臺灣農家養猪規模變動之分析

馬可夫鏈鎖之應用*

郭　義　忠**

壹、前　言

臺灣由於經濟繁榮，一般人民生活水準提高，對於猪肉之需要日爲殷切。據農業年報之統計，民國五十七年台灣毛猪之生產價值高達七十三億元，在各種農產品產值中僅次於稻米之產值。每年毛猪之生產除供應國內之需要外，尙有大量外銷。尤有進者，因毛猪消費而發生之屠宰稅，構成了本省地方稅收之主要來源。台灣毛猪之生產主要爲農家之飼養，養猪事業早已成爲農家之主要副業。農家養猪規模之大小，不僅影響個別生產者之成本及收益；且將影響毛猪市場之供應量及價格，乃至於整個國家外滙及財稅之收入。際此政府積極獎勵養猪事業之時，對於台灣農家養猪規模之變動加以研究及分析實有其必要。

影響農家養猪規模之因素固然很多，然這些因素交互影響之結果，其終極之具體表現則爲規模之變動；換言之，由於養猪之生產因素價格或產品價格以及生產技術等因素之變動乃導致農家養猪頭數之增加或減少。經濟學之研究，往往分析一種經濟事象在過去一段期間中變動之過程及結構，藉以推測未來該種事象變動之結構及發生之可能性。本研究乃利用機率統計學中之馬可夫鏈鎖法(Markov Chains)，藉台灣農家養猪之時間序列（Time Series）資料，分析各不同養猪

* 本研究有關馬可夫鏈之概念及整個研究模式係得自 G. G. Judge and E. R. Swanson, *Markov Chains: Basic Concepts and Suggested Uses in Agricultural Economics*, Department of Agricultural Economics, Agricultural Experiment Station, University of Illinois College of Agriculture, Research Report AERR-49, December 1961.

** 研究期間承本校統計系講師張金裕先生指教良多，謹致最深謝意。另承本所助理研究員袁壽廉、陳武雄及研究生廖武正諸位先生協助計算工作，於此一併致謝。

規模之變動率，測定台灣農家養猪規模發展之趨勢，或可有助於政府對於台灣毛猪生產及市場政策之擬定。

馬可夫鏈鎖之原理在數學上雖然很早即已建立，但在實際問題上之應用，則爲晚近之事，尤其在經濟學上之應用更不出最近之十數年。近年來農業經濟學中有關市場結構之變動、企業規模之分配、租佃方式之變動、所得及工資分配、需要之分析等等問題，以此種機率方法來分析研究者，在歐美各國已屢見不鮮[1]。日本最近亦頗熱衷於此種方法之應用，先後發表者計有利用馬可夫過程分析農民世代間職業之變動、耕地規模之趨勢、作物及人口之變動趨勢等等[2]。台灣農業經濟之應用除李聰照先生於民國 52 年在中華農學會報發表"有限馬可夫鏈鎖之基本概念及其在經濟學上之應用"[3]一文後迄未有對於實際問題之分析加以應用者。著者不揣謭陋乃以之分析台灣農家養猪規模之變動，藉收「拋磚引玉」之效，謬誤之處倘祈識者不吝指教。

貳、研 究 目 的

本研究除分析台灣農家養猪各種不同規模之分配結構及其變動之可能率，藉以測定各種規模變動之趨勢外，其主要目的尙在探討馬可夫鏈鎖法之原理原則及其在農業經濟中生產規模分配變動研究之應用。詳細研究目的如下：

1. 研究馬可夫鏈鎖之基本原則及其在分析生產規模變動之模式。
2. 建立轉變數陣 (Transition matrix)，並藉此數陣分析各規模間變動之機率。
3. 分析在均衡狀態下，各種養猪規模分配之結構，並計算每一規模狀態所停留之時間。
4. 探討吸收鏈 (Absorbing chains) 之應用。

叁、馬可夫鏈鎖之概念及原理

馬可夫鏈鎖爲機率過程 (Stochastic process) 之一種型態。所謂機率過程，即在任意一連串的試驗中，如其試驗結果可以機率分析及解釋者，則此一連串之試驗即爲機率過程。若每一試驗之結果爲有限，則此一過程爲有限機率過程 (Finite stochastic process)。機率過程可依其試驗結果之函數對於過程之特性加以分類，其中之一種即爲馬可夫鏈鎖過程。現在吾人即可對於馬可夫鏈鎖過

(1) 李聰照："有限馬可夫鏈鎖之基本概念及其在經濟學上之應用"，**中華農學會報**，新第 44 期，中華農學會，民國 52 年 11 月，P. 92。

(2) Ryohei Shimizu: "The Application of Markov Process Models in the Analysis of Agricultural Problems", *Rural Economic Problems*, vol. 4 No. 2, The International Association for Agricultural Economics in Japan, May, 1968.

