

肉雞飼料配方的經濟分析—營養素 相關性對飼料生產成本之影響

簡立賢*

摘要

關鍵字：飼料配方、肉雞生產成本、數學規劃、營養素相關性

本文透過模擬程序，針對肉雞飼料原料中營養素間的共變異數性質後所可能產生的經濟效果進行研討。透過修正機會限制規劃法，以本省肉雞生產資料，考量玉米以及大豆粕兩種原料中蛋白質與熱能兩種營養素為例估測後，結果顯示在通過飼料中相關營養素含量必須符合規定的機率水準下，飼料成分中營養素間的正相關性質，的確會降低飼料成品的成本。雖然單位金額減少幅度相當有限，然而在考量肉雞生產中飼料使用量以及飼料支出項佔變動成本的比例後，獲利應是相當顯著的。

* 國立中興大學農業經濟學系講師。

肉雞飼料配方的經濟分析—營養素 相關性對飼料生產成本之影響

簡立賢

壹、前言

近年來，農政單位為因應加入世界貿易組織(World Trade Organization, WTO)後，在全球經濟自由化趨勢下，開放國內農產品市場對現有本國畜牧產業之衝擊，乃積極推動降低生產成本輔導工作，藉以培養農業部門因應能力，以發展具國際競爭力的農牧產品。根據行政院農業委員會針對此一發展所規劃的農業經營策略，提高生產效益與降低生產成本，乃成為現階段提昇畜牧產業競爭力之重要工作項目(農委會，民國 85 年)。

欲有效降低生產成本，首先應當針對其支出項目結構進行瞭解。分析畜牧業的成本結構，飼料費用實為一最主要變動支出項。毛豬的飼料成本支出比例頗高，約佔總變動費用之七成以上(黃玉鴻等，民國 87 年；羅明哲，民國 76 年)。至於肉雞方面，根據前台灣省政府農林廳刊行「農產品生產費用與收益」資料顯示，以民國 87 年飼養白肉雞農家為例，平均飼料費支出為每百公斤 2,013 元，約佔其總直接費用(3,186 元)之 63.18%，比例亦相當高。依此觀之，個別飼主如能有效控制飼料成本，當能大幅改善農家收益。另一方面，依照目前養雞產業垂直整合的結構(郭義忠，民國 85 年)，如能在技術上有效減少禽畜對飼料消耗量，農企業業者亦可因而獲利，進而強化產業競爭力。

牲畜需攝取不同食物，以吸收其中所含各種營養，提供生長所需。技術上而言，農場主購入不同的原料(feed ingredient，或稱成分，如玉米、大豆粕、魚粉、石灰等)，根據其所包含的不同營養素(nutrient，如蛋白質、熱能、維生素、礦物質等)，依照技術手冊

與經驗上不同生長階段與飼養用途對於營養素需求量的特定條件，調配所需飼料。

一般而言，農場主在以各種原料調配飼料時，多以一般刊行之該種原料所含的營養素成分值為基礎，來加以調製，不過由於品種、產地、儲運條件不同，每一批原料所含的營養素含量，可能是有所出入的，換言之，營養素值在原料中實為一隨機變數，而非包裝上或手冊上的常數。假設此一現象的確存在，則同一原料的不同營養素間，即可能存有若干隨機變數的統計特性，如統計相關(correlation)。而此種變數間的潛在關係，勢必對飼料配方中原料投入量，甚至對飼料成本產生影響，值得進一步探討。

多項研究顯示，數學規劃模型(mathematical programming model)可在滿足技術上相關營養素之要求下，有效考量原料中的變動營養素含量，以求出肉雞飼料的調製配方(或原料配置)(Chen, 1973; D'Alfonso 等人, 1992; Rahman 及 Bender, 1971)。然而過去的研究，僅只針對單一營養素(如 Chen)或多項營養素(如 D'Alfonso 等人, 1992)的隨機性質進行研究，並未考量在同一原料中不同營養素間是否存在統計性質之可能性，因而忽略了可能的影響，殊甚可惜。

如前所述，由於飼料費用佔畜牧業直接經營成本之六成以上，若「營養素相關」性質確實對於飼料原料投入，乃至於最終成本具顯著影響，此一結果對於畜牧農家或相關飼料產業的經營與政府產業輔導上均具有重大經濟與政策意涵。因此本研究擬考量不同營養素在同一飼料原料存在統計相關特性的可能性，透過數學規劃方法，建立模型。並以本省肉雞飼料為例，討論重要營養素在不同相關程度下，對於肉雞飼料配方中原料投入之影響，進而評估降低飼料成本之可能性。簡言之，本文希冀達成下列目標：

1. 考量主要營養素於同一飼料原料之相關性，並以肉雞產業為例，探討對其飼料成本的影響。
2. 在設定達成營養素含量要求標準之機率水準下，討論同一飼料原料之營養素存有不同相關程度關係，並比較各飼料配方之成本，進以引申經濟涵義。
3. 就營養素間統計相關、飼料品質，以及飼料成本間的問題，依據實證結果，引申政策涵意。

貳、肉雞產業飼料課題

分析我國畜牧部門中各禽畜的產值結構比重，肉雞乃是僅次於毛豬之重要畜產品。根據農業年報統計資料顯示，民國 87 年間本省所有雞隻¹屠宰數為 3 億 8,952 萬隻，產值約為 352 億 1,342 萬元，佔該年度總農業生產總值的 9.36%。

肉雞產業因飼料業者與傳統飼養農家之垂直整合產業經營結構漸趨成熟，在技術與資金的支援下，飼養量與消費市場規模近年來均有長足成長。復因本省豬隻口蹄疫爆發後，市場對於禽肉產生替代需求，此一因素更使生產量顯著增加。以民國 86 年為例，國內肉雞產業產值首度超過畜產部門總產值的三成，達到 326 億 5,330 萬元。顯示肉雞產業已在畜牧部門，乃至於本省農業生產中取得重要地位。

