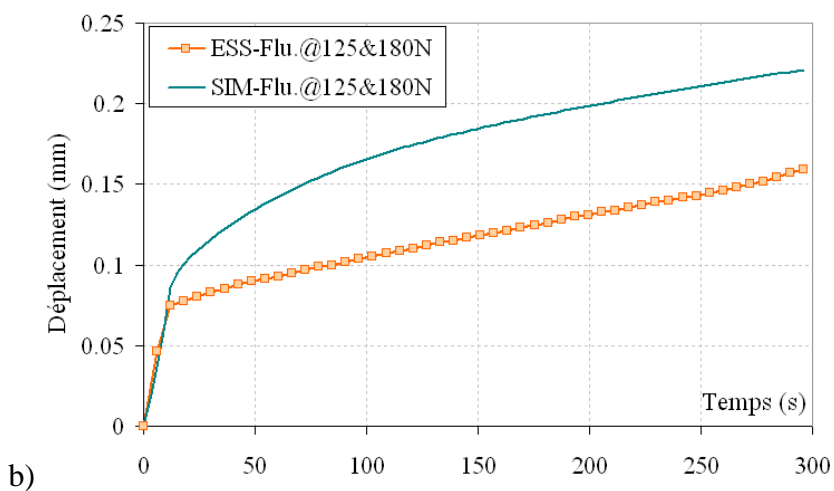
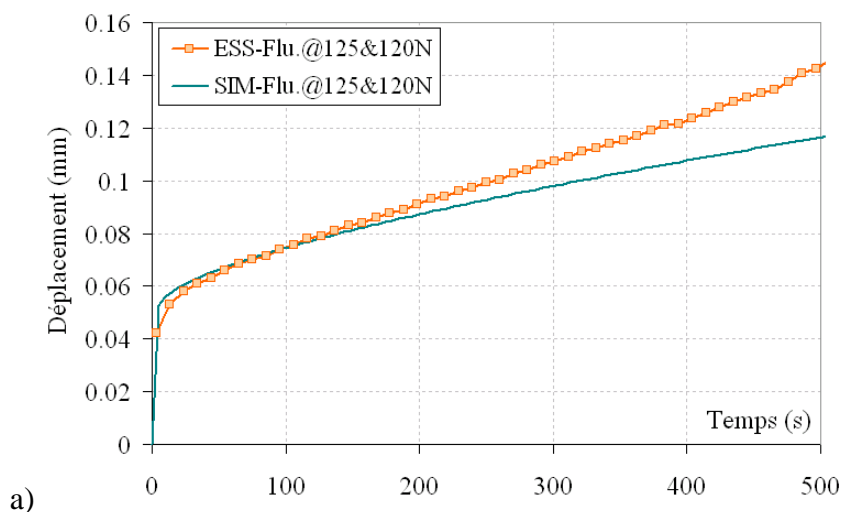


Figure 3-24 : Comparaison essais/simulation à l'issue de l'identification : Fluages (a et b), et écouissements (c).

Les paramètres généraux que sont les conductivités thermiques, chaleurs spécifiques, densités, coefficients de dilatation thermique sont issues de la bibliographie.

	Sn _{96,5} Ag _{3,5}	Sn _{95,5} Ag _{3,8} Cu _{0,7}	Pb _{29,5} Sn ₅ Ag _{2,5}	Au ₈₀ Sn ₂₀
λ (W/(K·m))	33	35	35	57,3
C (J/(kg·°C))	200	200	129	129
ρ (kg/m ³)	7360	7390	11300	14520
α (10 ⁻⁶ /K)	30,2	17,6	29	15,9
E (MPa)	55800-180·T(°C)	47442-54,6·T(°C)	24028-28·T(°C)	59200
ν	0,4	0,4	0,44	0,3
Paramètres d'Anand				
s_0 (MPa)	5,07	10,05	33,07	$\sigma_y = 275,8$
Q/R (K)	12548,68	8871,28	11024	
A (s ⁻¹)	3,0877e8	1,977e5	105000	
ξ	7	7	7	
m	0,27	0,304	0,241	
h_0 (MPa)	2503	1508	1432	
\hat{s} (MPa)	28,08	43,77	41,63	
n	0,08	0,059	0,002	
a	3,17	1,17	1,3	
Paramètres de Busso				
A (s ⁻¹)	1,53e5	9,69e5		
F ₀ (J·mol ⁻¹)	104330	83913		
σ_0 (MPa)	51	32		
p	0,6	0,614		
q	1,95	1,01		
C (MPa)	2605	900		
γ_0	62,1	12,2		
γ_1 (°C ⁻¹)	0,98	0,22		

Tableau 3-9 : Paramètres de comportement des brasures Sn_{96,5}Ag_{3,5}¹, Sn_{95,5}Ag_{3,8}Cu_{0,7}², Pb_{29,5}Sn₅Ag_{2,5}³ et Au₈₀Sn₂₀⁴.

3.3.5.4.5 Comparaison des modèles d'Anand et de Busso

Afin de vérifier le comportement des lois de comportement d'Anand et de Busso en cyclage, les courbes d'érouissage obtenues avec les paramètres correspondants identifiés sur la brasure SnAgCu ont été tracées sur un même graphe (Figure 3-25). Comme le montre cette figure, les deux lois ont le même comportement durant la traction monotone. Au delà, les tracés adoptent des allures très différentes, liées aux descriptions que font les lois correspondantes, de l'érouissage.

¹ Propriétés thermiques et thermomécaniques issus des références [ITRI 99, Bradley 07]

² Propriétés thermiques et thermomécaniques issus des références [Bradley 07, Schubert 02]

³ Paramètres issus des références [ITRI 99, Wilde 00]

⁴ Paramètres issus des références [Matijasevic 93]

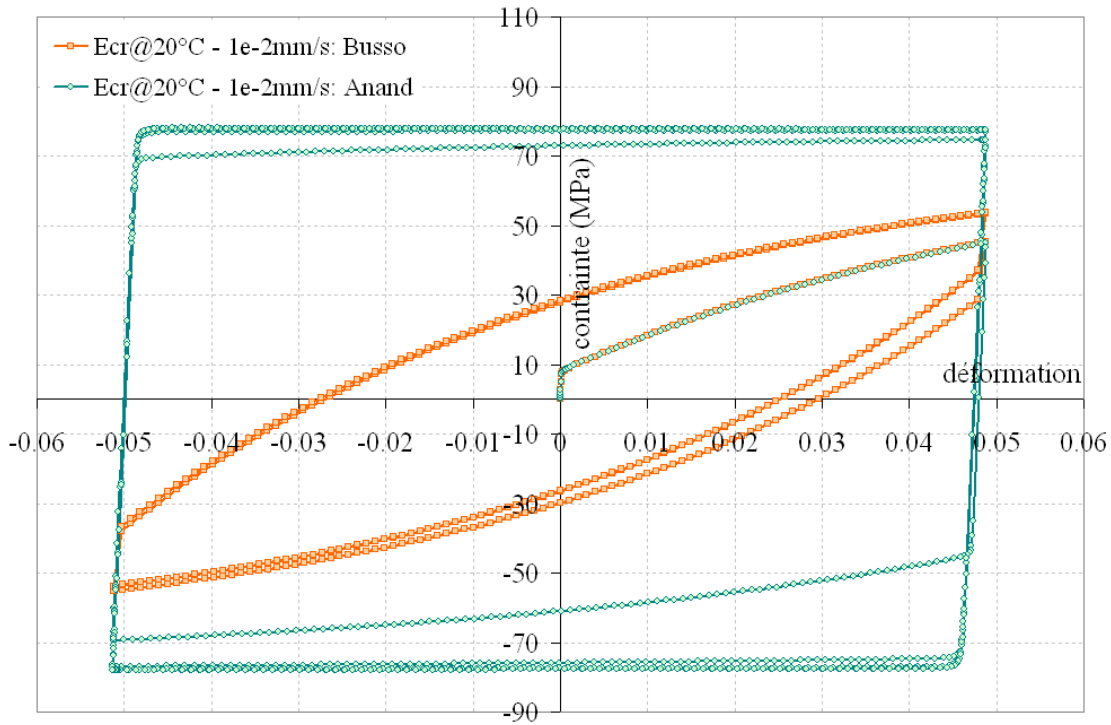


Figure 3-25 : Comparaison des lois d'Anand et de Busso au travers de courbes d'érouissage obtenues avec les paramètres identifiés pour la brasure SnAgCu.

Il apparaît qu'avec les deux modèles, le comportement cyclique se stabilise au bout du 3^{ème} cycle. Ceci étant, la courbe donnée par le modèle de Busso est beaucoup plus réaliste en cyclage, il se rapproche plus en terme d'allures des courbes expérimentales données aux Figure 3-20 et Figure 3-21. Quand au modèle d'Anand, l'allure du tracé obtenu est incompatible avec les tracés expérimentaux. En raison de la nature isotrope de l'évolution de la variable s représentant la résistance isotrope à l'écoulement du matériau. Cet exemple illustre les limites du modèle d'Anand en matière de description de comportement cyclique. De ces deux modèles, il serait préférable d'utiliser le modèle de Busso, même si ce n'est qu'un modèle avec érouissage cinématique non linéaire. Pour plus de réalisme et une plus grande précision dans l'analyse de la fiabilité des joints de brasure, un modèle unifié de viscoplasticité combinant les caractères isotropes et cinématiques de l'érouissage pourrait être avantageusement implémenté, identifié et utilisé. Le modèle proposé par McDowell [McDowell 92, McDowell 94] sur la base des travaux de Chaboche sur la plasticité à érouissages combinés, constituerait un excellent choix.

3.4. Modélisation des défaillances potentielles

Pour les deux modes de défaillance incriminés ici dans la limitation de la durée de vie des modules de puissance, des critères de défaillance ont été définis sur la base de recherches bibliographiques. L'approche conventionnellement employée (et reprise ici) consiste à représenter le nombre de cycles de sollicitation conduisant à la défaillance de l'organe mécanique étudié, en fonction de grandeurs physiques caractéristiques de chaque cycle. Les modèles de durée de vie sont alors mis sous la forme :

$$N_f = f(\mathbf{X}) \tag{3-44}$$

où N_f désigne le nombre cycles de sollicitation avant défaillance, et \mathbf{X} le vecteur des grandeurs physiques sensées piloter la défaillance. Ces grandeurs sont le plus souvent les contraintes mécaniques, les déformations, etc. Elles sont accessibles expérimentalement ou par calcul.

Les modèles correspondant aux deux modes de défaillance ciblés dans cette étude sont présentés dans ce qui suit. Les travaux réalisés en vue de leurs exploitations dans la prédiction de la durée de

vie et de la fiabilité des modules de puissance, puis dans l'optimisation de leur conception, sont aussi abordés.

3.4.1. Endommagement par fatigue des joints de brasures

Si nous nous référons à BATHIAS [Bathias 97], la fatigue ou l'endommagement par fatigue des matériaux peut être défini comme la modification progressive de leurs propriétés consécutive à l'application de sollicitations cycliques. La répétition de ces sollicitations peut à terme conduire à la rupture des pièces constituées de ce matériau.

Les premiers modèles employés pour la modélisation et la prédiction de la fatigue remontent à WÖHLER [Wöhler 58], qui s'intéressa dans les années 1850 à la prédiction de la rupture par fatigue des axes de roues de trains [Timoshenko 53]. Il proposa alors une relation entre le nombre moyen de cycles à la rupture N_f et l'amplitude maximale de contrainte cyclique $\Delta\sigma$, qui se met sous la forme :

$$\ln(N_f) = a - b \cdot \Delta\sigma \quad (3-45)$$

où a et b sont deux constantes déterminées expérimentalement.

De nombreux auteurs se sont par la suite intéressés à cette problématique, en proposant des améliorations du modèle de Wöhler. Parmi ceux-ci, nous avons BASQUIN qui proposa en 1910 d'utiliser la relation $N_f \cdot (\Delta\sigma)^b = a$, ou encore STROMEYER qui introduisit en 1914 un seuil d'amplitude de contrainte non dommageable $\Delta\sigma_D$ pour arriver à la relation $N_f \cdot (\Delta\sigma - \Delta\sigma_D)^b = a$.

Le lecteur pourra trouver plus de développement sur les lois de fatigue dans l'ouvrage de Claude BATHIAS [Bathias 97]. Nous retiendrons cependant que ces premiers modèles de fatigue sont tous basés sur les contraintes comme facteur endommageant, et qu'ils donnent d'assez bons résultats lorsqu'ils sont appliqués à des structures sollicitées dans leur domaine élastique. Ils sont recommandés lorsque l'on est en présence de vibrations ou de petites amplitudes de contraintes. L'endommagement intervient alors en général après d'importants nombres de cycles (supérieurs à 10^5 cycles).

Ces modèles ne sont pas convenables pour la modélisation de l'endommagement par fatigue des brasures. En effet celles-ci sont sujettes à d'importantes déformations plastiques et viscoplastiques dans les assemblages. Des approches plus adaptées à ce type de matériaux ont été beaucoup plus récemment proposées et utilisées avec succès, elles sont présentées ci-après.

3.4.1.1. Approche de la fatigue des joints de brasures

Dans le cas particulier des brasures, de nombreuses approches sont utilisables. Ce sont des approches basées sur la déformation, les énergies de déformations ou encore l'endommagement [Lee 00].

3.4.1.1.1 Approches par la déformation

Les approches par la déformation ont été introduites pour pallier les difficultés liées au pilotage en contraintes de structures. Parmi les modèles employés pour la modélisation de la fatigue des brasures, la loi de Coffin-Manson [Coffin 54, Manson 65] est probablement la plus connue. Elle exprime le nombre de cycle à 50% de défaillance par la relation :

$$\frac{\Delta\varepsilon^p}{2} = \varepsilon'_f (2N_f)^c \quad \text{ou} \quad N_f = \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta\varepsilon^p}{2 \cdot \varepsilon'_f} \right)^{\frac{1}{c}} \quad (3-46)$$

où c et ε'_f sont respectivement l'exposant et le coefficient de ductilité de fatigue, et $\Delta\varepsilon^p$ la déformation plastique cumulée au cours du cycle stabilisé.

Cette loi a été initialement formulée à partir d'essais isothermes de traction-compression conduits sur des éprouvettes d'acier inoxydable. Ce cas de figure est éloigné de celui d'un joint brasé soumis à des cycles thermiques pour lesquels la température homologue est supérieure à 0,5. Elle doit par conséquent être utilisée avec précaution.

Elle est parfois combinée à la relation de Basquin pour associer les dommages dus aux déformations dans le domaine élastique, à ceux dus aux déformations plastiques. On obtient alors la relation :

$$\frac{\Delta\varepsilon^e}{2} + \frac{\Delta\varepsilon^p}{2} = \frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + \varepsilon'_f (2N_f)^c \quad (3-47)$$

où $\Delta\varepsilon^e$ et $\Delta\varepsilon$ sont les déformations élastiques et totale cumulées au cours du cycle stabilisé, σ'_f le coefficient de résistance à la fatigue, E le module d'élasticité du matériau et b le coefficient de Basquin.

Une autre variante du modèle de Coffin-Manson a été spécialement formulée et proposée par ENGELMAIER, pour la modélisation de la fatigue des joints brasés sollicités en cisaillement dans les assemblages d'électronique de puissance. Elle exprime le nombre moyen de cycles avant défaillance en fonction du niveau et de la fréquence de variation de la température par la relation :

$$N_f = \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta\gamma}{2 \cdot \gamma'_f} \right)^{\frac{1}{c}} \quad (3-48)$$

où $\Delta\gamma$ et γ'_f sont respectivement l'amplitude de déformation totale de cisaillement et le coefficient de ductilité de fatigue en cisaillement. L'exposant de ductilité de fatigue est défini par $c = -0,442 - 6 \cdot 10^{-4} T_{moy} (\text{°C}) + 1,76 \cdot 10^{-2} \ln(1 + f)$ où T_{moy} est la température moyenne de sollicitation en °C et f la fréquence de cyclage en *cycles / jour* [Engelmaier 96].

Dans une approche différente, certains auteurs comme SYED [Syed 04] ou encore KNECHT et FOX [Knecht 91] ont proposé d'utiliser le modèle de Coffin-Manson en travaillant avec la déformation cumulée de fluage en remplacement de la déformation plastique pour les brasures. Ils expriment le nombre moyen de cycles avant défaillance par la relation :

$$N_f = \frac{C}{\Delta\gamma^{vp}} \quad (3-49)$$

où $\Delta\gamma^{vp}$ est la déformation de fluage en cisaillement accumulée par cycle et C un paramètre du matériau.

Dans une démarche similaire, HONG a utilisé avec succès la déformation inélastique équivalente en associant les déformations plastiques instantanées et viscoplastiques [Hong 97].

3.4.1.1.2 Approches par l'énergie de déformation

Les approches par énergie évaluent le nombre de cycles avant défaillance au moyen de l'énergie formée dans l'hystérésis de la courbe contrainte/déformation. Prenant en compte la déformation ainsi que la contrainte appliquée, les énergies dissipées sont de bons indicateurs de l'endommagement des brasures. Il a été démontré qu'elles sont beaucoup plus précises que celles basées sur la déformation [Dasgupta 92, Bevan 97].

Il existe plusieurs modèles utilisant l'énergie comme indicateur de fatigue. Ces modèles reflètent les approches par la déformation, où une relation est établie entre l'énergie dissipée lors du cycle stabilisé et le nombre moyen de cycles avant défaillance. Le plus simple de ces modèles est celui proposé par AKAY *et al.* [Akay 97] qui se présente sous la forme :

$$N_f = K_1 \cdot \Delta W^{K_2} \quad (3-50)$$

où ΔW représente l'énergie totale de déformation dissipée par cycle, et K_1 et K_2 deux coefficients caractéristiques du matériau (avec K_1 positif et K_2 négatif).

Dans une approche similaire, MORROW [Morrow 64] proposait déjà en 1964 de tenir compte de la géométrie de la structure étudiée, en employant la densité d'énergie de déformation plastique ΔW_{moy}^p comme indicateur de fatigue. Il exprimait alors le nombre moyen de cycles N_0 avant initiation de fissure par la relation :

$$N_0 = K_1 \cdot \Delta W_{moy}^p{}^{K_2} \quad (3-51)$$

où ΔW_{moy}^p est calculée à partir du modèle éléments finis de la structure par la relation :

$$\Delta W_{moy}^p = \frac{\sum \Delta W_e^p \cdot V_e}{\sum V_e} \quad (3-52)$$

avec ΔW_e^p l'énergie de déformation plastique dissipée dans l'élément e de volume V_e .

Ce modèle initialement destiné aux métaux soumis à des déformations plastiques a été étendu au contexte spécifique de la modélisation de la fatigue des brasures par HEINRICH [Liang 97, Heinrich 00] qui propose alors l'utilisation de la densité d'énergie de déformation inélastique ΔW_{moy}^{in} , prenant en compte les déformations plastique instantanée et viscoplastique. Le nombre moyen de cycles avant initiation de fissure N_0 s'exprime alors par la relation :

$$N_0 = K_1 \cdot \Delta W_{moy}^{in}{}^{K_2} \quad (3-53)$$

où ΔW_{moy}^{in} est calculée à partir du modèle éléments finis de la structure par la relation :

$$\Delta W_{moy}^{in} = \frac{\sum \Delta W_e^{in} \cdot V_e}{\sum V_e} \quad (3-54)$$

avec ΔW_e^{in} l'énergie de déformation inélastique dissipée dans l'élément e de volume V_e .

Les modèles proposés par MORROW et HEINRICH ne se limitent qu'à la prédiction de la durée de vie avant initiation de fissure et non à la rupture complète de la structure analysée. Celle-ci nécessiterait la modélisation de la propagation de fissure jusqu'à des tailles critiques définies selon le contexte.

En se basant sur la mécanique de la rupture, et notamment sur les travaux de PARIS *et al.* sur la propagation des fissures [Paris 63], DARVEAUX propose une formulation permettant la modélisation de l'amorce et de la propagation de fissures dans les brasures par la relation [Darveaux 00] :

$$\begin{cases} N_0 = K_1 \Delta W_{moy}^{in}{}^{K_2} \\ \frac{da}{dN} = K_3 \Delta W_{moy}^{in}{}^{K_4} \end{cases} \quad (3-55)$$

où a et N sont respectivement les variables longueur de fissure et nombre de cycles.

Le nombre moyen de cycle avant défaillance s'obtient alors par la relation :

$$N_f = N_0 + \frac{A}{da/dN} = K_1 \Delta W_{moy}^{in}{}^{K_2} + \frac{A}{K_3 \Delta W_{moy}^{in}{}^{K_4}} \quad (3-56)$$

où A est la taille critique de fissure conduisant à la défaillance. Ce modèle comporte 4 paramètres K_1 , K_2 , K_3 et K_4 , qui doivent être identifiés pour chaque brasure et pour une configuration d'assemblage donnée.

Pour des brasures fortement impliquées dans l'évacuation des calories, la définition de la taille critique de fissure doit tenir compte de l'incidence de leur dégradation sur le comportement thermique des assemblages. En effet, la température des composants en fonctionnement est

directement impactées par la l'endommagement des brasures (puce/substrat et substrat/semelle) [Khatir 04]. La taille critique de fissure A peut être nulle, ce qui ramène finalement le modèle de Darveaux à celui de Heinrich.

Le travail d'identification des paramètres du modèle de Darveaux n'est pas toujours possible en raison des importants moyens nécessaires à ce type d'étude (essais de cyclage sur prototypes avec détection d'amorce de fissure et suivi de propagation de fissure). Par souci de simplification, ZHANG *et al.* [Zhang 03] propose d'évaluer la défaillance avec l'hypothèse de l'existence d'un ratio entre l'initiation de la fissure et sa vitesse d'avancement. On obtient alors :

$$N_f = N_0 + \frac{A}{da/dN} = (K_0 + 1) \frac{A}{da/dN} = (K_0 + 1) \frac{A}{K_3 \Delta W_{\text{moy}}^{in K_4}} = \frac{A}{K_3' \Delta W_{\text{moy}}^{in K_4}} \quad (3-57)$$

avec K_3' et K_4 comme seuls paramètres à identifier par régression avec de durées de vie mesurées sur des connexions sollicitées jusqu'à la casse.

3.4.1.1.3 Approches par l'endommagement

Les approches de modélisation de fatigue par l'endommagement furent introduites par RABOTNOV [Rabotnov 69] et étendues par KACHANOV [Kachanov 84, Kachanov 86]. Ces auteurs proposaient alors la dégradation artificielle du module d'élasticité des matériaux pour la modélisation de la rupture des métaux en fluage. Ces notions furent par la suite reprises et généralisées par CHABOCHE au tenseur complet de rigidité du matériau [Lemaitre 85].

Dans le contexte de la fatigue des brasures, cette approche a été appliquée par BASARAN [Basaran 98, Basaran 04] qui modélise leur endommagement par la perte progressive de leur rigidité. L'endommagement est caractérisé par la variable D défini par :

$$D = 1 - \frac{E_t}{E_0} \quad (3-58)$$

avec E_0 le module d'élasticité à l'état initial, E_t le module d'élasticité au temps t en n'importe quel point de la brasure. L'endommagement D est ainsi directement incorporé à la loi de comportement de la brasure par le biais du module d'élasticité, il vaut 0 dans l'état initial et 1 dans l'état endommagé. Dans ses publications, BASARAN détermine l'évolution de la variable d'endommagement par mesure progressive du module d'élasticité, par nano-indentation. Il ne formule pas cependant de loi de dégradation explicite qui puisse être implémentée dans un code élément fini afin d'évaluer la fiabilité des brasures. Dans une démarche similaire, STOLKARTS a employé un modèle d'évolution non-linéaire de l'endommagement D [Stolkarts 98].

D'une manière générale, l'emploi de modèles de fatigue basés sur l'endommagement dans les modèles Éléments Finis pour la prédiction de la durée de vie des brasures nécessite la simulation de la totalité de la durée de vie du système étudié. Cette approche entraîne des temps de calculs difficilement admissibles en Bureau d'Études, mais ces difficultés peuvent être contournées avec des méthodes de simulation comme la Méthode Cyclique Directe. Il s'agit d'une méthode consistant à rechercher directement la solution asymptotique d'une structure anélastique soumise à un chargement thermomécanique périodique, sans suivre tout l'historique du chargement [Pommier 03, Du 06]. Elle est fondée sur les techniques de grand incrément de temps [Ladevèze 89], avec prise en compte de la périodicité de l'état asymptotique [Nguyen 00] via des transformations de Fourier. Actuellement implémentée et disponible dans Abaqus à partir de la version 6.7, cette méthode donne la possibilité de visualiser l'initiation et la propagation de l'endommagement des brasures (à travers la suppression des éléments de brasure dont la variable D atteint un 1 par exemple). Elle permet ainsi une simulation réaliste de la défaillance des modules, et une analyse plus fine de leur conception avec la mise en évidence des interactions entre leur délaminage et leurs performances telles que leur résistance thermique [Khatir 04].

3.4.1.1.4 Assemblage soumis à des profils de sollicitation multiples

3.4.1.1.4.1 Facteurs d'accélération

Au cours des démarches de validation de produits, il est d'usage de soumettre ces derniers à des essais accélérés. À l'issue de ces essais, il peut être nécessaire de réajuster les estimations de durée de vie et de fiabilité en utilisation réelle, à partir des durées de vie expérimentales. Le passage entre ces deux conditions de sollicitation est réalisé au moyen de Facteurs d'Accélération (AF pour "Acceleration Factor") calculés pour chaque mode de défaillance.

Ce calcul est généralement effectué à partir des lois de durées de vie relatives aux différents modes de défaillance, en faisant le rapport de la durée de vie évaluée dans les conditions d'utilisation normale, à celle évaluée dans les conditions de l'essai accéléré.

Dans le cas simple d'un phénomène accéléré par le niveau de température, la loi d'Arrhenius permet par exemple de calculer le facteur d'accélération suivant la relation :

$$AF = e^{\left(\frac{E_a}{k} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)\right)} \quad (3-59)$$

avec E_a l'énergie d'activation du mécanisme de défaillance, k la constante de Boltzman, T_1 et T_2 respectivement les températures d'utilisation et d'essai accéléré.

En considérant un phénomène de défaillance obéissant à une loi de fatigue de type Coffin-Manson, le Facteur d'Accélération peut être approximé par :

$$AF = \left(\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}\right)^2 \left(\frac{F_1}{F_2}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot e^{1414 \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)} \quad (3-60)$$

où ΔT_1 et ΔT_2 sont les amplitudes des variations thermiques d'utilisation et d'essai accéléré, F_1 et F_2 sont les fréquences d'utilisation et d'essai accéléré.

Il est aussi possible d'évaluer le Facteur d'Accélération en s'appuyant sur la simulation numérique avec des modèles numériques contenant les lois de fatigue des organes étudiés. Le rapport des durées de vie obtenues dans les deux conditions d'utilisation permet alors de calculer le Facteur d'Accélération [Zéanh 08]. Cette deuxième approche est beaucoup plus précise car elle permet la prise en compte des éventuelles interactions entre les facteurs gouvernant la défaillance, notamment les paramètres géométriques. Elle permet par ailleurs la prise en compte de sollicitations combinées, mais requière des temps de calcul parfois rédhibitoires.

3.4.1.1.4.2 Cumul de profils

Lorsque de multiples sollicitations interviennent de manière combinée, des règles de cumul de dommage peuvent permettre d'estimer le nombre équivalent de cycles avant défaillance N_f . FATEMI et YANG [Fatemi 98] présentent une revue synthétique et complète des lois de cumul du dommage qui ont été développées depuis la célèbre règle de cumul linéaire proposée par PALMGREN en 1924 [Palmgren 24] et popularisée par MINER en 1945 [Miner 45]. Les auteurs concluent qu'il n'existe pas encore de loi de cumul satisfaisante universellement acceptée. Par conséquent, la simple loi de cumul linéaire de Miner-Palmgren maintient sa popularité et est encore largement utilisée en raison de sa simplicité.

Connaissant le nombre de cycles N_f^i avant défaillance sous chaque sollicitation cyclique i prise individuellement, le nombre moyen de cycle avant défaillance pour la combinaison des sollicitations est donné par la relation :

$$N_f = \left(\sum_i \frac{1}{N_f^i} \right)^{-1} \quad (3-61)$$

3.4.1.2. Conception et réalisation des véhicules de tests

À l'issue du comparatif des différentes approches de modélisation du comportement en fatigue des brasures, nos choix se sont portés sur les modèles basés sur la densité d'énergie de déformation inélastique de Heinrich et de Darveaux. Le premier sera employé pour les brasures de faibles tailles (de l'ordre du millimètre) comme les brasures d'inserts ou de grilles dans les assemblages obtenus par brasages directs, le second sera employé pour les brasures de grandes surfaces telles que la brasure face arrière puce ou substrats/semelles. Il est à noter qu'avec les deux modèles de fatigue retenus et plus généralement pour les modèles basés sur l'énergie de déformation, que le nombre de cycles de sollicitation avant initiation de fissure ou avant défaillance, est une fonction décroissante de la densité d'énergie de déformation inélastique dissipée par la brasure considérée. En effet, dans les relations données au paragraphe 3.4.1.1.2, les coefficients K_i sont positifs à l'exception de K_2 qui est négatif.

3.4.1.2.1 Conception des véhicules de test

Pour l'identification de ces lois de fatigue, différents types de véhicule de test ont été conçus. Le choix des configurations et du nombre de véhicules a été effectué de telle sorte que l'on dispose d'un nombre suffisant de point pour la régression des lois fatigue, mais aussi de sorte que nous puissions faire un comparatif des briques technologiques impliquées dans les solutions d'assemblages proposées, à l'issue des essais de cyclage qui seront menés.

Pour la réalisation de ces véhicules de tests, les pièces (semelles, substrats métallisés, puces, brasures sous forme de crèmes ou de préformes) ont été commandées auprès des fournisseurs pressentis pour les modules finaux. Les outillages nécessaires à la mise et au maintien en position des pièces durant le brasage (Figure 3-26-b) ont été conçus et usinés. L'annexe E présente quelques plans réalisés à cet effet, ainsi que quelques plans de pièces constitutives de véhicules de tests.

3.4.1.2.2 Réalisation des véhicules de test

Les assemblages ont été brasés en salle blanche (Alstom - PEARL), dans des fours à chauffage par conduction (four ATV) pour les brasures de type préforme et à chauffage par convection (four à passage Z500) pour les crèmes à braser. Les différentes étapes de brasage ont nécessité l'élaboration de profils de température, de vide, de gaz de désoxydation (hydrogène) et inerte (azote), selon les brasures et le four utilisés. Ces profils ont été en partie établis en s'appuyant sur l'expérience du laboratoire PEARL. Les surfaces à braser ont été activées par flash plasma dans une enceinte "Plasma 1000P – Glen" (Figure 3-26-a) afin d'optimiser leur mouillabilité.

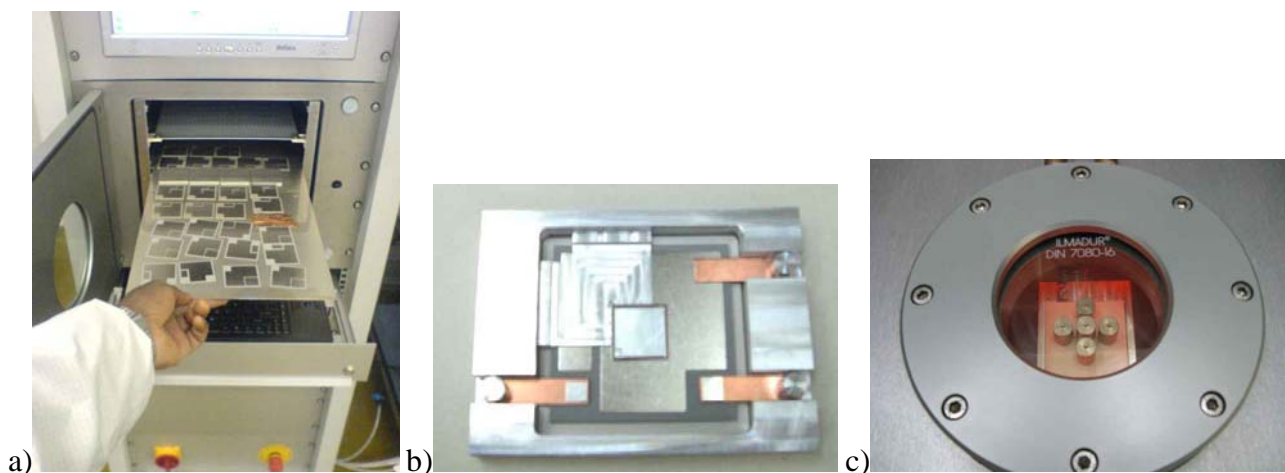


Figure 3-26 : Etapes de réalisation : passage des pièces dans l'enceinte de flash plasma (a) positionnement des pièces dans l'outillage de brasage (b) et brasage d'un module véhicule de test dans le four ATV (c).

3.4.1.2.3 Présentation des véhicules de test

Trois types de véhicules de tests ont été réalisés. Ils sont présentés ci-après avec les configurations de matériaux et de briques technologiques envisagés.

3.4.1.2.3.1 Véhicules de test de type "substrat sur semelle"

Le premier type de véhicules de test consiste en des substrats brasés sur semelles en AlSiC. Ils sont destinés à l'identification des lois de fatigue des brasures SnAg et SnAgCu, ainsi qu'à leur comparaison en terme de résistance en fatigue dans les applications visées. Pour chaque brasure, les quatre configurations possibles de substrats métallisés (substrat AlN/Si₃N₄ avec métallisation en cuivre/aluminium) ont été utilisées. Les différentes configurations sont résumées dans le Tableau 3-10, avec leurs désignations.

Identifiant	Substrat métallisé	Brasure	Semelle
SS1	Al-AlN-Al	SnAg	AlSiC
SS2	Al-Si ₃ N ₄ -Al	SnAg	AlSiC
SS3	Cu-AlN-Cu	SnAg	AlSiC
SS4	Cu-Si ₃ N ₄ -Cu	SnAg	AlSiC
SS5	Al-AlN-Al	SnAgCu	AlSiC
SS6	Al-Si ₃ N ₄ -Al	SnAgCu	AlSiC
SS7	Cu-AlN-Cu	SnAgCu	AlSiC
SS8	Cu-Si ₃ N ₄ -Cu	SnAgCu	AlSiC

Tableau 3-10 : Configurations de Véhicules de test de types "substrat sur semelle".

Après brasage, la qualité des brasures a été inspectée au moyen de microscopie rayons X. La Figure 3-27 montre le véhicule de test "SS7" ainsi que la microscopie de sa brasure.

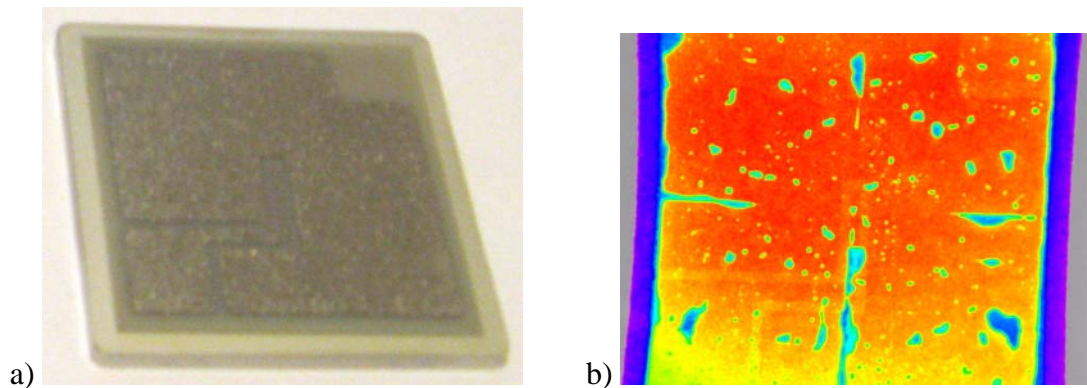


Figure 3-27 : Vue (a) et microscopie rayon X (b) du véhicule de test "SS7" après brasage.

Le niveau moyen de lacunes dans les brasures reste inférieur à 10%, pour l'ensemble des véhicules de test.

3.4.1.2.3.2 Véhicules de test de type "puce sur substrat"

La seconde catégorie de véhicules de test consiste en des puces IGBT brasées sur substrats métallisés. Elle est destinée au comparatif des brasures PbSnAg, AuSn et SnAgCu sélectionnées précisément pour le brasage des faces inférieures des puces électroniques sur les métallisations des substrats. Ces véhicules de test seront aussi mis à profit pour l'identification des lois de fatigue des brasures PbSnAg et AuSn. Les configurations d'assemblages réalisés sont présentées dans le Tableau 3-11 ci-dessous.

Identifiant	Substrat métallisé	Brasure	Puce IGBT
PS1	Cu-Si ₃ N ₄ -Cu	PbSnAg	ABB
PS2	Cu-AlN-Cu	PbSnAg	ABB
PS3	Al-AlN-Al	PbSnAg	ABB
PS4	Cu-Si ₃ N ₄ -Cu	AuSn	ABB
PS5	Cu-AlN-Cu	AuSn	ABB
PS6	Al-AlN-Al	AuSn	ABB
PS7	Cu-Si ₃ N ₄ -Cu	SnAgCu	ABB

Tableau 3-11 : Configurations de Véhicules de test de types "puce sur substrat".

Les véhicules de tests avec substrats métallisés Cu-Si₃N₄-Cu serviront au comparatif des trois brasures, les configurations avec substrats métallisés en AlN-Cu et AlN-Al fourniront des points supplémentaires pour l'identification des lois de fatigue des brasures PbSnAg et AuSn. La Figure 3-28 ci-dessous montre le véhicule de test PS4 avec l'image rayons X de sa brasure.

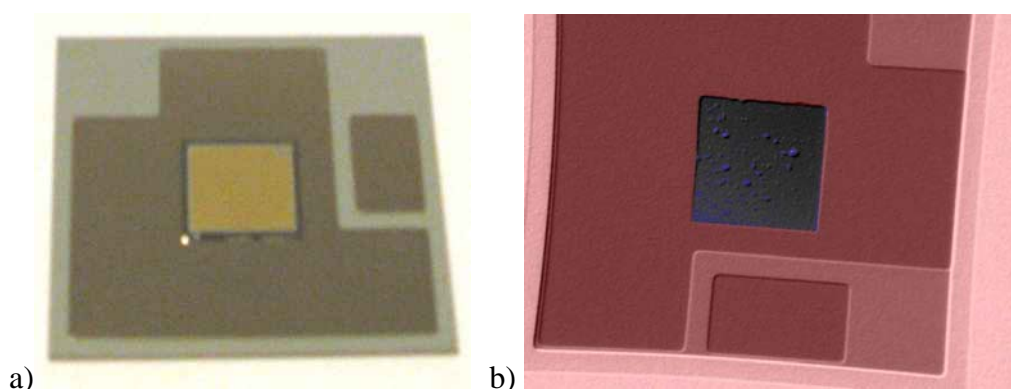


Figure 3-28 : Vue (a) et microscopie rayon X du véhicule de test PS4 après brasage (b).

Sur l'ensemble des véhicules de test réalisés, le niveau moyen de lacunes dans les brasures a été évalué à moins de 5%. Ce qui est largement en dessous du seuil recommandé pour les assimiler à des blocs homogènes lors de leur modélisation par ÉF.

3.4.1.2.3.3 Véhicules de test de type "modules élémentaires"

Quant à la troisième catégorie de véhicules de tests, elle comprend des modules élémentaires représentatifs des deux solutions d'assemblage proposées, c'est-à-dire avec connexions par brasages d'inserts ou par brasages directs. Ces modules sont destinés à l'évaluation des deux approches de connexions, en termes de performances thermiques et thermomécaniques. Ils permettront aussi la détermination des lois de fatigue de type Heinrich pour les brasures d'insert et de grilles dans les assemblages avec brasages directs.

Les différents assemblages réalisés sont présentés dans le Tableau 3-12, ils comportent chacun une puce IGBT de calibre 1200 V – 150 A de type Infineon ou ABB, celles présentées au chapitre I à la Figure 1-19.

Identifiant	Semelle/Brasure semelle	Substrat métallisé	Puce IGBT/ Connexion	Brasure puce (inférieure)	Brasures puce (supérieures)
ME1	-	Cu-AlN-Cu	Infineon/Insert	PbSnAg	SnAg
ME2	-	Cu-AlN-Cu	Infineon/Insert	PbSnAg	SnAgCu
ME3	-	Al-Si ₃ N ₄ -Al	Infineon/Insert	PbSnAg	SnAg
ME4	AlSiC/SnAgCu	Al-AlN-Al	ABB/Directe	AuSn	SnAgCu
ME5	AlSiC/SnAgCu	Cu-Si ₃ N ₄ -Cu	ABB/Directe	AuSn	SnAgCu
ME6	AlSiC/SnAgCu	Cu-Si ₃ N ₄ -Cu	ABB/Directe	SnAgCu	SnAgCu
ME7	-	Cu-Si ₃ N ₄ -Cu	ABB/Directe	SnAgCu	SnAgCu

Tableau 3-12 : Configurations de véhicules de test de types "module élémentaire"

Comme indiqué dans ce tableau, deux types d'assemblages ont été réalisés, des assemblages avec et sans semelle. La Figure 3-29 illustre les deux types d'assemblages réalisés. Les images rayons X de la Figure 3-30 montrent les brasures des véhicules de tests ME6 (a) et ME7 (b), juste après le brasage.

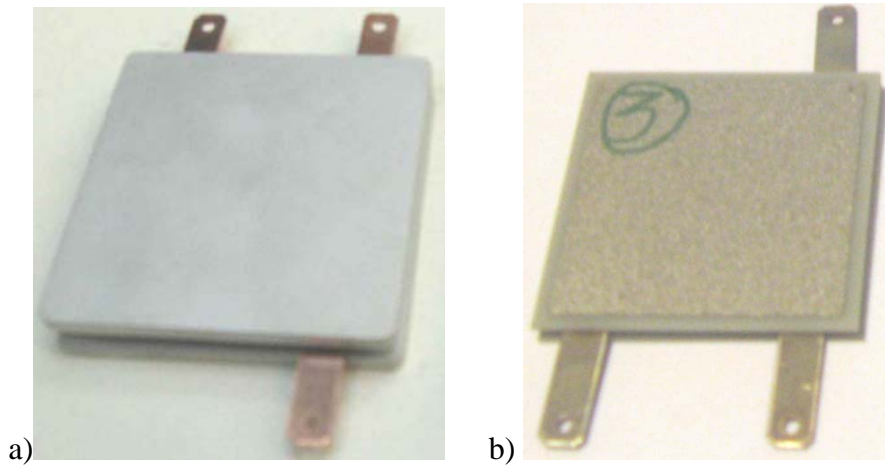


Figure 3-29 : Vue du véhicule de test ME2 (a), et ME1 (b).

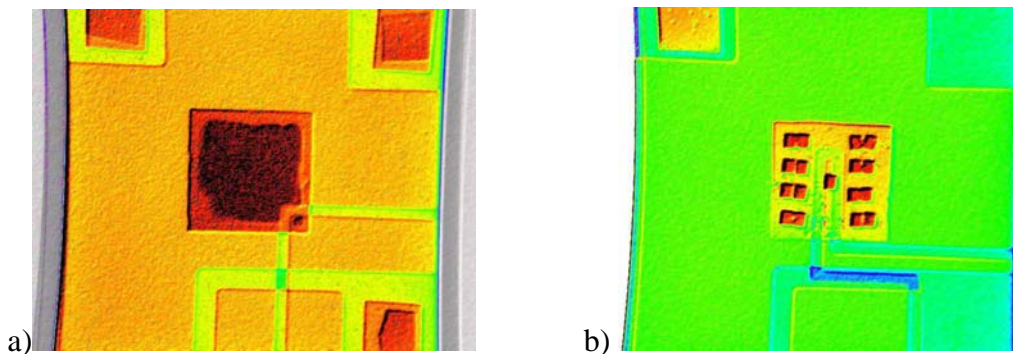


Figure 3-30 : microscopie Rayon X des véhicules de test ME7 (a) et ME5 (b) après brasage.

Le niveau moyen de lacunes dans les brasures de connexion (collecteur, grille et émetteur) reste en dessous de 5% sur l'ensemble des véhicules de test réalisés. Quant aux brasures semelles pour les assemblages qui en sont pourvus, leur pourcentage de lacunes reste comparable à ceux des véhicules de test de type "substrat/semelle" présentés ci-dessus, c'est-à-dire moins de 10%.

3.4.1.3. Essais de cyclage et exploitation

Les véhicules de test présentés dans le paragraphe précédent ont été réalisés en deux séries. L'une de ces séries a été soumise à des essais de cyclages thermiques passifs, de température variant de -55 à +125°C à des vitesses de 10°C/min, et des temps de cycle de 240 minutes.

Au moment de la rédaction de ce mémoire, seulement 300 cycles thermiques avaient pu être réalisés, avec des inspections par analyses acoustiques réalisées à 0, 50, 100 et 300 cycles. Les images acoustiques obtenues ont montrés que les brasures dans leur ensemble ont gardé leur intégrité, sans initiation de fissure jusqu'à 100 cycles. Seules des ruptures de substrats céramiques ont été observées à l'issue des 100 cycles, dans les véhicules de tests ME1 et ME2, c'est-à-dire au niveau des substrats métallisés AlN-Cu. Au voisinage de 300 cycles, des initiations d'endommagement ont été observées dans les bords des brasures dans certaines configurations de véhicules de test de type "substrat sur semelle" (Figure 3-31). L'analyse des résultats sera menée au terme des essais de cyclage, afin de conclure sur les différentes configurations, les confronter aux résultats de simulation numérique et identifier les paramètres des lois de fatigue des brasures.

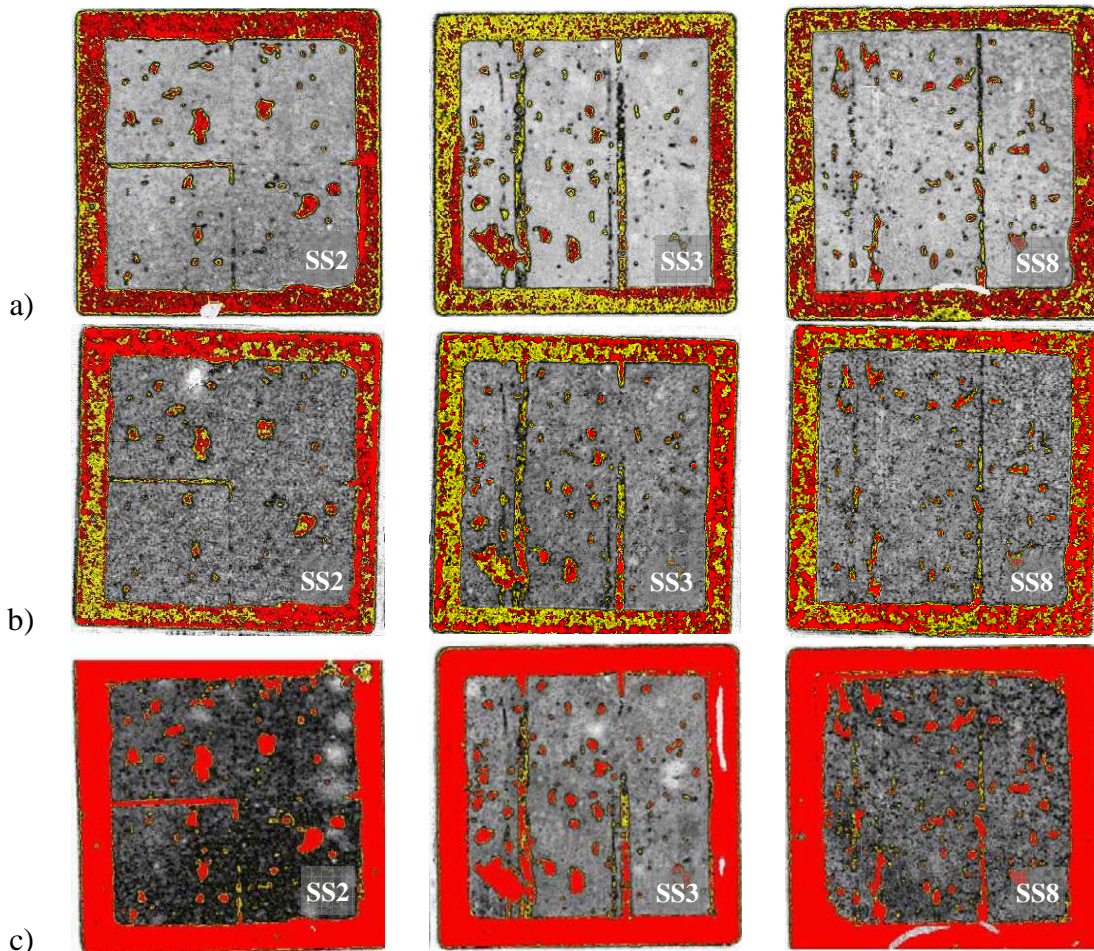


Figure 3-31 : Comparaison des brasures semelles à 0 (a), 50 (b) et 300 cycles passifs (c).

Les véhicules de test de la deuxième série sont prévus pour être cyclés thermiquement au laboratoire IMS. Les impédances thermiques des véhicules de type "modules élémentaires" feront l'objet de suivi au cours du cyclage accéléré. Pour la mesure de ces impédances, les températures de fonctionnement des puces sont mesurées via la courbe de la tension collecteur-émetteur en fonction de la température. La température des faces externes du module est maintenue à une valeur fixe par refroidissement.

Ce travail permettra d'une part de comparer les performances thermiques réelles des deux technologies de connexions proposées, et d'autre part de déterminer avec précision les instants d'initiation de fissure dans les brasures de connexion avec leurs vitesses de propagation jusqu'à défaillance. Les paramètres des lois de fatigue de ces dernières pourront ainsi être déterminés avec leurs lois de distribution statistique. La stratégie de détermination de ces paramètres est illustrée à la Figure 3-32. Elle est basée sur la régression non-linéaire des paramètres K_f , sur les points

constitués par les nombres de cycles accélérés en fonction des densités d'énergies de déformations inélastiques par cycle obtenues par simulation, pour les différentes configurations.

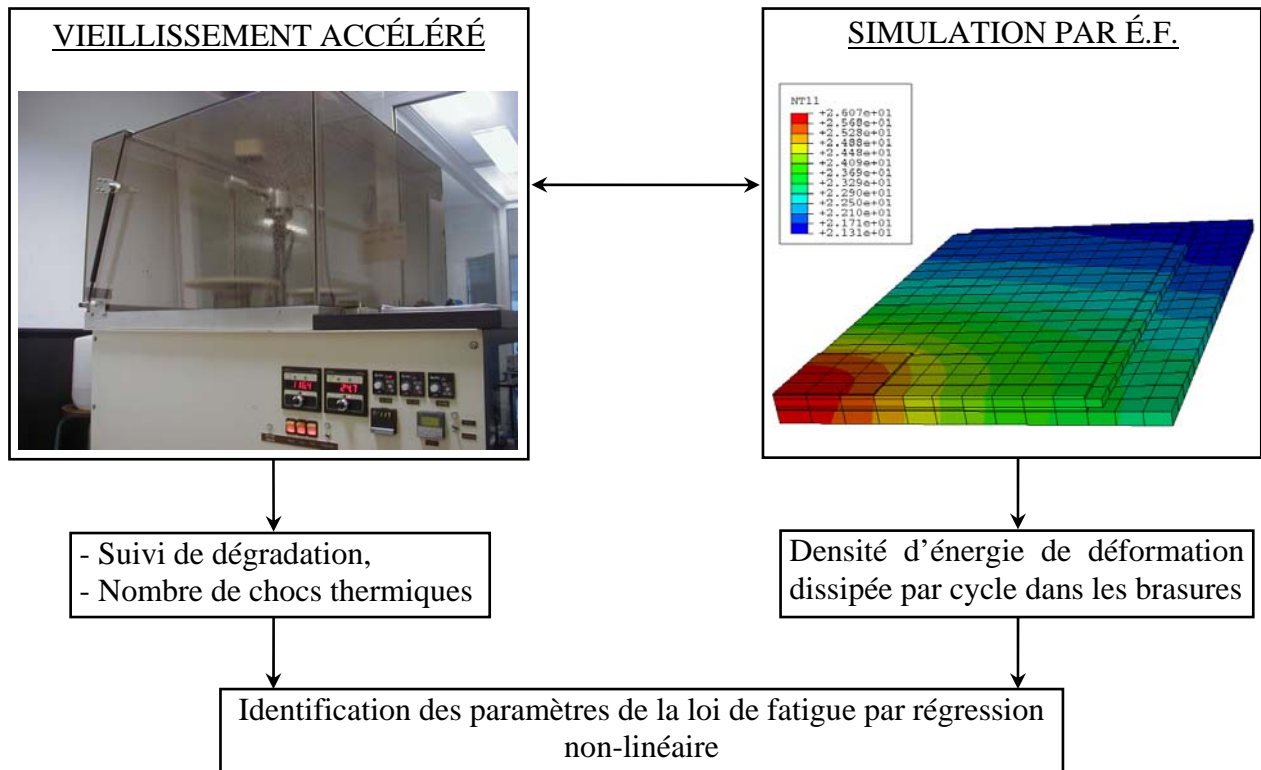


Figure 3-32 : Procédure d'identification de la loi de fatigue des brasures.

Pour le maintien de températures fixes sur les faces externes des modules élémentaires, un dispositif spécial de refroidissement double faces à été conçu (Figure 3-33). Il est constitué de deux boîtes à eau, permettant de créer chacune une lame d'eau sur la surface en contact. Chaque face du module est plaquée sur la boîte correspondante par un système de bridage à vis, des joints toriques assurant l'étanchéité du contact boîte/module. Le lancement de la procédure d'identification est en attente de l'usinage des pièces de ce dispositif.

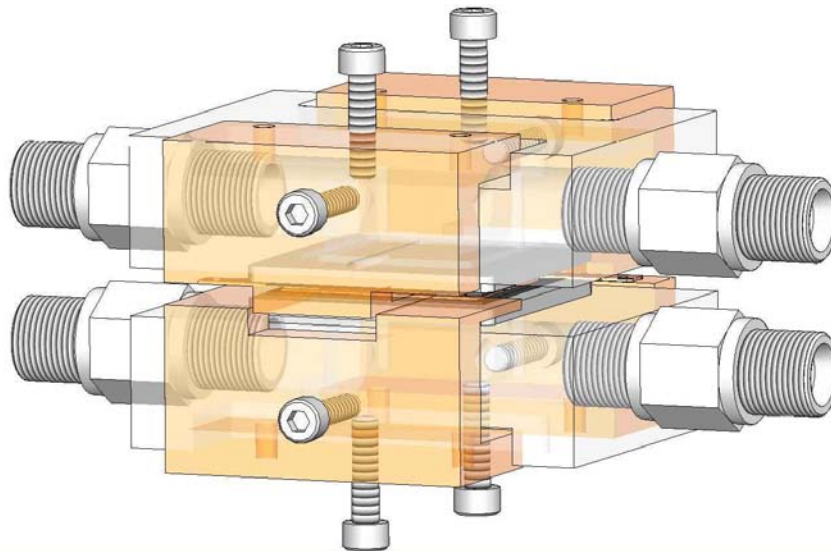


Figure 3-33 : Vue du dispositif de refroidissement double face conçu pour le suivi de l'impédance thermique.

Ce dispositif a été conçu de telle sorte qu'il puisse s'adapter aux différents prototypes d'assemblages définis dans le dernier chapitre. Il servira ainsi à leur caractérisation thermique.

Dans l'attente de l'identification à partir des véhicules de test réalisés, les paramètres de durée de vie des brasures les plus vulnérables que sont les brasures semelles et connectiques ont été obtenus à partir de recherches bibliographiques. Les paramètres utilisés sont présentés dans le Tableau 3-13 ci-dessous. Ce sont ces paramètres qui seront employés dans la suite de ces travaux pour la comparaison des différentes configurations et les évaluations de fiabilité.

Paramètres	Brasures	
	Sn _{96,5} Ag _{3,5}	Sn _{95,5} Ag _{3,8} Cu _{0,7}
K ₁ (Cycle/Pa)	10,3e14	3,18e8
K ₂ (-)	-1,96	-0,9832

Tableau 3-13 : Paramètres de lois de fatigue des brasures Sn_{96,5}Ag_{3,5}¹ et Sn_{95,5}Ag_{3,8}Cu_{0,7}².

3.4.2. Rupture des substrats céramiques

3.4.2.1. Approche théorique de la rupture des substrats céramiques

Aux températures auxquelles elles sont utilisées dans les modules IGBT (de -63 à +200°C), les céramiques ont un comportement élastique linéaire fragile. Leurs résistances à la rupture varient considérablement suivant la nature de la sollicitation. Elles présentent par ailleurs un caractère fortement aléatoire, lié au fait que leurs procédés d'élaboration induisent des défauts de nature, de taille, de forme, d'orientation et de localisation très diverses [Haussonne 05]. À titre d'exemple, l'AlN a une résistance variant entre 197 et 270 MPa en traction, d'environ 300 MPa en flexion, et supérieure à 2 GPa en compression [Ashby 05].

La prédiction fiable de la rupture des substrats sous des sollicitations complexes (comme c'est le cas dans les modules IGBT) nécessite alors la prise en compte de la nature du chargement, du volume de matériau sollicité, de la nature aléatoire de la rupture, etc.

Parmi les approches proposées, celle basée sur le concept du maillon faible est la plus utilisée [Denape 96].

3.4.2.1.1 Concept du maillon faible pour la modélisation de la rupture des céramiques

Dans cette approche, le matériau est assimilé à un ensemble d'éléments de volume dV , le gradient du champ de contraintes étant suffisamment faible pour que chaque élément de volume soit considéré sous un état de contrainte uniforme. On fait de plus les hypothèses que le matériau est isotrope statistiquement homogène (répartition uniforme de défauts), et que la rupture intervient de manière instantanée par la propagation du premier défaut activé.

L'activation des défauts est modélisée en utilisant la loi de Poisson, utilisée pour dénombrer l'occurrence d'événements ponctuels. La probabilité de trouver k défauts activés dans un volume V est alors donnée par :

$$P_k(V) = e^{-\lambda V} \frac{(\lambda V)^k}{k!} \quad (3-62)$$

où λ est la densité d'activation des défauts sous un chargement donné.

La probabilité de n'avoir aucun défaut activé (probabilité de survie) est alors donnée par la relation:

$$P_{k=0}(V) = e^{-\lambda V} \quad (3-63)$$

De nombreuses expressions ont été proposées pour modéliser la densité d'activation des défauts dans le matériau [Lamon 93, Stanley 73]. Parmi ces approches, la plus employée est celle basée sur

¹ Paramètres issus de [Zhang 05]

² Paramètres issus de [Dudek 07]

les observations expérimentales de Weibull [Dortmans 90]. Ce dernier modélise la densité d'activation de défauts λ dans une éprouvette en traction sous une contrainte normale σ donnée, par une loi puissance du type :

$$\lambda = \frac{1}{V_0} \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^\beta \quad (3-64)$$

où le paramètre β appelé module de Weibull traduit la dispersion de λ . V_0 et σ_0 sont deux constantes du matériau.

La probabilité $P_F(\sigma, V)$ de rupture d'un échantillon de volume V soumis à la contrainte normale σ , s'écrit alors:

$$P_F(\sigma, V) = 1 - e^{-\frac{V}{V_0} \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^\beta} \quad (3-65)$$

Cette relation tient compte du volume du matériau, et correspond à un chargement uniaxial homogène.

La prise en compte de la nature quelconque du champ de contrainte est réalisée avec l'introduction du volume effectif de matériau, défini comme le volume que devrait avoir une éprouvette de traction qui, soumise uniformément à la valeur maximale de la contrainte principale maximale σ_M dans le volume, aurait la même probabilité de rupture. Son expression est donnée par :

$$V_{eff}(\beta) = \int_V \left(\frac{(|\sigma_I| + \sigma_I)}{2 \cdot \sigma_M} \right)^\beta dV \quad (3-66)$$

avec σ_I la contrainte principale maximale dans le volume.

Pour une éprouvette de volume V dans un état quelconque de contrainte, la probabilité de rupture s'écrit alors :

$$P_F(\sigma_M) = 1 - e^{-\frac{V_{eff}}{V_0} \left(\frac{\sigma_M}{\sigma_0} \right)^\beta} \quad (3-67)$$

3.4.2.1.2 Exploitation du modèle

Dans son principe, la mise en œuvre de cette approche nécessite une caractérisation préalable du matériau dans une configuration d'essai (configuration n°1), pour ensuite utiliser les paramètres identifiés à la prédiction de son comportement dans la configuration d'utilisation (configuration n°2). Cette dernière configuration sera ici un Modèle Éléments Finis de l'assemblage dont on cherche à prédire le comportement en rupture des substrats métallisés.

En notant $V_{eff1}(\beta)$ et $V_{eff2}(\beta)$ les volumes effectifs du matériau respectivement dans la situation n°1 et n°2, la probabilité de rupture sous un état de contrainte de valeur principale maximale σ_{M1} dans la configuration n°1 s'écrit:

$$P_{F1}(\sigma_{M1}) = 1 - e^{-\frac{V_{eff1}(\beta)}{V_0} \left(\frac{\sigma_{M1}}{\sigma_0} \right)^\beta} \quad (3-68)$$

On a alors,

$$P_{F1}(\sigma_{M1}) = 1 - e^{-\left(\frac{\sigma_{M1}}{\eta} \right)^\beta} \quad \text{avec } \eta = \sigma_0 \left(\frac{V_{eff1}(\beta)}{V_0} \right)^\beta \quad (3-69)$$

Le terme η , est la résistance caractéristique du matériau durant l'essai (configuration n°1).

La probabilité de rupture du matériau sous un état de sollicitation dont la valeur maximale de la contrainte principale maximale vaut σ_{M2} dans la configuration n°2 s'écrit:

$$P_{F_2}(\sigma_{M_2}) = 1 - e^{-V_{eff_2}(\beta) \left(\frac{\sigma_{M_2}}{\sigma_0 V_0 / \beta} \right)^\beta} \quad (3-70)$$

En utilisant la relation (3-69), on obtient finalement:

$$P_{F_2}(\sigma_{M_2}) = 1 - e^{-\frac{V_{eff_2}(\beta) \left(\frac{\sigma_{M_2}}{\eta} \right)^\beta}{V_{eff_1}(\beta)}} \quad (3-71)$$

Cette relation permet aussi de déterminer les résistances caractéristiques et moyennes à la rupture dans la configuration n°2:

$$\sigma_{M_2}(63.2\%) = \eta \left(\frac{V_{eff_1}(\beta)}{V_{eff_2}(\beta)} \right)^{\frac{1}{\beta}} \quad \text{et} \quad \sigma_{M_2}(50\%) = \sigma_{M_2}(63.2\%) \cdot \Gamma \left(1 + \frac{1}{\beta} \right) \quad (3-72)$$

avec $\Gamma(x)$ la fonction Gamma d'Euler définie par $\Gamma(x) = \int_0^{+\infty} t^{x-1} e^{-t} dt$.

