國立中興大學農產運銷學系　農產運銷論叢
民國八十七年三月，第三期，197－210

多目標車輛途程整數規劃模式之研究

李宗儒、翁基華

國立中興大學農產運銷學系

摘要

車輛途程規劃問題在企業中是屬於物流系統(Logistics System)中的短期規劃問題，其目的在於安排適當的運輸工具，將人或物經由適當的路線，運送至目的地，並符合企業所定的經營目標。有關配送車輛途程問題，大多數的研究報告皆注重運輸時間和成本在配送效率上單目標的探討，可是隨著經營理念的改變，企業界也已開始了解員工的重要性，追求「企業－員工－顧客」的三贏策略，因爲惟有滿意的員工才會有滿意的顧客，也才能提高企業資源使用效率與競爭力。

本研究有鑒於此，將員工工作負荷平衡的因素(以工作時間來衡量)也納入配送車輛途程問題考量範圍內，而規劃出兩個同時追求最短距離與員工工作負荷最平衡的多目標整數規劃模式(模式(U)與(V))，經由模式(U)及(V)之優缺點比較後，本文以模式(V)作爲多目標整數規劃模式求解之模型。本文亦以一範例說明模式(V)與單一目標整數規劃模式(S)之相異點，即模式(V)之求解時間較模式(S)長，但在員工工作負荷方面，模式(V)遠優於模式(S)之結果。考慮了員工工作負荷的結果，將使員工較易接受公司分派之配送任務，減少了員工在工作負荷之抱怨，相信將有助於提昇業者競爭力。

關鍵詞：車輛途程問題、工作負荷平衡、整數規劃模式、物流配送

一、前言

配送車輛途程規劃問題在企業中主要應用於物流系統(Logistics System)，所謂物流系統乃是指在有效率運用資源的前提下，有系統地整合並規劃一個組織之運送及倉儲能力，使其能在有限的資源下，有效地處理採購、及設備、原料之儲存與人員、車輛之調度運轉，並且適時、適地、適量且安全地將產品送到需求點(張有恆，1990)，所以它除了可以應用於商業物流配送方面，也可以應用於農產運銷上的配送規劃或工業生產流程安排的規劃，由此可見配送車輛規劃問題應用範圍之廣。

有關配送車輛途程問題，在學理及應用上，是屬於作業研究(Operations Research)與物流(Logistics)的領域。而國外一直有許多學者在探討，然而大多數的研究報告皆注重運輸時間和成本在配送效率上的考量，即在研擬最佳的配送路線(Routing)、人車排班(Scheduling)及貨車裝載(Loading)等方案，以滿足顧客需求及提高企業利潤，也就是皆以經營者立場及顧客服務二者之間的關係來討論配送車輛途程問題。近年來，國內雖有不少學者在配送系統決策支援方面，致力於網路數學模式及電腦化決策支援系統的研究，希解決理論在實務上應用的困難。可是隨著時代經營理念的改變，企業界也已開始了解員工的重要性，追求「企業－員工－顧客」的三贏策略，因爲惟有滿意的員工才會有滿意的顧客，也才能提高企業資源使用效率與競爭力。所以企業在做配送車輛途程規劃時，也應考量員工

工作負荷量的平衡性，減少員工的抱怨以期待對顧客有滿意的服務，這樣才是企業永續經營的不二法門。因此本研究有鑒於國內的配送車輛途程問題研究，仍缺乏員工工作負荷量平衡性方面的探討，而此因素確有深遠的重要性，故從此一方面從事本文的研究。

然而在經營者與員工的目標之間，具有交換損益(Trade-off)的關係。只追求經營者最低成本(或最短總距離)時，必然無法兼顧員工工作負荷量的平衡性；而只爲了縮小員工工作負荷量的差異，往往會增加經營者成本(或增加總路徑距離)。所以本研究主要是希望能夠提供一個兼顧最低成本(即最短總路徑之距離)及平衡員工之間工作負荷量之多目標車輛途程數學模式，俾能有效解決上述經營者與員工利益衝突情況下的配送車輛路徑指派問題。

二、車輛途程問題之文獻回顧

(一) 車輛途程問題的定義

配送車輛途程問題定義如下.在考慮一些資源(車輛或時間等)等限制下(如:車輛容量、工作時間限制等)，每部車輛必須從發車中心出發服務網路上所有被指定的節點(node)或網枝(arc)並回到發車中心，且達其所設定目標(如.總利潤、總距離、總成本等)的最大化或最小化。由於車輛服務的地點可能是網路上的節點或網枝，因此配送車輛途程問題主要可分爲兩種型態

1.節點涵蓋問題(Node Covering Problem)，又可稱爲節點途程問題(Node Routing Problem)。

節點途程問題就是服務網路上所有指定的節點，並且追求其所設目標的極大化或極小化。一般常見的問題有旅行推銷員問題、多重旅行推銷員問題、單一場站多配送車輛途程問題、多場站多配送車輛途程問題與單一場站隨機性需求之多配送車輛途程問題等。

2.節線涵蓋問題(Arc Covering Problem)，又可稱爲網枝途程問題(Arc Routing Problem)。

網枝途程問題就是在追求其設定目標的極大化或極小化下旅行網路上所有指定的網枝。這問題中較具代表性的是中國郵差問題(Chinese Postman Problem, CPP)，中國郵差問題就是找出網路中一條走過所有網枝至少一次的路徑(path)，並回到原出發點。

