

EL MÉTODO DE LAS FLUXIONES EN LA ACADEMIA DE MATEMÁTICAS DEL CUARTEL DE GUARDIAS DE CORPS: UNA REVISIÓN SOBRE EL *CURSO MILITAR DE MATHEMATICAS* DE PEDRO PADILLA (1753-1756)

MÓNICA BLANCO

Universitat Politècnica de Catalunya

Resumen. En 1750 fue creada la Academia de Matemáticas dentro del Cuartel de Guardias de Corps de Madrid, que seguiría las mismas regulaciones que la Academia de Barcelona. Fue nombrado maestro y director el capitán e ingeniero Pedro Padilla y Arcos (1724-1807?), que dirigiría la Academia hasta su cierre en 1760. Entre 1753 Padilla empezó a publicar su *Curso Militar de Mathematicas, sobre partes de esta ciencia, para uso de la Real Academia establecida en el Cuartel de Guardias de Corps*. El tratado quinto del *Curso*, *De los Cálculos Diferencial e Integral, o método de las fluxiones*, es el primer texto español impreso enfocado a la enseñanza del cálculo diferencial e integral. El objetivo de esta contribución es analizar y discutir ciertos aspectos innovadores del tratado de fluxiones de Padilla, en general, y del método de máximos y mínimos que en éste se expone, en particular. Con esta revisión de la obra de Padilla se pretende aportar nuevas perspectivas sobre la introducción del cálculo diferencial e integral en el contexto militar en la España del XVIII.

Palabras clave: cálculo, educación militar, siglo XVIII.

Abstract. In 1750 the Academy of Mathematics was created within the Military Academy of Royal Guards in Madrid, which was ruled by the same regulations as the Academy in Barcelona. The captain and engineer Pedro Padilla y Arcos (1724-1807?) held the position of headmaster up to the academy's closure in 1760. In 1753 Padilla started publishing his *Military Course of Mathematics, about some parts of this science, for the use of the Royal Academy established in the Military Academy of Royal Guards*. Its fifth treatise, on differential and integral calculus, or the method of fluxions, turned out to be the first Spanish educational book on calculus. The aim of this paper is to analyze and discuss a number of innovative aspects of Padilla's treatise of fluxions, in general, and of its method of maxima and minima, in particular. The study of Padilla's work can provide new perspectives on the introduction of calculus in the military context in eighteenth-century Spain.

Keywords: calculus, military education, 18th century.

Introducción

En el siglo XVIII la dinastía borbónica se proponía modernizar España y superar el estancamiento que sufría el país hacia el final de la dinastía de los Habsburgo [NAVARRO-BROTÓNS, 2006, p. 391; NAVARRO-BROTÓNS & EAMON, 2007].

Este intento de renovación se centraba en la promoción del desarrollo de la actividad científica como medio para mejorar la defensa del país y como protección de sus actividades mercantiles [HIDALGO, 1991]. Con este propósito, en 1710 el primer rey Borbón, Felipe V (1700-1746), apoyó la fundación de los Ingenieros Militares, con la colaboración de Jorge Próspero de Verboom (1667-1744). El ingeniero militar tenía que ser un especialista en asuntos científicos, ingeniería militar, dibujo, arquitectura y matemáticas. Este nuevo profesional tenía acceso a una doble promoción, tanto en el rango militar como en la carrera de ingeniero. Esto a su vez llevó al establecimiento (o, en algunos casos, al reestablecimiento) de academias militares de Matemáticas – primero en Barcelona, y luego en Ceuta y Oran – para preparar a la *élite* militar y técnica. Creada en 1720, La Academia de Matemáticas de Barcelona estaba regulada por las reales *ordenanzas*— de 22 de julio de 1739 y de 29 de diciembre de 1751. Dichas ordenanzas— que establecían los estatutos de la academia, las asignaturas de cada curso, el profesorado que debía impartirlas y la pedagogía a seguir [CAPEL et al, 1998; DE MORA & MASSA-ESTEVE, 2008]. Los oficiales destacados lejos de Barcelona no tenían oportunidad de asistir a las clases en la Academia. Para salvar este obstáculo se crearon las academias de Oran y Ceuta en 1732 y 1739, respectivamente, que seguirían las regulaciones establecidas por la Academia de Barcelona [PORTUGUES, 1765, vol. VI, pp. 858-883, 889-925].

Fue también Felipe V quien estableció en Madrid -el *Cuartel de Guardias de Corps* en 1717, tomando como modelo la *garde du corps du roi* francesa. Se trataba de una institución elitista, en la que todos los miembros tenían el rango de oficial y grandes privilegios. Hacia 1750 se creó la *Academia de Matemáticas* en el ~~sino~~-dentro del Cuartel de Guardias de Corps, bajo la protección del Marqués de la Ensenada [PORTUGUES, 1765, vol. V, pp. 180-184, 187, 196-199]. Se nombró director de la

Academia al Capitán Pedro Padilla y Arcos (1724-1807?), que mantuvo la dirección hasta 1760 [PORTUGUES, 1765, vol. V], año en que la Academia se cerró por motivos económicos [CAPEL et al, 1998, pp. 181-182; LAFUENTE & PESET, 1982; HIDALGO, 1991]. Dicha Academia seguía las mismas ordenanzas que regían en la de Barcelona. La asistencia no era obligatoria, las clases se dirigían principalmente a aquellos alumnos interesados en adquirir un conocimiento matemático más profundo. De hecho, más que una utilidad práctica real para los Guardias de Corps, el estudio de las matemáticas se entendía como una marca de prestigio. A pesar de ser una academia pequeña, con alrededor de quince estudiantes por curso, un director y dos ayudantes, el presupuesto adjudicado a la Academia de Matemáticas era mucho mayor que el de otras academias, incluso el de aquéllas con mayor número de estudiantes. Además, poseía una biblioteca más rica que las de la mayoría de las academias.