3.4.2.2. Caractérisation du matériau

L'utilisation des relations précédentes nécessite la connaissance de $V_{eff_1}(\beta)$ et des paramètres β et η dans une configuration d'essai. Pour la caractérisation et l'identification du comportement à la rupture des substrats AlN considérés, notre choix s'est porté sur des essais de flexion trois points réalisés à température ambiante.

35 éprouvettes dont la forme et les dimensions sont définies en essayant de se conformer le plus possible à la norme EN 60672-2, ont été testées. La Figure 3-34 présente le montage d'essai avec sa schématisation.

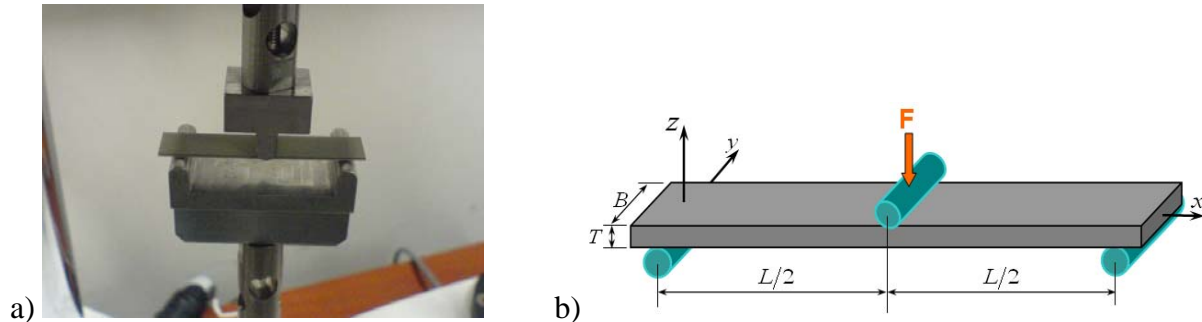


Figure 3-34 : Vue (a) et schématisation (b) du montage d'essai.

Les dimensions de l'éprouvette sont les suivantes : $L = 40 \text{ mm}$, $T = 0,635 \text{ mm}$ et $B = 10 \text{ mm}$

3.4.2.2.1 Calcul du volume effectif de l'éprouvette

Sous l'hypothèse d'élasticité linéaire, un calcul de Résistance des Matériau permet de déterminer l'expression analytique de la contrainte de traction dans l'éprouvette. Dans une section droite à l'abscisse x , et pour un point situé à la hauteur z de la ligne moyenne, la contrainte normale s'exprime par

$$\sigma_{xx}(x, y, z) = \frac{-Fx}{2I_y} z = \frac{-6Fx}{B \cdot T^3} z.$$

Elle atteint sa valeur maximale $\sigma_{\max} = \frac{3FL}{2B \cdot T^2}$, pour $x = \frac{L}{2}$ et $z = -\frac{T}{2}$.

Le volume effectif de l'éprouvette s'exprime alors d'après (3-66) par :

$$V_{eff_1} = \frac{L \cdot T \cdot B}{2(\beta + 1)^2} \quad (3-73)$$

3.4.2.2 Analyse des résultats d'essais

Les valeurs de σ_{\max} déterminées sur les 35 éprouvettes testées ont permis de tracer l'histogramme présenté ci-dessous à la Figure 3-35.

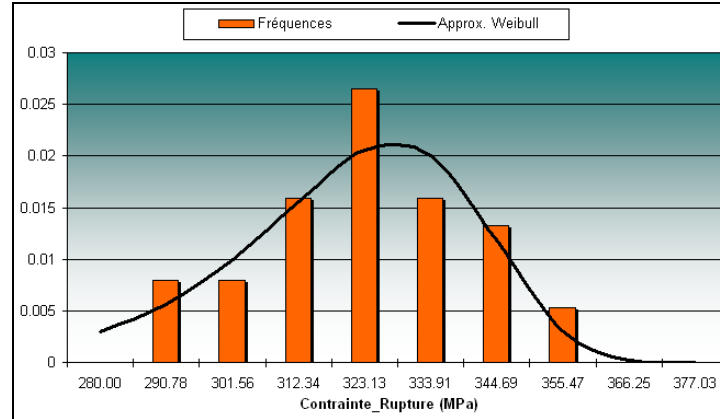


Figure 3-35 : Histogrammes et loi de distribution statistique des contraintes maximales à la rupture.

Les paramètres β et η du matériau sont déterminés à partir du tracé de Weibull (Figure 3-36).

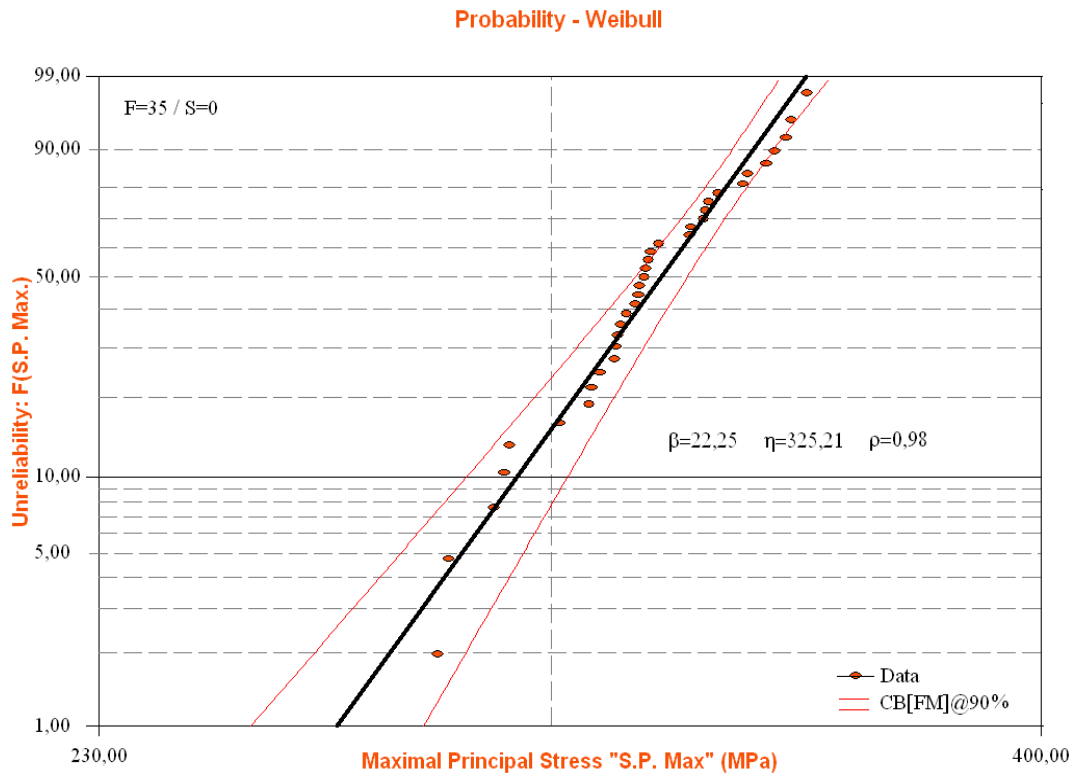


Figure 3-36 : Tracé de Weibull des contraintes maximales à la rupture.

Les paramètres de la loi de répartition de la contrainte à rupture sont : $V_{eff1} = 0,117 \text{ mm}^3$, $\beta = 22,25$ et $\eta = 325,21 \text{ MPa}$. La représentation de la loi correspondante sur l'histogramme de la Figure 3-35 montre qu'elle modélise correctement la population des contraintes à rupture en flexion du matériau dans cet essai.

3.4.2.3 Validation de l'approche

La stratégie retenue pour la prédiction du comportement à la rupture des substrats dans les modules IGBT est basée sur la modélisation numérique de leur comportement mécanique par la méthode des Éléments Finis. Nous faisons l'hypothèse que la rupture du substrat est due à l'augmentation du

niveau de contrainte dans l'assemblage jusqu'à dépassement de leur résistance, en raison de l'écroutissage cyclique des métallisations [Dupont 06]. Le calcul du champ des contraintes dans le substrat permet de déterminer son volume effectif, et l'évolution de la valeur maximale de sa contrainte principale maximale.

Afin de valider cette démarche et de vérifier le modèle de rupture exposé ci-dessus, nous l'avons appliqué pour la vérification de la tenue au cyclage du substrat DCB de chez Curamik[®], présenté sur la Figure 3-37.

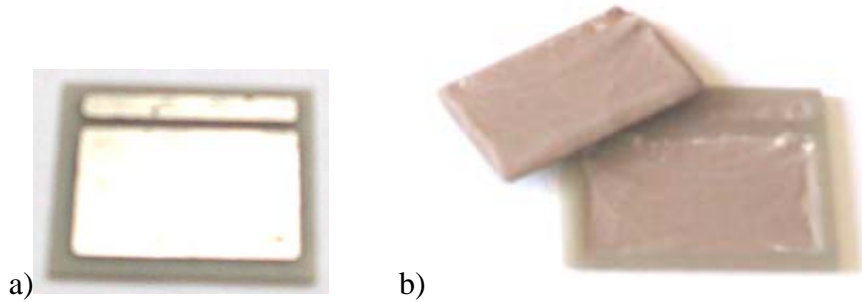


Figure 3-37 : Vue du substrat DCB avant et après rupture de l'AIN.

Le substrat AIN a pour dimensions 24,5 mm x 19 mm x 0,5 mm, les métallisations supérieure et inférieure ont une épaisseur de 0,3 mm.

Soumis à un cyclage thermique de -55 à +125°C, la rupture de ce substrat est survenue entre 100 et 150 cycles. Bien que basé sur un échantillon unique, ce résultat est représentatif de nombreuses observations faites sur les cyclages que nous avons pu mener, notamment les véhicules de tests évoqués plus haut, dont la Figure 3-38-a montre l'ampleur des défaillances (entourées en rouge) survenue entre 50 et 100 cycles. Il est aussi en accord avec les données publiées par Curamik[®] sur des substrats similaires dans des conditions d'essai très proches (Figure 3-38-b) [curamik].

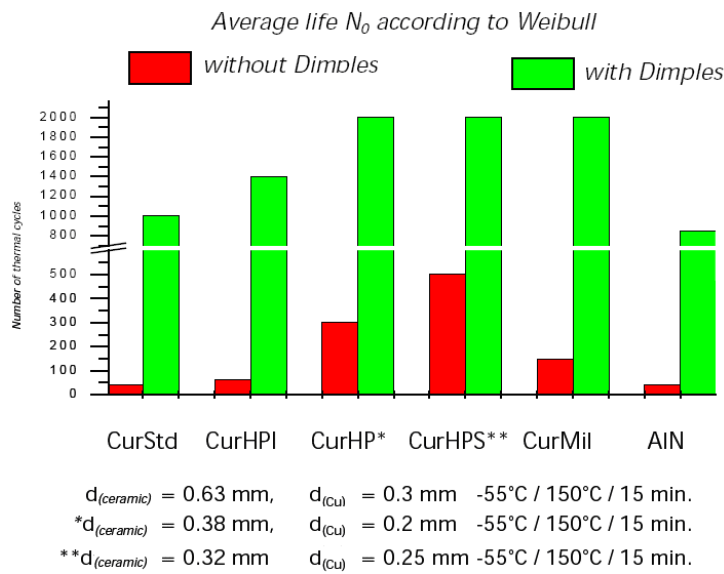
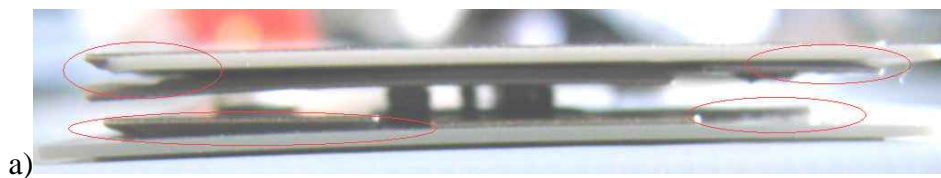


Figure 3-38 : Durées de vie moyennes de différents substrats métallisés en cyclage thermique [curamik].

3.4.2.3.1 Modélisation et simulation de l'essai (par la MÉF)

Le substrat métallisé a été modélisé sous Abaqus 6.6-1 (Figure 3-39).

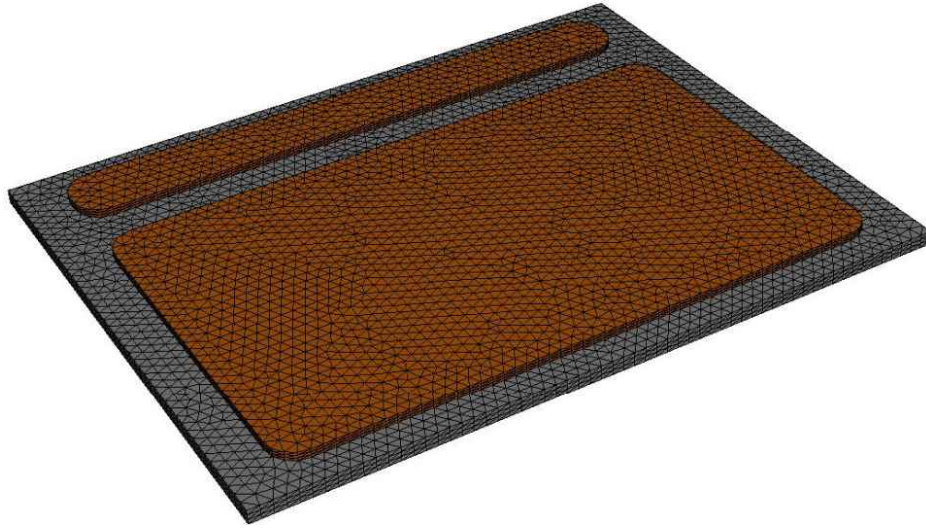


Figure 3-39: Modèle géométrique du substrat métallisé cyclé thermiquement après simulation de l'étape d'assemblage.

En termes de lois de comportement, les lois de comportement utilisées sont celles définies ci-dessus, avec les paramètres donnés pour les différents matériaux. Le calcul et la visualisation du champ de contraintes principales maximales dans le substrat (Figure 3-40) après simulation du procédé d'assemblage (DCB) montre que le maximum de contrainte principale maximale se situe sous l'empreinte de la métallisation supérieure. Ce champ de contraintes montre que la fissure sera préférentiellement initiée sur les bords de la métallisation, conformément à la nature de la rupture du substrat (Figure 3-38-a).

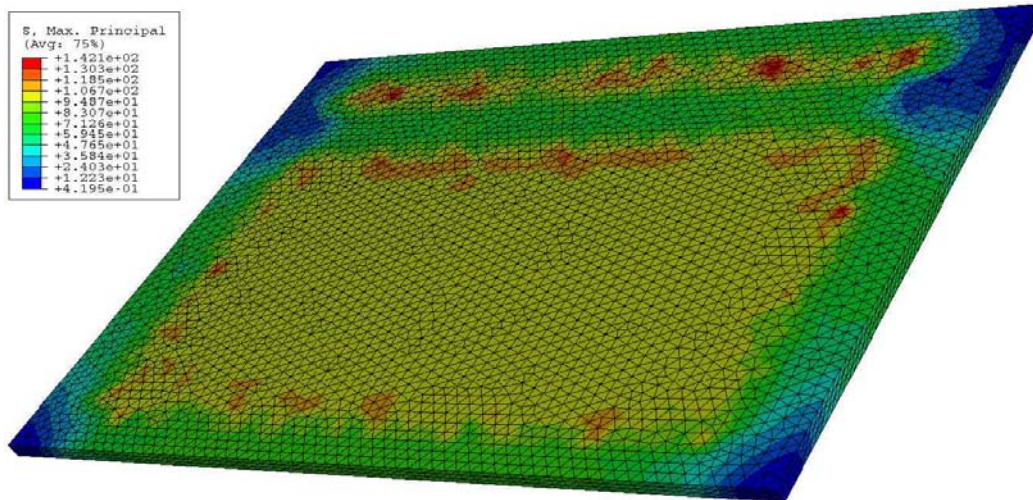


Figure 3-40 : Champ de contraintes principales maximales dans le substrat (MPa) après 2 cycles.

Dans le modèle tridimensionnel, les valeurs des contraintes sous le bord des métallisations présentent d'importantes imprécisions en raison de la présence d'un angle droit (singularité géométrique). Un modèle en deux dimensions axisymétrique permettant de prendre en considération le rayon de courbure du bord de la métallisation (donné par le fabricant du substrat métallisé) a alors été utilisé pour l'évaluation des contraintes au voisinage du bord de la métallisation. Cette approche permet plus d'exactitude et de précision avec la densification locale du maillage (Figure 3-41).

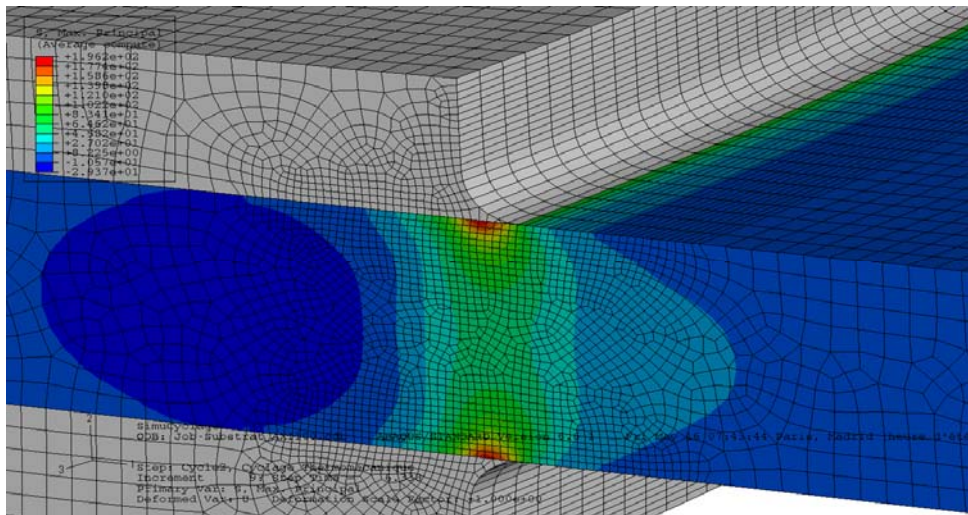


Figure 3-41 : champ de contraintes principales maximales dans le substrat (MPa) au voisinage du bord de la métallisation.

3.4.2.3.2 Extraction des résultats et d'estimation de la tenue au cyclage

À la fin du calcul ÉF, les sorties du logiciel (tenseurs de contrainte et de déformation, champ de déplacements, etc.) sont stockées dans un fichier résultat (le fichier .odb) pour les différents pas de temps de calcul. Afin de déterminer la tenue au cyclage du substrat, sa probabilité de rupture est évaluée à tous les pas de calcul. Ce calcul étant en plus réalisé sur tout le volume du substrat, c'est-à-dire pour tous les éléments provenant de son maillage, un traitement manuel était inenvisageable. Pour réduire donc le temps de traitement de ces sorties, nous avons fait le choix de rédiger un script automatisant la procédure, et applicables à différentes configurations, comme par exemple celles des différents prototypes de modules concernés par cette étude.

Deux langages de programmation sont utilisables pour accéder aux données stockées dans le fichier de résultat d'Abaqus : le langage python et le langage C++. De ces deux langages, notre choix s'est porté sur le langage python en raison de sa compatibilité naturelle avec Abaqus.

Le principe de la routine est de déterminer à chaque pas de calcul du modèle tridimensionnel, la valeur maximale de la contrainte principale. Cette valeur est utilisée pour le calcul du volume effectif du substrat par la relation (3-66) en fonction de β , du type d'élément utilisé pour le maillage (brique ou tétraèdre), des valeurs de contraintes principales maximales aux points d'intégration et du type d'extrapolation au niveau élémentaire (linéaire ou quadratique). La probabilité de rupture est alors estimée par la relation (3-71), pour chaque cycle simulé.

Avec le substrat métallisé considéré ici, la Figure 3-42 donne l'évolution de la contrainte principale maximale dans la céramique durant les premiers cycles passifs.

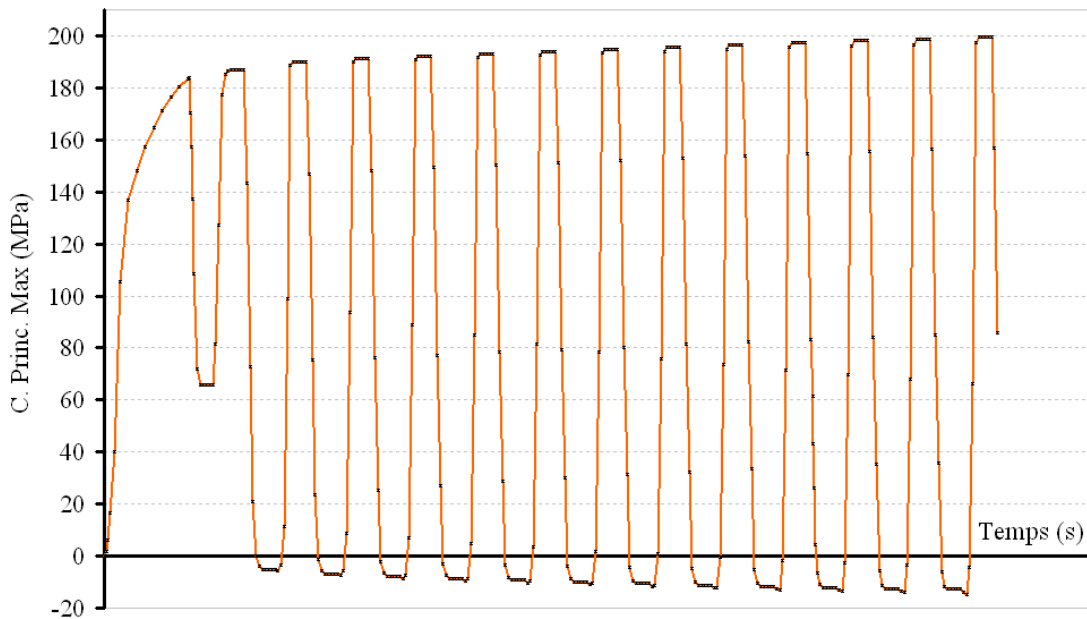


Figure 3-42 : Évolution de la contrainte principale maximale dans la céramique sur les 13 premiers cycles passifs.

La valeur maximale de la contrainte principale maximale dans le substrat, présente une évolution linéaire après stabilisation du comportement de l'assemblage. D'une valeur de 190 MPa au 2^{ème} cycle, son taux d'accroissement cyclique est de l'ordre de 0,81 MPa/Cycle.

Au cours de chaque cycle, la probabilité maximale de rupture est observée lorsque la contrainte principale dans le substrat est maximale. Les volumes effectifs $V_{eff 2}(\beta)$ correspondant à ces instants sont sensiblement constants et égaux à 0,182 mm³. L'utilisation de cette valeur avec la relation (3-72), conduit à une résistance moyenne à la rupture de 311,1 MPa dans la céramique. Le nombre de cycles nécessaires à l'atteinte de cette contrainte (le nombre moyen de cycle avant rupture) peut alors être approximé en utilisant la relation (3-71). La statistique des tenues au cyclage d'une population de substrats métallisé du type de celui modélisé est présentée dans le Tableau 3-14.

Pourcentage de défaillants	10%	50%	90%
Contrainte Princ. Max. (MPa)	288	311.1	330.9
Nombre de cycles correspondant	115	146	168

Tableau 3-14 : Estimation des contraintes à la rupture et de nombres de cycles thermiques pour différents pourcentages de défaillants.

Ces résultats en accord avec l'expérimentation, permettent de conclure sur la validité de la démarche proposée, et de nous conforter dans le choix des lois de comportement et dans l'approximation linéaire de l'évolution de la valeur maximale de la contrainte principale maximale au cours du cyclage.

3.5. Conclusion

Dans ce chapitre, le principe d'analyse de la conception mécanique des modules de puissance par la méthode des ÉF a été introduit. Dans un premier temps, le comportement thermomécanique des assemblages a été investigué. Trois classes de lois de comportement ont été définies pour l'ensemble des matériaux présents dans les assemblages, en adéquation avec le type de sollicitations cycliques dont ces derniers sont l'objet : une loi de thermoélasto-plasticité à écrouissages isotrope et cinématique non-linéaires combinés pour les métallisations en cuivre et en aluminium, deux lois unifiées de thermoélasto-viscoplasticité pour les brasures, et la loi d'élasticité linéaire pour les puces,

les céramiques et les semelles. Après la présentation de la formulation de ces lois, la détermination de leurs paramètres a été faite d'une part en se référant à la bibliographie, et d'autre part en procédant à des essais spécifiques aux différentes pièces, en s'efforçant le plus possible de les caractériser in situ. Des mesures ultrasonores sur des échantillons de semelle AlSiC, et de substrats AlN et Si₃N₄ ont permis de déterminer leurs constantes d'élasticité avec leurs dispersions statistiques. Des essais de nano-indentation ont permis l'identification des modules d'élasticité et des paramètres d'écrouissage des métallisations en cuivre et en aluminium. Quant aux brasures, leurs lois de comportement ont été identifiées à partir d'essais d'écrouissage et de fluage à différentes températures, sur des éprouvettes spécialement conçues et réalisées pour se rapprocher le plus possible des microstructures des brasures dans les assemblages.

Dans un second temps, nous nous sommes essentiellement attachés à la modélisation des deux modes potentiels de défaillances incriminés, à savoir la fatigue des brasures et la rupture des matériaux fragiles, afin de permettre la prédiction de leurs occurrences dans les assemblages. Deux lois de fatigues basées sur la densité d'énergie de déformation inélastique cyclique ont ainsi été proposées à l'issue d'une étude comparative des approches possibles, pour la modélisation du comportement en fatigue des brasures. Trois types de véhicules de test ont été conçus et réalisés, pour l'identification de lois proposées. Au moment de l'écriture de ce mémoire, seulement 100 cycles thermiques avaient été accomplis. Les analyses menées à l'issue de ces cycles n'ont révélé aucune initiation de fissure dans les brasures. L'identification n'a donc pas encore pu être faite, et des paramètres issus de recherches bibliographiques ont été proposés pour les brasures jugées les plus vulnérables, afin de permettre la poursuite des analyses. Quant à la rupture des matériaux fragiles, une méthodologie basée sur le concept du maillon faible couplé à la modélisation par Éléments Finis, a été proposée pour l'évaluation de leur tenue au cyclage et leur fiabilité dans les modules IGBT. Cette approche a été appliquée et validée sur un substrat métallisé AlN-Cu cyclé thermiquement. L'AlN a pour cela fait l'objet d'une caractérisation lors d'essais de flexion 3 points ayant abouti à l'identification des paramètres de sa loi probabiliste de rupture.

Ces modèles de comportement et de défaillance seront exploités dans le chapitre suivant pour l'analyse et l'optimisation de la conception des prototypes, notamment au sein du couplage mécano-fiabiliste présenté au chapitre précédent.

3.6. Bibliographie

- [Abaqus 06] "ABAQUS software, User's manual, version 6.6.-1", Hibbitt, Karlsson and Sorensen Inc, 2006.
- [Abdi 94] H. Abdi, "Les réseaux de neurones", Presses Universitaires de Grenoble, 1994.
- [Adams 86] P. J. Adams, "Thermal fatigue of solder joints in micro-electronic devices", Thesis, MIT, 1986.
- [Akay 97] H. Akay, H. Zhang, N. Paydar, "Experimental correlations of an energy-based fatigue life prediction method for solder joints", Advances in Electronic Packaging. Proceedings of the Pacific Rim/ASME International Intersociety Electronic and Photonic Packaging Conference INTERpack'97, Vol. 2, pp. 1567-1574, 1997.
- [Anand 82] L. Anand, "Constitutive Equations for the Rate-Dependent Deformation of Metals at Elevated Temperatures", ASME Journal of Engineering Materials and Technology, 104, pp. 12-17, 1982.
- [Anand 85] L. Anand, "Constitutive equations for hot-working of metals", International Journal of Plasticity, vol. 1, 213-231, 1985.
- [Armstrong 66] P. Armstrong, C. Frederick, "A mathematical representation of the multiaxial Bauschinger effect", Technical Report General Electricity Generating Board, Report No.: RD/B/N731, Berceley Nuclear Laboratories, 1966.
- [Ashby 05] M. F. Ashby, "Materials Selection in Mechanical Design", Third Edition, Butterworth-Heinemann, 2005.
- [Bamberger 81] Y. Bamberger, "Mécanique de l'Ingénieur, II : Milieux Déformables", Ed. Hermann, 1981.
- [Basaran 98] C. Basaran and C. Y. Yan, "A Thermodynamic Framework for Damage Mechanics of Solder Joints", ASME J. Electron. Packag., Vol. 120, pp. 379-384, Dec 1998.
- [Basaran 04] C. Basaran, H. Tang, S. Nie, "Experimental damage mechanics of microelectronic solder joints under fatigue loading", Mechanics of Materials, 36, pp. 1111-1121, 2004.
- [Bathias 97] C. Bathias, J. P. Bâillon, "La fatigue des matériaux et des structures", Ed. Hermès, 1997.
- [Bevan 97] M. Bevan, M. Wuttig, "Complex fatigue of soldered joints - comparison of fatigue models" Electronic Components and Technology Conference, pp. 127-133, 1997.
- [Bodner 75] S. R. Bodner, Y. Parton, "Constitutive equations for elastic-viscoplastic strain-hardening materials", ASME J Appl Mech, 42(1) pp. 385-389, 1975.
- [Bradley 07] E. Bradley, C. A. Handwerker, J. Bath, R. D. Parker, R. W. Gedney, "Lead-Free Electronics iNEMI Projects Lead to Successful Manufacturing", Wiley-IEEE Press, 2007.
- [Brown 89] S. B. Brown, K. H. Kim, L. Anand, "An Internal Variable Constitutive Model for Hot Working of Metals", International Journal of Plasticity, 5, pp. 95-130, 1989.
- [Busso 92] E. P. Busso, M. Kitano, T. Kumazawa: "A Visco-Plastic Constitutive Model for 60/40 Tin-Lead Solder Used in IC Package Joints ". Journal Eng. Materials and Technology, Vol. 114, pp. 331-337, 1992.
- [Busso 94a] E. P. Busso, M. Kitano, T. Kumazawa: "A Forward Gradient Time Integration Procedure for an Internal Variable Constitutive Model of Sn - Pb Solder". Int. J. Numerical Methods Eng., Vol. 37, pp. 539-558, 1994.

- [Busso 94b] E. P. Busso, M. Kitano, T. Kumazawa, "Modelling Complex Inelastic Deformation Processes in IC Packages' Solder Joints". *Journal of Electronic Packaging*, Vol. 116, pp. 6-15, 1994.
- [Chang 06] J. Chang, L. Wang, J. Dirk, X. Xie, "Finite Element Modeling Predicts the Effects of Voids on Thermal Shock Reliability and Thermal Resistance of Power Device", *Welding Journal*, pp. 63-70, 2006.
- [Chen 05] X. Chen, G. Chen, and M. Sakane, "Prediction of Stress-Strain Relationship with an Improved Anand Constitutive Model for Lead-Free Solder Sn3.5Ag", *IEEE Transactions on Components and Packaging Technologies*, Vol. 28, pp. 111-116, 2005.
- [Coffin 54] L. F. Coffin, "A study of the effect of cyclic thermal stresses on a ductile metal", *Trans. ASME*, Vol. 76, pp. 931-950, 1954.
- [curamik] curamik[®] electronics gmbh, "Design Rules für curamik[®] DCB-Substrate", www.curamik.de.
- [Darveaux 00] R. Darveaux, "Effect of Simulation Methodology on Solder Joint Crack Growth Correlation", *Proc. ECTC*, 2000.
- [Dasgupta 92] A. Dasgupta, C. Oyan, D. Barker, M. Pecht, "Solder creep-fatigue analysis by an energy-partitioning approach", *ASME Journal of Electronic Packaging* vol. 114, pp. 152-160, 1992.
- [Denape 96] J. Denape, "Céramiques à usages mécaniques et thermomécaniques", *Techniques de l'ingénieur*, A2010a, 1996.
- [Dortmans 90] L. J. M. G. Dortmans & G. De With, "Weakest-link Failure Predictions for Ceramics Using Finite Element Post-processing", *The Netherlands Journal of the European Ceramic Society*, Vol. 6, pp. 369-374, 1990.
- [Du 06] Z. Du, J. Wang, and X. Fan, "Direct cyclic method for solder joint reliability analysis", *Proc. of ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, 2006.
- [Dubigeon 96] S. Dubigeon, "Mécanique des Milieux Continus", Lavoisier TeC & Doc, 1996.
- [Dudek 07] R. Dudek, W. Faust, B. Michel, S. Wiese, M. Röllig, "Low-cycle Fatigue of First and Second Generation Leadfree Solders", *IPC/Soldertec Global International Conference on Lead Free Reliability*, San Sebastian, Feb. 2007
- [Dupont 06] L. Dupont, "Contribution à l'étude de la durée de vie des assemblages de puissance dans des environnements haute température et avec des cycles thermiques de grande amplitude", *Thèse de doctorat de l'ENS de Cachan*, juin 2006.
- [Engelmaier 96] W. Engelmaier, "BGA and CGA Solder Attachments: Results of Low-Acceleration Reliability Test and Analysis", *Proc. NEPCON West 1996*, Anaheim, CA, pp 1020-1036, February 1996.
- [Fatemi 98] A. Fatemi, L. Yang, "Cumulative fatigue damage and life prediction theories : a survey of the state of the art for homogeneous materials", *International Journal of Fatigue*, 20(1) pp. 9-34, 1998.
- [Francois 93] D. Francois, A. Pineau, A. Zaoui, "Comportement Mécanique des Matériaux – Tome 2", Edition HERMES, 1993.
- [François 05] D. François, "Lois de comportement des métaux - Élastoplasticité. Viscoplasticité", *Techniques de l'Ingénieur*, M4152, 2005.
- [Garofalo 65] F. Garofalo, "Fundamentals of Creep and Creep Rupture in Metals", Macmillan, New York, 1965.

- [Germain 62] P. Germain, "Mécanique des Milieux Continus", Masson, Paris, 1962.
- [Germain 73] P. Germain, "Cours de mécanique des milieux continus", Masson, Paris, 1973.
- [Geffroy 08] P.-M. Geffroy, J.-D. Mathias, J.-F. Silvain: "Heat Sink Material Selection in Electronic Devices by Computational Approach", *Advanced Engineernig Materials* 4, 2008.
- [Goldberg 94] E. D. Golberg, "Algorithmes Génétiques", Addison-Wesley France, 1994.
- [Grivas 79] D. Grivas, K. Murty, J. Morris, "Deformation of Pb-Sn eutectic alloys at relatively high strain rates", *Acta Metallurgica*, 27, pp. 731-737, 1979.
- [Guédon-Gracia 06] A. Guédon-Gracia, "Contribution a la conception thermo-mécanique optimisée d'assemblages sans plomb", Thèse de l'Université de Bordeaux 1, Juin 2006.
- [Hart 76] E. W. Hart, "Constitutive relations for the non elastic deformation of metals", *Journal of Engineering Materials and Technology*, pp. 193-202, 1976.
- [Haussonne 05] J.-M. Haussonne, C. Carry, P. Bowen, J. Barton. "Céramiques et verres, principes et techniques d'élaboration", *Presse polytechniques et universitaires romandes*, 2005.
- [Haykin 94] S. Haykin, "Neural Networks", Prentice-Hall, 1994.
- [Heinrich 00] S. M., Heinrich, S., Shakya, J. Liang, P. Lee, "An analytical model for time-dependent shearing deformation in area-array interconnects", *Journal of Electronic Packaging*, 122, pp. 328-334, 2000.
- [Héraud 98] S. Héraud "Du polycristal au multicristal: Elaboration d'un mésoscope numérique pour une analyse locale en élastoviscoplasticité", Thèse de doctorat de l'Ecole Polytechnique – 1998.
- [Hong 97] B. Z. Hong, "Finite Element Modeling of Thermal Fatigue and Damage of Solder Joints in a Ceramic Ball Grid Array Package", *Journal of Electronic Materials*, Volume 26, Issue 7, pp. 814-820, 1997.
- [IPC-610-D 05] IPC-610 , "Acceptability of electronic assemblies", rev. D, 2005.
- [ITRI 99] ITRI, "Mechanical properties of solders and solder joints", *International Tin Research Institute*, Publication No. 656, 1999.
- [Kachanov 84] L. M. Kachanov, "Time to the rupture process under creep conditions", *vestii AN SSSR, OTN(8)*, pp. 26-31, 1984.
- [Kachanov 86] L. M. Kachanov, "Introduction to Continuum Damage Mechanics", *Martinus Nijhoff*, The Netherlands, 1986.
- [Khatir 04] Z. Khatir, S. Lefebvre, "Boundary element analysis of thermal fatigue effects on high power IGBT modules", *Microelectronics Reliability* 44, pp. 929-938, 2004.
- [Kleiner mann 00] J.-P. Kleiner mann, "Identification Paramétrique et Optimisation des Procédés de mise en Forme par Problèmes Inverses", PhD Thesis, Université de Liège, Belgium, 2000.
- [Knecht 91] S. Knecht, L. Fox, "Integrated matrix creep: application to accelerated testing and lifetime prediction", In: Lau JH, editor. *Solder joint reliability theory and applications*. New York: Van Nostrand Reinhold, 1991.
- [Kocks 76] U. F. Kocks, "Laws for work-hardening and low temperature creep", *Journal of Engineering Materials Technology*, Vo1 98, pp. 76-85, 1976.
- [Korhonen 87] M. A. Korhonen, S. P. Hannula, C. Y. Li , "State Variable Theories Based on Hart's Formulation," in *Unified Constitutive Equations for Creep and Plasticity*, Elsevier, pp. 89-137, 1987.

- [Krempf 00] E. Krempf, "Viscoplastic Models for High Temperature Applications", *International Journal of Solids and Structures*, 37, pp. 279-291, 2000.
- [KYOCERA] KYOCERA, "Kyocera Power Module Substrate Si₃N₄ AMB Substrate", Kyocera Corporation, AMB vers6.1, 2004.
- [Ladevèze 89] P. Ladevèze, "La méthode à grand incrément de temps pour l'analyse de structures à comportement non linéaire décrit par variables internes", *Comptes Rendus Acad. Sc. Paris*, t. 309 série II : pp. 1095-1099, 1989.
- [Lamon 93] J. Lamon, A. G. Evans, "Statistical analysis of bending strengths for brittle solids: A multiaxial fracture problem", *Journal of the American Ceramic Society*, 66(3), pp. 177-182, 1983.
- [Lee 00] W. W. Lee, L. T. Nguyen, G. S. Selvaduray, "Solder Joint Fatigue Models: Review and Applicability to Chip Scale packages", *Microelectronics Reliability*, Vol. 40, pp. 231-244, 2000.
- [Lemaître 85] J. Lemaître, J.-L. Chaboche, "Mécanique des Matériaux solides", Edition Dunod, 1985.
- [Liang 97] J. Liang, N. Gollhardt, P. S. Lee, S. Heinrich, S. Schroeder, "An integrated fatigue life prediction methodology for optimum design and reliability assessment of solder interconnections", *Proc. of the Pacific Rim/ASME International Intersociety Electronic and Photonic Packaging Conference INTERpack'97*, vol. 2, pp. 1583-1592, 1997.
- [Lush 89] A. M. Lush, G. Weber, L. Anand, "An implicit time-integration procedure for a set of internal variable constitutive equations for isotropic elasto-viscoplasticity", *International Journal of Plasticity* – vol. 5, 521-549, 1989.
- [Matijasevic 93] G. S. Matijasevic, C. C. Lee, C. Y. Wang, "Au-Sn alloy phase diagram and properties related to its use as bonding medium", *Thin Solid Films*, Vol. 223, pp. 276-287, 1993.
- [Matweb] www.matweb.com
- [Mathworks] <http://www.mathworks.com>
- [Maciucescu 99] L. Maciucescu, T.-L. Sham, E. Krempf, "Modeling the deformation behavior of a Sn-Pb Solder alloy using the Simplified Viscoplasticity theory based on Overstress", *ASME Journal of Electronic Packaging*, vol 121, pp. 92-98, 1999.
- [Manson 65] S. S. Manson, "Fatigue: A complex subject-Some simple approximations", *Experimental Mech.*, vol. 5, no. 7, pp. 193-226, 1965.
- [McDowell 92] D. L. McDowell, "A Nonlinear Kinematic Hardening Theory for Cyclic Thermoplasticity and Thermoviscoplasticity", *International Journal of Plasticity*, vol. 8, pp. 695-728, 1992.
- [McDowell 94] D. L. McDowell, M. P. Miller, D. C. Brooks, "A unified creep-plasticity theory for solder alloys", *Fatigue Testing of Electronic Materials*, ASTM STP 1153, pp. 42-59, 1994.
- [Memsnet] <http://www.memsnet.org/material/>
- [Menanteau 04] L. Menanteau, "Développement d'un module de prototypage virtuel multiphysique, multidomaine et multitemps. Application aux convertisseurs de puissance", thèses de Doctorat de l'INP de Toulouse, 2004.
- [Miner 45] M. A. Miner, "Cumulative damage in fatigue", *Journal of Applied Mechanics*, 67, pp. A159-A164, 1945.

- [Mistou 00] S. Mistou, M. Karama, "Determination of the elastic properties of composite materials by tensile testing and ultrasound measurement", *Journal of Composite Materials*, Vol. 34, n°20, pp. 1696-1709, 2000.
- [Morrow 64] J. Morrow, "Cyclic plastic energy and fatigue of metals", in *Internal Friction, Damping, and Cyclic Plasticity*, ASTM, pp. 45-87, 1964.
- [Nagatomo 00] Y. Nagatomo and T. Nagase, "The Study of the Power Modules with High Reliability for EV Use", *Conference 17th EVS*, Montreal, Oct. 2000.
- [Nguyen 00] Q.S. Nguyen, "Stabilité et mécanique non linéaire", Hermès, 2000.
- [Oliver 04] W. C. Oliver, G. M. Pharr, "Measurement of the hardness and the elastic modulus by instrumented indentation: advances in understanding and refinement to methodology", *J. Mater. Res.*, vol 19, 11, pp. 3-20, 2004.
- [Palmgren 24] A. Palmgren, "Die Lebensdauer von Kugellagern", *Verfahrenstechnik*, 68, Berlin, pp. 339-341, 1924.
- [Pao 93] Y.-H. Pao, S. Badgley, E. Jih, R. Govila, J. Browning, "Constitutive behavior and low cycle fatigue of 97Sn-3Cu Solder joints", *ASME Journal of Electronic Packaging*, Vol. 115, pp. 147-152, 1993.
- [Paris 63] P. C. Paris and F. Erdogan. "A critical analysis of crack propagation law", *Trans. ASME, J. Basic Eng.*, 85(4), pp. 528-534, 1963.
- [PEARL] <http://lab-pearl.com>
- [Pei 05] M. Pei, J. Qu, "Constitutive Modeling of Lead-Free Solders", *IEEE July* 0-7803-9085, 2005.
- [Pommier 03] B. Pommier, "Détermination de la réponse asymptotique d'une structure anélastique soumise à un chargement thermomécanique cyclique, Application au dimensionnement à la fatigue thermomécanique des culasses automobiles", *Thèse de doctorat de l'Ecole Polytechnique*, 2003.
- [Rabotnov 69] Y. N. Rabotnov, "Creep Problems in Structural Members", North-Holland, Amsterdam, 1969.
- [Rappaz 97] J. Rappaz, M. Picasso, "Introduction à l'analyse numérique", *Presses Polytechniques et Universitaires Romandes*, 1997.
- [Rapport interne Alstom 1] "Finite Element Analysis of manufacturing process for Cu-Al₂O₃-Cu insulating laminates for GTO Assemblies", ERC/WP/91.0492
- [Rapport interne Alstom 2] "The effect of geometrical variations on the probability of Post-Manufacturing cracking of Cu-Al₂O₃-Cu laminates for traction applications", ERC/R/91.0575
- [Raviart 83] P. A. Raviart and J. M. Thomas, "Introduction à l'analyse numérique et équations aux dérivées partielles", Masson, paris, 1983.
- [Saint-Antonin 95] F. Saint-Antonin, "Essais de Fluage", *Techniques de l'Ingénieur – vol. M 140*, 1995.
- [Salençon 02] J. Salençon, "Mécanique des milieux continus – Tome 2, Thermoélasticité", *Edition de l'école Polytechnique*, 2002.
- [Sasaki 01] K. Sasaki, K.-I. Ohguchi, H. Ishikawa, "Viscoplastic deformation of 40Pb/60Sn Solder Alloys - Experiments and Constitutive modeling", *ASME Journal of Electronic Packaging*, Vol. 123, pp 379-387, 2001.

- [Shi 02] X. Q. Shi, Z. P. Wang, W. Zhou, H. L. J. Pang, Q. J. Yang, "A New Creep Constitutive Model for Eutectic Solder Alloy", *Journal of Electronic Packaging*, Vol. 124, pp. 85-90, 2002.
- [Schubert 02] A. Schubert, R. Dudek, R. Doring, H. Walter, E. Auerswald, A. Gollhardt, B. Michel, "Thermo-mechanical reliability of lead-free solder interconnects", *Proceedings of the 8th International Symposium on Advanced Packaging Materials*, pp. 90 - 96, 2002.
- [Silvain 06] J.-F. Silvain, J. Soccart: "Copper matrix composite materials used for thermal management of high power electronic devices", *Imaps France, La Rochelle*, 2006.
- [Simo 00] J. C. Simo, T. J. R. Hughes, "Computational Inelasticity". Springer Verlag, second printing, 2000.
- [Solomalala 07a] P. Solomalala, J. Saiz, A. Lafosse, A. Castellazzi, X. Chauffleur, J.P. Fradin, M. Mermet-Guyennet, "Multi-domain Simulation Platform for Virtual Prototyping of Integrated Power Systems", *Proc. of Poster Presentation at 12th European Conference on Power Electronics and Applications, Aalborg, Sep 2007*.
- [Solomalala 07b] P. Solomalala, J. Saiz, M. Mermet-Guyennet, A. Castellazzi, M. Ciappa, X. Chauffleur, J.-P. Fradin, "Virtual Reliability Assessment of Integrated Power Switches Based on Multi-domain Simulation Approach", *Microelectronics Reliability* 47, pp.1343-1348, 2007.
- [Spiteri 02] P. Spiteri, "Présentation générale de la méthode des éléments finis", *Techniques de l'Ingénieur, AF505*, 2002.
- [Stanley 73] P. Stanley, H. Fessler, & A. D. Seville, "An engineer's approach to the prediction of failure probability of brittle components" *Proc. Brit. Ceram. Soc.*, Vol. 22, pp. 453-487, 1973.
- [Stolkarts 98] V. Stolkarts, B. Moran, L. M. Keer, "Constitutive and damage model for solders", *Electronic Components and Technology Conference*, pp. 379-385, 1998.
- [Syed 04] A. Syed, "Accumulated creep strain and energy density based thermal fatigue life prediction models for SnAgCu solder joints", *In ECTC 2004 conference*, 2004.
- [Timoshenko 53] Stephen P. Timoshenko, "History of strength of materials", *McGraw-Hill Book Company*, 1953.
- [Wang 01] G. Z. Wang, Z. N. Cheng, K. Becker, J. Wilde, "Applying Anand Model to Represent the Viscoplastic Deformation Behavior of Solder Alloys", *Journal of Electronic Packaging - Vol 123, September 2001*.
- [Weber 90] G. Weber, A. M. Lush, A. Zavaliangos, L. Anand, "An objective time-integration procedure for isotropic rate-independent and rate-dependant elastic-plastic constitutive equations", *International Journal of Plasticity - vol. 6*, 701-744, 1990.
- [Wiese 03] S. Wiese, E. Meusel, K. J. Wolter, "Microstructural Dependence of Constitutive Properties of Eutectic SnAg and SnAgCu Solders", *Proceedings of the 53rd ECTC Conference*, pp. 197-206, 2003.
- [Wilcox 89] J. R. Wilcox, R. Subrahmanyam, C.-Y. Li, "Thermal Stress Cycles and Inelastic Deformation in Solder Joints", *Proceedings of the ASM 2nd Electronic Materials and Processing Congress*, pp. 203-211, 1989.
- [Wilde 00] J. Wilde, K. Becker, M. Thoben, W. Blum, T. Jupitz, G. Wang, Z. N. Cheng, "Rate Dependent constitutive relations based on Anand model for 92.5Pb5Sn2.5Ag Solder", *IEEE Transactions on Advanced Packaging*, Vol 23, n°3, pp. 408-414, August 2000.
- [Wöhler 58] A. Wöhler. "Über Die Festigkeitsversuche mit Eisen und Stahl", *Z. Bauwesen*, 1858.

- [Zhang 05] Q. Zhang, A. Dasgupta, P. Haswell, "Isothermal Mechanical Durability of Three Selected PB-Free Solders - Sn3.9Ag0.6Cu, Sn3.5Ag, and Sn0.7Cu", *Journal of Electronic Packaging*, vol. 127, pp. 512-522, 2005.
- [Zhang 03] L. Zhang, R. Sitaraman, V. Patwardhan, L. Nguyen, N. Kelkar, "Solder joint reliability model with modified darveaux's equations for the micro smd wafer level-chip scale package family", *Electronic Components and Technology Conference*, 2003.
- [Zéanh 08] A. Zéanh, O. Dalverny, M. Karama, É. Woirdard, S. Azzopardi, A. Bouzourene, J. Casutt, M. Mermet-Guyennet: "Thermomechanical Modelling and Reliability Study of an IGBT Module for an Aeronautical Application", *EuroSimE 2008*, Freiburg, 2008.
- [Zienkiewicz 89] O. C. Zienkiewicz, R. L. Taylor, "The Finite Element Method", volumes 1 & 2, Prentice Hall, 1989.

CHAPITRE 4

APPLICATIONS : SIMULATIONS NUMÉRIQUES & FIABILITÉ DES PROTOTYPES

Ce que l'on a prévu est presque toujours sans danger.

Niccolo Machiavelli

Sommaire

4.1.	Introduction.....	191
4.2.	Simulations d'aide à la conception des prototypes de modules de puissance	191
4.2.1.	Analyse des configurations d'assemblage par Plans d'Expériences numériques.....	192
4.2.2.	Effet des dimensions et de la nature des pièces du module.....	208
4.3.	Étude des prototypes de modules IGBT	214
4.3.1.	Analyse thermique et thermomécanique du module de 2 kVA.....	215
4.3.2.	Analyse fiabiliste du module de 20 kVA.....	217
4.3.3.	Analyse fiabiliste du module de 60 kVA.....	225
4.4.	Conclusion	232
4.5.	Bibliographie.....	233

4. APPLICATIONS : SIMULATIONS NUMÉRIQUES ET FIABILITÉ DES PROTOTYPES

4.1. Introduction

Ce chapitre porte sur l'analyse du comportement thermique et thermomécanique des prototypes de modules de puissance développés pour les trois types d'applications visées. Cette analyse, qui repose sur la simulation numérique par la méthode des Éléments Finis a pour finalité l'optimisation de la conception des différents prototypes suivant un critère de fiabilité associé à la durée de vie des avions.

Pour ce faire, les modèles de comportement et de défaillance choisis et identifiés au cours du chapitre précédent seront dans un premier temps exploités pour la simulation du comportement thermiques et thermomécaniques de différentes configurations de structures élémentaires, représentatives des modules finaux, et ce, pour des sollicitations de cyclages passif et actif. Les résultats de ces simulations serviront par la suite à construire des plans d'expériences, pour la quantification des effets des principaux paramètres des assemblages avec leurs interactions, sur les performances thermiques et thermomécaniques des structures d'assemblage proposées. Ces performances seront pour cela modélisées et validées à l'aide d'outils statistiques avant d'être soumis à interprétations. À la suite de cette analyse, les effets des épaisseurs des différentes couches dans les assemblages ainsi que la taille des inserts sur les performances des assemblages seront analysés suivant les matériaux employés. Nous présenterons alors les recommandations en termes de matériaux et de dimensionnement pour la conception des différents prototypes de modules de puissance, selon leurs utilisations prévues.

La seconde partie sera consacrée aux études thermiques, thermomécaniques et fiabilistes des prototypes. Elle est organisée de manière à présenter les principaux travaux menés pour accompagner la conception des différents prototypes. Les aspects thermiques et thermomécaniques sont ainsi illustrés sur le module de 2 kVA. L'étude mécanique de la structure des prototypes sera entre autre présentée à travers quelques analyses statiques, portant sur les déformations et le niveau des contraintes mécaniques dans les différentes pièces de l'assemblage après brasage. Quant à l'aspect fiabiliste, les modèles numériques élaborés lors de l'étude mécanique, seront repris pour l'évaluation de la fiabilité des prototypes. Nous présenterons avec le module de 20 kVA une approche contrainte/résistance pour l'analyse de la rupture des substrats céramiques, avec la fatigue des joints de brasage. La démarche de fiabilité mécanique présentée au chapitre II sera quant à elle illustrée sur le module de 60 kVA. L'évaluation de la fiabilité du module sera présentée, suivie de l'analyse de sa sensibilité aux variables aléatoires considérées.

4.2. Simulations d'aide à la conception des prototypes de modules de puissance

Comme évoqué au chapitre I, les modules de puissance sont constituées de plusieurs composants électroniques (IGBT et diodes de puissance) connectés entre eux de manière à obtenir une fonction d'interrupteur de puissance, de bras d'onduleur, voir de plusieurs bras d'onduleur. D'un point de vue matériel, les connexions des composants avec les technologies d'assemblage retenues sont réalisées par brasage des composants sur substrats métallisés. La possibilité de mise en œuvre de ses solutions est illustrée ci-dessous à la Figure 3-1 pour la technologie de connexion par brasages d'inserts, et à la Figure 4-2 pour l'approche de connexion par brasages directs. Il s'agit de structures sandwich avec possibilité de refroidissement double faces sur semelles, comportant deux puces IGBT de calibre 1200 V – 150 A (type ABB) et trois diodes de roues libres de 1200 V – 50 A en SiC (type CREE).

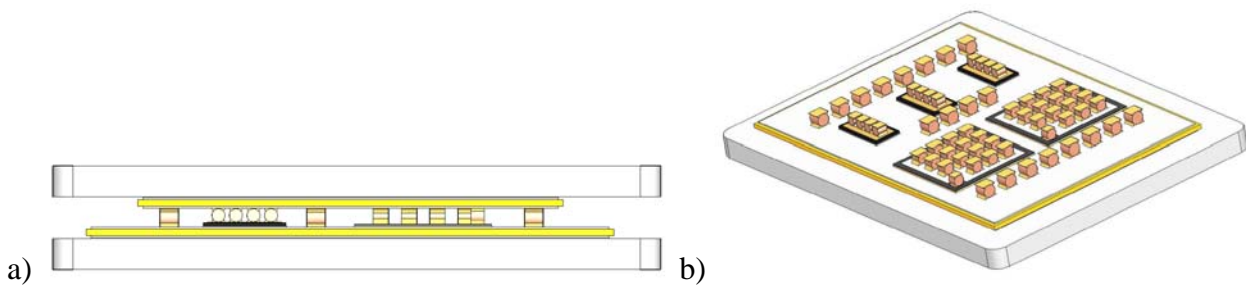


Figure 4-1 : Assemblage par brasages d'inserts : structure complète (a) et partie supérieure retirée (b).

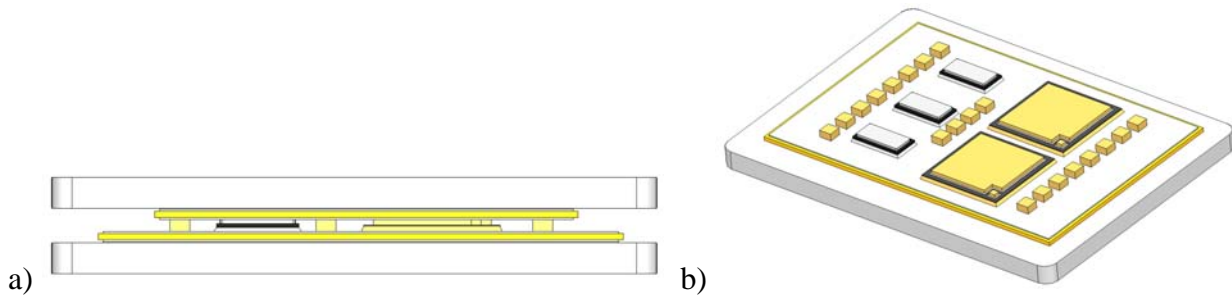


Figure 4-2 : Assemblage par brasages directs : structure complète (a) et partie supérieure retirée (b).

Les performances thermiques et thermomécaniques de ces assemblages diffèrent entre autres en raison du type de connexion utilisée, des matériaux utilisés, et des dimensions des pièces impliquées. D'une autre part, leurs tenues mécaniques ainsi que leurs durées de vie sont fonctions des sollicitations (cyclages actif et passif) dont ils sont l'objet. Chaque application étant spécifique en termes de performances recherchées et de conditions d'utilisation, il nous est apparu intéressant de réaliser des simulations préliminaires, afin d'aider au choix d'une configuration, selon l'application. Il a été question d'établir dans les limites du possible des règles de conception permettant de choisir parmi les approches d'assemblage et de connexion, ainsi que les matériaux sélectionnés, les combinaisons qui présentent les meilleures aptitudes.

4.2.1. Analyse des configurations d'assemblage par Plans d'Expériences numériques

Afin de cerner l'ensemble des configurations possibles d'assemblage avec la mise en évidence de l'impact lié aux choix de telle ou telle solution, une approche d'analyse par plans d'expériences a été retenue [Pillet 97, Souvay 02, Goupy 01]. L'intérêt d'une telle approche est de fournir un cadre rigoureux d'analyse des performances des modules, par la quantification de leurs sensibilités aux différents paramètres des assemblages, et leurs interactions. Elle permet en plus d'optimiser le nombre d'expérimentations ou de réalisations nécessaires, c'est-à-dire ici, le nombre de simulations ÉF à réaliser.

4.2.1.1. Définition des Plans d'Expériences

4.2.1.1.1 Réponses

Les réponses autour desquelles les plans d'expériences ont été bâtis sont définies en rapport avec les trois principales caractéristiques des assemblages que sont leurs performances thermiques, les tenues mécaniques de leurs matériaux fragiles et de leurs joints de brasures.

Pour juger des performances thermiques des structures d'assemblage, les résistances thermiques de ces derniers seront utilisées comme réponses.

Pour ce qui est des brasures substrat/semelle et de connexions des composants électroniques, leurs durées de vie sous fatigue thermomécanique sont des fonctions décroissantes des densités d'énergie de déformation inélastique qu'elles dissipent par cycles. Nous pouvons par conséquent utiliser ces densités d'énergie comme indicateurs du degré d'exposition à la fatigue thermomécanique. Les

meilleures configurations seront celles présentant les plus faibles valeurs de densité d'énergies dissipées.

Pour ce qui concerne la rupture des matériaux fragiles comme les puces en silicium et les substrats céramiques, la contrainte principale maximale sera employée en raison du caractère fragile des matériaux ciblés. Ceci étant, l'utilisation directe de cette contrainte n'est pas objective en raison des différences de résistances mécaniques des matériaux comparés. Nous considérerons donc comme indicateurs du risque de rupture mécanique, des contraintes normalisées définies par les rapports des contraintes principales maximales aux résistances mécaniques des matériaux concernés.

Comme mentionné dans le premier chapitre, les modules peuvent être perçus comme soumis à des chargements thermiques complexes dans les applications réelles, ces chargements pouvant être partitionnés en un profil de chargement thermique passif et un profil de chargement actif. Afin de tenir compte des natures différentes de ces chargements, ces deux profils de chargements ont été considérés pour l'évaluation des réponses définies précédemment, à l'exception des impédances thermiques évaluées durant des calculs de thermique transitoire. Nous avons alors neuf réponses, qui sont synthétisées dans le Tableau 4-1 ci-dessous avec les identifiants utilisés par la suite pour les désigner.

Réf.	Réponses	
Y1	Impédance thermique de l'assemblage	
Y2	passif	Densités d'énergies de déformation dissipées dans la brasure semelle
Y3		Densités d'énergies de déformation dissipées dans les brasures grille ou inserts
Y4		Contrainte normalisée (contr. princ. max/résist. méca.) dans la céramique
Y5		Contrainte normalisée (contr. princ. max/résist. méca.) dans la puce
Y6	actif	Densités d'énergies de déformation dissipées dans la brasure semelle
Y7		Densités d'énergies de déformation dissipées dans les brasures grille ou inserts
Y8		Contrainte normalisée (contr. princ. max/résist. méca.) dans la céramique
Y9		Contrainte normalisée (contr. princ. max/résist. méca.) dans la puce

Tableau 4-1 : Réponses considérées pour les plans d'expériences avec leurs désignations.

4.2.1.1.2 Facteurs

Les facteurs considérés pour la construction des plans d'expériences sont la technologie de connexion et la nature de la métallisation et de la céramique des substrats métallisés. Pour chacun de ces facteurs nous disposons de deux choix possibles. Pour la technologie de connexion par exemple, nous disposons de la connexion par brasages d'inserts ou par brasages directs. Le Tableau 4-2 ci-dessous présente la définition de ces facteurs, avec les niveaux qui leurs sont attribués en terme de codification.

Facteurs	Niveaux	
	-1	1
A Type de connexion	Brasage d'insert	Brasage direct
B Nature de la métallisation	Cuivre	Aluminium
C Nature du Substrat céramique	Si ₃ N ₄	AlN

Tableau 4-2 : Définition des facteurs et niveaux associés.

Afin de distinguer de façon explicite les configurations d'assemblages simulées, ces dernières sont identifiées par une désignation dont la codification est "semelle/substrat-métallisation (connexion)". Avec les choix retenus jusqu'à présent, le bloc "semelle" deviendra "AlSiC" ou "CuC", le bloc "substrat" deviendra "AlN" ou "Si₃N₄", le bloc "métallisation" deviendra "Cu" ou "Al", et enfin le bloc "connexion" deviendra "BI" pour Brasages d'Inserts, "BD" pour Brasages Directs, ou encore

"FC" pour Fils de Câblage". Par exemple, un assemblage double faces avec semelle en AlSiC, substrat métallisé AlN-Al avec connexions par brasages d'inserts sera désigné par "AlSiC/AlN-Al (BI)".

Afin d'étendre l'analyse aux configurations non prises en compte dans les plans d'expériences, les neuf réponses ont été évaluées pour les trois structures supplémentaires que sont : "CuC/AlN-Cu (BD)", "CuC/AlN-Al (BD)" et "AlSiC/AlN-Al (FC)".

4.2.1.2. Évaluation des réponses par simulation Éléments Finis

Dans cette partie, les réponses des différentes configurations d'assemblages possibles avec les technologies de connexions et les jeux de matériaux retenus sont évaluées et analysées au moyen de calculs ÉF. Les assemblages modélisés sont des structures représentatives des véhicules de tests de type "modules élémentaires" (cf. chapitre III).