Bodin(1983)等人將以往配送車輛途程問題之相關研究歸納爲(1)旅行推銷員問題(2)多重旅行推銷員問題(3)單一場站多配送車輛途程問題(4)多場站多配送車輛途程問題(5)單一場站隨機性需求之多配送車輛途程問題(6)中國郵差問題與(7)有容量限制之中國郵差問題等七類。文中依上述配送車輛途程問題之分類介紹其問題的起源、特性、數學模式、求解方法、及電腦上的應用與此種問題日後可能發展。

依上述分類，本文所探討的問題是屬節點途程問題中之單一場站多配送車輛途程問題。

(二) 整數規劃模式之文獻探討

整數規劃法是屬於線性規劃法的特例，線性規劃法因 1946 年大型電子(數位)計算機的開發及 1947 年 Dantzing 與其同事發展出之單形法(Simplex Method)，而蓬勃發展(楊浩二，1986)。1954 年 Dantzing，Fulkerson 及 Flood 應用線性規劃法於船艦運送排程問題，並首先提出相關性論文(林瑞明，1995)，此可說開啓了配送車輛途程的研究方向。到了 1960 年 Miller 等人建立數學規劃模式來解決旅行推銷員問題，其模式的限制式在保證每一位顧客僅接受一位推銷員的服務，及內圍路線產生的消除(莊志諒，1988)，奠定以後節點途程問題的研究基礎。

由於本研究是屬於節點途程問題，且目前對於貨物配送的研究大多以旅行推銷員問題爲基礎再加以擴展。故此節內容旨在介紹旅行推銷員問題之整數規劃法及其解法。

1. 旅行推銷員問題之定義

給定一網路 G={N,L}，其中 N 爲節點(Node)集合，L 爲節線(Link)集合，推銷員以最小成本(即距離)，通過集合 N 中所有節點，並回到原出發點。

2. 旅行推銷員問題之整數規劃模式

$$\text{Minimize } Z=\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}c_{ij}x_{ij} \text{ ----------- (1)}$$

Subject $x_{ij}=1$ or 0

for i=1,2 N and j=1,2 N --------- (2)

$$\sum_{i=1}^{N}x_{ij}=1 \text{ for } j=1,2,\dots N \text{ ------------ (3)}$$

$$\sum_{j=1}^{N}x_{ij}=1 \text{ for } i=1,2,\dots N \text{ ------------ (4)}$$

$$x_{ij}\in S \text{ -------------------------- (5)}$$

各變數的定義如下

C_{ij} =節點 i 到 j 的距離(或成本)

$x_{ij}=1$,在最佳解時,節點 i 到 j 的節線需被 經過

or $x_{ij}=0$,在最佳解時,不需經過節點 i 到 j 的節線

S =預防或破解內圍路線之限制式集合

各方程式的解釋如下

方程式(1)此問題是以最短距離爲目標。

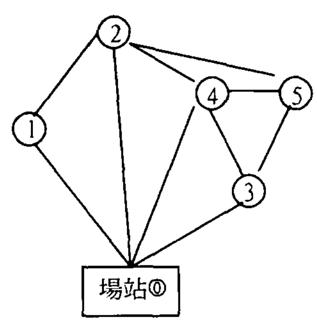
方程式(3)和(4)限制每一節點都要被服務且只有一次。

方程式(5)代表破解或預防內圍路線的產生，細詳說明於下。

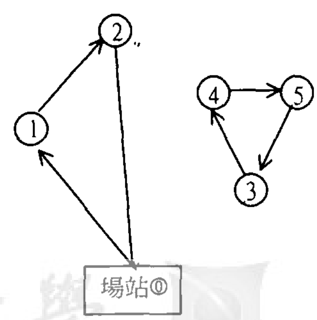
3 破解內圍路線(Subtour-Breaking)或預防內圍路線(Subtour-Preventing)限制式

在求旅行推銷員問題最佳路線時，往往會產生內圍路線(Subtours)的情況，也就是一車輛(或一員工)的服務路線被分成一個以上的子路線(如圖 1)。這些內圍路線雖然符合上述方程式(2)、(3)及(4)的要求，但並非是符合實際情形的可行解，於是須加入一些"破解內圍路線"或"預防內圍路線"之限制式，即上述整數規劃模式中的方程式(5)。

"破解內圍路線"之限制式用於求解後如有產生內圍路線，再針對產生的內圍路線加以破解，故往往需要多次求解才能得到最佳解；而"預防內圍路線"之限制式在於求解前即加入預防內圍路線產生的限制式，故只要一次計算即可求出最佳解。以下即分別介紹此二種限制式。



原始網路圖



內圍路線 (非可行解)

說明：因旅行推銷員問題須由一位推銷員以一路線服務所有節點，但右圖卻分爲兩個子路

線，稱之為內圍路線。

圖 1.旅行推銷員問題內圍路線之圖例

(1)$S=\{ x_{ij}: \sum_{i\in B} \sum_{j\notin B} x_{ij} \ge 1$ for every nonempty proper subset B of E$\}$, where E is a set of nodes, i.e. E={1,2,...,N}.

