

## 反射光の干渉による凹面形状測定\*

熊沢鉄雄\*\* 坂本達事\*\*\* 志田茂\*\*\*

FILE COPY

L-TM-77796  
(121-70)

## Profile Measurement of a Concave Surface Using the Interference Fringe of Reflected Light

Tetsuo KUMAZAWA, Tatsuji SAKAMOTO  
and Shigeru SHIDA

This paper describes a simple method whereby a concave surface is irradiated with coherent light and the resulting interference fringes yield information on the concave surface. This method can be applied to a surface which satisfies the following conditions; (1) the concave face has a mirror surface; (2) the profile of the face is expressed by a mathematical function with a point of inflection.

## 1. 緒 言

半導体製品, OA 機器などの性能安定化, 信頼性向上にとってシリコン, ガラス, 金属などを素材とする部品の加工後に表面形状の測定, 検査を行うことが不可欠である。形状測定は測定精度がよいこと, 被測定物に接触しないで測定できることが要求される場合が多い。この要求を満たす方法としてサブミクロンの測定が可能な光学的手法が優れており, ニュートン環を形成する方法, 二光束干渉法<sup>1)</sup>, 液浸法<sup>2)</sup>などが用いられている。しかしながら, これらの方法は干渉じまを形成させるために被測定物の取付けが容易でないこと, 測定, 位置合わせに時間がかかることなど必ずしも便利な方法であるとは言えない。

著者らは被測定物表面が凹面状をなし, この表面がある特殊な条件を満たす場合に凹面にコヒーレントな光(レーザー光など)を単に照射するという従来の光学的方法に比べて簡単な方法で凹面形状に関する情報が得られることを見出した。その原理は傾斜の異なる二つの平面から反射された光が相互に干渉して干渉じまを形成するフレネルの二枚鏡<sup>3)</sup>の原理に似ており, 凹面の曲率が異なる2か所から反射された光が互いに干渉して生じる干渉じまを測定するものである。本報ではこの方法における干渉じま形成の原理, 数値計算例と実測結果等について述べる。

\* 原稿受付 昭和58年6月2日, 昭和57年度精機学会春季大会学術講演会(昭和57年3月22日)にて発表。

\*\* 正会員 (株)日立製作所(土浦市神立町502)

\*\*\* (株)日立製作所

In this interferometry, multi-light waves reflected from the concave surface interfere and make fringes wherever the reflected light propagates. Interference fringe pattern is clear even in the range of high fringe orders. Photographs of the fringe patterns for a uniformly loaded thin silicon plate clamped at the edge are shown experimentally. The experimental and the theoretical values of the maximum optical path difference show good agreement. This simple method can be applied to obtain accurate information on concave surfaces.

**Key words:** interferometer, interference fringe, coherent light, profile, contour map, concave.

## 2. 干渉じまの形成

## 2.1 凹面から反射された光線の軌跡

凹面の一例として周辺固定の薄肉円板(以下ダイヤフラムと言う)が横方向から等分布荷重をうけて変形した曲面を図1に示す。円板表面は鏡面とする。円板の変形量  $W(x)$  は一般に式(1)で表される<sup>4)</sup>。

$$W(x) = \frac{P}{64D} [a^4 - (a^2 - x^2)^2] \quad (1)$$

ここに,  $P$ : 分布荷重,  $a$ : 半径,  $W$ : 変位量,  $D$ : 板の曲げ剛性 ( $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ ),  $E$ : 縦弾性係数,  $h$ : 板厚,  $\nu$ : ポアソン比)。

上記凹面に光線を当て, 反射された光線の軌跡を以下に順次求める。図2に示す  $z$ - $x$  座標系において  $z$  軸に平行な入射光が凹面と交わる点を  $(z_0, x_0)$  とする。交点  $(z_0, x_0)$  で凹面に法線を立てる。法線と入射光とのなす角度を  $\theta$  とする。角度  $\theta$  が非常に小さいところでは

$$\frac{\partial W(x_0)}{\partial x} = \tan \theta \cong \theta \quad (2)$$

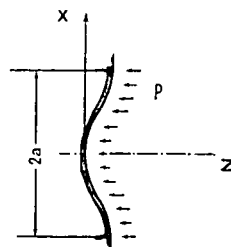


Fig. 1 Uniformly loaded circular plate clamped at the edge

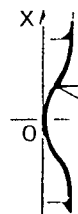


Fig. 2

と表す。則に式(1)を式(2)に代入すると

凹面形状を式(1)で表す。

式(2)