4.2.1.2.1 Modèles Éléments Finis

4.2.1.2.1.1 Géométries

En termes de dimensions, les semelles sont des pavés de 50 mm x 50 mm x 3 mm, les substrats céramiques font 44 mm x 44 mm x 0,635 mm, les métallisations 0,3 mm d'épaisseur, et les joints de brasures semelles 100 μ m d'épaisseur. Quant aux organes de connexions, les brasures inférieurs des puces font 100 μ m d'épaisseurs avec des inserts cylindriques de dimensions ϕ 1,4 mm x 1,5 mm pour assemblages avec connexion par brasages d'inserts, pour ce qui est des assemblages avec connexions par brasages directs des épaisseurs de 200 μ m ont été retenues. Les dimensions des composants électroniques utilisées sont celles des puces Infineon et ABB utilisées pour la réalisation des véhicules de tests de type "module élémentaire". Les puces Infineon ont pour dimensions 12,56 mm x 12,56 mm x 0,14 mm, elles sont utilisées dans les assemblages avec connexions par brasages d'inserts. Les puces ABB ont pour dimensions 13,54 mm x 13,54 mm x 0,13 mm, et elles sont utilisées dans les assemblages avec connexions par brasages directs. Dans tous les cas, ces puces sont brasées aux centres géométriques des assemblages.

4.2.1.2.1.2 Maillage

Afin de se rapprocher le plus de la réalité, les simulations ont été réalisées avec des modèles géométriques tridimensionnels des structures analysées. En raison des symétries que présentent ces dernières, les tailles des modèles numériques correspondant ont été réduites en n'en modélisant que les quarts. Les différents maillages ont été réalisés avec des briques et des tétraèdres linéaires et quadratiques (Figure 4-3). Les interfaces entre les différentes couches sont supposées parfaites.

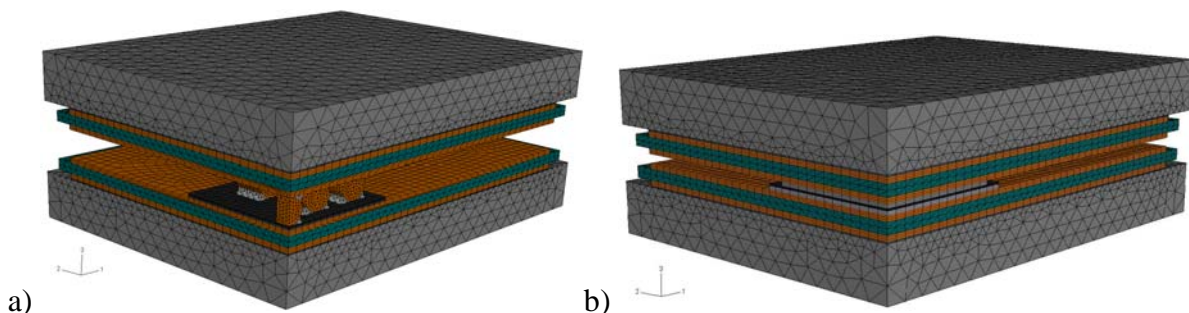


Figure 4-3 : Modèles géométriques maillés des assemblages avec connexions par brasages d'inserts (a) et par brasages directs (b).

Ces différents maillages ont été adoptés après une étude de convergence sur la taille des mailles des différents modèles. À titre d'illustration, la Figure 4-4 ci-dessous montre l'évolution de la densité d'énergie de déformation calculée dans une brasure d'insert en fonction de la taille maximale des éléments utilisés pour le maillage de l'ensemble insert/brasures. Elle montre une stabilisation de la

densité d'énergie dissipée dans la brasure pour des tailles maximales d'éléments en dessous de 0,25 mm. Avec des tailles maximales d'éléments en dessous de cette valeur, l'erreur relative reste inférieure à 4% par rapport à la plus petite taille d'élément considérée (0,05 mm).

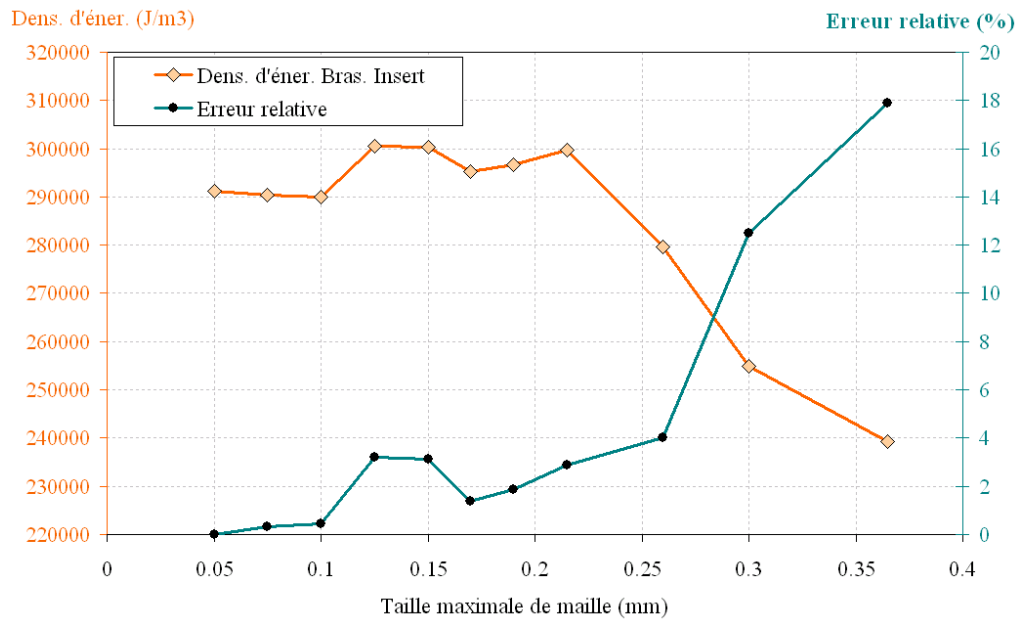


Figure 4-4 : Convergence de la densité d'énergie de déformation inélastique dissipée dans la brasure d'insert en fonction de la taille minimale des éléments du maillage.

4.2.1.2.1.3 Matériaux et lois de comportement

En plus des matériaux définis ci-dessus pour les différentes configurations d'assemblage, nous avons considéré une unique configuration de brasures : du PbSnAg pour le brasage des faces arrières de puces, et du SnAg pour les autres joints. Les lois de comportement employées dans les modèles sont celles définies et identifiées au cours du chapitre précédent. Parmi les deux lois proposées pour la modélisation du comportement des brasures, le modèle d'Anand a été employé pour rester cohérent avec les auteurs des paramètres de lois de durées de vie utilisées. En effet, l'identification des paramètres des lois de fatigue fait appel à la modélisation par éléments finis du joint de brasure, et il est important pour limiter les erreurs d'utiliser les mêmes lois de comportement [Darveaux 00].

Les simulations sont réalisées avec le module standard (implicite) du logiciel Abaqus, en couplage thermomécanique faible pour le cyclage passif, et fort pour le cyclage actif.

4.2.1.2.1.4 Chargements et conditions aux limites

Les différentes configurations d'assemblage ont fait l'objet de simulations thermomécaniques sous deux types de chargements thermiques : des chargements de cyclages actif et passif.

En cyclage actif, les conditions aux limites et les chargements sont définies en fonction des prédictions de fonctionnement des applications avec refroidissement (Modules de 2 et 60 kVA). Une puissance thermique de 250 W est injectée dans la puce IGBT suivant le profil donné sur la Figure 4-5. Une condition de convection est imposée sur les faces supérieures et inférieures des assemblages, avec un coefficient d'échange de $8000 \text{ W/m}^2\text{K}$ et une température de référence de 343,15 K (70°C).

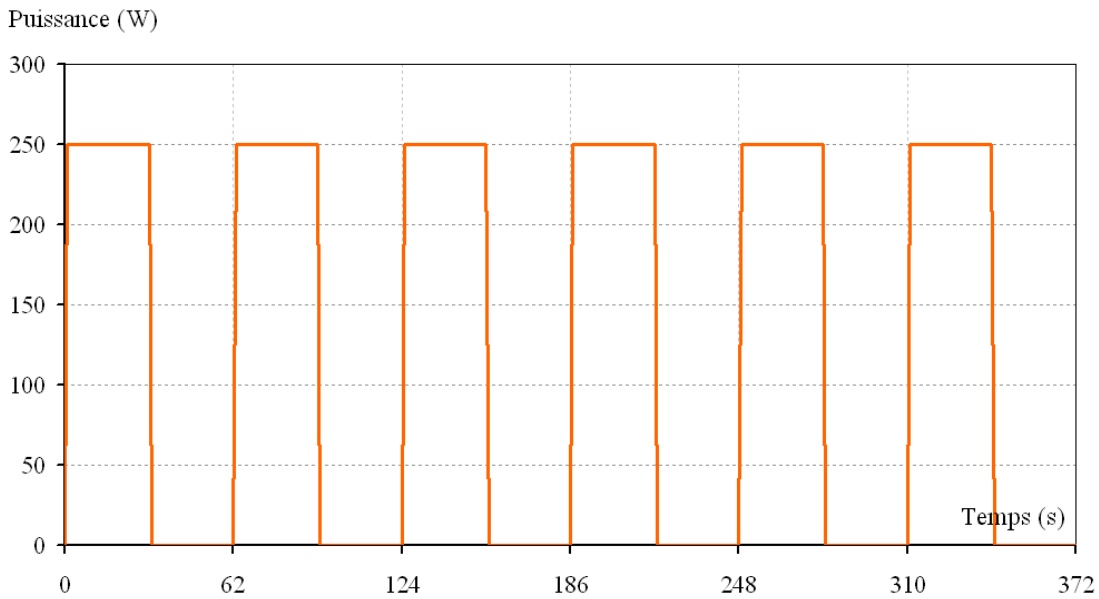


Figure 4-5 : Profils de dissipation de puissance dans les composants électroniques en cyclage actifs.

En cyclage passif, la température externe de l'assemblage évolue suivant le profil présenté à la Figure 4-6. C'est un profil accéléré défini selon le "Military Standard Handbook 883F" (cf. Chapitre I). Le cycle part de 25°C, avec une rampe de 20°C/min et des maintiens de 20 min à -55°C et +125°C.

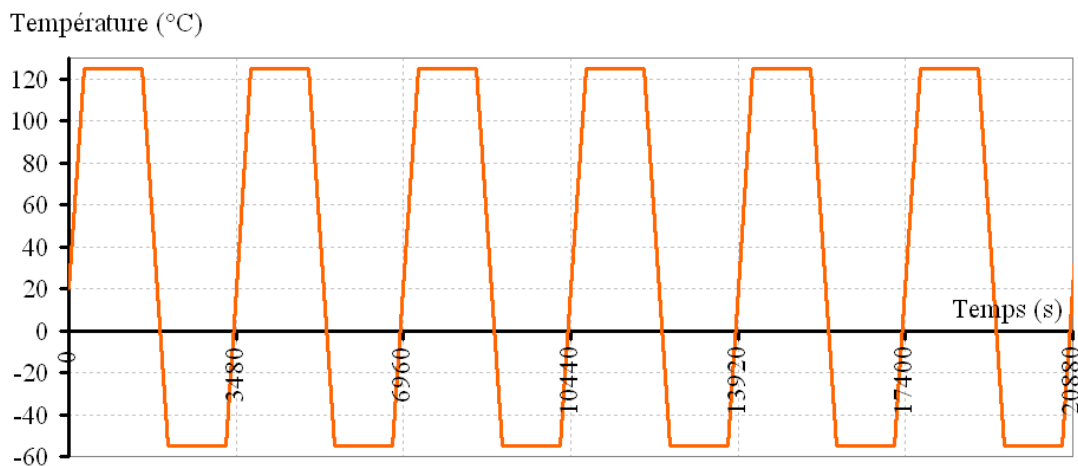


Figure 4-6 : Profils de chargement thermique en cyclage passifs.

D'un point de vue mécanique, les assemblages ne sont pas contraints. Les faces externes sont libres de déformations.

4.2.1.2.2 Simulations thermiques

Pour les calculs thermiques, une dissipation permanente de 250 W uniformément répartie dans le volume des puces a été simulée. Les conditions aux limites sont celles définies ci-dessus pour le cyclage actif, c'est-à-dire refroidissement des faces externes des modules par convection.

Les températures de fonctionnement des puces ont été évaluées, à l'établissement du régime permanent. La Figure 4-7 ci-dessous présente (a et b) les distributions des températures pour les deux technologies de connexions comparées, avec substrat AlN-Cu et semelles AISiC. Elle présente aussi (c) le champ de température obtenu sur une structure classique avec connexion par fils de câblage.

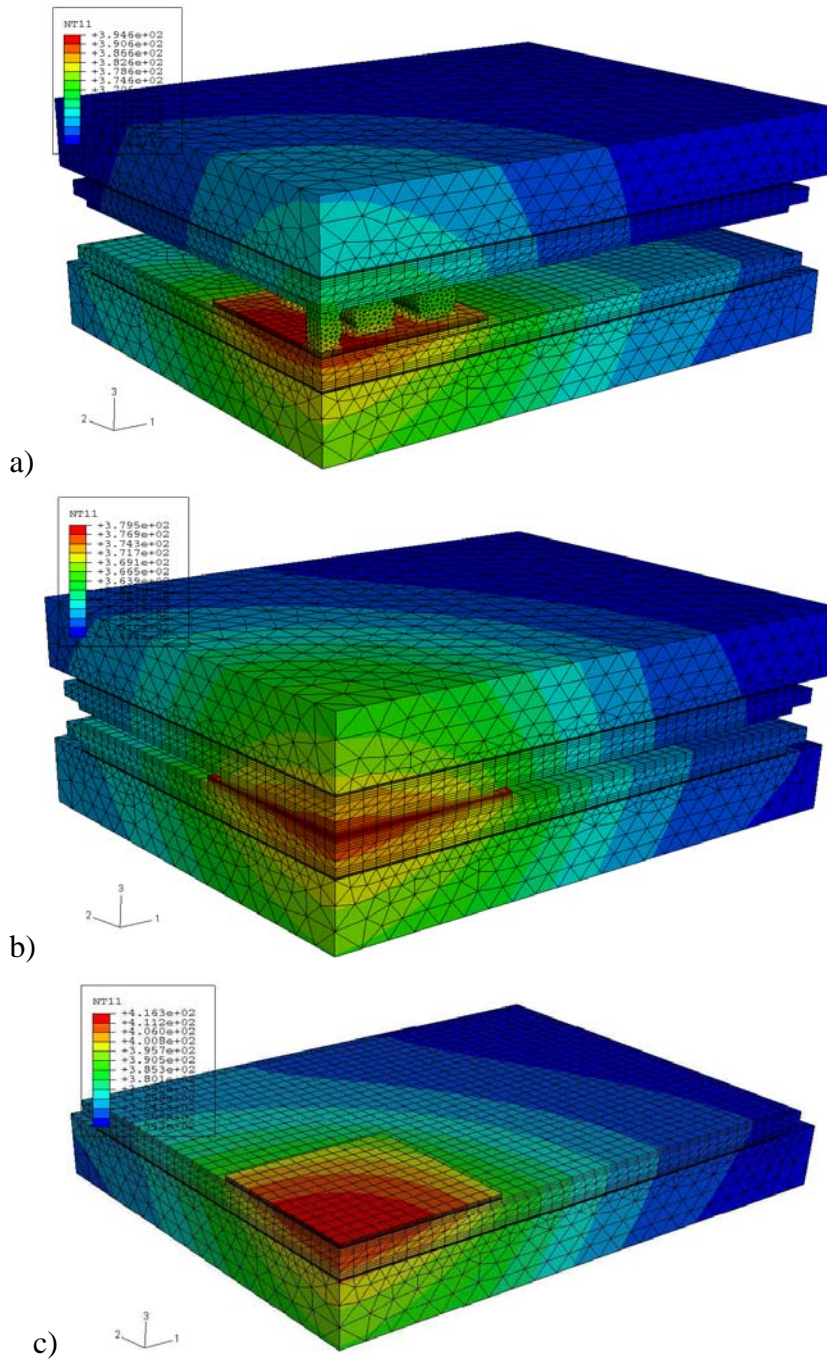


Figure 4-7 : Champs de température (K) au voisinage des puces dans les différentes structures : "AlSiC/AlN-Cu (BI)" (a), "AlSiC/AlN-Cu (BD)" (b), "AlSiC/AlN-Cu (FC)" (c).

Pour chaque configuration, la résistance thermique R_{th} est évaluée à partir de la température de jonction (température maximale) de la puce T_j , la température du fluide de refroidissement par convection T_{ref} , et la puissance P dissipée dans le composant, par la relation :

$$R_{th} = \frac{T_j - T_{ref}}{P} \quad (4-1)$$

4.2.1.2.3 Présentation et analyse des résultats de simulations thermiques

Le graphe de la Figure 4-8 présente une comparaison des différentes configurations en termes de résistances thermiques et de températures maximales de fonctionnement des puces.

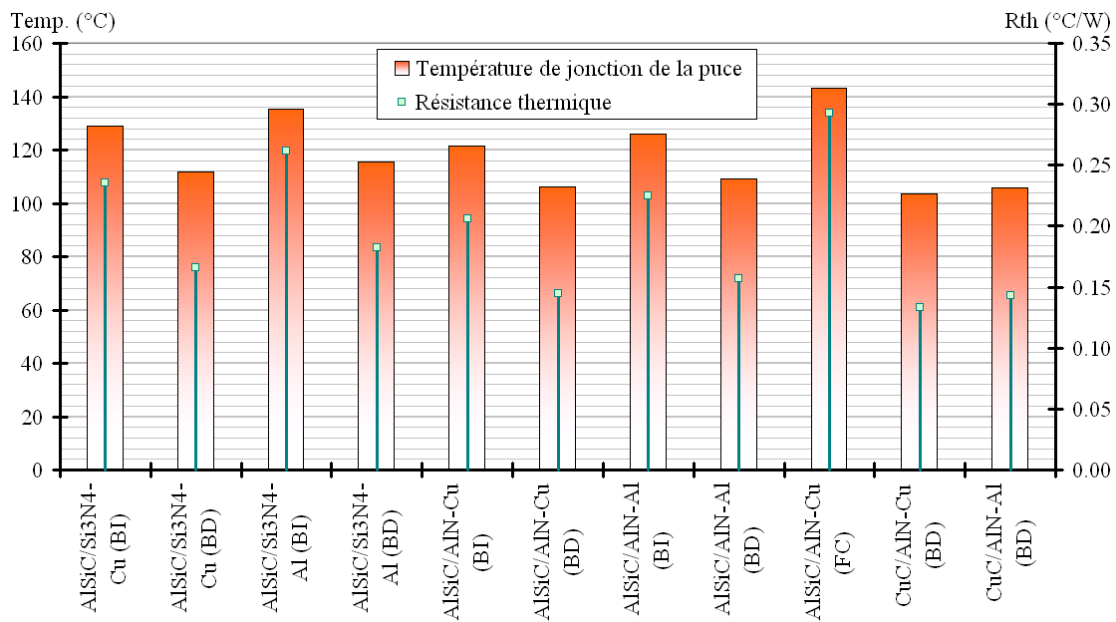


Figure 4-8 : Températures maximales des puces et résistances thermiques pour quelques assemblages.

Pour les deux technologies d'assemblage proposées, la répartition des flux thermiques qui passent au travers de chacune des faces des modules a été évaluée. Il apparaît que les structures avec brasages directs présentent un meilleur équilibre thermique avec un rapport de flux entre faces supérieures et inférieures de (47% - 53%), contre (26% - 74%) pour les structures avec connexions par brasages d'inserts. Elles conduiraient par conséquent à une meilleure répartition des contraintes thermiques et thermomécaniques dans les assemblages, et dans les puces en particulier. Pour ce qui est des températures de fonctionnement, les structures avec connexions par brasages directs conduisent ici à des valeurs en moyennes inférieures de 17,3°C à celles obtenues avec les structures avec connexions par brasages d'inserts, et de 37°C par rapport à la structure avec fils de câblage, pour des configurations de substrat métallisés et semelles identiques. La confrontation des résultats obtenus avec les semelles AlSiC et CuC montre que ces dernières améliorent la résistance thermique du module de 9,1% en moyenne dans les configurations sandwichs avec connexions par brasages directs.

4.2.1.2.4 Simulations thermomécaniques

Pour l'évaluation des réponses de Y2 à Y9, des simulations thermomécaniques ont été réalisées sur les différentes configurations d'assemblages.

Étant donné que ces valeurs sont fortement impactées par les contraintes résiduelles dans les assemblages après brasage [Guédon-Gracia 04], toutes les simulations ont été réalisées en commençant par simuler le procédé d'assemblage des substrats métallisés (DBC, DBA ou AMB), et de brasage. Par exemple, pour les substrats de types DBC, le contact entre le cuivre et l'AlN est établi à une température de départ correspondant au point de fusion de l'eutectique Cu₂O employé pour l'accrochage, c'est-à-dire 1065°C. Les contraintes résiduelles apparaissent alors lors refroidissement jusqu'à température ambiante. Pour ce qui est des brasures, le brasage est simulé par augmentation de leurs modules d'élasticité, en partant de valeurs presque nulles à la fusion pour atteindre les valeurs correspondant à celles identifiées, durant la descente en température. La Figure 4-9 présente l'allure du profil de température utilisé. Il part de la température ambiante à la température maximale du processus d'assemblage où toutes les contraintes mécaniques sont relâchées. À la suite de la phase d'assemblage, une phase de stockage de 24 heures est simulée afin prendre en compte l'effet de la relaxation des contraintes dans les brasures, sur les contraintes résiduelles dans l'assemblage. Les deux profils de cyclages (actif et passif) définis ci-dessus sont alors simulés.

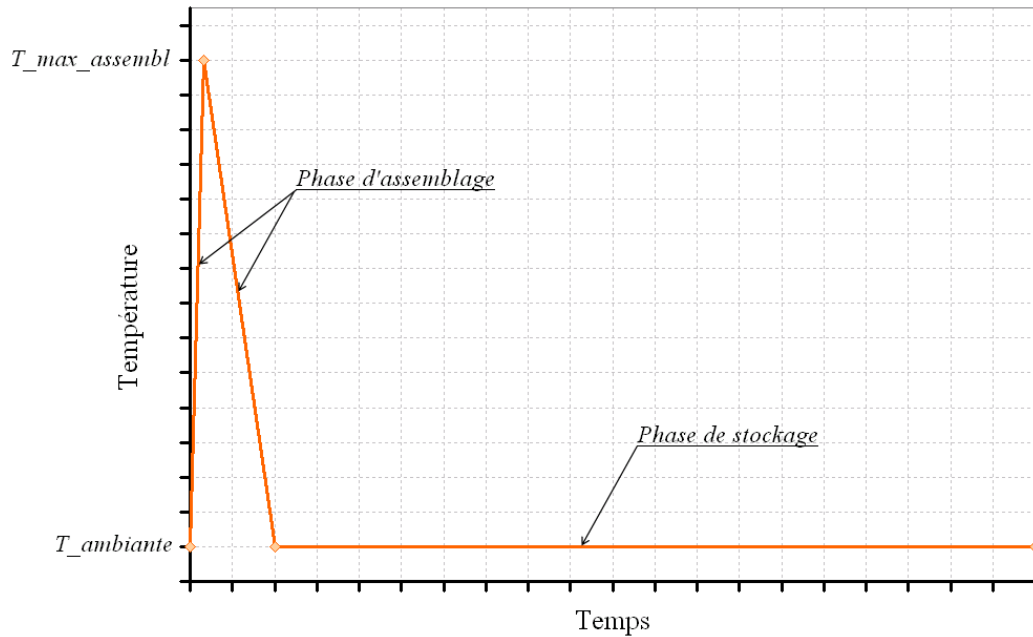


Figure 4-9 : Allure de profil de température utilisé pour la simulation du processus d'assemblage et du stockage.

4.2.1.2.4.1 Réponses Y4, Y5, Y8 et Y9

La Figure 4-10 présente une vue du champ de contraintes principales maximales dans le substrat céramique au sein d'un assemblage "AlSiC/AlN-Cu (BD)" après brasage. Les valeurs les plus élevées de contraintes sont localisées à la périphérie de l'empreinte de la métallisation sur le substrat.

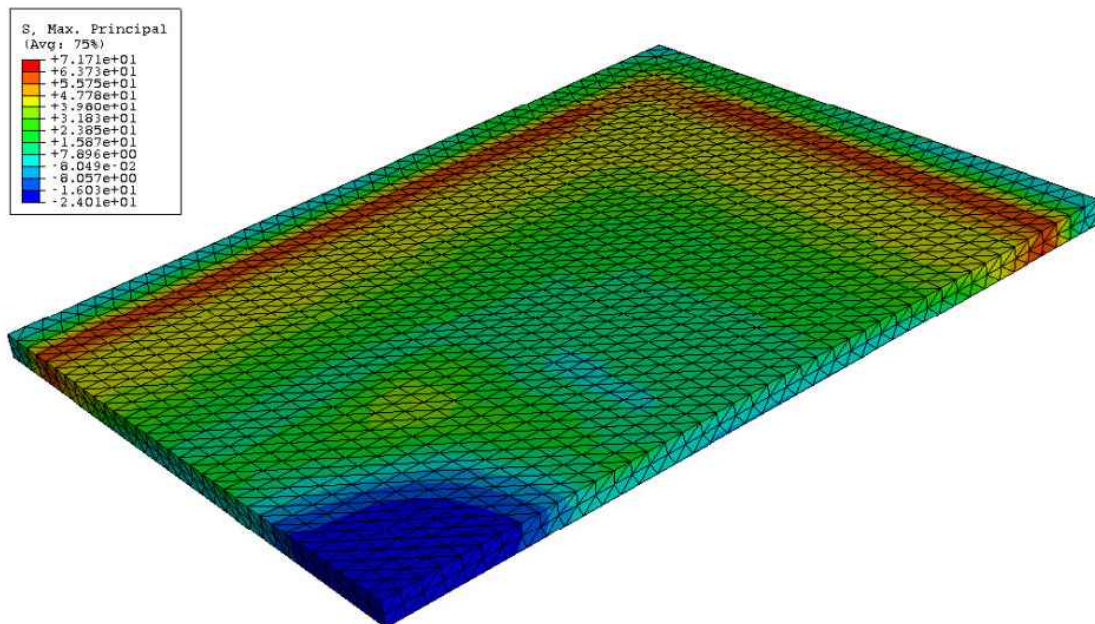


Figure 4-10 : Cartographie du champ des contraintes principales maximales dans le substrat céramique (MPa).

Pour ce qui est des puces, les valeurs des contraintes principales maximales sont localisées dans les zones de contact avec les inserts pour les assemblages avec connexions par brasages d'inserts (Figure 4-11-a) et juste en dessous de la brasure de grille pour les assemblages avec connexions par brasages directs (Figure 4-11-b).

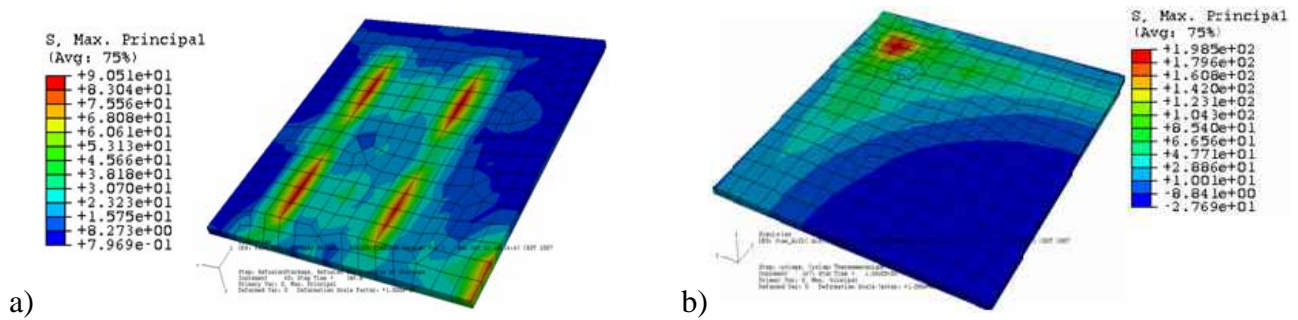


Figure 4-11 : Cartographie du champ de contraintes principales maximales (MPa) dans la puce : connexions par brasages d'inserts (a) et brasages directs (b).

Les valeurs maximales de la contrainte principale maximale utilisées pour le calcul des réponses Y4, Y5, Y8 et Y9 sont celles obtenues dans chacun des éléments des pièces considérées, et sur l'ensemble des pas de temps des différentes étapes de simulations. Afin de limiter les effets des singularités géométriques, les valeurs de contraintes considérées au niveau de chaque élément, sont obtenues en moyennant les valeurs données en chacun de ses points d'intégration. Un script en langage python a pour cela été mis au point afin d'automatiser la tâche correspondante. Les contraintes normalisées (rapport de contrainte principale maximale sur résistance mécanique) ont alors été évalués pour différents types de cyclages, suivant la relation :

$$\sigma_{norm} = \frac{\max(\sigma_i)}{\sigma_R} \quad (4-2)$$

où $\max(\sigma_i)$ est la valeur maximale de la contrainte principale maximale dans le matériau sur l'ensemble des pas de calcul, et σ_R la résistance mécanique du matériau.

4.2.1.2.4.2 Réponses Y2, Y3, Y6 et Y7

Pour l'évaluation des réponses Y2, Y3, Y6 et Y7, la densité d'énergie de déformation inélastique a été calculée dans l'ensemble des joints de brasure des modèles Éléments Finis. La Figure 4-12 présente le champ de densité d'énergies de déformations inélastiques totale dissipée dans la brasure semelle d'un assemblage soumis à du cyclage passif accéléré.

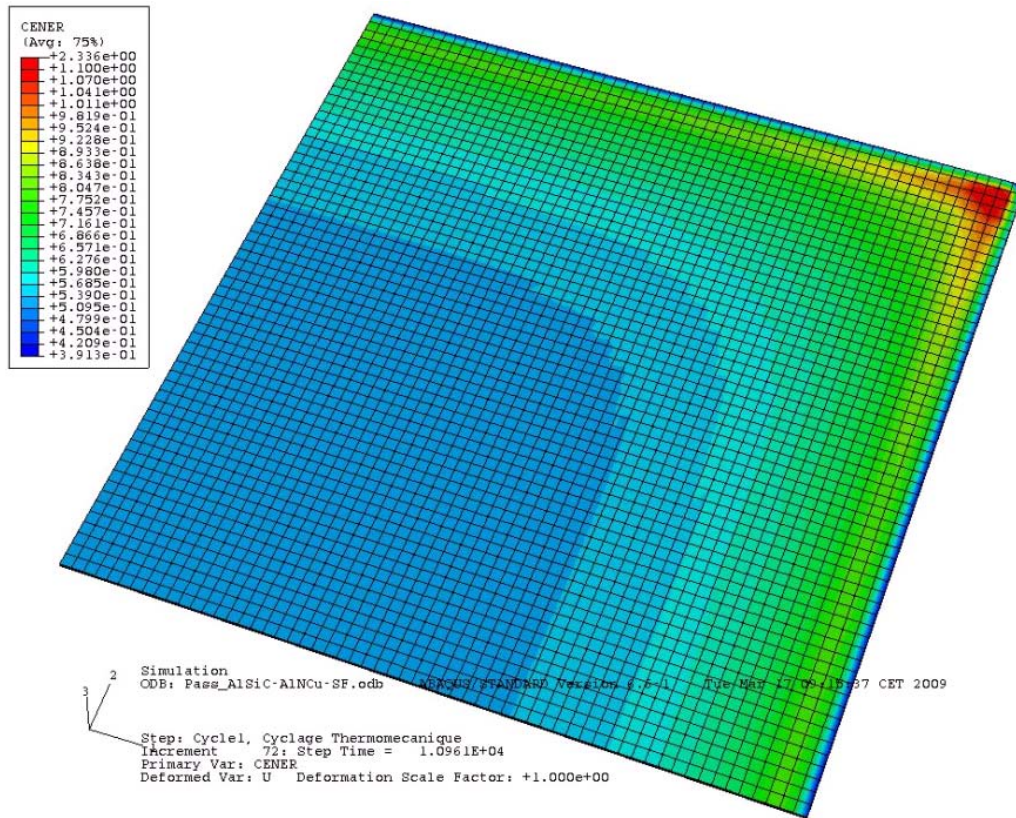


Figure 4-12 : Cartographie du champ de densité d'énergie de déformation inélastique totale dissipée dans une brasure semelle après cyclage passif (mJ/mm^3).

La densité d'énergie dissipée est maximale à la périphérie de la brasure, c'est donc dans cette zone que l'endommagement de la brasure sera initié, conformément à la loi de fatigue de Heinrich (cf. chapitre III). Ce résultat est concordant avec les nombreuses observations expérimentales sur la dégradation des brasures semelles [Mitic 99, Ciappa 02, Lhommeau 08], faisant état du fait que la brasure se dégrade progressivement en partant de sa périphérie en direction de son centre. Pour plus de précision dans la prise en compte du délaminage substrat/semelle, les réponses Y2 et Y6 ont été évaluées dans l'angle de la brasure plutôt que dans tout son volume.

Pour ce qui est des brasures des composants électroniques, la visualisation des champs de densité d'énergie de déformation inélastique a montré que les zones les plus sollicitées sont les brasures d'insert dans les assemblages avec connexions par brasages d'inserts (Figure 4-13-a) et la brasure de grille, dans les assemblages avec connexion par brasages directs (Figure 4-13-b). En raison des tailles relativement faibles de ces connexions, les réponses Y3 et Y7 ont été évaluées dans l'ensemble de leur volume.

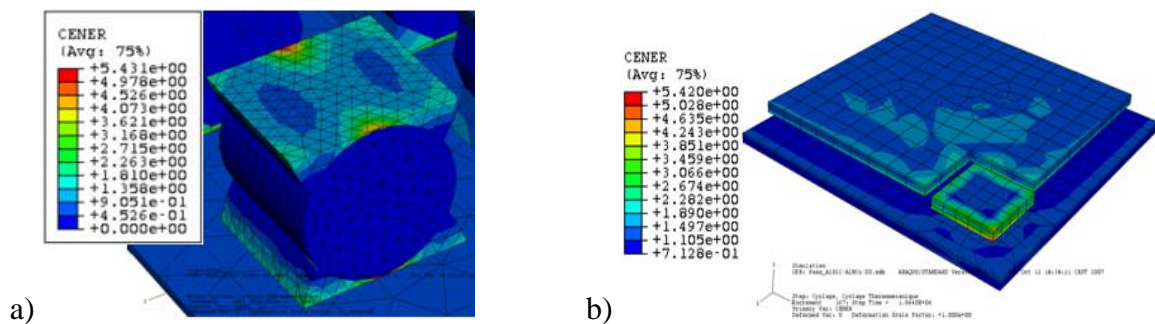


Figure 4-13 Cartographie du champ de densité d'énergie de déformation inélastique dans la brasure de connexions après cyclage thermique (mJ/mm^3) : connexion par brasages d'inserts (a) et brasages directs (b).

L'analyse de l'évolution des boucles d'hystérésis dans les diagrammes contraintes/déformations au cours du cyclage met en évidence une stabilisation cyclique des énergies en jeu. Ce constat est illustré à la Figure 4-14-a pour une brasure d'insert et à la Figure 4-14-b pour une brasure collecteur.

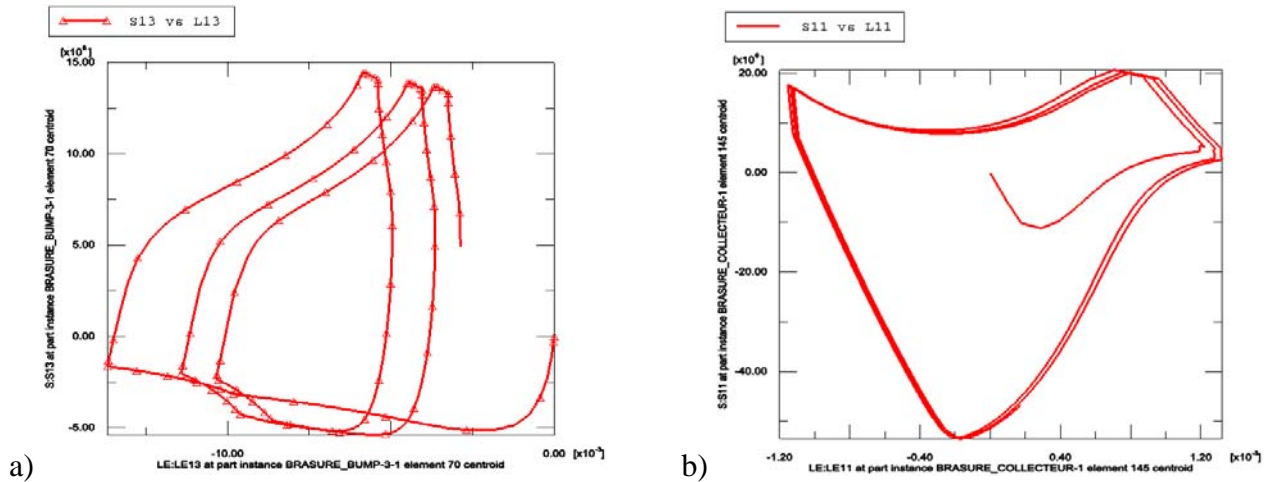


Figure 4-14 : Illustration de la stabilisation des cycles contraintes/déformations dans les brasures : d'insert (a) et collecteur (b).

Afin de quantifier cette stabilisation en terme de densité d'énergie de déformation inélastique cyclique, nous avons réalisé dix cycles thermiques sur un assemblage "AlSiC/AlN-Cu (BI)". L'évolution des densités d'énergies de déformations ainsi que les erreurs relatives par rapport au 10^{ème} cycle utilisé ici comme référence, sont présentées à la Figure 4-15.

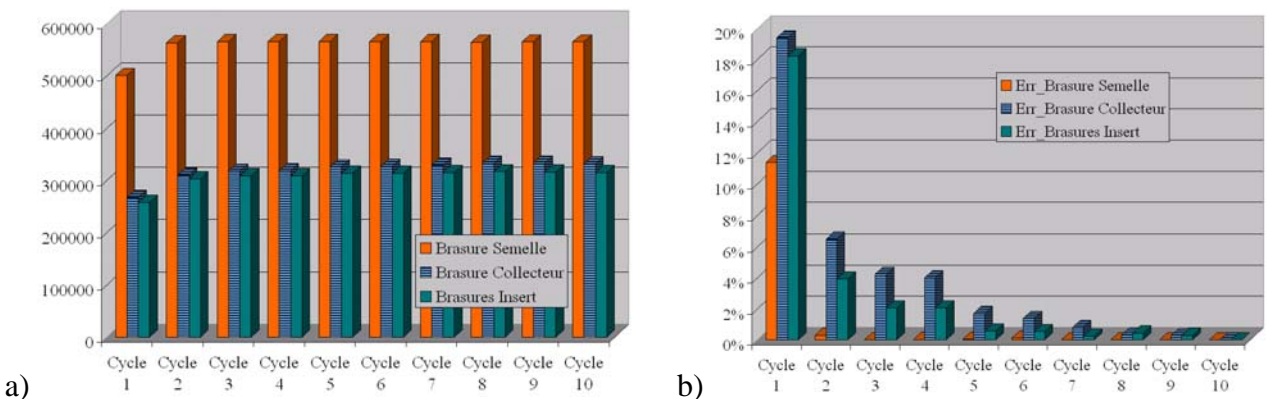


Figure 4-15 : Évolution des densités d'énergies de déformation en J/m^3 (a) et erreurs relatives par rapport au 10^{ème} cycle (b) en cyclage accéléré passif.

Au bout du troisième cycle passif, l'erreur relative sur la densité d'énergie de déformation inélastique reste inférieure à 4% pour l'ensemble des connexions considérées. Pour une brasure obéissant à la loi de fatigue de Heinrich, une erreur relative de valeur α se répercute sur l'estimation du nombre de cycle avant initiation de fissure par la relation :

$$erreur(N_f) = \left| 1 - (1 + \alpha)^{K_2} \right| \quad (4-3)$$

Avec la brasure SnAgCu dont les paramètres sont donnés au chapitre III, cette erreur correspond approximativement à une erreur relative d'environ 3,77% sur la prédiction du nombre de cycles passifs avant initiation de fissure. Cette précision relativement bonne, traduit que la simulation de cycles supplémentaires n'améliorerait pas significativement les estimations. Il est par conséquent suffisant de se limiter à la simulation de trois cycles, et d'évaluer les densités d'énergie de déformation au cours du troisième cycle. Cela permet de réduire les temps de calcul, tout en conservant une bonne précision dans les évaluations de durées de vie.

4.2.1.2.5 Présentation et analyse des résultats de simulations thermomécaniques

Pour les configurations d'assemblage prises en compte lors des simulations thermomécaniques, les réponses de Y2 à Y9 ont été évaluées. Les résultats obtenus sont présentés ci-après à la Figure 4-16 pour ce qui est du cyclage passif, et à la Figure 4-17 pour le cyclage actif. Sur ces figures, nous présentons aussi les densités d'énergies de déformation dissipées par les brasures inférieures des puces (cotés "collecteur").

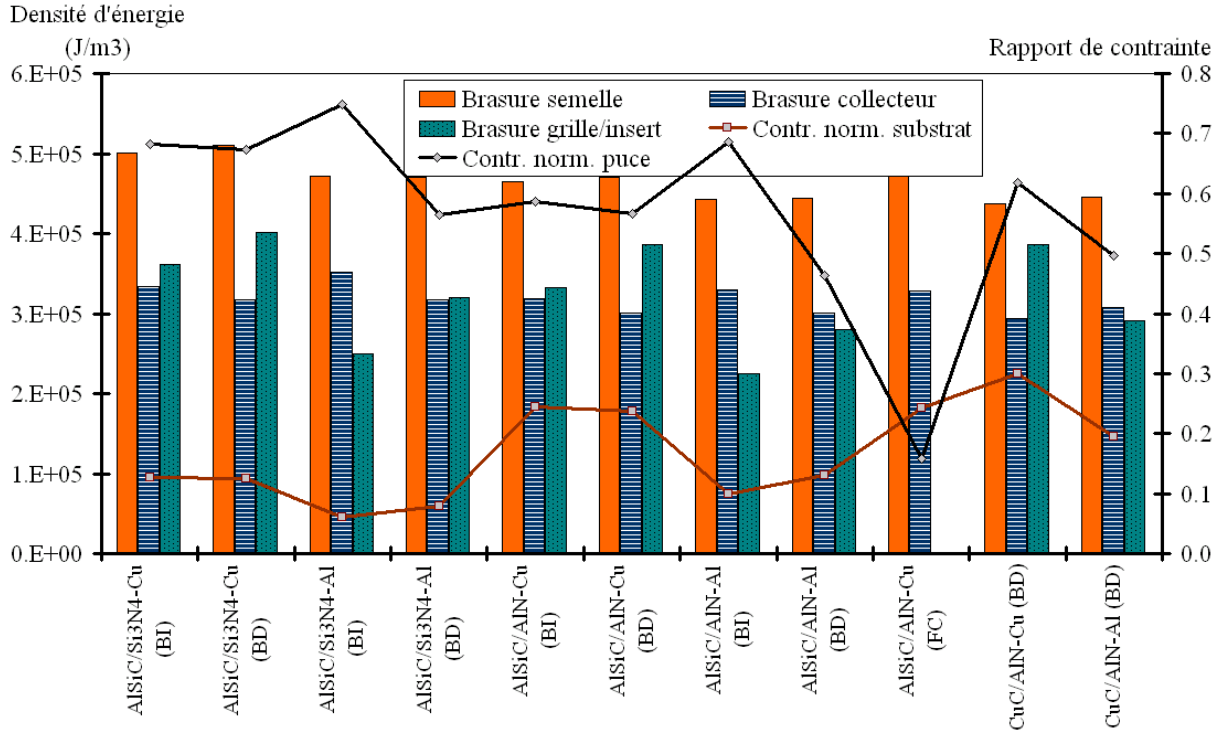


Figure 4-16 : Densités d'énergies de déformations inélastiques et contraintes normalisées par assemblage en cyclage passif.

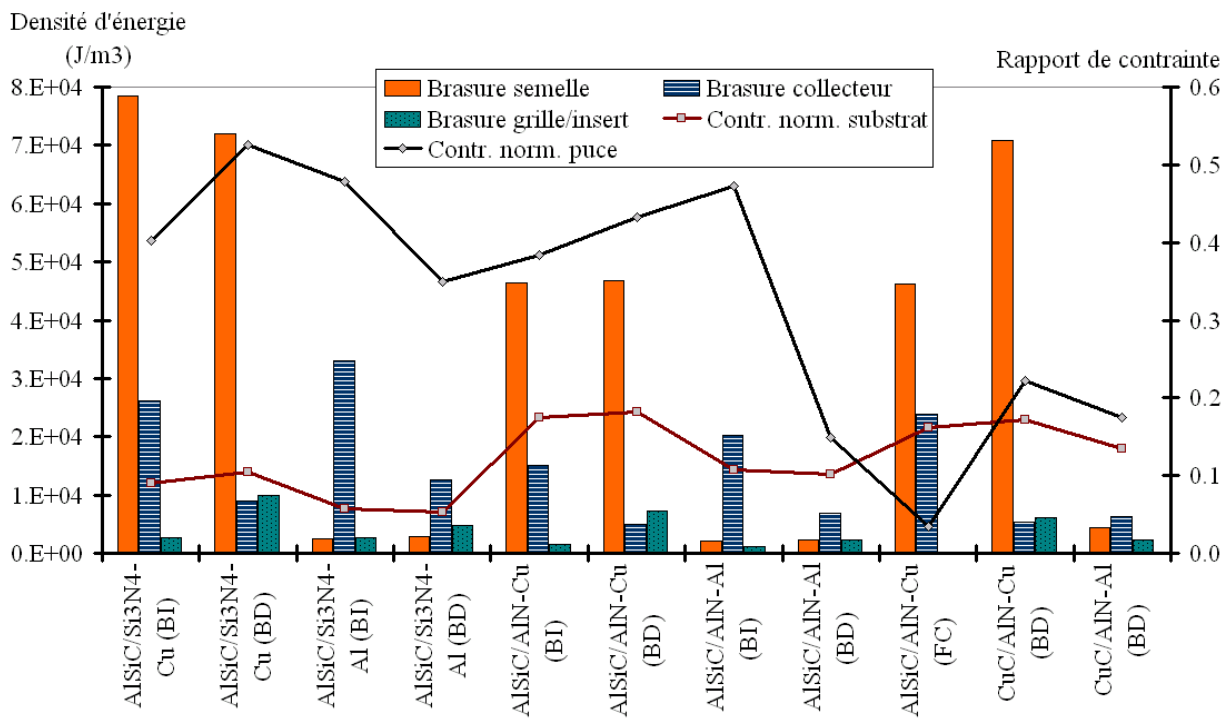


Figure 4-17 : Densités d'énergies de déformations inélastiques et contraintes normalisées par assemblage en cyclage actif.

Ces résultats montrent que les densités d'énergies dissipées dans les brasures faces arrière de puce sont plus importantes dans les configurations avec connexions par brasages d'inserts, tant en cyclage actif que passif. En ce qui concerne les semelles, l'AlSiC et le CuC sont comparables du point de vue de la fatigue des brasures en cyclage passif avec un léger avantage pour l'AlSiC. Cette tendance s'inverse en cyclage actif en raison de la bonne conductivité thermique du CuC.

Pour ce qui est des autres paramètres, la modélisation des réponses à partir des plans d'expériences permettra de mieux les cerner, avec la quantification des effets des différents facteurs sur les performances des assemblages, et la mise en évidence des interactions entre les différents paramètres des modèles.

4.2.1.3. Modélisation des réponses à partir des plans d'expériences

Compte tenu du nombre de facteurs (A, B et C), et de la prise en compte des interactions de premier ordre (AB, AC et BC), le modèle correspondant à chaque réponse Y est exprimé sous la forme générale :

$$Y = a_I + a_A \cdot A + a_B \cdot B + a_C \cdot C + a_{AB} \cdot AB + a_{AC} \cdot AC + a_{BC} \cdot BC \tag{4-4}$$

où a_I représente la réponse moyenne de Y (effet du facteur identité noté I), et a_A , a_B , a_C , a_{AB} , a_{AC} et a_{BC} respectivement les effets des facteurs A , B , C , et des interactions AB , AC et BC .

Étant donné le caractère binaire des différents facteurs, des plans d'expériences à deux niveaux sont suffisants à l'analyse des différentes réponses. Des plans factoriels 2^3 ont alors été envisagés, avec une matrice d'expériences construite selon l'algorithme de Yates. Elle est donnée au Tableau 4-3 ci-dessous, avec les désignations des configurations correspondant aux expérimentations numériques réalisées.

N° d'expérience - Désignation	A	B	C	A·B	A·C	B·C
1 - AlSiC/Si ₃ N ₄ -Cu (SB)	-1	-1	-1	1	1	1
2 - AlSiC/Si ₃ N ₄ -Cu (DS)	1	-1	-1	-1	-1	1
3 - AlSiC/Si ₃ N ₄ -Al (SB)	-1	1	-1	-1	1	-1
4 - AlSiC/Si ₃ N ₄ -Al (DS)	1	1	-1	1	-1	-1
5 - AlSiC/AlN-Cu (SB)	-1	-1	1	1	-1	-1
6 - AlSiC/AlN-Cu (DS)	1	-1	1	-1	1	-1
7 - AlSiC/AlN-Al (SB)	-1	1	1	-1	-1	1
8 - AlSiC/AlN-Al (DS)	1	1	1	1	1	1

Tableau 4-3 : Matrice d'expériences.

Les réponses obtenues pour chacune des expérimentations (simulations numériques) sont présentées ci-dessous dans le Tableau 4-4.

N° d'Exp.	Y1exp	Y2exp	Y3exp	Y4exp	Y5exp	Y6exp	Y7exp	Y8exp	Y9exp
1	0,235	500162	361461	0,127	0,682	78429	2624	0,090	0,402
2	0,166	510198	401204	0,125	0,673	71905	9862	0,105	0,525
3	0,261	471424	249202	0,060	0,749	2551	2735	0,057	0,479
4	0,182	470464	319971	0,080	0,565	2779	4713	0,053	0,349
5	0,206	464576	332877	0,245	0,587	46476	1604	0,174	0,384
6	0,145	470581	385688	0,238	0,566	46863	7228	0,181	0,432
7	0,225	443124	224219	0,099	0,686	2021	1232	0,108	0,473
8	0,157	443460	279698	0,130	0,463	2227	2335	0,101	0,148

Tableau 4-4 : Réponses calculées pour les différentes expériences

De la matrice d'expérience, on déduit la matrice des effets X :

$$X = \begin{bmatrix} +1 & -1 & -1 & -1 & +1 & +1 & +1 \\ +1 & +1 & -1 & -1 & -1 & -1 & +1 \\ +1 & -1 & +1 & -1 & -1 & +1 & -1 \\ +1 & +1 & +1 & -1 & +1 & -1 & -1 \\ +1 & -1 & -1 & +1 & +1 & -1 & -1 \\ +1 & +1 & -1 & +1 & -1 & +1 & -1 \\ +1 & -1 & +1 & +1 & -1 & -1 & +1 \\ +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 \end{bmatrix} \quad (4-5)$$

Cette matrice permet de calculer les effets des différents facteurs sur les différentes réponses. Les effets a_i du $i^{\text{ème}}$ facteur sont calculés par la relation :

$$a_i = (X_i^T \cdot Y_{exp})/n \quad (4-6)$$

avec X_i^T la transposée de la $i^{\text{ème}}$ colonne de la matrice des effets X , Y_{exp} le vecteur colonne des réponses calculées pour les différentes expériences, et n le nombre d'expérimentations.

L'évaluation des effets des différents facteurs ainsi que ceux de leurs interactions du premier ordre est présentée dans le tableau ci-dessous.

	I	A	B	C	AB	AC	BC
Effet sur Y1	0.197	-0.035	0.009	-0.014	-0.002	0.002	-0.001
Effet sur Y2	471749	1927	-14631	-16313	-2083	-342	2487
Effet sur Y3	319290	27350	-51018	-13670	4212	-278	-2644
Effet sur Y4	0,138	0,005	-0,046	0,040	0,008	0,001	-0,018
Effet sur Y5	0,621	-0,054	-0,006	-0,046	-0,047	-0,006	0,005
Effet sur Y6	31656	-713	-29262	-7259	821	861	6989
Effet sur Y7	4042	1993	-1288	-942	-1223	-311	-28
Effet sur Y8	0,109	0,001	-0,029	0,032	-0,004	-0,001	-0,008
Effet sur Y9	0,399	-0,035	-0,037	-0,040	-0,078	-0,034	-0,012

Tableau 4-5 : Effets des facteurs et de leurs interactions sur les différentes réponses.

4.2.1.4. Vérification et validation des modèles de réponses

Avec les effets calculés précédemment, les modèles correspondants aux différentes réponses sont entièrement déterminés. Les modèles obtenus ont fait l'objet d'investigations, à l'aide d'outils statistiques permettant de tester la significativité de leurs coefficients et leur validité. Ces outils sont basés sur l'analyse des résidus e_i entre les réponses expérimentales et celles prédites par les modèles correspondant à la $i^{\text{ème}}$ expérience.

4.2.1.4.1 Tests de significativité des effets

La significativité des effets a été mise en évidence à l'aide d'un test de Student. Ce test est basé sur la comparaison en valeurs absolues des coefficients des modèles avec les écarts-types σ_i correspondants. Pour un modèle donné, ces écarts-types sont identiques pour les différents coefficients. Soit p le nombre de coefficients du modèle, ces écarts-types sont reliés à l'estimateur sans biais de la variance des résidus σ^2 , par la relation $\sigma_i^2 = \frac{\sigma^2}{n}$ avec $\sigma^2 = \frac{1}{n-p} \sum_{i=1}^n e_i^2$.

Un effet sera dit significatif (c'est-à-dire que la variable ou l'interaction qui lui est associée a une influence sur la réponse), s'il est pour un risque donné, significativement différent de 0. L'hypothèse

testée est donc $H_0 : \{a_i = 0\}$ contre l'hypothèse $H_1 : \{a_i \neq 0\}$. La statistique de Student correspondant au test vaut $t_i = \frac{|a_i|}{\sigma_i}$. Pour la définition du seuil, un risque d'erreur de première espèce $\alpha = 5\%$ a été considéré. Le seuil critique de la variable de Student correspondant à ce seuil pour $\nu = n - p = 8 - 7 = 1$ degrés de liberté vaut ici $t_{crit}(\alpha, \nu) = t_{crit}(5\%, 1) = 12,71$. Les valeurs de $t(\alpha, \nu)$ sont données par la plupart des ouvrages de statistique, elles peuvent aussi être obtenue à partir de la plupart des tableurs, comme par exemple Microsoft Excel utilisé ici avec la commande " $=LOI.STUDENT.INVERSE(\alpha, \nu)$ ".

Si $t_i > 12,71$, l'hypothèse $H_0 : \{a_i = 0\}$ est rejetée au risque d'erreur de 5%, c'est-à-dire que l'effet en question est au risque de 5% significativement différent de 0, et donc que la variable qui lui est associée a une influence sur la réponse.

Les statistiques t_i de Student pour des différents coefficients sont résumées dans le Tableau 4-6, les valeurs supérieures à $t_{crit}(5\%, 1)$ sont mis en évidence en gras sur fond rouge.

	I	A	B	C	AB	AC	BC
Effet sur Y1	475,43	83,45	21,94	34,23	5,15	5,92	3,29
Effet sur Y2	708,48	2,89	21,97	24,50	3,13	0,51	3,74
Effet sur Y3	90,07	7,72	14,39	3,86	1,19	0,08	0,75
Effet sur Y4	67,20	2,50	22,28	19,54	3,69	0,37	8,55
Effet sur Y5	182,53	16,00	1,73	13,49	13,81	1,91	1,33
Effet sur Y6	36,53	0,82	33,77	8,38	0,95	0,99	8,07
Effet sur Y7	43,71	21,55	13,93	10,18	13,22	3,36	0,31
Effet sur Y8	137,15	1,76	36,49	40,92	5,27	1,72	9,71
Effet sur Y9	26,60	2,36	2,45	2,66	5,21	2,24	0,79

Tableau 4-6 : Statistique de Student, et résultat du tests de significativité des coefficients des modèles pour un seuil de 5%.

Dans l'expression des modèles des différentes réponses, les effets recalés au test de Student, donc non significatifs pour les réponses concernées, sont annulés. Les coefficients finaux considérés pour la modélisation des différentes réponses sont présentés dans le Tableau 4-7.

	I	A	B	C	AB	AC	BC
Effet sur Y1	0,197	-0,035	0,009	-0,014	0	0	0
Effet sur Y2	471749	0	-14631	-16313	0	0	0
Effet sur Y3	319290	0	-51018	0	0	0	0
Effet sur Y4	0,138	0	-0,046	0,040	0	0	0
Effet sur Y5	0,621	-0,054	0	-0,046	-0,047	0	0
Effet sur Y6	31656	0	-29262	0	0	0	0
Effet sur Y7	4042	1993	-1288	0	-1223	0	0
Effet sur Y8	0,109	0	-0,029	0,032	0	0	0
Effet sur Y9	0,399	0	0	0	0	0	0

Tableau 4-7 : Effets des différents facteurs par réponse, à l'issue des tests de significativité de Student.

4.2.1.4.2 Tests de validité des modèles

Les modèles retenus à l'issue des tests de significativité ont été soumis à des tests de validité par analyse de la variance. La statistique utilisée ici à cet effet est celle de Fisher-Snedecor (la statistique F). Elle est basée sur la comparaison des deux variances que sont la variance due au

modèle, c'est-à-dire la somme des carrés des écarts due à la liaison ($SCEL$), avec la somme des carrés des écarts des résidus ($SCER$).

Si nous notons $Yexp^i$ les réponses observées lors de la réalisation des expériences, $Yest^i$ les réponses estimées à l'aide du modèle, et $Ymoy$ la moyenne des réponses expérimentales, nous avons : $SCEL = \sum_i (Yest^i - Ymoy)^2$ et $SCER = \sum_i (Yexp^i - Yest^i)^2$. Pour chaque modèle, la statistique observée de Fisher-Snedecor F_{obs} est définie par le quotient de ces deux variances rapportées à leurs degrés de libertés respectifs qui sont de $(p-1)$ pour $SCEL$ et $(n-p)$ pour $SCER$: $F_{obs} = \left(\frac{SCEL}{p-1} \right) / \left(\frac{SCER}{n-p} \right)$. Elle comporte deux degrés de libertés $\nu_1 = (p-1)$ et $\nu_2 = (n-p)$. Pour un risque α fixé à 5%, F_{obs} doit être supérieure à un seuil critique défini pour chaque modèle par $F_{crit} = F(\alpha, p-1, n-p)$, pour que le modèle soit accepté. Les valeurs de $F_{crit}(\alpha, \nu_1, \nu_2)$ sont obtenues à partir du tableur Microsoft Excel avec la commande " $=INVERSE.LOI.F(\alpha, \nu_1, \nu_2)$ ". Les valeurs de F_{obs} et F_{crit} obtenues sont résumées dans le Tableau 4-8, avec les décisions sur la validité des modèles déterminés pour chaque réponse.

	F_{obs}	F_{crit}	Décision (à un risque de 5%)
Modèle de Y1	626,2	6,59	Accepté
Modèle de Y2	405,6	5,79	Accepté
Modèle de Y3	96,37	5,99	Accepté
Modèle de Y4	93,37	5,79	Accepté
Modèle de Y5	356,9	6,59	Accepté
Modèle de Y6	295,8	5,99	Accepté
Modèle de Y7	9,67	6,59	Accepté
Modèle de Y8	291,2	5,79	Accepté
Modèle de Y9	-	-	Non évalué

Tableau 4-8 : Validité des modèles retenus construits autour des facteurs significatifs.

Ces résultats permettent de valider les modèles basés uniquement sur les facteurs significatifs, à l'exception du modèle Y9 représentant la contrainte normalisée dans la puce en cyclage actif.

L'intérêt de cette analyse est de permettre de définir selon les sollicitations prévues, la configuration présentant les aptitudes optimales pour chaque application selon ses spécificités, tout en ayant une idée précise des impacts des choix effectués sur la durée de vie et la fiabilité des assemblages. Le choix d'une configuration sera réalisé de manière à minimiser les réponses, c'est-à-dire les contraintes normalisées, les densités d'énergies de déformations ou les résistances thermiques.

4.2.1.5. Analyse des résultats

L'impédance thermique des assemblages est sensible aux trois facteurs considérés. La configuration optimale vis-à-vis de cette réponse est la structure "AlSiC/AlN-Cu (BD)", mais compte tenu du poids relativement faible (4,6%) de l'effet de la métallisation sur la réponse Y1, l'emploi de métallisation en aluminium devrait conduire à des performances thermiques relativement proches des performances optimales. La structure "AlSiC/AlN-Al (BD)" constitue alors une excellente alternative.

Pour ce qui est de la fatigue de la brasure semelle, elle est sensible à la nature des métallisations et de la céramique en cyclage passif (Y2), et seulement à la nature des métallisations en cyclage actif (Y6). Les signes des effets conduisent à l'identification de la structure avec substrat AlN et métallisations en aluminium comme configuration optimale pour la minimisation de la fatigue de la

brasure semelle, tant en cyclages actifs que passifs. La technologie de connexion n'a aucun impact significatif sur la fatigue de brasures substrat/semelle.

Concernant la fatigue des brasures de connexion, seule la métallisation en aluminium est recommandée en cyclage passif, alors qu'en cyclage actif, il faut plutôt s'orienter vers une métallisation en aluminium en association avec des connexions par brasages d'inserts. Il est donc suffisant de s'orienter vers une solution d'assemblage avec connexions par brasages d'inserts et métallisations en aluminium pour la minimisation des deux réponses Y3 et Y7. La nature de la céramique n'a pas d'influence significative.

Quant à la rupture des substrats céramique, les modèles des réponses Y4 et Y8 montrent que seules les natures de la céramique et de la métallisation sont significatives pour les deux profils de sollicitation, la configuration optimale étant obtenue avec l'association de substrat Si_3N_4 avec des métallisations en aluminium.

Concernant la rupture des puces, tous les facteurs considérés se sont révélés non significatifs en cyclage actif (Y9). Nous nous orienterons de préférence vers la structure "AlSiC/AlN-Al (BD)" qui minimise la contrainte dans le composant en cyclage passif (Y5).

D'un point de vue global, les interactions connexion/céramique et métallisation/céramique n'ont aucune incidence significative sur les réponses. Par ailleurs, les modèles obtenus avec les plans d'expériences montrent qu'il est impossible de satisfaire simultanément l'ensemble des neuf réponses considérées. Des contradictions apparaissent d'une réponse à une autre. Pour une application spécifique, les choix peuvent être opérés en considération des critères qui paraissent déterminants (impédance thermique, durée de vie des brasures ou risque de rupture des puces et substrats) et de la nature des sollicitations prédominantes (fortes dissipations thermiques dans les composants ou profil sévère de température extérieure).