(3) 同註 1，P. 87～93。

程定義如下:

任一有限機率過程設其每一試驗結果之函數爲 f_0, f_1, ……f_n 等，若已知其起始狀態 f_0 爲固定，且符合下列二個條件時，則此一有限機率過程稱爲馬可夫鏈鎖過程。

第一條件: $P_r[f_n=t\,|\,(f_{n-1}=s)\wedge(f_{n-2}=r)\wedge\cdots\wedge(f_1=a)]$

$$=P_r[f_n=t\,|\,f_{n-1}=s]\quad\cdots\cdots(1)$$

第二條件: $P_r[f_n=t\,|\,f_{n-1}=s]=P_r[f_m=t\,|\,f_{m-1}=s]$ ……(2)

上述二條件對於所有 $m\geqq 1$ 與 $n\geqq 2$，以及任何一連串之試驗結果爲 $a,\cdots,s,t$, 等均能成立。

上列式中 P_r 爲機率之符號，t 爲第 n 次試驗結果之機率，$s, r,\cdots$ 及 a 分別爲第 n-1 次,n-2 次，…，及第 1 次試驗結果之機率。式(1)爲條件機率(Conditional probability)，其意義爲已知第一次試驗結果爲 a (即 $f_1=a$)，…，第 n-2 次試驗結果爲 r (即$f_{n-2}=r$)，至第n-1次試驗結果爲s,($f_{n-1}=s$)之後,其第 n 次試驗結果爲 $t(f_n=)t$ 之機率,僅視其前一次,即第 n-1 次之結果($f_{n-1}=s$)而定。質言之,在一連串之試驗過程中,某一次試驗之結果僅受其前一次試驗結果之影響。式(2)之意義則爲前述此種依賴前一階段的情形,在每一狀態(State)皆爲相同。

依據上述條件，現可再將馬可夫鏈鎖之定義綜述爲：設已知一狀態之集合 (S_1, S_2, ……S_r)，在某一定時間，該過程(即該串試驗)僅能在此狀態集中之某一狀態，並且連續由一狀態向另一狀態移動，每一次之移動稱爲一步 (a step)，該過程由 S_i 狀態移至 S_j 狀態之機率僅視其前一步之狀態 i 而定。上述每一對由 S_i 狀態移至 S_j 狀態之機率皆可以轉變機率 (Transition probability) (4)表示之；亦即

$$p_{ij}=p\,[f_n=j\,|\,f_{n-1}=i]。$$

利用上述之定義及概念，吾人對於此一過程每一步之移動，即可畫出機率樹 (Probability tree)，並對此機率樹之每一分枝給予相當之機率，以表示整個移動之過程。(5) 另外由某一狀態 S_i 移出 S_j 狀態之機率亦可以轉變率 p_{ij} 表出，而綜合所有之轉變機率即可構成一個轉變數陣 P 如下:

$$P=\begin{array}{c} \\ S_1 \\ S_2 \\ \cdot \\ S_n \end{array}\!\!\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} \underline{S_1} & \underline{S_2} & \cdots & \underline{S_n} \end{array} \\ \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & \cdots & P_{1n} \\ P_{21} & P_{22} & \cdots & P_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ P_{n1} & P_{n2} & \cdots & P_{nn} \end{bmatrix} \end{array}\quad\cdots\cdots(3)$$

式(3)中 $\Sigma P_{ij}=1$ ……(4)

(4) 有關馬可夫鏈鎖過程之詳細定義可參閱:

(1) J. G. Kemeny et al, *Finite Mathematical Structures*, New York Prentice-Hall, 1960, P 146-150.

(2) J. G. Kemeny & J. L. Snell, *Finite Markov Process* Princeton: De van Nostrand Company, Incorporated. 1960. P. 24-34.