En 1753 Padilla empezó a publicar su *Curso Militar de Mathematicas, sobre partes de esta ciencia, para uso de la Real Academia establecida en el Cuartel de Guardias de Corps* (1753-1756). En su proyecto inicial Padilla tenía previsto elaborar veinte tratados, de los cuales finalmente sólo fueron publicados los cinco primeros (en cuatro tomos). El tratado quinto, *De los Cálculos Diferencial e Integral, o método de las fluxiones*, es el primer texto español impreso enfocado a la enseñanza del cálculo diferencial e integral. El objetivo de esta contribución es revisar y reflexionar sobre ciertos aspectos innovadores del tratado de fluxiones de Pedro Padilla, en general, y del método de máximos y mínimos que en éste se expone, en particular. Con esta revisión de la obra de Padilla se pretende aportar nuevas perspectivas sobre la introducción del cálculo diferencial e integral en el contexto militar en la España del XVIII.

Padilla y el *Curso Militar de Mathematicas*

Basándose en documentos del Archivo General de Simancas (AGS) Cuesta-dutari

[1976-1983] expone lo poco que se conoce de la biografía del Capitán Pedro Padilla y Arcos. En 1740 Padilla ingresó en el Regimiento de Infantería de Oran, donde estudió en la Academia Militar de Matemáticas, graduándose como ingeniero en 1744. Alrededor de 1763 Padilla había alcanzado el rango de ingeniero jefe y coronel. En 1753 empezó a publicar su *Curso Militar de Mathematicas, sobre partes de esta ciencia, para uso de la Real Academia establecida en el Cuartel de Guardias de Corps*, dedicado a Fernando VI (1746-1759). Con el apoyo del Marqués de la Ensenada, el Rey impulsó la renovación del sistema de educación militar. Entre otras iniciativas, el Marqués de la Ensenada estaba decidido a fomentar la elaboración de libros de texto en español, para conseguir una formación mejor y más uniforme en las academias militares [CAPEL et al, 1998, p. 161]. El *Curso* de Padilla se puede considerar como un producto de las reformas llevadas a cabo en la época. Su trabajo introdujo un cambio notable en los métodos pedagógicos usados hasta el momento. Siguiendo las reales *ordenanzas*, las clases normalmente eran dictadas por los profesores. El director de la Academia de Barcelona elegía los tratados más útiles para cada asignatura para elaborar cuadernos, que posteriormente eran dictados por los ayudantes y copiados por los alumnos.¹ Dichos cuadernos debían ser usados por las academias de Ceuta y Oran. Así, es muy probable que Padilla elaborara su *Curso* partiendo de sus propias notas, usadas en sus primeros años como profesor. En su dedicatoria al Rey, Padilla comenta por qué decidió escribir su *Curso*:

... he formado el presente Curso, o Compendio de las Materias enseñadas en la expressada Academia, para que impresso, y aliviados por este medio sus Individuos de la molestia del escrito, incompatible con su servicio diario, puedan hacer mayores progressos en el estudio [PADILLA, 1753-1756, dedicatoria].

Así Padilla parece hacer caso omiso de las *ordenanzas* de 1739 y 1751, que establecían que los estudiantes tenían que pasar sus apuntes a limpio y presentarlos al profesor

¹ Sobre el uso de los cuadernos de estudiantes en el contexto militar de la España del XVIII, véase por ejemplo DE MORA & MASSA-ESTEVE [2008].

quincenalmente [PORTUGUES, 1765, vol. VI, p. 867]. Así mismo en el prefacio Padilla muestra cuál es su punto de vista sobre pedagogía, sin duda mucho más amplio que las regulaciones referentes a la Academia de Barcelona:

Y como los Quadernos, o Libros solo deben servir de un promptuario, o memoria de las especies, que se explican diariamente en la Academia, las materias, que se tratan, se tocan muy a la ligera, usando en todo de las expresiones mas concisas, a fin que lo substancial de ellas, parezca prompto al que estudia; y no sirva de embarazo, como suele suceder, la verbosidad en el escrito, quando el todo del aprovechamiento pende de la explicación en la Academia, y de las frequentes conferencias de unos entre otros [PADILLA, 1753-1756, prefacio, §17].

