農業經濟半年刊,52期,民國81年12月

兩步兩階段最小平方計量推估方法及其應用

黃萬傳 *

壹、前言

自J.F.Muth于1961年提出理性預期假說(rational expectations hypothesis,REH)之後，不論在經濟理論的研究和分析，或是在計量推估方法，皆產生某些程度的衝擊。一般而言，就含有理性預期變數的計量模式而言，其推估方法有：(一)代替法(substitution approach)，利用充分資訊推估技術；(二)貝氏方法(Bayesian approach)，藉由主觀預期形成隨機係數的設定技術；(三)工具變數法(instrumental-variable approach)，利用有限資訊推估技術；該法首由B.T.McCallum于1976年提出單一方程的理性預期模式，其界定隨機變數的實際值係由該變數的預期值和不可預期的誤差所組成。于1983年，Cumby、Huizinga和 Obstfeld等人藉由 T.Amemiya的非線性兩階段最小平方法(NL2SLS)結合 McCallum的理念，而發展出兩步兩階段最小平方法(Two Step Two-Stage Least Sqrares,2S2SLS)。

2S2SLS方法的主要特色，一是用來推估具有自行相關殘差(autocorrelated residuals)的理性預期模式，二是所利用的工具變是事先決定的(predetermined)，即含外生變數和落遲的內生變數。依此，本文旨在引介2S2SLS方法的推估過程及其統計特性，致下文以McCallum和 Amemiya的理念做為2S2SLS的理論基礎，其次深入探討該方法的推估過程及其統計評價，再則輔以美國甜洋蔥產業之應用實例，最後是結語。

*國立中興大學農產運銷學系副教授

貳、理論基礎

㈠McCallum 推估理性預期之理念

誠如前述，其發展推估含理性預期變數單一方程式之方法，下文的分析限定在具有聯合stationary和 ergodic之隨機過程(stochastic processes)。考量下列單一方程式：

$$(1)\ y_t = [{}_{t-1}z_t Z_t]\,\delta^* + u_t \qquad t=1,\ldots,T$$

式中：y_t是一個隨機變數； u_t 具均數爲 0和變異數σ_u^2之殘差項；Z_t是含 k個內生隨機變數和 h－k－1事先決定變數之列向量(row vector)；δ^*是h*1未知參數之行向量； ${}_{t-1}z_t$ 是一個不在 Z_t內生變數而基於時間t－1資訊的預期值。式(1)可視爲一組聯立方程系統之其中一個方程式；以 I_{t-1} 表示于時間t－1或之前的所有系統內生和外生變數訊息集合(information set)，則：

$$(2)\ {}_{t-1}z_t = E(z_t \mid I_{t-1})$$

基於訊息集合含蓋 y_{t-1} 、 Z_{t-1} 和 ${}_{t-2}Z_{t-1}$，即 $E(u_t u_{t-1})=0$； 由此可假設$E(u_t \mid I_{t-1})=0$，且就結構殘差項而言，于時間t－1的訊息集合是事先決定的。

通常 ${}_{t-1}z_t$ 是不可觀察的，于藉由單一方程式技術推估式(1)需有 ${}_{t-1}z_t$ 之代理變數(proxy)，McCallum以實際值 (realized value)z_t 作爲${}_{t-1}z_t$ 之代理變數。依式(2)，z_t是由其條件預期值和一個與I_{t-1}無關且均值爲0的預測誤差所組成，即：

$$(3)\ z_t = {}_{t-1}z_t + \eta_t,\ E(\eta_t \mid I_{t-1}) = 0$$

由於 I_{t-1} 包含 η_{t-1}，η_{t-2}，. . . .，致η_t本身爲系列無相關。以δ_1^*表示δ^*之第一項，依式(3)可改寫式(1)爲：

(4) $y_t=[z_t Z_t]\delta^*+u_t-\delta^*\eta_t\equiv Q_t\delta^*+\varepsilon_t$

由於利用 z_t 當作 $_{t-1}z_t$ ，導致複合殘差項 ε_t 與不在I_{t-1}之Q_t的每一項皆有相關；然McCallum指出，依 $\{u_t\}$ 和 $\{\eta_t\}$ 過程之假設，工具變數和 ε_t是無相關，即I_{t-1}包括模式內任何落遲變數，因而此等變數和 ε_t 之任何一項是不具相關的；以X_t表示此等變數，而與Q_t有關，作爲推估δ^*之工具變數，依式(4)，考量所有T觀察值之矩陣表示：