分析近七年來，本省白肉雞最終生產成本支出結構中「直接成本」項的變化可知，飼料費用一直佔最主要地位(表 1)。其值由民國 80 年間的每百隻 3,771 元(67.79%)，略降為民國 86 年之 3,665 元(60.77%)。雖然其間一度高達 3,926 元(民國 85 年)，不過比較其相對百分比之後，飼料成本支出佔肉雞生產直接成本比例仍呈逐年穩定下降的趨勢(臺灣農業年報)。縱然如此，該項費用仍約佔總直接成本的六成左右²，其對最終產品成本的影響，實不容忽視。因此，如能有效減少飼料項支出，勢必對降低總生產成本的努力具直接明顯影響。

1 此處雞的種類包括：蛋雞(layer),白色肉雞(broiler)與有色肉雞(colorful broiler)。

2 與美、泰以及大陸等重要雞肉出口國相比較，我國肉雞飼料成本佔總生產成本的比例雖較後兩國為低(大陸為 71.7%，泰國為 62.9%(1994))，但仍高於美國(58.1%(1994))(TBPEA, 1999)。

表1 本省白肉雞生產費用

單位：元/百隻

年度(民國) ¹	80		81		82		83		84		85		86	
	費用	%	費用	%	費用	%	費用	%	費用	%	費用	%	費用	%
直接費用														
幼畜費	756	13.59	751	13.97	1104	19.81	1573	27.17	1024	18.95	1380	22.13	1291	21.41
飼料費	3771	67.79	3529	65.66	3481	62.45	3359	58.02	3378	62.51	3926	62.97	3665	60.77
人工費	446	8.02	482	8.97	459	8.23	348	6.01	389	7.20	367	5.89	330	5.47
醫藥保險費	418	7.51	459	8.54	393	7.05	361	6.24	452	8.36	406	6.51	542	8.99
其他 ²	172	3.09	154	2.87	137	2.46	148	2.56	161	2.98	156	2.50	203	3.37
合計	5563	100.00	5375	100.00	5574	100.00	5789	100.00	5404	100.00	6235	100.00	6031	100.00

1 由於民國87年資料，農林廳對於肉雞之生產成本費用，改以每百公斤取代每百隻為計算基礎，因此本處並未包含該年度資料。

2 其他成本包括能源費、材料費以及手續雜費。

資料來源：臺灣農業年報。

我國於民國 87 年間約生產 728 萬 773 公噸之配合飼料³，其中供應予家禽與毛豬二產業的比例，幾佔飼料總供應量之九成。家禽部份需求約有 361 萬 6,113 公噸，佔 49.67%，而毛豬生產則為 289 萬 1,000 公噸需求，佔 39.71%。如以飼料來源觀之，家禽方面幾乎近九成係來自飼料廠配好的商品飼料成品(320 萬 4,853 公噸，88.63%)，而毛豬業者採用商品飼料的比例則僅為 40.46%(116 萬 9,761 公噸)。由此亦可推知，肉雞產業較毛豬產業消耗了更多的飼料量。因此，養雞業者與飼料供應商間的關係較毛豬業者，更為密切。

飼料是營養專家依牲畜在不同成長階段或養育用途，計算所需的各種必須營養素(如蛋白質、熱能、各種礦物質及維生素)的最適攝取量後，飼料業者再根據不同飼料原料(如玉米、大豆粕、魚粉等)中其所含的各種營養素，依配方(formula)配製而成。因此一種原料可能含有一種或以上的營養素，同樣的，一種營養素來源也可能來自一種或以上的原料。為充分提供飼育禽畜成長養分之所需，飼料配方中各項原料所含不同類營養素，加總後必須符合標準。由於各原料受栽培品種、保存條件及調製技術等多項因素影響，所以每一批來源不同的原料(如美國玉米與澳洲玉米)中其所含的營養素含量實際上是存有差異的，亦即在統計上呈現隨機分配，因此可視為具不同平均值與變異數之隨機變數(random variables)。

除了營養素含量在原料中不盡然為固定外，同一原料內的不同營養素間亦可能存在其他的統計性質，值得釐清。以熱能(energy)與蛋白質(protein)兩項營養素為例，兩者普遍存在於多項原料中，然而其主要功能並不相同。以蛋白質為例，主要以提供細胞新陳代謝活動所需的能源為主；而後者則主要在於作為增生新細胞，或舊細胞再生修補的任務。然而，在某一些特殊狀況下，生物體對於兩營養素的利用方式，亦會產生變化。例如當熱能數量不足以因應身體所需時，蛋白質亦有可能被利用於補充熱能的用途，亦即兩者功能存有互為替補的可能性。因此，在未考慮營養素相關性質存在前，飼料配方中之個別營養素(例如蛋白質與熱能)含量，應為該素在原料中(如玉米與大豆粕)個別含量之總和。但如果不同營養素間的相關性質獲得證實，則滿足個別營養素(蛋白質與熱能)最低

3 配合飼料包括商品飼料(commercial feed)與農場自配飼料(farm processed feed)兩種。

含量要求所需的原料(如玉米與大豆粕)數量，勢必與原有配方數量有所差異，進而影響最終配製成本。

誠如前述，由於各原料中所含營養素多寡，常受許多因素影響而不同，為滿足飼料品管上對於法定的營養素含量標準條件，農場主或飼料工廠往往在調配飼料時，傾向於多放某些原料，以求符合營養素含量最低要求。雖然增加原料投入會直接提高成本，而為業者所不喜，但如果貿然減少原料投入量，雖可節省飼料成本，但若導致飼料中營養素含量偏低，卻會直接影響育禽生長，產生代謝機能障礙，降低牲畜市場價值。反而造成損失。對於飼料供應廠商而言，亦會使其商譽因供貨品質瑕疵而受損。因此一般在配製飼料時，在對於營養素變數特性不瞭解的情況下，不得不採取「多放原料」的策略，雖可避免飼料中營養素含量不足之風險，卻亦相對的提高了飼料成本的最終支出。因此，如能有效考量營養素在各種原料中的統計特性，進而更精確地設計飼料配方中各項原料的投入，當可協助業者在生產經營上更經濟，更有效率。

參、文獻回顧

對於業者而言，在技術條件限制以及原料成本雙重考量下，如何在顧及經濟變數下，調配出符合營養標準的飼料成品，是個相當重要的挑戰。因此考量來源不同的同一飼料原料中之各營養素內以及之間的變異性質，對於調配飼料比率(feed ratio)所產生的影響，卻是相關研究中一個根本的問題，而數學規劃模型即為一相當普遍的方法，用以處理相關的課題。