Es evidente que Padilla consideraba su *Curso* como un complemento de la enseñanza, dando importancia a las clases y a las discusiones desarrolladas en el aula. Ése parece ser el propósito de los primeros libros impresos para la formación militar, en su intento de abandonar la práctica del dictado – por ejemplo, el *Nouveau cours de mathématiques à l'artillerie et du génie* (1725) de Bélidor [HAHN, 1986, pp. 517 y 527-528]. En lo que respecta a cómo se podría haber utilizado el *Curso* de Padilla, mi hipótesis es que la biblioteca de la Academia de Matemáticas del Cuartel de Guardias de Corps contaba con varias copias de la obra, a disposición de los estudiantes. En el caso de la Academia de Barcelona, en el Archivo del Cuartel Militar del Bruc en Barcelona se conservan treinta y dos copias nuevas de un tratado militar de 1801, que es aproximadamente el número medio de estudiantes de la Academia en aquella época. Por tanto es plausible pensar que la biblioteca de Guardias de Corps hubiera comprado alrededor de quince copias del curso de Padilla para uso de los estudiantes de la Academia de Matemáticas.

Pedro Padilla y la enseñanza del cálculo en la España del XVIII

De los veinte tratados que aparecen en el proyecto original de Padilla sólo se publicaron los cinco siguientes (en cuatro volúmenes): 1. Aritmética ordinaria; 2. Geometría elemental; 3. Álgebra elemental; 4. Geometría superior, o de las curvas, y 5. Cálculo Diferencial e Integral, o método de las fluxiones. Según el índice del primer volumen, el

contenido de los volúmenes restantes era: logaritmos, trigonometría plana y esférica, principios generales de la mecánica, estática, hidráulica, principios generales de la astronomía, geografía, cronología, gnomónica, fortificación y edificios militares, artillería, táctica terrestre, perspectiva, y planos, perfiles y elevaciones militares. La postura de Padilla en relación a la división general de las matemáticas, presentada en el prefacio del *Curso*, es muy similar al árbol del conocimiento del *discours préliminaire* de D'Alembert en la *Encyclopédie* [D'ALEMBERT & DIDEROT, 1751]. Así, por ejemplo, el cálculo se sitúa en la rama del álgebra, que a su vez es una categoría de la aritmética, dentro de las matemáticas puras o abstractas [BROWN, 1991, pp. 89-92; PADILLA, 1753-1756, prefacio, §21]. Incluso la división de las matemáticas en puras y mixtas que utiliza Padilla, dependiendo de si un cantidad es un objeto independiente de la materia física o no,² se parece mucho a la de D'Alembert [PADILLA, 1753-1756, prefacio, § 19]. Por tanto, aunque no haga referencia explícita a la obra de D'Alembert y Diderot, la clasificación que utiliza Padilla ilustra una temprana recepción y circulación de la *Encyclopédie* en España [SÁNCHEZ-BLANCO PARODY, 1991, p. 82].

Es el quinto tratado del *Curso* de Padilla el objeto de mi trabajo, por ser el primer tratado español que presenta el cálculo desde un punto de vista educativo. En una época en que la enseñanza de las matemáticas en las universidades españolas era más bien de baja calidad, la enseñanza del cálculo fue llevada a cabo, si bien de forma tímida, por las instituciones militares y por los jesuitas [AUSEJO & MEDRANO-SÁNCHEZ, 2010; GARMA, 2002]. Ya en 1717 el estudiante español Francisco de la Torre Argáiz defendió públicamente algunas cuestiones relacionadas con el cálculo en la Universidad de Toulouse, bajo la supervisión del jesuita francés Jean Durranc. Por otro lado, en 1748 Jorge Juan (1713-1773) y Antonio de Ulloa (1716-1795) publicaron sus

² Sobre el significado de “matemáticas mixtas” véase BROWN [1991] y PUIG-PLA [2002].

Observaciones astronómicas y físicas hechas en los reinos del Perú, fruto de la expedición en que participaron, para medir un grado del meridiano en el ecuador. Si bien cierto que dicha obra incluye algunas aplicaciones del cálculo, no se trata en modo alguno de una obra con clara intención pedagógica, ni de exposiciones generales de los elementos del cálculo.³

En este escenario, es natural preguntarse cómo Padilla llegó a aprender cálculo. A menos que hubiera estudiado los fundamentos del cálculo en la Academia de Oran, que Padilla fuera autodidacta parece la respuesta más plausible. Pero ¿cuándo y dónde tuvo noticias sobre el nuevo cálculo? Por supuesto, en las sociedades intelectuales de la época hipotéticamente se podría haber discutido sobre la aparición de esta nueva disciplina.⁴ Por los documentos conservados en el Archivo General de Simancas sabemos que en 1752 Padilla presidió doce exámenes públicos de estudiantes de la Academia de Matemáticas de Guardias de Corps.⁵ El hecho de que uno de estos exámenes versara sobre el cálculo indica claramente que la materia se enseñaba en la academia antes incluso de que el *Curso* de Padilla fuera publicado. Aquí vale la pena mencionar que exámenes públicos similares sobre cálculo no fueron celebrados en el contexto militar francés hasta la década de los 1780 [HAHN, 1986, p. 534]. Sin embargo, todo esto son conjeturas, ya que no hay evidencias escritas de las discusiones alrededor del cálculo anteriores a la publicación del *Curso* de Padilla, aparte de las mencionadas anteriormente, ni tan sólo se conserva ningún cuaderno de estudiante conteniendo los fundamentos de la materia.