(5) $y=Q\delta^*+\varepsilon$

依此，δ^*之兩階段最小平方（two-stage least sqrares,2SLS）之推估式是$\hat{\delta}^*=[Q'X(X'X)^{-1}X'Q]^{-1}Q'X(X'X)^{-1}X'y$，式中 X 爲工具變數矩陣。因$I_{t-1}$ 包括η_{t-1} 和u_{t-1}，且$E(\eta_t \mid I_{t-1})=0=E(u_t \mid I_{t-1})$；$\varepsilon_t$爲系列無相關，于$\varepsilon_t$具條件齊質性(conditionally homoscedastic)之假設下：

(6) $E(\varepsilon_t^2 \mid X_t)=\sigma_\varepsilon^2 \qquad \forall t$

δ^*之被推估變異數和互變異之矩陣有一致性；上述McCallum的理念，受下列情況的影響，而引起 $\{\varepsilon_t\}$ 過程有系列相依，致其模式設定有困難；情況之一是結構殘差項 u_t 本身有系列相關，則假設 $E(u_t \mid I_{t-1})=0$不成立；情況之二爲隨機變數的預期是基於 I_{t-1} 以外的訊息集合或以多期預測的表示。雖有處理系列相關之計量方法，如Theil的G2SLS方法，然卻引來被推估的參數具不一致性；目下對此問題的決擇，一是繼續利用2SLS來校正被預估的標準誤，二是尋求一個具一致性的推估式（estimator）來校正ε_t之系列相關；本文的2S2SLS即採用後一決擇。

(二)Amemiya推估非線性最小平方法之理念

其理念重點是提供在變數和參數非線性聯立系統內單一方程參數之推估方法，考量下列單一方程式：

(7) $y_t=f(Q_t,\delta^*)+\varepsilon_t$

依Amemiya的結果，式(7)之δ^*的NL2SLS的推估式，$\tilde{\delta}^*$，可最小化：

$$(8)\ \Phi(\delta^*)=(y-f)'X(X'X)^{-1}X'(y-f)$$

其未限定 X的內涵，僅是具 K階的某些常數之T*K矩陣，若X含蓋整個系統的外生變數，則形成Zellner和Theil的結果。

依參數空間是 compact、$\{\varepsilon_t\}$是i.i.d.、存在 $\lim(1/T)X'X$且非0、$(1/T)(\partial f'/\partial\delta^*)X$ 之機率收斂在δ^* 和 $(1/T)(\partial^2 f'/\partial\delta_i^*\partial\delta^*)X$ 之機率收斂在δ^*等假設，上述推估式具有$\tilde{\delta}^*$ 之機率收斂在眞值 δ_0^*，且 $\sqrt{T}(\tilde{\delta}^*-\delta_0^*)$ 之分配爲 $N\{0,\sigma^2[\operatorname{plim}(\frac{1}{T})(\frac{\partial f'}{\partial\delta^*})|X(X'X)-1X'(\frac{\partial f}{\partial\delta^{*\prime}}|_{\delta_0^*}]^{-1}\}$o 爲獲得$\tilde{\delta}^*$值，Amemiya 建議利用Gauss-Newton的步驟求取之：

$$(9)\ \tilde{\delta}_{(n)}^*=\tilde{\delta}_{(n-1)}^*+[(\partial f'/\partial\delta^*)X(X'X)^{-1}X'(\partial f/\partial\delta^*)]^{-1}(\partial f'/\partial\delta^*)X(X'X)^{-1}X'(y-f)$$

Amemiya指出，NL2SLS不如2SLS具有限訊息最大概似推估式(LIML)的漸近分配，且在工具變數技術的推估式族群中有最小漸近變異－互變異矩陣，蓋前者欲獲得上述統計特性則端視如何選取最適的X。Amemiya已證明，若 X是一個聯立系統內所有外生變數，則$\tilde{\delta}^*$之統計特性如同LIML分配的特性。

參、推估方法及其評價

依據上述理念，Cumby等人遂發展 2S2SLS來推估聯立系統之單一方程式的參數，一方面克服在理性預期模式有殘差項系列相關之困境，二方面突破NL2SLS之工具變數僅爲外生變數之限制；下文分推估方法和統計特性評價予以說明。

㈠兩步兩階段最小平方之理念及其推估式

修正式(7)成下列可能的非線性模式，作爲推估未知$h*1$參數向量δ^*之基礎。式(10)