と表す。式(2)に式(1)を代入すると、入射光が凹面から等分布荷重をうけて変形した曲面を式(1)で表す。

Photocopy supplied by Canada Institute for  
Scientific and Technical Information National  
Research Council Ottawa Canada K1A 0S2

---

Copyright material not to be further  
reproduced without permission  
of the copyright owner.



Photocopie fournie par l'Institut canadien de  
l'information scientifique et technique Conseil  
national de recherches Ottawa Canada K1A 0S2

---

Document protégé par le droit d'auteur. Ne doit  
pas être reproduit de nouveau sans l'autorisation  
du titulaire du droit d'auteur.

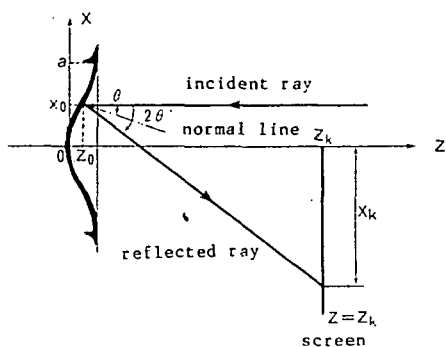


Fig. 2 Coordinate system of light locus

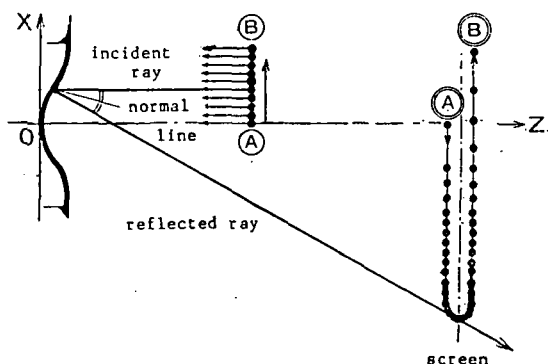


Fig. 3 Locus of light reflected from the concave surface

と表すことができる。凹表面は鏡面であるから反射の法則に従い入射光と反射光のなす角度は  $2\theta$  となる。このことを考慮して式(2)を用いると反射光の軌跡は式(3)で表される。

$$2 \cdot \frac{\partial W(x_0)}{\partial x} = -(z - z_0) \quad (3)$$

凹面の中心から  $z_k$  離れた位置に  $x$  軸に平行な観察面を置く。観察面に到達する反射光の  $x$  方向位置  $x_k$  は式(1)、式(3)から

$$x_k = -\frac{P}{8D}(a^2 - x_0^2)x_0 z_k + \frac{P}{8D}(a^2 - x_0^2)x_0 z_0 + x_0 \quad (4)$$

と求められる。

式(4)を用いて入射光の照射位置  $x_0$  を変えた場合に反射光が観察面上で変化する様子を検討する。観察面は凹面から遠く離れているものとする。凹面の中央から縁まで等間隔に40本の光線で  $z$  軸に平行に照射する。このときの反射光位置  $x_k$  の計算結果を図3に示す。照射光が①→②と移動したとき、反射光は観察面上で①( $x=0$ )から負の方向へ移動し、ある点で反転して正の方向へ移動し、③の位置に戻る。縁を照射する  $z$  軸に平行な

光線は反射して  $z$  軸に平行に戻る。この位置が④である。ここで、①→④の変化を理解しやすくするため光線の移動の様子を図3のように表現したが、実際には  $z = z_k$  軸上、すなわち一直線上を往復する。なお、 $x_k$  が最小値をとる反射光線は凹面を表す関数  $W(x)$  の変曲点 ( $x_0 = a/\sqrt{3}$ ) から反射された光線である。