S 最多包含將近 2^N 個限制式，此限制式屬於”破解內圍路線”之限制式，目的在事後破解內圍路線。對每個 E 的子集合 B 而言，此限制式之含意為 在旅行推銷員問題的解當中，每個子集合 B 內的所有節點，至少要有一節點與子集合 B 以外的任一節點相連。以圖 1 中的例子而言，則需針對子集合{0，1，2}與子集合{3，4，5}來破解內圍路線，以此限制式帶入時，子集合{0，1，2}與子集合{3，4，5}受制於下列兩限制式：

$$x_{30}+x_{31}+x_{32}+x_{40}+x_{41}+x_{42}+x_{50}+x_{51}+x_{52} \ge 1 \quad (6)$$

$$x_{03}+x_{04}+x_{05}+x_{13}+x_{14}+x_{15}+x_{23}+x_{24}+x_{25} \ge 1 \quad (7)$$

加入上述限制式(6)與限制式(7)後，子集合{3，4，5}和子集合{0，1，2}必有一節線相連接。

(2)$S=\{ x_{ij}: \sum_{i\in B} \sum_{j\in B} x_{ij} \le |B|-1$ for every nonempty subset B of{1,2,...,N}},where city N represent the home city.

$|B|$為子集合 B 中的節點個數，S 亦包含近 2^N 個限制式，此類限制式亦是屬於”破解內圍路線”之限制式，用於事後破解內圍路線。因子集合 B 中的所有節點若要成為一個迴路，至少要包含有$|B|$條節線，故此限制式目的在保證子集合 B 最多只能有$|B|$-1 條節線，以圖 1 的例子來說，要破解其內圍路線時，則針對子集合 B={3,4,5}，列出下面之限制式，且$|B|$等於 3。

$$x_{45}+x_{54}+x_{53}+x_{35}+x_{43}+x_{34} \le 2 \quad (8)$$

故子集合 B 最多只會出現兩條節線，而不會產生如圖 1 中的內圍路線之非可行解。

(3)$S=\{ x_{ij},\ y_i - y_j + N x_{ij} \le N-1$ for $1\le i \ne j \le N-1\}$, where y_i is an arbitrary real number.

S 屬於”預防內圍路線”之限制式，目的在事先破解內圍路線的限制式，預防出現如圖 1 的情形，S 包含了 n^2-3n+2 條的限制式。其中 y_i=t 為節點 i 在推銷員服務的第 t 站，因此成為 0-1 混合整、實數規劃型態，在圖 1 中節線 4-3，3-5，5-4 所對應之限制式為.

$$y_4 - y_3 + n x_{43} \le (n-1) \quad (9)$$

$$y_3 - y_5 + n x_{35} \le (n-1) \quad (10)$$

$$y_5 - y_4 + n x_{54} \le (n-1) \quad (11)$$

所以如果同時選節線 4-3，3-5，5-4(即 $X_{43}=X_{35}=X_{54}=1$)時，將造成 $y_4-y_3\le -1$、$y_3-y_5\le -1$、$y_5-y_4\le -1$ 邏輯上的錯誤。

以上”破解內圍路線”和”預防內圍路線”之限制式的使用時機和優缺點，本文參考文獻(陳育祺，1992；莊志諒，1988)提出表 1(201 頁)以供參考。

本文在使用最佳解法求解配送車輛途程問題時，對於內圍路線的處理採用”破解內圍路線”的方式，因其只要針對有產生內圍路線的部份輸入破解之限制式即可，故此方法可以減少限制式資料輸入的負擔。

4. 其它相關文獻

國內蔡輝昇(1985)針對設施區位問題和配送車輛途程問題以正確法之整數規劃法求其聯立最佳解，而建立一一般化模型(Generalized Model)其具有廣泛應用性，可適用於旅行推銷員問題、多場站多配送車輛途程問題與配送中心區位和配送車輛途程聯合問題。其作法為分別以一個場站到三個場站來求解，再比較其每日經營成本，求解結果是以兩個場站的成本最低，但在其兩個場站的成本最低，但在其二個場站及三個場站求解的結果，出現一個場站只服務一個需求節點，此種情形並不符合實務上的應用，故應該考慮工作上的平衡性及其實務上的應用。S.Viswanathan (1997)則結合存貨的倉儲與配送車輛途程兩問題去規劃一物流系統。李宗儒(1997)將配送車輛途程問題應用於農會超市的宅配送問題上。

表1. "破解內圍路線"和"預防內圍路線"之限制式的使用時機和優缺點

方式 比較項目	"破解內圍路線"限制式	"預防內圍路線"限制式
限制式個數	2^N	n^2-3n+2
模式執行次數	多次嘗試錯誤	一次
適合網路型態	僅須對有內圍路線之部份進行破解即可，較適合大型網路	"預防內圍路線"之限制式需考慮各種可能情況，因而較適合小型網路
電腦執行一次所需時間	快速	緩慢
求解總時間	須依嘗試次數而定	一次即可求出最佳解但一次的執行時間較長

而陳育祺(1992)雖以多目標方式解決配送車輛途程問題但其多目標是指配送車輛營運成本，等待時間成本與延誤時間成本。

(三)小結

以整數規劃法求解配送車輛途程問題時，最主要將面臨內圍路線的破解難題，如果面臨一個大規模的旅行推銷員問題時，以此方法求解殊爲不易，如果將此問題加以擴展的話，可想而知，其問題的複雜度與大量資料的輸入會更加深求解困難度。雖然如此，但近年來電腦的技術進步快速，計算速度已非數年前可比擬了，所以未來以正確法求解配送車輛途程問題，將是時勢所趨。