En el prefacio Padilla deja claro que su objetivo era mostrar los elementos básicos de

³ Para una introducción histórica del cálculo en España, véase también CUESTA-DUTARI [1976-1983], COBOS & FERNÁNDEZ-DAZA [1991].

⁴ Véase GARMA [2002] para una revisión sobre las sociedades intelectuales en la España del XVIII.

⁵ *Conclusiones Mathematicas, sobre los tratados de Arithmetica, Geometria Elementar, Trigonometria, Geometria Práctica, Algebra, Geometria Sublime, y Calculos Diferencial, e Integrál. Defendidas en el Quartel de Guardias de Corps de Madrid*. Madrid: Antonio Marín, 1752 [AGS Guerra Moderna, 3778].

cada rama de las matemáticas, suficientemente útiles no sólo para Infantería y Caballería, sino también para Ingeniería, Artillería y Marina. Aquel lector que estuviera interesado en profundizar en algún aspecto específico, podría recurrir a la literatura a la que Padilla hacía referencia a lo largo de todo su trabajo. De hecho, Padilla animaba a sus lectores a avanzar más en el estudio de las matemáticas para completar y mejorar su *Curso*. Esta postura contrasta radicalmente con las regulaciones que regían en las academias militares de Barcelona, Ceuta y Oran: los profesores ayudantes tenían que seguir al pie de la letra los cuadernos elaborados por el director de la academia de Barcelona, sin alterar su contenido sin el consentimiento del director [PORTUGUES, 1765, vol. VI, pp. 907-911]. Por el contrario, Padilla presentaba su trabajo como un complemento a la enseñanza, una guía para introducir todas las ramas de la matemática, que se podía completar y ampliar si fuera necesario.

El carácter elemental del libro fue bien recibido, como se deduce de la crítica positiva que de todos los tratados publicados del *Curso* hizo Jorge Juan: alababa la claridad, la extensión y el orden utilizados por Padilla para tratar todas las ramas de las matemáticas y, en consecuencia, recomendaba la obra. Esto resulta particularmente notable dado el interés de Juan por mejorar la educación científica en España y dado el apoyo institucional con el que siempre contó [AUSEJO & MEDRANO-SÁNCHEZ, 2010, pp. 26; GARMA, 2002; SELLÉS, 2002]. Sin embargo, el tratado sobre cálculo de Padilla parece haber tenido un escaso impacto entre sus contemporáneos. Para empezar, no fue ni traducido ni reimpresso. Es cierto que el primer tratado se reimprimió en 1807, por ser considerado útil para la enseñanza de las matemáticas en la recién inaugurada Academia de Ingenieros de Alcalá (1803) [CARRILLO DE ALBORNOZ, 2008]. Mas el trabajo fue considerado como anticuado e incompleto y finalmente se abandonó el proyecto de reimpresión del resto de los tratados [CUERPO DE INGENIEROS DEL EJÉRCITO,

1911, vol. II, pp. 31-34]. A pesar de todo, tras el cierre de la Academia de Matemáticas del Cuartel de Guardias de Corps, parte de su biblioteca – incluyendo el *Curso* de Padilla – fue trasladada a la biblioteca de Guardias Marinas en Cádiz. Esto, junto con el hecho de que el trabajo de Padilla se encontrara en el Real Colegio de Artillería de Segovia en 1798, parece indicar que su trabajo podría haber circulado entre las academias militares y de ingenieros en el siglo XVIII [GARCIA-HOURCADE & VALLES-GARRIDO, 1989, p. 186].

La determinación de máximos y mínimos en el *Curso* de Padilla

Tras un examen de los contenidos del tratado V, resulta evidente que Padilla se inclinaba por el método de fluxiones y el enfoque newtoniano, más que por el cálculo diferencial y el enfoque leibniziano, que se extendía por el Continente. El tratado sobre cálculo de Padilla cubre los siguientes temas: cantidades infinitas, fluxiones, cálculo integral o método inverso de las fluxiones, tangentes a curvas, máximos y mínimos, cuadraturas, rectificación de curvas, sólidos y sus superficies. A propósito del método de máximos y mínimos, Padilla señala al final de la sección *De las cantidades maximas y minimas* (el énfasis es de la autora):

§128. Entre los muchos usos del Calculo diferencial apenas havrá otro mas util que el de maximis, & minimis: pudieramos traer aquí otros muchos exemplares; pero como estos se fundan sobre principios de mecánica, y otros que no se han dado, se hará la aplicación à su tiempo, bastando los referidos para comprehender las reglas, que se deben tener bien presentes, à fin de no caer en los mismo errores que los mas de los autores han dado, y que descubriò en la forma que llevamos dicho el célebre Maclaurin en su Tratado de Fluxiones [PADILLA, 1753-1756, tratado V, §128].

Cuesta-dutari [1976-1983, p. 123] echaba en falta el estudio de ecuaciones diferenciales en la obra de Padilla, por ser éstas la principal aplicación de cálculo. Sin embargo, en las *Observaciones astronómicas* de Juan y Ulloa aparecen ejemplos de cómo hallar el cenit, es decir, el punto de *máxima* declinación [JUAN & ULLOA, 1748, pp. 85-86].