以上の結果から凹面の異なる二つの場所から反射された光線が同じ  $x_k$  値をとる場合があることがわかった。このことは異なる箇所から反射された光路長の異なる光線が互いに重なり合い干渉じまが形成されることを示している。したがって、一光束で凹部全面を照明した場合には①→④の間では光は一様に照明されるため反射光も連続して生じ干渉も連続して生じると考えられる。

照射光としてここでは平行光を取りあげたが、平行光でなくともレンズを通った収束光など規則性のある照射光であれば同様の干渉が生じる。

### 2.2 反射光の干渉

凹面から反射された光の干渉は多数の光波が重なり合った多波干渉状態になっていると考えられる。この多波干渉状態を検討する。

一般に光波は式(5)のように複素表示される。

$$U_m = A \exp i(\omega t + \Delta_m) \quad (5)$$

ただし、 $U_m$ : 光波、 $A$ : 振幅、 $\omega$ : 角速度、 $t$ : 時間、 $\Delta_m$ : 位相(添字  $m$  は  $m$  番目を意味する)。

多数の光波の重ね合わせは式(6)と表される。

$$\sum_m U_m = A \exp i\omega t (\sum_m \cos \Delta_m + i \sum_m \sin \Delta_m) \quad (6)$$

このとき強度  $I$  は式(7)となる。

$$I = |\sum_m U_m|^2 = A^2 \{ (\sum_m \cos \Delta_m)^2 + (\sum_m \sin \Delta_m)^2 \} \\ = A^2 \sum_{m,m'} \cos(\Delta_m - \Delta_{m'}) \quad (7)$$

凹面から反射されて観察面上の任意の点に集まる光波は凹面上の異なる2点から反射された光波であった。解析上は凹面を理想的な鏡面としたが、実際には凹面は一部粗面も含んでいる。このような性質の凹面を考えると観察面上の任意の点に集まる光波は凹面上の異なる2点ではなく、2点およびその近傍から反射された光波であるといえる。そこで議論している干渉を異なる2点およびその近傍から反射された光波の干渉とすると、光波相互の光路差には2種類の光路差が含まれる。一つは異なる2点あるいは2点近傍から反射された光の干渉が起こる場合の光路差であり、その値は一定値となる。この値を  $\delta$  とする。他方は同一点近傍から反射された光波が相互に干渉するときの光路差であり、この光路差はほぼ0に等しい。したがって、光路差  $\delta$  と0から生じる位相差

Photocopy supplied by Canada Institute for  
Scientific and Technical Information National  
Research Council Ottawa Canada K1A 0S2

---

Copyright material not to be further  
reproduced without permission  
of the copyright owner.



Photocopie fournie par l'Institut canadien de  
l'information scientifique et technique Conseil  
national de recherches Ottawa Canada K1A 0S2

---

Document protégé par le droit d'auteur. Ne doit  
pas être reproduit de nouveau sans l'autorisation  
du titulaire du droit d'auteur.

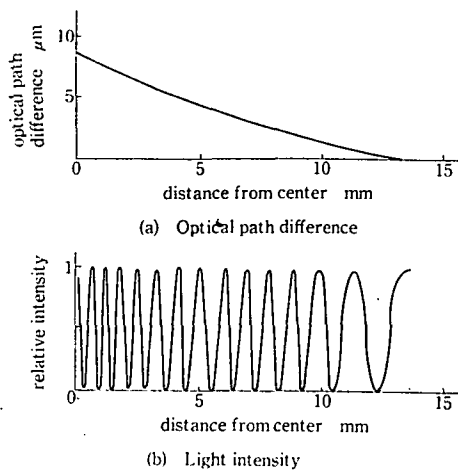


Fig. 4

は一定値(この値を  $d$  とする)および 0 となる。このような位相状態の光強度は式(7)より

$$I = A^2 \sum_{m, m'} \cos(\Delta_m - \Delta_{m'}) \cong A^2(k_1 + k_2 \cos d) \quad (8)$$

となる。ただし、 $k_1, k_2$ : 定数、 $d = 2\pi\delta/\lambda$ 、 $\lambda$ : 波長。したがって、明るさ変化は  $\cos$  曲線で表され、光路差  $\delta$  の大きい高次のしま次数のところでもビジビリティがよいことがわかる。