(5) 機率樹之建立及舉例參見註 1，P. 88 或註 4(1)，p.149 及 P. 386

且對於所有之 i 及 j $\quad P_{ij} \geq 0$ (5)

式(3)轉變數陣中每一元素 P_{ij} 代表由 S_i 狀態在下一步移至 S_j 狀態之機率。由於此數陣之各元素 P_{ij} 均爲正數，且每一行 (row) 元素之和等於一，因此每一列乃稱爲機率向量 (Probability vector)。而整個數陣 $[P_{ij}]$ 稱爲機率數陣 (Stochastic matrix)。此一數陣以及原來之起始狀態，即可完全決定一馬可夫鏈鎖過程；換言之，具有上述資料吾人即可決定第 n 步試驗之結果。以數陣之術語言之，吾人可作如下之敍述：

設 w° 代表起始向量（或起始狀態），則

$$w^{(0)}P = w^{(1)} \tag{6}$$

$$w^{(1)}P = w^{(2)} \tag{7}$$

$$\begin{matrix} \cdot & & \cdot \\ \cdot & & \cdot \\ \cdot & & \cdot \end{matrix}$$

$$w^{(n-1)}P = w^{(n)} \tag{8}$$

因 $\quad w^{(n)} = w^{(n-1)}P = w^{(n-2)}P^2 = \cdots = w^{(0)}P^n$

故 $\quad w^{(n)} = w^0 P^n$ (9)

因此，如起始爲 i 狀態時，則 $w^{(1)}$ 爲數陣 P 之第 i 個列，$w^{(2)}$ 爲 P^2 之第 i 個列。而 w^n 爲 P^n 之第 i 個列。由此，P^n 之各列可以表示各種起始狀態之結果。故 $p_{ij}{}^n$ 應爲該過程由狀態 i 開始，於經過 n 步後而爲 j 狀態之機率。

至此，吾人可再將馬可夫鏈鎖依其轉變數陣性質之不同而提出兩種不同之馬可夫鏈鎖；即正常之馬可夫鏈鎖 (Regular Markov chains) 及吸收之馬可夫鏈鎖 (Absorbing Markov chains)，所謂正常馬可夫鏈鎖，即其轉變數陣自乘數次後，其中之元素皆爲正數，而無零及負數存在者。其意義爲一過程不論其起始狀態爲何，皆可轉變爲另一任何狀態。鑑定某一過程是否爲正常馬可夫鏈鎖之方法即將轉變數陣自乘數次後觀察各元素是否爲正數。有關正常馬可夫鏈鎖尚有兩個主要定理分述如下：[6]

定理一、設 P 爲一正常馬可夫鏈鎖之轉變數陣，則：

1. P^n 趨近於一個數陣 T，亦即 P^n 之每一元素趨近於 T 之相對每一元素。
2. T 之每一列 (row) 皆爲相等之機率向量 w。
3. w 中每元素皆爲正數。

定理二、若 P 爲一正常馬可夫鏈鎖之轉變數陣，且 T 及 w 如定理一所述者，則 T 數陣中每一列向量 w 爲滿足 $wP = w$ 關係之惟一向量。

上述二個定理謂若 P 爲正常馬可夫鏈鎖之轉變數陣，則必有，且僅有一向量 w 爲 P 之固定向量且爲機率向量。在 n 時期此一分配（即 P^n）不管其原有起始狀態如何，均趨向此一向量。

(6) 同註4(1)，P. 391—393.

由上述兩個定理即可導出一正常機率過程之均衡狀態之解答。由定理一可知

$$P^n \longrightarrow T \text{ 當 } n \longrightarrow \infty \tag{10}$$

$$\text{或}\quad \lim_{n\to\infty} P^n = T = \begin{bmatrix} w_1 & w_2 & \cdots & w_n \\ w_1 & w_2 & \cdots & m_n \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ w_1 & w_2 & \cdots & w_n \end{bmatrix}$$

$$= e'w \tag{11}$$

式中 $e=[1,1,\cdots,1]$，而 w 爲均衡向量

至此吾人可知求得均衡向量 w 之方法爲以 P 自乘相當多次數後求得。

另一種求 w 之方法爲解聯立方程式。由定理二知在均衡狀態時，此分配向量 w 必爲不變的；即數陣中各列均爲 w 向量，或

$$wP=w \tag{12}$$

上式移項得

$$w\ (P-I)=0 \tag{13}$$

式(13)中 I 爲單一數陣 (identity matrix)，將之簡化爲

$$[w_1 \quad w_2 \cdots w_n] \begin{bmatrix} P_{11}{}^{-1} & P_{12} & \cdots & P_{1n} \\ P_{21} & P_{22}{}^{-1} & \cdots & P_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ P_{n1} & P_{n2} & \cdots & P_{nn}{}^{-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdot \\ 0 \end{bmatrix}$$