Parmi les configurations d'assemblages comparées, l'emploi de métallisations en aluminium ressort comme celle qui satisfait au mieux l'ensemble des réponses. Le cuivre n'est recommandé que pour la minimisation de l'impédance thermique des assemblages. Dans une démarche d'innovation, l'emploi de substrats avec une métallisation en cuivre côté composants et une métallisation en aluminium pour le contact avec la brasure semelle serait plus consensuel pour l'ensemble des performances des modules. Sous réserve de faisabilité (procédé de fabrication, équilibre thermomécanique du substrat métallisé, etc.), cette solution illustrée à la Figure 4-18 permettrait de mieux diffuser le flux de chaleurs des composants vers le refroidisseur, tout en minimisant la densité d'énergie de déformation dissipée dans les brasures semelles et les contraintes mécaniques dans les céramiques.

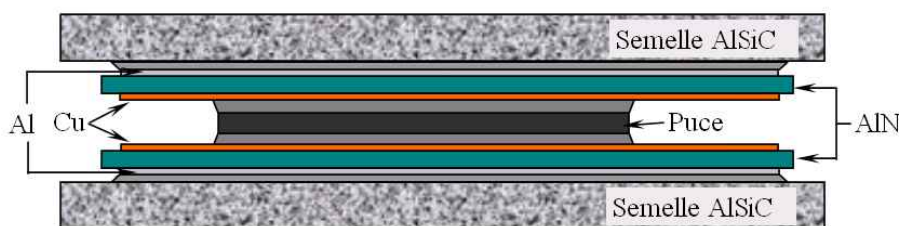


Figure 4-18 : Illustration de la structure réalisant le meilleur compromis des neuf réponses étudiées.

4.2.2. Effet des dimensions et de la nature des pièces du module

L'objectif de cette phase supplémentaire d'analyse est d'explorer les impacts des épaisseurs des couches présentes dans les assemblages (brasures semelles et puces, métallisations, substrats céramiques), et de la taille des inserts, suivant la nature de leurs matériaux, sur le comportement thermique et thermomécanique des assemblages. Pour cela, des modèles similaires à ceux utilisés pour l'analyse des différentes configurations ont été considérés, à la seule différence que nous avons pris en compte quatre puces au lieu d'une précédemment. Les composants sont disposés en carré et

régulièrement espacés au sein des sandwichs. Le passage d'une à quatre puces pour cette analyse est lié à la nécessité de prendre en compte les interactions entre les dilatations locales au voisinage de chaque composant, et celles provoquées au niveau global par l'échauffement des composants voisins. Comme pour les modèles précédents, seul un quart de structure a été modélisé, en raison des symétries présentes. Les modèles Éléments Finis correspondant ont fait l'objet de rédaction de scripts en langage python, permettant de les générer dans Abaqus, et ainsi de simplifier les analyses paramétriques.

Les profils de chargements considérés ainsi que les conditions aux limites sont ceux utilisés précédemment pour l'analyse des différentes configurations d'assemblage.

4.2.2.1. Influence de la taille des inserts

Ce paragraphe porte sur l'analyse de l'influence de la taille et de la nature des inserts sur l'impédance thermique des modules et la fatigue des brasures associées à ces connexions. Le paramètre choisi est le diamètre de l'insert, sa longueur étant définie de manière à ce que ses proportions restent inchangées (rapport diamètre/longueur constant et égal à 14/15). Le matériau utilisé traditionnellement pour les inserts est le cuivre, il est comparé ci-après à l'aluminium dans l'analyse des performances définies ci-dessus. Plusieurs simulations du comportement thermique et thermomécanique d'une structure de type "AlSiC/AlN-Cu (BI)" ont pour cela été réalisées, en faisant varier le diamètre des inserts de 1 à 2 mm. Pour le calcul des densités d'énergies de déformation dissipée dans les brasures d'insert, l'insert le plus éloigné du centre de l'assemblage a été considéré en raison de son positionnement de nature à l'exposer plus que les autres à la fatigue thermomécanique. Les calculs des densités d'énergie dissipées sont réalisés sur le volume total des brasures supérieure et inférieure de l'insert ciblé. Les résultats obtenus sont synthétisés sur le graphe de la Figure 4-19.

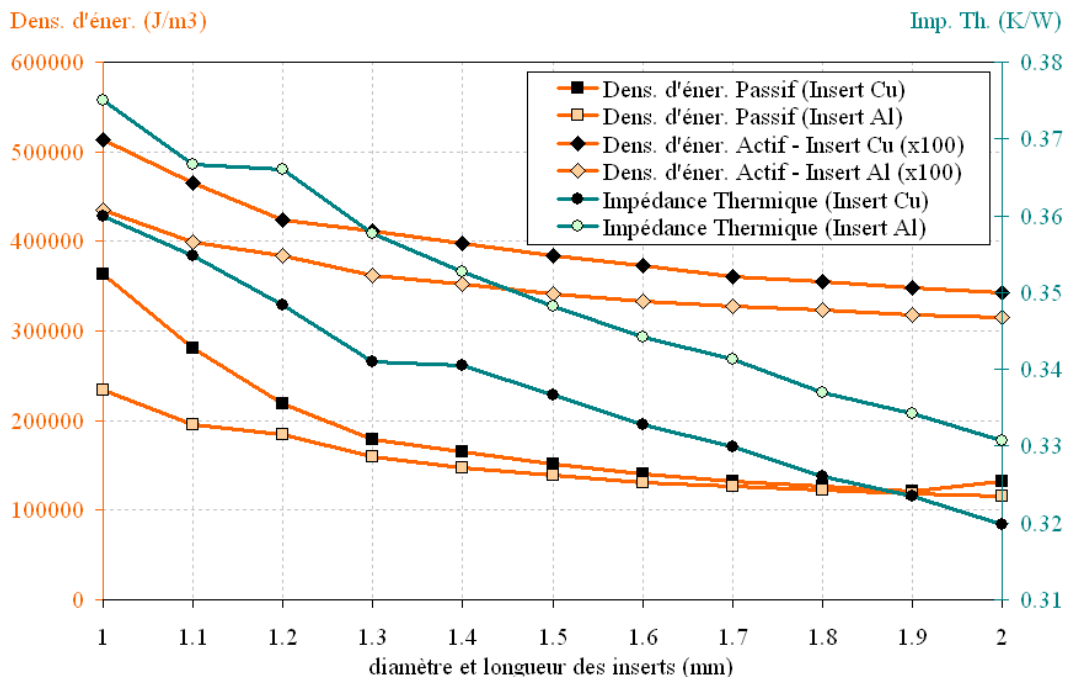


Figure 4-19 : Évolution des densités d'énergies dissipées dans les brasures d'insert et de l'impédance thermique des modules en fonction de la taille et de la nature des inserts.

Il apparaît que l'impédance thermique du module décroît linéairement lorsque la taille de l'insert augmente, avec des taux qui semblent être identiques pour les deux matériaux et qui valent environ 0,045 K/W·mm. Par rapport au cuivre, l'aluminium conduirait en moyenne à une augmentation de 3,4% de l'impédance thermique. Pour ce qui est de la densité d'énergie de déformation dissipée dans les brasures d'inserts, elles semblent décroître aussi avec la taille des inserts, mais de manière non linéaire. De même, l'emploi de l'aluminium en remplacement du cuivre comme matériau conduirait

à une réduction de la densité d'énergie dans des proportions variant avec la taille des inserts. Les évolutions des courbes correspondantes sont présentées ci-dessus (Figure 4-19).

4.2.2.2. Influence de l'épaisseur de la brasure de connexion directe

Pour l'analyse de l'influence des épaisseurs des brasures de connexion sur les performances des assemblages avec connexions par brasages directs, le comportement thermique et thermomécanique d'une structure de type "AlSiC/AlN-Cu (BD)" a fait l'objet de différentes simulations. Pour cela, les trois quantités que sont l'impédance thermique du module, les contraintes principales maximales dans la puce et la densité d'énergie de déformation inélastique dissipée dans les brasures collecteur et grille, ont été évaluées en cyclages passif et actif, et ce, en faisant varier les épaisseurs de brasures de connexions (collecteur, émetteur et grille) de 50 μm à 0,7 mm. Les évolutions des courbes correspondantes sont présentées sur la Figure 4-20 pour les densités d'énergies de déformation, et sur la Figure 4-21 pour les deux autres grandeurs considérées.

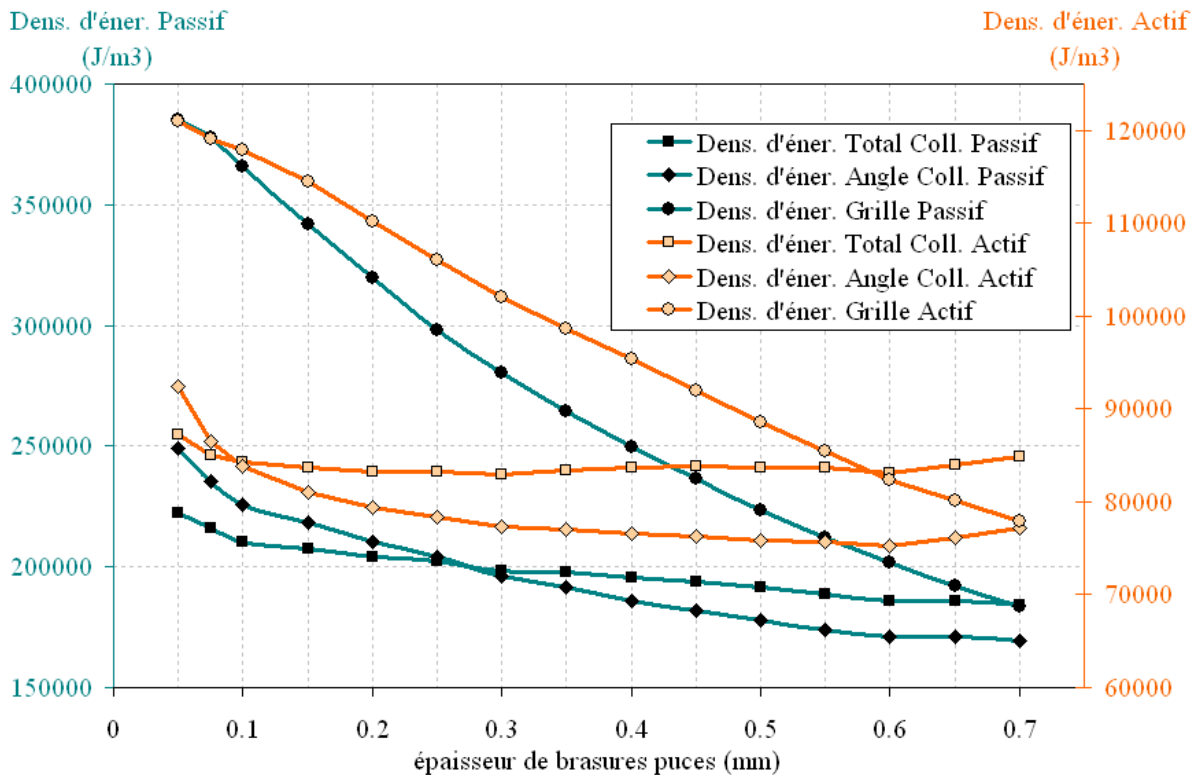


Figure 4-20 : Évolution des densités d'énergies dans les brasures de connexion suivant leurs épaisseurs (en cyclages actif et passif).

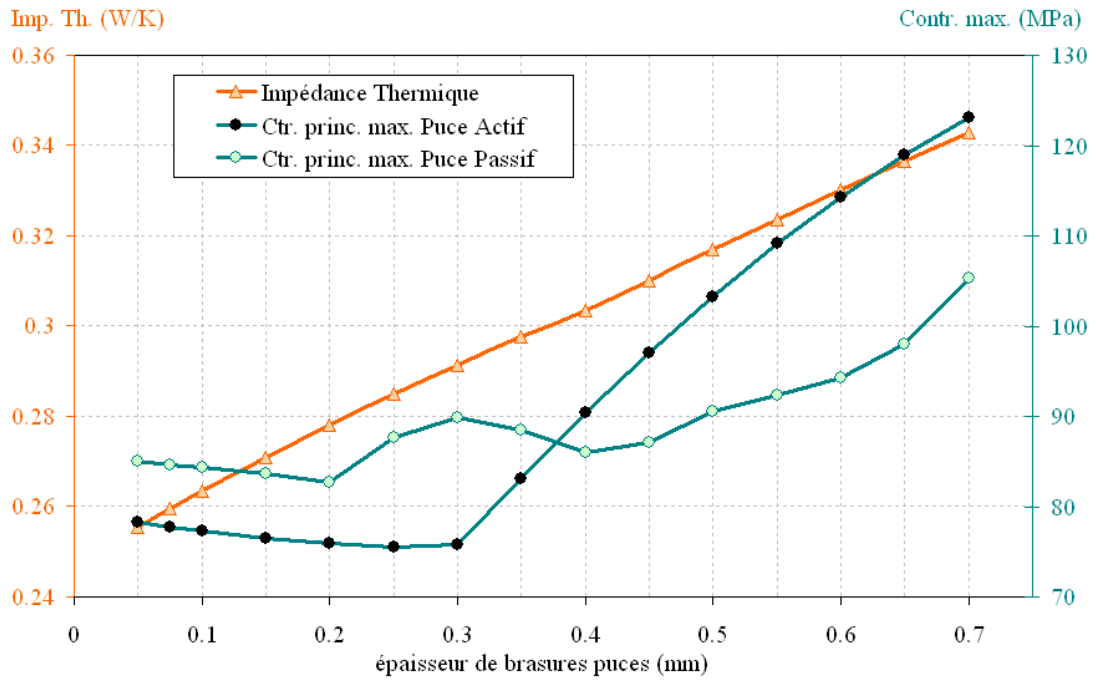


Figure 4-21 : Évolutions de la contrainte principale maximale dans la puce et de l'impédance thermique pour une structure de type "AlSiC/AlN-Cu (BD)" avec l'épaisseur des brasures de connexion.

Il ressort de ces résultats que l'impédance thermique du module croît linéairement avec l'épaisseur de brasures avec un taux moyen d'environ 0,137 K/(W·mm). Quant à la contrainte principale maximale dans la puce, elle semble présenter un minimum entre 0,2 mm et 0,4 mm d'épaisseur de brasures, tant en cyclage actif que passif. Pour ce qui est des énergies de déformation dissipées dans les brasures, elles présentent des caractères relativement constants lorsqu'elles sont évaluées dans tout le volume de la brasure collecteur. Elles sont décroissantes dans l'angle de la brasure collecteur. La brasure de grille reste la plus sollicitée avec une décroissance beaucoup plus importante de densité d'énergie de déformation avec l'épaisseur des brasures, jusqu'à des niveaux du même ordre de grandeur que celles dissipées dans la brasure collecteur, vers 0,5 mm et au delà.

4.2.2.3. Influence de l'épaisseur de la brasure semelle

Pour l'analyse de l'influence des épaisseurs des brasures semelle sur les performances des assemblages, le comportement thermique et thermomécanique d'une structure "AlSiC/AlN-Cu (FC)" a fait l'objet de différentes simulations. Pour cela, l'impédance thermique du module et la densité d'énergie de déformation inélastique dissipée dans les brasures semelle en cyclage passif, ont été évaluées, en faisant varier les épaisseurs de brasures semelle de 0,025 à 0,4 mm. Les évolutions des courbes correspondantes sont présentées ci-dessus à la Figure 4-22.

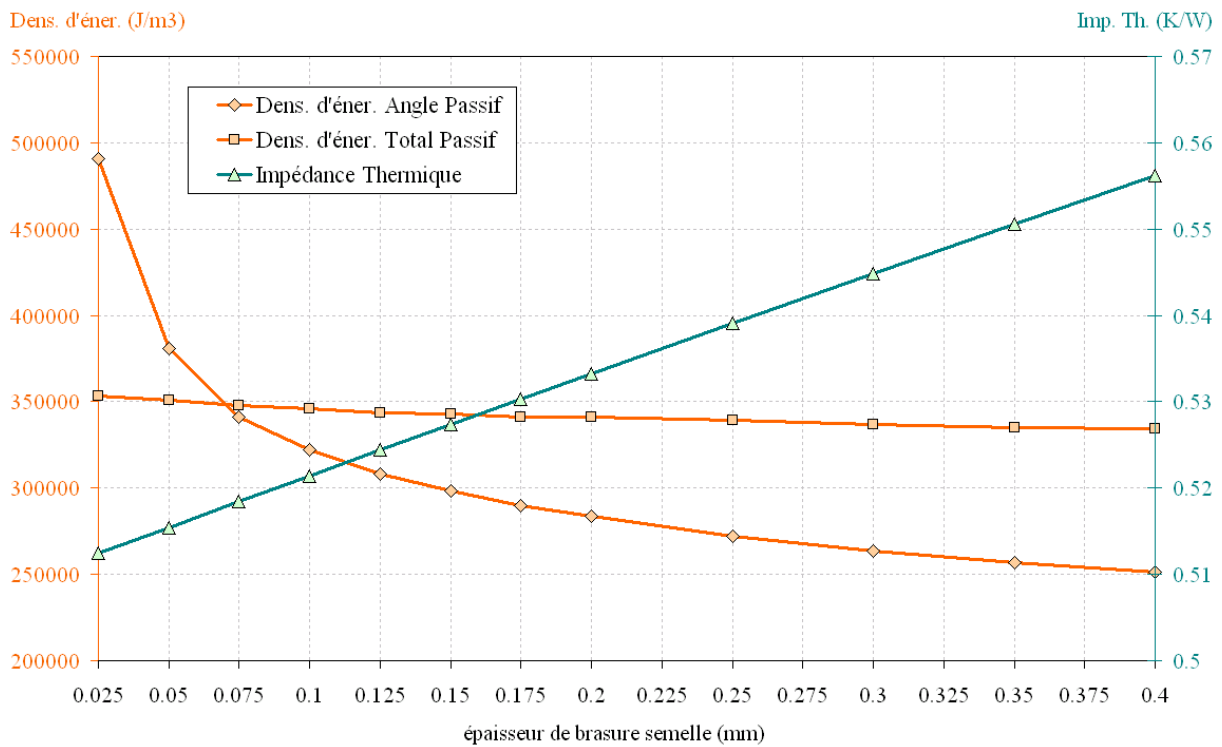


Figure 4-22 : Évolution de l'impédance thermique et de la densité d'énergie dans la brasure semelle en cyclage passif.

L'impédance thermique présente une croissance linéaire avec l'épaisseur de la brasure semelle à un taux moyen d'environ 0,117 K/(W·mm) sur l'intervalle d'épaisseur considéré. Quant à la densité d'énergie de déformation inélastique dissipée dans l'angle de la brasure, elle semble présenter une décroissance rapide jusqu'à 125 µm, pour décroître linéairement avec un taux moyen de 306270 (J/m³)/mm. Lorsqu'elle est évaluée dans tout le volume de la brasure, la densité d'énergie de déformation présente une décroissance relativement faible, à tel point qu'elle peut être supposée constante dans l'intervalle considéré.

4.2.2.4. Influence de l'épaisseur de la métallisation du substrat

Pour l'analyse de l'impact de l'épaisseur des métallisations sur les performances des assemblages, différentes simulations du comportement thermique et thermomécanique d'une structure de type "AlSiC/AlN-Cu (FC)" ont été réalisées en faisant varier l'épaisseur des métallisations de 0,05 à 0,7 mm. Les grandeurs évaluées sont l'impédance thermique de l'assemblage, la densité d'énergie de déformation dissipée dans la brasure semelle et le niveau de contrainte principale maximale dans la céramique, en considérant des métallisations en cuivre ou en aluminium. Les évolutions de quelques-unes de ces quantités sont présentées sur la Figure 4-23 ci-dessous, en fonction de l'épaisseur des métallisations.

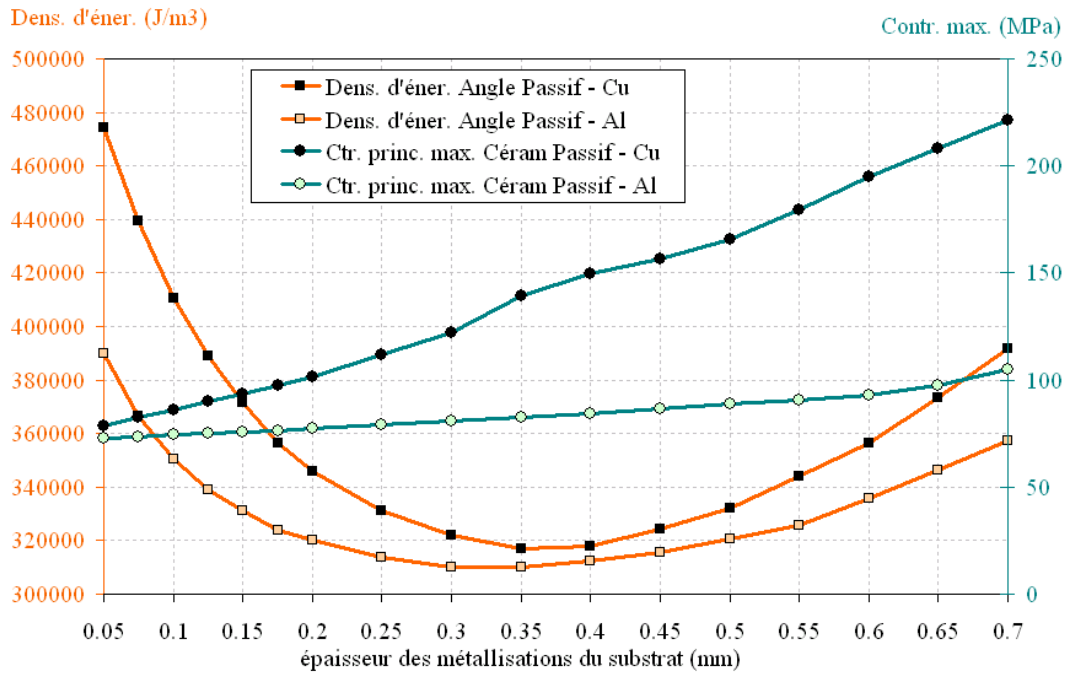


Figure 4-23 : Évolution des densités d'énergies dans l'angle de la brasure semelle et de la contrainte principale maximale dans le substrat en cyclage passif, en fonction de la nature et de l'épaisseur de la métallisation.

Les résultats obtenus montrent que les niveaux de contrainte principale maximale dans la céramique croissent à peu près linéairement avec les épaisseurs des métallisations, à des taux moyens de 220 MPa/mm pour le cuivre, et de 50 MPa/mm pour l'aluminium. Quant aux densités d'énergies de déformation inélastiques dissipées dans l'angle de la brasure semelle, elles semblent présenter des minimums pour les deux matériaux, au voisinage de 0,3 mm pour l'aluminium et de 0,35 mm pour le cuivre. L'analyse des impédances thermiques fait état de diminutions linéaires avec les épaisseurs, à des taux de -0.006 K/(mm·W) pour l'aluminium de -0.047 K/(mm·W) pour le cuivre.

4.2.2.5. Influence de l'épaisseur du substrat céramique

Pour l'analyse de l'impact de l'épaisseur du substrat céramique sur les performances des assemblages, plusieurs simulations du comportement thermiques et thermomécaniques d'une structure de type "AlSiC/AlN-Cu (FC)" ont été réalisées en faisant varier l'épaisseur du substrat de 0,2 à 1,4 mm. Les grandeurs évaluées sont l'impédance thermique des modules, la densité d'énergie de déformation dissipée dans la brasure semelle et le niveau de contrainte principale maximale dans la céramique. Les évolutions des densités cycliques d'énergies de déformation et des contraintes sont présentées sur la Figure 4-24 ci-dessous, en fonction de l'épaisseur de la céramique.

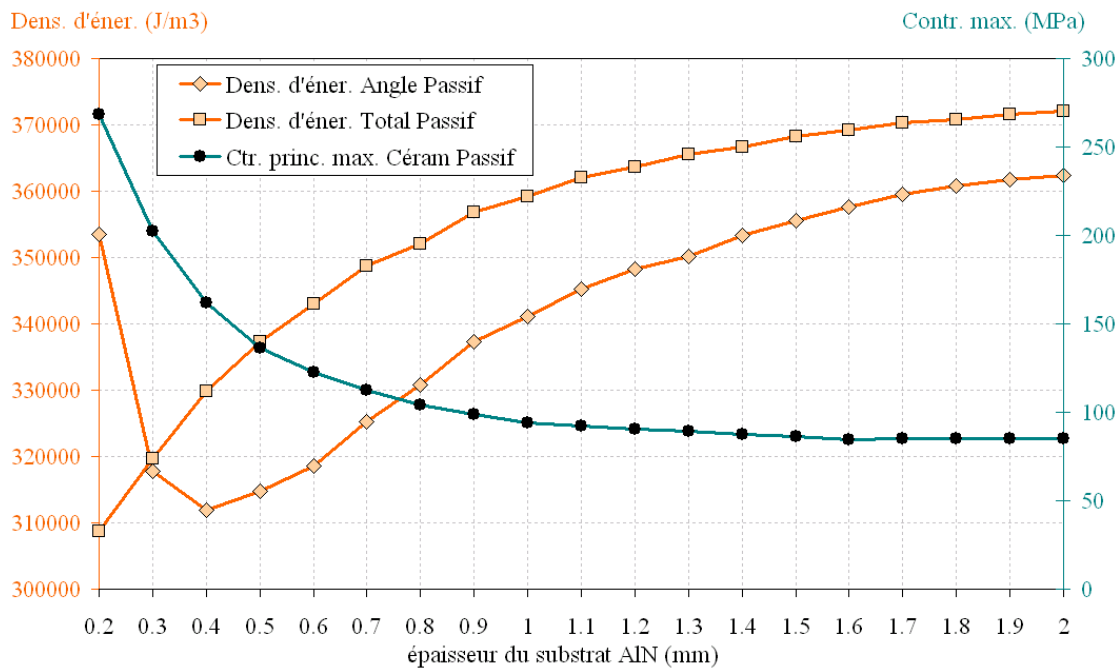


Figure 4-24 : Évolution des densités d'énergies dans la brasure semelle et de la contrainte principale maximale dans le substrat en cyclage passif.

La contrainte principale maximale présente une évolution décroissante avec l'épaisseur de la céramique. L'impédance thermique du module, présente elle une évolution croissante avec un taux moyen de 0,0086 K/(W·mm). Évaluée dans tout le volume de la brasure semelle, la densité d'énergie dissipée présente une évolution croissante. En revanche, évaluée dans l'angle, la densité d'énergie dissipée présente un minimum pour une épaisseur de substrat de l'ordre de 0,4 mm.

4.3. Étude des prototypes de modules IGBT

Cette partie porte sur l'étude thermique, thermomécanique et fiabiliste des modules de puissance développés dans le cadre du projet MODERNE. Compte tenu des applications envisagées, trois modules de bases ont été définis :

- un module de 2 kVA pour des applications de puissances allant de 2 à 10 kVA fonctionnant en continu, avec systèmes de refroidissement,
- un module de 20 kVA pour une application fonctionnant en impulsif, sans système de refroidissement,
- un module de 60 kVA pour un panel d'applications de puissances allant de 60 à 200 kVA, fonctionnant en continu, avec système de refroidissement.

La conception préliminaire des différents modules s'est appuyée sur les résultats des analyses précédentes, en interactions avec les recommandations des travaux de thèses menés en parallèle.

Pour l'ensemble des prototypes, les structures retenues sont basées sur des connexions par brasages d'insert. Ce choix est motivé d'une part par la maturité technologique relative de ce type de connexion, et d'autre part par le fait que la mise en place de gels diélectriques dans les structures connectées par brasages directs reste encore extrêmement délicate en raison des faibles espaces entre les substrats métallisés.

Les différents prototypes ont en commun des substrats AlN métallisés, avec des brasures PbSnAg employées pour le report des composants sur le substrat métallisé inférieur. Les autres connexions sont réalisées avec une brasure SnAg.

Dans ce qui suit, nous présentons les principales phases d'analyse menées tout au long de ces travaux. Les analyses thermiques et thermomécaniques sont illustrées avec le module de 2 kVA, les analyses thermomécaniques et fiabilistes sont illustrés avec les modules de 20 et de 60 kVA.

4.3.1. Analyse thermique et thermomécanique du module de 2 kVA

Le module 2 kVA permet de réaliser au sein d'un même boîtier une fonction "onduleur" obtenue par la mise en parallèle de trois bras d'onduleurs, avec un bras supplémentaire de redondance. Sa conception préliminaire est présentée à la Figure 4-25, le substrat métallisé supérieur ayant été partiellement retiré pour révéler la disposition des composants électroniques. Il comprend une semelle en AlSiC, et n'offre qu'une possibilité de refroidissement simple face.

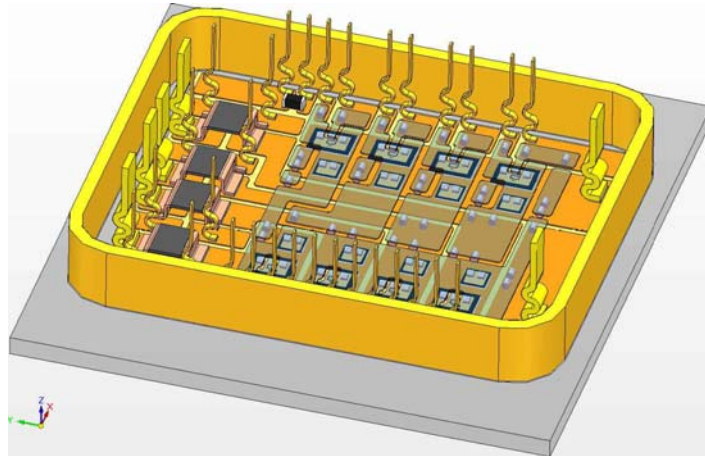


Figure 4-25 : CAO préliminaire du module de 2 kVA.

Différentes simulations du comportement de ce module ont été réalisées afin de comparer ses performances thermiques et thermomécaniques aux spécifications du cahier des charges correspondant.

4.3.1.1. Analyses thermiques

Les analyses thermiques ont porté essentiellement sur l'évaluation des températures maximales de fonctionnement des composants. En effet, le comportement électrique de ces composants dépend fortement de leur température, et ils doivent être utilisés dans des intervalles de températures définis par leurs fabricants, afin de s'assurer du fonctionnement optimal des modules. Le champ de température au sein de l'assemblage est fonction des puissances thermiques dissipées par chaque composant, leur disposition et les espacements entre eux, les caractéristiques thermiques des matériaux de l'assemblage, et les conditions aux limites (refroidissement, isolation, etc.). Les pertes thermiques en fonctionnement ont été estimées à partir des données caractéristiques "datasheet" fournies par les fabricants des différents composants (diodes et IGBT). De plus, nous nous sommes placés dans les conditions aux limites les plus défavorables pour l'application en question, c'est-à-dire une température ambiante imposée de 110°C sur la face inférieure de la semelle sans refroidissement, les autres surfaces externes du module étant supposées adiabatiques.

Les simulations ont été réalisées avec le logiciel Abaqus, selon une procédure de calcul thermique transitoire. La Figure 4-26 présente le champ de température obtenu à l'issue de la simulation. Les résultats obtenus ont été comparés et validés avec ceux fournis par une autre application (Rebeca 3D) spécialement développée par Epsilon Ingénierie [Epsilon] pour les calculs thermiques et utilisée par PEARL. Cette comparaison confirme les résultats des calculs thermomécaniques réalisés dans ce chapitre.

Les résultats obtenus font état de températures maximales d'environ 137°C au niveau des IGBT et de 133°C pour les diodes. Ils ont permis de valider la conception du module en terme de choix de matériaux et de positionnement des composants, pour l'aspect thermique.

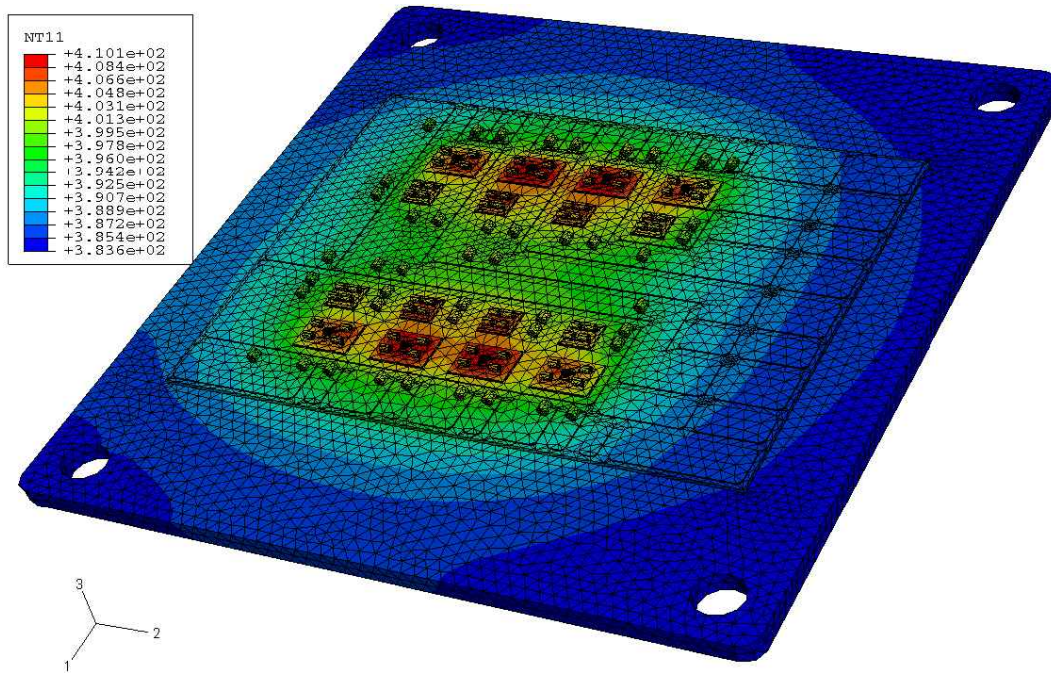


Figure 4-26 : Champ de température (K) dans l'assemblage à l'établissement du régime de fonctionnement permanent, pour une température ambiante de 110°C.

4.3.1.2. Analyses thermomécaniques

Les calculs thermomécaniques ont permis d'estimer les contraintes maximales dans les puces, les substrats et les brasures d'inserts afin de s'assurer qu'elles n'atteignaient pas de valeurs susceptibles de conduire à la décohésion de l'assemblage après brasage. La visualisation du champ des contraintes et de la répartition des contraintes thermomécaniques dans l'assemblage a permis de s'assurer de son équilibre thermomécanique. La Figure 4-27 présente le champ de contraintes principales maximales dans le substrat céramique inférieur et les puces après la phase de brasage du module.

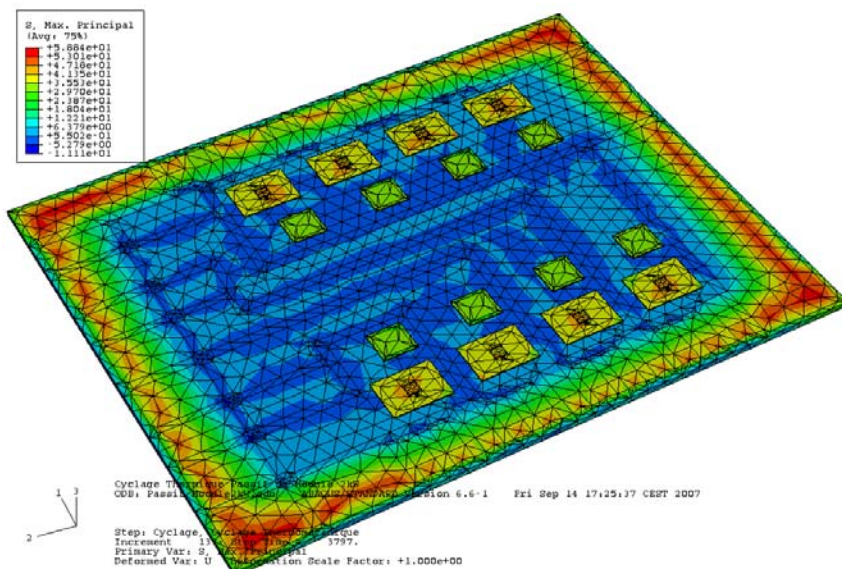


Figure 4-27 : Champ de contraintes principales maximales (MPa) dans le substrat céramique inférieur et les puces après la phase de brasage du module.

Ces simulations ont aussi permis d'estimer la courbure de la semelle après brasage. La Figure 4-28 ci-dessous présente la déformée du module de 2 kVA avec une semelle initialement plane.

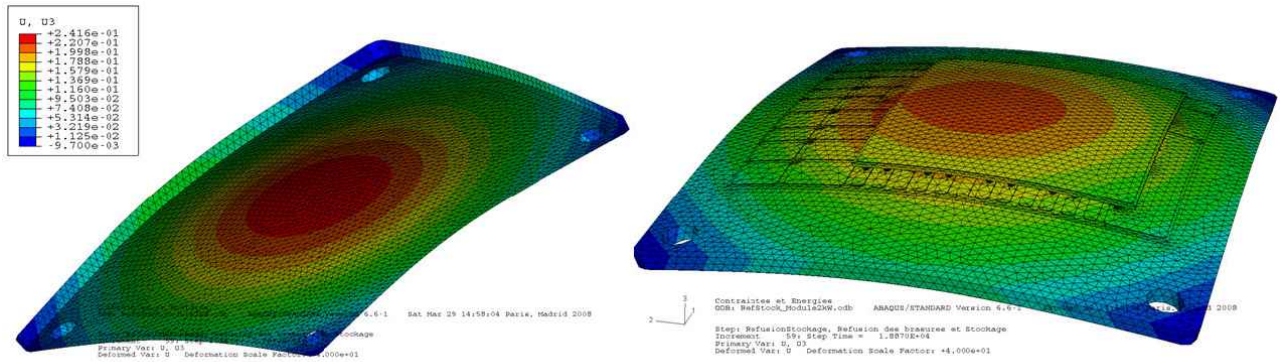


Figure 4-28 : Déformée du module de 2 kVA (déplacements suivant l'épaisseur) avec un facteur d'échelle de 40.

Le rayon de courbure R de la semelle après brasage est approximé par la relation:

$$R = \frac{D^2 + F^2}{2F} \quad (4-7)$$

où D est la diagonale de la semelle, et F la flèche maximale de la semelle.

Le calcul des rayons de courbure des différentes semelles a permis de spécifier aux fournisseurs les courbures convexes initiales des faces extérieures à prévoir, afin d'obtenir des faces de concavités minimales après brasage. Les prédictions faites ont été confirmées par des mesures des courbures réelles effectuées sur les premiers modules réalisés.

4.3.2. Analyse fiabiliste du module de 20 kVA

Le module de 20 kVA est prévu pour être utilisé dans la nacelle moteur de l'avion, en fonctionnement impulsif (une dizaine secondes au décollage et à l'atterrissage), sans système de refroidissement. Il consiste en quatre interrupteurs de puissance brasés sur une semelle en AlSiC, suivant la conception préliminaire présentée à la Figure 4-29.

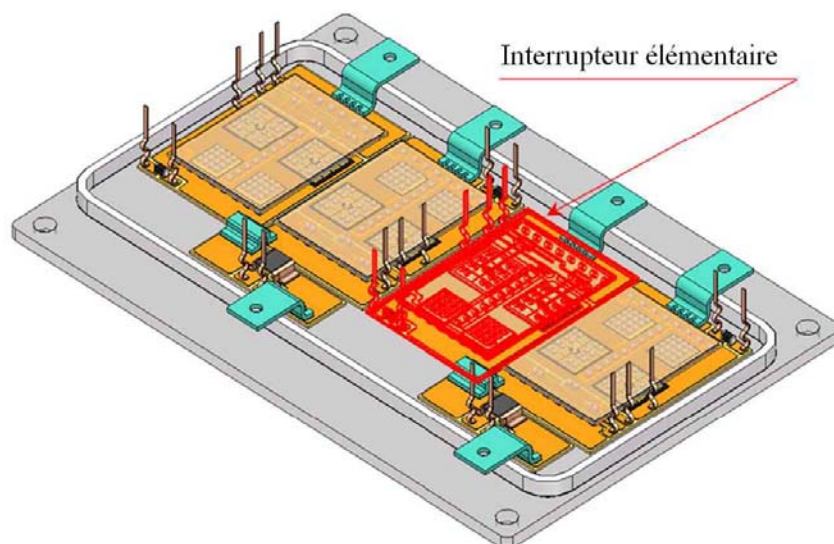


Figure 4-29 : CAO du module de 20 kVA illustrant la disposition des interrupteurs.

Chaque interrupteur élémentaire est un sandwich de deux substrats AlN métallisés. Les composants électroniques sont brasés sur le substrat inférieur et connectés par brasages d'inserts au substrat supérieur. Compte tenu de sa conception modulaire, l'étude du module a été restreinte ici à celle d'un interrupteur élémentaire. Cette étude a été réalisée en considérant dans un but comparatif, les

deux métallisations sélectionnées (cuivre et aluminium). Par simulations numériques, les évolutions des contraintes dans les puces et substrats, et des densités d'énergies de déformation inélastique dissipées dans les brasures ont été déterminées. L'étude de la fiabilité a été conduite sur la base des tendances cycliques observées (augmentation constante et linéaire de la contrainte maximale dans les substrats et stabilisation de la densité d'énergie de déformation dissipée dans les brasures).

Les évaluations de fiabilité ont été réalisées suivant des approches contrainte/résistance, avec le chargement thermique et la résistance des brasures à la fatigue ou la résistance mécanique des substrats comme variables aléatoires. Dans chaque cas, le facteur d'accélération entre le profil d'utilisation et le profil de cyclage thermique accéléré a été évalué.

4.3.2.1. Modélisation numérique de l'interrupteur élémentaire

4.3.2.1.1 Géométrie et Maillage

La Figure 4-30 présente le modèle ÉF du module élémentaire de 20 kVA brasé sur sa semelle. Pour l'analyse de fiabilité, la rupture du substrat AlN inférieur et la fatigue des brasures semelles et d'inserts ont été considérées comme modes prépondérants de défaillances. Pour ce qui est des brasures, l'angle de la brasure semelle, deux brasures d'inserts mécaniques dans les coins, deux brasures d'inserts de grille et d'émetteur sur une puce IGBT et une brasure d'insert sur une diode ont été ciblées. Les zones correspondantes sont identifiées sur la Figure 4-30-b.

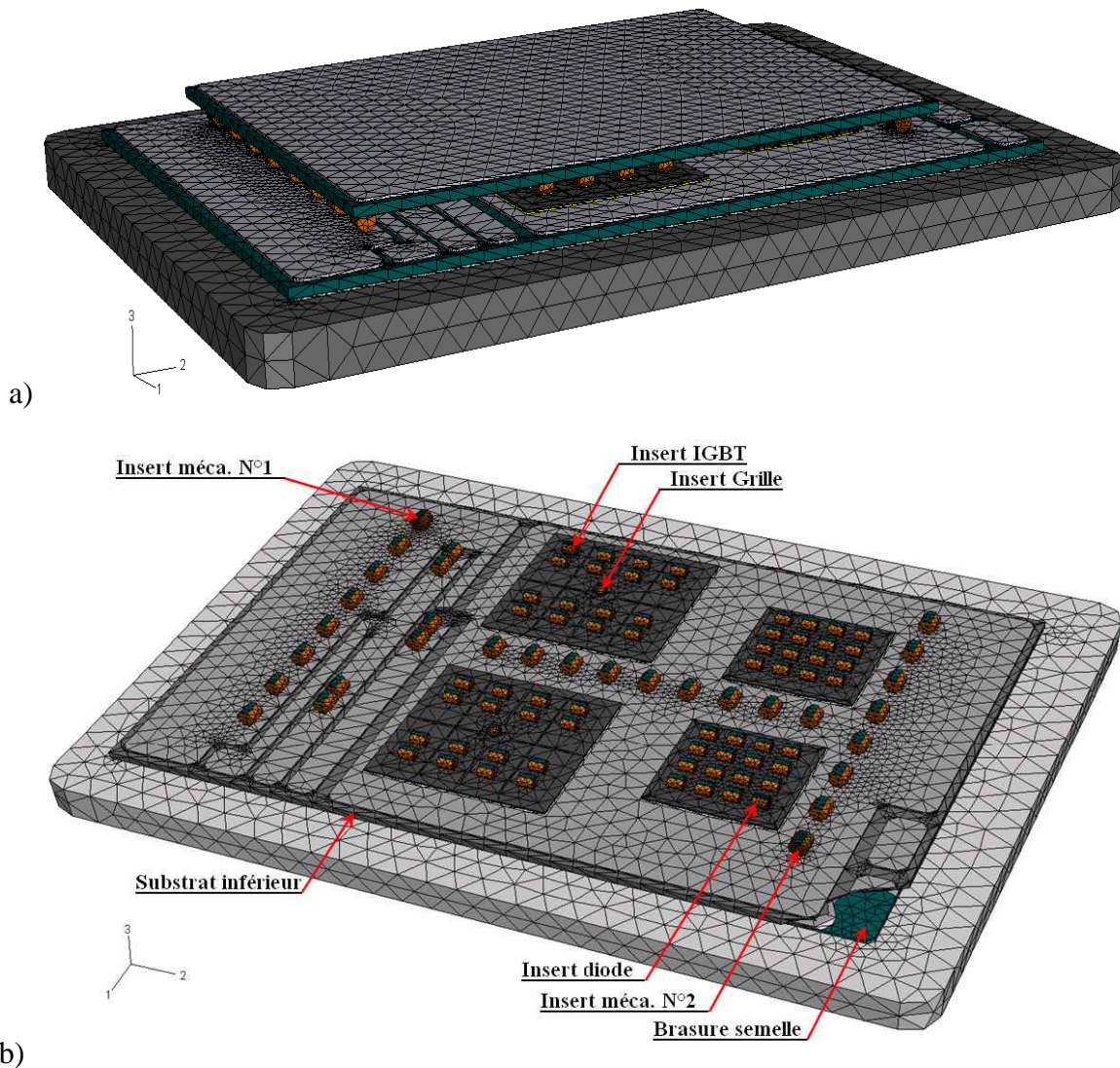


Figure 4-30 : Vue du modèle ÉF de l'interrupteur complet (a) et localisation des points d'intérêts (b).

4.3.2.1.2 Conditions aux limites et chargements

Pour la modélisation des conditions aux limites mécaniques, le module a été encastré à l'un des quatre coins à la base de la semelle afin de supprimer les mouvements de corps rigide. En dehors de cette fixation, il est totalement libre de déformations. Nous considérons les sollicitations dues au support des modules sont négligeables, ce qui se justifie par la bonne rigidité des semelles AISiC et par la concomitance des dilatations thermiques de la semelle et du support.

Pour ce qui est du chargement, seules les sollicitations thermiques ont été considérées. Le profil de température vu par le module durant le cycle de vol est défini selon la norme ISA, avec la prise en compte de la température ambiante à l'intérieur de la nacelle avec les réacteurs en fonctionnement. Les surfaces internes du module sont supposées adiabatiques.

Les analyses statistiques des températures durant le vol ont permis de déterminer sa durée moyenne (27000 secondes) et de lui attribuer la distribution suivante [Lhommeau 05] :

- un profil basse température (ISA_min) représentatif d'environ 7% des vols,
- un profil de température moyenne (ISA) observé durant environ 86% des vols,
- un profil haute température observé sur les 7% des vols restants.

Ces trois profils de température sont présentés à la Figure 4-31.

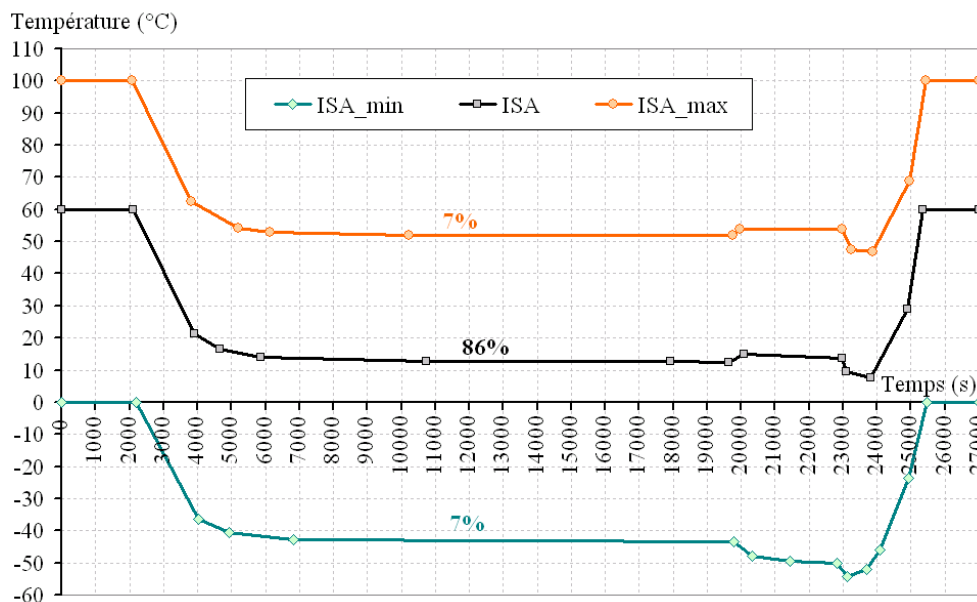


Figure 4-31 : Distribution des profils de température en vol considérés pour l'analyse du module 20 kVA [Lhommeau 05].

Au cours d'un cycle de vol qui dure en moyenne 27000 secondes, les composants ne sont sollicités que durant une dizaine de secondes au décollage et à l'atterrissage de l'avion. Les puissances thermiques dissipées au niveau des composants dans les assemblages présentent alors un caractère impulsif, dont le niveau de dommage induit peut être supposé négligeable devant celui causé par les variations du champ de température externe. Seul ce dernier chargement thermique est finalement pris en compte pour les différentes simulations du comportement de l'assemblage en utilisation réelle.

En plus de ce profil de chargement réel, un profil de cyclage thermique accéléré (ATC) de -55 à +125°C avec des vitesses de 20°C/min et des paliers de 20 min a été simulé afin d'évaluer la tenue de l'assemblage au cyclage accéléré pour les différents organes ciblés. Ces tenues permettront de calculer les facteurs d'accélération relatifs aux différents modes de défaillance, en rapportant les durées de vie en utilisation réelle à celles obtenues en cyclage accéléré.

4.3.2.2. Analyse de fiabilité par rapport à la rupture des substrats AIN

L'évaluation de la fiabilité pour les différentes configurations du module élémentaire a été réalisée selon l'approche théorique du maillon le plus faible, couplée à la simulation numérique (cf. chapitre III). Les simulations par Éléments Finis ont permis de déterminer l'évolution dans le temps des valeurs maximales de contraintes principales ainsi que les volumes effectifs de substrat, pour les différentes configurations de module et trois profils de chargement thermique considérés. La Figure 4-32 présente le champ des contraintes dans le substrat inférieur avec métallisation en cuivre, lors du cyclage accéléré.

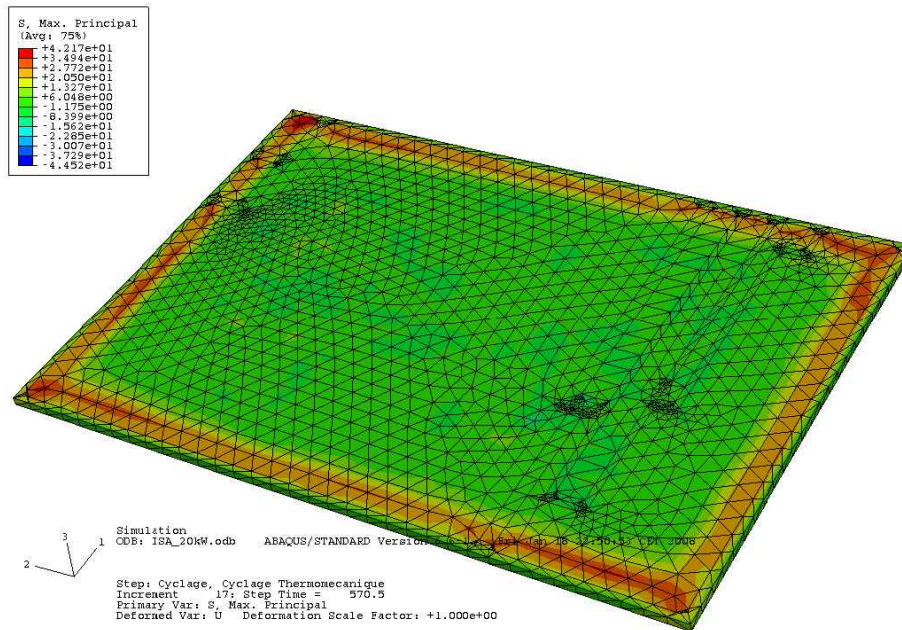


Figure 4-32 : Contraintes principales maximales (MPa) dans le substrat inférieur avec métallisation en cuivre, au cours du cyclage accéléré.

Pour l'ensemble des profils considérés, la détermination de la loi d'évolution cyclique des contraintes principales maximales dans le substrat et de son volume effectif a nécessité la simulation d'au moins dix cycles de température. La Figure 4-33 présente l'évolution des contraintes principales maximales dans le substrat en cyclage passif accéléré.

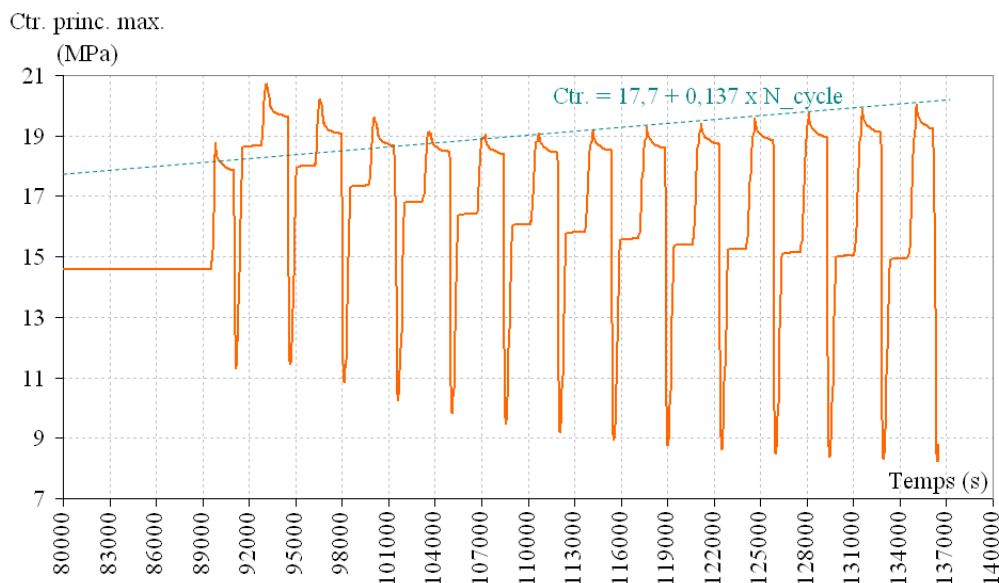


Figure 4-33 : évolution de la valeur maximale de la contrainte principale maximale (MPa) dans le substrat inférieur avec métallisation en aluminium, au cours du cyclage accéléré.

Les lois d'évolution obtenues ont permis d'évaluer les durées de vie caractéristiques du substrat sous les différents profils de chargement pris séparément. Les durées de vie caractéristiques sous la combinaison des cycles ISA ont par la suite été obtenues par cumul linéaire de leurs dommages respectifs suivant la règle de Miner. Si nous notons N_f^{ATC} , $N_f^{ISA_{min}}$, N_f^{ISA} et $N_f^{ISA_{max}}$ les durées de vie caractéristiques des substrat respectivement pour les profils ATC, ISA_min, ISA et ISA_max, la durée de vie caractéristique N_f^{Comb} sous la combinaison des cycles ISA ainsi que le facteur d'accélération s'obtiennent à l'aide de la relation de Palmgren-Miner (chapitre III) par les relations :

$$N_f^{Comb} = \left(\frac{0,07}{N_f^{ISA_{min}}} + \frac{0,86}{N_f^{ISA}} + \frac{0,07}{N_f^{ISA_{max}}} \right)^{-1} \quad (4-8)$$

et

$$AF = \frac{N_f^{Comb}}{N_f^{ATC}} \quad (4-9)$$

La fiabilité des substrats sur les 40000 cycles de vols requis, a alors été évaluée dans chaque cas de figure, en considérant la distribution des contraintes à rupture du matériau, avec pour paramètres d'échelle N_f^{Comb} , par la relation :

$$R(40000) = e^{-\left(\frac{40000}{N_f^{Comb}}\right)^\beta} \quad (4-10)$$

Le Tableau 4-9 rassemble les durées de vie caractéristiques du substrat AlN avec métallisations en cuivre ou en aluminium. Les facteurs d'accélération et les fiabilités correspondantes sur la durée de vie de l'avion (40000 cycles de vols) sont donnés dans les deux dernières colonnes du tableau.

	ATC	ISA_min	ISA	ISA_max	ISA combinés	AF	Fiabilité
Métallisation Cu	510	2060	3270	620	2420	4,7	0%
Métallisation Al	2210	6510	∞	∞	92950	42	100%

Tableau 4-9 : Durées de vie caractéristiques (en cycle), facteurs d'accélération (AF) et fiabilité du substrat suivant la métallisation.

Ces résultats montrent que l'emploi de substrats AlN avec métallisation en cuivre conduirait à une probabilité de défaillance des substrats de 100% pour cette application. Quant aux métallisations en aluminium, leur utilisation conduirait à une fiabilité de 100%. L'évaluation des tenues au cyclage accéléré servira à la vérification des estimations faites lors d'essais de qualification. Les prévisions de fiabilité en utilisation réelle pourront alors être éventuellement corrigées à partir des facteurs d'accélération estimés.

4.3.2.3. Contraintes mécaniques dans les puces

La rupture mécanique des composants électroniques n'a pas été prise en compte comme mode de défaillance prépondérant. Elle a néanmoins fait l'objet d'investigations en termes de répartition et d'évolution cyclique de contraintes principales maximales. La Figure 4-34 ci-dessous présente le champ de contraintes principales maximales dans une diode et une puce IGBT au début du cyclage.

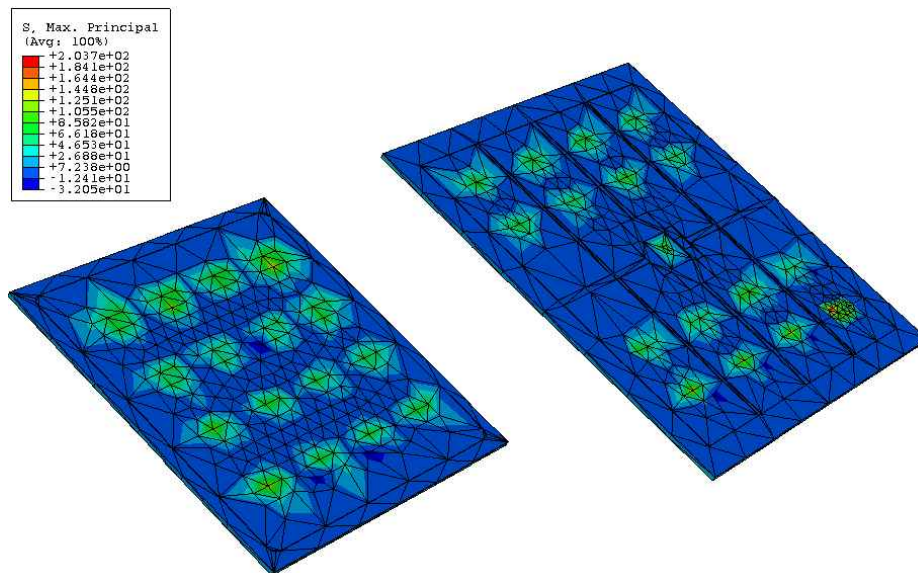


Figure 4-34 : Champ de contrainte principales maximales dans les composants électroniques après brasage (MPa).

Des quatre profils de température considérés, le profil ATC est apparu comme le plus sévère en termes de contraintes mécaniques (contraintes principales maximales) dans les composants. Comme l'illustre la Figure 4-34, les valeurs maximales de ces contraintes sont localisées à la surface supérieure des composants en dessous des brasures d'inserts, où elles atteignent des valeurs moyennes proches des 120 MPa (indépendamment de la métallisation des substrats). Comparées aux 200 MPa de résistance mécanique en traction du silicium, ces contraintes maximales présentent un risque non négligeable de rupture des composants, mais se relaxent au cours du cyclage (Figure 4-35). Nous avons par conséquent conclu que les ruptures de composants ont peu de chance de se produire, si elles ne surviennent pas immédiatement à la sortie des fours où les contraintes dans leurs volumes sont maximales, voir durant les premiers cycles thermiques, c'est-à-dire en phase de qualification du produit après fabrication.

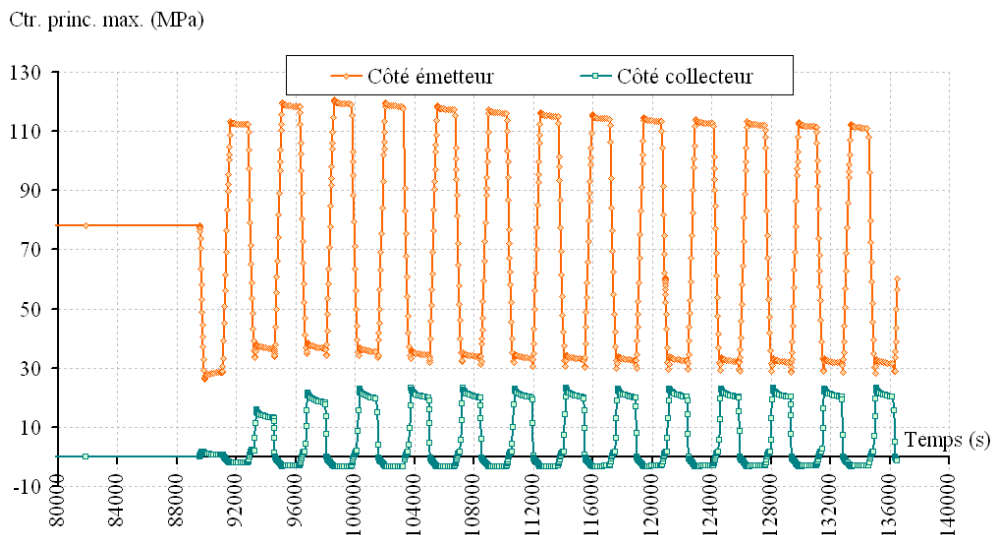


Figure 4-35 : évolution de la valeur maximale de la contrainte maximale dans une puce IGBT durant le cyclage thermique accéléré (MPa).

4.3.2.4. Analyse de Fiabilité par rapport à la fatigue des brasures

Les simulations précédentes ont été exploitées pour la détermination des quantités cycliques de densités d'énergies de déformations inélastiques dans les brasures identifiées comme les plus exposées à la fatigue thermomécanique. Les figures ci-dessous présentent les champs de densités

d'énergie de déformation dissipées à l'issue du cyclage passif accéléré, dans les brasures substrat/semelle (Figure 4-36) et d'inserts (Figure 4-37).