Por tanto, en este contexto la determinación de máximos y mínimos resultaba crucial, lo cual justifica la visión de Padilla al respecto.

Sorprendentemente, Padilla no trató el problema de la manera habitual, es decir, simplemente igualando a cero la primera fluxión para hallar los valores extremos. Por supuesto el problema de hallar los valores extremos (máximos y mínimos) no era nuevo.⁶ Sin embargo, no se utilizaba ningún algoritmo específico para determinar si un valor extremo era un máximo o un mínimo, y sólo se deducía su naturaleza por el contexto del problema de estudio. Fue Colin Maclaurin (1698-1746) quien, en su *Treatise of Fluxions* (1742), presentó la primera regla específica para caracterizar máximos y mínimos. Basándose en la serie de Taylor [TAYLOR, 1715], Maclaurin elaboró su regla partiendo de las fluxiones sucesivas de una cantidad y de su desarrollo en serie. En la cita anterior, Padilla abiertamente reconoce la influencia del *Treatise of Fluxions* de Maclaurin. En la Regla III (§120) Padilla lleva a cabo la determinación de máximos y mínimos de manera muy similar a la que presentaba Maclaurin en su libro II (§858), sólo que transcrita en notación leibniziana.

Resulta notable que Padilla eligiera este método nuevo y sofisticado, no usado en los manuales en la Europa Continental hasta finales del siglo. Sin duda la caracterización de Maclaurin de valores extremos marcó un hito en el camino hacia lo que hoy en día consideramos la prueba estándar de derivación para hallar máximos y mínimos.⁷ Su método tuvo un impacto significativo en autores posteriores. En su obra *Institutiones calculi differentialis* (1755) Leonhard Euler (1707-1783) inferiría el criterio básico para que una función tuviera un máximo o un mínimo a partir de las derivadas primera y segunda, de manera análoga a Maclaurin. Sin embargo el método de Maclaurin para

⁶ Véase, por ejemplo, la obra de Pierre de Fermat (1601-1665), *Methodus ad disquirendam maximam et minima*, escrita en la década de los 1620.

⁷ Sobre la relevancia de Maclaurin en relación a la determinación de máximos y mínimos ver GRABINER [1997, 2002 y 2004].

determinar valores extremos no será generalmente adoptado en Francia hasta la publicación de *Théorie des fonctions analytiques* de Joseph-Louis Lagrange (1736-1813) a finales del siglo XVIII.

¿Cómo pudo Padilla acceder al método de Maclaurin para caracterizar máximos y mínimos? En los catálogos de la biblioteca de la Academia de Matemáticas del Cuartel de Guardias de Corps en Madrid se hallan obras de cálculo de gran relevancia [CUESTA-DUTARI, 1976-1983, pp. 127-133]. En particular, la biblioteca contaba con una copia de la versión francesa del tratado de Maclaurin, escrita en 1749 por Esprit Pézénas (1692-1776), jesuita francés de claras tendencias newtonianas.⁸ Es más que probable que Padilla se basara en esta versión, como prueba el hecho de que un error de la traducción de Pézénas (§860, segundo volumen) se halla también en el tratado de Padilla (Regla IV, §121), como ya había señalado Cuesta-Dutari [1976-1983, p. 126]. El catálogo de la biblioteca de la Academia de Matemáticas del Cuartel de Guardias de Corps también incluía libros franceses sobre cálculo, escritos desde el punto de visto leibniziano, como *Analyse des infiniment petits* del Marqués de L'Hospital (1696) y *Analyse démontrée* de Reyneau (1708), utilizados en las escuelas militares francesas [BLANCO, 2007]. Así que, después de todo, Padilla optó por basarse en el trabajo de Maclaurin, dejando deliberadamente a un lado la corriente leibniziana seguida en Francia.

La regla para caracterizar máximos y mínimos de Maclaurin no aparecía en los tratados españoles de cálculo posteriores, adoptándose por el contrario el enfoque leibniziano. Así, en los *Elementos de Matemática* (1772), obra de referencia de la época, Benito Bails (1730-1797) no discutía la naturaleza de los valores extremos. Basándose en el punto de vista de Leibniz, su sección de máximos y mínimos era una adaptación del

⁸ Sobre la transmisión del newtonianismo por parte de los jesuitas véase GRABINER [1997], GUICCIARDINI [1989] y RUSSELL [1991]. Por otro lado, AUSEJO & MEDRANO-SÁNCHEZ [2010] analizan el papel jugado por los jesuitas en la circulación del método de fluxiones.

volumen correspondiente del reputado *Cours de mathématiques* (1764-1767) de Bézout, que a su vez se asemeja al estudio de extremos del *Analyse des infiniment petits* de L'Hospital:

§41. Ainsi, lorsque l'on fait qu'une quantité est susceptible d'un *maximum*, ou d'un *minimum*, ou de tous les deux, pour distinguer dans lequel de ces trois cas elle se trouve, il faut, en supposant que a marque la valeur de x , qui convient au *maximum* ou *minimum*, substituer dans la quantité proposée au lieu de x , successivement $a + q$, a & $a - q$. Si les deux résultats extrêmes sont réels & plus petits que celui du milieu, la quantité est un *maximum*; si, au contraire, les deux résultats extrêmes sont plus grands que celui du milieu, la quantité est un *minimum*: enfin, si des deux résultats extrêmes l'un est imaginaire & l'autre réel, la quantité est tout-à-la-fois un *maximum* & un *minimum* [BEZOUT, 1799-1800, vol. III, §41].