(10) $y=Qf(\delta^*)+\varepsilon$

之 $f(\cdot)$是取參數δ空間的各元素一對一地映至一個大於或等於此元素個數之空間；$f(\cdot)$的規範條件（regularity conditions）有：(1) $f(\cdot)$可連續微分且 $\frac{\partial f}{\partial \delta'}\mid_\delta$ 有滿階 h；(2) A_T 爲一$g*H(h\leq g\leq H)$ 有 g階之矩陣，其有機率收斂；(3)$(\frac{1}{T})\frac{\partial f'}{\partial \delta}\mid_{\delta} Q'XA_T'$ 有 h 階外且機率收斂在 δ；(4) $E(\varepsilon_t^2X_t'X_t)$是有限的；(5) $\lim_{T\to\infty}(1/T)E(X'\varepsilon\varepsilon'X)=\Omega$ 存在且是正肯定（P-ositive definite)。設有一整數N且爲$N\geq h$的工具變數X_t的列向量，具有：

(11) $E(\varepsilon_t\mid\varepsilon_{t-N},\ \varepsilon_{t-N-1},\ldots,X_t,\ X_{t-1}\ldots)=0$

于理性預期的模式，可承認的(admissible)工具變數的存在性，必伴隨式(11)之假設，即承認殘差系列相關的可能性；依此，式(11)意味 $E(\varepsilon_t\mid X_t,\ X_{t-1},\ldots)=0,\ t=1,\ldots,T$，因而工具變數勢需爲事先決定的，而非僅限定爲外生變數。舉例而言，若ε_t是$(N-1)$之 MA過程且X_t 包括在時間$t-N$或之前之落遲內生變數，則式(11)是存在的，但並不全然爲ARMA過程；式(11)提供式(10)的δ^*具一致性的條件。

前述架構是足以解決理性預期模式之系列相關問題，爲說明之便，設：

(12) $y_t=[{}_tz_{t+1}Z_t]g(\beta^*)+u_t$

式中： u_t 具一階自行迴歸，即 $u_t=\rho^*u_{t-1}+v_t,\ E(v_t\mid I_{t-1})=0$。設定$\eta_{t+1}=z_{t+1}-{}_tz_{t+1}$，則準定差(quasi-difference)式(12)，得

(13) $y_t=[y_{t-1}z_{t+1}Z_tz_tZ_{t-1}]\begin{bmatrix}\rho^*\\ g(\beta^*)\\ -\rho^*g(\beta^*)\end{bmatrix}+\varepsilon_t$

式中：$\varepsilon_t=v_t-g_1(\beta^*)\eta_{t+1}+\rho^*g_1(\beta^*)\eta_t$，$g_1(\cdot)$是 $g(\cdot)$之第

一項；依此，式(13)和式(10)是一樣的，蓋$\delta^*=[\rho^*\beta^*]'$。任何在時間t之前可觀察的變數皆在 I_{t-1} ，且在工具變數集合 X_t 之內；再者，當ε_t和ε_{t-1}未必是無相關，就 $\bar{S}>1$而言，ε_{t-s} 是在 I_{t-1} 之內，致式(11)可適用在式(13)。若u_t過程爲任一ARMA或式(12)之 ${}_tZ_{t+1}$ 爲任何時間之預期，則上述模式依然可以滿足式(11)。

已說明理性預期模式配合式(10)和(11)，下步是推估δ^*。依線性兩階段最小平方 (two-stage least squares,2SLS)推估式原理，對式(10)前乘X'，得

(14) $X'y=X'Qf(\delta^*)+X'\varepsilon$

依 $E(\varepsilon_t|X_t, X_{t-1},...)=0$ ，則 $E(X_t'\varepsilon_t)=0$ ，此意含最小化式(14)之殘差平方和（即爲非線性最小平方），可得δ^* 之一致性推估式；又因$E(X'\varepsilon\varepsilon'X)$非爲單一矩陣之比率，致應用Aitken推估式(GLS)在式(14)，可得一個較有效的推估式。設定$\Omega_T=(1/T)E(X'\varepsilon\varepsilon'X)$，且假設 Ω_T是正肯定；若 R矩陣爲非零，以RR'來表示Ω_T，故下列轉換模式殘差項之互變異矩陣爲單一矩陣之比率；依此，δ^*之Aitken推估式則是最小化：

(15) $R^{-1}X'y=R^{-1}X'Qf(\delta^*)+R^{-1}X'\varepsilon$

式 (15) 之殘差平方法和，示如 $\Phi(\delta)=(y-Qf(\delta))'X\Omega_T^{-1}X'(y-Qf(\delta))$

基於上述，Cumby 等人界定向量 d是最小化下列二次式，爲式(10)δ^*之2S2SLS推估式。

(16) $\Phi(\delta)=(y-Qf(\delta))'X\hat{\Omega}^{-1}X'(y-Qf(\delta))$

$\hat{\Omega}$是正肯定矩陣$\Omega=\lim_{T\to\infty}(1/T)E(X'\varepsilon\varepsilon'X)$之一致性推估式。在線性情況 $f(\delta)=\delta$ ，則δ^*之2S2SLS推估式爲：