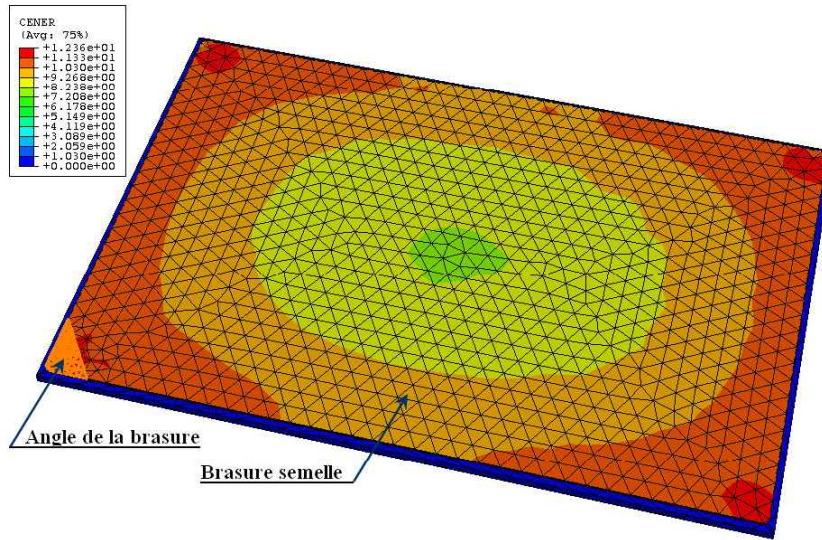


Figure 4-36 : Champ de densité d'énergie de déformation dans la brasure semelle à l'issue de cyclage passif accéléré (mJ/mm^3).

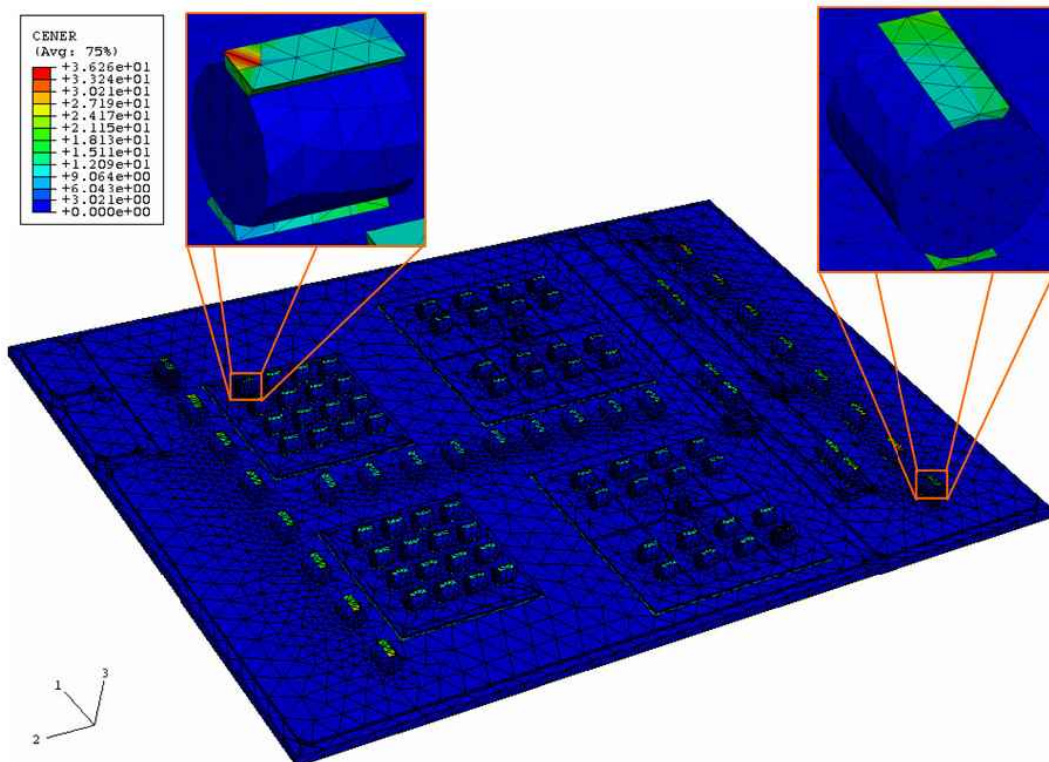


Figure 4-37 : Champ de densité d'énergie de déformation dans la brasure d'inserts identifiées à l'issue de cyclage passif accéléré (mJ/mm^3).

En raison du nombre important de cycles simulés pour les besoins d'identification de l'évolution des contraintes dans l'AIN, les densités d'énergie de déformation ont pu être évaluées pour plus de précision au cours des 9^{èmes} cycles stabilisés des différents profils considérés. Les valeurs obtenues sont présentées dans le Tableau 4-10, pour les deux configurations de métallisations et pour les différentes connexions ciblées.

	ATC	ISAMin	ISA	ISAMax
Métallisation en cuivre				
Brasure semelle	512910	94832	103852	80109
Insert diode	649220	17355	56393	55248
Insert IGBT	618091	15503	59465	53464
Insert grille	354092	15501	30677	36423
Insert méca. n°1	843727	17235	58107	57465
Insert méca. n°2	785483	15598	56540	56221
Métallisation en aluminium				
Brasure semelle	418623	19592	52324	56851
Insert diode	652542	36971	52916	63148
Insert IGBT	640392	56688	58617	64320
Insert grille	328691	16331	25227	30369
Insert méca. n°1	687447	50642	63426	75258
Insert méca. n°2	624009	41039	57689	68480

Tableau 4-10 : Densités d'énergie de déformation inélastique cyclique des connexions de brasures ciblées en fonction des métallisations.

Les nombre moyens de cycles avant initiation de fissures dans les différentes connexions ont alors été approximées à l'aide de la loi de Heinrich, dont les paramètres pour la brasure SnAg sont donnés au chapitre III.

Pour l'évaluation de la fiabilité des différentes connexions, la connaissance de la dispersion des résistances à la fatigue est nécessaire. Pour cela, nous nous sommes reportés aux travaux de Guédon-Gracia [Guédon-Gracia 06] qui a modélisé les dispersions des durées de vie de brasures de BGA par la loi de Weibull. Le paramètre de dispersion β moyen obtenu sur des brasures SnAg₄Cu_{0,5} est de 2,2. En admettant le même paramètre de forme pour nos brasures, la durée de vie caractéristique des différents joints de brasures ciblés ont pu être approximés à partir de la durée de

vie moyenne par la relation : $N_f(63.2\%) = N_f(50\%) \cdot \left(\Gamma \left(1 + \frac{1}{\beta} \right) \right)^{-1}$ où Γ est la fonction Gamma d'Euler.

Les durées de vie caractéristiques pour la combinaison des cycles ISA a été obtenu par cumul linéaire de leurs dommages respectifs suivant la règle de Miner, puis la fiabilité des différentes connexions a été évaluée par la relation (4-10).

Le Tableau 4-11 rassemble les durées de vie caractéristiques des connexions ciblées suivant que les substrats comportent des métallisations en cuivre ou en aluminium. Il présente aussi leurs fiabilités, ainsi que les facteurs d'accélération correspondants.

	Durée de vie caractéristique (Nombre de cycles)	Fiabilité (%)	Facteur d'Accélération
avec métallisation en cuivre			
Brasure semelle	17817	0,27	24
Insert diode	60638	67,01	129
Insert IGBT	55382	61,34	107
Insert grille	191346	96,86	124
Insert méca. n°1	57135	63,36	203
Insert méca. n°2	60288	66,66	186
avec métallisation en aluminium			
Brasure semelle	68871	73,89	62
Insert diode	64585	70,57	138
Insert IGBT	52017	57,06	107
Insert grille	276728	98,59	155
Insert méca. n°1	44862	45,98	106
Insert méca. n°2	54514	60,29	107

Tableau 4-11 : Durées de vie caractéristiques, facteurs d'accélération et fiabilité des connexions à risque suivant la nature de la métallisation.

Ces résultats permettent de quantifier les impacts des deux métallisations considérées sur les performances thermomécaniques du module de 20 kVA en utilisation réelle. Ils montrent une nette amélioration de la fiabilité de la brasure semelle (passage de 0,27 à 73,89% de fiabilité) en employant une métallisation en aluminium plutôt qu'en cuivre. Le passage du cuivre à l'aluminium fait baisser sensiblement le niveau de fiabilité des brasures d'insert, mais en prenant en compte la fiabilité des substrats AlN, nous avons recommandé l'aluminium comme métallisation des substrats pour cette application. Dans ce cas de figure, les brasures de l'insert mécanique n°1 apparaissent comme les plus vulnérables avec une fiabilité d'environ 46%. Comme il a été établi au cours des simulations préliminaires, l'augmentation de la taille des inserts et/ou l'emploi d'insert en aluminium permettrait d'améliorer avantageusement leur fiabilité.

D'un point de vue global, cette étude permet de montrer la capacité de la solution retenue, à satisfaire les exigences aéronautiques en matière de fiabilité des substrats et des joints de brasure.

4.3.3. Analyse fiabiliste du module de 60 kVA

Le module de 60 kVA est prévu pour des applications de 60 à 200 kVA, fonctionnant en environnements non pressurisés et en continu, avec système de refroidissement. Il est constitué d'interrupteurs élémentaires basés sur la technologie de connexion par brasages d'inserts. Les interrupteurs élémentaires sont constitués de puces électroniques prise en sandwich par des substrats métallisés, la face inférieure étant brasée sur une semelle en AlSiC. La Figure 4-38 ci-dessous présente la disposition des interrupteurs dans le module avec les différentes broches de connexion.

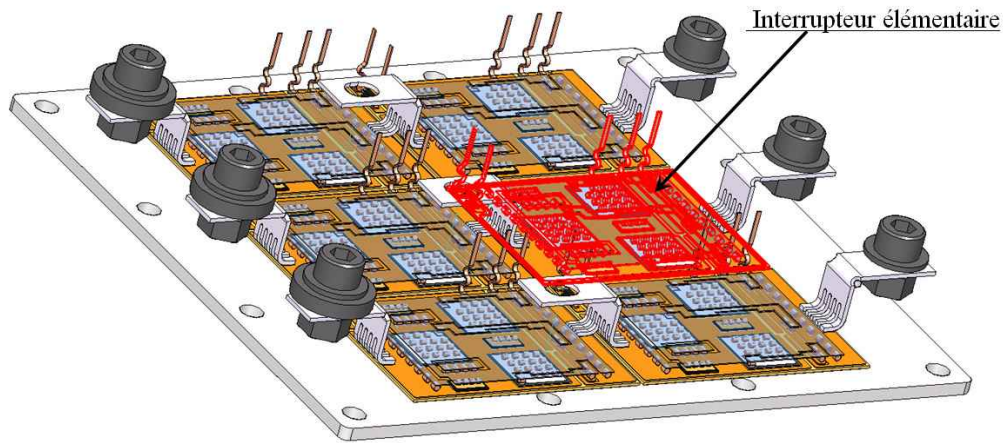


Figure 4-38 : disposition des interrupteurs dans le module de 60 kVA.

Compte tenu de l'architecture modulaire de la structure finale des convertisseurs, les interactions mécaniques et thermiques entre les interrupteurs de puissance peuvent être considérées comme négligeables. L'analyse de la fiabilité des convertisseurs a donc été restreinte à celle des interrupteurs élémentaires comme celui mis en évidence en rouge sur la Figure 4-38.

4.3.3.1. Modélisation du module élémentaire

La Figure 4-39 présente le maillage de la structure du module, avec la localisation des zones de connexions ciblées dans l'analyse de fiabilité.

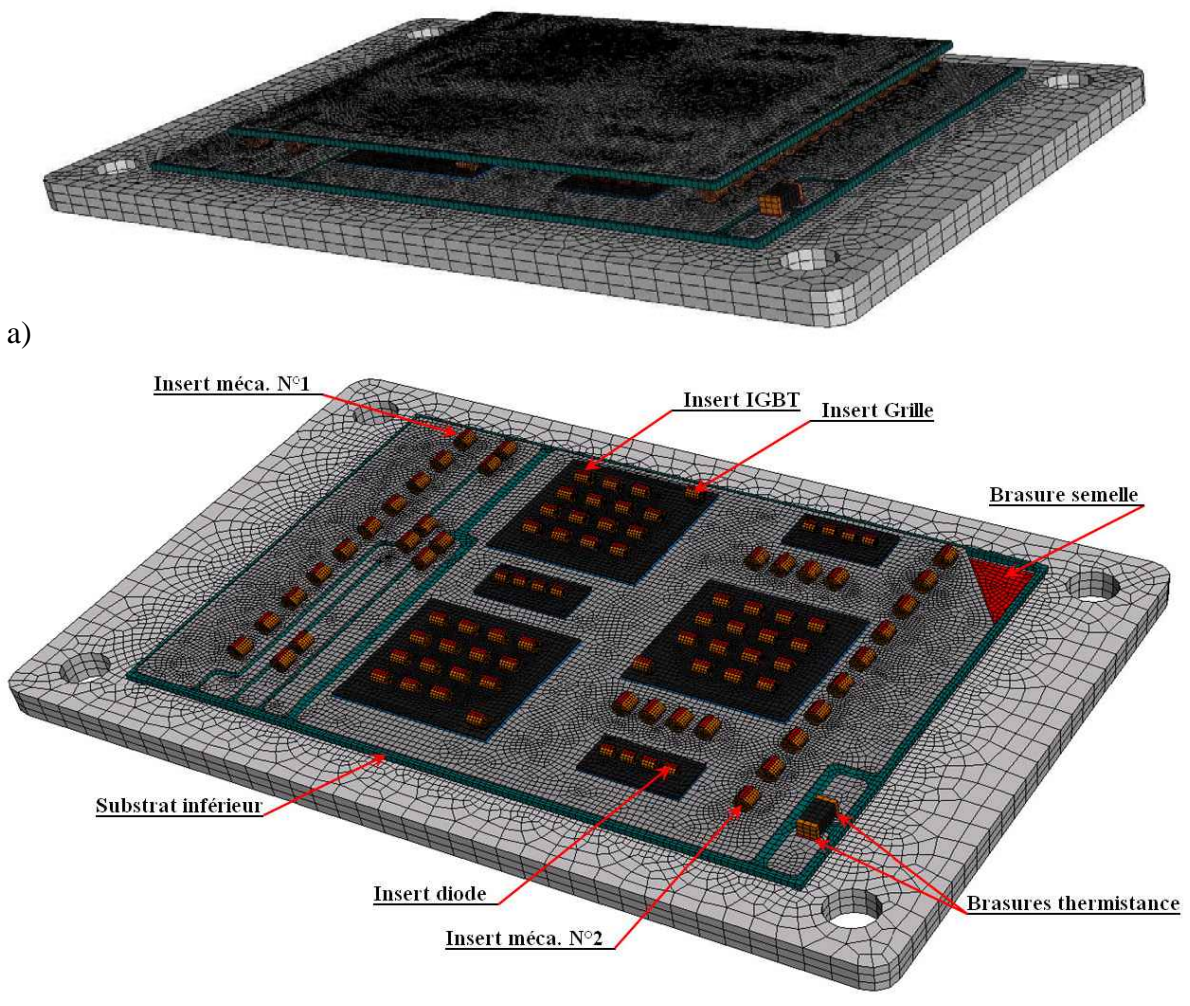


Figure 4-39 : Modèle maillé de l'interrupteur élémentaire (a) et localisation des points d'intérêts (b).

4.3.3.2. Fiabilité mécanique du module par rapport à la défaillance des brasures

Nous présentons ici l'application de la démarche de fiabilité mécanique à l'analyse de la conception du module, par rapport à la fatigue de ses joints de brasure. Pour la mise en œuvre de cette démarche, le modèle ÉF de la structure a été paramétré avec les variables présentées ci-dessous.

4.3.3.2.1 Définition des variables aléatoires

Compte tenu des conditions d'utilisations prévues pour ce module, nous avons retenu comme variables aléatoires : les pertes thermiques dissipées au niveau des composants, la température externe appliquée à l'assemblage et les performances du dispositif de refroidissement.

En ce qui concerne les puissances dissipées au niveau des composants, des calculs de pertes électriques réalisés dans le cadre du projet ont permis de les évaluer pour les IGBT et les diodes, respectivement à $P_{IGBT} = 132 \text{ W}$ et $P_{Diode} = 3,4 \text{ W}$. Le module étant destiné principalement à fonctionner en continu, ces puissances sont maintenues constantes durant chaque cycle de vol.

Pour ce qui est des paramètres relatifs au refroidissement du module, nous avons retenu, la température de référence du fluide de refroidissement $T_{réf_conv}$ et le coefficient de convection $Coeff_{conv}$. Ces paramètres ont été respectivement estimés dans le cadre du projet à 70°C (soit $343,15 \text{ K}$) et $8000 \text{ W/m}^2\text{K}$.

Quant au profil de température externe vue par le module en utilisation, il est défini selon la norme ISA. Il est présenté à la Figure 4-40, avec les paramètres permettant de le définir et de le paramétrer.

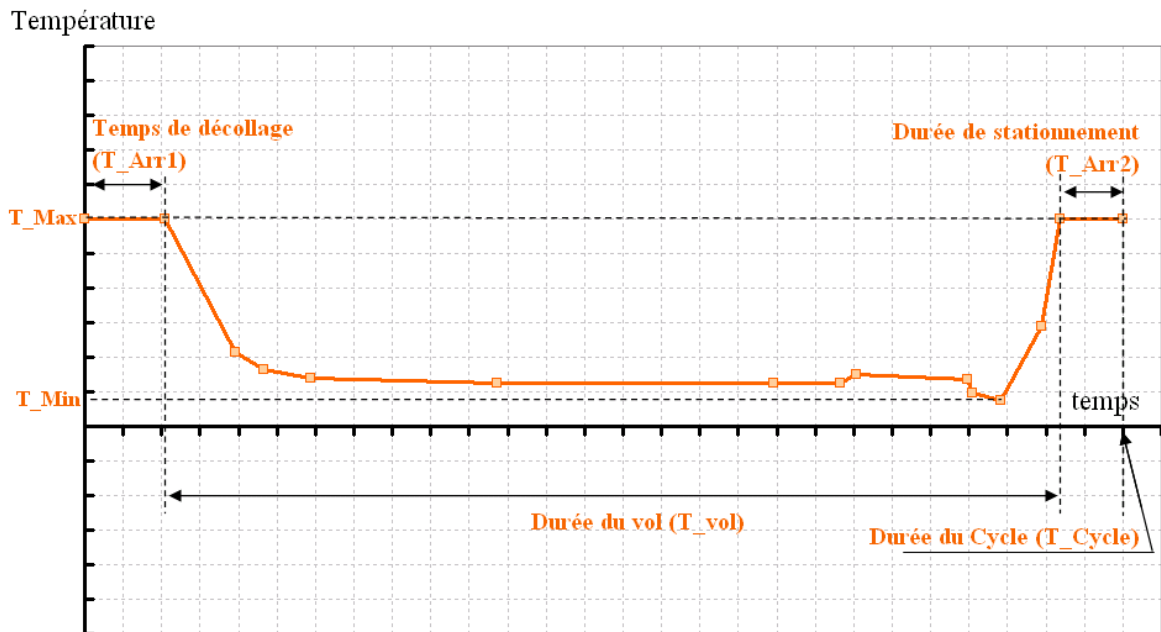


Figure 4-40 : Paramétrisation du profil de température réel appliqué au module défini suivant les normes internationales de l'atmosphère (ISA).

Des simulations précédentes non présentées ici ont montré que seuls les niveaux de température mini et maxi avaient une incidence notable sur le comportement du module. Ces températures ont été respectivement estimées à $T_{Min_ISA} = -55^\circ\text{C}$ et $T_{Max_ISA} = 60^\circ\text{C}$, la durée moyenne de cycle étant de 27000 secondes.

Pour l'évaluation et l'analyse de la fiabilité du module sur les 40000 cycles de vols requis, les variables ont été rendues stochastiques en leur associant des lois normales de moyennes les valeurs estimées, et d'écart-types leurs dixièmes. Ces valeurs sont résumées dans le Tableau 4-12.

Nom	Type de loi statistique	Moyenne	Écart-type
$Coeff_{conv}$ (mW/mm ² ·K)	normale	8,0	0,8
$T_{réf-conv}$ (K)	normale	343,15	34,3
P_{IGBT} (mW)	normale	132000,0	13200,0
P_{diode} (mW)	normale	3400,0	340,0
$T_{min-ISA}$ (K)	normale	218,15	21,8
$T_{max-ISA}$ (K)	normale	333,15	33,3

Tableau 4-12 : Lois statistiques des paramètres d'entrée du modèle mécanique du module 60 kVA.

4.3.3.2.2 Calcul de la fiabilité de l'interrupteur de puissance par rapport aux connexions ciblées

Le calcul de fiabilité est réalisé par un couplage mécano-fiabiliste. Une approche de surfaces de réponses a été retenue pour l'évaluation des sorties du code de calcul par ÉF. Les calculs de fiabilité mécanique ont été menés avec le logiciel PyFER en couplage avec Abaqus pour les calculs thermomécaniques. Les surfaces de réponses ont été construites à partir des simulations réalisées en des points particuliers du domaine des variables obtenus par des plans d'expériences. Des approches de surfaces de réponses polynomiales et de réseaux de neurones ont été systématiquement comparées afin de choisir la surface présentant les meilleurs coefficients de détermination descriptifs R^2 et prédictifs Q^2 , dans la modélisation des densités d'énergies de déformation dissipées dans les différentes connexions.

En terme de surfaces de réponses polynomiales, deux formes de fonctions ont été testées : une fonction quadratique de type $\Psi(\mathbf{x}) = p_0 + \sum_{i=1}^m p_i x_i + \sum_{i=1}^m \sum_{j=i}^m p_{ij} x_i x_j$, et sa puissance d'ordre 2

$$\Psi(\mathbf{x}) = \left(p_0 + \sum_{i=1}^m p_i x_i + \sum_{i=1}^m \sum_{j=i}^m p_{ij} x_i x_j \right)^2.$$

Pour ce qui est du réseau de neurones, nous avons utilisé un réseau de type GRNN avec une couche cachée dotée de six neurones (six comme le nombre de variables impliquées).

Une fois le choix de la surface de réponses effectué, elle est utilisée par le code fiabiliste à chaque appel de la fonction d'état limite. L'objectif de durée de vie étant fixé à 40000 cycles de vols, la fonction d'état limite est exprimée en utilisant la loi de fatigue de Heinrich par :

$$G(\mathbf{x}) = K_1 (\Psi(\mathbf{x}))^{K_2} - 40000 \quad (4-11)$$

Pour les calculs de fiabilité, une approche FORM a dans un premier temps permis de déterminer la position du point de défaillance le plus probable, d'estimer l'indice de fiabilité et les facteurs d'importance associés. À la suite de ce calcul, une simulation de Monte-Carlo par tirage d'importance a été mise en œuvre afin de vérifier l'adéquation de la méthode FORM, et analyser la nécessité de s'orienter vers une approche SORM. Les résultats obtenus sont présentés dans le Tableau 4-13.

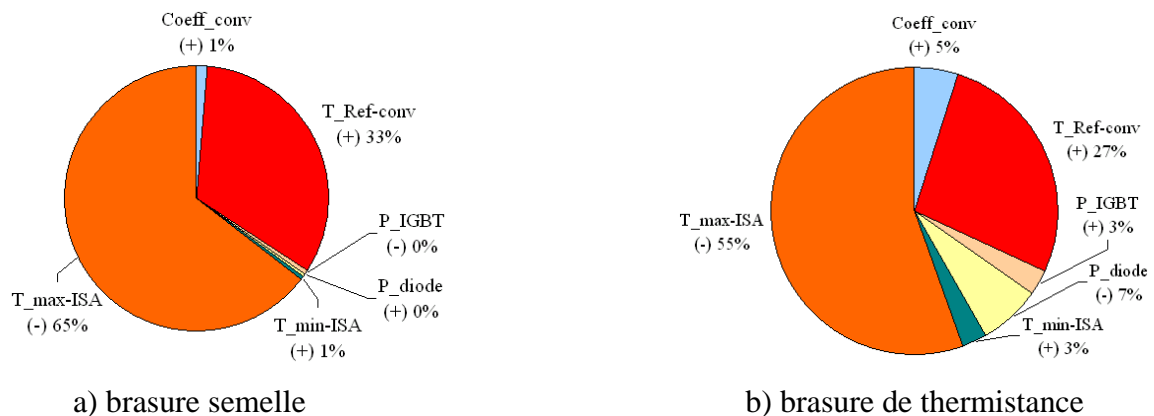
Connexion	Méthode de calcul de fiabilité	β	P_f	Fiabilité (%)
Brasure semelle	FORM	0,686	0,246	75,4
	Tirages d'importance (MC)	0,958	0,169	83,1
Brasure de thermistance	FORM	0,445	0,328	67,2
	Tirages d'importance (MC)	1,452	0,073	92,7
Insert diode	FORM	-1,306	0,904	9,6
	Tirages d'importance (MC)	-1,501	0,933	6,7
Insert grille	FORM	-0,878	0,81	19
	Tirages d'importance (MC)	-1,202	0,885	11,5
Insert IGBT	FORM	-0,722	0,765	23,5
	Tirages d'importance (MC)	-1,316	0,906	9,4
Insert mécanique n°1	FORM	-0,721	0,765	23,7
	Tirages d'importance (MC)	-	-	-
Insert mécanique n°2	FORM	-0,587	0,721	27,9
	Tirages d'importance (MC)	-1,404	0,92	8

Tableau 4-13 : Fiabilité des différentes connexions par les deux méthodes de calcul utilisées : FORM et tirages d'importance.

En dehors de la brasure semelle et la brasure de thermistance, pour l'ensemble des brasures d'insert considérées, la fiabilité reste très faible avec des indices de fiabilité négatifs. Ces valeurs négatives traduisent que l'origine de l'espace standard (ou des variables moyennes dans l'espace physique) se situe dans le domaine de défaillance pour les connexions concernées. En terme de comparaison des deux méthodes utilisées, nous observons d'importants écarts entre les valeurs des indices de fiabilité, du simple au double, voir au triple pour la brasure de thermistance par exemple. Ces écarts très importants nécessiteraient la mise en œuvre d'une approche du second ordre (SORM). Pour ce module, la mise en œuvre de cette approche SORM n'est par apparue justifiée en raison de la très forte probabilité de défaillance estimée, la priorité étant de procéder à des optimisations de la structure du module afin d'obtenir au moins des indices de fiabilité positifs. Dans cette démarche d'optimisation, les résultats des simulations réalisées dans la première partie de ce chapitre permettent de dégager des pistes d'améliorations. En plus de cette approche, l'analyse des facteurs d'importances permet d'aller plus loin avec la possibilité de cibler les différentes connexions individuellement.

4.3.3.2.3 Optimisation de la conception du module

Afin de mettre en évidence et hiérarchiser les possibilités d'optimisation de la structure de module, les sensibilités et les élasticités de la fiabilité des différentes connexions aux variables considérées. L'analyse des sensibilités est présentée à la Figure 4-41.



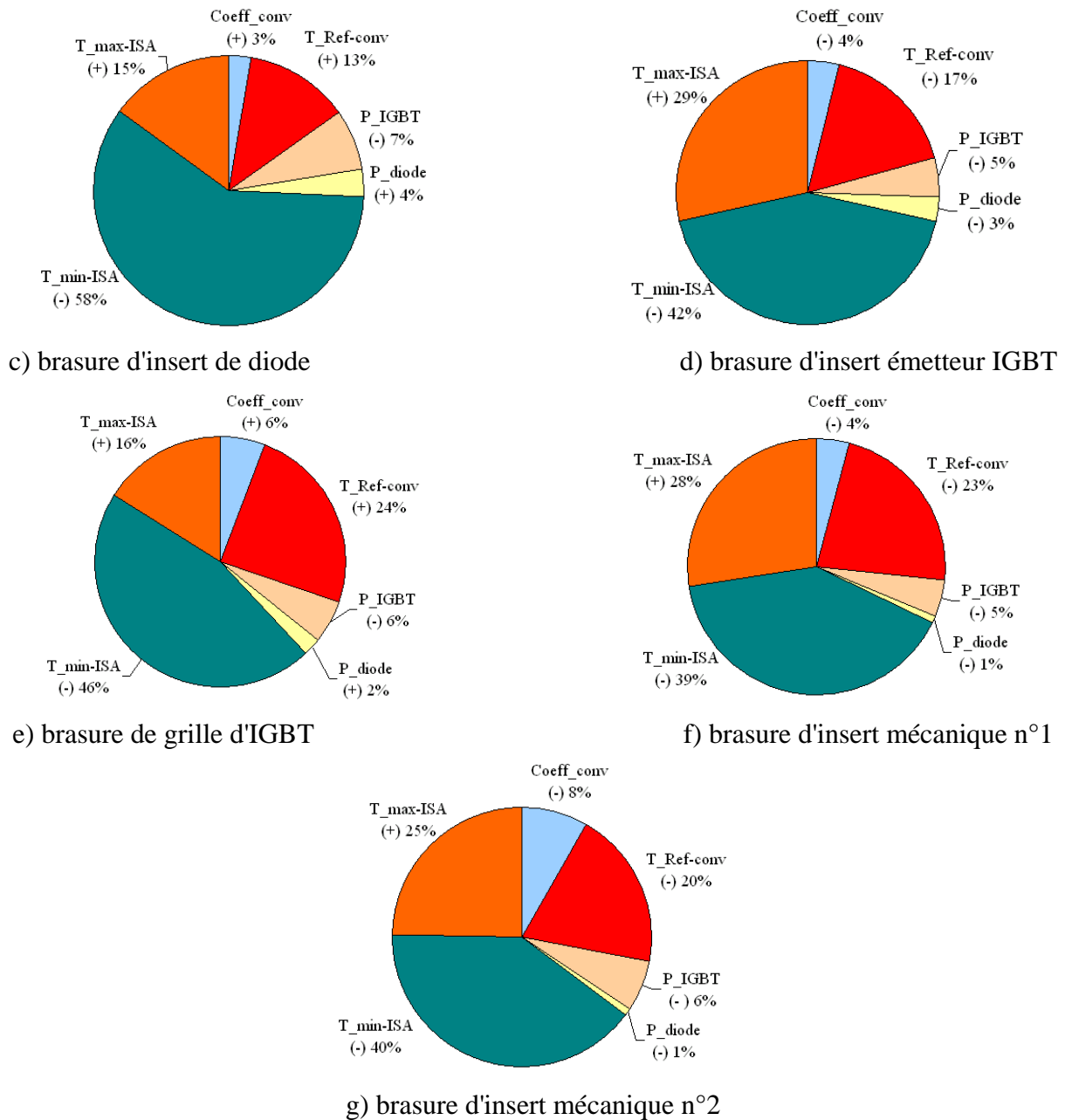


Figure 4-41 : Diagramme des sensibilités de l'indice de fiabilité des différentes connexions aux variables aléatoires

Cette analyse de sensibilité renseigne sur le poids et la nature des variables aléatoires dans l'espace standard, par rapport à la fiabilité des connexions considérées. Une variable sera de type "solicitation" ou "résistance", selon que sa sensibilité est respectivement positive ou négative, c'est-à-dire que son augmentation entraîne respectivement une diminution ou une augmentation de la fiabilité.

L'analyse de la fiabilité par rapport aux variables dans l'espace physique, nécessite le calcul de ses différentes élasticités. C'est cette analyse qui permet d'optimiser la conception du module en fournissant les actions à mener sur les différentes variables. Elle a été réalisée par rapport aux indices de fiabilité, les élasticités aux variables considérées sont présentées à la Figure 4-42 pour leurs moyennes, et à la Figure 4-43 pour leurs écarts-types.

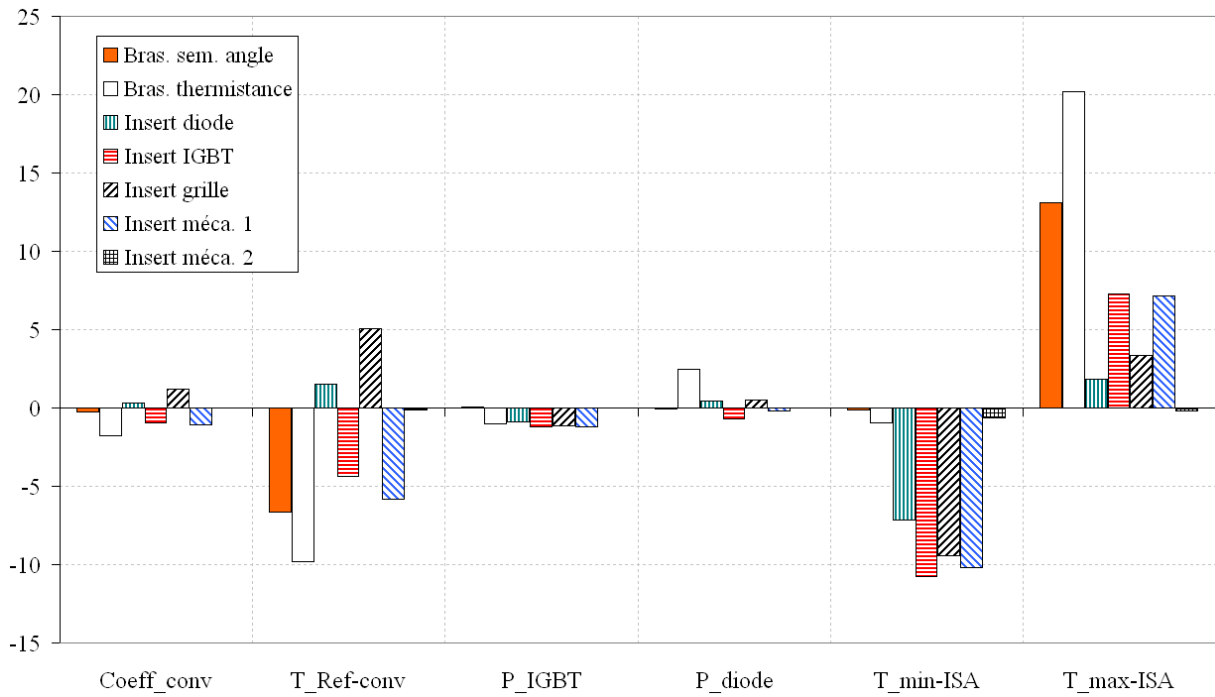


Figure 4-42 : Élasticités de la probabilité de défaillance des connexions par rapport aux moyennes des variables considérées.

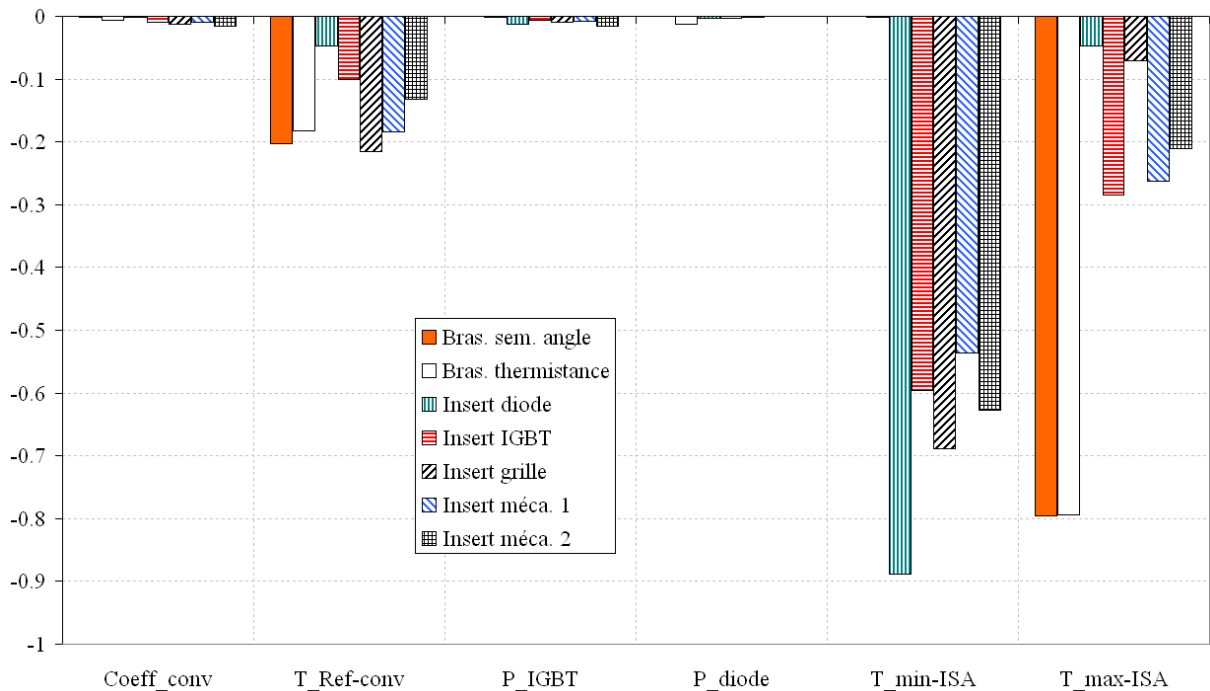


Figure 4-43 : Élasticités de la probabilité de défaillance des connexions par rapport aux écarts-types des variables considérées.

Le graphe de la Figure 4-42 met en évidence les variables physiques ayant le plus d'incidence sur la fiabilité. Selon le signe des élasticités des moyennes, les variables modifiables comme le coefficient de convection pourront être ajustées en termes de moyennes, de manière à améliorer la fiabilité du module. Quant aux élasticités par rapport aux écarts-types (Figure 4-43), elles mettent en évidence les variables physiques dont les dispersions statistiques dégradent le plus la fiabilité. Celles qui présentent de faibles influences comme les puissances dissipées dans les composants et le coefficient de convection pourront être considérées déterministes, les autres pourront faire l'objet d'investigations afin de minimiser leurs dispersions.

4.4. Conclusion

Dans ce dernier chapitre, les modèles de comportement et de défaillance choisis et en partie identifiés ont permis de réaliser dans un premier temps des plans d'expériences numériques basés sur l'évaluation des performances thermiques, les contraintes mécaniques dans les matériaux fragiles, et la fatigue des joints de brasures. Trois facteurs ont pour cela été pris en compte (le type de connexion, la nature de la céramique et la nature de la métallisation), pour des conditions de sollicitations représentatives de cyclages passifs et actifs. Cette analyse suivie de l'étude de l'effet de la dimension et de la nature des pièces du module sur les deux modes de défaillances incriminés a permis de faire des recommandations en terme de choix de matériaux et de dimensionnement pour la conception des différents prototypes de modules de puissance selon leurs utilisations prévues. Des simulations déterministes du comportement de ces prototypes ont permis de valider leur conception sur des aspects de déformation de structure et de tenue des connexions après brasage. Les modèles numériques ont ensuite servi à faire des calculs probabilistes de durées de vie. La sensibilité de la fiabilité aux différents paramètres a ainsi été évaluée, suivie de l'élasticité des paramètres de leurs lois de dispersion. Ces éléments ont permis l'optimisation de la fiabilité des différents modules de puissance, tant des points de vue de la conception et de la fabrication que de l'utilisation.

Les prototypes de modules sont actuellement en cours de fabrication afin d'être soumis à des essais de caractérisation thermiques, mécaniques, et électrique, en vu de leur validation.

Pour ce qui est des méthodes de résolution utilisées, les différentes analyses de la fiabilité des prototypes ont mis en évidence la capacité de l'approche de fiabilité mécanique par rapport à l'approche contrainte/résistance classique.

4.5. Bibliographie

- [Ciappa 02] M. Ciappa, H.M. Westergaard, "Selected failure mechanisms of modern power modules", *Microelectronics Reliability*, vol.42, pp.653-667, 2002.
- [Darveaux 00] R. Darveaux, "Effect of Simulation Methodology on Solder Joint Crack Growth Correlation", *Proceedings of the 50th ECTC*, Las Vegas, NV, 2000, pp. 1048-1063, May 2000.
- [Epsilon] <http://www.epsilon-pib.com>
- [Guédon-Gracia 04] A. Guédon-Gracia, P. Roux, E. Woïrgard, C. Zardini, "Influence of thermo-mechanical residual state on the power assembly modellization", *Microelectronics Reliability* 44 pp. 1331 – 1335, 2004.
- [Guédon-Gracia 06] A. Guédon-Gracia, "Contribution a la conception thermo-mécanique optimisée d'assemblages sans plomb", *Thèses de l'Université Bordeaux 1 - France*, Juin 2006.
- [Goupy 01] J. Goupy, "La méthode des plans d'expérience", *Éditions Dunod*, 2001.
- [Lhommeau 05] T. Lhommeau, R. Meuret, M. Karama, - Technological study of an IGBT module for an aeronautical application in zone engine - 11th European Conference on Power Electronics and Applications (EPE 2005, Dresden), Paper N°895, ISBN: 90-75815-08-5
- [Lhommeau 08] T. Lhommeau, A. Zéanh, J-L. Fock-Sui-Too, R. Meuret, S. Vieillard: "Étude de la fiabilité prédictive des composants de puissance en environnement aéronautique: Effet du cyclage thermique sur la durée de vie des assemblages", 12ème édition du colloque Électronique de puissance du Future (EPF 2008), Vol. 1, pp. 87-98, 2008.
- [Mitic 99] G. Mitic, R. Beinert, P. Klofac, H.J. Schultz, G. Lefranc, "Reliability of AlN substrates and their solder joints in IGBT power modules", *Microelectronics Reliability*, vol.39, pp.1159-1164, 1999.
- [Pillet 97] M. Pillet, "Les plans d'expériences par la méthode Taguchi", *Les Éditions d'organisation*, Paris, 1997.
- [Souvay 02] P. Souvay, "Plans d'expériences : méthode Taguchi", *Editions Afnor*, 2002.

CONCLUSION GÉNÉRALE ET PERSPECTIVES

5. CONCLUSION GÉNÉRALE ET PERSPECTIVES

Le développement de l'avion tout électrique implique une utilisation accrue d'interrupteurs électroniques de puissances. Cette thèse a été mise en place dans le cadre du projet MODERNE (MODdular ElectRical NETwork) en parallèle avec trois autres au sein du laboratoire PEARL à Tarbes, pour accompagner le développement de modules de puissance destinés à différentes applications, à haut niveau de fiabilité sous des contraintes aéronautiques sévères. Au sein de l'équipe chargée du développement des prototypes, nous avons en charge la proposition de technologies d'assemblages adaptés aux contraintes particulières de l'environnement aéronautique, et l'analyse de la conception de modules en vue de leur optimisation suivant le critère de la fiabilité sur la durée de vie des avions. Dans ce mémoire, nous avons présenté de nouvelles architectures de modules et avons mis en œuvre différentes études expérimentales et numériques afin d'aboutir à une conception optimale de ces derniers. La démarche adoptée tient en quatre chapitres.

Le premier chapitre a été consacré à la définition des technologies d'interrupteurs de puissance. Les exigences et recommandations, ainsi que les contraintes propres à l'environnement aéronautique ont été dans un premier temps décrites. Les principales technologies de modules de puissances ont ensuite été recensées, suivies de l'analyse de leurs défaillances en environnement ferroviaire et automobile, ou lors d'essais expérimentaux divers (levée des fils de câblage, endommagement des brasures, rupture des substrats métallisés, ...). La confrontation de ces technologies avec les spécifications et les contraintes aéronautiques a permis de proposer deux structures susceptibles de présenter les meilleures performances pour les applications aéronautiques, à savoir des assemblages à refroidissement double face sur substrats métallisés et semelles, avec connexions par brasages d'inserts ou par brasages directs. La première solution s'inspire des développements récents dans l'industrie ferroviaire, tandis que la seconde est tout à fait novatrice. Elle permet notamment l'optimisation des flux de refroidissement du module de puissance et un meilleur équilibre des contraintes au sein de la structure. Un large éventail de matériaux a été proposé sur la base de leurs propriétés physiques, et en conformité avec les réglementations concernant l'utilisation de matériaux polluants. L'analyse des structures proposées a conduit par la suite à retenir comme modes potentiels de défaillance : la rupture mécanique des substrats céramiques utilisés comme diélectriques, et l'endommagement des joints de brasures assurant la cohésion mécanique des assemblages et les connexions électriques.

Le second chapitre a été consacré à la mise en place et à la présentation de l'approche de fiabilité retenue pour l'analyse et l'optimisation de la conception des modules. À l'issue d'une investigation des principales approches envisageables, le choix s'est porté sur une démarche de fiabilité mécanique par approche probabiliste. C'est une démarche qui permet l'évaluation de la fiabilité en prenant en compte les incertitudes sur les variables définissant les assemblages, avec en plus la possibilité d'évaluer leurs poids respectifs dans la fiabilité, et ce pour chaque scénario de défaillance incriminé. La démarche a été exposée à l'issue d'un travail bibliographique, avec les spécificités liées à sa mise en œuvre sur les assemblages de modules de puissance à partir de leurs modèles éléments finis (couplage mécano-fiabiliste avec construction de surfaces de réponse). Ce travail a permis de mettre en évidence la nécessité de disposer de modèles numériques capables de décrire avec fidélité le comportement thermomécanique des matériaux présents dans les structures d'assemblages.

Le troisième chapitre a été consacré à la modélisation et l'identification des lois de comportement des différents matériaux, ainsi que des critères de défaillance. Le comportement des éléments du module (puces, brasures, substrats, métallisations, semelles) a été défini à partir de données bibliographiques. Suite à la mise en évidence d'un manque dans la finesse de description des comportements élastoplastiques et viscoplastiques des différents éléments, l'intégration numérique et l'implémentation des modèles d'élastoplasticité des métallisations, et d'élasto-viscoplasticité des brasures, a été menée. Nous avons pu ainsi tenir compte de ces comportements dans nos modèles éléments finis des modules de puissance. Les paramètres des lois de comportement des matériaux

utilisées ont été identifiés, pour une part à l'issue d'essais (méthodes inverses) et pour le reste en utilisant la bibliographie. Les informations possibles sur leurs dispersions statistiques ont été collectées en prévision de l'analyse de fiabilité. À partir d'une revue de différentes approches de modélisation de durées de vie, des modèles numériques ont été proposés pour l'établissement de critères relatifs aux deux modes potentiels de défaillance retenus. Ainsi, un modèle probabiliste de rupture basé sur le concept du maillon le plus faible a été retenu pour la modélisation de la rupture des céramiques. Des éprouvettes de flexion 3 points ont été conçues et testées pour l'identification de ses paramètres. Quant à l'endommagement des brasures, un modèle de fatigue basé la densité d'énergie de déformation inélastique a été retenu. Des véhicules de test de différentes configurations ont à cet effet été conçus, réalisés et soumis à des essais de cyclages thermiques.

Dans le dernier chapitre, les modèles de comportement et de défaillance choisis et identifiés ont permis de réaliser dans un premier temps des plans d'expériences numériques basés sur l'évaluation des performances thermiques, les contraintes mécaniques dans les matériaux fragiles, et la fatigue des joints de brasures. Trois facteurs ont pour cela été pris en compte (le type de connexion, la nature de la céramique et la nature de la métallisation), pour des conditions de sollicitations représentatives de cyclages passifs et actifs. Cette analyse, suivie de l'étude de l'effet de la dimension et la nature des pièces du module sur les deux modes de défaillances incriminés a permis de faire des recommandations technologiques et géométriques pour la conception des différents prototypes de modules de puissance selon leurs utilisations prévues. Des simulations déterministes du comportement de ces prototypes ont permis de valider leur conception sur des aspects de déformation de structure et de tenue des connexions après brasage. Les modèles numériques ont ensuite servi à faire des calculs probabilistes de durées de vie. La sensibilité de la fiabilité aux différents paramètres a ainsi été évaluée, suivie de l'élasticité des paramètres de leurs lois de distribution statistique. Ces éléments ont permis l'optimisation de la fiabilité des différents modules de puissance, tant des points de vue de la conception et de la fabrication que de l'utilisation.

L'ensemble de ces travaux ne sont à l'heure actuelle pas totalement clos, surtout pour ce qui concerne la partie expérimentale dont les essais sur véhicules de test évoqués au chapitre III, sont en attente d'être finalisés et exploités au sein du laboratoire IMS. Ils permettront à court terme d'achever la caractérisation des différentes brasures en termes de lois de fatigue et de valider les résultats de simulation, en particulier ceux portant sur la comparaison des impédances thermiques des deux solutions d'assemblage proposées. Le boîtier de refroidissement conçu à cet effet permettra par la même occasion de caractériser les prototypes actuellement en cours de fabrication en termes d'impédances thermiques. D'un point de vue thermomécanique, le cyclage thermique de quelques uns de ces prototypes pourra être employé pour valider les estimations de fiabilité faites, tant du point de vue de la rupture mécanique des substrats que de la fatigue des joints de brasure.

À plus long terme, il serait intéressant de pouvoir vérifier le comportement des modules dans leur environnement réel de fonctionnement, afin de recalibrer la stratégie d'évaluation de fiabilité et d'optimisation.

Appliquée à des structures telles que celles des interrupteurs de puissance, la démarche de fiabilité mécanique même avec surface de réponses peut nécessiter des temps de calculs rédhitoires. Dans le cadre de ces travaux, nous avons pu effectuer l'ensemble des calculs nécessaires en un temps raisonnable sur la plateforme de calcul régionale GRID'MIP mise gracieusement à notre disposition par le Centre Interuniversitaire de Calcul de Toulouse (CICT). Ces difficultés peuvent entraver la bonne mise en œuvre des démarches mécano-fiabilistes, elles mettent aussi en lumière tout l'intérêt que peuvent présenter des approches de simulation basées sur le "submodelling".

ANNEXES

Lorsqu'un bel édifice est achevé, on ne doit pas y lire ce que fut l'échafaudage.

Karl Friedrich Gauss

Sommaire

ANNEXE A : Procédure d'intégration temporelle et d'implémentation de la loi de Chaboche.....	241
ANNEXE B : Procédure d'intégration temporelle et d'implémentation de la loi d'Anand	248
ANNEXE C : Procédure d'intégration temporelle et d'implémentation de la loi de Busso	255
ANNEXE D : Routine UMAT (Fortran 90) des trois lois implémentées, avec la loi de Hooke.....	264
ANNEXE E : Quelques plans des pièces de modules et des outillages réalisés	276

ANNEXE A : Procédure d'intégration temporelle et d'implémentation de la loi de Chaboche

Le relation de comportement s'écrit: $d\underline{\underline{\varepsilon}} = d\underline{\underline{\varepsilon}}^e + d\underline{\underline{\varepsilon}}^p$ avec $d\underline{\underline{\varepsilon}}^e = \frac{1+\nu}{E} \cdot d\underline{\underline{\sigma}} - \frac{\nu}{E} \cdot d(\text{tr}\underline{\underline{\sigma}}) \cdot \underline{\underline{1}}$ et

$$\left\{ \begin{array}{l} f = J_2(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}}) - R - R_0 \\ d\lambda = H(f) \frac{\frac{3}{2} \langle (\underline{\underline{\sigma}}' - \underline{\underline{X}}') : d\underline{\underline{\sigma}} \rangle}{C - \frac{3}{2} \gamma \frac{\underline{\underline{X}} : (\underline{\underline{\sigma}}' - \underline{\underline{X}}')}{J_2(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}})} + b(Q - R)} \\ d\underline{\underline{\varepsilon}}^p = d\lambda \frac{3}{2} \frac{(\underline{\underline{\sigma}}' - \underline{\underline{X}}')}{J_2(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}})} \\ dp = \left(\frac{2}{3} d\underline{\underline{\varepsilon}}^p : d\underline{\underline{\varepsilon}}^p \right)^{\frac{1}{2}} \\ d\underline{\underline{X}} = \frac{2}{3} C d\underline{\underline{\varepsilon}}^p - \gamma \underline{\underline{X}} dp = \left(C \frac{(\underline{\underline{\sigma}}' - \underline{\underline{X}}')}{J_2(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}})} - \gamma \underline{\underline{X}} \right) dp \\ dR = b(Q - R) dp \end{array} \right.$$

Conventions utilisées dans Abaqus

Abaqus emploie la notation de Voigt pour le stockage des tenseurs de contrainte et de déformation.

Avec la loi de Hooke par exemple, nous avons $\sigma_{ij} = 2\mu \cdot \varepsilon_{ij} + \lambda \cdot \varepsilon_{kk} \delta_{ij}$ et $\varepsilon_{ij} = \frac{1+\nu}{E} \cdot \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} \cdot \sigma_{kk} \delta_{ij}$

avec $\mu = G = \frac{E}{2(1+\nu)}$ et $\lambda = \frac{E \cdot \nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}$.

Elle peut se mettre sous la forme $\underline{\underline{\sigma}} = 2\mu \cdot \underline{\underline{\varepsilon}} + \lambda \cdot (\text{Tr}\underline{\underline{\varepsilon}}) \underline{\underline{I}}$, avec les tenseurs $\underline{\underline{\sigma}} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \end{pmatrix}$, $\underline{\underline{\varepsilon}} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{12} \\ 2\varepsilon_{23} \\ 2\varepsilon_{31} \end{pmatrix}$ et

$$\underline{\underline{1}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \text{ La loi de Hooke s'écrit alors : } \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\mu + \lambda & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & 2\mu + \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & 2\mu + \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{12} \\ 2\varepsilon_{23} \\ 2\varepsilon_{31} \end{pmatrix}.$$

La routine UMAT nécessite le calcul de l'état de contrainte et du Jacobien du matériau, pour un incrément déformation donné. L'algorithme du retour radial est utilisé ici pour le calcul de $\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}$.

Calcul de l'état de contrainte $\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}$

À l'instant t_n , les variables $\underline{\underline{\varepsilon}}_n$, $\underline{\underline{\sigma}}_n$, $\underline{\underline{X}}_n$, R_n et $\underline{\underline{\Delta\varepsilon}}$ sont connus.

À t_{n+1} , la condition d'écoulement $f = \left(\frac{3}{2} (\underline{\underline{\sigma}}' - \underline{\underline{X}}') : (\underline{\underline{\sigma}}' - \underline{\underline{X}}') \right)^{\frac{1}{2}} - R - R_0 \geq 0$ est évaluée pour un tenseur test élastique $\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test} = \underline{\underline{\sigma}}_n + 2\mu \cdot \underline{\underline{\Delta\varepsilon}} + \lambda \cdot Tr(\underline{\underline{\Delta\varepsilon}}) \underline{\underline{I}}$, avec $R = R_n$ et $\underline{\underline{X}} = \underline{\underline{X}}_n$.

- Si $f \leq 0$, alors l'état de contrainte se situe dans le domaine élastique, l'incrément de déformation plastique $\Delta p = 0$ et on a : $\underline{\underline{\sigma}}_{n+1} = \underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}$, $R_{n+1} = R_n$, $\underline{\underline{X}}_{n+1} = \underline{\underline{X}}_n$.
- Si $f > 0$, alors l'état de contrainte se situe dans le domaine élastoplastique. Δp est déterminé en partant d'une valeur initiale nulle, au sein d'une boucle de résolution de l'équation $f = 0$ suivant l'algorithme de Newton-Raphson (afin de ramener l'état de contrainte $\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}$ correspondant, sur la surface de charge) par l'algorithme du retour radial :

$\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}$ est alors donné par :

$$\underline{\underline{\sigma}}_{n+1} = \underline{\underline{\sigma}}_n + 2\mu(\underline{\underline{\Delta\varepsilon}} - \underline{\underline{\Delta\varepsilon}}^p) + \lambda \cdot Tr(\underline{\underline{\Delta\varepsilon}} - \underline{\underline{\Delta\varepsilon}}^p) \underline{\underline{I}}$$

$$\underline{\underline{\sigma}}_{n+1} = \underline{\underline{\sigma}}_n + 2\mu \cdot \underline{\underline{\Delta\varepsilon}} + \lambda \cdot Tr(\underline{\underline{\Delta\varepsilon}}) \underline{\underline{I}} - 2\mu \underline{\underline{\Delta\varepsilon}}^p \text{ puisque } Tr(\underline{\underline{\Delta\varepsilon}}^p) = 0$$

$$\underline{\underline{\sigma}}_{n+1} = \underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test} - \sqrt{6}\mu\Delta p \underline{\underline{n}} \text{ avec } \underline{\underline{n}} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{(\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}' - \underline{\underline{X}}_{n+1}')}{J_2(\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}' - \underline{\underline{X}}_{n+1}')} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{(\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}' - \underline{\underline{X}}_{n+1}')}{J_2(\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}' - \underline{\underline{X}}_{n+1}')}$$

Détermination de Δp :

On commence par exprimer f en fonction de $\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}$ et Δp .

$$\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}' = \underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}' - \sqrt{6}\mu\Delta p \underline{\underline{n}}.$$

En injectant l'expression de $\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}'$ dans celle de $\underline{\underline{n}} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{(\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}' - \underline{\underline{X}}_{n+1}')}{J_2(\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}' - \underline{\underline{X}}_{n+1}')}$ dans la configuration finale,

$$\text{nous obtenons } \underline{\underline{n}} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{(\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}' - \underline{\underline{X}}_{n+1}') - \sqrt{6}\mu\Delta p \underline{\underline{n}}}{J_2(\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}' - \underline{\underline{X}}_{n+1}')},$$

$$\text{puis } \sqrt{\frac{3}{2}} (\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}' - \underline{\underline{X}}_{n+1}') : \underline{\underline{n}} = (J_2(\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}' - \underline{\underline{X}}_{n+1}') + 3\mu\Delta p) \cdot \underline{\underline{n}} : \underline{\underline{n}} = (J_2(\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}' - \underline{\underline{X}}_{n+1}') + 3\mu\Delta p).$$

On peut alors écrire $\underline{\underline{n}} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{(\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}' - \underline{\underline{X}}_{n+1}') - \sqrt{6}\mu\Delta p \underline{\underline{n}}}{J_2(\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}' - \underline{\underline{X}}_{n+1}')} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{(\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}' - \underline{\underline{X}}_{n+1}')}{J_2(\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}' - \underline{\underline{X}}_{n+1}')} - \frac{3\mu\Delta p \underline{\underline{n}}}{J_2(\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}' - \underline{\underline{X}}_{n+1}')}$, puis

$$\underline{\underline{n}} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}' - \underline{\underline{X}}_{n+1}'}{J_2(\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}' - \underline{\underline{X}}_{n+1}') + 3\mu\Delta p}.$$

En combinant cette dernière relation avec $\sqrt{\frac{3}{2}} (\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}' - \underline{\underline{X}}_{n+1}') : \underline{\underline{n}} = (J_2(\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}' - \underline{\underline{X}}_{n+1}') + 3\mu\Delta p)$, nous

arrivons successivement à:

$$\frac{3}{2} \frac{(\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}' - \underline{\underline{X}}_{n+1}') : (\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}' - \underline{\underline{X}}_{n+1}')}{J_2(\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}' - \underline{\underline{X}}_{n+1}') + 3\mu\Delta p} = (J_2(\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}' - \underline{\underline{X}}_{n+1}') + 3\mu\Delta p)$$

$$\frac{3}{2} (\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}' - \underline{\underline{X}}_{n+1}') : (\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}' - \underline{\underline{X}}_{n+1}') = (J_2(\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}' - \underline{\underline{X}}_{n+1}') + 3\mu\Delta p)^2,$$

$$(J_2(\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}' - \underline{\underline{X}}_{n+1}'))^2 = (J_2(\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}' - \underline{\underline{X}}_{n+1}') + 3\mu\Delta p)^2$$

$$J_2(\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}' - \underline{\underline{X}}_{n+1}') = J_2(\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}' - \underline{\underline{X}}_{n+1}') - 3\mu\Delta p$$

D'où $f = J_2(\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}' - \underline{\underline{X}}_{n+1}') - R_{n+1} - R_0 = J_2(\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}' - \underline{\underline{X}}_{n+1}') - 3\mu\Delta p - R_{n+1} - R_0$

Détermination de Δp par un schéma d'Euler

Δp est alors déterminé par résolution itérative de $f = J_2(\underline{\sigma}_{n+1}^{test} - \underline{X}_{n+1}) - 3\mu\Delta p - R_{n+1} - R_0 = 0$ à l'aide d'un algorithme de Newton-Raphson basé sur le schéma suivant:

$$\Delta p^{(k+1)} = \Delta p^{(k)} + d\Delta p \text{ avec } d\Delta p = -\frac{f}{\frac{\partial f}{\partial \Delta p}} = \frac{J_2(\underline{\sigma}_{n+1}^{test} - \underline{X}_{n+1}) - 3\mu\Delta p - R_{n+1} - R_0}{3\mu + \frac{\partial R_{n+1}}{\partial \Delta p} - \frac{\partial J_2(\underline{\sigma}_{n+1}^{test} - \underline{X}_{n+1})}{\partial \Delta p}}$$

Le calcul de $\frac{\partial R_{n+1}}{\partial \Delta p}$ est à partir de l'expression de R_{n+1} .

$$R_{n+1} = R_n + b(Q - R_n)\Delta p, \text{ ce qui donne } \frac{\partial R_{n+1}}{\partial \Delta p} = \frac{\partial(b(Q - R_n)\Delta p)}{\partial \Delta p} = b(Q - R_n)$$

Pour le calcul de $\frac{\partial J_2(\underline{\sigma}_{n+1}^{test} - \underline{X}_{n+1})}{\partial \Delta p}$, on écrit :

$$\frac{\partial(J_2(\underline{\sigma}_{n+1}^{test} - \underline{X}_{n+1}))}{\partial \Delta p} = \frac{\partial}{\partial \Delta p} \left(\frac{3}{2} (\underline{\sigma}_{n+1}^{test} - \underline{X}_{n+1}) : (\underline{\sigma}_{n+1}^{test} - \underline{X}_{n+1}) \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{\partial(J_2(\underline{\sigma}_{n+1}^{test} - \underline{X}_{n+1}))}{\partial \Delta p} = \frac{\sqrt{\frac{3}{2}}}{2((\underline{\sigma}_{n+1}^{test} - \underline{X}_{n+1}) : (\underline{\sigma}_{n+1}^{test} - \underline{X}_{n+1}))^{\frac{1}{2}}} \frac{\partial}{\partial \Delta p} ((\underline{\sigma}_{n+1}^{test} - \underline{X}_{n+1}) : (\underline{\sigma}_{n+1}^{test} - \underline{X}_{n+1}))$$

$$\frac{\partial(J_2(\underline{\sigma}_{n+1}^{test} - \underline{X}_{n+1}))}{\partial \Delta p} = \frac{\sqrt{\frac{3}{2}}}{((\underline{\sigma}_{n+1}^{test} - \underline{X}_{n+1}) : (\underline{\sigma}_{n+1}^{test} - \underline{X}_{n+1}))^{\frac{1}{2}}} \left(\frac{\partial}{\partial \Delta p} (\underline{\sigma}_{n+1}^{test} - \underline{X}_{n+1}) \right) : (\underline{\sigma}_{n+1}^{test} - \underline{X}_{n+1})$$

$$\frac{\partial(J_2(\underline{\sigma}_{n+1}^{test} - \underline{X}_{n+1}))}{\partial \Delta p} = \frac{\frac{3}{2}}{J_2(\underline{\sigma}_{n+1}^{test} - \underline{X}_{n+1})} \left(\frac{\partial}{\partial \Delta p} (\underline{\sigma}_{n+1}^{test} - \underline{X}_{n+1}) \right) : (\underline{\sigma}_{n+1}^{test} - \underline{X}_{n+1})$$

$$\frac{\partial(J_2(\underline{\sigma}_{n+1}^{test} - \underline{X}_{n+1}))}{\partial \Delta p} = \frac{\frac{3}{2}}{J_2(\underline{\sigma}_{n+1}^{test} - \underline{X}_{n+1})} \left(\frac{\partial \underline{\sigma}_{n+1}^{test}}{\partial \Delta p} - \frac{\partial \underline{X}_{n+1}}{\partial \Delta p} \right) : (\underline{\sigma}_{n+1}^{test} - \underline{X}_{n+1})$$

$$\frac{\partial(J_2(\underline{\sigma}_{n+1}^{test} - \underline{X}_{n+1}))}{\partial \Delta p} = \frac{\frac{3}{2}}{J_2(\underline{\sigma}_{n+1}^{test} - \underline{X}_{n+1})} \left(-\frac{\partial \underline{X}_{n+1}}{\partial \Delta p} \right) : (\underline{\sigma}_{n+1}^{test} - \underline{X}_{n+1})$$

$$\underline{X}_{n+1} = \underline{X}_n + \underline{\Delta X} = \underline{X}_n + \frac{2}{3} C \underline{\Delta \varepsilon}^p - \gamma \underline{X}_n \Delta p$$

$$\frac{\partial \underline{X}_{n+1}}{\partial \Delta p} = \frac{2}{3} C \frac{\partial \Delta p \cdot \frac{3}{2} (\underline{\sigma}_{n+1}^{test} - \underline{X}_{n+1})}{\partial \Delta p} - \gamma \underline{X}_n \text{ puisque la direction radiale ne varie pas suivant la}$$

déformation plastique durant l'incrément avec Δp dans ce schéma d'intégration

$$(\underline{n} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{(\underline{\sigma}_{n+1}^{test} - \underline{X}_{n+1})}{J_2(\underline{\sigma}_{n+1}^{test} - \underline{X}_{n+1})} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{(\underline{\sigma}_{n+1}^{test} - \underline{X}_{n+1})}{J_2(\underline{\sigma}_{n+1}^{test} - \underline{X}_{n+1})})$$

$$\text{On obtient alors } \frac{\partial \underline{X}_{n+1}}{\partial \Delta p} = C \frac{(\underline{\sigma}_{n+1}^{test} - \underline{X}_{n+1})}{J_2(\underline{\sigma}_{n+1}^{test} - \underline{X}_{n+1})} - \gamma \underline{X}_n.$$

Avec cette dernière relation, $\frac{\partial J_2(\underline{\sigma}_{n+1}^{test} - \underline{X}_{n+1})}{\partial \Delta p}$, devient :

$$\frac{\partial(J_2(\underline{\sigma}_{n+1}^{test} - \underline{X}_{n+1}))}{\partial\Delta p} = \frac{\frac{3}{2}}{J_2(\underline{\sigma}_{n+1}^{test} - \underline{X}_{n+1})} \left(-C \cdot \frac{(\underline{\sigma}_{n+1}^{test} - \underline{X}_{n+1})}{J_2(\underline{\sigma}_{n+1}^{test} - \underline{X}_{n+1})} + \gamma \underline{X}_n \right) : (\underline{\sigma}_{n+1}^{test} - \underline{X}_{n+1})$$

$$\frac{\partial(J_2(\underline{\sigma}_{n+1}^{test} - \underline{X}_{n+1}))}{\partial\Delta p} = -C + \frac{\frac{3}{2}(\gamma \underline{X}_n) : (\underline{\sigma}_{n+1}^{test} - \underline{X}_{n+1})}{J_2(\underline{\sigma}_{n+1}^{test} - \underline{X}_{n+1})}, \text{ et finalement :}$$

$$\boxed{d\Delta p = -\frac{f}{\frac{\partial f}{\partial \Delta p}} = \frac{J_2(\underline{\sigma}_{n+1}^{test} - \underline{X}_{n+1}) - 3\mu\Delta p - R_{n+1} - R_0}{3\mu + b(Q - R_{n+1}) + C - \frac{\frac{3}{2}\gamma \underline{X}_n : (\underline{\sigma}_{n+1}^{test} - \underline{X}_{n+1})}{J_2(\underline{\sigma}_{n+1}^{test} - \underline{X}_{n+1})}}$$

Une fois Δp connu à l'issue de la convergence de l'algorithme de Newton-Raphson, la relation

$$\underline{\Delta \varepsilon}^p = \Delta p \cdot \frac{3}{2} \frac{(\underline{\sigma}_{n+1}^{test} - \underline{X}_{n+1})}{J_2(\underline{\sigma}_{n+1}^{test} - \underline{X}_{n+1})}, \text{ permet d'actualiser: } \underline{X}_{n+1} = \underline{X}_n + \underline{\Delta X} = \underline{X}_n + \frac{2}{3} C \underline{\Delta \varepsilon}^p - \gamma \underline{X}_n \Delta p \text{ et}$$

$$R_{n+1} = R_n + \Delta R = R_n + b(Q - R_n) \Delta p$$

On vérifie alors la condition $|f| = |J_2(\underline{\sigma}_{n+1}^{test} - \underline{X}_{n+1}) - 3\mu\Delta p - R_{n+1} - R_0| \leq \text{Tolérance}$, et le processus est repris jusqu'à ce que cette condition soit satisfaite.