Éste era el procedimiento habitual en los manuales franceses de cálculo durante la mayor parte del siglo. En general, Bézout introdujo las definiciones y reglas elementales del cálculo diferencial, e incluso el contenido, de forma similar a como lo había hecho L'Hospital [BLANCO, 2007]. Se podría afirmar que el *Curso* de Padilla estaba más actualizado en ciertos aspectos que el *Cours* de Bézout, que fue una obra reconocida y de gran impacto no sólo en Francia, si no en España, Portugal e incluso Estados Unidos. Para apoyar esta afirmación veamos otro ejemplo, centrado en el concepto de curva. Un punto esencial del cálculo de Leibniz era la identificación de la curva con un polígono infinitangular, es decir, un polígono de infinitos lados infinitamente pequeños. Dicha identificación implicaba que la tangente podía ser considerada como una extensión de uno de los lados del polígono infinitangular. Este enfoque, defendido por L'Hospital en 1696, aún jugaba un papel relevante en el *Cours* de Bézout más de sesenta años después [BÉZOUT, 1799-1800, vol. III, §30; L'HOSPITAL 1696, §3 y *Définition*, Section II].

Por otro lado, es bien sabido que con su obra *Introductio in analysin infinitorum* (1748) Leonhard Euler (1707-1783) contribuyó a la elaboración del concepto de función. Más tarde, en sus *Institutiones calculi differentialis* (1755), Euler proporcionó un tratamiento completo de la derivación funcional, donde las secuencias de valores no venían inducidas por el polígono infinitangular, sino por una función de una variable

independiente. Sin embargo Bézout sólo introduce el concepto de función en la sección concerniente al cálculo integral, no así en la sección sobre cálculo diferencial. Este hecho es un reflejo de la ausencia del concepto de función en el contexto universitario francés [SCHUBRING, 2005, pp. 217-219].

Padilla no define una curva como un polígono infinitangular, sino en términos de su generación cinemática (§20, tratado V). Cabe destacar que en el tratado IV, *De la Geometria Superior o de las Curvas*, Padilla agrupa las líneas curvas según la clasificación de Euler:

§4. Definición IV: Líneas curvas continuas se dicen aquellas en que la relación de las abscisas con las aplicadas es siempre una misma; y discontinuas cuando esta relación es variada.

§5. Definición V: Curvas algebraicas se dicen aquellas cuya relación entre las abscisas, y aplicadas se puede expresar algebraicamente; y trascendentes las que carecen de esta circunstancia, esto es, que en las primeras sean racionales las potencias de las abscisas, y aplicadas, e irracionales en las segundas. [PADILLA, 1753-1756, tratado IV, §§4-5]

Estas definiciones coinciden claramente con las que había presentado Euler en su *Introductio in analysin infinitorum* unos pocos años antes [EULER, 1748, §9, cap. I, libro II y §7-8, cap. I, libro I]. Por tanto, se puede decir que Padilla se mantenía al corriente de los últimos descubrimientos en el campo del cálculo por parte de autores británicos y continentales, y no exclusivamente franceses.

Consideraciones finales

No cabe duda de que la ciencia y la educación española del siglo XVIII estaban claramente influidas por las corrientes francesas. Sin embargo el estudio de la obra de Padilla puede servir para ilustrar que esta visión no es ni mucho menos homogénea, y que la circulación del conocimiento científico no se movía según una única dirección. Así, en el caso de Padilla podemos hablar de una apropiación del conocimiento científico, de forma activa, y no de una simple transmisión, en sentido pasivo. Esta afirmación se ve reforzada por la incorporación de ciertos aspectos innovadores en el

tratado de cálculo de Padilla, no exclusivamente de origen francés. En primer lugar, se ha visto que Padilla adoptó la misma clasificación de las ciencias que D'Alembert, lo cual ilustra una temprana circulación de la *Encyclopédie* en España. En segundo lugar, Padilla trata las curvas siguiendo la definición y clasificación de Euler. Y finalmente, Padilla elige un método nuevo y sofisticado para caracterizar máximos y mínimos, basado en el método de Maclaurin.

Pero los aspectos innovadores no sólo se dan a nivel conceptual. El *Curso Militar de Mathematicas* de Padilla representa también un cambio metodológico en el contexto educativo militar de la España del XVIII. Como hemos visto, las academias de matemáticas estaban reguladas por las reales ordenanzas y tenían que seguir las directrices impuestas por la academia de Barcelona. Es posible que su *Curso* fuera un compendio de sus propias notas impresas. Si así fuera, su publicación señalaría un principio de transición de las clases dictadas y los cuadernos manuscritos hacia el manual impreso. Quizás la iniciativa de Padilla fue demasiado temprana y aislada, en un sistema educativo en el que la tradición de dictar aún estaba fuertemente implantada, hecho que sin duda obstaculizó la circulación del trabajo de Padilla.