亦即構成 n 個未知數 $(w_1, w_2,\cdots, w_n)$ 之 n 個聯立方程式，然而由於 w 爲機率向量，故

$$\sum_{j=1}^{n} w_j = w_1 + w_2 + \cdots + w_n = 1 \tag{14}$$

因此吾人可綜合式(13)及(14)將之化簡爲 n-1 個未知數及一具有 n-1 個獨立方程式之聯立方程式，而解出 w。

另外一種馬可夫鏈鎖之形式即爲吸收之馬可夫鏈鎖，在轉變數陣中，由一狀態轉至某一狀態後，即停留在該一狀態而無法離開者，該狀態稱爲吸收狀態 (absorbing state)。一個馬可夫鏈鎖若(1)其至少有一個吸收狀態，且(2)每一狀態皆可移至吸收狀態，則該鏈鎖即爲吸收之馬可夫鏈鎖。此時吸收狀態之轉變機率 P_{ij} 必等於一。例如有 0,1,2,3,4 等狀態，若其轉變數陣如下：

$$P = \begin{array}{c} \\ 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

則狀態 0 及 4 爲吸收狀態，而 1, 2, 3 則爲非吸收狀態。任何一非吸收狀態皆可移轉至 0 及 4 狀態，而若一旦轉變爲 0 及 4 狀態後即無法再由 0 及 4 狀態再轉變出來。故 P 爲一吸收鏈鎖。現設有 r 個吸收狀態及 S 個非吸收狀態，由於吸

收狀態之轉變機率爲 1，故可將原來之轉變數陣重行排列而成爲下列標準式 (canonical form)：

$$
\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{cc} r \text{ 個狀態} & S \text{ 個狀態} \end{array} \\
P = \begin{array}{c} r \\ s \end{array} & \left[\begin{array}{c|c} I & 0 \\ \hline R & Q \end{array} \right]
\end{array}
\tag{15}
$$

式(15)中 I 爲一 $r\times r$ 之單一數陣，0 爲 $r\times s$ 之零數陣，R 爲 $s\times r$ 數陣，而 Q 爲 $s\times s$ 數陣。由吸收數陣則可導出下列標準式：[7]

$$N=(I-Q)^{-1} \tag{16}$$

標準式 N 數陣中之各元素即代表各非吸收狀態間移動之平均時間。

另設 b_{ij} 爲由第 i 個非吸收狀態轉移至第 j 個吸收狀態之機率，則由

$$B=[b_{ij}]=NR^{(8)}$$

吾人可以求出各非吸收狀態轉移至各吸收狀態之機率。

肆、臺灣農家養猪規模變動之分析

基於以上馬可夫鏈鎖之概念、定義及假設，現在吾人即可利用此一機率過程來分析台灣養猪農家，均衡規模之結構。

一、資料說明

本研究旣在分析台灣農家養猪規模之變動，則所需之資料應爲樣本農戶歷年養猪規模之紀錄。惟經多方蒐詢，目前台灣此種資料尚難以獲得[9]。資料之缺乏實爲此種分析方法之一大限制。關於此點，美國伊利諾大學李聰照等學者曾提出在這種情況下，可用歷年總體資料中各種狀態之比率資料，以二次計劃方法 (quadratic programming) 來獲得限制最小平方法 (restricted least squares) 估計之轉變機率數陣。[10]即使如此，有關台灣農家養猪規模分配之總體資料，亦尚付闕如。本研究乃選取台中縣各鄉鎮歷年平均養猪頭數，爲分析之基本資料。此項資料之採用，誠然不無值得商榷之處；例如由於部份農戶並未養猪，以某鄉鎮養猪總頭數涂以農戶數所得之平均每戶養猪頭數恐有偏低之可能，再者平均之養猪頭數在歷年間所表現之變動可能較諸實際個別農戶歷年養猪頭數之變動爲小。好在本研究主要目的之一乃在探討方法之應用。至於分析結果之解釋，僅須注意平均數之概念。現茲將台中縣自民國 44 年至 57 年歷年平均每戶養猪頭數之變動列如表一。至於各鄉鎮歷年平均每戶養猪頭數則見文後附錄。

(7) 證明參見註 4：(1)，P. 405.

(8) 證明註 7，P. 408.