À la fin de ce processus, le tenseur de contrainte devient $\underline{\sigma}_{n+1} = \underline{\sigma}_{n+1}^{test} - 2\mu \underline{\Delta \varepsilon}^p$.

Jacobien du matériau - Matrice tangente "cohérente" de rigidité.

Abaqus/standard (implicite) utilise un algorithme de Newton-Raphson, dans la recherche des champs de déplacement admissibles et des incréments de temps correspondants, assurant des résidus acceptables dans la configuration finale des modèles ÉF. La contribution de la loi de comportement à la matrice Jacobienne de l'algorithme de Newton-Raphson doit être fournie via la routine utilisateur.

Pour plus de rapidité dans la convergence, il est d'usage de déterminer l'expression de la matrice Jacobienne en cohérence avec le schéma d'intégration de la loi de comportement.

Dans Abaqus, le Jacobien est renseigné dans une matrice dont les éléments sont définis par la variation de la $i^{ème}$ composante de $\underline{\Delta \sigma}$ à la fin de l'incrément, pour une perturbation infinitésimale de la $j^{ème}$ composante de $\underline{\Delta \varepsilon}$ (en notation de Voigt).

$$\text{Le Jacobien s'écrit } \underline{\underline{J}} = \frac{\partial \underline{\Delta \sigma}}{\partial \underline{\Delta \varepsilon}}.$$

En écrivant $\underline{\Delta \sigma} = \underline{\underline{E}}^e : \underline{\Delta \varepsilon} - 2\mu \underline{\Delta \varepsilon}^p$ où $\underline{\underline{E}}^e$ est le tenseur d'élasticité du matériau, nous avons :

$$\underline{\underline{J}} = \frac{\partial \underline{\Delta \sigma}}{\partial \underline{\Delta \varepsilon}} = \underline{\underline{E}}^e - 2\mu \frac{\partial \underline{\Delta \varepsilon}^p}{\partial \underline{\Delta \varepsilon}}$$

En posant $\underline{\underline{E}}^p = 2\mu \frac{\partial \underline{\Delta \varepsilon}^p}{\partial \underline{\Delta \varepsilon}}$, nous avons :

$$\underline{\underline{E}}^p = 3\mu \frac{\partial}{\partial \underline{\Delta \varepsilon}} \left(\Delta p \frac{(\underline{\sigma}_{n+1}^{test} - \underline{X}_{n+1})}{J_2(\underline{\sigma}_{n+1}^{test} - \underline{X}_{n+1})} \right) = 3\mu \frac{\partial}{\partial \underline{\Delta \varepsilon}} (\Delta p \underline{N}) \text{ avec } \underline{N} = \frac{(\underline{\sigma}_{n+1}^{test} - \underline{X}_{n+1})}{J_2(\underline{\sigma}_{n+1}^{test} - \underline{X}_{n+1})} = \sqrt{\frac{2}{3}} \underline{n}$$

$$\underline{\underline{E}}^p = 3\mu \frac{\partial \Delta p}{\partial \underline{\Delta \varepsilon}} \otimes \underline{N} + 3\mu \cdot \Delta p \frac{\partial \underline{N}}{\partial \underline{\Delta \varepsilon}}$$

Calcul de $\frac{\partial N}{\partial \underline{\Delta \varepsilon}}$:

$$\begin{aligned}\underline{\sigma}_{n+1}' &= \underline{\sigma}_{n+1}^{test}' - 3\mu \cdot \Delta p \cdot \frac{(\underline{\sigma}_{n+1}' - \underline{X}_{n+1}')}{J_2(\underline{\sigma}_{n+1}' - \underline{X}_{n+1}')} \\ \underline{X}_{n+1} &= \underline{X}_n + \underline{\Delta X} = \underline{X}_n + \left(C \cdot \frac{(\underline{\sigma}_{n+1}' - \underline{X}_{n+1}')}{J_2(\underline{\sigma}_{n+1}' - \underline{X}_{n+1}')} - \gamma \underline{X}_{n+1} \right) \Delta p \\ \underline{X}_{n+1}' &= \underline{X}_{n+1} = \frac{1}{1 + \gamma \cdot \Delta p} \left(\underline{X}_n + C \cdot \Delta p \cdot \frac{(\underline{\sigma}_{n+1}' - \underline{X}_{n+1}')}{J_2(\underline{\sigma}_{n+1}' - \underline{X}_{n+1}')} \right) \\ \underline{\sigma}_{n+1}' - \underline{X}_{n+1}' &= \underline{\sigma}_{n+1}^{test}' - 3\mu \cdot \Delta p \cdot \frac{(\underline{\sigma}_{n+1}' - \underline{X}_{n+1}')}{J_2(\underline{\sigma}_{n+1}' - \underline{X}_{n+1}')} - \frac{1}{1 + \gamma \cdot \Delta p} \left(\underline{X}_n + C \cdot \Delta p \cdot \frac{(\underline{\sigma}_{n+1}' - \underline{X}_{n+1}')}{J_2(\underline{\sigma}_{n+1}' - \underline{X}_{n+1}')} \right) \\ \underline{\sigma}_{n+1}' - \underline{X}_{n+1}' &= \underline{\sigma}_{n+1}^{test}' - \frac{\underline{X}_n}{1 + \gamma \cdot \Delta p} - \left(3\mu + \frac{C}{1 + \gamma \cdot \Delta p} \right) \frac{\Delta p \cdot (\underline{\sigma}_{n+1}' - \underline{X}_{n+1}')}{J_2(\underline{\sigma}_{n+1}' - \underline{X}_{n+1}')} \\ (\underline{\sigma}_{n+1}' - \underline{X}_{n+1}') &= \frac{\underline{\sigma}_{n+1}^{test}' - \frac{1}{1 + \gamma \cdot \Delta p} \underline{X}_n}{1 + \left(3\mu + \frac{C}{1 + \gamma \cdot \Delta p} \right) \frac{\Delta p}{J_2(\underline{\sigma}_{n+1}' - \underline{X}_{n+1}')}}\end{aligned}$$

La condition de cohérence $f = J_2(\underline{\sigma}_{n+1}' - \underline{X}_{n+1}') - R_{n+1} - R_0 = 0$ permet d'écrire

$$\boxed{(\underline{\sigma}_{n+1}' - \underline{X}_{n+1}') = \frac{\underline{\sigma}_{n+1}^{test}' - \frac{1}{1 + \gamma \cdot \Delta p} \underline{X}_n}{1 + \left(3\mu + \frac{C}{1 + \gamma \cdot \Delta p} \right) \frac{\Delta p}{R_{n+1} + R_0}} = \frac{\underline{Z}}{1 + \left(3\mu + \frac{C}{1 + \gamma \cdot \Delta p} \right) \frac{\Delta p}{R_{n+1} + R_0}}$$

Nous avons alors $N = \frac{(\underline{\sigma}_{n+1}' - \underline{X}_{n+1}')}{J_2(\underline{\sigma}_{n+1}' - \underline{X}_{n+1}')} = \frac{\underline{Z}}{J_2(\underline{Z})} = \frac{\underline{\sigma}_{n+1}^{test}' - \frac{1}{1 + \gamma \cdot \Delta p} \underline{X}_n}{J_2\left(\underline{\sigma}_{n+1}^{test}' - \frac{1}{1 + \gamma \cdot \Delta p} \underline{X}_n\right)}$ et

$$\boxed{\frac{\partial N}{\partial \underline{\Delta \varepsilon}} = \frac{1}{(J_2(\underline{Z}))^2} \left(\frac{\partial \underline{Z}}{\partial \underline{\Delta \varepsilon}} J_2(\underline{Z}) - \underline{Z} \otimes \frac{\partial J_2(\underline{Z})}{\partial \underline{\Delta \varepsilon}} \right)}$$
 avec :

$$\frac{\partial \underline{Z}}{\partial \underline{\Delta \varepsilon}} = \frac{\partial \underline{\sigma}_{n+1}^{test}'}{\partial \underline{\Delta \varepsilon}} - \frac{\partial}{\partial \Delta p} \frac{1}{1 + \gamma \cdot \Delta p} \frac{\partial \Delta p}{\partial \underline{\Delta \varepsilon}} \otimes \underline{X}_n,$$

$$\frac{\partial \underline{Z}}{\partial \underline{\Delta \varepsilon}} = \frac{\partial \underline{\sigma}_{n+1}^{test}'}{\partial \underline{\Delta \varepsilon}} + \frac{\gamma}{(1 + \gamma \cdot \Delta p)^2} \frac{\partial \Delta p}{\partial \underline{\Delta \varepsilon}} \otimes \underline{X}_n$$

$$\frac{\partial \underline{\sigma}_{n+1}^{test}'}{\partial \underline{\Delta \varepsilon}} = \frac{\partial (2\mu \underline{K} : \underline{\Delta \varepsilon})}{\partial \underline{\Delta \varepsilon}} = 2\mu \underline{K} \text{ avec } \underline{K} = \underline{\underline{1}} - \frac{1}{3} \cdot \underline{\underline{1}} \otimes \underline{\underline{1}} \text{ le tenseur d'ordre 4, de projection sur le sous-}$$

espace des tenseurs déviatoriques

$$\boxed{\frac{\partial \underline{Z}}{\partial \underline{\Delta \varepsilon}} = 2\mu \underline{K} + \frac{\gamma}{(1 + \gamma \cdot \Delta p)^2} \frac{\partial \Delta p}{\partial \underline{\Delta \varepsilon}} \otimes \underline{X}_n}$$

Calcul de $\frac{\partial J_2(\underline{Z})}{\partial \underline{\Delta \varepsilon}}$:

La condition de cohérence devient $f = \frac{J_2(\underline{Z})}{1 + \left(3\mu + \frac{C}{1 + \gamma \cdot \Delta p}\right) \frac{\Delta p}{R_{n+1} + R_0}} - R_{n+1} - R_0 = 0$, d'où

$$J_2(\underline{Z}) = (R_{n+1} + R_0) \left(1 + \left(3\mu + \frac{C}{1 + \gamma \cdot \Delta p} \right) \frac{\Delta p}{R_{n+1} + R_0} \right)$$

$$J_2(\underline{Z}) = \left(\frac{R_n + bQ\Delta p}{1 + b\Delta p} + R_0 \right) \left(1 + \left(3\mu + \frac{C}{1 + \gamma \cdot \Delta p} \right) \frac{\Delta p}{\frac{R_n + bQ\Delta p}{1 + b\Delta p} + R_0} \right)$$

$$J_2(\underline{Z}) = \left(\frac{R_n + bQ\Delta p}{1 + b\Delta p} + R_0 \right) + \left(3\mu + \frac{C}{1 + \gamma \cdot \Delta p} \right) \Delta p$$

$$\frac{\partial J_2(\underline{Z})}{\partial \underline{\Delta \varepsilon}} = \frac{\partial J_2(\underline{Z})}{\partial \Delta p} \frac{\partial \Delta p}{\partial \underline{\Delta \varepsilon}} = \left(\frac{b(Q - R_n)}{(1 + b\Delta p)^2} - \frac{\gamma \cdot C}{(1 + \gamma \cdot \Delta p)^2} \Delta p + \left(3\mu + \frac{C}{1 + \gamma \cdot \Delta p} \right) \right) \cdot \frac{\partial \Delta p}{\partial \underline{\Delta \varepsilon}}$$

$$\boxed{\frac{\partial J_2(\underline{Z})}{\partial \underline{\Delta \varepsilon}} = \left(\frac{b(Q - R_n)}{(1 + b\Delta p)^2} + 3\mu + \frac{C}{(1 + \gamma \cdot \Delta p)^2} \right) \cdot \frac{\partial \Delta p}{\partial \underline{\Delta \varepsilon}}}$$

Calcul de $\frac{\partial \Delta p}{\partial \underline{\Delta \varepsilon}}$:

Elle s'obtient par dérivation de la condition de cohérence par rapport à $\underline{\Delta \varepsilon}$, $\frac{df}{d\underline{\Delta \varepsilon}} = 0$.

$$\frac{df}{d\underline{\Delta \varepsilon}} = \frac{\partial f}{\partial \Delta p} \frac{d\Delta p}{d\underline{\Delta \varepsilon}} + \frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}_{n+1}^{test}} \otimes \frac{d\underline{\sigma}_{n+1}^{test}}{d\underline{\Delta \varepsilon}} = 0$$

$$f = \frac{J_2(\underline{Z})}{1 + \left(3\mu + \frac{C}{1 + \gamma \cdot \Delta p} \right) \frac{\Delta p}{R_{n+1} + R_0}} - R_{n+1} - R_0 = 0$$

$$\frac{\partial f}{\partial \Delta p} = \frac{\frac{\partial J_2(\underline{Z})}{\partial \Delta p}}{1 + \left(3\mu + \frac{C}{1 + \gamma \cdot \Delta p} \right) \frac{\Delta p}{R_{n+1} + R_0}} - \frac{\partial \left(1 + \left(3\mu + \frac{C}{1 + \gamma \cdot \Delta p} \right) \frac{\Delta p}{R_{n+1} + R_0} \right)}{\partial \Delta p} \frac{J_2(\underline{Z})}{\left(1 + \left(3\mu + \frac{C}{1 + \gamma \cdot \Delta p} \right) \frac{\Delta p}{R_{n+1} + R_0} \right)^2} - \frac{b(Q - R_n)}{(1 + b\Delta p)^2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial \Delta p} = \frac{3\underline{Z} : \left(\frac{\gamma}{(1 + \gamma \cdot \Delta p)^2} \underline{X}_n \right)}{2J_2(\underline{Z}) \left(1 + \left(3\mu + \frac{C}{1 + \gamma \cdot \Delta p} \right) \frac{\Delta p}{R_{n+1} + R_0} \right)}$$

$$\left(\frac{C \cdot \gamma \cdot \Delta p}{(1 + \gamma \cdot \Delta p)^2 (R_{n+1} + R_0)} + \frac{\left(3\mu + \frac{C}{1 + \gamma \cdot \Delta p} \right) \left(R_{n+1} + R_0 - \frac{b(Q - R_n)\Delta p}{(1 + b\Delta p)^2} \right)}{(R_{n+1} + R_0)^2} \right) J_2(\underline{Z}) - \frac{b(Q - R_n)}{(1 + b\Delta p)^2}$$

$$\left(1 + \left(3\mu + \frac{C}{1 + \gamma \cdot \Delta p} \right) \frac{\Delta p}{R_{n+1} + R_0} \right)^2$$

$$\frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}_{n+1}^{test}} \otimes \frac{\partial \underline{\sigma}_{n+1}^{test}}{\partial \underline{\Delta \varepsilon}} = \frac{3\underline{Z}}{2 \left(1 + \left(3\mu + \frac{C}{1 + \gamma \cdot \Delta p} \right) \frac{\Delta p}{R_{n+1} + R_0} \right) J_2(\underline{Z})} \otimes 2\mu \underline{K}$$

$$\frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}_{n+1}^{test}} \otimes \frac{\partial \underline{\sigma}_{n+1}^{test}}{\partial \underline{\Delta \varepsilon}} = \frac{3\mu \underline{Z}}{\left(1 + \left(3\mu + \frac{C}{1 + \gamma \cdot \Delta p} \right) \frac{\Delta p}{R_{n+1} + R_0} \right) J_2(\underline{Z})}, \text{ d'où,}$$

$$\frac{\partial \Delta p}{\partial \underline{\Delta \varepsilon}} = \frac{- \frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}_{n+1}^{test}} \frac{\partial \underline{\sigma}_{n+1}^{test}}{\partial \underline{\Delta \varepsilon}}}{\frac{\partial f}{\partial \Delta p}} = \frac{- \frac{3\mu \underline{Z}}{\left(1 + \left(3\mu + \frac{C}{1 + \gamma \cdot \Delta p} \right) \frac{\Delta p}{R_{n+1} + R_0} \right) J_2(\underline{Z})}}{3\underline{Z} : \left(\frac{\gamma}{(1 + \gamma \cdot \Delta p)^2} \underline{X}_n \right)} - \frac{2J_2(\underline{Z}) \left(1 + \left(3\mu + \frac{C}{1 + \gamma \cdot \Delta p} \right) \frac{\Delta p}{R_{n+1} + R_0} \right) \left(\frac{C \cdot \gamma \cdot \Delta p}{(1 + \gamma \cdot \Delta p)^2 (R_{n+1} + R_0)} + \frac{\left(3\mu + \frac{C}{1 + \gamma \cdot \Delta p} \right) \left(R_{n+1} + R_0 - \frac{b(Q - R_n) \Delta p}{(1 + b \Delta p)^2} \right)}{(R_{n+1} + R_0)^2} \right) J_2(\underline{Z})}{\left(1 + \left(3\mu + \frac{C}{1 + \gamma \cdot \Delta p} \right) \frac{\Delta p}{R_{n+1} + R_0} \right)^2} - \frac{b(Q - R_n)}{(1 + b \Delta p)^2}$$

On peut alors calculer $\underline{E}^p = 3\mu \frac{\partial \Delta p}{\partial \underline{\Delta \varepsilon}} \otimes \underline{N} + \frac{3\mu \cdot \Delta p}{(J_2(\underline{Z}))^2} \left(\frac{\partial \underline{Z}}{\partial \underline{\Delta \varepsilon}} J_2(\underline{Z}) - \underline{Z} \otimes \frac{\partial J_2(\underline{Z})}{\partial \underline{\Delta \varepsilon}} \right)$ avec

$$\underline{N} = \frac{(\underline{\sigma}_{n+1} - \underline{X}_{n+1})}{J_2(\underline{\sigma}_{n+1} - \underline{X}_{n+1})}, \quad \underline{Z} = \underline{\sigma}_{n+1}^{test} - \frac{1}{1 + \gamma \cdot \Delta p} \underline{X}_n, \quad \frac{\partial \underline{Z}}{\partial \underline{\Delta \varepsilon}} = 2\mu \underline{K} + \frac{\gamma}{(1 + \gamma \cdot \Delta p)^2} \frac{\partial \Delta p}{\partial \underline{\Delta \varepsilon}} \otimes \underline{X}_n,$$

$$\frac{\partial J_2(\underline{Z})}{\partial \underline{\Delta \varepsilon}} = \left(\frac{b(Q - R_n)}{(1 + b \Delta p)^2} + 3\mu + \frac{C}{(1 + \gamma \cdot \Delta p)^2} \right) \cdot \frac{\partial \Delta p}{\partial \underline{\Delta \varepsilon}},$$

$$\frac{\partial \Delta p}{\partial \underline{\Delta \varepsilon}} = \frac{- \frac{3\mu \underline{Z}}{\left(1 + \left(3\mu + \frac{C}{1 + \gamma \cdot \Delta p} \right) \frac{\Delta p}{R_{n+1} + R_0} \right) J_2(\underline{Z})}}{\frac{3\gamma}{2(1 + \gamma \cdot \Delta p)^2} \underline{Z} : \underline{X}_n - \left(1 + \left(3\mu + \frac{C}{1 + \gamma \cdot \Delta p} \right) \frac{\Delta p}{R_{n+1} + R_0} \right) \left(\frac{C \cdot \gamma \cdot \Delta p}{(1 + \gamma \cdot \Delta p)^2 (R_{n+1} + R_0)} + \frac{\left(3\mu + \frac{C}{1 + \gamma \cdot \Delta p} \right) \left(R_{n+1} + R_0 - \frac{b(Q - R_n) \Delta p}{(1 + b \Delta p)^2} \right)}{(R_{n+1} + R_0)^2} \right) J_2(\underline{Z})} - \frac{b(Q - R_n)}{(1 + b \Delta p)^2}$$

L'opérateur tangent cohérent de rigidité s'écrit finalement $\underline{E}^{ep} = \underline{E}^e - \underline{E}^p$.

ANNEXE B : Procédure d'intégration temporelle et d'implémentation de la loi d'Anand

La routine FORTRAN doit fournir le tenseur des contraintes $\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}$ et le Jacobien du matériau défini

par $\underline{\underline{J}} = \frac{\partial \underline{\underline{\Delta\sigma}}}{\partial \underline{\underline{\Delta\varepsilon}}}$, à la fin du pas de temps, pour un incrément de déformation totale $\underline{\underline{\Delta\varepsilon}}$ donné,

pendant $\Delta t = t_{n+1} - t_n$, et mettre à jour les variables internes. Le calcul de ces quantités est présenté ci-après.

Expressions du tenseur incrément de contrainte et de la variable interne

La relation de comportement d'Anand peut se mettre sous la forme $\underline{\underline{\dot{\sigma}}} = \underline{\underline{E}}^e : (\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}} - \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^p)$ où $\underline{\underline{E}}^e$ est le

tenseur d'élasticité du matériau, et $\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^p = \frac{3}{2} \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^p \frac{\underline{\underline{\sigma}}'}{\sigma_{eq}}$ avec

$$\begin{cases} \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^p = A \cdot e^{\left(\frac{Q}{R \cdot T}\right)} \cdot \left[\sinh\left(\xi \frac{\underline{\underline{\sigma}}}{s}\right) \right]^{\frac{1}{m}} = f(\underline{\underline{\sigma}}, s) \\ \dot{s} = \left[h_0 \left| 1 - \frac{s}{\hat{s} \cdot \left(\frac{\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^p}{A} \cdot e^{\frac{Q}{R \cdot T}}\right)^n} \right|^a \cdot \operatorname{sgn} \left(1 - \frac{s}{\hat{s} \cdot \left(\frac{\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^p}{A} \cdot e^{\frac{Q}{R \cdot T}}\right)^n} \right) \right] \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^p = g(\underline{\underline{\sigma}}, s, \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^p) \end{cases}$$

Schéma d'intégration de t_n à t_{n+1} ($\Delta t = t_{n+1} - t_n$)

A l'instant t_n , les variables $\underline{\underline{\sigma}}_n$, s_n , Δt et $\underline{\underline{\Delta\varepsilon}}$ sont connues.

$\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}$ peut être calculé à l'aide de la relation $\underline{\underline{\sigma}}_{n+1} = \underline{\underline{\sigma}}_n + 2\mu(\underline{\underline{\Delta\varepsilon}} - \underline{\underline{\Delta\varepsilon}}^p) + \lambda \cdot \operatorname{Tr}(\underline{\underline{\Delta\varepsilon}} - \underline{\underline{\Delta\varepsilon}}^p) \underline{\underline{I}}$, soit

$\underline{\underline{\sigma}}_{n+1} = \underline{\underline{\sigma}}_n + 2\mu \cdot \underline{\underline{\Delta\varepsilon}} + \lambda \cdot \operatorname{Tr}(\underline{\underline{\Delta\varepsilon}}) \underline{\underline{I}} - 2\mu \underline{\underline{\Delta\varepsilon}}^p$ puisque $\operatorname{Tr}(\underline{\underline{\Delta\varepsilon}}^p) = 0$

En notant $\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test} = \underline{\underline{\sigma}}_n + 2\mu \cdot \underline{\underline{\Delta\varepsilon}} + \lambda \cdot \operatorname{Tr}(\underline{\underline{\Delta\varepsilon}}) \underline{\underline{I}}$, nous avons $\underline{\underline{\sigma}}_{n+1} = \underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test} - \sqrt{6}\mu \cdot \Delta t \cdot \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^p \underline{\underline{n}}$ avec

$\underline{\underline{n}} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}'}{\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}}$. Cette relation permet de noter au passage que $\operatorname{tr}(\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}) = \operatorname{tr}(\underline{\underline{\sigma}}_{n+1})$.

La partie déviatorique de la relation $\underline{\underline{\sigma}}_{n+1} = \underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test} - \sqrt{6}\mu \cdot \Delta t \cdot \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^p \underline{\underline{n}}$ s'écrit: $\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}' = \underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}' - \sqrt{6}\mu \cdot \Delta t \cdot \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^p \underline{\underline{n}}$

Avec $\underline{\underline{n}} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}'}{\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}} \Rightarrow \underline{\underline{\sigma}}_{n+1}' = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}' \cdot \underline{\underline{n}}$, la relation précédente devient

$\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}' = \left(\sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}' + \sqrt{6}\mu \cdot \Delta t \cdot \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^p \right) \cdot \underline{\underline{n}}$. Ce qui montre que $\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}'$ est colinéaire à $\underline{\underline{n}} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}'}{\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}}$ et que

$\underline{\underline{n}} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}'}{\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}}$. On a alors $\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}' = \left(\frac{\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}'}{\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}} \right) \underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}$.

Le terme $\frac{\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}'}{\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}}$ peut être interprété comme un facteur de retour radial.

Le tenseur des contraintes à la fin de l'incrément devient alors :

$$\underline{\underline{\sigma}}_{n+1} = \left(\frac{\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}'}{\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}} \right) \underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test} + \left(\frac{1}{3} \cdot \operatorname{tr}(\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}) \right) \underline{\underline{I}} = \left(\frac{\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}'}{\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}} \right) \underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test} + \left(\frac{1}{3} \cdot \operatorname{tr}(\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}) \right) \underline{\underline{I}}, \text{ après détermination de } \underline{\underline{\sigma}}_{n+1} \text{ et } s_{n+1}$$

à partir des équations d'évolution.

Calcul de $\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}$ et s_{n+1} : Euler implicite avec résolution par NR

La détermination de $\tilde{\sigma}_{n+1}$ et s_{n+1} est réalisée à l'aide d'un schéma d'intégration d'Euler implicite, avec résolution des équations obtenues par l'algorithme de Newton-Raphson.

Le système d'équations s'écrit $\begin{cases} \tilde{\sigma}_{n+1} = \tilde{\sigma}_{n+1}^{test} - 3\mu \cdot \Delta t \cdot \tilde{\varepsilon}_{n+1}^p \\ s_{n+1} = s_n + \Delta t \cdot g(\tilde{\sigma}_{n+1}, s_{n+1}) \end{cases}$, soit $\begin{cases} \tilde{\sigma}_{n+1} = \tilde{\sigma}_{n+1}^{test} - 3\mu \cdot \Delta t \cdot f(\tilde{\sigma}_{n+1}, s_{n+1}) \\ s_{n+1} = s_n + \Delta t \cdot g(\tilde{\sigma}_{n+1}, s_{n+1}) \end{cases}$

avec

$$\begin{cases} f(\tilde{\sigma}_{n+1}, s_{n+1}) = A \cdot e^{\left(\frac{-Q}{R \cdot T}\right)} \cdot \left[\sinh\left(\xi \frac{\tilde{\sigma}_{n+1}}{s_{n+1}}\right) \right]^{\frac{1}{m}} \\ g(\tilde{\sigma}_{n+1}, s_{n+1}) = A \cdot e^{\left(\frac{Q}{R \cdot T}\right)} \cdot \left[h_0 \left| 1 - \frac{s_{n+1}}{\hat{s} \cdot \left[\sinh\left(\xi \frac{\tilde{\sigma}_{n+1}}{s_{n+1}}\right) \right]^{\frac{n}{m}}}\right|^a \cdot \operatorname{sgn}\left(1 - \frac{s_{n+1}}{\hat{s} \cdot \left[\sinh\left(\xi \frac{\tilde{\sigma}_{n+1}}{s_{n+1}}\right) \right]^{\frac{n}{m}}}\right) \right] \cdot \left[\sinh\left(\xi \frac{\tilde{\sigma}_{n+1}}{s_{n+1}}\right) \right]^{\frac{1}{m}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \tilde{\sigma}_{n+1} = \tilde{\sigma}_{n+1}^{test} - 3\mu \cdot \Delta t \cdot f(\tilde{\sigma}_{n+1}, s_{n+1}) \\ s_{n+1} = s_n + \Delta t \cdot g(\tilde{\sigma}_{n+1}, s_{n+1}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F(\tilde{\sigma}_{n+1}, s_{n+1}) = \tilde{\sigma}_{n+1} - \tilde{\sigma}_{n+1}^{test} + 3\mu \cdot \Delta t \cdot f(\tilde{\sigma}_{n+1}, s_{n+1}) = 0 \\ G(\tilde{\sigma}_{n+1}, s_{n+1}) = s_{n+1} - s_n - \Delta t \cdot g(\tilde{\sigma}_{n+1}, s_{n+1}) = 0 \end{cases}$$

La résolution de ce système d'équations non linéaires est réalisée à l'aide de l'algorithme de Newton-Raphson sur $(\tilde{\sigma}_{n+1}, s_{n+1})$. Les valeurs de $\tilde{\sigma}_{n+1}^{test}$ et s_n sont considérées comme valeurs initiales de $\tilde{\sigma}_{n+1}^i$ et s_{n+1}^i , et le couple $(\tilde{\sigma}_{n+1}^{i+1}, s_{n+1}^{i+1})$ est calculé à chaque itération jusqu'à ce que les erreurs induites par $\tilde{\sigma}_{n+1}^i$ et s_{n+1}^i soient respectivement inférieures à $(10^{-5} \cdot \tilde{\sigma}_{n+1}^{test})$ sur $F(\tilde{\sigma}_{n+1}, s_{n+1})$ et $(10^{-5} \cdot s_n)$ sur $G(\tilde{\sigma}_{n+1}, s_{n+1})$.

A l'itération n^oi, l'équation s'écrit $\begin{cases} F(\tilde{\sigma}_{n+1}^i, s_{n+1}^i) = \tilde{\sigma}_{n+1}^i - \tilde{\sigma}_{n+1}^{test} + 3\mu \cdot \Delta t \cdot f(\tilde{\sigma}_{n+1}^i, s_{n+1}^i) = 0 \\ G(\tilde{\sigma}_{n+1}^i, s_{n+1}^i) = s_{n+1}^i - s_n - \Delta t \cdot g(\tilde{\sigma}_{n+1}^i, s_{n+1}^i) = 0 \end{cases}$, ce qui

conduit à

$$\begin{pmatrix} \tilde{\sigma}_{n+1}^{i+1} \\ s_{n+1}^{i+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{\sigma}_{n+1}^i + \Delta\sigma^i \\ s_{n+1}^i + \Delta s^i \end{pmatrix} \quad \text{avec} \quad \Delta\sigma^i = -\frac{F(\tilde{\sigma}_{n+1}^i, s_{n+1}^i)}{\frac{dF(\tilde{\sigma}_{n+1}^i, s_{n+1}^i)}{d\tilde{\sigma}_{n+1}^i}} \quad \text{et} \quad \Delta s^i = -\frac{G(\tilde{\sigma}_{n+1}^i, s_{n+1}^i)}{\frac{dG(\tilde{\sigma}_{n+1}^i, s_{n+1}^i)}{ds_{n+1}^i}}, \quad \text{soit}$$

$$\Delta\sigma^i = -\frac{F(\tilde{\sigma}_{n+1}^i, s_{n+1}^i)}{1 + 3\mu \cdot \Delta t \left(\frac{\partial f(\tilde{\sigma}_{n+1}^i, s_{n+1}^i)}{\partial \tilde{\sigma}_{n+1}^i} + \frac{\partial f(\tilde{\sigma}_{n+1}^i, s_{n+1}^i)}{\partial s_{n+1}^i} \cdot \frac{ds_{n+1}^i}{d\tilde{\sigma}_{n+1}^i} \right)} \quad \text{et}$$

$$\Delta s^i = -\frac{G(\tilde{\sigma}_{n+1}^i, s_{n+1}^i)}{1 - \Delta t \left(\frac{\partial g(\tilde{\sigma}_{n+1}^i, s_{n+1}^i)}{\partial s_{n+1}^i} + \frac{\partial g(\tilde{\sigma}_{n+1}^i, s_{n+1}^i)}{\partial \tilde{\sigma}_{n+1}^i} \cdot \frac{d\tilde{\sigma}_{n+1}^i}{ds_{n+1}^i} \right)}$$

Calcul des dérivées

De l'équation $s_{n+1}^i = s_n + \Delta t \cdot g(\tilde{\sigma}_{n+1}^i, s_{n+1}^i)$, nous avons

$$\frac{ds_{n+1}^i}{d\tilde{\sigma}_{n+1}^i} = \Delta t \frac{dg(\tilde{\sigma}_{n+1}^i, s_{n+1}^i)}{d\tilde{\sigma}_{n+1}^i} = \Delta t \left(\frac{\partial g(\tilde{\sigma}_{n+1}^i, s_{n+1}^i)}{\partial \tilde{\sigma}_{n+1}^i} + \frac{\partial g(\tilde{\sigma}_{n+1}^i, s_{n+1}^i)}{\partial s_{n+1}^i} \cdot \frac{ds_{n+1}^i}{d\tilde{\sigma}_{n+1}^i} \right), \quad \text{d'où}$$

$$\frac{ds_{n+1}^i}{d\tilde{\sigma}_{n+1}^i} = \frac{\Delta t \cdot \frac{\partial g(\tilde{\sigma}_{n+1}^i, s_{n+1}^i)}{\partial \tilde{\sigma}_{n+1}^i}}{1 - \Delta t \cdot \frac{\partial g(\tilde{\sigma}_{n+1}^i, s_{n+1}^i)}{\partial s_{n+1}^i}}.$$

L'équation $\tilde{\sigma}_{n+1}^i = \tilde{\sigma}_{n+1}^{test} - 3\mu \cdot \Delta t \cdot f(\tilde{\sigma}_{n+1}^i, s_{n+1}^i)$ permet d'écrire

$$\frac{d\tilde{\sigma}_{n+1}^i}{ds_{n+1}^i} = -3\mu \cdot \Delta t \cdot \frac{df(\tilde{\sigma}_{n+1}^i, s_{n+1}^i)}{ds_{n+1}^i} = -3\mu \cdot \Delta t \cdot \left(\frac{\partial f(\tilde{\sigma}_{n+1}^i, s_{n+1}^i)}{\partial s_{n+1}^i} + \frac{\partial f(\tilde{\sigma}_{n+1}^i, s_{n+1}^i)}{\partial \tilde{\sigma}_{n+1}^i} \cdot \frac{d\tilde{\sigma}_{n+1}^i}{ds_{n+1}^i} \right),$$

d'où

$$\frac{d\tilde{\sigma}_{n+1}^i}{ds_{n+1}^i} = \frac{-3\mu \cdot \Delta t \cdot \frac{\partial f(\tilde{\sigma}_{n+1}^i, s_{n+1}^i)}{\partial s_{n+1}^i}}{1 + 3\mu \cdot \Delta t \cdot \frac{\partial f(\tilde{\sigma}_{n+1}^i, s_{n+1}^i)}{\partial \tilde{\sigma}_{n+1}^i}}$$

$$f(\tilde{\sigma}_{n+1}^i, s_{n+1}^i) = A \cdot e^{\left(\frac{-Q}{R \cdot T}\right)} \cdot \left[\sinh\left(\xi \frac{\tilde{\sigma}_{n+1}^i}{s_{n+1}^i}\right) \right]^{\frac{1}{m}},$$

$$\frac{\partial f(\tilde{\sigma}_{n+1}^i, s_{n+1}^i)}{\partial \tilde{\sigma}_{n+1}^i} = A \cdot e^{\left(\frac{-Q}{R \cdot T}\right)} \cdot \frac{\left[\sinh\left(\xi \frac{\tilde{\sigma}_{n+1}^i}{s_{n+1}^i}\right) \right]^{\frac{1}{m}-1} \cdot \cosh\left(\xi \frac{\tilde{\sigma}_{n+1}^i}{s_{n+1}^i}\right) \cdot \xi}{m \cdot s_{n+1}^i}$$

$$\frac{\partial f(\tilde{\sigma}_{n+1}^i, s_{n+1}^i)}{\partial s_{n+1}^i} = -A \cdot e^{\left(\frac{-Q}{R \cdot T}\right)} \cdot \frac{\left[\sinh\left(\xi \frac{\tilde{\sigma}_{n+1}^i}{s_{n+1}^i}\right) \right]^{\frac{1}{m}-1} \cdot \cosh\left(\xi \frac{\tilde{\sigma}_{n+1}^i}{s_{n+1}^i}\right) \cdot \xi \cdot \tilde{\sigma}_{n+1}^i}{m \cdot s_{n+1}^i{}^2},$$

$$g(\tilde{\sigma}_{n+1}^i, s_{n+1}^i) = A \cdot e^{\left(\frac{-Q}{R \cdot T}\right)} \cdot \left[h_0 \left| 1 - \frac{s_{n+1}^i}{\hat{s} \cdot \left[\sinh\left(\xi \frac{\tilde{\sigma}_{n+1}^i}{s_{n+1}^i}\right) \right]^{\frac{n}{m}}} \right|^a \cdot \operatorname{sgn} \left(1 - \frac{s_{n+1}^i}{\hat{s} \cdot \left[\sinh\left(\xi \frac{\tilde{\sigma}_{n+1}^i}{s_{n+1}^i}\right) \right]^{\frac{n}{m}}} \right) \right] \cdot \left[\sinh\left(\xi \frac{\tilde{\sigma}_{n+1}^i}{s_{n+1}^i}\right) \right]^{\frac{1}{m}}$$

Avec $\alpha_g = 1 - \frac{s_{n+1}^i}{\hat{s} \cdot \left[\sinh\left(\xi \frac{\tilde{\sigma}_{n+1}^i}{s_{n+1}^i}\right) \right]^{\frac{n}{m}}}$, nous avons:

- pour $\tilde{\sigma}_{n+1}^i = 0$

$$g(\tilde{\sigma}_{n+1}^i, s_{n+1}^i) = 0, \quad \frac{\partial g(\tilde{\sigma}_{n+1}^i, s_{n+1}^i)}{\partial \tilde{\sigma}_{n+1}^i} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial g(\tilde{\sigma}_{n+1}^i, s_{n+1}^i)}{\partial s_{n+1}^i} = 0$$

- pour $\tilde{\sigma}_{n+1}^i \neq 0$ et $\alpha_g < 0$,

$$g(\tilde{\sigma}_{n+1}^i, s_{n+1}^i) = -A \cdot e^{\left(\frac{-Q}{R \cdot T}\right)} \cdot h_0 \cdot \left(-1 + \frac{s_{n+1}^i}{\hat{s} \cdot \left[\sinh\left(\xi \frac{\tilde{\sigma}_{n+1}^i}{s_{n+1}^i}\right) \right]^{\frac{n}{m}}} \right)^a \cdot \left[\sinh\left(\xi \frac{\tilde{\sigma}_{n+1}^i}{s_{n+1}^i}\right) \right]^{\frac{1}{m}},$$

$$\frac{\partial g(\tilde{\sigma}_{n+1}^i, s_{n+1}^i)}{\partial \tilde{\sigma}_{n+1}^i} = \left(-A \cdot e^{\left(\frac{-Q}{R \cdot T}\right)} \cdot h_0 \cdot \left(-1 + \frac{s_{n+1}^i}{\hat{s} \cdot \left[\sinh\left(\xi \frac{\tilde{\sigma}_{n+1}^i}{s_{n+1}^i}\right) \right]^{\frac{n}{m}}} \right)^a \right) \cdot \left(\frac{a \cdot n \cdot s_{n+1}^i}{\hat{s} \cdot \left[\sinh\left(\xi \frac{\tilde{\sigma}_{n+1}^i}{s_{n+1}^i}\right) \right]^{\frac{n}{m}} - s_{n+1}^i} + 1 \right) \cdot \left(\frac{\xi}{m \cdot s_{n+1}^i} \cosh\left(\xi \frac{\tilde{\sigma}_{n+1}^i}{s_{n+1}^i}\right) \cdot \left[\sinh\left(\xi \frac{\tilde{\sigma}_{n+1}^i}{s_{n+1}^i}\right) \right]^{\frac{1}{m}-1} \right)$$

$$\frac{\partial g(\tilde{\sigma}_{n+1}^i, s_{n+1}^i)}{\partial s_{n+1}^i} = \left(\frac{\left(A \cdot e^{\left(\frac{Q}{RT}\right)} \cdot h_0 \cdot \left(-1 + \frac{s_{n+1}^i}{\hat{s} \cdot \left[\sinh\left(\xi \frac{\tilde{\sigma}_{n+1}^i}{s_{n+1}^i}\right) \right]^{\frac{n}{m}}} \right)^a \cdot \left[\sinh\left(\xi \frac{\tilde{\sigma}_{n+1}^i}{s_{n+1}^i}\right) \right]^{\frac{1}{m-1}} \right)}{m \cdot s_{n+1}^{i-2} \cdot \left(\hat{s} \cdot \left[\sinh\left(\xi \frac{\tilde{\sigma}_{n+1}^i}{s_{n+1}^i}\right) \right]^{\frac{n}{m}} - s_{n+1}^i \right)} \right) \cdot \left(\begin{aligned} & a \cdot m \cdot s_{n+1}^{i-2} \cdot \sinh\left(\xi \frac{\tilde{\sigma}_{n+1}^i}{s_{n+1}^i}\right) + \\ & (a \cdot n - 1) s_{n+1}^i \cdot \xi \cdot \tilde{\sigma}_{n+1}^i \cdot \cosh\left(\xi \frac{\tilde{\sigma}_{n+1}^i}{s_{n+1}^i}\right) + \\ & \hat{s} \cdot \xi \cdot \tilde{\sigma}_{n+1}^i \cdot \cosh\left(\xi \frac{\tilde{\sigma}_{n+1}^i}{s_{n+1}^i}\right) \cdot \left[\sinh\left(\xi \frac{\tilde{\sigma}_{n+1}^i}{s_{n+1}^i}\right) \right]^{\frac{n}{m}} \end{aligned} \right);$$

- pour $\tilde{\sigma}_{n+1}^i \neq 0$ et $\alpha_g \geq 0$,

$$g(\tilde{\sigma}_{n+1}^i, s_{n+1}^i) = A \cdot e^{\left(\frac{Q}{RT}\right)} \cdot h_0 \cdot \left(1 - \frac{s_{n+1}^i}{\hat{s} \cdot \left[\sinh\left(\xi \frac{\tilde{\sigma}_{n+1}^i}{s_{n+1}^i}\right) \right]^{\frac{n}{m}}} \right)^a \cdot \left[\sinh\left(\xi \frac{\tilde{\sigma}_{n+1}^i}{s_{n+1}^i}\right) \right]^{\frac{1}{m}},$$

$$\frac{\partial g(\tilde{\sigma}_{n+1}^i, s_{n+1}^i)}{\partial \tilde{\sigma}_{n+1}^i} = \left(\frac{\left(A \cdot e^{\left(\frac{Q}{RT}\right)} \cdot h_0 \cdot \left(1 - \frac{s_{n+1}^i}{\hat{s} \cdot \left[\sinh\left(\xi \frac{\tilde{\sigma}_{n+1}^i}{s_{n+1}^i}\right) \right]^{\frac{n}{m}}} \right)^a \right)}{\frac{\xi}{m \cdot s_{n+1}^i} \cdot \cosh\left(\xi \frac{\tilde{\sigma}_{n+1}^i}{s_{n+1}^i}\right) \cdot \left[\sinh\left(\xi \frac{\tilde{\sigma}_{n+1}^i}{s_{n+1}^i}\right) \right]^{\frac{1}{m-1}}} \right) \cdot \left(\frac{a \cdot n \cdot s_{n+1}^i}{\hat{s} \cdot \left[\sinh\left(\xi \frac{\tilde{\sigma}_{n+1}^i}{s_{n+1}^i}\right) \right]^{\frac{n}{m}} - s_{n+1}^i} + 1 \right),$$

$$\frac{\partial g(\tilde{\sigma}_{n+1}^i, s_{n+1}^i)}{\partial s_{n+1}^i} = \left(\frac{A \cdot e^{\left(\frac{Q}{RT}\right)} \cdot h_0 \cdot \left(1 - \frac{s_{n+1}^i}{\hat{s} \cdot \left[\sinh\left(\xi \frac{\tilde{\sigma}_{n+1}^i}{s_{n+1}^i}\right) \right]^{\frac{n}{m}}} \right) \cdot \left[\sinh\left(\xi \frac{\tilde{\sigma}_{n+1}^i}{s_{n+1}^i}\right) \right]^{\frac{1}{m-1}}}{m \cdot s_{n+1}^{i \cdot 2} \cdot \left(\hat{s} \cdot \left[\sinh\left(\xi \frac{\tilde{\sigma}_{n+1}^i}{s_{n+1}^i}\right) \right]^{\frac{n}{m}} - s_{n+1}^i \right)} \right) \cdot \left(\begin{aligned} & a \cdot m \cdot s_{n+1}^{i \cdot 2} \cdot \sinh\left(\xi \frac{\tilde{\sigma}_{n+1}^i}{s_{n+1}^i}\right) + \\ & (a \cdot n - 1) s_{n+1}^i \cdot \xi \cdot \tilde{\sigma}_{n+1}^i \cdot \cosh\left(\xi \frac{\tilde{\sigma}_{n+1}^i}{s_{n+1}^i}\right) + \\ & \hat{s} \cdot \xi \cdot \tilde{\sigma}_{n+1}^i \cdot \cosh\left(\xi \frac{\tilde{\sigma}_{n+1}^i}{s_{n+1}^i}\right) \cdot \left[\sinh\left(\xi \frac{\tilde{\sigma}_{n+1}^i}{s_{n+1}^i}\right) \right]^{\frac{n}{m}} \end{aligned} \right).$$

Calcul de l'opérateur tangent cohérent avec le schéma d'intégration (Jacobien)

La matrice Jacobienne est définie par : $\underline{\underline{J}} = \frac{\partial \underline{\underline{\Delta \sigma}}}{\partial \underline{\underline{\Delta \varepsilon}}} = \frac{\partial (\underline{\underline{\sigma}}_{n+1} - \underline{\underline{\sigma}}_n)}{\partial \underline{\underline{\Delta \varepsilon}}} = \frac{\partial \underline{\underline{\sigma}}_{n+1}}{\partial \underline{\underline{\Delta \varepsilon}}}$.

Avec $\underline{\underline{\sigma}}_{n+1} = \underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test} - \sqrt{6} \mu \cdot \Delta t \cdot \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_{n+1}^p \underline{\underline{n}}$, avec $\underline{\underline{n}} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}}{\tilde{\underline{\underline{\sigma}}}_{n+1}}$, nous avons successivement

$$\underline{\underline{J}} = \frac{\partial \underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}}{\partial \underline{\underline{\Delta \varepsilon}}} - \sqrt{6} \mu \cdot \Delta t \frac{\partial (\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_{n+1}^p \underline{\underline{n}})}{\partial \underline{\underline{\Delta \varepsilon}}},$$

$$\underline{\underline{J}} = \frac{\partial \underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}}{\partial \underline{\underline{\Delta \varepsilon}}} - \sqrt{6} \mu \cdot \Delta t \left(\underline{\underline{n}} \otimes \frac{\partial \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_{n+1}^p}{\partial \underline{\underline{\Delta \varepsilon}}} + \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_{n+1}^p \frac{\partial \underline{\underline{n}}}{\partial \underline{\underline{\Delta \varepsilon}}} \right)$$

$$\frac{\partial \underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}}{\partial \underline{\underline{\Delta \varepsilon}}} = \underline{\underline{E}}^e \quad (\text{le tenseur d'élasticité du matériau})$$

Calcul de $\frac{\partial \underline{\underline{n}}}{\partial \underline{\underline{\Delta \varepsilon}}}$

$$\underline{\underline{n}} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}}{\tilde{\underline{\underline{\sigma}}}_{n+1}}$$

$$\frac{\partial \underline{\underline{n}}}{\partial \underline{\underline{\Delta \varepsilon}}} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{1}{(\tilde{\underline{\underline{\sigma}}}_{n+1})^2} \left(\frac{\partial \underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}}{\partial \underline{\underline{\Delta \varepsilon}}} \tilde{\underline{\underline{\sigma}}}_{n+1} - \underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test} \otimes \frac{\partial \tilde{\underline{\underline{\sigma}}}_{n+1}}{\partial \underline{\underline{\Delta \varepsilon}}} \right), \quad \frac{\partial \underline{\underline{n}}}{\partial \underline{\underline{\Delta \varepsilon}}} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{1}{\tilde{\underline{\underline{\sigma}}}_{n+1}} \left(\frac{\partial \underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}}{\partial \underline{\underline{\Delta \varepsilon}}} - \frac{\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}}{\tilde{\underline{\underline{\sigma}}}_{n+1}} \otimes \frac{\partial \tilde{\underline{\underline{\sigma}}}_{n+1}}{\partial \underline{\underline{\Delta \varepsilon}}} \right),$$

$$\frac{\partial \underline{\underline{n}}}{\partial \underline{\underline{\Delta \varepsilon}}} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{1}{\tilde{\underline{\underline{\sigma}}}_{n+1}} \left(\frac{\partial \underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}}{\partial \underline{\underline{\Delta \varepsilon}}} - \left(\sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}}{\tilde{\underline{\underline{\sigma}}}_{n+1}} \right) \otimes \frac{\partial \tilde{\underline{\underline{\sigma}}}_{n+1}}{\partial \underline{\underline{\Delta \varepsilon}}} \right),$$

$$\text{et donc } \frac{\partial \underline{\underline{n}}}{\partial \underline{\underline{\Delta \varepsilon}}} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{1}{\tilde{\underline{\underline{\sigma}}}_{n+1}} \left(\frac{\partial \underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}}{\partial \underline{\underline{\Delta \varepsilon}}} - \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \underline{\underline{n}} \otimes \frac{\partial \tilde{\underline{\underline{\sigma}}}_{n+1}}{\partial \underline{\underline{\Delta \varepsilon}}} \right)$$

$$\frac{\partial \underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}}{\partial \underline{\underline{\Delta \varepsilon}}} = \frac{\partial}{\partial \underline{\underline{\Delta \varepsilon}}} (\underline{\underline{K}} : \underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}) = \frac{\partial}{\partial \underline{\underline{\Delta \varepsilon}}} (\underline{\underline{K}} : \underline{\underline{E}}^e : \underline{\underline{\Delta \varepsilon}}) = \frac{\partial}{\partial \underline{\underline{\Delta \varepsilon}}} (2\mu \underline{\underline{K}} : \underline{\underline{\Delta \varepsilon}})$$

On a alors $\frac{\partial \underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}}{\partial \underline{\underline{\Delta \varepsilon}}} = 2\mu \underline{\underline{K}}$.

$$\frac{\partial \underline{\underline{\tilde{\sigma}}}_{n+1}^{test}}{\partial \underline{\underline{\Delta \varepsilon}}} = \frac{\partial J_2(\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test})}{\partial \underline{\underline{\Delta \varepsilon}}} = \frac{\partial}{\partial \underline{\underline{\Delta \varepsilon}}} \sqrt{\frac{3}{2}(\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test} : \underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test})} = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \frac{\partial}{\partial \underline{\underline{\Delta \varepsilon}}} \sqrt{(\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test} : \underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test})},$$

$$\frac{\partial \underline{\underline{\tilde{\sigma}}}_{n+1}^{test}}{\partial \underline{\underline{\Delta \varepsilon}}} = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \frac{\frac{\partial}{\partial \underline{\underline{\Delta \varepsilon}}}(\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test} : \underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test})}{2\sqrt{(\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test} : \underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test})}} = \frac{3}{2} \cdot \frac{2\left(\frac{\partial}{\partial \underline{\underline{\Delta \varepsilon}}} \underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}\right) : \underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}}{2\sqrt{\frac{3}{2}}\sqrt{(\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test} : \underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test})}} = \frac{3}{2} \cdot \frac{\left(\frac{\partial}{\partial \underline{\underline{\Delta \varepsilon}}}(\underline{\underline{K}} : \underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test})\right) : \underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}}{\sqrt{\frac{3}{2}}(\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test} : \underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test})},$$

$$\frac{\partial \underline{\underline{\tilde{\sigma}}}_{n+1}^{test}}{\partial \underline{\underline{\Delta \varepsilon}}} = \frac{3}{2} \cdot \frac{2\mu \underline{\underline{K}} : \underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}}{\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}_{n+1}^{test}} = 2\mu \underline{\underline{K}} : \frac{3}{2} \cdot \frac{\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}}{\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}_{n+1}^{test}} = 2\mu \underline{\underline{K}} : \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}}{\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}_{n+1}^{test}} = 2\mu \underline{\underline{K}} : \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \underline{\underline{n}} = \mu\sqrt{6} \cdot \underline{\underline{n}}$$

D'où,

$$\frac{\partial \underline{\underline{n}}}{\partial \underline{\underline{\Delta \varepsilon}}} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{1}{\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}_{n+1}^{test}} \left(2\mu \underline{\underline{K}} - \left(\sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \underline{\underline{n}} \right) \otimes (\mu\sqrt{6} \cdot \underline{\underline{n}}) \right)$$

$$\frac{\partial \underline{\underline{n}}}{\partial \underline{\underline{\Delta \varepsilon}}} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{1}{\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}_{n+1}^{test}} \left(2\mu \underline{\underline{K}} - 2\mu \cdot \underline{\underline{n}} \otimes \underline{\underline{n}} \right)$$

$$\frac{\partial \underline{\underline{n}}}{\partial \underline{\underline{\Delta \varepsilon}}} = \frac{\sqrt{6}\mu}{\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}_{n+1}^{test}} \left(\underline{\underline{K}} - \underline{\underline{n}} \otimes \underline{\underline{n}} \right)$$

Calcul de $\frac{\partial \underline{\underline{\tilde{\varepsilon}}}_{n+1}^p}{\partial \underline{\underline{\Delta \varepsilon}}}$

La différentiation de $\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}_{n+1} = \underline{\underline{\tilde{\sigma}}}_{n+1}^{test} - 3\mu \cdot \Delta t \cdot \underline{\underline{\tilde{\varepsilon}}}_{n+1}^p$ conduit à $d\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}_{n+1} = d\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}_{n+1}^{test} - 3\mu \cdot \Delta t \cdot d\underline{\underline{\tilde{\varepsilon}}}_{n+1}^p$, puis

$$d\underline{\underline{\tilde{\varepsilon}}}_{n+1}^p = \frac{1}{3\mu \cdot \Delta t} (d\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}_{n+1}^{test} - d\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}_{n+1})$$

La linéarisation puis la résolution du système $\begin{cases} \underline{\underline{\tilde{\sigma}}}_{n+1} - \underline{\underline{\tilde{\sigma}}}_{n+1}^{test} + 3\mu \cdot \Delta t \cdot f(\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}_{n+1}, s_{n+1}) = 0 \\ s_{n+1} - s_n - \Delta t \cdot g(\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}_{n+1}, s_{n+1}) = 0 \end{cases}$ permet de

déterminer $d\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}_{n+1}$

$$\begin{cases} d\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}_{n+1} - d\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}_{n+1}^{test} + 3\mu \cdot \Delta t \cdot df(\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}_{n+1}, s_{n+1}) = 0 \\ ds_{n+1} - \Delta t \cdot dg(\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}_{n+1}, s_{n+1}) = 0 \\ d\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}_{n+1} - d\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}_{n+1}^{test} + 3\mu \cdot \Delta t \cdot \left(\frac{\partial f(\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}_{n+1}, s_{n+1})}{\partial \underline{\underline{\tilde{\sigma}}}_{n+1}} d\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}_{n+1} + \frac{\partial f(\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}_{n+1}, s_{n+1})}{\partial s_{n+1}} ds_{n+1} \right) = 0 \\ ds_{n+1} - \Delta t \cdot \left(\frac{\partial g(\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}_{n+1}, s_{n+1})}{\partial \underline{\underline{\tilde{\sigma}}}_{n+1}} d\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}_{n+1} + \frac{\partial g(\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}_{n+1}, s_{n+1})}{\partial s_{n+1}} ds_{n+1} \right) = 0 \\ d\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}_{n+1} + 3\mu \cdot \Delta t \cdot \left(\frac{\partial f(\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}_{n+1}, s_{n+1})}{\partial \underline{\underline{\tilde{\sigma}}}_{n+1}} d\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}_{n+1} + \frac{\partial f(\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}_{n+1}, s_{n+1})}{\partial s_{n+1}} ds_{n+1} \right) = d\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}_{n+1}^{test} \\ ds_{n+1} = \Delta t \cdot \frac{\frac{\partial g(\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}_{n+1}, s_{n+1})}{\partial \underline{\underline{\tilde{\sigma}}}_{n+1}} d\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}_{n+1}}{\left(1 - \Delta t \cdot \frac{\partial g(\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}_{n+1}, s_{n+1})}{\partial s_{n+1}} \right)} \end{cases}$$

$$d\tilde{\sigma}_{n+1} \left(1 + 3\mu \cdot \Delta t \cdot \left(\frac{\partial f(\tilde{\sigma}_{n+1}, s_{n+1})}{\partial \tilde{\sigma}_{n+1}} + \frac{\partial f(\tilde{\sigma}_{n+1}, s_{n+1})}{\partial s_{n+1}} \Delta t \cdot \frac{\frac{\partial g(\tilde{\sigma}_{n+1}, s_{n+1})}{\partial \tilde{\sigma}_{n+1}}}{\left(1 - \Delta t \cdot \frac{\partial g(\tilde{\sigma}_{n+1}, s_{n+1})}{\partial s_{n+1}} \right)} \right) \right) = d\tilde{\sigma}_{n+1}^{test}$$

$$d\tilde{\sigma}_{n+1} = \frac{d\tilde{\sigma}_{n+1}^{test}}{\left(1 + 3\mu \cdot \Delta t \cdot \left(\frac{\partial f(\tilde{\sigma}_{n+1}, s_{n+1})}{\partial \tilde{\sigma}_{n+1}} + \frac{\partial f(\tilde{\sigma}_{n+1}, s_{n+1})}{\partial s_{n+1}} \Delta t \cdot \frac{\frac{\partial g(\tilde{\sigma}_{n+1}, s_{n+1})}{\partial \tilde{\sigma}_{n+1}}}{\left(1 - \Delta t \cdot \frac{\partial g(\tilde{\sigma}_{n+1}, s_{n+1})}{\partial s_{n+1}} \right)} \right) \right)}$$

La relation $d\tilde{\varepsilon}_{n+1}^p = \frac{1}{3\mu \cdot \Delta t} (d\tilde{\sigma}_{n+1}^{test} - d\tilde{\sigma}_{n+1})$ permet alors d'écrire:

$$d\tilde{\varepsilon}_{n+1}^p = \frac{d\tilde{\sigma}_{n+1}^{test}}{3\mu \cdot \Delta t} \left(1 - \frac{1}{\left(1 + 3\mu \cdot \Delta t \cdot \left(\frac{\partial f(\tilde{\sigma}_{n+1}, s_{n+1})}{\partial \tilde{\sigma}_{n+1}} + \frac{\partial f(\tilde{\sigma}_{n+1}, s_{n+1})}{\partial s_{n+1}} \Delta t \cdot \frac{\frac{\partial g(\tilde{\sigma}_{n+1}, s_{n+1})}{\partial \tilde{\sigma}_{n+1}}}{\left(1 - \Delta t \cdot \frac{\partial g(\tilde{\sigma}_{n+1}, s_{n+1})}{\partial s_{n+1}} \right)} \right) \right)} \right)$$

$$\frac{\partial \tilde{\varepsilon}_{n+1}^p}{\partial \underline{\underline{\Delta \varepsilon}}} = \frac{\frac{\partial \tilde{\sigma}_{n+1}^{test}}{\partial \underline{\underline{\Delta \varepsilon}}}}{3\mu \cdot \Delta t} \left(1 - \frac{1}{\left(1 + 3\mu \cdot \Delta t \cdot \left(\frac{\partial f(\tilde{\sigma}_{n+1}, s_{n+1})}{\partial \tilde{\sigma}_{n+1}} + \frac{\partial f(\tilde{\sigma}_{n+1}, s_{n+1})}{\partial s_{n+1}} \Delta t \cdot \frac{\frac{\partial g(\tilde{\sigma}_{n+1}, s_{n+1})}{\partial \tilde{\sigma}_{n+1}}}{\left(1 - \Delta t \cdot \frac{\partial g(\tilde{\sigma}_{n+1}, s_{n+1})}{\partial s_{n+1}} \right)} \right) \right)} \right)$$

$$\frac{\partial \tilde{\varepsilon}_{n+1}^p}{\partial \underline{\underline{\Delta \varepsilon}}} = \frac{\sqrt{6}}{3 \cdot \Delta t} \left(1 - \frac{1}{\left(1 + 3\mu \cdot \Delta t \cdot \left(\frac{\partial f(\tilde{\sigma}_{n+1}, s_{n+1})}{\partial \tilde{\sigma}_{n+1}} + \frac{\partial f(\tilde{\sigma}_{n+1}, s_{n+1})}{\partial s_{n+1}} \Delta t \cdot \frac{\frac{\partial g(\tilde{\sigma}_{n+1}, s_{n+1})}{\partial \tilde{\sigma}_{n+1}}}{\left(1 - \Delta t \cdot \frac{\partial g(\tilde{\sigma}_{n+1}, s_{n+1})}{\partial s_{n+1}} \right)} \right) \right)} \right) \cdot \underline{\underline{n}}$$

On peut alors calculer le Jacobien par la relation $\underline{\underline{J}} = \underline{\underline{E}}^e - \sqrt{6}\mu \cdot \Delta t \left(\underline{\underline{n}} \otimes \frac{\partial \tilde{\varepsilon}_{n+1}^p}{\partial \underline{\underline{\Delta \varepsilon}}} + \tilde{\varepsilon}_{n+1}^p \frac{\partial \underline{\underline{n}}}{\partial \underline{\underline{\Delta \varepsilon}}} \right)$.