數學規劃模型依照模型中設定之相關函數型態不同，可分為線性與非線性兩類。依字面意義可知，線性規劃模型中的目標與限制函數(objective and constrain function)僅以線性方程式構成，因此在推估上，具有模型設計簡單易懂以及運算容易等優點。不過也因為線性函數的設定，容易造成模型過度簡化相關變數間關係的結果。

Rohman 與 Bender (1971)嘗試在滿足法令規定的營養素達成機率值下，考量一營養素(蛋白質)為隨機變數及其統計性質後，建立一隨機線性規劃模型(stochastic linear programming model)。在原料中含有常態分配之營養素含量的假設以及概似隨機限制式下，推估單一營養素(蛋白質)在原料中的變異程度對飼料失敗率(failure ratio)的影響。該文以美國 Maryland 州 Delmarva 地區之白肉雞飼料為例，將非線性的營養素(蛋白質)變異數，透過泰勒數列展開式(Taylor's series expansion)予以線性化後，使二次方的變異數方程式成為線性，求解最低成本飼料配方問題。不過其研究仍屬線性分析模型設定，實證結果說明以此模型，可以降低運算程序，有效簡化推估過程，提高應用價值。

至於非線性數學規劃模型，則考量相關函數設計呈現非線性的可能情況，雖然較貼適於實況，然而模型設定與求解程序的複雜性亦相對增加。在相關的飼料課題研究上，Chen(1973)強調在其他營養素限制以及飼料成本上限兩大限制條件下，求取最終飼料營養素含量之變異性極小(或是求滿足該營養素限制機率的極大)。基於“平均值-變異數效率(E-V efficiency)”均衡概念，Chen 採用二次規劃模型(quadratic programming model)以考量營養素變異數對飼料成功機率的影響，進而達成最低成本的要求。

實務上，雖然業者瞭解同一種原料由於種種因素，其所含營養素的差異或許存在，然而由於簡化作業的考量，實無法一一針對來自不同產地的相同原料進行檢測。因此實務上對於飼料成品是否符合標準的認定，乃轉以要求飼料成品中其營養素的含量滿足所定標準值(benchmark)的出現機率必須超出某一先決機率值為衡量基礎。D'Alfonso 等人(1992)以家禽飼料配方為例，考量當營養素的成功要求機率高於 0.5 時，非線性隨機規劃模型(nonlinear stochastic programming model, SP)將可提供一較佳的估測結果。作者同時計算 SP 模型、傳統線性規劃模型(LP)以及由 Hubbell (1990)所提出對於飼料中各種營養素的上下限所必備的安全邊際(margin of safety, MS)概念模型，並比較個別營養素配置水準與最終飼料成本。主要實證結果如下列三點：(1)LP 模型的飼料成本雖然最低，但其對營養素的最低含量的成功機率，僅限定高於百分之五十水準。(2)SP 模型在最終飼料成本上優於 MS 模型，在同樣的條件下，SP 飼料成本每噸較之 MS 模型約便宜兩美元。(3)要

求營養素含量符合要求的機率與最終飼料成本成正比。亦即要求成功機率越高，成本越高。

雖然多項研究，已運用數學規劃模型將成功機率、成本考量、營養素變異數存在等因素引入飼料配方分析中，但對於多種營養素間的統計關係存在與否，並未見諸廣泛討論。基此，下一節中本研究擬先介紹基礎線性規劃模型與引入機率概念後的機會限制規劃模型，並導入多變量機率概念，考量變數間可能的統計關係，以求更切合現實狀況，提高應用價值。

肆、肉雞飼料配方模型之設計 多重隨機營養素模型

一、線性規劃模型

一般而言，在配置飼料原料比值的公式中，如果採用營養素在飼料成份中含量的平均數值，在最佳狀況下產生一個滿足最低營養素要求之飼料成品的機率值應有50%(Charnes 與 Copper, 1963)。然而，這個最理想的特例，卻必需設立在一個最難以達成的狀況基礎上：亦即成份中的各營養素均需完全相關(perfectly correlated)。一旦欠缺此一相關特性，則依此法配製的飼料，其營養素仍滿足或超過要求的機率勢必低於百分之五十。

線性(Linear)飼料混合模型在最低原料比值的決定中，並未包含營養素的變化，因此其營養素含量可以一飼料中各種原料中含量加總表示之。此模型相當簡單而且容易計算應用，不過卻因過度簡化而使結果的說服力大為降低。考量一具備 n 種飼料原料總共有 m 種營養素的例子。則其最低成本線性規劃模型可表示如下：



National Chung Hsing University

$$\text{Min}_{X_j} \sum_{j=1}^n C_j X_j \quad (1)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{j=1}^n a_{ij} X_j \geq (\text{or } \leq) A_i, \quad i = 1, \dots, m \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^n X_j = 1 \quad (3)$$

$$X_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n. \quad (4)$$

式中 X_j 表示成品飼料中的第 j 種原料所佔的數量比率， C_j 表示第 j 種原料的單位價格， a_{ij} 表飼料中第 i 種營養素在第 j 種原料的含量百分比， A_i 表示第 i 種營養素在飼料中含量的上(下)限，因此目標式(1)為考量所有原料投入的成品飼料總成本。第一組限制式(2)中僅有 m 條限制式，表示飼料配方法定所需營養素之最低或最高的含量。第二組限制式(3)則是“加總(adding up)”限制式，透過此式可使一單位重量的原料總和(投入面)等於一單位飼料重(產出面)。至於式(4)則為非負數(Non-negative)限制，以保證原料比率值必須為正數或零的必要性。

二、機會限制非線性規劃模型—單一隨機營養素模型

在原料中營養素含量的變異性質的考量下，如欲增加營養素要求同時達成的概似機率，吾人可用機會限制非線性規劃模型(chance constrained nonlinear programming model)以解決此類問題。舉例而言，吾人可規劃出最低成本飼料的原料比值，再進一步規定此比值必須使特定營養素含量滿足法定標準之機率符合 60%、70%，甚至於 80%、90%、95%的成功值，而不是一般 50%標竿水準(D'alfonso 等人, 1992)。經過此一調整後，機會限制規劃模型較之線性模型，更能表現出飼料配方問題上的實務品質的限制特性，也更貼切現實。