(17) $d=(Q'X\hat{\Omega}^{-1}X'Q)^{-1}Q'X\hat{\Omega}^{-1}X'y$

Cumby等人已證明 d有下列特性：(1)它是 δ^* 之一致性推估式，即plimd＝

δ^*；(2) $T(d-\delta^*)$之收斂分配為 $N\{0,\text{plim}[(\frac{V'X}{T})\Omega^{-1}(\frac{X'V}{T})^{-1}\}$,

$$V\equiv Q\frac{\partial f}{\partial \delta'}\Big|_{\delta^*}=Q\left[\frac{\partial f}{\partial \delta_1}\Big|_{\delta^*}\quad\frac{\partial f}{\partial \delta_2}\Big|_{\delta^*}\quad\ldots\frac{\partial f}{\partial \delta_h}\Big|_{\delta^*}\right]$$

當式(11)之 $N=1$，則 ε_t無系列相關；且當式(6)存在時，則式(16)比率於 $\psi(\delta)=(y-Qf(\delta))'X(X'X)^{-1}X'(y-Qf(\delta))$，此即為前述 Amemiya的NL2SLS之臨界函數(criterion function)；即使當 ε_t是系列相關或條件異質變異(conditionally heteroscedastic),NL2SLS仍具一致性，蓋受所選取工具變數之影響，且$E(X'_t\varepsilon_t)=0$。無論如何，于上述情況，NL2SLS較2S2SLS不俱漸近有效性，蓋後者可一般化前者應用到殘差項有系列相關且工具變數為事先決定等諸情況。

Ω之一致性推估式$\hat{\Omega}$，是計算 d及其漸近互變異矩陣之必要條件；申言之，計算 2S2SLS之第一步是利用NL2SLS獲得 ε_t，第二步是計算$\hat{\Omega}$；下文說明後者。矩陣$(1/T)E(X'\varepsilon\varepsilon'X)$之第 (i, j)因素是 $\sum_{\iota=-T}^{T}\frac{T-|\iota|}{T}E(X_{it}X_{jt-\iota}\varepsilon_t\varepsilon_{t-\iota})$,依$T\to\infty$和式(11)，則：

$$(18)\quad \Omega=\sum_{\iota=-N+1}^{N-1}E(X'_t\varepsilon_t\varepsilon_{t-\iota}X_{t-\iota})$$

將第一步之ε_t代入式(18)，得：

$$(19)\quad \hat{\Omega}=\sum_{\iota=-N+1}^{N-1}\{(1/T)\sum_{t=1}^{T}X'_t\varepsilon_t\varepsilon_{t-\iota}X_{t-\iota}\}$$

依 Hansen已證明$\hat{\Omega}$具一致性；但當 $N>1$，$\hat{\Omega}$未必是正肯定。依式(18)，Ω是$\{X_t'\varepsilon_t\}(=\{q_t\})$是自行變異(autocovariance)矩陣之和，因而其等於此一過程在次數為 0之光譜密度矩陣(spectral density matrix)，Cumby等人應用time-domain來推估Ω。

利用式(11)和靜置條件(stationarity)，則可寫g_t為

(20) $$q_t=\sum_{j=0}^{N-1} B_j v_{t-j}=B(L)V_t$$

式中：v_t是一個$(0,\Sigma)$white-noise process；$B_0=I$，且B(L)之所有根在或單一圓(unit circle)之外。排除單一根(unit roots)，倒置B(L)，得：

(21) $$v_t=A(L)q_t$$

式中：A(L)是一無限多項的落遲運算。將第一步的ε_t代入上式形成 $\hat{q}_t=X'\hat{\varepsilon}_t$，在落遲 $K\geq N-1$ 時切斷 A(L)運算，進而推估式(21)得 $\widehat{A(L)}$，因而可得 B(L)，即 $B(K)=\sum_{j=1}^{K}\hat{A}(j)\widehat{B(K-j)}$ ；最後，利用 B(L) 來推估光譜密度矩陣 $\widehat{S(\omega)}=\frac{1}{2\pi}(\sum_{j=0}^{N-1} B_j e^{-ij\omega})\hat{\Sigma}(\sum_{j=0}^{N-1}\hat{B}_j e^{-ij\omega})$，取 $2\pi\hat{S}(0)$ 作爲 $\hat{\Omega}$ 之推估值。依此，在已知由式(21)之$\hat{\Sigma}$爲正肯定下，$\hat{\Omega}$將是正肯定。另假設：