### 3. しま分布の計算と観察結果

#### 3.1 しま分布の計算例

干渉しま分布の計算に用いた諸量は凹面を形成するダイヤモンドの直径 8.4 mm, 板厚 0.185 mm, 縦弾性係数  $1.47 \times 10^5$  MPa, ポアソン比 0.2, 外圧力 0.098 MPa である。凹面を照射する光線は  $z$  軸に平行であり、その数は 200 とした。入射光は平面波と考えると光線相互間の初期位相差は 0 である。観察位置  $z_0$  は 4.0 m で  $x$  軸に平行な面上である。この観察面上の任意箇所に来る光線(5本)は干渉するとして平均光路差を求めた。光線数は最少 2 本あれば光路差は算出できるが、光線数を 5 本とすることによりばらつきを低減させた。また光路差は滑らかに変化することから最小二乗法で処理した。得られた光路差及びその光路差から式(8)を用いて明るさの変化を求めた計算結果が図 4 である。光路差は反射光が当たる領域の縁で最小であり、縁から中心に向かうに従い増大する。この光路差の変化に伴って光路差から求まる相対的な光強度の変化、すなわち干渉しまの間隔は中心に向かうほど狭くなることがわかる。なお、しま次数は光路差が 0 の最外環のしまから中心に向かって 1 次, 2 次, ... であり、最大しま次数は 14.9 次であ

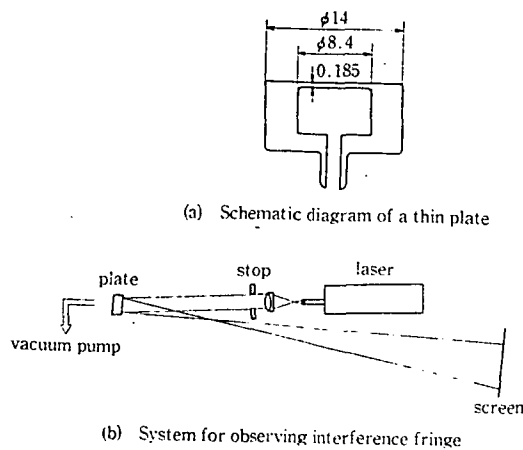


Fig. 5

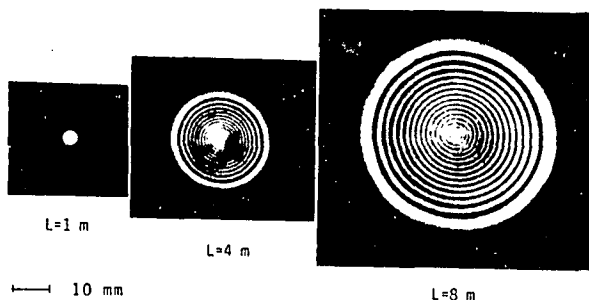


Fig. 6 Photograph of fringe pattern  
L: Distance from concave plate to screen

た。

#### 3.2 干渉しまの観察結果

凹面を形成するため試作したシリコン製ダイヤモンドを有する中空体の断面を図 5 (a) に示す。このダイヤモンドの寸法は直径 8.4 mm, 板厚 0.185 mm である。ダイヤモンドの表面は研磨し鏡面とした。この中空体の内部を真空ポンプで真空にし、外部から圧力 0.098 MPa がかかるようにしてダイヤモンドを凹変形させた。圧力測定には水銀マンノメータを用いた。光学系は 1mW He-Ne レーザを光源とし、コリメータで平行にしたビームをダイヤモンドに照明するという簡単な方法である(図 5 (b))。なお、ハーフミラーを用いてダイヤモンドに垂直に照明する方法もあるが、簡単な方法としてハーフミラーを使用しない方法を採用し測定した。干渉しまは紙スクリーン上に投影して観察した。

ダイヤモンド凹面から 1, 4, 8 m 離れた観察面で記録した干渉しま写真を図 6 に示す。最外環のしまは明縞である。最外環のしまから中心に向かってしま次数は 1 次, 2 次, ... となっており、しま次数が増してもコントラストがきわめてよい。干渉しまパターンの性質としてしま次数が増すにつれてしま間隔が減少することがわか

Fit  
る。  
お  
つ  
が  
る。  
は  
値  
に  
最  
か  
4.1  
最  
横  
尖  
と  
H  
と  
す  
て  
ま  
11.7  
光  
光  
ま  
し  
と  
干  
差

Photocopy supplied by Canada Institute for  
Scientific and Technical Information National  
Research Council Ottawa Canada K1A 0S2

---

Copyright material not to be further  
reproduced without permission  
of the copyright owner.