機會限制規劃模型與線性規劃模型之主要不同，乃在於對營養素需求限制式的處理差異。該模型之典型限制式可表示為：

$$\text{Prob} \left[\sum_{j=1}^n a_{ij} X_j \geq A_i \right] \geq S_i, \quad i = 1, \dots, m \quad (5)$$

式中， $\text{Prob} \{ \cdot \}$ 表示該飼料成品之最低營養素需求能夠滿足法定要求的機率值， S_i 表成品飼料中第 i 項營養素滿足要求的規定臨界機率。易言之，亦即是在前述的線性模型中，再加入機率條件與線性化營養素變異數推估等限制式。然而，這些限制式應該是非線性式，並在相關變數統計分配特性為已知的假設下求算結果。

Chen(1973)結合平均值—變異數效率(E-V efficiency)模型，以及最低成本飼料配方模型，創造了機會限制規劃模型，因此飼料配方問題乃可以在原料中營養素含量呈現常態分配的假設下，轉化為一明顯的非線性規劃問題。因為吾人可以一包含營養素期望值及變異數的非線性目標式來取代機率限制式，而以成本條件作為新的限制式。如前所述，Chen的分析主要是應用於當設定某一種營養素是變數的情形下，最適飼料混合比率則可依據二個基礎而加以選擇：一是飼料單位成本；一是在特別營養素最低(高)水平要求下，滿足此一要求之成功機率。易言之，即是在飼料成本固定及法定營養素含量標準已知等限制條件下，求取滿足某一飼料配方中營養素符合標準的機率極大。

簡言之，Chen 的問題可以數學式表示如下：

$$\text{Max Prob} \left[\sum_{j=1}^n a_{1j} X_j \geq A_1 \right] \quad (6)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{j=1}^n C_j X_j \leq k \quad (7)$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} X_j \geq (\text{or } \leq) b_i, \quad i = 2, \dots, m, \quad (8)$$

國立中興大學

National Chung Hsing University

$$\sum_{j=1}^n X_j = 1 \quad (9)$$

$$X_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (10)$$

式中 k 為既定的飼料成本， A 表示營養素在飼料中含量的上(下)限。

三、機會限制非線性規劃模型—多重隨機營養素模型

本研究嘗試將 Chen 的問題加以一般化，使之更符合事實。亦即將一項以上的營養素視為隨機變數，而考慮在某一特別的原料中，這些營養素間可能相關的情形(Kirby 等人, 1993; D'alfonso 等人, 1992)。新的模型與原模型並無不同，主要差別在於對機率項的處理上，由目標式移為限制式，而成本式則成為新的目標式。易言之，即是在要求滿足法定含量的達成機率及其他主要限制下，求飼料成本極小。此一調整透過調整目標式為線性，原非線性目標式轉換為限制式的處理，除有助於簡化推估計算工作外，在經濟涵義上也因提示「成本最小」而較原模型具體易懂。改寫後的模式可表為：

$$\text{Min } \sum_{j=1}^n C_j X_j \quad (11)$$

$$\text{s.t. } \text{Prob} \left[\sum_{j=1}^n a_{ij} X_j \geq (\text{or } \leq) b_i \right] \geq S_i, \quad i = 1, 2, \dots, p \quad (12)$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} X_j \geq (\text{or } \leq) b_i, \quad i = p+1, \dots, m \quad (13)$$

$$\sum_{j=1}^n X_j = 1 \quad (14)$$

$$X_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (15)$$

值得注意的是式中將所有營養素分隔為(1,2,...,p)以及(p+1, p+2, ..., m)兩組，其中

此一飼料的前 P 個營養素必須滿足相關法令要求，否則將視為不合格，因此重新設定的機率限制式，必須涵蓋前 P 個營養素限制式同時滿足的聯合機率。由於考量運算所可能遭遇到的複雜性，下面再引進多變量常態機率分配概念，就此部分予以進一步的處理。

四、多變量常態分配機率 (multivariate normal distribution)

當在一事件中，同時考量兩個或以上的隨機變數機率性質時，吾人可以運用聯合機率分配概念予以說明。亦即在兩個或以上具已知機率分配條件的相關隨機變數，其聯合機率可以透過一聯合機率密度函數(joint probability density function, joint p.d.f.)的多重積分而求得。假設飼料由 n 種原料成分所構成，每一種成分則含有一種或以上的營養素。同時為維持牲畜成長以及經濟用途之功能(如產蛋，泌乳等)，專業飼養規範上亦要求飼料(亦即依配方混和的各原料成分成品)中的 m 種營養素總含量必須符合一定的規範數值，才能滿足所需。當飼料中的 m 種營養素中有 q 種營養素間具統計相關，而且有 j 種原料含有至少這 q 種營養素，如果假設營養素分配為一常態分配，則此 q 種營養素在飼料中之含量，符合法令要求的機率，即為此一標準多變量常態分配(multivariate normal distribution)的累積機率分配函數(cumulative distribution function, c.d.f.)。其可表示如下(Pudney, 1989)：

$$\begin{aligned} & \Phi(A_1, A_2, \dots, A_q; \mu, \Lambda) \\ &= \text{Prob}(\sum_j a_1 X_j = z_1 \leq A_1, \sum_j a_2 X_j = z_2 \leq A_2, \dots, \sum_j a_q X_j = z_q \leq A_q) \\ &= \int_{-\infty}^{A_1} \dots \int_{-\infty}^{A_q} \phi(z_1, \dots, z_q; \mu, \Lambda) dz_q \dots dz_1 \end{aligned} \quad (16)$$

式中 z 是各營養素在最終飼料中的含量，乃由營養素在不同原料的比例與原料數量的乘

積總和而得。 A 是各營養素含量在飼料中的上(下)限要求值， μ 為營養素平均值向量， Λ 為同變數的共變異數矩陣，而且

$$\phi(z_1, \dots, z_q; \mu, \Lambda) = (2\pi)^{-q/2} |\Lambda|^{-1/2} \exp\left[-\frac{1}{2}(Z-\mu)' \Lambda^{-1}(Z-\mu)\right] \quad (17)$$