(22) $$E(\varepsilon_t\varepsilon_{t-\bar{s}}\mid X_t, X_{t-1},\ldots,X_{t-s})=E(\varepsilon_t\varepsilon_{t-\bar{s}}),\ \bar{S}<N$$

則$\Omega=\text{plim}(1/T)X'\Lambda_t X$, $\Lambda_T\equiv E(\varepsilon\varepsilon')$，T 爲樣本大小；若$\Lambda_T$有一簡單參數化，則$\hat{\Omega}=(1/T)X'\hat{\Lambda}_T X$，而$\hat{\Lambda}_T$得自$E(\hat{\varepsilon}\hat{\varepsilon}')$。

(二)統計特性之評價

下文擬就統計有效性，來檢討2S2SLS之漸近有效性之特性，進而與McCallum推估式和 Hayashi-Sims推估式予以比較；2S2SLS的有效特性，係導自Hansen的動差一般化方法(generalized method of moments, GMM)的推估式。

設定A_T爲具滿階的 $g*H(h\leq g\leq H)$距陣，其於H個垂直條件（orthogonality conditions)$E(X'_t\varepsilon_t)=0$, δ^*之GMM推估式是最小化

(23) $$A_T X'y=A_T X'Qf(\delta^*)+A_T X'\varepsilon$$

對 A_T有不同選擇的方式；由式(15)，若 $A_T=R^{-1}$且$RR'=\hat{\Omega}$，則 2S2SLS 爲GMM的推估式。誠如前述，2S2SLS係來自式(14)之Aitken推估式，由此意味 2S2SLS在 GMM推估式族群中具有漸近有效性，以下證明此一有效特性。若A_T是機率收斂在一個具滿階的常數距陣，A 和$\hat{\delta}(A_T)$將最小化式(23)之殘差平方和，則于前述規範條件，$\sqrt{T}(\hat{\delta}(A_T)-\delta^*)$ 將收斂至一個常態隨機變數分配，具均值爲零和變異－互變異距陣爲：

$$(24)\quad \text{plim}\left[\left(\frac{V'X}{T}\right)A'A\left(\frac{V'X}{T}\right)\right]^{-1}\left(\frac{V'X}{T}\right)A'A\Omega A'A\left(\frac{V'X}{T}\right)A'A\left(\frac{V'X}{T}\right)\Big]^{-1}$$

于1976年，P.Schmidt 已證明式(24)減去$\sqrt{T}(d-\delta^*)$之漸近變異－互變異矩陣之差爲一個正半肯定(positive-semidefinite)距陣，蓋當 $A'A=\Omega^{-1}$時，式(24)可達到最小，致2S2SLS在GMM推估族群內具有漸近有效性。

于1979年，B.T.McCallum就式(10)提出利用NL2SLS來推估δ^*，即在 GMM推估式中選取 $A_T=D^{-1}$，且 $DD'=\left(\frac{1}{T}\right)X'X$，D 爲非零，而因 McCallum 的結果雖有一致性，但較2S2SLS乏有效性。另于1982年，Hayashi和Sims亦以$\Lambda_T=PP'$(P爲非零之上三角距陣)來轉換式(10)，得：

$$(25)\quad P^{-1}y=P^{-1}Qf(\delta^*)+P^{-1}\varepsilon$$

因Xt和式 (25) 之殘差無關，致最小化 $(y-Qf(\delta))'P'^{-1}X(X'X)^{-1}X'P^{-1}(y-Qf(\delta))$ ，得δ^* 之一致性推估式。其利用 $E(X_t'(P^{-1}\varepsilon)_t]\doteq 0$ 爲垂直條件，就固定的X_t而言，Hayashi-Sims推估式較2S2SLS或NL2SLS或多或少具有效性。Cumby 等人已證明若利用 $\tilde{X}=P'X$ 作爲轉換工具變數，則Hayashi-Sims推估式等於2S2SLS。

肆、應用實例

本文引用作者之研究「生鮮蔬菜運銷訓令對市場穩定效果之動態經濟分析」一文之結果，來說明2S2SLS之應用，旨在指出本推估方法之統計有效性。

㈠計量模式

該文建立一個含蓋理性預期變數在內的美國生鮮甜洋蔥產業之完整線性動態聯立模式為：

(26) $SQ_{tr}^{s}=b_0+b_1SP_{tr}^{*}+b_2SQ^{s}_{t-1,r}+b_3UQ_{tr}^{s}+b_4QT_{tr}+e_{10tr}$,