Photocopie fournie par l'Institut canadien de  
l'information scientifique et technique Conseil  
national de recherches Ottawa Canada K1A 0S2

---

Document protégé par le droit d'auteur. Ne doit  
pas être reproduit de nouveau sans l'autorisation  
du titulaire du droit d'auteur.

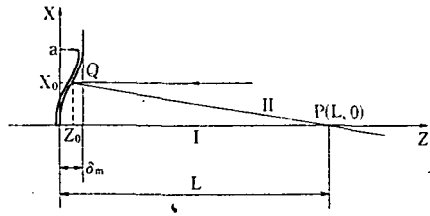


Fig. 7 Coordinate system of light locus used to calculate the max. optical path difference

る。このしまの性質は計算結果(図4)と一致する。なお、観察位置が4mの場合、最大しま次数は14.5であった。この値も計算結果とよく一致している。観察位置が遠くなるにつれて干渉しまの太さが増す傾向がみられる。この理由は次のように考えられる。干渉しま環の径は観察位置が遠くなるほど増大する(図3参照)。これに対し最大しま次数は観察位置が遠く離れるに従い一定値に収束する(4.1節参照)。すなわち観察距離が増えるにつれて干渉しまが生じる領域が増すのに対し、その領域に生じるしま次数は限られる。したがって、1しま当たりの占める領域(しまの太さ)は増大することになる。

4. 干渉しまの性質

4.1 最大光路差

最大しま次数と凹面の変形量との関係を図7を用いて検討する。最大しま次数から決まる最大光路差は凹面中央から反射された光線Iと観察面上で交差する光線IIとから生じる。光線Iと光線IIの交点をP(L, 0)、光線IIと凹面の交点をQ(z<sub>0</sub>, x<sub>0</sub>)、凹面の最大変形量をδ<sub>m</sub>とする。光線IIはP(L, 0)を通ることから式(4)を用いて

$$x_0^2 = a^2 - \frac{8D}{P(L-z_0)} \quad (9)$$

また式(1)より

$$\delta_m = \frac{P \cdot a^4}{64D}, \quad z_0 = \delta_m - \frac{P}{64D}(a^2 - x_0^2)^2 \quad (10)$$

図7においてz=δ<sub>m</sub>を基準にして光路差δを求め、

光線Iの光路長: δ<sub>I</sub> = δ<sub>m</sub> + L

光線IIの光路長: δ<sub>II</sub> = δ<sub>m</sub> - z<sub>0</sub> + √[(L - z<sub>0</sub>)<sup>2</sup> + x<sub>0</sub><sup>2</sup>]

∴ 光路差: δ = δ<sub>I</sub> - δ<sub>II</sub>  
= L + z<sub>0</sub> - √[(L - z<sub>0</sub>)<sup>2</sup> + x<sub>0</sub><sup>2</sup>]

z<sub>0</sub>はμ<sub>m</sub>, Lはmの大きさであるからL - z<sub>0</sub> ≅ Lと近似し、式(10)を用いると

$$\delta = 2z_0 - \frac{1}{2L} \left( a^2 - \frac{8D}{PL} \right) + \frac{1}{8L^3} \left( a^2 - \frac{8D}{PL} \right)^2 \quad (11)$$

となる。

干渉しまの計算(3.1節)と同じ条件の下に最大光路差を式(11)から求めた。図8に観察位置Lを変えたとき

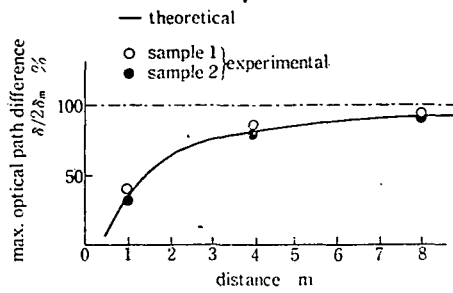


Fig. 8 Change in the max. optical path difference according to the distance of the screen from the concave surface