式中 $Z' = (z_1, \dots, z_q)$ 。

多變數模型雖然可透過數值求積(numerical quadrature)的方法進行擴充，但即使在最普遍的常態分配型態下，其運算過程均會隨著維度(dimension)數目的增加而呈幾何級數增加，造成運算技術上難以求解滿意的答案(Pudney, p.324)。因此兩變數的例子可說明如下。

當僅考慮兩種營養素(z_1 及 z_2 兩變數($q = 2$))間具有統計相關時，則其其機率密度函數可以下列式表示之：

$$\phi(z_1, z_2; \rho) = (2\pi)^{-1} (1-\rho^2)^{-1/2} \exp\left\{-\frac{1}{2(1-\rho^2)}[z_1^2 + z_2^2 - 2\rho z_1 z_2]\right\} \quad (18)$$

式中 $\rho = \text{corr}(z_1, z_2)$ 。因此，再將上式標準化，則其機率(累積機率密度函數)可定義為：

$$\int_{z_1}^{z_1'} \int_{z_2}^{z_2'} \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-\rho^2}} \exp\left[\frac{-1}{2(1-\rho^2)}\left[\left(\frac{z_1-\mu_1'}{\sigma_1}\right)^2 - 2\rho\left(\frac{z_1-\mu_1'}{\sigma_1}\right)\left(\frac{z_2-\mu_2'}{\sigma_2}\right) + \left(\frac{z_2-\mu_2'}{\sigma_2}\right)^2\right]\right] dz_2 dz_1 \quad (19)$$

式中之 σ 為標準差。換言之，如果能夠取得每一種原料中營養素含量的平均值、變異數以及相關係數等統計資料，即可代入(19)式中求算相對應的機率值。易言之，(19)式即是當兩種營養素間存有統計相關時，兩種營養素含量符合既定含量水準的機率。

伍、實證模型

如前節所述，聯合機率發生的考量，勢必使實際運算的困難度增加，因此本研究主要假設如下。首先，此處吾人僅考慮二項營養素(亦即 $q = 2$)的情形，同時此二項營養素在任一原料中呈二變數常態分配(bi-variate normal distribution)，而且其平均數(mean)以及共變異矩陣(variance-covariance matrix)已知。考量技術資料適用性後，本文乃擇取飼料中最普遍的二種營養素：蛋白質(protein)及熱能(energy)做為目標變數。其次，本研究則是假設僅考量上述兩項營養素含量在玉米(corn)及大豆粕(soybean meal)二項原料中為隨機⁴。第三個假設是假設不同原料間同一營養素的含量是獨立的(independent)的，意指玉米與大豆粕中個別所含的營養素是獨立的⁵。因此，在相關假設的規範架構下，如成本最低，成功機率已知等條件下，考量營養素間可能之統計性質後的新飼料配方模型可表示為：

$$\text{Min } \sum_{j=1}^n C_j X_j \quad (20)$$

$$\text{s.t. } \int_{\ell_1}^{\infty} \int_{\ell_2}^{\infty} \exp \left\{ \frac{1}{2\rho^2 - 2} \left[\left(\frac{Z_1 - \mu'_1 X}{\sigma_1} \right)^2 - 2\rho \frac{(Z_1 - \mu'_1 X)(Z_2 - \mu'_2 X)}{\sigma_1 \sigma_2} + \left(\frac{Z_2 - \mu'_2 X}{\sigma_2} \right)^2 \right] \right\} \left(\frac{dZ_1 dZ_2}{2\pi\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-\rho^2}} \right) \geq S_i, \quad i = 1, 2 \quad (21)$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} X_j \geq (\text{or } \leq) b_i, \quad i = 3, \dots, m \quad (22)$$

4 此條件可能影響模型推估應用適當性的假設。不過在考慮技術資料的限制以及各原料的相對重要性後，在並無足夠證據反對此一假設的情況下，本研究仍決定作此簡化假設。

5 然而，如果此假說與資料矛盾，實際上是可以將此再進一步予以放鬆。

$$\sigma^2 = \sum_{j=1}^2 \Lambda_{i,i}^j X_j^2 \quad i = 1, 2 \quad (23)$$

$$\sigma_1 \sigma_2 \rho_j = \sum_{j=1}^2 \Lambda_{1,2}^j X_j^2 \quad (24)$$

$$\sum_{j=1}^n X_j = 1 \quad (25)$$

$$X_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (26)$$

式中第 1 及第 2 種營養素($i = 1, 2$)分別表示蛋白質與熱能； ρ_j 是這兩種目標營養素在第 j 種原料(亦即玉米或大豆粕)中的相關係數； σ 是目標營養素在最終飼料成品的標準差； μ 是目標營養素在飼料成品中的算數平均數， $\Lambda_{1,2}^j$ 是第 j 種原料中兩種目標營養素的共變異數矩陣。(23)式及(24)式，則用於計算 σ^2 與 $\sigma_1 \sigma_2$ 。

由於實務上，原料中營養素間的相關係數，不易在成本考量下兼顧時效因素，因此本研究擬設定五種不同的先決相關程度，分別為 (0.0 ; 0.0)，(0.3 ; 0.3)，(0.3 ; 0.7)，(0.7 ; 0.3)，以及(0.7 ; 0.7)，以模擬肉雞飼料之玉米及大豆粕中，蛋白質與熱能二項營養素的關係。這五種先定相關係數的意義，以第三項說明為例，(0.3 ; 0.7)即表示玉米中蛋白質與熱能的相關係數為 0.3，而在大豆粕中，二項營養素的相關係數卻有 0.7。

藉由此一敏感度的測試，吾人乃可求算在主要的飼料原料中，營養素相關程度(ρ)由無相關而逐漸提高的反應程度與範圍⁶。同時，吾人可變動(21)式等式右方的機率限制水準(S)，而使原先固定成本下求算最大飼料成功率的問題，轉換為在某一機率水準下同時滿足所有營養素限制條件，求導最低飼料成本的最適解。

相關肉雞成雞飼料中之營養素統計資料，則來自 D'Alfonso 等人(1992)，Kirby 等人(1993)及詹德芳(1991)，主要包括玉米、大豆粕、牛油、肉骨粉、魚粉、石灰以及其他飼