Agradecimientos

Este trabajo ha contado con el apoyo del Ministerio de Ciencia e Innovación (HAR2010-17461).

Bibliografía

- ARCHIVO GENERAL DE SIMANCAS (AGS). Guerra Moderna, legajos 3011 y 3778.
- AUSEJO, E. & MEDRANO-SÁNCHEZ, F. J. (2010). "Construyendo la modernidad: nuevos datos y enfoques sobre la introducción del cálculo infinitesimal en España (1717-1787)". *Llull*, 33 (71), 25-56.
- BAILS, B. (1779-1787). *Elementos de Matemáticas*, Vol III. Joaquín Ibarra, Madrid.
- BÉZOUT, É. (1799-1800). *Cours de mathématiques à l'usage du Corps de l'Artillerie*, Vol. III. Chez Richard, Caille et Ravier, Paris.
- BLANCO, M. (2007). "Análisis comparativo de la comunicación del cálculo diferencial en el siglo XVIII: la educación militar en Francia y Prusia". *Llull*, 30 (66), 213-229.

- BROWN, G. I. (1991). "The evolution of the term «mixed mathematics»". *Journal of the History of Ideas*, 52 (1), 81-102.
- CAPEL, H., SÁNCHEZ, J. E. & MONCADA, O. (1988). *De Palas a Minerva. La formación científica y la estructura institucional de los ingenieros militares en el siglo XVIII*. CSIC, Ediciones El Serbal, Barcelona.
- CARRILLO DE ALBORNOZ, J. (2008). "Ingenieros ilustres del XVIII. Parte II". *El Memorial del Arma de Ingenieros*, 80, 69-104. [<https://www.060.es>] 12 Septiembrr 2011.
- COBOS, J. M. & FERNÁNDEZ-DAZA, C. (1991). *El cálculo infinitesimal en los ilustrados españoles: Francisco de Villalpando y Juan Justo García*. Servicio de publicaciones de la Universidad de Extremadura, Cáceres.
- CUERPO DE INGENIEROS DEL EJÉRCITO (1911). *Estudio histórico del Cuerpo de ingenieros del ejército, iniciado al celebrar en 1903 el primer centenario de la creación de su Academia y de sus tropas ...* (2 vols.). Estab. Tip. "Sucesores de Rivadeneyra", Madrid.
- CUESTA DUTARI, N. (1976-1983). *Historia de la invención del análisis infinitesimal y de su introducción en España*. Eds. Universidad de Salamanca, Salamanca.
- D'ALEMBERT, J. LE R. & DIDEROT, D. (1751). *Encyclopédie ou dictionnaire raisonné des sciences, des arts et des métiers*. Chez Briasson, David, Le Breton, Durand, Paris.
- DE MORA, M. & MASSA-ESTEVE, M. R. (2008). "On Pedro de Lucuce's mathematical course: sources and influences". En: H. Hunger, F. Seebacher and G. Holzer (eds.), *Proceedings of the Third International Conference of the European Society for the History of Science*. Austrian Academy of Sciences, Vienna, 869-878.
- EULER, L. (1748). *Institutiones in analysis infinitorum*. Berlin. Traducción en inglés de J. D. Blanton (1988), *Introduction to Analysis of the Infinite*. Springer-Verlag, New York. Traducción en español de J. L. Arantegui Tamayo (2000), *Introducción al análisis de los infinitos*. SAEM "Thales" y Real Sociedad Matemática Española, Sevilla.
- GALLAND, M. (2005). "Los ingenieros militares españoles en el siglo XVIII". En: A. Cámara (Ed.), *Los ingenieros militares de la monarquía hispánica en los siglos XVII y XVIII*. Ministerio de Defensa- Asociación Española de Amigos de los Castillos- Centro de Estudios Europa Hispánica, Madrid.
- GARCÍA HOURCADE, J. L. & VALLES GARRIDO, J. M. (1989). *Catálogo de la biblioteca diocoesca del Real Colegio de Artillería de Segovia. Fondos de los siglos XVI, XVII y XVIII hasta 1808*. Vol. I, *Libros científicos*. Academia de Artillería de Segovia, Segovia.
- GARMA, S. (1978). "Producción matemática y cambios en el sistema productivo en la España de finales del siglo XVIII". En: A. Carreira, J. A. Cid, M. Gutiérrez Esteve and R. Rubio (eds.), *Homenaje a Julio Caro Baroja*. Centro de Investigaciones Sociológicas, Madrid.
- GARMA, S. (2002). "La enseñanza de las matemáticas". En: J. L. Peset Reig (ed.), *Historia de la ciencia y de la técnica en la Corona de Castilla*, vol. IV. Junta de Castilla y León.
- GRABINER, J. V. (1997). "Was Newton's calculus a dead end? The Continental influence of Maclaurin's Treatise of Fluxions". *American Mathematical Monthly*, 104 (5), 393-410 .
- GRABINER, J. V. (2002). "Maclaurin and Newton: the Newtonian style and the authority of mathematics". En: C. W. J. Withers & P. B. Wood (eds.), *Science and Medicine in the Scottish Enlightenment*. Tuckwell Press, East Linton.
- GRABINER, J. V. (2004). "Newton, Maclaurin and the authority of mathematics". *American Mathematical Monthly*, 111 (10), 841-852.
- GUICCIARDINI, N. (1989). *The Development of Newtonian Calculus in Britain 1700-1800*. Cambridge Universtiy Press, Cambridge.
- HAHN, R. (1986). « L'enseignement scientifique aux écoles militaires et d'artillerie ». En: R. Taton (ed.), *Enseignement et diffusion des sciences en France au dix-huitième siècle*. Hermann, Paris.