δ/2δ<sub>m</sub>: Max. optical path difference/two times the max. deflection

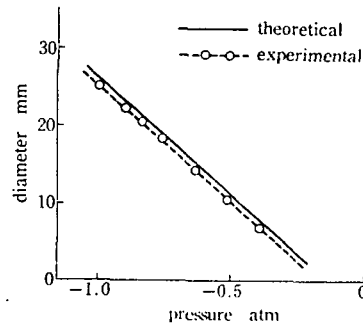


Fig. 9 Negative pressure versus diameter of 1st order fringe ring

の最大変位量の2倍に対する最大光路差の比(δ/2δ<sub>m</sub>)を示す。干渉しまから求めた実測値と計算結果とはよく合っている。また観察位置が遠くなるほど最大光路差は凹面の最大変位量δ<sub>m</sub>の2倍に近づく。例えば観察位置4mのとき最大変位量の2倍に対する最大光路差の比(δ/2δ<sub>m</sub>)は80.6%であるが、8mの場合には90.1%となる。この比を用いると最大しま次数から変形量を知ることができる。この場合観察位置が凹面から離れたところ、δ/2δ<sub>m</sub>値で言えば100%に近いところで最大しま次数を読みとるとばらつきが増大せず変形量測定の精度が上がる。

4.2 圧力と干渉しまの変化

圧力を変化させるとダイヤフラムの凹面状態が変わって凹面から反射された光の干渉で生じるしまの大きさや、しま次数が変化する。干渉しまが圧力によって変化する様子を調べるため図5に示したダイヤフラムを用いて干渉しまを形成した。干渉しまの観察は凹面から4m離れた位置で行った。干渉しまパターンの中から第1次明縞の径をとりあげ圧力依存性を調べた結果を図9に示す。圧力が0近傍では光が集中し、光の強度が著しく上がるため除外し、干渉しま環が大きいところで測定した。実測値は一直線上にのっており圧力としま環の径は直線

Photocopy supplied by Canada Institute for  
Scientific and Technical Information National  
Research Council Ottawa Canada K1A 0S2

---

Copyright material not to be further  
reproduced without permission  
of the copyright owner.



Photocopie fournie par l'Institut canadien de  
l'information scientifique et technique Conseil  
national de recherches Ottawa Canada K1A 0S2

---

Document protégé par le droit d'auteur. Ne doit  
pas être reproduit de nouveau sans l'autorisation  
du titulaire du droit d'auteur.



関係にあることを示している。計算結果も同様に直線関係にある。しかし実測値と計算値とを表す両直線の間には差異がある。この差異はダイヤフラム材料定数の算定誤差によるものと考えられる。定数の算定を厳密に行うことで実測値は容易に一致するものであろう。

#### 4.3 干渉じまに関する検討

本法で提案した反射光干渉法で干渉じまを形成する場合の制約条件、干渉じまの性質、応用等について若干補足検討を行う。

##### 1) 凹面形状, サイズ等

前述のように本干渉法で干渉じまが形成される必須条件は凹面を表す関数に変曲点を有する凹面に限定されることである。一般に物体表面が平坦であり、1か所が加圧されてくぼんだ場合にくぼみ中央が平坦である場合には干渉じまは形成される。例えば、周囲が固定された板がたわむ場合をとりあげると、板が円板でなくとも三角形、四角形、…など任意の形状が上記条件を満足し干渉じまが形成される。しかし、凹変形状態を関数表示することは一般に困難であり、干渉じまの形成を計算できる形状は特殊な場合に限られる。

照射光が反射屈折の法則に従い規則正しい反射光線を生じる面をなしていない場合には規則性のない干渉が起こるか、全く干渉が生じなくなる。このため本干渉法を適用する場合にはコーティング、研磨などにより被測定物表面をかなり良い鏡面状態にする必要がある。