(27) $SP_{tr}=d_0+d_1SQ_{tr}^{d}+d_2SP_{t-1,r}+d_3SRI_{tr}+d_4PB_{tr}+e_{20tr}$,

(28) $SQ_{tr}^{s}=SQ_{tr}^{d}$

(29) $UQ_{tr}^{S}=\beta_0+\beta_1UP_{tr}^{*}+\beta_2UP^{S}_{t-1,r}+\beta_3SQ_{tr}^{s}+\beta_4QT_{tr}+e_{30tr}$,

(30) $UP_{tr}=\alpha_0+\alpha_1UQ_{tr}^{D}+\alpha_2UP_{t-1,r}+\alpha_3URI_{tr}+\alpha_4SP_{tr}+\alpha_5PB+e_{40tr}$

(31) $UQ_{tr}^{S}=UQ_{tr}^{D}$

各經濟變數之意義界定在表一。基於實際估計程序，式(26)至式(31)可用距陣改寫為：

(32) $\theta(L)\tilde{Y}_t+\tilde{B}^{*}z_t+\hat{B}X_t=\hat{V}_t$

表一、各經濟變數之意義

變數名稱	說明
SQ_t	第t星期來自美國東南區生鮮甜洋蔥之運銷量，單位：10,000磅。
SP_t	第t星期來自美國東南區生鮮甜洋蔥之實質f.o.b.價格，單位：U.S.$/10,000磅。
UQ_t	第t星期來自美國國內生鮮甜洋蔥之總產量加上進口量，單位：10,000磅。
UP_t	第t星期來自美國國內生鮮甜洋蔥之平均實質f.o.b.價格，單位：U.S.$/10,000磅。
QT_t	第t星期來自競爭地區之生產量，單位：10,000磅。
SRI_t	第t星期來自美國東南區實質每人所得(以1982-84＝100之CPI平減)單位：U.S.$
URI_t	第t星期來自美國實質每人所得(以1982-84＝100之CPI平減)，單位：U.S.$
PB_t	第 t星期一般黃色洋蔥之實質f.o.b.價格，單位：U.S.$/10,000磅。

註：于此略去年的代號，r。

式中 $\theta(L) = (1+\theta_1 L^1+\theta_2 L^2+...+\theta_i L^i)$；L＝ 落遲運算符號，即 $L^i\tilde{Y}_t = \tilde{Y}_{t-i}$；$\tilde{Y}_t$＝第 t 星期內生變數之向量；$z_t^*$＝不可觀察理性預期變數之向量；$X_t$＝ 含截距在內之純外生變數之向量；$\hat{V}_t$＝隨機殘差項之向量；$\theta(L)$、$\tilde{B}$和$\hat{B}$是參數距陣。式(32)是ARMAX模式之一特例，由於生鮮甜洋蔥之易腐性，該文僅考量落遲一期之內生變數和純外生變數之動態聯立方程式；依此，式(32)可改寫為：

(32a) $\tilde{Y}'\Gamma+\tilde{Y}_{t-1}\triangle_1+z_t^{*}\hat{\tilde{B}}'+X'_t\hat{B}'=\hat{V}_t'$

依Muth概念界定理性預期為$E(z_t \mid \Omega_{t-1})={}_{t-1}z_t=z_t^{*}$，則改寫式(32a)表示在第t星期之第k方程式為：

(33) $y_{kt}=[{}_{t-1}z'_{kt}Z_{kt}]\delta_k^{*}+\tilde{V}_{kt}$

式中$Z_{kt}=[\tilde{Y}_{k,t-1}X_{kt}]$，$\delta^{*}=[\tilde{B}_k \ \triangle_{1k}\hat{B}'_k]'$。
應用Cumby等人所界定變數誤差概念，z_t可被寫為：

(34) $z_{kt}={}_{t-1}z_{kt}+\tilde{e}_{kt},\ E(\tilde{e}_{kt} \mid \Omega_{t-1})=0$。

再者，設δ_1^{*}是δ^{*}內之第一元素，可改寫式(33)為：

(35) $y_{kt}=[z_{kt}Z_{kt}]\delta^{*}_{k,-1}-\delta^{*}_{k1}\tilde{e}_{kt}+\tilde{V}_{kt}$
$=Q_{kt}\delta^{*}_{k,-1}+\hat{E}_{kt}$

式中 $\delta^{*}_{k,-1}$ 表示在 δ^{*}_k 向量內已去除第一個元素，$Q_{kt}=[z_{kt}Z_{kt}]$，$\delta^{*}_k=〔\delta^{*}_{k1}\delta^{*}_{k,-1}]'$，$\hat{E}_{kt}=\tilde{V}_{kt}-\delta^{*}_{k1}\tilde{e}_{kt}$ 。利用 (35) 且考量所有方程式和觀察變量，以距陣表示之第t星期整個計量模式系統可寫為：