6 本研究僅考量正相關的關係，以反映假說中不同營養素多朝同一方向增減的論點。當然如果證據支持負相關關係，相同的研究方法亦可在調整相關數據後逕行分析。

料原料中主要營養素的平均含量。表 2 顯示個別飼料原料的價格⁷，重要營養素在主要原料中的重要統計量，如平均含量值及其變異數⁸，此即為(21)式中的 μ 及 σ 。

飼料配方比例仍以美國國家研究委員會(National Research Council)於 1994 年所刊印之禽類飼養需求手冊中所需營養素中白肉雞成雞相關之蛋白質，鈣質(calcium)，磷(phosphorus)以及代謝熱能(metabolizable energy)數值為計算基礎，並參考我國現行資料(詹德芳，民國 80 年)而得。每份配方的最低營養素含量分別為：蛋白質 23%、鈣質 1.0%、磷 0.8%以及 3200kcal/kg 熱能，其他限制包含：油脂(fat)以及魚粉(fish powder)含量均不得超過 10%。

表 2 各飼料原料中營養素含量與價格

原料	平均值					變異數	
	蛋白質 %	熱能 仟卡/公斤	鈣 %	磷 %	價格 元/公斤	蛋白質 (%) ²	熱能 (仟卡/公斤) ²
玉 米	8.5	3430	0.02	0.25	4.0	0.36	815.00
大豆粕	45	2230	0.25	0.60	6.4	1.00	758.90
牛 油	0	9022	0	0	17.5	-	-
肉骨粉	45	1960	10	5	8.0	-	-
魚 粉	64	2880	4	2	23.0	-	-
石 灰	0	0	36.23	0.02	2.5	-	-

資料來源：詹德芳，民國 80 年。

7 民國 88 年 4 月份平均報價。

8 此變異數僅考慮玉米及大豆粕中的蛋白質及熱能含量。

陸、實證結果分析

假定飼料配方滿足最低營養素要求的成功機率(S)之最低限為 50%，本研究設定十項敏感度以測視成功機率由 50%逐次上昇至 99.8%對飼料成本的影響。最低飼料成本與滿足營養素要求機率間的關係則以圖 1 表示。由圖中可知無論在玉米及大豆粕中蛋白質與熱能二種營養素的相關係數(ρ)為何，在同一相關係數水準下，最低成本將隨著要求滿足機率的上昇呈提高的趨勢，亦即符合「品管越嚴格(達成率越高)，飼料產品成本越高」的推論預期，此發現也與 D'Alfonso 等人於 1992 年之研究結果相一致。以兩種營養素間在兩種不同原料內均呈現低相關(0.3；0.3)時之情形為例，成品的含量標準不低於 50%機率水準下的最低飼料成本為每公斤 5.86 元；當符合機率要求值上升至 75%時，成本提高至 5.93 元，而在高成功率(99.8%)時，飼料成本更高達每公斤近 6.20 元。顯示提升飼料品質的邊際成本隨達成機率值提高而呈迅速上升(表 3)。