三、整數規劃模式之建立

本節旨在將員工負荷平衡的考量因素納入車輛途程規劃模式中，建立一同時追求最短路徑及員工工作負荷最平衡之兩目標整數規劃模式；第一小節將針對此問題做一說明並提出研究假設；第二小節則根據研究假設建立兩個車輛途程整數規劃模式且比較其相異點與優缺點；並於第三小節加以說明此模式之特性。

(一)問題說明與研究假設

事實上，規劃車輛途程問題所應考量的因素頗多，除了交通及時間的因素外，尙需考慮勞力、車輛成本等因素。而本研究是在單一配送中心與多配送車輛的前提下，對配送車輛途程問題規劃進行研究，同時考慮最短路徑及員工工作負荷最平衡之兩目標且求出每次配送作業所需的車輛數與其行走路線，所以即使未對車輛規模列入研究範圍，但也可以將每次配送作業所需之車輛數長期記錄下來，而做爲車輛規模調整的重要考量因素。

根據前節文獻回顧及上述的問題說明，可以將本研究之配送車輛途程問題歸納爲單一場站多車輛途程問題。對此問題本研究假設說明如下：

1.路線與時間關係：車輛行走時間與車輛行走距離二者呈線性關係。

2.目標：追求最短距離與員工負荷最平衡之兩目標。

3.需求性質：每一需求點之需求量已知，且一需求點只限一台車服務。

4.時間限制：全部需求點皆需在一定時間內服務完畢。

5.裝卸型態：車輛在需求點只作卸貨之工作。

6.車輛旅行次數：在一次規劃時期內，車輛只來回服務一次。

7. 每輛車由固定的人駕駛，因此衡量員工的工作負荷相當於衡量車輛的使用時間(即工作時間)。

(二) 整數規劃模式

根據上述的問題說明與研究假設，有關配送車輛途程問題整數規劃模式，本研究分別以最短路徑之單一目標模式(模式 S)與同時追求最短路徑及車輛工作負荷最平衡之兩目標模式(模式 U 與模式 V)來介紹.

1. 模式 S 最短路徑之單一目標模式

$$\text{Min} \quad Z=\sum_{i\in I}\sum_{j\in N}\sum_{k\in N} t_{jk}\,x_{ijk} \qquad (12)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{i\in I}\sum_{j\in N} x_{ijk}=1 \qquad \forall k\in N\setminus\{1\} \qquad (13)$$

$$\sum_{j\in N\setminus\{1\}}\sum_{k\in N\setminus\{1\}} q_k x_{ijk}\le c_i \qquad \forall i\in I \qquad (14)$$

$$T_a\sum_{j\in N}\sum_{k\in N} t_{jk}x_{ijk}+T_b\sum_{j\in N\setminus\{1\}}\sum_{k\in N\setminus\{1\}} q_j x_{ijk}\le T_i \qquad \forall i\in I \qquad (15)$$

$$\sum_{j\in N} x_{ijk}-\sum_{j\in N} x_{ikj}=0 \qquad \forall i\in I,\ k\in N \qquad (16)$$

$$\sum_{k\in N\setminus\{1\}} x_{i1k}\le 1 \qquad \forall i\in I \qquad (17)$$

$$\sum_{j\in N\setminus\{1\}} x_{ij1}\le 1 \qquad \forall i\in I \qquad (18)$$

$$\sum_{i\in I}\sum_{j\in B}\sum_{k\in B} x_{ijk}\le |B|-1$$

for every nonempty subset B of{2, ,N} (19)

$$x_{ijk}\in\{0,1\} \qquad \forall i\in I,\ j\in N,\ k\in N \text{ and } j\neq k \qquad (20)$$

其中：

(1)決策變數

$X_{ijk}=1$, 車輛 i 服務 j 和 k 節點(顧客)； or

$X_{ijk}=0$, 車輛 i 沒有服務 j 和 k 節點（顧客）。

(2)參數

t_{jk}：j 節點到 k 節點的最短距離；

q_k：k 節點的需求量,

c_i：車輛 i 的最大載貨量,

T_i：車輛 i 的有效工作時間,

T_a：車輛行駛每公里所需的平均時間,

T_b：車輛在一節點上的平均卸貨時間。

(3)集合

I={1,2, . . . , $|I|$ }：車輛集合；

J={1,2, . . . , $|N|$ }：節點集合

(J=1 代表配送中心，其餘表示顧客)；

K={1,2, . . . , $|N|$ }：節點集合

(J=1 代表配送中心，其餘表示顧客)。

上述各方程式的解釋如下：

方程式(12)表示此模式是追求最短總距離。

方程式(13)表示每一節點(顧客)僅能接受一輛車服務。

方程式(14)表示車輛 i 的最大載貨量之限制。

方程式(15)表示車輛 i 的工作時間限制，也就是車輛必須在所規定時間內完成配送工作。

方程式(16)保証車輛服務路線的連續性，也就是說每輛車服務某節點(顧客)之後，也必定從該處去服務其它節點(顧客)。

方程式(17)和(18)表示車輛 i 在一次規劃的配送作業內最多只能從配送中心來回服務一次。

方程式(19)作爲避免產生內圍路線之限制式。

方程式(20)限定爲 0-1 整數。

2. 同時追求最短總距離及員工間工作時間負荷最平衡之兩目標模式

本文對最短總距離及員工間工作時間負荷最

平衡之兩目標模式分別列出兩種模式，而對於兩目標之權數，乃因本研究假設具有相同的重要性，所以將最短距離之目標權數(λ_1)與員工工作時間負荷最平衡之目標權數(λ_2)設定皆爲 1 代入範例求解；而車輛總數目(v)即以每次作業的總載貨量除以每輛車的承載限制量再以無條件進位得一整數，如所求爲無解則再增加一輛車重新求解，直到有解爲止。說明如下.