(36) $\hat{Y}_t=Q_t\delta^{*}+\hat{E}_t$

于實際驗證時，應用式(34)，式(24)和式(29)之有關理性預期變數則被表示為：

(37) $SP_{tr}=SP^{*}_{tr}+\tilde{e}_{tr},\ UP_{tr}=UP^{*}_{tr}+\tilde{e}_{tr},\ E(\tilde{e}_{tr} \mid \Omega_{t-1})=0$

利用2S2SLS去推估計量模式參數之前，需進行實證模式之認定。據Hat-anaka所提傳統(靜態)認定條件和Harvey所提ARMAX模式認定條件，認定結果顯示該文所設定實證計量模式是過度認定(over-identified)。2S2SLS之推

估過程利用準差技術(quasi-differencing technique)去校正殘差項之系列相關因2S2SLS在 GMM系統內具漸近有效性，致推估過程所選定工具變數是很重要，該文所用工具變數是事前已定的（predetermined instruments)，即落遲的內、外生變數，此等工具變數具有$\mathrm{plim}(\frac{1}{T})\tilde{X}_k'\tilde{E}_k=0$特性。

㈡實證結果

應用Cumby和Huizinga于1988年所發展的2S2SLS軟體(personal computer version 2.1），所推估計量結構模式示如表二。一般而言，2S2SLS的推估結果較2SLS結果具相對有效性，蓋前者有較小的漸近變異數，此等結果和前述 Cumby等人所提出的統計特性是一致的。另值得一提者，利用2S2SLS所得之各偏迴歸係數水準大於2SLS所獲得的水準，導致2S2SLS較2SLS有較高的漸近 t值；各係數之顯著水準已列示於表二。

伍、結語

本文旨在介紹 Cumby等人所發展2S2SLS之推估方法，由前述得知，該方法是結合 McCallum理性預期推估方法和Amemiya非線性兩階段最小平方法，即一來利用該方法可克服因理性預期帶來的殘差項系列相關的問題，二來于推估過程所用的工具變數，除模式系統內的外生變數外，尙可用落遲的內生變數。依推估聯立計量模式的理論，該方法是藉由推估單一方程式之有限訊息的技術，經由 Cumby等人的證明，發現2S2SLS推估式在工具變數推估式的族群內具有漸近有效性，且此一有效性優於兩階段最小平方法推估式的有效性。

就實證應用觀點， Cumby等人指出，若利用整個系統訊息(full information）的方法，在模式的設定需相當小心，蓋受其複雜性之影響；而應用有限訊息推估技術，可對理性預期模式之設定誤差具有偵察效果（diagnostic test）。于實證的推估效果方面，本文以美國生鮮甜洋蔥產業運銷量之供需模式，作爲驗證2S2SLS統計特性之例子；推估結果支持2S2SLS所具有優良的統計特性。另 Cumby等人亦應用2S2SLS重新推估Taylor的總體經濟模式，亦獲得相同的結論。

參 考 文 獻

1.黃萬傳：(1990)「生鮮蔬菜運銷訓令市市場穩定效果之動態經濟分析」農業經濟論文專集29，中國農村經濟學會，頁13-42。

2. Amemiya, T.(1974) "The nonlinear two-stage least-squares estimator, "J.of Economitrics, 2,105-110.

3. Cumby, R.E. and J. Huizinga.(1988)"Two-step Two-Stage Least Squares User's Guide, Personal Computer Version 2.1, Momeograph.

4. Cumby, R. E., J. Huizinga, and M. Obstfeld(1983) "Two-step two-stage least squares estimation in models with rational expectations, "J. of Econometrics, 21, 333-355.

5. Hansen. L. P.(1982) "Large sample properties of generalized method of moments estimators, "Econometrica, 50, 1029-1054.

6. Hayashi, F. and C. A. Sims(1982) "Efficient estimation of time series models with predetermined, but not exogenous, instruments, "Econometrica, 50, 1055-1072.

7. Harvey, A. C.(1981) The Econometric Analysis of Time Series, Allan, Oxford.

8. McCallum, B. T.(1976) "Rational expectations and the natural rate hypothesis: some consistent estimates, "Econometrica, 44,43-52.

9. McCallum, B. T.(1976) "Topics concerning the formulation, estimation and use of macroeconomic models with rational expectations, "Amer. Stat. Asso. Proceedings of the Business and Economics Statistics Section,65-72.