- HIDALGO, E. (1991). "El Aula de Matemáticas de los Guardias de Corps (1750-1761)". En: M. Valera & C. López Fernández (eds.), *Actas del V Congreso de la Sociedad Española de Historia de las Ciencias y de las Técnicas*, vol. II. DM-PPU, Murcia.
- JUAN, J. & ULLOA, A. (1748). *Observaciones astronómicas y físicas hechas en los reinos del Perú*. Juan de Zúñiga, Madrid.
- LAFUENTE, A. & PESET, J. L. (1982). "Las Academias Militares y la inversión en ciencia en la España ilustrada (1750-1760)". *Dynamis*, 2, 193-209.
- L'HOSPITAL, G. F. A. de (1696). *Analyse des infiniment petits pour l'intelligence des lignes courbes*. Imprimerie Royale, Paris (reimpreso por ACL-Éditions, Paris, 1988).
- MACLAURIN, C. (1742). *A Treatise of Fluxions (in two books)*. Impreso por T. W. & T. Ruddimans, Edinburgh. Traducción francesa de E. Pézénas (1749), *Traité de fluxions*. Jombert, Paris.
- NAVARRO-BROTÓNS, V. (2002). "Tradition and Scientific Change in Modern Spain: The Role of the Jesuits". En: M. Feingold (ed.), *Jesuit Science and the Republic of Letters*. The MIT Press, Cambridge, MA/ London.
- NAVARRO-BROTÓNS, V. (2006). "Science and Enlightenment in eighteenth-century Spain: the contribution of the Jesuits before and after the expulsion". En: J. W. O'Malley, S. J., G. A. Bailey, S. J. Harris & T. F. Kennedy, S. J. (eds.), *The Jesuits II: Cultures, Sciences and the Arts, 1540-1773*. University of Toronto Press, Toronto.
- NAVARRO-BROTÓNS, V. & EAMON, W. (2007). "Spain and the Scientific Revolution: Historiographical Questions and Conjectures". En: V. Navarro-Brotóns & W. Eamon (eds.), *Más allá de la Leyenda Negra: España y la Revolución Científica / Beyond the Black Legend: Spain and the Scientific Revolution*. Instituto de Historia de la Ciencia y Documentación López Piñero, Valencia.
- ORTIZ, E. L. (1994). "Spain, Portugal and Iber-America, 1780-1930". En: I. Grattan-Guinness (ed.), *Companion Encyclopedia of the History and Philosophy of the Mathematical Sciences*. Routledge, London.
- PADILLA Y ARCOS, P. (1753-56). *Curso militar de mathematicas, sobre partes de esta ciencia, para uso de la Real Academia establecida en el Cuartel de Guardias de Corps*, Vols. I y IV. Antonio Marín, Madrid.
- PORTUGUES, J. A. (1765). *Colección General de las Ordenanzas Militares, sus Innovaciones, y Aditamentos, dispuesta en diez tomos y con separación de clases*, Vols. V-VI. Imprenta de Antonio Marín, Madrid.
- PUIG-PLA, C. (2002). Sobre el significat del concepte *matemàtiques*: matemàtiques pures i mixtes en els segles XVIII i XIX". En: J. Batlló Ortiz, P. Bernat López & R. Puig Aguilar (eds.), *Actes de la VI Trobada d'Història de la Ciència i de la Tècnica*. Societat Catalana d'Història de la Ciència i de la Tècnica, Barcelona.
- RUSSELL, C. A. (1991). "The Reception of Newtonianism in Europe". En: D. Goodman & C. A. Russell (eds.), *The rise of scientific Europe 1500-1800*. The Open University, Kent.
- SÁNCHEZ-BLANCO PARODY, F. (1991). *Europa y el pensamiento español del siglo XVIII*. Alianza Editorial, Madrid.
- SCHUBRING, G. (2005). *Conflicts between Generalization, Rigor, and Intuition*. Springer, New York.
- SEGOVIA, F. (2004). "Los fondos bibliográficos de la Academia de Matemáticas". En: J. M. Muñoz Corbalán (ed.), *La Real Academia de Matemáticas de Barcelona, el legado de los Ingenieros Militares*. Ministerio de Defensa, Madrid.
- SELLÉS, M. (2002). Rodear continentes y surcar mares. En: J. L. Peset Reig (ed.), *Historia de la ciencia y de la técnica en la Corona de Castilla*, vol. IV. Junta de Castilla y León.
- TAYLOR, B. (1715). *Methodus directa et inversa*. London.