(1)模式 U

此模式乃將上述單一目標模式的目標函數(方程式(12))增加考慮員工間工作時間負荷平衡之目標，而改爲下列方程式(21)，其餘皆不變。

$$
\begin{aligned}
\text{Min } Z = {} & \lambda_1 \Big(\sum_{i\in I} \sum_{j\in N} \sum_{k\in N} t_{jk} x_{ijk} \Big) + \\
& \lambda_2 / 2 \Big[\sum_{i\in I} \sum_{z\in I} \Big| \Big(\\
& T_a \sum_{j\in N} \sum_{k\in N} t_{jk} x_{ijk} + \\
& T_b \sum_{j\in M(1)} \sum_{k\in M(1)} q_j x_{ijk} \Big) - \\
& \Big(T_a \sum_{j\in N} \sum_{k\in N} t_{jk} x_{zjk} + \\
& T_b \sum_{j\in M(1)} \sum_{k\in M(1)} q_j x_{zjk} \Big) \Big| \Big]
\end{aligned} \tag{21}
$$

其中 λ_1 爲最短距離之目標權數；

λ_2 爲員工工作時間負荷最平衡之目標權數；

方程式(21)表示此模式之目標乃同時追求車輛行駛總距離最短及員工間的工作時間負荷最平衡，因本研究中對於車輛行走距離與時間乃假設成一線性關係：另一方面，$T_a \sum_{i\in I} \sum_{j\in N} \sum_{k\in N} t_{jk} x_{ijk}$ 表示全部車輛的行駛總距離再乘以每行駛一單位距離所需的時間，而 $1/2 \sum_{i\in I} \sum_{z\in I} \Big| \Big(T_a \sum_{j\in N} \sum_{k\in N} t_{jk} x_{ijk} + T_b \sum_{j\in M(1)} \sum_{k\in M(1)} q_j x_{ijk} \Big) - \Big(T_a \sum_{j\in N} \sum_{k\in N} t_{jk} x_{zjk} + T_b \sum_{j\in M(1)} \sum_{k\in M(1)} q_j x_{zjk} \Big) \Big|$ 則表示兩兩員工工作時間相減的絕對值之總合，因此式中會有 i 與 z 重覆相加的情況(例如 i=a, z=b 與 i=b, z=a 重覆計算)，而需乘上二分之一，所以在此方程式中的員工間工作時間負荷最平衡乃是以「兩兩員工工作時間相減的絕對值總合爲最小」爲其含義；如此使得兩目標都是以時間爲單位來計算，例如有三位員工的工作時間分別爲 20、30、40 分鐘，依上述之定義則兩兩員工工作時間相減的絕對值總合爲 $|20-30| + |30-40| + |20-40| = 40$。

(2)模式 V

此模式乃將上述單一目標模式的目標函數(方程式(12))改爲下列方程式(22)，並配合此目標函數(方程式(22))增加一組限制式(方程式(23))，其餘方程式不變，說明如下。

$$
\begin{aligned}
\text{MinZ} = {} & \lambda_1 \Big(T_a \sum_{i\in I} \sum_{j\in N} \sum_{k\in N} t_{jk} x_{ijk} \Big) + \\
& \lambda_2 \Big\{ \Big(T_a \sum_{j\in N} \sum_{k\in N} t_{jk} x_{1jk} + \\
& T_b \sum_{j\in M(1)} \sum_{k\in M(1)} q_j x_{1jk} \Big) - \\
& \Big(T_a \sum_{j\in N} \sum_{k\in N} t_{jk} x_{vjk} + \\
& T_b \sum_{j\in M(1)} \sum_{k\in M(1)} q_j x_{vjk} \Big) \\
& + \Big(T_a \sum_{j\in N} \sum_{k\in N} t_{jk} x_{2jk} + \\
& T_b \sum_{j\in M(1)} \sum_{k\in M(1)} q_j x_{2jk} \Big) - \\
& \Big(T_a \sum_{j\in N} \sum_{k\in N} t_{jk} x_{vjk} + \\
& T_b \sum_{j\in M(1)} \sum_{k\in M(1)} q_j x_{vjk} \Big) + \dots + \\
& \Big(T_a \sum_{j\in N} \sum_{k\in N} t_{jk} x_{(v-1)jk} + \\
& T_b \sum_{j\in M(1)} \sum_{k\in M(1)} q_j x_{(v-1)jk} \Big) - \\
& \Big(T_a \sum_{j\in N} \sum_{k\in N} t_{jk} x_{vjk} + \\
& T_b \sum_{j\in M(1)} \sum_{k\in M(1)} q_j x_{vjk} \Big) \Big\}
\end{aligned} \tag{22}
$$

$$
\Big(T_a \sum_{j\in N} \sum_{k\in N} t_{jk} x_{ijk} + T_b \sum_{j\in M(1)} \sum_{k\in M(1)} q_j x_{ijk} \Big) \geq
$$

$$(T_a \sum_{j\in N} \sum_{k\in N} t_{jk} x_{vjk} +$$
$$T_b \sum_{j\in M\{1\}} \sum_{k\in M\{1\}} q_j x_{vjk})$$
$$\forall i \in I \setminus V \qquad (23)$$