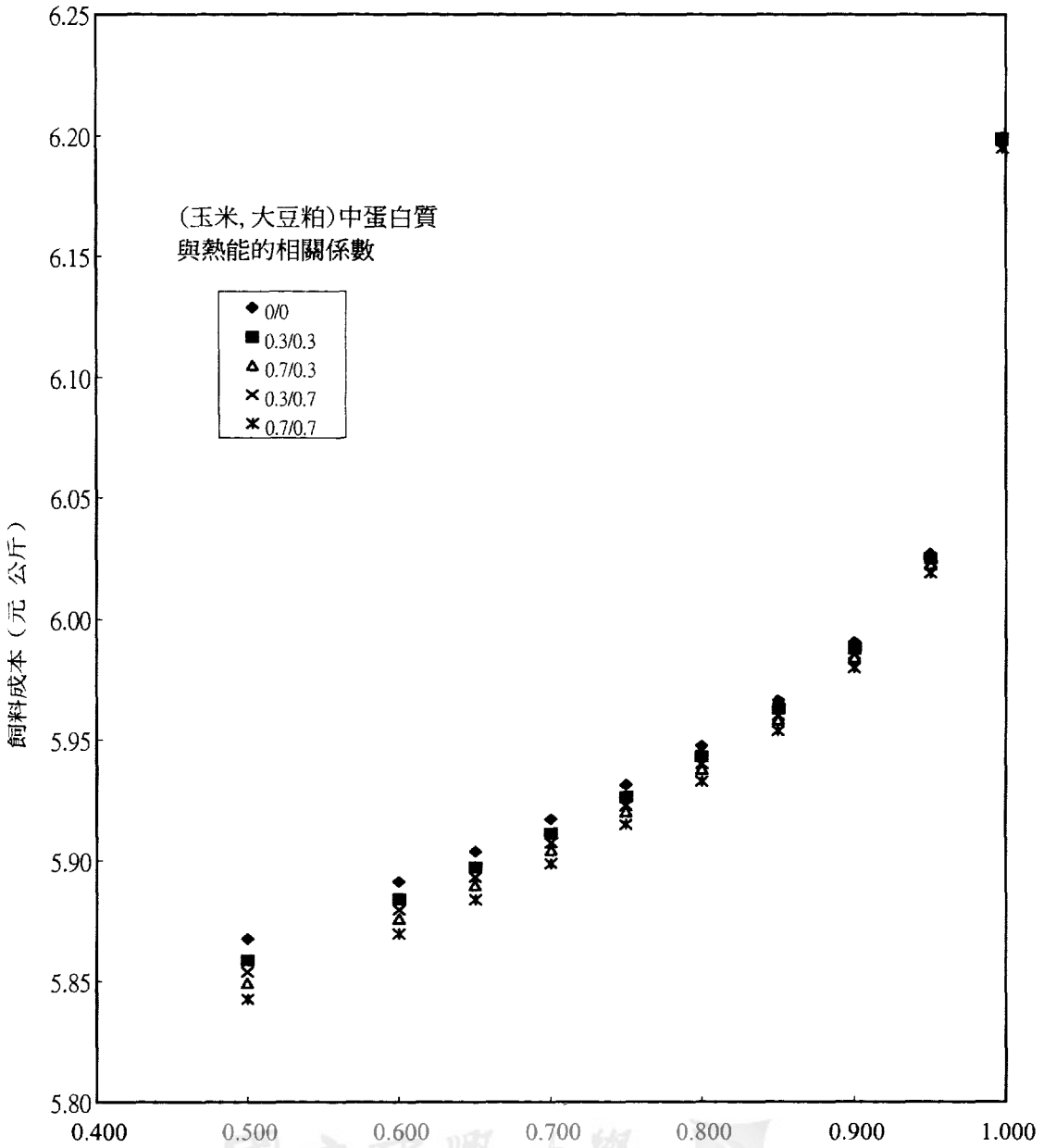


圖1 最低成本與必須營養素達成機率

另一方面，若吾人固定達成機率水準，結果亦顯示，當兩種營養素在同一原料中的正相關係數越高時，飼料成本可越低。不過此項趨勢隨要求機率的逐漸提高，相關係數所造成的成本差異也就越不顯著。即使如此，在一固定機率水準下，每公斤飼料成本並未出現過大的差異。當機率固定在 60%時，對於原料中營養素間完全無相關(0.0；0.0)的情形，最低成本水準為每公斤 5.89138 元；而在相關係數較高(0.7；0.7)的例子中，最低飼料成本為 5.86972 元，二者僅相差 0.02166 元。若將機率提升到 99.8%，則二者之價格差距更小，僅達 0.00456 元/公斤。

表 3 最低營養素達成機率下的最低飼料成本水準 單位：台幣元

機率	原料中蛋白質及熱能相關係數組合(玉米/大豆粕)				
	0/0	0.3/0.3	0.7/0.3	0.3/0.7	0.7/0.7
0.500	5.86769	5.85895	5.84930	5.85389	5.84256
0.600	5.89138	5.88417	5.87593	5.87971	5.86972
0.650	5.90383	5.89736	5.88979	5.89319	5.88387
0.700	5.91703	5.91129	5.90440	5.90742	5.89877
0.750	5.93137	5.92636	5.92016	5.92282	5.91485
0.800	5.94746	5.94321	5.93772	5.94000	5.93275
0.850	5.96639	5.96292	5.95820	5.96009	5.95363
0.900	5.99048	5.98785	5.98400	5.98547	5.97991
0.950	6.02677	6.02511	6.02234	6.02331	6.01891
0.998	6.19935	6.19906	6.19792	6.19807	6.19479

資料來源：本研究估測結果

以目前台灣平均四萬隻的飼養規模，每年六個生產週期的養雞場估算之，一年雞隻的飼料需求量⁹大致為 912,000 公斤，因此換算為相關係數均為 0.7，而達成機率為 60%的基礎，則有 19,754 元的差距。易言之，如果一個年產量為十萬噸的肉雞飼料廠，考慮其飼料配方中蛋白質與熱能間在玉米與大豆粕中的相關係數均為 0.7，並具備低於四成之失

9 此處以 1.9 公斤為平均雞隻上市重量，飼料換肉率為 2.0 估算之。

敗棄卻率時，其將比相同規模及成品達成率的飼料廠，但並未考量蛋白質與熱能兩項營養素相關關係的飼料廠，每年節省近 2 萬元的原料購買支出。

而這項差異係由於考量營養素在原料中存有“統計相關”性質所引起。由此可見營養素間統計相關特性的考量，的確對於最終的飼料成本有影響，成本在正相關關係下產生下降的結果，因此可相對提高其肉雞產品的市場競爭力，因此應當在飼料調配過程中予以適當考量。由於金額差距不高，對於一般養雞場而言，其經濟吸引力實屬有限。不過，如果考量目前於肉雞產業中相當盛行的策略聯盟方式，由共同飼料廠商共同供給飼料與養雞戶，若以一個年產十萬噸產能規模的飼料廠為分析目標時，此項成本差額將增加為 2,166,000 元。因此在政策上，或可將每批原料進行檢驗，並將其所含之不同營養素統計量，予以公佈，以供一般養雞農民在調配飼料時可以應用。或應協助肉雞飼料供應通路的整合，以便擴大產能，提供較低成本的飼料投入。

柒、結論與建議

本研究考量隨機營養素的飼料配方問題，依循 Chen 的數學規劃研究模式，在滿足飼料配方中一定營養素含量的機率下，引入多變量機率分配概念，對在原料中的營養素間存在聯合相關性的最低飼料成本課題進行分析。並以本省肉雞飼料配製為例，擇取蛋白質與熱能為目標營養素，並限定玉米與大豆粕為目標營養素相關性質存在的原料項目。

分析結果支持：「在滿足固定營養素要求機率條件下，原料中營養素的統計相關性確實會對於白肉雞飼料配方成本產生影響」的結果。主要結論有二：第一，在考量相同相關係數水準下，最低飼料成本將隨著要求滿足機率的上昇而提高。此發現與 D'Alfonso 等人(1992)之研究結果相符合。結果顯示，當營養素相關係數固定在 0.3 時，飼料營養素含量成功機率由不低於 50% 上升至 80% 再上升至高成功率(99.8%)時，成本由每公斤 5.86 元，提高至 5.93 元，再進一步上升至 6.20 元，在提升相同機率百分點條件下，飼料配

置成本增加額由 0.07 元增加為 0.27 元。顯示為提升飼料品質的邊際成本會隨品質要求越嚴格而有越顯著的提高。

其次，若達成機率水準為固定，實證結果表示，營養素在同一原料中的正相關係數大小將與飼料成本高低呈反向變動。亦即當營養素間正相關係數越高時，成本會出現降低反應。以現階段本省養雞平均四萬隻規模，六個生產週期的代表養雞場而言，一年因考量營養素間的統計特性因而節省的飼料成本約近二萬元，數額並不大，但若考量現時台灣地區肉雞產業垂直整合方式相當普遍，如以一年產十萬噸的飼料廠而言，則將有二百一十六萬元的成本差額出現。縱然所節省之成本相對於總飼料廠的年度營運成本，數額並不大，不過在考量飼料的頻繁使用量以及飼料對整個生產成本的重要性後，本文相信這仍是一項相當值得注意的發現。