ANNEXE C : Procédure d'intégration temporelle et d'implémentation de la loi de Busso

La routine FORTRAN doit fournir le tenseur des contraintes $\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}$ et le Jacobien du matériau défini

par $\underline{\underline{J}} = \frac{\partial \underline{\underline{\Delta\sigma}}}{\partial \underline{\underline{\Delta\varepsilon}}}$, à la fin du pas de temps, pour un incrément de déformation totale $\underline{\underline{\Delta\varepsilon}}$ donné,

pendant $\Delta t = t_{n+1} - t_n$, et mettre à jour les variables internes. Le calcul de ces quantités est présenté ci-après.

Expressions du tenseur incrément de contrainte et de la variable d'écoulement

La relation de comportement de Busso peut se mettre sous la forme $\underline{\underline{\dot{\sigma}}} = \underline{\underline{E}}^e : (\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}} - \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^p)$ où $\underline{\underline{E}}^e$ est le

tenseur d'élasticité du matériau, et $\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^p = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^p \underline{\underline{n}}$, où $\underline{\underline{n}} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{(\underline{\underline{\sigma}}' - \underline{\underline{X}}')}{J_2(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}})}$ et

$$\begin{cases} \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^p = A \cdot e \left(\frac{F_0}{R \cdot T} \left[1 - \left(\frac{J_2(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}})}{\sigma_0 \frac{\mu}{\mu_0}} \right)^p \right]^q \right), \text{ pour un état de contrainte } \underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}}. \\ \underline{\underline{\dot{X}}} = \frac{2}{3} h \cdot \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^p - r \underline{\underline{X}} \cdot \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^p \end{cases}$$

Schéma d'intégration de t_n à t_{n+1} ($\Delta t = t_{n+1} - t_n$)

À l'instant t_n , les variables $\underline{\underline{\varepsilon}}_n$, $\underline{\underline{\sigma}}_n$, $\underline{\underline{X}}_n$, Δt et $\underline{\underline{\Delta\varepsilon}}$ sont connues.

$\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}$ peut être calculé à l'aide de la relation $\underline{\underline{\sigma}}_{n+1} = \underline{\underline{\sigma}}_n + 2\mu \underline{\underline{\Delta\varepsilon}}^e + \lambda \cdot \text{Tr}(\underline{\underline{\Delta\varepsilon}}^e) \underline{\underline{I}}$, soit $\underline{\underline{\sigma}}_{n+1} = \underline{\underline{\sigma}}_n + 2\mu(\underline{\underline{\Delta\varepsilon}} - \underline{\underline{\Delta\varepsilon}}^p) + \lambda \cdot \text{Tr}(\underline{\underline{\Delta\varepsilon}} - \underline{\underline{\Delta\varepsilon}}^p) \underline{\underline{I}}$, et $\underline{\underline{\sigma}}_{n+1} = \underline{\underline{\sigma}}_n + 2\mu \cdot \underline{\underline{\Delta\varepsilon}} + \lambda \cdot \text{Tr}(\underline{\underline{\Delta\varepsilon}}) \underline{\underline{I}} - 2\mu \underline{\underline{\Delta\varepsilon}}^p$ puisque $\text{Tr}(\underline{\underline{\Delta\varepsilon}}^p) = 0$.

Le tenseur incrément de déformation viscoplastique s'exprime en fonction de l'incrément de déformation viscoplastique équivalent par : $\underline{\underline{\Delta\varepsilon}}^p = \Delta\varepsilon^p \cdot \sqrt{\frac{3}{2}} \underline{\underline{n}} = \Delta\varepsilon^p \cdot \frac{3}{2} \underline{\underline{N}}$ où $\underline{\underline{n}} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{(\underline{\underline{\sigma}}' - \underline{\underline{X}}')}{J_2(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}})}$

indique la direction de l'écoulement, et $\underline{\underline{N}} = \frac{(\underline{\underline{\sigma}}' - \underline{\underline{X}}')}{J_2(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}})}$.

En notant $\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test} = \underline{\underline{\sigma}}_n + 2\mu \cdot \underline{\underline{\Delta\varepsilon}} + \lambda \cdot \text{Tr}(\underline{\underline{\Delta\varepsilon}}) \underline{\underline{I}}$, nous avons :

$$\underline{\underline{\sigma}}_{n+1} = \underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test} - \sqrt{6} \mu \cdot \Delta\varepsilon^p \underline{\underline{n}} = \underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test} - 3\mu \cdot \Delta\varepsilon^p \underline{\underline{N}}.$$

Calcul de $\Delta\varepsilon^p$

$\Delta\varepsilon^p$ est déterminé à partir d'un schéma d'Euler implicite qui s'écrit : $\begin{cases} \Delta\varepsilon^p = \Delta t \cdot \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^p_{n+1} \\ \underline{\underline{X}}_{n+1} = \underline{\underline{X}}_n + \Delta t \cdot \underline{\underline{\dot{X}}}_{n+1} \end{cases}$, avec

$$\begin{cases} \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^p_{n+1} = A \cdot e \left(\frac{F_0}{R \cdot T} \left[1 - \left(\frac{J_2(\underline{\underline{\sigma}}_{n+1} - \underline{\underline{X}}_{n+1})}{\sigma_0 \frac{\mu}{\mu_0}} \right)^p \right]^q \right), \text{ soit } \Delta\varepsilon^p = \Delta t \cdot \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^p_{n+1} = \Delta t \cdot A \cdot e \left(\frac{F_0}{R \cdot T} \left[1 - \left(\frac{J_2(\underline{\underline{\sigma}}_{n+1} - \underline{\underline{X}}_{n+1})}{\sigma_0 \frac{\mu}{\mu_0}} \right)^p \right]^q \right), \\ \underline{\underline{\dot{X}}}_{n+1} = \frac{2}{3} h \cdot \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^p_{n+1} - r \underline{\underline{X}}_{n+1} \cdot \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^p_{n+1} \end{cases} \quad \begin{cases} \underline{\underline{X}}_{n+1} = \underline{\underline{X}}_n + \left(\frac{2}{3} h \cdot \sqrt{\frac{3}{2}} \Delta\varepsilon^p \underline{\underline{n}} - r \cdot \underline{\underline{X}}_{n+1} \Delta\varepsilon^p \right) \end{cases}$$

$$\text{et donc } \begin{cases} \Delta \varepsilon^p = \Delta t \cdot A \cdot e \cdot \frac{F_0}{R \cdot T} \left[1 - \left(\frac{J_2(\underline{\sigma}_{n+1} - \underline{X}_{n+1})}{\sigma_0 \frac{\mu}{\mu_0}} \right)^p \right]^q \\ \underline{X}_{n+1} = \frac{\underline{X}_n + h \cdot \Delta \varepsilon^p \frac{(\underline{\sigma}_{n+1}' - \underline{X}_{n+1}')}{J_2(\underline{\sigma}_{n+1} - \underline{X}_{n+1})}}{1 + r \cdot \Delta \varepsilon^p} \end{cases}$$

A l'aide de la relation $\underline{\sigma}_{n+1} = \underline{\sigma}_{n+1}^{test} - \sqrt{6} \mu \cdot \Delta \varepsilon^p n$, nous avons $\underline{\sigma}_{n+1}' = \underline{\sigma}_{n+1}^{test}' - 3\mu \cdot \Delta \varepsilon^p \cdot \frac{(\underline{\sigma}_{n+1}' - \underline{X}_{n+1}')}{J_2(\underline{\sigma}_{n+1} - \underline{X}_{n+1})}$

$$\underline{\sigma}_{n+1}' - \underline{X}_{n+1}' = \underline{\sigma}_{n+1}^{test}' - 3\mu \cdot \Delta \varepsilon^p \cdot \frac{(\underline{\sigma}_{n+1}' - \underline{X}_{n+1}')}{J_2(\underline{\sigma}_{n+1} - \underline{X}_{n+1})} - \frac{1}{1 + r \cdot \Delta \varepsilon^p} \left(\underline{X}_n + h \cdot \Delta \varepsilon^p \frac{(\underline{\sigma}_{n+1}' - \underline{X}_{n+1}')}{J_2(\underline{\sigma}_{n+1} - \underline{X}_{n+1})} \right)$$

$$\underline{\sigma}_{n+1}' - \underline{X}_{n+1}' = \underline{\sigma}_{n+1}^{test}' - \frac{\underline{X}_n}{1 + r \cdot \Delta \varepsilon^p} - \left(3\mu + \frac{h}{1 + r \cdot \Delta \varepsilon^p} \right) \frac{\Delta \varepsilon^p \cdot (\underline{\sigma}_{n+1}' - \underline{X}_{n+1}')}{J_2(\underline{\sigma}_{n+1} - \underline{X}_{n+1})}$$

$$(\underline{\sigma}_{n+1}' - \underline{X}_{n+1}') = \frac{\underline{\sigma}_{n+1}^{test}' - \frac{1}{1 + r \cdot \Delta \varepsilon^p} \underline{X}_n}{1 + \left(3\mu + \frac{h}{1 + r \cdot \Delta \varepsilon^p} \right) \frac{\Delta \varepsilon^p}{J_2(\underline{\sigma}_{n+1} - \underline{X}_{n+1})}} = \frac{\underline{Z}}{1 + \left(3\mu + \frac{h}{1 + r \cdot \Delta \varepsilon^p} \right) \frac{\Delta \varepsilon^p}{J_2(\underline{\sigma}_{n+1} - \underline{X}_{n+1})}}$$

Cette relation permet de noter au passage que $\frac{(\underline{\sigma}_{n+1}' - \underline{X}_{n+1}')}{J_2(\underline{\sigma}_{n+1} - \underline{X}_{n+1})} = \frac{\underline{Z}}{J_2(\underline{Z})}$.

$$\frac{3}{2} (\underline{\sigma}_{n+1}' - \underline{X}_{n+1}') : (\underline{\sigma}_{n+1}' - \underline{X}_{n+1}') = \frac{3}{2} \frac{\left(\underline{\sigma}_{n+1}^{test}' - \frac{1}{1 + r \cdot \Delta \varepsilon^p} \underline{X}_n \right) : \left(\underline{\sigma}_{n+1}^{test}' - \frac{1}{1 + r \cdot \Delta \varepsilon^p} \underline{X}_n \right)}{\left(1 + \left(3\mu + \frac{h}{1 + r \cdot \Delta \varepsilon^p} \right) \frac{\Delta \varepsilon^p}{J_2(\underline{\sigma}_{n+1} - \underline{X}_{n+1})} \right)^2}$$

$$\sqrt{\frac{3}{2} (\underline{\sigma}_{n+1}' - \underline{X}_{n+1}') : (\underline{\sigma}_{n+1}' - \underline{X}_{n+1}')} = \sqrt{\frac{3}{2} \frac{\left(\underline{\sigma}_{n+1}^{test}' - \frac{1}{1 + r \cdot \Delta \varepsilon^p} \underline{X}_n \right) : \left(\underline{\sigma}_{n+1}^{test}' - \frac{1}{1 + r \cdot \Delta \varepsilon^p} \underline{X}_n \right)}{\left(1 + \left(3\mu + \frac{h}{1 + r \cdot \Delta \varepsilon^p} \right) \frac{\Delta \varepsilon^p}{J_2(\underline{\sigma}_{n+1} - \underline{X}_{n+1})} \right)^2}}$$

$$J_2(\underline{\sigma}_{n+1} - \underline{X}_{n+1}) = \frac{J_2\left(\underline{\sigma}_{n+1}^{test}' - \frac{1}{1 + r \cdot \Delta \varepsilon^p} \underline{X}_n\right)}{\left(1 + \left(3\mu + \frac{h}{1 + r \cdot \Delta \varepsilon^p} \right) \frac{\Delta \varepsilon^p}{J_2(\underline{\sigma}_{n+1} - \underline{X}_{n+1})} \right)}$$

$$J_2(\underline{\sigma}_{n+1} - \underline{X}_{n+1}) \left(1 + \left(3\mu + \frac{h}{1 + r \cdot \Delta \varepsilon^p} \right) \frac{\Delta \varepsilon^p}{J_2(\underline{\sigma}_{n+1} - \underline{X}_{n+1})} \right) = J_2\left(\underline{\sigma}_{n+1}^{test}' - \frac{1}{1 + r \cdot \Delta \varepsilon^p} \underline{X}_n\right)$$

$$J_2(\underline{\sigma}_{n+1} - \underline{X}_{n+1}) + \Delta \varepsilon^p \left(3\mu + \frac{h}{1 + r \cdot \Delta \varepsilon^p} \right) = J_2\left(\underline{\sigma}_{n+1}^{test}' - \frac{1}{1 + r \cdot \Delta \varepsilon^p} \underline{X}_n\right)$$

$$J_2(\underline{\sigma}_{n+1} - \underline{X}_{n+1}) = J_2\left(\underline{\sigma}_{n+1}^{test}' - \frac{1}{1 + r \cdot \Delta \varepsilon^p} \underline{X}_n\right) - \Delta \varepsilon^p \left(3\mu + \frac{h}{1 + r \cdot \Delta \varepsilon^p} \right) = J_2(\underline{Z}) - \Delta \varepsilon^p \left(3\mu + \frac{h}{1 + r \cdot \Delta \varepsilon^p} \right)$$

Le système précédent revient alors à déterminer $\Delta \varepsilon^p$ par la condition de normalité qui s'écrit :

$$F(\Delta \varepsilon^p, \underline{\sigma}_{n+1}^{test}') = \Delta \varepsilon^p - \Delta t \cdot A \cdot e \cdot \frac{F_0}{R \cdot T} \left[1 - \left(\frac{J_2(\underline{Z}) - \Delta \varepsilon^p \left(3\mu + \frac{h}{1 + r \cdot \Delta \varepsilon^p} \right)}{\sigma_0 \frac{\mu}{\mu_0}} \right)^p \right]^q = 0$$

$\Delta \varepsilon^p$ est déterminé par résolution itérative de :

$$F(\Delta\varepsilon^p, \underline{\sigma}_{n+1}^{test}) = \Delta\varepsilon^p - \Delta t \cdot A \cdot e^{-\frac{F_0}{R \cdot T} \left(1 - \frac{\left(\frac{J_2(\underline{Z}) - \Delta\varepsilon^p \left(3\mu + \frac{h}{1+r \cdot \Delta\varepsilon^p} \right)}{\sigma_0 \frac{\mu}{\mu_0}} \right)^p \right)^q} = 0$$

à partir d'un algorithme de Newton-Raphson basé sur le schéma suivant:

$$\Delta\varepsilon^{p(0)} = 0 \text{ et } \Delta\varepsilon^{p(k+1)} = \Delta\varepsilon^{p(k)} + d\Delta\varepsilon^p \text{ avec } d\Delta\varepsilon^p = -\frac{F(\Delta\varepsilon^p, \underline{\sigma}_{n+1}^{test})}{\frac{\partial F(\Delta\varepsilon^p, \underline{\sigma}_{n+1}^{test})}{\partial \Delta\varepsilon^p}}$$

$$\frac{\partial F(\Delta\varepsilon^p, \underline{\sigma}_{n+1}^{test})}{\partial \Delta\varepsilon^p} = 1 + \Delta t \cdot A \cdot \frac{F_0}{R \cdot T} \cdot \frac{\partial \left(\left(1 - \frac{\left(\frac{J_2(\underline{Z}) - \Delta\varepsilon^p \left(3\mu + \frac{h}{1+r \cdot \Delta\varepsilon^p} \right)}{\sigma_0 \frac{\mu}{\mu_0}} \right)^p \right)^q \right)}{\partial \Delta\varepsilon^p} e^{-\frac{F_0}{R \cdot T} \left(1 - \frac{\left(\frac{J_2(\underline{Z}) - \Delta\varepsilon^p \left(3\mu + \frac{h}{1+r \cdot \Delta\varepsilon^p} \right)}{\sigma_0 \frac{\mu}{\mu_0}} \right)^p \right)^q}$$

$$\frac{\partial \left(\left(1 - \frac{\left(\frac{J_2(\underline{Z}) - \Delta\varepsilon^p \left(3\mu + \frac{h}{1+r \cdot \Delta\varepsilon^p} \right)}{\sigma_0 \frac{\mu}{\mu_0}} \right)^p \right)^q \right)}{\partial \Delta\varepsilon^p} =$$

$$-q \left(1 - \frac{\left(\frac{J_2(\underline{Z}) - \Delta\varepsilon^p \left(3\mu + \frac{h}{1+r \cdot \Delta\varepsilon^p} \right)}{\sigma_0 \frac{\mu}{\mu_0}} \right)^p \right)^{q-1} \frac{\partial \left(\frac{\left(\frac{J_2(\underline{Z}) - \Delta\varepsilon^p \left(3\mu + \frac{h}{1+r \cdot \Delta\varepsilon^p} \right)}{\sigma_0 \frac{\mu}{\mu_0}} \right)^p \right)}{\partial \Delta\varepsilon^p} =$$

$$-\frac{p \cdot q}{\sigma_0 \frac{\mu}{\mu_0}} \left(1 - \frac{\left(\frac{J_2(\underline{Z}) - \Delta\varepsilon^p \left(3\mu + \frac{h}{1+r \cdot \Delta\varepsilon^p} \right)}{\sigma_0 \frac{\mu}{\mu_0}} \right)^p \right)^{q-1} \left(\frac{J_2(\underline{Z}) - \Delta\varepsilon^p \left(3\mu + \frac{h}{1+r \cdot \Delta\varepsilon^p} \right)}{\sigma_0 \frac{\mu}{\mu_0}} \right)^{p-1}$$

$$\left(\frac{\partial \left(\frac{J_2(\underline{Z}) - \Delta\varepsilon^p \left(3\mu + \frac{h}{1+r \cdot \Delta\varepsilon^p} \right)}{\sigma_0 \frac{\mu}{\mu_0}} \right)}{\partial \Delta\varepsilon^p} \right)$$

$$\frac{\partial \left(\frac{J_2(\underline{Z}) - \Delta\varepsilon^p \left(3\mu + \frac{h}{1+r \cdot \Delta\varepsilon^p} \right)}{\sigma_0 \frac{\mu}{\mu_0}} \right)}{\partial \Delta\varepsilon^p} =$$

$$\left(\frac{\partial J_2(\underline{Z})}{\partial \Delta\varepsilon^p} - \frac{\partial \left(\Delta\varepsilon^p \left(3\mu + \frac{h}{1+r \cdot \Delta\varepsilon^p} \right) \right)}{\partial \Delta\varepsilon^p} \right) = \left(\frac{\partial J_2(\underline{Z})}{\partial \Delta\varepsilon^p} - \left(3\mu + \frac{h}{1+r \cdot \Delta\varepsilon^p} \right) + \frac{h \cdot r \cdot \Delta\varepsilon^p}{(1+r \cdot \Delta\varepsilon^p)^2} \right)$$

$$\frac{\partial \left(\left(1 - \frac{J_2(\underline{Z}) - \Delta \varepsilon^p \left(3\mu + \frac{h}{1+r \cdot \Delta \varepsilon^p} \right)}{\sigma_0 \frac{\mu}{\mu_0}} \right)^p \right)^q}{\partial \Delta \varepsilon^p} = - \frac{p \cdot q}{\sigma_0 \frac{\mu}{\mu_0}} \left(\left(1 - \frac{J_2(\underline{Z}) - \Delta \varepsilon^p \left(3\mu + \frac{h}{1+r \cdot \Delta \varepsilon^p} \right)}{\sigma_0 \frac{\mu}{\mu_0}} \right)^{p \cdot q - 1} \left(\frac{J_2(\underline{Z}) - \Delta \varepsilon^p \left(3\mu + \frac{h}{1+r \cdot \Delta \varepsilon^p} \right)}{\sigma_0 \frac{\mu}{\mu_0}} \right)^{p-1} \left(\frac{\partial J_2(\underline{Z})}{\partial \Delta \varepsilon^p} - \left(3\mu + \frac{h}{1+r \cdot \Delta \varepsilon^p} \right) + \frac{h \cdot r \cdot \Delta \varepsilon^p}{(1+r \cdot \Delta \varepsilon^p)^2} \right) \right)$$

Calcul de $\frac{\partial J_2(\underline{Z})}{\partial \Delta \varepsilon^p}$

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_2(\underline{Z})}{\partial \Delta \varepsilon^p} &= \frac{\partial J_2 \left(\frac{\sigma_{n+1}^{test}}{\sigma_{n+1}} - \frac{1}{1+r \cdot \Delta \varepsilon^p} \underline{X}_n \right)}{\partial \Delta \varepsilon^p} = \frac{\partial}{\partial \Delta \varepsilon^p} \left(\frac{3}{2} \left(\frac{\sigma_{n+1}^{test}}{\sigma_{n+1}} - \frac{1}{1+r \cdot \Delta \varepsilon^p} \underline{X}_n \right) : \left(\frac{\sigma_{n+1}^{test}}{\sigma_{n+1}} - \frac{1}{1+r \cdot \Delta \varepsilon^p} \underline{X}_n \right) \right)^{\frac{1}{2}} \\ &= \frac{\sqrt{\frac{3}{2}}}{2 \left(\left(\frac{\sigma_{n+1}^{test}}{\sigma_{n+1}} - \frac{1}{1+r \cdot \Delta \varepsilon^p} \underline{X}_n \right) : \left(\frac{\sigma_{n+1}^{test}}{\sigma_{n+1}} - \frac{1}{1+r \cdot \Delta \varepsilon^p} \underline{X}_n \right) \right)^{\frac{1}{2}}} \frac{\partial}{\partial \Delta \varepsilon^p} \left(\left(\frac{\sigma_{n+1}^{test}}{\sigma_{n+1}} - \frac{1}{1+r \cdot \Delta \varepsilon^p} \underline{X}_n \right) : \left(\frac{\sigma_{n+1}^{test}}{\sigma_{n+1}} - \frac{1}{1+r \cdot \Delta \varepsilon^p} \underline{X}_n \right) \right) \\ &= \frac{\sqrt{\frac{3}{2}}}{\left(\left(\frac{\sigma_{n+1}^{test}}{\sigma_{n+1}} - \frac{1}{1+r \cdot \Delta \varepsilon^p} \underline{X}_n \right) : \left(\frac{\sigma_{n+1}^{test}}{\sigma_{n+1}} - \frac{1}{1+r \cdot \Delta \varepsilon^p} \underline{X}_n \right) \right)^{\frac{1}{2}}} \left(\left(\frac{\partial}{\partial \Delta \varepsilon^p} \left(\frac{\sigma_{n+1}^{test}}{\sigma_{n+1}} - \frac{1}{1+r \cdot \Delta \varepsilon^p} \underline{X}_n \right) \right) : \left(\frac{\sigma_{n+1}^{test}}{\sigma_{n+1}} - \frac{1}{1+r \cdot \Delta \varepsilon^p} \underline{X}_n \right) \right) \\ \frac{\partial J_2(\underline{Z})}{\partial \Delta \varepsilon^p} &= \frac{\frac{3}{2}}{J_2 \left(\frac{\sigma_{n+1}^{test}}{\sigma_{n+1}} - \frac{1}{1+r \cdot \Delta \varepsilon^p} \underline{X}_n \right)} \left(\frac{\partial}{\partial \Delta \varepsilon^p} \frac{\sigma_{n+1}^{test}}{\sigma_{n+1}} - \frac{\partial}{\partial \Delta \varepsilon^p} \left(\frac{1}{1+r \cdot \Delta \varepsilon^p} \underline{X}_n \right) \right) : \left(\frac{\sigma_{n+1}^{test}}{\sigma_{n+1}} - \frac{1}{1+r \cdot \Delta \varepsilon^p} \underline{X}_n \right) \\ \frac{\partial J_2(\underline{Z})}{\partial \Delta \varepsilon^p} &= \frac{\frac{3}{2}}{J_2 \left(\frac{\sigma_{n+1}^{test}}{\sigma_{n+1}} - \frac{1}{1+r \cdot \Delta \varepsilon^p} \underline{X}_n \right)} \left(\underline{X}_n \frac{r}{(1+r \cdot \Delta \varepsilon^p)^2} \right) : \left(\frac{\sigma_{n+1}^{test}}{\sigma_{n+1}} - \frac{1}{1+r \cdot \Delta \varepsilon^p} \underline{X}_n \right) \end{aligned}$$

$$\boxed{\frac{\partial J_2(\underline{Z})}{\partial \Delta \varepsilon^p} = \frac{3}{2 J_2(\underline{Z})} \left(\underline{X}_n \frac{r}{(1+r \cdot \Delta \varepsilon^p)^2} \right) : (\underline{Z})}$$

Finalemment:

$$\frac{\partial F(\Delta\varepsilon^p, \underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test})}{\partial \Delta\varepsilon^p} = 1 - \Delta t \cdot A \cdot \frac{F_0}{R \cdot T} \cdot \frac{p \cdot q}{\sigma_0 \frac{\mu}{\mu_0}} \left(\left(1 - \frac{\left(J_2(\underline{\underline{Z}}) - \Delta\varepsilon^p \left(3\mu + \frac{h}{1+r \cdot \Delta\varepsilon^p} \right) \right)^p}{\sigma_0 \frac{\mu}{\mu_0}} \right)^{q-1} \right) \left(\frac{J_2(\underline{\underline{Z}}) - \Delta\varepsilon^p \left(3\mu + \frac{h}{1+r \cdot \Delta\varepsilon^p} \right)}{\sigma_0 \frac{\mu}{\mu_0}} \right)^{p-1} \left(\frac{\partial J_2(\underline{\underline{Z}})}{\partial \Delta\varepsilon^p} - \left(3\mu + \frac{h}{1+r \cdot \Delta\varepsilon^p} \right) + \frac{h \cdot r \cdot \Delta\varepsilon^p}{(1+r \cdot \Delta\varepsilon^p)^2} \right) \frac{F_0}{R \cdot T} \left(1 - \frac{\left(J_2(\underline{\underline{Z}}) - \Delta\varepsilon^p \left(3\mu + \frac{h}{1+r \cdot \Delta\varepsilon^p} \right) \right)^p}{\sigma_0 \frac{\mu}{\mu_0}} \right)^{p \cdot q} e$$

On peut alors calculer $\Delta\varepsilon^{p(k+1)} = \Delta\varepsilon^{p(k)} + d\Delta\varepsilon^p$ avec $d\Delta\varepsilon^p = -\frac{F(\Delta\varepsilon^p, \underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test})}{\frac{\partial F(\Delta\varepsilon^p, \underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test})}{\partial \Delta\varepsilon^p}}$

La condition d'arrêt de la boucle de résolution est: $|F(\Delta\varepsilon^p, \underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test})| < \text{tolérance}$.

À la fin de l'itération, les tenseurs des contrainte à la fin de l'incrément s'obtient par :

$$\underline{\underline{\sigma}}_{n+1} = \underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test} - 2\mu \underline{\underline{\Delta\varepsilon}}^p = \underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test} - 3\mu \cdot \Delta\varepsilon^p \underline{\underline{N}} \quad \text{et} \quad \underline{\underline{X}}_{n+1} = \frac{\underline{\underline{X}}_n + h \cdot \Delta\varepsilon^p \underline{\underline{N}}}{1 + r \cdot \Delta\varepsilon^p} \quad \text{avec}$$

$$\underline{\underline{N}} = \frac{(\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test} - \underline{\underline{X}}_{n+1})}{J_2(\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test} - \underline{\underline{X}}_{n+1})} = \frac{\underline{\underline{Z}}}{J_2(\underline{\underline{Z}})}.$$

Intervalle de définition de $\Delta\varepsilon^p$

Afin d'éviter les indéterminations numériques (notamment lors de l'évaluation de $F(\Delta\varepsilon^p, \underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test})$),

$$\Delta\varepsilon^p \text{ doit vérifier la conditions } \begin{cases} J_2(\underline{\underline{Z}}) - \Delta\varepsilon^p \left(3\mu + \frac{h}{1+r \cdot \Delta\varepsilon^p} \right) \geq 0 \\ \frac{J_2(\underline{\underline{Z}}) - \Delta\varepsilon^p \left(3\mu + \frac{h}{1+r \cdot \Delta\varepsilon^p} \right)}{\sigma_0 \frac{\mu}{\mu_0}} \leq 1 \end{cases} \quad \text{puisque } p > 0, \text{ en plus de la}$$

condition $\Delta\varepsilon^p > 0$.

Des tests devront être mises en place dans la routine FORTRAN correspondant à la loi, afin de contourner ces difficultés. Le recours à l'algorithme de Regula-Falsi peut dans ce cas être avantageusement mis en œuvre, avec des bornes judicieusement déterminées.

Opérateur tangent cohérent

La matrice Jacobienne ou opérateur tangent de loi de comportement s'exprime par : $\underline{\underline{J}} = \frac{\partial \underline{\underline{\Delta\sigma}}}{\partial \underline{\underline{\Delta\varepsilon}}}$.

$$\underline{\underline{J}} = \frac{\partial \underline{\underline{\Delta\sigma}}}{\partial \underline{\underline{\Delta\varepsilon}}} = \frac{d \underline{\underline{\Delta\sigma}}}{d \underline{\underline{\Delta\varepsilon}}}$$

$$\underline{\underline{\Delta\sigma}} = \underline{\underline{E}}^e : \underline{\underline{\Delta\varepsilon}} - 2\mu \underline{\underline{\Delta\varepsilon}}^p \quad \text{où } \underline{\underline{E}}^e \text{ est le tenseur d'élasticité du matériau.}$$

$$\underline{\underline{J}} = \frac{d\underline{\underline{\Delta\sigma}}}{d\underline{\underline{\Delta\varepsilon}}} = \underline{\underline{E}}^e - 2\underline{\underline{\mu}} \frac{d\underline{\underline{\Delta\varepsilon}}^p}{d\underline{\underline{\Delta\varepsilon}}}$$

En posant $\underline{\underline{E}}^p = 2\underline{\underline{\mu}} \frac{d\underline{\underline{\Delta\varepsilon}}^p}{d\underline{\underline{\Delta\varepsilon}}}$, nous avons $\underline{\underline{J}} = \underline{\underline{E}}^e - \underline{\underline{E}}^p$.

Calcul de $\underline{\underline{E}}^p$

$$\underline{\underline{E}}^p = 3\underline{\underline{\mu}} \frac{d}{d\underline{\underline{\Delta\varepsilon}}} \left(\Delta\varepsilon^p \frac{(\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}' - \underline{\underline{X}}_{n+1}')}{J_2(\underline{\underline{\sigma}}_{n+1} - \underline{\underline{X}}_{n+1})} \right) = 3\underline{\underline{\mu}} \frac{d}{d\underline{\underline{\Delta\varepsilon}}} (\Delta\varepsilon^p \underline{\underline{N}}) \text{ avec } \underline{\underline{N}} = \frac{(\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}' - \underline{\underline{X}}_{n+1}')}{J_2(\underline{\underline{\sigma}}_{n+1} - \underline{\underline{X}}_{n+1})} = \sqrt{\frac{2}{3}} \underline{\underline{n}}$$

$$\underline{\underline{E}}^p = 3\underline{\underline{\mu}} \left(\underline{\underline{N}} \otimes \frac{d\underline{\underline{\Delta\varepsilon}}^p}{d\underline{\underline{\Delta\varepsilon}}} + \Delta\varepsilon^p \frac{d\underline{\underline{N}}}{d\underline{\underline{\Delta\varepsilon}}} \right)$$

Calcul de $\frac{d\underline{\underline{\Delta\varepsilon}}^p}{d\underline{\underline{\Delta\varepsilon}}}$:

Elle s'obtient à partir de la condition de cohérence $\frac{dF(\Delta\varepsilon^p, \underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test})}{d\underline{\underline{\Delta\varepsilon}}} = \underline{\underline{0}}$ avec

$$F(\Delta\varepsilon^p, \underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}) = \Delta\varepsilon^p - \Delta t \cdot A \cdot e^{-\frac{F_0}{R \cdot T} \left[1 - \left(\frac{J_2(\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}) - \frac{1}{1+r \cdot \Delta\varepsilon^p} \underline{\underline{X}}_{n+1}}{\sigma_0 \frac{\mu}{\mu_0}} \right)^p \right]^q}$$

$$\frac{dF(\Delta\varepsilon^p, \underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test})}{d\underline{\underline{\Delta\varepsilon}}} = \frac{\partial F}{\partial \Delta\varepsilon^p} \frac{d\underline{\underline{\Delta\varepsilon}}^p}{d\underline{\underline{\Delta\varepsilon}}} + \frac{\partial F}{\partial \underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}} \cdot \frac{d\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}}{d\underline{\underline{\Delta\varepsilon}}} = \underline{\underline{0}}$$

$$\frac{\partial F}{\partial \underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}} = \Delta t \cdot A \cdot \frac{F_0}{R \cdot T} \cdot \frac{\partial \left(\left[1 - \left(\frac{J_2(\underline{\underline{Z}}) - \Delta\varepsilon^p \left(3\mu + \frac{h}{1+r \cdot \Delta\varepsilon^p} \right)}{\sigma_0 \frac{\mu}{\mu_0}} \right)^p \right]^q \right)}{\partial \underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}} e^{-\frac{F_0}{R \cdot T} \left[1 - \left(\frac{J_2(\underline{\underline{Z}}) - \Delta\varepsilon^p \left(3\mu + \frac{h}{1+r \cdot \Delta\varepsilon^p} \right)}{\sigma_0 \frac{\mu}{\mu_0}} \right)^p \right]^q}$$

$$\frac{\partial \left(\left[1 - \left(\frac{J_2(\underline{\underline{Z}}) - \Delta\varepsilon^p \left(3\mu + \frac{h}{1+r \cdot \Delta\varepsilon^p} \right)}{\sigma_0 \frac{\mu}{\mu_0}} \right)^p \right]^q \right)}{\partial \underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}} =$$

$$-q \left[1 - \left(\frac{J_2(\underline{\underline{Z}}) - \Delta\varepsilon^p \left(3\mu + \frac{h}{1+r \cdot \Delta\varepsilon^p} \right)}{\sigma_0 \frac{\mu}{\mu_0}} \right)^p \right]^{q-1} \frac{\partial \left(\frac{J_2(\underline{\underline{Z}}) - \Delta\varepsilon^p \left(3\mu + \frac{h}{1+r \cdot \Delta\varepsilon^p} \right)}{\sigma_0 \frac{\mu}{\mu_0}} \right)^p}{\partial \underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{test}}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial \left(\left(1 - \frac{J_2(\underline{Z}) - \Delta \varepsilon^p \left(3\mu + \frac{h}{1+r \cdot \Delta \varepsilon^p} \right)}{\sigma_0 \frac{\mu}{\mu_0}} \right)^p \right)^q}{\partial \Delta \varepsilon^p} = \\
& - \frac{p \cdot q}{\sigma_0 \frac{\mu}{\mu_0}} \left(1 - \frac{J_2(\underline{Z}) - \Delta \varepsilon^p \left(3\mu + \frac{h}{1+r \cdot \Delta \varepsilon^p} \right)}{\sigma_0 \frac{\mu}{\mu_0}} \right)^{q-1} \left(\frac{J_2(\underline{Z}) - \Delta \varepsilon^p \left(3\mu + \frac{h}{1+r \cdot \Delta \varepsilon^p} \right)}{\sigma_0 \frac{\mu}{\mu_0}} \right)^{p-1} \\
& \left(\frac{\partial \left(J_2(\underline{Z}) - \Delta \varepsilon^p \left(3\mu + \frac{h}{1+r \cdot \Delta \varepsilon^p} \right) \right)}{\partial \underline{\sigma}_{n+1}^{test}} \right) \\
& \frac{\partial \left(J_2(\underline{Z}) - \Delta \varepsilon^p \left(3\mu + \frac{h}{1+r \cdot \Delta \varepsilon^p} \right) \right)}{\partial \underline{\sigma}_{n+1}^{test}} = \frac{\partial \left(J_2 \left(\underline{\sigma}_{n+1}^{test}, \frac{1}{1+r \cdot \Delta \varepsilon^p} \underline{X}_n \right) \right)}{\partial \underline{\sigma}_{n+1}^{test}} \\
& \frac{\partial \left(J_2(\underline{Z}) - \Delta \varepsilon^p \left(3\mu + \frac{h}{1+r \cdot \Delta \varepsilon^p} \right) \right)}{\partial \underline{\sigma}_{n+1}^{test}} = \frac{3 \cdot 1 \cdot \left(\underline{\sigma}_{n+1}^{test}, \frac{1}{1+r \cdot \Delta \varepsilon^p} \underline{X}_n \right)}{2J_2 \left(\underline{\sigma}_{n+1}^{test}, \frac{1}{1+r \cdot \Delta \varepsilon^p} \underline{X}_n \right)} = \frac{3 \left(\underline{\sigma}_{n+1}^{test}, \frac{1}{1+r \cdot \Delta \varepsilon^p} \underline{X}_n \right)}{2J_2 \left(\underline{\sigma}_{n+1}^{test}, \frac{1}{1+r \cdot \Delta \varepsilon^p} \underline{X}_n \right)} = \frac{3\underline{Z}}{2J_2(\underline{Z})}
\end{aligned}$$

Nous avons donc :

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial \left(\left(1 - \frac{J_2(\underline{Z}) - \Delta \varepsilon^p \left(3\mu + \frac{h}{1+r \cdot \Delta \varepsilon^p} \right)}{\sigma_0 \frac{\mu}{\mu_0}} \right)^p \right)^q}{\partial \underline{\sigma}_{n+1}^{test}} = \\
& - \frac{p \cdot q}{\sigma_0 \frac{\mu}{\mu_0}} \left(1 - \frac{J_2(\underline{Z}) - \Delta \varepsilon^p \left(3\mu + \frac{h}{1+r \cdot \Delta \varepsilon^p} \right)}{\sigma_0 \frac{\mu}{\mu_0}} \right)^{q-1} \left(\frac{J_2(\underline{Z}) - \Delta \varepsilon^p \left(3\mu + \frac{h}{1+r \cdot \Delta \varepsilon^p} \right)}{\sigma_0 \frac{\mu}{\mu_0}} \right)^{p-1} \left(\frac{3\underline{Z}}{2J_2(\underline{Z})} \right) \\
& \left(\left(1 - \frac{J_2(\underline{Z}) - \Delta \varepsilon^p \left(3\mu + \frac{h}{1+r \cdot \Delta \varepsilon^p} \right)}{\sigma_0 \frac{\mu}{\mu_0}} \right)^p \right)^{q-1} \\
& \left(\frac{J_2(\underline{Z}) - \Delta \varepsilon^p \left(3\mu + \frac{h}{1+r \cdot \Delta \varepsilon^p} \right)}{\sigma_0 \frac{\mu}{\mu_0}} \right)^{p-1} \\
& \left(\frac{3\underline{Z}}{2J_2(\underline{Z})} \right)^e \frac{-F_0}{R \cdot T} \left(\frac{J_2(\underline{Z}) - \Delta \varepsilon^p \left(3\mu + \frac{h}{1+r \cdot \Delta \varepsilon^p} \right)}{\sigma_0 \frac{\mu}{\mu_0}} \right)^p
\end{aligned}$$

soit $\frac{\partial F}{\partial \underline{\sigma}_{n+1}^{test}} = -\Delta t \cdot A \cdot \frac{F_0}{R \cdot T} \cdot \frac{p \cdot q}{\sigma_0 \frac{\mu}{\mu_0}} \left(\frac{J_2(\underline{Z}) - \Delta \varepsilon^p \left(3\mu + \frac{h}{1+r \cdot \Delta \varepsilon^p} \right)}{\sigma_0 \frac{\mu}{\mu_0}} \right)^{p-1} \left(\frac{3\underline{Z}}{2J_2(\underline{Z})} \right)^e \frac{-F_0}{R \cdot T} \left(\frac{J_2(\underline{Z}) - \Delta \varepsilon^p \left(3\mu + \frac{h}{1+r \cdot \Delta \varepsilon^p} \right)}{\sigma_0 \frac{\mu}{\mu_0}} \right)^p$

Calcul de $\frac{\partial F(\Delta \varepsilon^p, \underline{\sigma}_{n+1}^{test})}{\partial \Delta \varepsilon^p}$:

$$\frac{\partial F(\Delta \varepsilon^p, \underline{\sigma}_{n+1}^{test})}{\partial \Delta \varepsilon^p} = 1 - \Delta t \cdot A \cdot \frac{F_0}{R \cdot T} \cdot \frac{p \cdot q}{\sigma_0 \frac{\mu}{\mu_0}} \left(\begin{array}{l} \left(1 - \frac{\left(J_2(\underline{Z}) - \Delta \varepsilon^p \left(3\mu + \frac{h}{1+r \cdot \Delta \varepsilon^p} \right) \right)^p}{\sigma_0 \frac{\mu}{\mu_0}} \right)^{q-1} \\ \left(\frac{J_2(\underline{Z}) - \Delta \varepsilon^p \left(3\mu + \frac{h}{1+r \cdot \Delta \varepsilon^p} \right)}{\sigma_0 \frac{\mu}{\mu_0}} \right)^{p-1} \\ \left(\frac{\partial J_2(\underline{Z})}{\partial \Delta \varepsilon^p} - \left(3\mu + \frac{h}{1+r \cdot \Delta \varepsilon^p} \right) + \frac{h \cdot r \cdot \Delta \varepsilon^p}{(1+r \cdot \Delta \varepsilon^p)^2} \right) \\ \frac{F_0}{R \cdot T} \left(1 - \frac{\left(J_2(\underline{Z}) - \Delta \varepsilon^p \left(3\mu + \frac{h}{1+r \cdot \Delta \varepsilon^p} \right) \right)^p}{\sigma_0 \frac{\mu}{\mu_0}} \right)^q \end{array} \right) e$$

Avec $\frac{\partial J_2(\underline{Z})}{\partial \Delta \varepsilon^p} = \frac{3}{2J_2(\underline{Z})} \left(\frac{X}{\underline{\sigma}_{n+1}} \frac{r}{(1+r \cdot \Delta \varepsilon^p)^2} \right) : (\underline{Z})$

Calcul de $\frac{\partial \underline{\sigma}_{n+1}^{test}}{\partial \underline{\Delta \varepsilon}}$

$\frac{\partial \underline{\sigma}_{n+1}^{test}}{\partial \underline{\Delta \varepsilon}} = \frac{\partial (2\mu \underline{K} : \underline{\Delta \varepsilon})}{\partial \underline{\Delta \varepsilon}} = 2\mu \underline{K}$ avec $\underline{K} = \frac{1}{3} \cdot \underline{1} \otimes \underline{1}$ le tenseur d'ordre 4, de projection sur le sous-espace des tenseurs déviatoriques.

$$D'ou \frac{d \underline{\Delta \varepsilon}^p}{d \underline{\Delta \varepsilon}} = \frac{-\frac{\partial F}{\partial \underline{\sigma}_{n+1}^{test}} : \frac{d \underline{\sigma}_{n+1}^{test}}{d \underline{\Delta \varepsilon}}}{\frac{\partial F}{\partial \Delta \varepsilon^p}} = 2\mu \frac{-\frac{\partial F}{\partial \underline{\sigma}_{n+1}^{test}} : \underline{K}}{\frac{\partial F}{\partial \Delta \varepsilon^p}}$$

Calcul de $\frac{d \underline{N}}{d \underline{\Delta \varepsilon}}$:

Nous avons $\left(\underline{\sigma}_{n+1}^{test} - \underline{X}_{n+1} \right) = \frac{\underline{\sigma}_{n+1}^{test} - \frac{1}{1+r \cdot \Delta \varepsilon^p} \underline{X}_{n+1}}{1 + \left(3\mu + \frac{h}{1+r \cdot \Delta \varepsilon^p} \right) \frac{\Delta \varepsilon^p}{J_2(\underline{\sigma}_{n+1}^{test} - \underline{X}_{n+1})}}$.

Nous pouvons alors écrire que
$$\underline{N} = \frac{(\underline{\sigma}_{n+1} - \underline{X}_{n+1})}{J_2(\underline{\sigma}_{n+1} - \underline{X}_{n+1})} = \frac{\underline{Z}}{J_2(\underline{Z})} = \frac{\underline{\sigma}_{n+1}^{test} - \frac{1}{1+r \cdot \Delta \varepsilon^p} \underline{X}_n}{J_2\left(\underline{\sigma}_{n+1}^{test} - \frac{1}{1+r \cdot \Delta \varepsilon^p} \underline{X}_n\right)}$$
, et donc

que
$$\frac{d\underline{N}}{d\underline{\Delta \varepsilon}} = \frac{1}{(J_2(\underline{Z}))^2} \left(\frac{d\underline{Z}}{d\underline{\Delta \varepsilon}} J_2(\underline{Z}) - \underline{Z} \otimes \frac{dJ_2(\underline{Z})}{d\underline{\Delta \varepsilon}} \right)$$
 avec :
$$\frac{d\underline{Z}}{d\underline{\Delta \varepsilon}} = \frac{d\underline{\sigma}_{n+1}^{test}}{d\underline{\Delta \varepsilon}} - \frac{\partial}{\partial \Delta \varepsilon^p} \frac{1}{1+r \cdot \Delta \varepsilon^p} \underline{X}_n \otimes \frac{d\underline{\Delta \varepsilon^p}}{d\underline{\Delta \varepsilon}},$$

$$\frac{d\underline{Z}}{d\underline{\Delta \varepsilon}} = \frac{d\underline{\sigma}_{n+1}^{test}}{d\underline{\Delta \varepsilon}} + \frac{r}{(1+r \cdot \Delta \varepsilon^p)^2} \underline{X}_n \otimes \frac{d\underline{\Delta \varepsilon^p}}{d\underline{\Delta \varepsilon}},$$
 soit
$$\frac{d\underline{Z}}{d\underline{\Delta \varepsilon}} = 2\mu \underline{K} + \frac{r}{(1+r \cdot \Delta \varepsilon^p)^2} \underline{X}_n \otimes \frac{d\underline{\Delta \varepsilon^p}}{d\underline{\Delta \varepsilon}}$$

Calcul de $\frac{dJ_2(\underline{Z})}{d\underline{\Delta \varepsilon}}$:

$$J_2(\underline{Z}) = J_2\left(\underline{\sigma}_{n+1}^{test} - \frac{1}{1+r \cdot \Delta \varepsilon^p} \underline{X}_n\right)$$

$$\frac{dJ_2(\underline{Z})}{d\underline{\Delta \varepsilon}} = \frac{\partial J_2(\underline{Z})}{\partial \Delta \varepsilon^p} \frac{d\underline{\Delta \varepsilon^p}}{d\underline{\Delta \varepsilon}} + \frac{\partial J_2(\underline{Z})}{\partial \underline{\sigma}_{n+1}^{test}} \otimes \frac{d\underline{\sigma}_{n+1}^{test}}{d\underline{\Delta \varepsilon}} \quad \text{avec} \quad \frac{\partial J_2(\underline{Z})}{\partial \Delta \varepsilon^p} = \frac{3}{2J_2(\underline{Z})} \left(\underline{X}_n \frac{r}{(1+r \cdot \Delta \varepsilon^p)^2} \right) : (\underline{Z}) \quad \text{et}$$

$$\frac{\partial J_2(\underline{Z})}{\partial \underline{\sigma}_{n+1}^{test}} = \frac{3\underline{Z}}{2J_2(\underline{Z})}, \quad \frac{dJ_2(\underline{Z})}{d\underline{\Delta \varepsilon}} = \frac{\partial J_2(\underline{Z})}{\partial \Delta \varepsilon^p} \frac{d\underline{\Delta \varepsilon^p}}{d\underline{\Delta \varepsilon}} + \frac{\partial J_2(\underline{Z})}{\partial \underline{\sigma}_{n+1}^{test}} \otimes 2\mu \underline{K}.$$

On peut alors calculer
$$\underline{E}^p = 3\mu \left(\underline{N} \otimes \frac{d\underline{\Delta \varepsilon^p}}{d\underline{\Delta \varepsilon}} + \frac{\Delta \varepsilon^p}{(J_2(\underline{Z}))^2} \left(\frac{d\underline{Z}}{d\underline{\Delta \varepsilon}} J_2(\underline{Z}) - \underline{Z} \otimes \frac{dJ_2(\underline{Z})}{d\underline{\Delta \varepsilon}} \right) \right).$$

L'opérateur tangent cohérent de rigidité s'écrit finalement
$$\underline{E}^{ep} = \underline{E}^e - \underline{E}^p.$$

ANNEXE D : Routine UMAT (Fortran 90) des trois lois implémentées, avec la loi de Hooke

```

*****
*****
**          CODE FORTRAN D'IMPLEMENTATION DE LOIS DE COMPORTEMENT DANS ABAQUS          **
**          VIA L'INTERFACE UMAT.                                                    **
**  ----- Adrien ZEANH (THALES AES, LGP ENIT Tarbes, PEARL) ----- **
*****
*****
SUBROUTINE UMAT(STRESS,STATEV,DDSDDE,SSE,SPD,SCD,
1  RPL,DDSDDT,DRPLDE,DRPLDT,
2  STRAN,DSTRAN,TIME,DTIME,TEMP,DTEMP,PREDEF,DPRED,CMNAME,
3  NDI,NSHR,NTENS,NSTATV,PROPS,NPROPS,COORDS,DROT,PNEWDT,
4  CELENT,DFGRD0,DFGRD1,NOEL,NPT,LAYER,KSPT,KSTEP,KINC)
  INCLUDE 'ABA_PARAM.INC'
  CHARACTER*80 CMNAME
  PARAMETER (R_GazP = 8.314)
  DIMENSION STRESS(NTENS),STATEV(NSTATV),
1  DDSDE(NTENS,NTENS),DDSDDT(NTENS),DRPLDE(NTENS),
2  STRAN(NTENS),DSTRAN(NTENS),TIME(2),PREDEF(1),DPRED(1),
3  PROPS(NPROPS),COORDS(3),DROT(3,3),DFGRD0(3,3),DFGRD1(3,3)
  !AUTRES VARIABLES UTILISEES
  DIMENSION DSTRESS(NTENS),DSTRAN_CORR(NTENS),TENS_IDENT2(NTENS),
1  XBSTRESS_INI(NTENS), STRESS_INI(NTENS), TESTRESS(NTENS),
2  DSTRAN_PLAST(NTENS),TENS_DEVIAT4(NTENS, NTENS), TENS2(NTENS),
3  PROD_TENS(NTENS, NTENS), DJ2DDE(NTENS),DDSDE_PLAST(NTENS,NTENS),
4  DDPDDE(NTENS), TENSZ(NTENS), DZDDE(NTENS,NTENS),TENSNO(NTENS),
5  XBSTRESS(NTENS), TENSNO(NTENS), DDEDDS_ELAST(NTENS,NTENS),
6  DNDDE(NTENS,NTENS),DJZDDE(NTENS),DDEPDDE(NTENS),TENSNO(NTENS)
  IF (CMNAME(1:6) .EQ. 'HOOKE_') THEN
*****
**          IMPLEMENTATION DE LA LOI DE HOOKE DANS ABAQUS VIA L'INTERFACE UMAT.          **
**          CALCUL DU TENSEUR DES CONTRAINTES ET DE LA MATRICE JACOBIEENNE          **
*****
! Paramètres de la loi de comportement
  !PROPS(1) = E0
  !PROPS(2) = E1 / E(TEMP) = E0 + E1*T(°C)
  !PROPS(3) = Nu [0.3]
! MATRICES DE RIGIDITE
  !Constantes d'élasticité
  E_0 = PROPS(1)
  E_1 = PROPS(2)
  E_Young = E_0 + E_1*(TEMP-273.15)
  E_Nu = PROPS(3)
  E_Mu = E_Young/(2.*(1.+E_Nu))
  E_Lam = (E_Nu*E_Young)/((1.+E_Nu)*(1.-2.*E_Nu))
  !Remise à Zéro du Jacobien DDSDE (Matrice d'élasticité)
DO I=1,NTENS
  DO J=1,NTENS
    DDSDE(I,J) = 0.
  ENDDO
ENDDO
!Remplissage du Jacobien DDSDE (Matrice d'élasticité)
DO I=1,NDI
  DO J=1,NDI
    DDSDE(I,J) = E_Lam
  ENDDO
  DDSDE(I,I) = E_Lam + 2.*E_Mu
  DSTRAN_CORR(I) = DSTRAN(I)
ENDDO
DO I=NDI+1,NTENS
  DDSDE(I,I) = E_Mu
  DSTRAN_CORR(I) = 0.5*DSTRAN(I)
ENDDO
!Calcul du Tenseur des contraintes elastiques
CALL PRO_TENS4x2(DDSDE, DSTRAN_CORR, DSTRESS, NDI, NSHR)
STRESS = STRESS + DSTRESS
RETURN

```

```

ELSEIF (CMNAME(1:9) .EQ. 'CHABOCHE_') THEN
*****
**      CODE D'IMPLEMENTATION DE LA LOI DE PLASTICITE A ECROUISSAGES ISOTROPE      **
**      ET CINEMATIQUE NON LINEAIRE DE CHABOCHE DANS ABAQUS VIA L'INTERFACE UMAT  **
**      CALCUL DU TENSEUR DES CONTRAINTES ET DE LA MATRICE JACOBIENNE          **
*****
! Paramètres de la loi de comportement
!PROPS(1) = E0; PROPS(2) = E1; PROPS(3) = Nu
!PROPS(4) = R0 ; PROPS(5) = b ; PROPS(6) = Q ; PROPS(7) = C ; PROPS(8) = Gamma
! Variables d'état du matériau
!STATEV(1) = X11; STATEV(2) = X22; STATEV(3) = X33
!STATEV(4) = X12; STATEV(5) = X13; STATEV(6) = X23; STATEV(7) = R
C EVALUATION DU TENSEUR DE CONTRAINTES A LA FIN DE L'INCREMENT
C*** MATRICES D'ELASTICITE ET PARAMETRES D'HEREDITE ET DIVERS
!Constantes d'élasticité
E_0 = PROPS(1)
E_1 = PROPS(2)
E_Young = E_0 + E_1*(TEMP-273.15)
E_Nu = PROPS(3)
E_Mu = E_Young/(2.*(1+E_Nu))
E_Lam = (E_Nu*E_Young)/((1+E_Nu)*(1.-2.*E_Nu))
!Paramètres d'écrouissage Isotrope et Cinématique
R0 = PROPS(4)
b = PROPS(5)
Q = PROPS(6)
C = PROPS(7)
Gam = PROPS(8)
!Remise à Zéro du Jacobien DDSDE, de I2 et K4
DO I=1,NTENS
  DO J=1,NTENS
    DDSDE(I,J) = 0.
    TENS_DEVIAT4(I,J) = 0.
  ENDDO
  TENS_IDENT2(I) = 0.
ENDDO
!Remplissage du Jacobien DDSDE (domaine élastique) et de I2 et K4
DO I=1,NDI
  DO J=1,NDI
    DDSDE(I,J) = E_Lam
    TENS_DEVIAT4(I,J) = -1./3.
  ENDDO
  DDSDE(I,I) = E_Lam+2.*E_Mu
  TENS_DEVIAT4(I,I) = 2./3.
  TENS_IDENT2(I) = 1.
  DSTRAN_CORR(I) = DSTRAN(I)
ENDDO
DO I=NDI+1,NTENS
  DDSDE(I,I) = E_Mu
  TENS_DEVIAT4(I,I) = 1./2.
  DSTRAN_CORR(I) = 0.5*DSTRAN(I)
ENDDO
!Récupération de l'écrouissage cinématique: Tenseur de rappel X
DO I=1,NTENS
  XBSTRESS(I) = STATEV(I)
ENDDO
XBSTRESS_INI = XBSTRESS
!Récupération de l'écrouissage isotrope: R
R = STATEV(7)
R_INI = R
C EVALUATION DU TENSEUR TEST DES CONTRAINTES (ELASTIQUE)
CALL PRO_TENS4x2(DDSDE, DSTRAN_CORR, DSTRESS, NDI, NSHR)
TESTRESS = STRESS + DSTRESS
STRESS = TESTRESS
C VERIFICATION DE LA CONDITION D'ECOULEMENT
!Calcul du deuxieme invariant de TESTRESS-XBSTRESS
CALL SINV(TESTRESS-XBSTRESS, SINV1, SINV2, NDI, NSHR)
FONCT_CHARGE = SINV2-R-R0
IF (FONCT_CHARGE .GT. 0.) THEN
  !Boucle de résolution par Newton-Raphson
  Dp = 0.
  FONCT_CHARGE=SINV2-(3.*E_Mu*Dp)-R-R0

```

```

DO WHILE ((ABS(FONCT_CHARGE)).GT. (1.E-13*(R+R0)))
  Dp = Dp+(FONCT_CHARGE/(3.*E_Mu+b*(Q-R)+C-(3.*Gam/(2.*SINV2)))
  *PROD_CONTR(XBSTRESS_INI, TESTRESS-XBSTRESS, NDI, NSHR))
  !Incrément de déformation plastique - Actualisation de STRESS, X et R.
  CALL PRO_TENS4x2(TENS_DEVIAT4, TESTRESS-XBSTRESS, TENS2, NDI, NSHR)
  DSTRAN_PLAST = (3.*Dp/(2.*SINV2))*TENS2
  XBSTRESS = XBSTRESS_INI+(2./3.)*C*DSTRAN_PLAST-
  (Gam*Dp)*XBSTRESS_INI
  R = R_INI + b*(Q-R_INI)*Dp
  !Evaluation de la nouvelle valeur de la fonction d'écoulement
  CALL SINV(TESTRESS-XBSTRESS, SINV1, SINV2, NDI, NSHR)
  FONCT_CHARGE = SINV2-(3.*E_Mu*Dp)-R-R0
ENDDO
STRESS = TESTRESS-(2.*E_Mu)*DSTRAN_PLAST
C CALCUL DE LA MATRICE JACOBIENNE
!Tenseur Z, et dérivées
CALL PRO_TENS4x2(TENS_DEVIAT4, TESTRESS, TENS2, NDI, NSHR)
TENSZ = TENS2 - (1./(1.+Gam*Dp))*XBSTRESS_INI
CALL SINV(TENSZ, SINV1, SINV2Z, NDI, NSHR)
TERM1 = 1.+(3.*E_Mu+(C/(1.+Gam*Dp)))*(Dp/(R+R0))
ZDOTXn = PROD_CONTR(TENSZ, XBSTRESS_INI, NDI, NSHR)
TDENOM = (3.*Gam*ZDOTXn)/(2.*(1.+Gam*Dp)**2.)*SINV2Z*TERM1
- (SINV2Z/TERM1**2)*(C*Gam*Dp/((1.+Gam*Dp)**2)*(R+R0))
+ ((3.*E_Mu+(C/(1.+Gam*Dp)))*(R+R0-b*(Q-R_INI)*Dp
/(1.+b*Dp)**2.))/((R+R0)**2.)
-b*(Q-R_INI)/((1.+b*Dp)**2.)
DDpDDE = -3.*E_Mu/(SINV2Z*TERM1*TDENOM)*TENSZ
DJ2DDE = (b*(Q-R_INI)/((1.+b*Dp)**2.)
+3.*E_Mu+C/((1.+Gam*Dp)**2.))*DDpDDE
CALL PRO_TENS2x2(XBSTRESS_INI, DDpDDE, PROD_TENS, NTENS)
DZDDE = (2.*E_Mu)*TENS_DEVIAT4
+ (Gam/((1.+Gam*Dp)**2.))*PROD_TENS
CALL SINV(STRESS-XBSTRESS, SINV1, CVMn1, NDI, NSHR)
CALL PRO_TENS4x2(TENS_DEVIAT4, STRESS-XBSTRESS, TENS2, NDI, NSHR)
TENS2Nn1 = (1./CVMn1)*TENS2
CALL PRO_TENS2x2(TENS2Nn1, DDpDDE, PROD_TENS, NTENS)
DDSDDE_PLAST = (3.*E_Mu)*PROD_TENS
CALL PRO_TENS2x2(TENSZ, DJ2DDE, PROD_TENS, NTENS)
DDSDDE_PLAST = DDSDDE_PLAST
+ (3.*E_Mu*Dp/(SINV2Z**2.))*(SINV2Z*DZDDE-PROD_TENS)
DDSDDE = DDSDDE - DDSDDE_PLAST
ENDIF
!Stockage du Tenseur X (Backstress)
DO I=1,NTENS
  STATEV(I) = XBSTRESS(I)
ENDDO
!Stockage de la variable d'écrouissage isotrope R
STATEV(7) = R
RETURN
ELSEIF (CMNAME(1:6) .EQ. 'ANAND_') THEN
*****
**          CODE FORTRAN D'IMPLEMENTATION DE LA LOI DE VISCOPLASTICITE D'ANAND **
**          DANS ABAQUS VIA L'INTERFACE UMAT **
**          TENSEUR DES CONTRAINTES, MATRICE JACOBIENNE ET ENERGIES DE DEFORMATION **
*****
C REPERAGE DES PARAMETRES MATERIAU
! Paramètres de la loi de comportement
  !PROPS(1) = E0; PROPS(2) = E1; PROPS(3) = Nu; PROPS(4) = s0; PROPS(5) = Q/R
  !PROPS(6) = A; PROPS(7) = Xi; PROPS(8) = m; PROPS(9) = h0; PROPS(10) = s_chapeau
  !PROPS(11) = n; PROPS(12) = a; PROPS(13) = TEMP_Fus; PROPS(14) = E_Yng_Fus
! Variables d'état du matériau
  !STATEV(1) = Sn - S0
C PARAMETRES ET VARIABLES D'ETAT DU MATERIAU
!Récupération des Constantes d'élasticité
  E_0 = PROPS(1)
  E_1 = PROPS(2)
  TEMP_Fus = PROPS(13)
  E_Yng_Fus = PROPS(14)
  E_Young = E_0 + E_1*(TEMP-273.15)
  E_Young = MAX(E_Yng_Fus, E_Young)
  E_Nu = PROPS(3)