上述方程式(22)經整理後，可以下列方程式(24)來表示.

$$\text{MinZ}=\lambda_1 (T_a \sum_{i\in I} \sum_{j\in N} \sum_{k\in N} t_{jk} x_{ijk})+$$
$$\lambda_2 \{(T_a \sum_{j\in N} \sum_{k\in N} t_{jk} x_{1jk} +$$
$$T_b \sum_{j\in M\{1\}} \sum_{k\in M\{1\}} q_j x_{1jk})+$$
$$(T_a \sum_{j\in N} \sum_{k\in N} t_{jk} x_{2jk} +$$
$$T_b \sum_{j\in M\{1\}} \sum_{k\in M\{1\}} q_j x_{2jk})$$
$$+\ldots+(T_a \sum_{j\in N} \sum_{k\in N} t_{jk} x_{(v-1)jk} +$$
$$T_b \sum_{j\in M\{1\}} \sum_{k\in M\{1\}} q_j x_{(v-1)jk})$$
$$-(V-1)(T_a \sum_{j\in N} \sum_{k\in N} t_{jk} x_{vjk} +$$
$$T_b \sum_{j\in M\{1\}} \sum_{k\in M\{1\}} q_j x_{vjk})\} \text{-----}(24)$$

其中: λ_1 爲最短距離之目標權數；

λ_2 爲員工工作時間負荷最平衡之目標權數；

V 爲車輛總數目。

方程式(22)表示此模式之目標也是同時追求車輛行駛總距離最短及員工間的工作時間負荷最平衡，和模式 U 一樣也將最短總距離之目標改以時間爲單位表示，而與模式 U 中方程式(21)所不同的地方是員工間工作時間負荷最平衡的含義，此方程式(22)的含義爲「各別員工之工作時間減去工作時間最少之員工工作時間的和之最小值」。例如有三位員工的工作時間分別爲 20、30、40 分鐘，依上述之定義則各別員工之工作時間減去工作時間最少之員工工作時間的和爲(40-20)+(30-20)+(20-20)=30。因本研究假設每輛車均有一固定司機駕駛該車，所以工作時間最少的員工亦是工作時間最少的車輛。再加上方程式(22)的定義，所以我們必須找出所有員工中工作時間最少的一員工，於是在模式 V 中，還必須增加一限制式(方程式 23)。

方程式(23)主要的功能是限定其中一車輛(方程式中取第 V 輛車輛)之工作時間爲最少的一輛車。因爲有此方程式的限制將使其它車輛的工作時間都會大於或等於工作時間最少的一輛車之工作時間，以配合模式(V)中目標函數(方程式(22))。具體而言，在模式(V)中對於車輛工作負荷最平衡之目標的含義爲「各別車輛之工作時間減去工作時間最少的車輛之工作時間其和的最小值」。

(3)模式(U)與模式(V)的比較

雖然此兩模式都能夠同時追求車輛行駛總距離最短及車輛間的工作時間負荷最平衡之兩目標，且兩目標都以時間爲計算單位，但模式(U)與模式(V)對於車輛間的工作時間負荷最平衡之目標的含義並不相同，而造成不同之地方有下列幾點.

a.模式(U)對於車輛間工作時間負荷最平衡之目標的含義爲「兩兩車輛工作 時間相減的絕對值總合爲最小」，此模式乃考慮到任兩輛車的工作時間之差異，而模式(V)則只衡量所有車輛的工作時間與工作時間最少之車輛的差異，所以模式(U)對於此目標的考量較模式(V)周詳，但也由於此點造成目標函數的資料在輸入應用軟体的困難度與複雜度，因模式(U)乃是兩兩車輛的組合去比較其工作時間的差異，而模式(V)只是個別車輛的工作時間與一輛工作時間最少的車輛去比較，以比較的次數而言，模式(V)較模式(U)少，例如有四輛車的情況下，其工作時間分別爲 a、b、c、d，而 d 爲四者中的最小值，模式(V)的比較次數只有 3 次(a 與 d，b 與 d，c 與 d)，但模式(U)的比較次數爲 6 次(C_2^4=6)。

b.模式(U)中的目標函數(方程式(21))有絕對值的存在，如要消除方程式(21)中絕對值，須要先知道各別車輛工作時間的長短，所以須再增加限制式，使車輛間的工作時間能夠排出長短。

最後，考量模式(U)在應用軟體輸入資料時

之高度複雜性與困難度，本文對於在配送車輛途程問題的研究目的上，將以模式(V)做爲同時追求車輛行駛總距離最短及車輛間的工作時間負荷最平衡之兩目標整數規劃模式。也就是說本文對配送車輛途程問題之最佳解求解都採模式(V)的求解結果爲其答案。

(三)模式特性之分析

1.一般化模式

模式(S)又可稱爲一般化模式（Generalized Model），只要將輸入資料或限制式略爲改變，即可用來解文獻回顧中分類的旅行推銷員問題、多重旅行推銷員問題、多場站多配送車輛途程問題、與單一場站隨機性需求之多配送車輛途程問題，以多重旅行推銷員問題而言，只須將模式(S)去除方程式(14)、(15)的車輛承載容量及工作時間限制。