根據結果，飼料中因考量營養素正相關而生之最終成本節省額，係直接與肉雞飼料供給規模大小有密切的相關。一般平均規模養雞場受限於飼養隻數，所節省金額每年不過兩萬元左右，影響不大，然而如果換以考量大型飼料場的供貨能量，則其節省金額則相當顯著。因此政策上對於營養素相關性訊息，或以公共財方式，免費提供一般養雞戶參考使用，則節省數目尚不無小補。或可輔導大型飼料廠，以較大產能供應多家養雞場的所需，賺取較明顯的價格差額，或者是透過整合、聯盟方式，透過大量進貨供應飼料方式，以降低飼料成本並將利得回饋業者，當可有效提昇產品市場競爭力。依照實證結果，追求達成機率(良好率)的邊際成本將逐次加大，意即「高品質即代表高代價」在飼料產品上是存在的。因此對於養雞業者或飼料廠商而言，在追求達成機率提高目標的同時，亦需對於飼料成本增加的幅度，有所掌握，而避免對於競爭力產生影響，因此策略上應予以注意。

本研究受限於現階段數值方法對於兩變數以上變數處理所面臨的侷限性，在目標原料與營養素的考量數目上不得不予以簡化，而僅以兩變數進行。建議未來可嘗試進一步對飼料內各原料及營養素的統計分配性質進行更廣泛的估計，尋找低成本且具時效的衡量技術，以進行更完整的研究。

另外,不同飼養階段的禽畜對於不同營養素的需求亦有極大差距,本文受限於資料,僅能考量飼畜的飼料攝取量固定,無法詳細就此一狀況加以考量。未來應嘗試取得個別農場的微視資料(micro data),依照各飼養階段,估測其飼料需求及對應的成本,如此,當可進一步對於農場生產週期內所產生的飼料成本影響有較精確的估計。

本研究所稱的飼料成本僅考量原料支出部分,並未包含人事,試驗,管銷,倉儲以及利息,佣金以及政府補助款等其他成本項。因此相較於一般飼料市價,本研究所求得成本顯有偏低。不過由於本研究著重於相對成本水準的比較,在均衡求解最小成本的理論架構下,此一考慮當不至於對分析結果產生重大影響。

參考文獻

一、中文部分

1. 黃玉鴻、阮喜文、李淵百,「一貫化豬場經營效益之評估—詹家牧場個案分析」,農林學報,民國 87 年,47(2):57-70。
2. 詹德芳,飼料製造學,民國 80 年,國立中興大學教務處出版組。
3. 郭義忠,肉雞產業垂直整合之評估及其應用,民國 85 年,國立中興大學農業經濟學系。
4. _____,「台灣地區肉雞產銷與市場分析」,台灣農業,民國 85 年,32(3):26-36。
5. 簡立賢,臺灣進口和國產牛肉需求之研究,國立中興大學農業經濟學系碩士論文,民國 77 年。
6. 羅明哲,「陳姓養豬農場之經濟分析」,企業研究,民國 76 年,11:1-17,國立中興大學臺中夜間部企業管理學系。
7. 跨世紀農業建設新策略,民國 85 年,行政院農業委員會。

8. 臺灣農業年報，臺灣省政府農林廳。

二、英文部分

1. Charnes, A., and W. W. Copper, "Deterministic Equivalents for Optimizing and Satisfying under Chance Constraints," *Operations Research*, 1963, 11:18-39.
2. Chen, J. T., "Quadratic Programming for Least-Cost Feed Formulations under Probabilistic Protein constraints," *American Journal of Agricultural Economics*, 1973, 55:175-183.
3. Chien, Li-Hsien, P. V. Preckel, and M. A. Boland, "Feed Formulation with Correlated Random Nutrients," Paper Presented at AAEE Annual Meeting, Toronto, Canada, 1997 August.
4. D'Alfonso, T. H., W. B. Roush, and J.A. Ventura, "Least Cost Poultry with Nutrient Variability: A Comparison of Linear Programming with A Margin of Safety and Stochastic Programming Models," *Poultry Sciences*, 1992, 71:255-262.
5. _____, and T. L. Cravener, "Reducing Feed Costs: Stochastic Programming," *Feed Mgmt.*, 1992, 43(6):11-14.
6. Hubbell, C. H., 1990 Feedstuffs Analysis Table. Feedstuffs, 1990, 62:58-59.
7. Kirby, S. R., G. M. Pesti, and J. H. Dorfman, "An Investigation of the Distribution of the Protein Content of Samples of Corn, Meat and Bone Meal, and Soybean Meal," *Poultry Sciences*, 1993, 71:2294-2298.
8. National Research Council, *Nutrient Requirements of Poultry*, 9th Revised Edition, National Academy Press. Washington, D. C., 1994.
9. Pudney, S., *Modelling Individual Choice: The Econometrics of Corners, Kinks and Holes*, Basil Blackwell Inc., 1989, Oxford, UK.
10. Rahman, S. A. and F. E. Bender, "Linear Programming Approximation of Least Cost Feed Mixes with Probability Restrictions," *American Journal of Agricultural Economics*, 1971, 53:612-18.

11. Roush, W. B., "Stochastic Nonlinear Programming: A New Feed Formulation," *Feedstuffs*, 1993, Dec:14-15.
12. Thai Broiler Processing Exporters Association, *Chicken Meat Situation in 1999 and Trend in 2000*, 1999, Bangkok, Thailand.
13. Talpaz, H., J. R. de la Torre, P. J. H. Sharpe, and S. Hurwitz, "Dynamic Optimization Model for Feeding of Broilers," *Agricultural Systems* 1986, 20:121-32.
14. United States Department of Agriculture, *Poultry Yearbook*, Economic Research Service, 1995, Washington D.C.

An Economic Analysis on Boiler Feed Formulation – The Impact of Nutrient Correlation upon Feed Costs

Li-Hsien Chien*

Abstract

Keywords: Feed formulation, Chicken production costs, Mathematical programming, Correlated nutrients.

The economic advantages of taking account of the covariance between nutrients in boiler feed ingredients were investigated through a hypothetical example. These initial experiments suggest that knowledge of correlation between nutrients for feed ingredients gives an advantage for reducing the cost of feed subject to a target for the probability of satisfying nutrient requirement. While the gains are modest, the volume of feed and its importance as a large share of variable costs in broiler production imply that the gains may be significant.

Lecturer in the Department of Agricultural Economics, at National Chung Hsing University.

National Chung Hsing University