##### 2) 照射光

本提案の光干渉法は反射光が干渉できる状態にあってはじめて成り立つものである。したがって、光源としてはコヒーレントな光を出すレーザを使用することになる。干渉じまを形成させる位置が凹面から離れるほど干渉じまの形成される領域は拡大され観察が容易となる。また凹面から離れるほど変形量の測定精度が上がる。

光線の照射方法として平行光照明を本解析では採用した。平行光線のはかにレンズを通した収束光など規則性のある光を用いてもよい。場合によっては照明方法として収束光を用いるとかえって干渉じまパターンが形成される領域が縮小し、データ処理しやすい場合もある。

##### 3) 本干渉法の適用

負圧力を変化させて凹面形状を変えると形成される干渉じま環の径は圧力に比例して変わること示した。この結果から干渉じまの径の変化をとらえることにより非接触で圧力の大きさを知ることができる。また、圧力のはかに式(1)から明らかのように干渉じま形成に関係する弾性係数、板厚があり、これらの検出が可能である。

以上、被測定物体の形状に凹面をとりあげて解析した。凹面を対象とした場合、中央に凹面物体を設置し第

1象限で入射光を照射すると、反射された光線は第4象限で干渉する(図3参照)。一方、凸面の場合に凸面を表す関数に変曲点をもつならば凹面の場合と同様な干渉じまが形成される。ただし、凸面の場合、第1象限で照明したとき干渉は第1象限で生じる。凸面の場合についても本干渉法が適用できる。

被測定物表面が前記議論したような形状をしている場合には表面から反射されて光が相互に干渉してしまが形成される。このような場合として二つの平面が任意の角度で向かい合っているフレネルの二枚鏡のほかに変曲点をもつ凹面があることを明らかにした。変曲点をもつ凹面は測定対象が限られているが、干渉じまは反射光の通る任意の場所で干渉じまが形成され、しかもしまのビジビリティが大変よい。このため本法は凹面形状情報を得るために一つの有力な光学手法であると思われる。

## 5. 結 論

凹面の形状に関する情報を知る新しい光学干渉法を提案し、干渉じまの生成、しまの特徴を検討した。その結果の概要は次の通りである。

- (1) 凹面が鏡面であり、凹面を表す関数に変曲点を有するならば凹面に平行光を照射するのみで反射光が相互に干渉し、しまが形成される。
- (2) 干渉じまは反射光の伝播する任意の場所で形成される。干渉じま群の最外縁のしまは明縞であり、中心に向かってしま次数が増す。しま次数の増大に伴いしま間隔は減少する性質がある。
- (3) 最大しま次数から凹面の最大変位量が推定できるが、その精度はしまの観察位置が凹面から離れるほど上昇する。
- (4) 干渉じまに影響を及ぼす因子の一つである圧力を変えると圧力変化に比例して干渉じま環の径、例えば第1次のしま環の径が変化する。

終わりに、本研究の測定にご援助いただいた日立製作所、松岡祥隆、御法川齊氏らに深謝します。

## 参 考 文 献

- 1) B. P. Hildebrand and K. A. Haines: Multiple-wavelength and Multiple Source Holography Applied to Contour Generation, J. Opt. Soc. Amer., 57, (1967) 155.
- 2) N. Shiotake, T. Tsuruta and Y. Itoh: Holographic Generation of Contour Map of Diffusely Reflecting Surface by Using Immersion Method, Jap. J. Appl. Phys., 7, 8, (1968) 904.
- 3) 例えば、久保田 広: 波動光学, 岩波書店 (1971).
- 4) 例えば、S. Timoshenko: Theory of Plate and Shell, McGraw-Hill, New York, N. Y., (1959).

Photocopy supplied by Canada Institute for  
Scientific and Technical Information National  
Research Council Ottawa Canada K1A 0S2

---

Copyright material not to be further  
reproduced without permission  
of the copyright owner.



Photocopie fournie par l'Institut canadien de  
l'information scientifique et technique Conseil  
national de recherches Ottawa Canada K1A 0S2

---

Document protégé par le droit d'auteur. Ne doit  
pas être reproduit de nouveau sans l'autorisation  
du titulaire du droit d'auteur.