2.不確定性問題

上述各模式中對於車輛的承載限制只考慮重量上的限制，未考量車輛承載物品之體積上的限制，然而事實上貨物重量和體積之間的關係並非有一定比例關係，兩者往往具有不確定性；另一方面，本研究假設車輛行走時間與車輛行走距離二者成線性關係，而以車輛每公里平均行走時間做爲工作時間的衡量，但實際上，兩者也往往呈現不確定性的關係，本研究如此的假設乃是爲了簡化模式的複雜度與減少求解的困難度。

如果要將不確定性問題考量進去的話，可以將方程式（14）、（15）改爲如下：

$$\sum_{j\in M\{1\}} \sum_{k\in M\{1\}} q_k x_{ijk} \le c_i(\mu_1,\sigma_1) \quad \forall i \in I \qquad (25)$$

$$T_a \sum_{j\in N} \sum_{k\in N} t_{jk} x_{ijk} + T_b \sum_{j\in M\{1\}} \sum_{k\in M\{1\}} q_j x_{ijk} \le T_i(\mu_2,\sigma_2) \quad \forall i \in I \qquad (26)$$

上述兩方程式即表示車輛承載限制和工作時間限制，可以在兩機率分配（其平均值分別爲 μ_1,μ_2，變異數分別爲 σ_1,σ_2）限制下求解。

3.具 NP-hard 的性質

模式(V)之決策變數(x_{ijk})值非 0 即 1，故本模式爲一 0-1 整數規劃問題，且本模式很容易變成一大型整數規劃問題，就以模式(V)而言，其決策變數的數目乃等於 i×j×(k-1)，例如：原有 10 輛車，10 個節點(i=10、j=10、k=10 且 j ≠ k)，則有 900 個決策變數產生，如果將節點數增加二倍，成爲 20 個節點時(i=10、j=20、k=20 且 j ≠ k)，則決策變數將從 900 個增加到 3800 個，前後相差四倍之多，可見此問題計算的複雜度會隨節點數增加而呈指數式遞增；另一方面，由於配送節點的增加，往往也會使配送車輛數增加，而伴隨著節點數與車輛數的增加，限制式也會快速的增加，表 2(208 頁)乃表示模式(V)中車輛數 i、節點數與限制式數目的關係。由表 2 可看出本研究所建立的整數規劃模式，會因問題的擴大，而增加其求解時資料輸入與電腦計算的困難度及所費時間，具 NP-hard 的性質，即電腦求解計算時間及所需記憶空間會隨著網路節點以線性關係的增多而成指數式增加 (Exponential time increase)。

4.模式(U)與模式(V)屬於多目標規劃問題

模式(U)與模式(V)爲同時追求兩目標之整數規劃模式，故屬於多目標規劃問題 (Multiobjectives Programming Problems)，此問題藉由決策者之偏好或客觀方法之分析，以決定各目標之權數，再求其最佳之解，而在本研究中，各目標之權數的決策準則，並不在本文研究範圍內。求解模式(V)，可依應用問題的特性或決策者的經營目標，帶入不同的目標權數而求解之。

四、模式(S)與模式(V)求解之範例說明

本文將以一例說明只考慮最短總距離之單一目標與本研究同時考量最短總距離及員工工作負荷最平衡之兩目標求解的差異。此範例乃假設車輛行走一單位距離需一單位時間與服務需求點一單位的量需一單位時間，而每輛車的承載限制容量皆爲 15 個單位，而對於同時追求最短總距離及車輛工作負荷最平衡之兩目標模式中，在兩目標的重要性皆相同情況下，也就是在 $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 1$ 假設之下求解，此範例資料說明如圖 2(208 頁)之網路圖與表 3 之各需求點的需求量。

此範例乃以 Cplex 應用軟體於具有 Pentium 100 之 CPU 與 Ram 爲 24M 的個人電腦(PC)上運算，求得結果如下所述：

(一)模式(S)求解此範例之結果於下:

(1)電腦執行時間爲 341 秒。

(2)所有車輛行走總距離爲 40 單位距離。

(3)各別車輛行走路線及時間爲:

車輛 1 之行走路線爲(1-6-8-15-11-1)；共需 23 單位時間；

車輛 2 之行走路線爲(1-9-14-13-12-10-1)；共需 24 單位時間；

車輛 3 之行走路線爲(1-4-2-3-7-5-1)；共需 31 單位時間。

(4)所有車輛工作時間之總和爲 78(時間單位)。

(5)車輛間工作時間之差異值爲 9(時間單位)。此乃以各別車輛之工作時間減去工作時間最少車輛之工作時間的總和，以此例爲(31-23)+(24-23)+(23-23)=9。

(二)模式(V)求解此範例之結果於下:

(1)電腦執行時間爲 530 秒。

(2)所有車輛行走總距離爲 42 單位距離。

(3)各別車輛行走路線及時間爲:

車輛 1 之行走路線爲(1-3-7-5-4-1)；共需 27 單位時間；

車輛 2 之行走路線爲(1-12-13-14-2-9-1)；共需 26 單位時間；

車輛 3 之行走路線爲(1-6-8-15-11-10-1)；共需 26 單位時間。

(4)所有車輛工作時間之總和爲 79(時間單位)。

(5)車輛間工作時間之差異值爲 1(時間單位)。

由上例兩模式(模式(S)與模式(V))求解結果可知此範例具有下述特性.