10. Muth, J. F.(1961) "Rational expectations and the theory of price movements, " Econometrica, 29,315-335.

11. Schmidt, P. (1976) Econometrics Marcel Dekker, New Yark.

12. Swamy, P. A. V. B., J. R. Barth, and P. A. Tinsley.(1982) "The rational expectations approach to economic modeling, "J. Econ. Dyna. and Control, 9,125-147.

13. Taylor, J. B.(1979) "Estimation and control of a macroeconomic model with ra-

tional expectations, "Econometrica, 47, 1267-1286.

14. Theil, H.(1969) Economic Forecasts and Policy, North-Holland Amsterdam.

15. Wickens, M. R.(1982) "The efficient estimation of economtric models with rational expectations, "Review of Econ. Studies, XLIX,55-67.

16. Zellner, A., D. S. Huang and L. C. Chau.(1965) "Further analysis of the short run consumption function with emphase on the role of liquid assets, "Econometerica, 33, 571-581.

表二、計量結構模式參數a估計值及其漸近t值

變數	二步二階段最小平方法（2S2SLS）				二階段最小平方法（2SLS）			
	東南區市場模式		總合市場模式		東南區市場模式		總合市場模式	
	供給	需要	供給	需要	供給	需要	供給	需要
Constant	−307.6843b	−12259.1950	33.3527	−2491.8070	−239.3683	−8245.4379	184.4571	−1363.3365
	(−1.1161)	(−1.5471)****	(0.0429)	(−0.7749)	(−0.8200)	(−0.9938)	(0.2284)	(−0.4077)
SQ_t		−3.6994	2.7957			−2.9215	2.8008	
		(−2.3463)**	(2.1347)***			(−1.7011)***	(2.0404)**	
SQ_{t-1}	0.8595				0.8266			
	(3.2834)*				(2.9923)*			
SP_t	0.0803			0.3669	0.0668			0.4696
	(1.0930)			(2.1542)**	(0.8543)			(2.5802)*
SP_{t-1}		0.9375				0.8868		
		(4.0171)*				(3.7036)*		
UQ_t	0.1466			−0.1050	0.1169			−0.0994
	(2.4505)*			(−3.0848)*	(1.6040)***			(−2.7094)*
UQ_{t-1}			0.1525				0.1814	
			(1.1265)				(1.2623)	
UP_t			0.0233				0.0039	
			(0.0994)				(0.0159)	
UP_{t-1}				0.6328				0.4264
				(1.9334)***				(1.2602)
OT_t	−0.1349		1.1160		−0.1042		1.1125	
	(−1.9605)***		(10.2960)*		(−1.3945)****		(9.7737)*	
SRI_t		1.2160				0.8535		
		(1.6865)***				(1.1190)		
URI_t				0.1774				0.0936
				(0.7045)				(0.3555)
PB_t		0.2178		0.9076		0.0691		0.8218
		(0.1599)		(2.9553)*		(0.0466)		(2.6275)*
ρ_t c	0.1476	−0.2327	0.3279	−0.9303	0.1509	−0.1859	0.3286	−0.9421

a.：供給函數是以數量為依變數之設定，需要函數則以價格為依變數之設定，PB_t是第t星期甜洋蔥代替品生鮮黃色洋蔥之實質f.o.b.價格。所有變數皆定義在表一。

b.：括號而數字表示t值；＊、＊＊，＊＊＊，和＊＊＊＊分別表示用兩尾t檢定之顯著水準在0.01，0.05，0.10，和0.20。

c.：ρ是簡單相關係數　　　　　　　，　是殘差值。

資料來源：黃萬傳（1990）「生鮮蔬菜運銷訓令對市場穩定效果之動態經濟分析」，農業經濟論文　　29，中國農林經濟學層，頁13－42。

The Estimation Method of Two-Step Two-Stage Least Squares and Its Application

Wan-Tran Huang*

黃 萬 傳

The purposes of this paper are to introduce the method of two-step two-stage least squares(2S2SLS) using instrumental-variables approach and its application. This approach, developed by Cumby, Huizinga, and Obstfeld in 1983, is utilized to estimate the rational expectations models with autocorrelated residuals.

There is an empirical example, reproduced from the paper written by the author in 1990, to show how to apply 2S2SLS to estimate the interested models. As shown by Cumby, Huizinga, and Obstfeld, the 2S2SLS estimator holds the properties of consistency parameters, in the context of an estimator employing the generalized method of moments(GMM).

* Associate Professor, Department of Agricultural Marketing, National Chung Hsing University, Taiwan, R. O. C.