```



```

E_Mu = E_Young/(2.*(1.+E_Nu))
E_Lam = (E_Nu*E_Young)/((1.+E_Nu)*(1.-2.*E_Nu))
!Récupération des Paramètres d'Anand
S0 = PROPS(4)
Q_R = PROPS(5)
A = PROPS(6)
XI = PROPS(7)
XM = PROPS(8)
H0 = PROPS(9)
S_CHAP = PROPS(10)
XN = PROPS(11)
XA = PROPS(12)
!Remise à Zéro du Jacobien DDSDE, de DDSDE_ELAST, I2 et K4
DO I=1,NTENS
  DO J=1,NTENS
    DDSDE(I,J) = 0.
    DDSDE_PLAST(I,J) = 0.
    TENS_DEVIAT4(I,J) = 0.
    DDEDDS_ELAST(I,J) = 0.
  ENDDO
  TENS_IDENT2(I) = 0.
ENDDO
!Remplissage de la Matrice d'élasticité (DDSDE), I2 et K4
DO I=1,NDI
  DO J=1,NDI
    DDSDE(I,J) = E_Lam
    TENS_DEVIAT4(I,J) = -1./3.
  ENDDO
  DDSDE(I,I) = E_Lam+2.*E_Mu
  TENS_DEVIAT4(I,I) = 2./3.
  DSTRAN_CORR(I) = DSTRAN(I)
  TENS_IDENT2(I) = 1.
ENDDO
DO I=NDI+1,NTENS
  DDSDE(I,I) = E_Mu
  TENS_DEVIAT4(I,I) = 1./2.
  DSTRAN_CORR(I) = 0.5*DSTRAN(I)
ENDDO
C CALCUL DU TENSEUR DE CONTRAINTE A LA FIN DE L'INCREMENT PAR RESOLUTION ITERATIVE
C A L'AIDE D'EULER IMPLICITE AVEC NEWTON-RAPHSON EN DEUX TEMPS SUR S ET SUR SIGMA_EQ
!Tenseur test des contraintes (Elastique)
STRESS_INI = STRESS
CALL PRO_TENS4x2(DDSDE, DSTRAN_CORR, DSTRESS, NDI, NSHR)
TESTRESS = STRESS + DSTRESS
!Récupération de Sn, Qn1_test et de Trace(TESTRESS).
Sn=S0+STATEV(1)
CALL SINV(TESTRESS, Tr_TESTR_3, Qn1_test, NDI, NSHR)
Snli=Sn
Qnli=Qn1_test
C Schéma d'Euler Implicite de n à n+1 sur Qnli et Snli
C *** Boucle Newton Raphson - Itération sur Snli, puis sur Qnli
COMPT = 0.
DO
  COMPT = COMPT + 1.
  !Optimisation sur Qn1
  CPT = 0.
  DO
    CPT = CPT + 1.
    CALL FNCT_ET_DERIVEES(TEMP, DTIME, Qnli, Snli,
& Q_R, A, XI, XM, H0, S_CHAP, XN, XA,
& fnl, dfnlQn1, dfnlSn1, gn1, dgn1Qn1, dgn1Sn1, dSn1Qn1, dQn1Sn1)
    Err_Q=Qnli-(Qn1_test-3.*E_Mu*DTIME*fnl)
    IF ((ABS(Err_Q)) .LE. (1.E-5*Qn1_test)) THEN
      EXIT
    ENDF
    Delt_Q = -Err_Q/(1.+3.*E_Mu*DTIME*dfnlQn1)
    Qnli=Qnli+Delt_Q
    !On vérifie qu'on reste dans les limites (0, Qn1_test)
    IF ((Qnli.LT.0.).OR.(Qnli.GT.Qn1_test).OR.(CPT.GT.500.)) THEN
      WRITE(unit=6,fmt=*) "***Pb ALGO-Newton: Bascule Regula-Falsi"
      ! Méthode de Régula Falsi

```

```

BorneInf = 0.
BorneSup = Qn1_test
IF ((Qnli .GT. 0.) .AND. (Qnli .LT. Qn1_test)) THEN
  fnl=A*EXP(-Q_R/TEMP)*(SINH((XI*Qnli)/Snli))**(1./XM)
  Err_Q=Qnli-(Qn1_test-3.*E_Mu*DTIME*fnl)
  IF (Err_Q .GT. 0.) THEN
    BorneSup = Qnli
  ELSE
    BorneInf = Qnli
  ENDIF
ELSE
  CALL RANDOM_NUMBER(Val_Aleat)
  Qnli = Val_Aleat*Qn1_test
ENDIF
DO
  fnlInf=A*EXP(-Q_R/TEMP)*(SINH((XI*BorneInf)/Snli))**(1./XM)
  Err_Inf=BorneInf-(Qn1_test-3.*E_Mu*DTIME*fnlInf)
  fnlSup=A*EXP(-Q_R/TEMP)*(SINH((XI*BorneSup)/Snli))**(1./XM)
  Err_Sup=BorneSup-(Qn1_test-3.*E_Mu*DTIME*fnlSup)
  ! Je prends l'intersection avec la diagonale
  Qnli=BorneInf-Err_Inf*(BorneSup-BorneInf)/(Err_Sup-Err_Inf)
  fnl=A*EXP(-Q_R/TEMP)*(SINH((XI*Qnli)/Snli))**(1./XM)
  Err_Q=Qnli-(Qn1_test-3.*E_Mu*DTIME*fnl)
  IF ((ABS(Err_Q)).LE.(1.E-5*Qn1_test)) THEN
    EXIT
  ENDIF
  ! Je prends le point milieu de l'intervalle
  Qnli_2 = (BorneInf+BorneSup)/2
  fnl_2=A*EXP(-Q_R/TEMP)*(SINH((XI*Qnli_2)/Snli))**(1./XM)
  Err_Q_2=Qnli_2-(Qn1_test-3.*E_Mu*DTIME*fnl_2)
  ! Je retiens les bornes les plus proches de la racine
  IF ((Err_Q_2*Err_Q) .LT. 0.) THEN
    BorneInf = MIN(Qnli_2, Qnli)
    BorneSup = MAX(Qnli_2, Qnli)
  ELSE
    IF (Err_Q .LT. 0.) THEN
      BorneInf = MAX(Qnli_2, Qnli)
    ELSE
      BorneSup = MIN(Qnli_2, Qnli)
    ENDIF
  ENDIF
ENDDO
ENDIF
ENDDO
!Optimisation sur Sn1
CPT = 0.
dgn1Qn1 = 0.
dQn1Sn1 = 0.
EpsPt = A*EXP(-Q_R/TEMP)*(SINH((XI*Qnli)/Snli))**(1./XM)
DO
  CPT = CPT + 1.
  CALL FNCT_ET_DERIVEES(TEMP, DTIME, Qnli, Snli,
&   Q_R, A, XI, XM, H0, S_CHAP, XN, XA,
&   fnl, dfnlQn1, dfnlSn1, gn1, dgn1Qn1, dgn1Sn1, dSn1Qn1, dQn1Sn1)
  Err_S=Snli-(Sn+DTIME*gn1)
  IF ((ABS(Err_S)).LE.(1.E-5*Sn)) THEN
    EXIT
  ENDIF
  IF (CPT .GT. 500.) THEN
    WRITE(unit=6,fmt=*) " ***ERR: Pb de convergence sur Sn"
    Snli = Sn
    EXIT
  ENDIF
  Delt_S = -Err_S/(1.-DTIME*dgn1Sn1)
  Snli = Snli+Delt_S
ENDDO
!Vérification des erreurs et réglages pour le pas suivant
CALL FNCT_ET_DERIVEES(TEMP, DTIME, Qnli, Snli,
&   Q_R, A, XI, XM, H0, S_CHAP, XN, XA,
&   fnl, dfnlQn1, dfnlSn1, gn1, dgn1Qn1, dgn1Sn1, dSn1Qn1, dQn1Sn1)
  Err_S=Snli-(Sn+DTIME*gn1)

```

```

Err_Q=Qnli-(Qn1_test-3.*E_Mu*DTIME*fn1)
IF (((ABS(Err_S)) .LE. (1.E-5*Sn))
& .AND. ((ABS(Err_Q)) .LE. (1.E-5*Qn1_test))) THEN
  EXIT
ENDIF
IF (COMPT .GT. 500.) THEN
  WRITE(unit=6,fmt=*) "***ERR: NEWTON-RAPHSON D'ANAND DIVERGE"
  EXIT
ENDIF
ENDDO
!Renseignement de STRESS et Stockage de Delta_Sn+1 pour le pas suivant
STATEV(1) = (Snli-S0)
IF (Qn1_test .NE. 0.) THEN
  CALL PRO_TENS4x2(TENS_DEVIAT4, TESTRESS, TENS2, NDI, NSHR)
  STRESS = (Qnli/Qn1_test)*TENS2 + (Tr_TESTR_3)*TENS_IDENT2
  TENSNOB = (SQRT(3./2.)/Qn1_test)*TENS2
ENDIF
C CALCUL DE LA MATRICE JACOBIEENNE
IF (Qn1_test .NE. 0.) THEN
  CALL FNCT_ET_DERIVEES(TEMP, DTIME, Qnli, Snli,
& Q_R, A, XI, XM, H0, S_CHAP, XN, XA,
& fn1, dfn1Qn1, dfn1Sn1, gn1, dgn1Qn1, dgn1Sn1, dSn1Qn1, dQn1Sn1)
!Calcul de n tensoriel n
  CALL PRO_TENS2x2(TENSNOB, TENSNOB, PROD_TENS, NTENS)
!Calcul de DDSDE_PLAST et DDSDE
  DDSDE_PLAST = 2.*E_Mu*((1.-(1./(1.+(3.*E_Mu*DTIME*(dfn1Qn1+
& (DTIME*dfn1Sn1*dgn1Qn1/(1.-DTIME*dgn1Sn1))))))*PROD_TENS)
& +(3.*E_Mu*DTIME*(fn1/Qn1_test)*(TENS_DEVIAT4 - PROD_TENS)))
  DDSDE = DDSDE - DDSDE_PLAST
ENDIF
C CALCUL DES ENERGIES SPECIFIQUES
!Variation de l'énergie spécifique de déformation totale ESDE
ESDE = 0.5*(PROD_CONTR((STRESS_INI+STRESS),DSTRAN_CORR, NDI,NSHR))
!Tenseur de Souplesse DDEDDS_ELAST et Energie Spec de Def Elastic ESDE
DO I=1,NDI
  DO J=1,NDI
    DDEDDS_ELAST(I,J) = -E_Nu/E_Young
  ENDDO
  DDEDDS_ELAST(I,I) = 1./E_Young
ENDDO
DO I=NDI+1,NTENS
  DDEDDS_ELAST(I,I) = (1.+E_Nu)/E_Young
ENDDO
ESDE=0.5*(PROD_CONTR(STRESS,MATMUL(DDEDDS_ELAST,STRESS),NDI,NSHR)-
& PROD_CONTR(STRESS_INI,MATMUL(DDEDDS_ELAST,STRESS_INI),NDI,NSHR))
!Actualisation des énergies spécifiques de déformation élastique et inélastique
SSE = SSE + ESDE
SPD = SPD + ESDE - ESDE
SCD = SCD + ESDE - ESDE
RETURN
ELSEIF (CMNAME(1:6) .EQ. 'BUSSO_') THEN
*****
**      CODE FORTRAN D'IMPLEMENTATION DE LA LOI DE VISCOPLASTICITE DE BUSSO      **
**      DANS ABAQUS VIA L'INTERFACE UMAT.      **
**      TENSEUR DES CONTRAINTES, MATRICE JACOBIEENNE ET ENERGIES DE DEFORMATION      **
*****
C REPERAGE DES PARAMETRES
!Paramètres de la loi de comportement
  !PROPS(1) = E0; PROPS(2) = E1; PROPS(3) = Nu; PROPS(4) = A; PROPS(5) = F0
  !PROPS(6) = Sigma0; PROPS(7) = p; PROPS(8) = q; PROPS(9) = h; PROPS(10) = r0;
  !PROPS(11) = r1; r = r0 + r1*T(°C); PROPS(12) = TEMP_Fus; PROPS(13) = E_Yng_Fus
!Variables d'état du matériau
  !STATEV(1) = X11; STATEV(2) = X22; STATEV(3) = X33
  !STATEV(4) = X12; STATEV(5) = X13; STATEV(6) = X23
C CONSTRUCTION DE LA MATRICE D'ELASTICITE, PARAMETRES D'HEREDITE ET MATERIAU
!Constantes d'élasticité
  E_0 = PROPS(1)
  E_1 = PROPS(2)
  TEMP_Fus = PROPS(12)
  E_Yng_Fus = PROPS(13)
  E_Young = E_0 + E_1*(TEMP-273.15)

```

```

E_Young = MAX(E_Yng_Fus, E_Young)
E_Nu = PROPS(3)
E_Mu = E_Young/(2.*(1.+E_Nu))
E_Mu0 = (E_0+E_1*(-273.15))/(2.*(1.+E_Nu))
E_Lam = (E_Nu*E_Young)/((1.+E_Nu)*(1.-2.*E_Nu))
!Paramètres de Viscoplasticité
A = PROPS(4)
F0 = PROPS(5)
Sigma0 = PROPS(6)
p = PROPS(7)
q = PROPS(8)
h = PROPS(9)
r_0 = PROPS(10)
r_1 = PROPS(11)
r = r_0 + r_1*(TEMP - 273.15)
!Remise à Zéro du Jacobien DDSDDDE, de DDSDDDE_ELAST et K4
DO I=1,NTENS
  DO J=1,NTENS
    DDSDDDE(I,J) = 0.
    DDSDDDE_PLAST(I,J) = 0.
    TENS_DEVIAT4(I,J) = 0.
    DDEDDS_ELAST(I,J) = 0.
  ENDDO
ENDDO
!Remplissage du Jacobien DDSDDDE (tenseur d'élasticité) et de N2 et K4
DO I=1,NDI
  DO J=1,NDI
    DDSDDDE(I,J) = E_Lam
    TENS_DEVIAT4(I,J) = -1./3.
  ENDDO
  DDSDDDE(I,I) = E_Lam+2.*E_Mu
  TENS_DEVIAT4(I,I) = 2./3.
  DSTRAN_CORR(I) = DSTRAN(I)
  TENSNI(I) = 0.
ENDDO
DO I=NDI+1,NTENS
  DDSDDDE(I,I) = E_Mu
  TENS_DEVIAT4(I,I) = 1./2.
  DSTRAN_CORR(I) = 0.5*DSTRAN(I)
  TENSNI(I) = 0.
ENDDO
!Récupération du Tenseur X (Backstress)
DO I=1,NTENS
  XBSTRESS(I) = STATEV(I)
ENDDO
STRESS_INI = STRESS
XBSTRESS_INI = XBSTRESS
C EVALUATION DU TENSEUR DES CONTRAINTES A LA FIN DE L'INCREMENT
!Tenseur test de contrainte (domaine élastique)
CALL PRO_TENS4x2(DDSDDDE, DSTRAN_CORR, DSTRESS, NDI, NSHR)
TESTRESS = STRESS + DSTRESS
STRESS = TESTRESS
!Incrément de déformation viscoplastique équivalent
!Boucle de Calcul de DEp
TERM0 = F0/(R_GazP*TEMP)
DEp0 = 0. !A*DTIME*EXP(-TERM0)
DEp = DEp0
CPT = 0.
FLAG_NR_PLANT = 1.
!Deuxieme invariant de TENSZ
CALL PRO_TENS4x2(TENS_DEVIAT4, TESTRESS, TENS2, NDI, NSHR)
TENSZ = TENS2-(1./(1.+r*DEp))*XBSTRESS_INI
CALL SINVTENSZ(TENSZ, SINV1, SINV2Z, NDI, NSHR)
IF (SINV2Z .NE. 0.) THEN
  ! Approximation du domaine de définition de DEp
  DELTA1 = (3*E_Mu-r*SINV2Z+h)**2+(12*r*E_Mu*SINV2Z) ! tjrs >=0.
  DEpMax = MAX((-SQRT(DELTA1)-(3*E_Mu-r*SINV2Z+h))/(6*r*E_Mu),
    & (SQRT(DELTA1)-(3*E_Mu-r*SINV2Z+h))/(6*r*E_Mu))
  DEpMin = MIN((-SQRT(DELTA1)-(3*E_Mu-r*SINV2Z+h))/(6*r*E_Mu),
    & (SQRT(DELTA1)-(3*E_Mu-r*SINV2Z+h))/(6*r*E_Mu))
  DEpMin = MAX(DEp0, DEpMin)

```

```

DELTA2 = (3*E_Mu-r*SINV2Z+r*Sigma0*E_Mu/E_Mu0+h)**2
&      +12*r*E_Mu*(SINV2Z-Sigma0*E_Mu/E_Mu0)
IF (DELTA2 .GT. 0.) THEN
  DEpMx2 = MAX((SQRT(DELTA2)-
&      (3*E_Mu-r*SINV2Z+r*Sigma0*E_Mu/E_Mu0+h)),
&      (-SQRT(DELTA2)-(3*E_Mu-r*SINV2Z+r*Sigma0*E_Mu/E_Mu0+h)))
&      /(6*r*E_Mu)
  DEpMn2 = MIN((SQRT(DELTA2)-
&      (3*E_Mu-r*SINV2Z+r*Sigma0*E_Mu/E_Mu0+h)),
&      (-SQRT(DELTA2)-(3*E_Mu-r*SINV2Z+r*Sigma0*E_Mu/E_Mu0+h)))
&      /(6*r*E_Mu)
  IF (DEpMax .LT. DEpMx2) THEN
    WRITE(unit=6,fmt="(A30)") "Difficile de calculer DEp"
    CALL XIT
  ELSEIF (DEpMin .LT. DEpMx2) THEN
    DEpMin = DEpMx2
  ENDIF
ENDIF
! Affinage de borne DEpMin
DEp1 = DEpMax
FRAC = 2.280877
FRACMAX = 1./(MAX(1.E-15, MIN(1.E-5, DEpMin)))
DO
  TENSZ = TENS2-(1./(1.+r*DEpMin))*XBSTRESS_INI
  CALL SINV(TENSZ, SINV1, SINV2Z, NDI, NSHR)
  TERmlinf = (SINV2Z-DEpMin*(3.*E_Mu+h/(1.+r*DEpMin)))
&      /(Sigma0*E_Mu/E_Mu0)
  IF ((FRAC .GT. FRACMAX) .AND. (TERmlinf .GE. 1.E-9) .AND.
&      (TERmlinf .LE. (1.-1.E-9))) THEN !On sort
    EXIT
  ENDIF
  IF ((TERmlinf .GE. 1.E-9) .AND. (TERmlinf .LE. (1.-1.E-9))) THEN
    DEp1 = DEpMin
    DEpMin = MAX(0., DEpMin-ABS(DEpMin)/FRAC)
    IF (DEpMin .EQ. 0.) THEN
      FRAC = FRACMAX*10.
    ENDIF
  ELSE
    IF (DEpMin .LE. 0.) THEN
      DEpMin = 1.E-20
    ELSE
      DEpMin = MIN(DEp1, (DEpMin+ABS(DEpMin)/FRAC))
      FRAC = MIN(FRACMAX*10., FRAC*2.)
    ENDIF
  ENDIF
ENDIF
ENDDO
! Affinage de borne DEpMax
DEpMin = MAX(0., DEpMin)
DEp2 = DEpMin
FRAC = 1.5280877
FRACMAX = 1./(MAX(1.E-15, MIN(1.E-5, DEpMax)))
DO
  TENSZ = TENS2-(1./(1.+r*DEpMax))*XBSTRESS_INI
  CALL SINV(TENSZ, SINV1, SINV2Z, NDI, NSHR)
  TERmlsup = (SINV2Z-DEpMax*(3.*E_Mu+h/(1.+r*DEpMax)))
&      /(Sigma0*E_Mu/E_Mu0)
  IF (((FRAC .GT. FRACMAX) .OR. (DEpMax .LE. 1.E-10)).AND.
&      (TERmlsup .GE. 1.E-9) .AND. (TERmlsup .LE. (1.-1.E-9))) THEN
    EXIT
  ENDIF
  IF ((TERmlsup .GE. 1.E-9) .AND. (TERmlsup .LE. (1.-1.E-9))) THEN
    DEp2 = DEpMax
    DEpMax = DEpMax+ABS(DEpMax)/FRAC
  ELSE
    DEpMax = MAX(DEp2, (DEpMax-ABS(DEpMax)/FRAC))
    FRAC = MIN(FRACMAX*10., FRAC*2.)
  ENDIF
ENDIF
ENDDO
IF ((DEp .GE. DEpMin).AND.(DEp .LE. DEpMax)) THEN
  TENSZ = TENS2-(1./(1.+r*DEp))*XBSTRESS_INI
  CALL SINV(TENSZ, SINV1, SINV2Z, NDI, NSHR)

```

```

TERM1 = (SINV2Z-DEp*(3.*E_Mu+h/(1.+r*DEp)))/(Sigma0*E_Mu/E_Mu0)
FONCT = DEp-A*DTIME*EXP(-TERM0*(1.-(TERM1)**p)**q)
! Debut de la Boucle de NR.
DO WHILE ((ABS(FONCT)) .GT. (1.E-13))
  CPT = CPT + 1.
  !Dérivée de J2(Z) par rapport à DEp
  DJZDDEp = (3.*r)/(2.*SINV2Z*((1.+r*DEp)**2))*
  &      PROD_CONTR(TENSZ, XBSTRESS_INI, NDI, NSHR)
  !Dérivée de FONCT par rapport à DEp
  DFDDEp = 1.-((DTIME*A*TERM0*p*q)/(Sigma0*E_Mu/E_Mu0))*
  &      ((1.-(TERM1)**p)**(q-1.))*(TERM1**(p-1.))*
  &      (DJZDDEp-3.*E_Mu-h/(1.+r*DEp)+(h*r*DEp)/
  &      ((1.+r*DEp)**2))*EXP(-TERM0*(1.-(TERM1)**p)**q)
  !Incrément de déformation plastique équivalent
  DEp = DEp-(FONCT/(DFDDEp))
  !Calcul de FONCT (avec le deuxième invariant de TENSZ)
  TENSZ = TENS2-(1./(1.+r*DEp))*XBSTRESS_INI
  CALL SINV(TENSZ, SINV1, SINV2Z, NDI, NSHR)
  TERM1=(SINV2Z-DEp*(3.*E_Mu+h/(1.+r*DEp)))/(Sigma0*E_Mu/E_Mu0)
  !On vérifie qu'on n'atteint des valeurs aberrantes avec DEp
  IF ((TERM1 .LT. 0.) .OR. (TERM1 .GT. 1.) .OR. (CPT .GT. 500.)) THEN
    FLAG_NR_PLANT = 1.
    EXIT
  ELSE
    FLAG_NR_PLANT = 0.
  ENDIF
  FONCT = DEp-A*DTIME*EXP(-TERM0*(1.-(TERM1)**p)**q)
ENDDO
ENDIF
IF (FLAG_NR_PLANT .EQ. 1.) THEN
  ! Méthode de Régula Falsi
  BorneInf = DEpMin
  BorneSup = DEpMax
  CALL RANDOM_NUMBER(Val_Aleat)
  DEp = BorneInf + Val_Aleat*(BorneSup - BorneInf)
DO
  TENSZ = TENS2-(1./(1.+r*BorneInf))*XBSTRESS_INI
  CALL SINV(TENSZ, SINV1, SINV2Z, NDI, NSHR)
  TERM1=(SINV2Z-BorneInf*(3.*E_Mu+h/(1.+r*BorneInf)))/
  &      (Sigma0*E_Mu/E_Mu0)
  Ti = TERM1
  TERM1 = MIN(1., MAX(TERM1, 1.E-15))
  fctInf=BorneInf-A*DTIME*EXP(-TERM0*(1.-(TERM1)**p)**q)
  TENSZ = TENS2-(1./(1.+r*BorneSup))*XBSTRESS_INI
  CALL SINV(TENSZ, SINV1, SINV2Z, NDI, NSHR)
  TERM1=(SINV2Z-BorneSup*(3.*E_Mu+h/(1.+r*BorneSup)))/
  &      (Sigma0*E_Mu/E_Mu0)
  Ts = TERM1
  TERM1 = MIN(1., MAX(TERM1, 1.E-15))
  fctSup=BorneSup-A*DTIME*EXP(-TERM0*(1.-(TERM1)**p)**q)
  ! Si les erreurs ont le même signe, je prends le meilleur et je sors
  IF (fctInf*fctSup .GT. 0.) THEN
    DEp = BorneInf
    IF (ABS(fctSup) .LT. ABS(fctInf)) THEN
      DEp = BorneSup
    ENDIF
  ELSE
    DEp = BorneSup
  ENDIF
  EXIT
ENDIF
! Signes diff. Je prends l'intersection avec la diagonale
DEp1=BorneInf-fctInf*(BorneSup-BorneInf)/(fctSup-fctInf)
TENSZ = TENS2-(1./(1.+r*DEp1))*XBSTRESS_INI
CALL SINV(TENSZ, SINV1, SINV2Z, NDI, NSHR)
TERM1=(SINV2Z-DEp1*(3.*E_Mu+h/(1.+r*DEp1)))/
  &      (Sigma0*E_Mu/E_Mu0)
FCT1 = DEp1-A*DTIME*EXP(-TERM0*(1.-(TERM1)**p)**q)
! Signes diff. Je prends le point milieu de l'intervalle
DEp2 = (BorneInf+BorneSup)/2.
TENSZ = TENS2-(1./(1.+r*DEp2))*XBSTRESS_INI
CALL SINV(TENSZ, SINV1, SINV2Z, NDI, NSHR)
TERM1=(SINV2Z-DEp2*(3.*E_Mu+h/(1.+r*DEp2)))/
  &      (Sigma0*E_Mu/E_Mu0)

```

```

FCT2 = DEp2-A*DTIME*EXP(-TERM0*(1.-(TERM1)**p)**q)
! Signes diff. Je retiens les bornes les plus proches de la racine
IF ((FCT2*FCT1) .LT. 0.) THEN
  BorneInf = MIN(DEp1, DEp2)
  BorneSup = MAX(DEp1, DEp2)
ELSE
  IF (FCT1 .LT. 0.) THEN
    BorneInf = (DEp1+DEp2)/2.
  ELSE
    BorneSup = (DEp1+DEp2)/2.
  ENDIF
ENDIF
DEp = (BorneInf+BorneSup)/2.
!Calcul de FONCT (avec le deuxième invariant de TENSZ)
TENSZ = TENS2-(1./(1.+r*DEp))*XBSTRESS_INI
CALL SINV(TENSZ, SINV1, SINV2Z, NDI, NSHR)
TERM1=(SINV2Z-DEp*(3.*E_Mu+h/(1.+r*DEp)))/(Sigma0*E_Mu/E_Mu0)
FONCT = DEp-A*DTIME*EXP(-TERM0*(1.-(TERM1)**p)**q)
IF ((ABS(FONCT)).LE.(1.E-13)) THEN
  EXIT
ENDIF
ENDDO
ENDIF
!Tenseur Normal
TENSN = (1./SINV2Z)*TENSZ
ENDIF
!Sinon, on laisse tout presque tel quel car DEp <> 0!
! MàJ de STRESS et de XBSTRESS
DSTRAN_PLAST = DEp*(3./2.)*TENSN
XBSTRESS = (1./(1.+r*DEp))*(XBSTRESS_INI+(h*DEp)*TENSN)
STRESS = TESTRESS-(2.*E_Mu)*DSTRAN_PLAST
! Stockage du Tenseur X (Backstress)
DO I=1,NTENS
  STATEV(I) = XBSTRESS(I)
ENDDO
C*****
C CALCUL DE LA MATRICE JACOBIENNE
C*****
!Deuxieme invariant de TENSZ
CALL PRO_TENS4x2(TENS_DEVIAT4, TESTRESS, TENSZ, NDI, NSHR)
TENSZ = TENS2-(1./(1.+r*DEp))*XBSTRESS_INI
CALL SINV(TENSZ, SINV1, SINV2Z, NDI, NSHR)
TERM1 = (SINV2Z-DEp*(3.*E_Mu+h/(1.+r*DEp)))/(Sigma0*E_Mu/E_Mu0)
IF (SINV2Z .NE. 0.) THEN
  !dérivée de J2(Z) par rapport à DEp
  DJZDDEp = (3.*r)/(2.*SINV2Z*((1.+r*DEp)**2))*
  & PROD_CONTR(TENSZ, XBSTRESS_INI, NDI, NSHR)
  !Dérivée de FONCT par rapport à DEp
  DFDDEp = 1.-((DTIME*A*TERM0*p*q)/(Sigma0*E_Mu/E_Mu0))*
  & ((1.-(TERM1)**p)**(q-1.))*(TERM1**(p-1.))*
  & (DJZDDEp-3.*E_Mu-h/(1.+r*DEp)+h*r*DEp/((1.+r*DEp)**2.))*
  & EXP(-TERM0*(1.-(TERM1)**p)**q)
  !dérivée de FONCT par rapport au tenseurs SigmaTestPrime_n+1
  TENS2 = -((DTIME*A*TERM0*p*q)/(Sigma0*E_Mu/E_Mu0))*
  & ((1.-(TERM1)**p)**(q-1.))*(TERM1**(p-1.))*(3./
  & (2.*SINV2Z))*(EXP(-TERM0*(1.-(TERM1)**p)**q))*TENSZ
  CALL PRO_TENS4x2(TENS_DEVIAT4, TENS2, DDEpDDE, NDI, NSHR)
  !dérivée de DEp par rapport au Tenseur_DE
  DDEpDDE = (-2.*E_Mu/DFDDEp)*DDEpDDE
  !dérivée de J2(Z) par rapport au Tenseur_DE
  CALL PRO_TENS4x2(TENS_DEVIAT4, (3./(2.*SINV2Z))*TENSZ,
  & TENS2, NDI, NSHR)
  DJZDDE = DJZDDEp*DDEpDDE + 2.*E_Mu*TENS2
  !dérivée de Z par rapport au Tenseur_DE
  CALL PRO_TENS2x2(XBSTRESS_INI, DDEpDDE, PROD_TENS, NTENS)
  DZDDE = (2.*E_Mu)*TENS_DEVIAT4+(r/((1.+r*DEp)**2))*PROD_TENS
  !Calcul de Z tensoriel DJZDDE
  CALL PRO_TENS2x2(TENSZ, DJZDDE, PROD_TENS, NTENS)
  !dérivée de N par rapport au Tenseur_DE
  DNDDE = ((1./SINV2Z)**2)*(SINV2Z*DZDDE - PROD_TENS)
  DDSDE_PLAST = 3.*E_Mu*DEp*DNDDE

```

```

!Calcul de DDEpDDE tensoriel TENSN
CALL PRO_TENS2x2(TENSN, DDEpDDE, PROD_TENS, NTENS)
DDSDDE_PLAST = DDSDDE_PLAST + 3.*E_Mu*PROD_TENS
DDSDDE = DDSDDE - DDSDDE_PLAST
ENDIF
C CALCUL DES ENERGIES SPECIFIQUES
!Variation de l'énergie spécifique de déformation totale ESDT
ESDT = 0.5*(PROD_CONTR((STRESS_INI+STRESS),DSTRAN_CORR, NDI,NSHR))
!Tenseur de Souplesse DDEDDS_ELAST et Energie Spec de Def Elasti ESDE
DO I=1,NDI
  DO J=1,NDI
    DDEDDS_ELAST(I,J) = -E_Nu/E_Young
  ENDDO
  DDEDDS_ELAST(I,I) = 1./E_Young
ENDDO
DO I=NDI+1,NTENS
  DDEDDS_ELAST(I,I) = (1.+E_Nu)/E_Young
ENDDO
ESDE=0.5*(PROD_CONTR(STRESS,MATMUL(DDEDDS_ELAST,STRESS),NDI,NSHR)-
& PROD_CONTR(STRESS_INI,MATMUL(DDEDDS_ELAST,STRESS_INI),NDI,NSHR))
!Actualisation des NRJ spécifiques de déform. élastique et inélastique
SSE = SSE + ESDE
SPD = SPD + ESDT - ESDE
SCD = SCD + ESDT - ESDE
RETURN
ELSE
  WRITE(unit=6,fmt=*) "***ERREUR: LOI UMAT NON DEFINIE,"
& VERIFIER LES NOM DES MATERIAUX."
  CALL XIT
ENDIF
END
C SOUS ROUTINES ET UTILITAIRES
!Sous Routine de calcul de fn1 et gn1 avec des dérivées dans Anand
SUBROUTINE FNCT_ET_DERIVEES(TEMP, DTIME, Qnli, Snli,
& Q_R, A, XI, XM, H0, S_CHAP, XN, XA,
& fn1, dfn1Qn1, dfn1Sn1, gn1, dgn1Qn1, dgn1Sn1, dSn1Qn1, dQn1Sn1)
  INCLUDE 'ABA_PARAM.INC'
  !Calcul de fn1, dfn1Qn1 et dfn1Sn1
  IF ((XI*Qnli) .EQ. 0.) THEN
    fn1=0.
    dfn1Qn1=0.
    dfn1Sn1=0.
  ELSE
    fn1 = A*EXP(-Q_R/TEMP)*(SINH((XI*Qnli)/Snli))**(1./XM)
    dfn1Qn1=A*EXP(-Q_R/TEMP)*((SINH((XI*Qnli)/Snli))**((1./XM)-1.))
    & *COSH((XI*Qnli)/Snli)*XI/(XM*Snli)
    dfn1Sn1=-A*EXP(-Q_R/TEMP)*((SINH((XI*Qnli)/Snli))**((1./XM)-1.))
    & *COSH((XI*Qnli)/Snli)*XI*Qnli/(XM*(Snli**2.))
  END IF
  !Calcul de gn1, dgn1Qn1 et dgn1Sn1
  T1=EXP((XI*Qnli)/Snli)
  T2=EXP((-XI*Qnli)/Snli)
  Sn1Et=S_CHAP*(SINH((XI*Qnli)/Snli))**(XN/XM)
  IF ((Sn1Et .EQ. 0.) .OR. (Sn1Et .EQ. Snli)) THEN ! s*=0 ou s=s*
    gn1=0.
    dgn1Qn1=0.
    dgn1Sn1=0.
  ELSE IF (Snli.LT.Sn1Et) THEN ! (1-s/s*) POSITIF
    gn1=H0*((1.-Snli/Sn1Et)**XA)*fn1
    dgn1Qn1=(gn1*XI/(XM*Snli))*(T1+T2)/(T1-T2)
    & *(XA*XN*Snli/(Sn1Et-Snli)+1.)
    dgn1Sn1=(-gn1)/((XM*Snli**2.)*(Sn1Et-Snli)*.5*(T1-T2))
    & *(XA*XM*(Snli**2.)*.5*(T1-T2)
    & +(XA*XN-1.)*Snli*XI*Qnli*.5*(T1+T2)
    & +Sn1Et*XI*Qnli*.5*(T1+T2))
  ELSE ! (1-s/s*) NEGATIF
    gn1=-H0*((-1.+Snli/Sn1Et)**XA)*fn1
    dgn1Qn1=(gn1*XI/(XM*Snli))*(T1+T2)/(T1-T2)
    & *(XA*XN*Snli/(Sn1Et-Snli)+1.)
    dgn1Sn1=(-gn1)/((XM*Snli**2.)*(Sn1Et-Snli)*.5*(T1-T2))
    & *(XA*XM*(Snli**2.)*.5*(T1-T2)

```

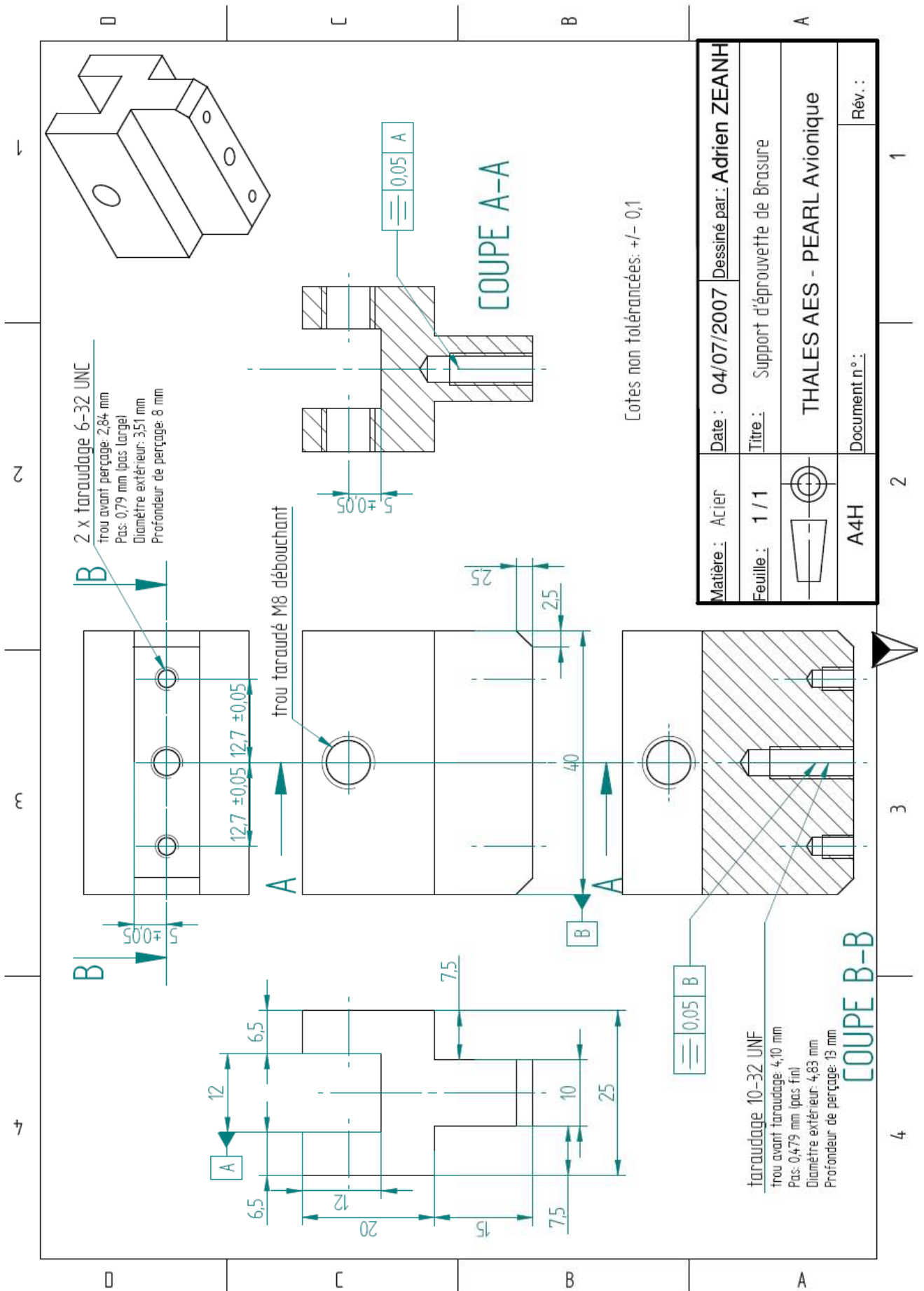


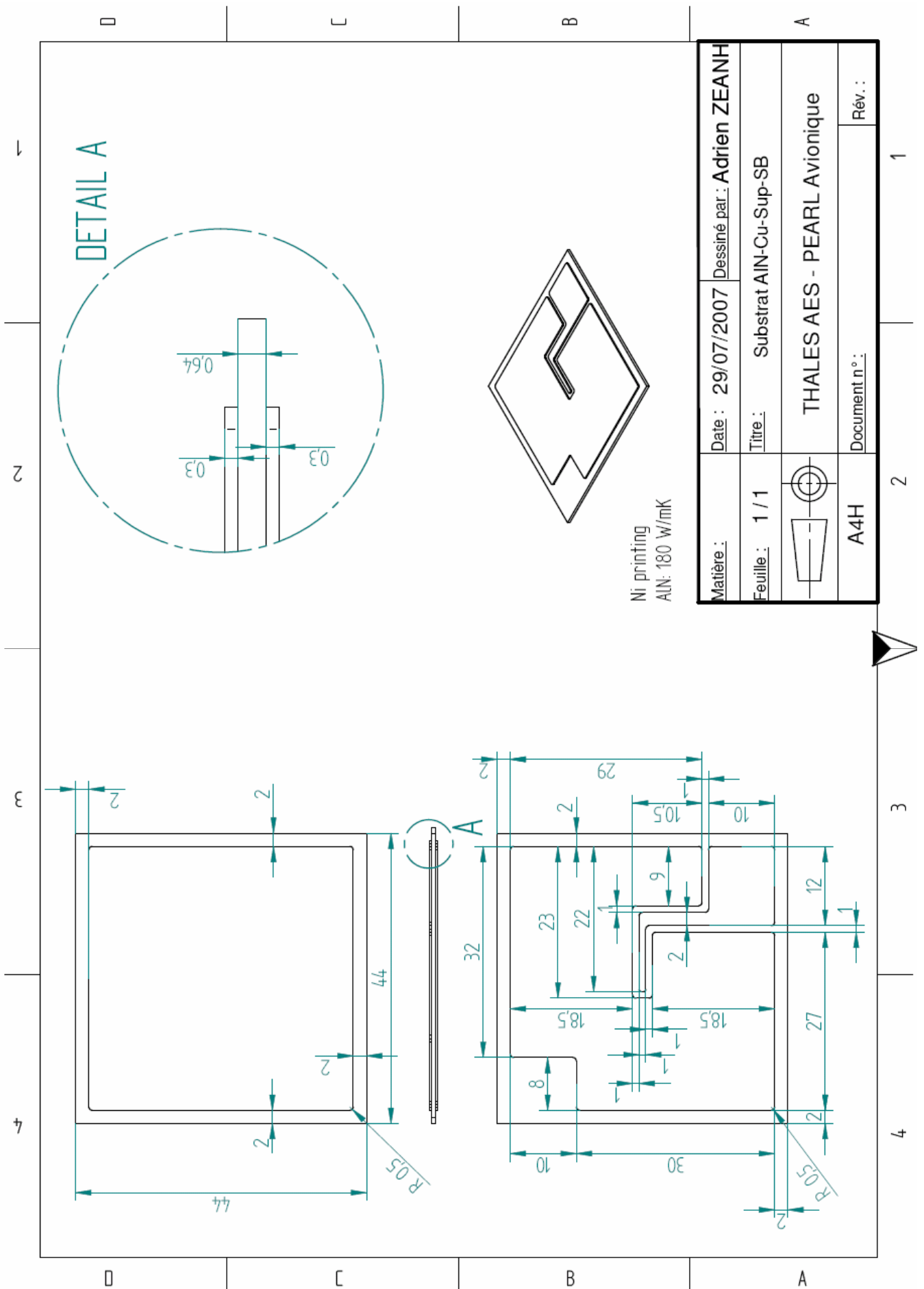
```

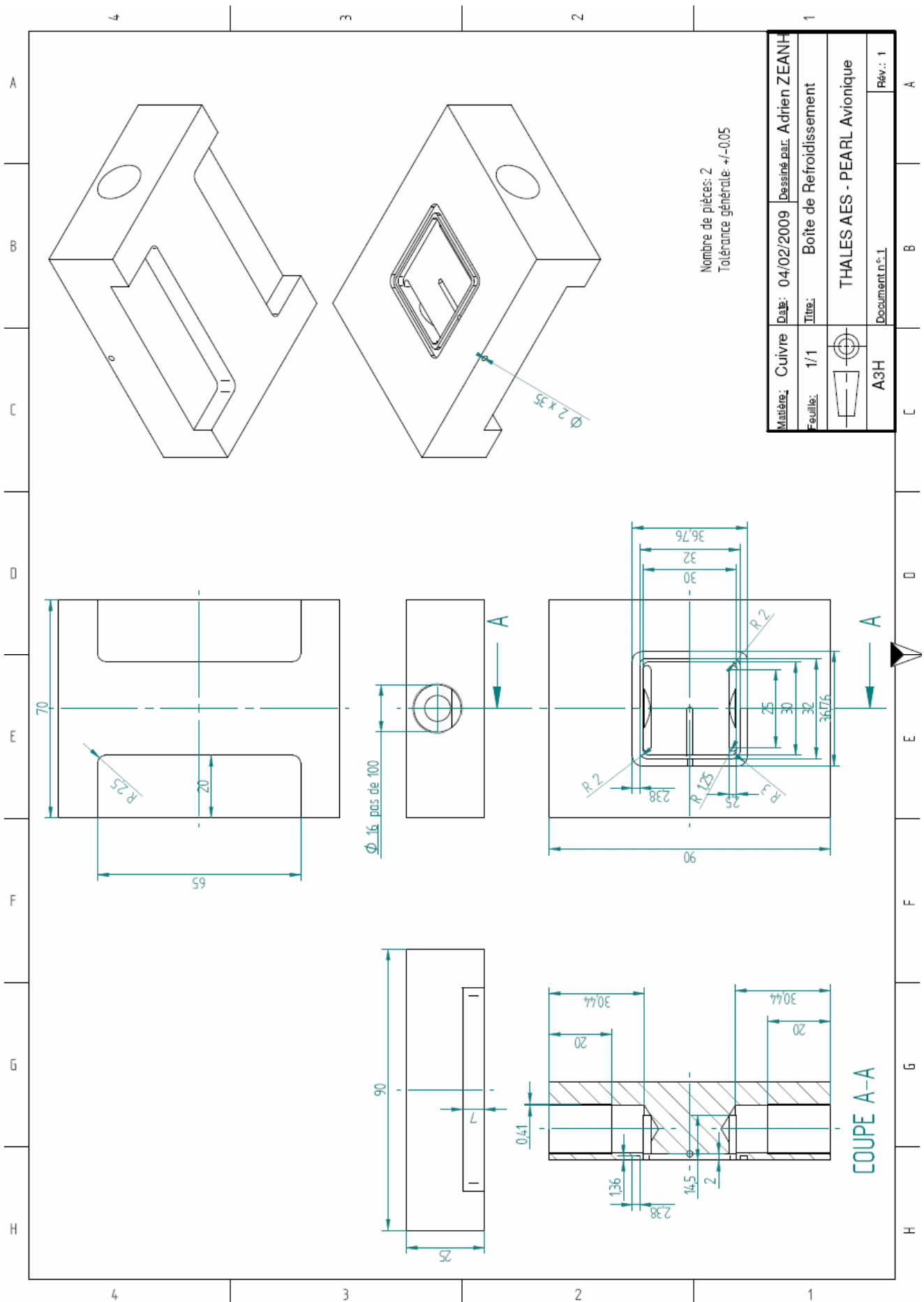
&      +(XA*XN-1.)*Snli*XI*Qnli*.5*(T1+T2)
&      +Sn1Et*XI*Qnli*.5*(T1+T2)
END IF
!Calcul de dSn1Qn1 et dQn1Sn1
dSn1Qn1=DTIME*dgn1Qn1/(1.-DTIME*dgn1Sn1)
dQn1Sn1=-3.*E_Mu*DTIME*dfn1Sn1/(1+3.*E_Mu*DTIME*dfn1Qn1)
RETURN
END
*****
**                               UTILITAIRES DE CALCULS TENSORIELS                               **
*****
! Fonction de produit contracté de deux tenseurs symétriques d'ordre 2
FUNCTION PROD_CONTR(TENS2_1, TENS2_2, NDI, NSHR)
INCLUDE "ABA_PARAM.INC"
DIMENSION TENS2_1(NDI+NSHR), TENS2_2(NDI+NSHR)
PROD_CONTR = 0.0
DO I=1,NDI
  PROD_CONTR = PROD_CONTR + TENS2_1(I)*TENS2_2(I)
ENDDO
DO I=NDI+1,NDI+NSHR
  PROD_CONTR = PROD_CONTR + 2.*TENS2_1(I)*TENS2_2(I)
ENDDO
RETURN
END
! Sous routine de Produit Tensoriel de TENS2_1 par TENS2_2 dans PROD_TENS
SUBROUTINE PRO_TENS2x2(TENS2_1, TENS2_2, PROD_TENS, NTENS)
INCLUDE "ABA_PARAM.INC"
DIMENSION PROD_TENS(NTENS,NTENS), TENS2_1(NTENS), TENS2_2(NTENS)
DO I=1,NTENS
  DO J=1,NTENS
    PROD_TENS(I,J) = TENS2_1(I)*TENS2_2(J)
  ENDDO
ENDDO
RETURN
END
! Sous routine de Produit Contracté de TENS4 par TENS2_1 dans TENS2_2
SUBROUTINE PRO_TENS4x2(TENS4, TENS2_1, TENS2_2, NDI, NSHR)
INCLUDE "ABA_PARAM.INC"
DIMENSION TENS4(NDI+NSHR,NDI+NSHR), TENS2_1(NDI+NSHR),
&      TENS2_2(NDI+NSHR)
DO I=1,NDI+NSHR
  TENS2_2(I) = 0.0
  DO J=1, NDI
    TENS2_2(I) = TENS2_2(I) + TENS4(I,J)*TENS2_1(J)
  ENDDO
  DO J=NDI+1, NDI+NSHR
    TENS2_2(I) = TENS2_2(I) + 2.*TENS4(I,J)*TENS2_1(J)
  ENDDO
ENDDO
RETURN
END
! Sous routine de Produit Contracté de TENS4_1 par TENS4_2 dans TENS4
SUBROUTINE PRO_TENS4x4(TENS4_1, TENS4_2, TENS4, NDI, NSHR)
INCLUDE "ABA_PARAM.INC"
DIMENSION TENS4(NDI+NSHR,NDI+NSHR), TENS4_1(NDI+NSHR,NDI+NSHR),
&      TENS4_2(NDI+NSHR,NDI+NSHR)
DO I=1, NDI+NSHR
  DO J=1, NDI+NSHR
    TENS4(I,J) = 0.0
    DO K=1, NDI
      TENS4(I,J) = TENS4(I,J) + TENS4_1(I,K)*TENS4_2(K,J)
    ENDDO
    DO K=NDI+1, NDI+NSHR
      TENS4(I,J) = TENS4(I,J) + 2.*TENS4_1(I,K)*TENS4_2(K,J)
    ENDDO
  ENDDO
ENDDO
RETURN
END

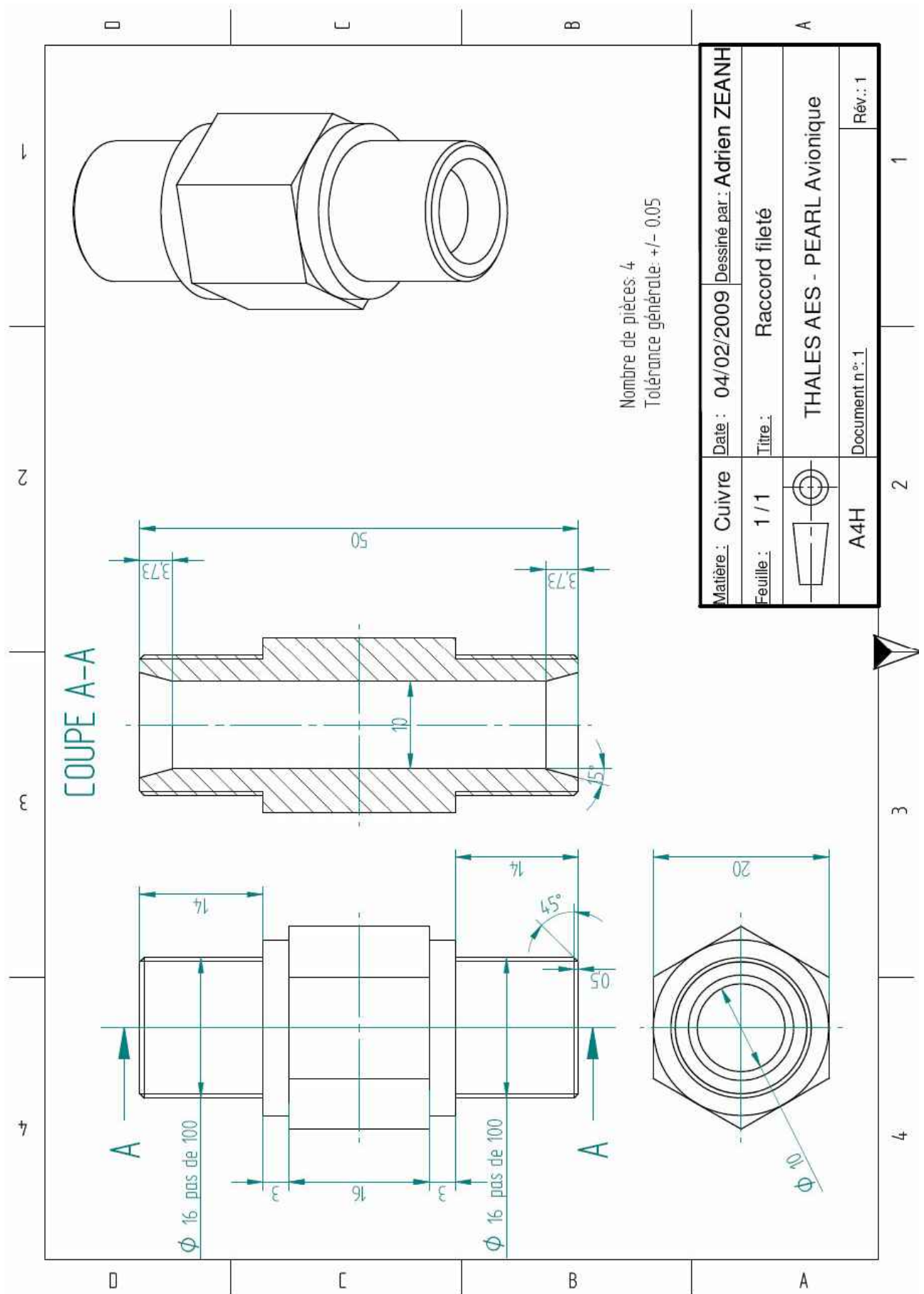
```

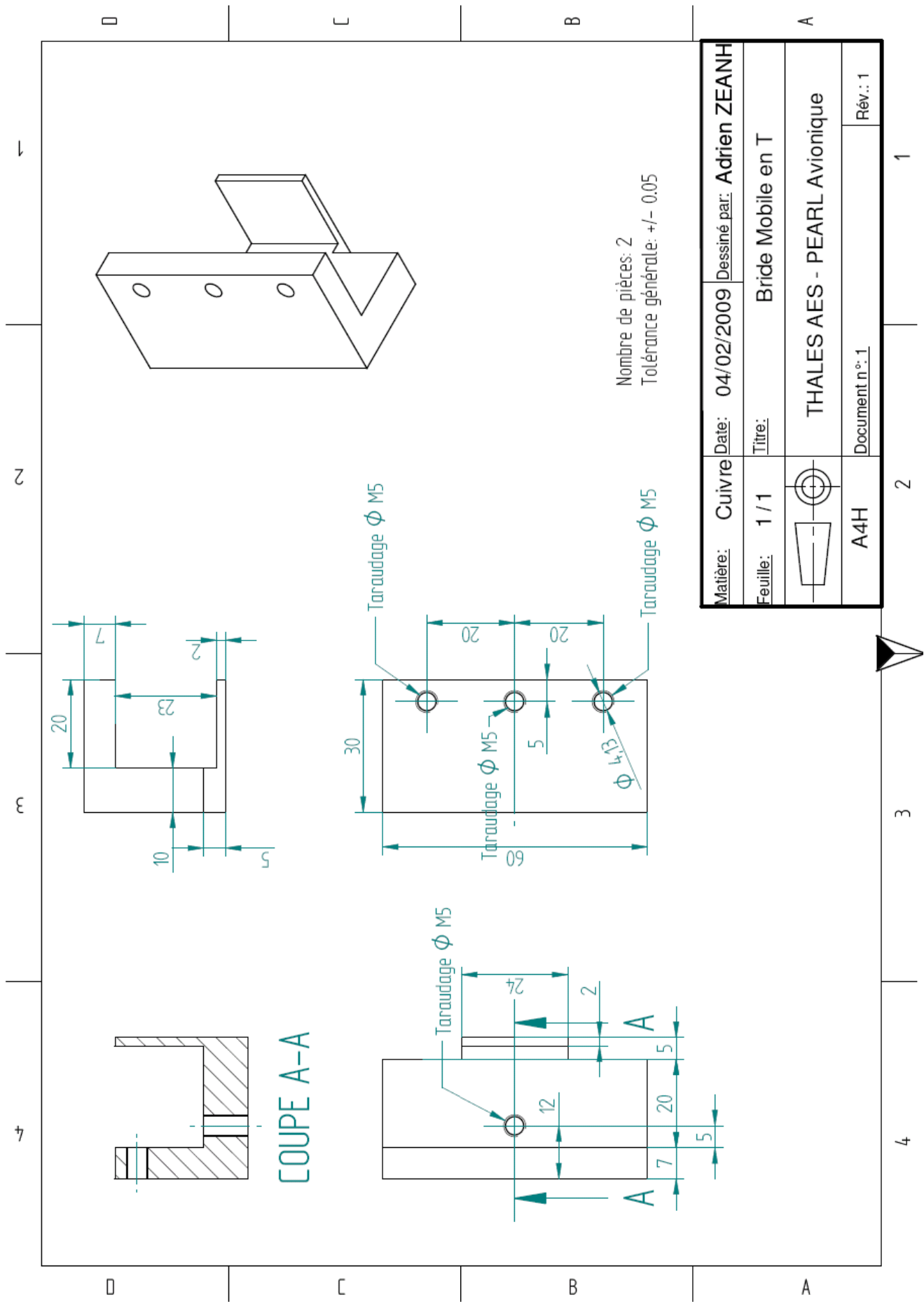
ANNEXE E : Quelques plans des pièces de modules et des outillages réalisés











Nombre de pièces: 2
Tolérance générale: +/- 0.05

Matière: Cuivre	Date: 04/02/2009	Dessiné par: Adrien ZEANH	
Feuille: 1 / 1	Titre: Bride Mobile en T		
	THALES AES - PEARL Avionique		
A4H	Document n°: 1	Rév.: 1	

Contribution à l'amélioration de la fiabilité des modules IGBT utilisés en environnement aéronautique

L'augmentation de la puissance électrique consommée à bord des avions a récemment conduit à introduire des convertisseurs électroniques de puissance à base d'interrupteurs à IGBT dans de nombreuses applications aéronautiques. L'utilisation de ces interrupteurs diffère de leurs emplois traditionnels dans les domaines du ferroviaire ou de l'automobile. En effet, les sollicitations environnementales ainsi que les cycles de commandes électriques sont différents de ceux rencontrés jusqu'alors, ce qui amène à remettre en cause les résultats actuels au sujet de la durée de vie et de la fiabilité de ces interrupteurs. Face à ces interrogations, les sociétés THALES et Hispano-Suiza se sont associées au sein du programme de l'avion plus électrique MODERNE (MODular ElectRical NETwork) initié par Airbus, en vue de développer des solutions à haut niveau de fiabilité pour des applications aéronautiques sévères. C'est dans ce contexte que prennent place les présents travaux, dont les objectifs sont dans un premier temps de proposer de nouvelles architectures de modules susceptibles de présenter de meilleures performances d'intégration, et dans un second temps d'en étudier la fiabilité.

Pour répondre à ces questions, un état de l'art des technologies utilisables a été mené. La confrontation de ses technologies aux contraintes et recommandations aéronautiques a conduit au choix de deux approches d'assemblage, proposées avec un jeu de matériaux sélectionnés pour leurs propriétés physiques et en conformité avec les réglementations sur l'utilisation de matériaux polluants. À l'issue d'une analyse de défaillances, différents développements ont été conduits afin de modéliser et caractériser le comportement thermique, mécanique puis à défaillance des modules. Des modèles Éléments Finis de structures représentatives des solutions proposées ont alors été mis au point et exploités pour l'élaboration de règles de conception, sur la base de plans d'expériences couplés à de la simulation numériques. Les informations générées ont servi à la conception de trois prototypes destinés à des applications différentes. Les performances de ces prototypes ont été évaluées, notamment leurs fiabilités obtenues par des calculs mécano-fiabilistes ayant permis l'optimisation de la conception des différents modules.

Mots clés :

modules IGBT	substrats métallisés	brasures	lois de comportement
modèles de durée de vie	simulation par É. F.	fiabilité	optimisation

An investigation into the reliability of IGBT modules used in aeronautical environment

Within the framework of the electric plane programs, the aircraft industry is facing higher demands of electric power, fact which involves an increasing use of IGBT modules in aeronautical power converters. Although such modules have been well studied and known in railway and the automotive domains, they will be subjected to stresses and operational cycles specific to the aeronautical environment. Consequently, this requires manufacturers to answer some questions about their lifetime and reliability issues. Faced with these questions, THALES and Hispano-Suiza have associated in the more electric aircraft project launched by Airbus (MODERNE - MODular ElectRical NETwork), with the aim of developing high reliability solutions for harsh aeronautic applications. This work takes place in this context, with the objectives of proposing power modules architectures likely to exhibit better performances and integration level, and then study the reliability of different prototypes.

To answer these questions, technological studies of the possible packaging and connecting solutions, faced with aeronautical stresses and requirements led to the choice of two basic assembling approaches. A set of materials selected for their physical properties and their compliance with polluting materials regulations was also proposed. The potential failure modes of these solutions were pointed out and taken into account within experimental and numerical developments, to model and characterize the thermal, mechanical and failure behaviour of the modules. Then, different Finite Element models representative of the proposed technologies structures were developed and investigated for defining design rules on the basis of Designs of Experiments. The whole knowledge generated by the simulations was used to design three prototypes of IGBT module for different applications. The performance of these prototypes have been evaluated and compared to the requirements, including their reliability obtained by mechanical calculations coupled with probabilistic methods which led to their optimization.

Key words:

IGBT modules	metal bonded ceramics	solder joints	constitutive laws
lifetime models	F. E. simulations	reliability	optimisation