(1)兩目標模式電腦求解時間較單一目標模式求解時間長，此乃因通常多目標求解的複雜度會比單一目標高。

(2)兩目標模式的車輛行走總距離較單一目標模式的車輛行走總距離多，然而兩目標模式的工作負荷平衡程度較單一目標模式佳，這仍是因爲兩目標模式中的兩目標具有交換損益的關係。

由上可知此範例加入員工工作時間負荷平衡的考量是較易使員工接受公司分派之配送任務。

五、結論與建議

(一)將配送車輛途程問題加入員工工作負荷平衡的追求目標，是較符合人性化的設計及企業經營者與員工爲生命共同體的潮流。

(二)在經營者與員工的目標之間，具有交換損益(Trade-off)的關係。只追求經營者最低成本(或最短總路徑)時，必然無法兼顧員工工作負荷量的平衡性；而只爲了縮小員工工作負荷量的差異，往往會增加經營者成本(或增加總路徑)。

(三)在實例中，車輛行走距離與時間的關係，本研究乃假設成線性關係，且每個路段都具有一致性，但在實際上兩者的關係會因每一個路段的交通流量的多寡而有所不同，所以未來研究者若在時間與成本允許之下可以依不

同的路段測量出不同的兩者關係，使研究結果更具有真實性。

(四)在整數規劃模式中，未來研究者可以朝減少決策變數與限制式數目方向改善，以減少電腦計算時間，而增加最佳解法於實務上應用的可行性。

參考文獻

李宗儒、翁基華(1997)「配銷系統之車輛途程問題之研究，於農產運銷的應用-以規劃農會超市宅配送爲例」，台灣土地金融季刊，34(1).147-160。

林瑞明(1995) 「在物流系統中具優先次序之車輛路徑指派問題探討」，元智工學院工業工程研究所碩士論文。

莊志諒(1988)「配送網路之設計研究」，國立交通大學交通運輸研究所碩士論文。

陳育祺(1992)「企業多目標配送車輛路線問題 之研究」，碩士論文，國立成功大學交通管理研究所。

張有恆(1990)「儲運管理」，華泰書局出版。

楊浩二(1986)「線性規劃」，國立編譯館主編，華泰書局出版。

蔡輝昇(1985)「配送中心位置和運輸路線問題聯立最佳解之研究」，運輸計劃季刊，14(1):305-325。

Bodin, L , Golden, B , Assad, A and Bull, D "Routing and Scheduling of Vehicles and Scheduling of Vehicles and Crews The State of The Art", *Computer Opeation Research* 10,2(1983):63-211

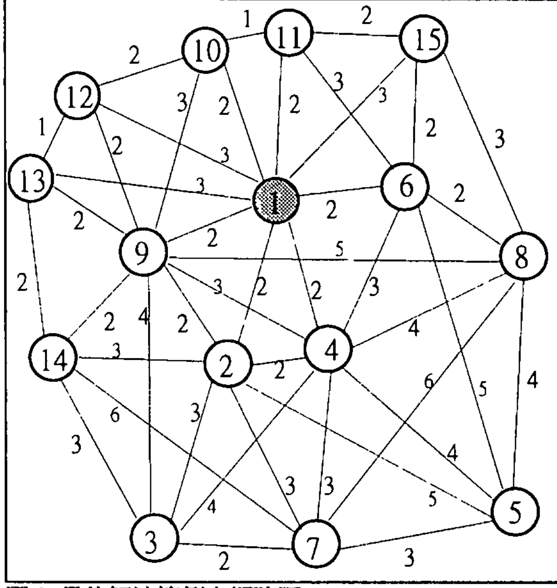
S Viswanathan and Kamlesh Mathur "Integrating Routing and Inventory Decisions in One-Warehouse Multiretailer Multiproduct Distribution Systems", *Management Science* 43,3 (March,1997)

表 2.模式(V)中車輛數(i)及節點數(j)與限制式數目的關係

項　目	數目	項　目	數目
方程式(13)	j-1	方程式(17)	i
方程式(14)	I	方程式(18)	i
方程式(15)	I	方程式(23)	i-1
方程式(16)	i×j	總計數目	i(j+5)+j-2

資料來源.本研究整理

說明.此表中不包含內圍路線的數目。



說明:左圖中的圓圈代表節點，其中節點 1爲配送中心，其它節點爲顧客，節線中的數目代表節點與節點之間的距離。例如節點 4到節點 8的距離爲4。

圖 2.最佳解法範例之網路圖

表 3.範例中各節點之需求量

節點	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
需求數量	2	5	1	3	2	2	4	3	2	1	2	4	2	5

多目標車輛途程整數規劃模式之研究

A Study of Multiple Objective Integer Programming Model for Vehicle Routing Problems

Tzong-Ru Lee Ji-Hwa Veng

Department of Agricultural Marketing,
National Chung Hsing University
Taichung, Taiwan, Republic of China

ABSTRACT

In literature, most vehicle routing models usually consider only one objective That is to minimize the total distribution distance But, in a modern business environment, employees can be a highly competitive advantage if they are treated fairly and motivated The purpose of this paper is to build an integer programming model which includes the load-balancing issues among employees There are two objectives in this model They are to minimize the total distribution distance and to balance the loads among employees Based on our test example, we found that a model with load-balancing objective performs much better than the one without load-balancing objective This implies that a company can increase his customer service level by treating his employee fairly, that is, by giving employee equal load

Key words: Vehicle routing problem, Load-balancing, Integer programming model, Logistics.