(9) 農林廳學辦之農家記賬雖有歷年紀錄，然由於每年之記賬農戶未盡相同，時有變動，且有關養猪規模之資料，因非其主要項目，部份殘缺不全，故亦無法採用。

(10) T. C. Lee, G. G. Judge and T. Takayama, "On Estimating the Transition Probabilities of a Markov Process", *Journal of Farm Economics*, Vol. 47, No. 3, August 1965.

表一、臺中縣歷年平均每農戶養猪頭數　單位：頭

年　度	平均每戶頭數	標準差
民國44年	3.0947	1.1367
45	3.1132	1.6531
46	3.5445	1.1298
47	3.5539	1.1648
48	3.2546	1.0264
49	3.1985	0.7772
50	2.9638	0.9471
51	2.8763	0.7255
52	2.7317	0.7078
53	2.6965	0.7024
54	2.6874	0.7671
55	2.6592	0.7973
56	2.6156	0.7339
57	2.5267	0.8079

資料來源："台中縣統計要覽"，民國44至57年版，台中縣政府主計室編印。

由表一可以看出自民國44年至47年台中縣平均每農戶養猪頭數呈現增加之趨勢，至48年以後則逐年減少。上述資料固可以看出歷年台中縣平均每農戶養猪規模之變動趨勢，然却無法表示各別鄉鎮平均養猪規模年年變動之過程。換言之，從表上我們無法確定各別鄉鎮其每年養猪規模變動趨向亦與上述全縣平均數變動之方向相同。此種各別鄉鎮養猪規模年年變動之過程正是本硏究分析之特點。

二、養猪規模變動之機率

在利用馬可夫鏈鎖方法來分析養猪規模變動時，首須對於分析之模式設立下列假設條件[11]：

1. 養猪之農戶（在本文則爲鄉鎮）可依某種養猪規模大小之衡量標準加以分組，各不同組別亦即爲不同之狀態（States）。
2. 每一農戶（或鄉鎮）在上述各組別或狀態間之移動可視爲一種機率過程，且其變動之機率就不同之時間而言均爲固定。同時由某一狀態移至另一狀態之機率僅爲此二狀態之函數；換言之，農戶養猪規模之變動受其變動前規模之影響，而與其以前之變動過程無關。

(11) G. G. Judge and E. R. Swanson: *Markov Chains: Basic Concepts and Suggested Uses in Agricultural Economics*, Department of Agricultural Economics University of Illinois, Research Repport AERR-49, December 1961.

由於上述二種假設之設立，已使此一模式之結構簡化；例如一般認爲影響養猪規模大小之各種因素，諸如產品價格、投入因素之價格、以及生產技術等等，現在僅以養猪規模一個變數代表之。質言之，上述各種因素交互影響之結果，其終極之具體表現則爲規模之變動。再者，我們尚假設上述因素之作用所表現之轉變機率在未來之某段期間亦爲不變。誠然，此一假設實爲一種嚴格之限制。美國賓州大學之 Hallberg 教授曾就實際資料之應用，對於此一假設之用於預測的適用性提出疑問，並建議修正之方法[12]。惟以該項方法尚未成定論同時計算過於繁複，本文暫不予討論。

基於上述模式吾人現可將歷年台中縣不同養猪規模之鄉鎮依其大小分爲五組（如表二），此五組亦爲五個不同之狀態。每一鄉鎮（或農戶）在任何一年其規模皆可能屬於上述五組之任何一組。由於本文所用資料係平均養猪頭數，故養猪頭數遂有小數出現。爲說明方便起見，玆將第一組（S_1）稱爲一頭，第二組（S_2）稱爲二頭，…第五組稱爲五頭以上。

表二、農戶養猪規模之分組組距

組別（狀態別）	組距（養猪頭數）
S_1	1.49 以下
S_2	1.50—2.49
S_3	2.50—3.49
S_4	3.50—4.49
S_5	4.50 以上

爲建立養猪規模之轉變數陣，玆設 a_{ij} 代表自民國44年至57年十四年間，養猪規模由 i 組移至 j 組之鄉鎮（或農戶）數。於是其轉變機率則爲：

$$\hat{p}_{ij}=\frac{a_{ij}}{\sum_{j=1}^{6}a_{ij}} \tag{18}$$

上式之 $\hat{p}_{ij}$ 亦爲轉變機率 p_{ij} 之最大概似推定值（maximum likelihood estimates）[13]現吾人即可依據表二之分組及式(18)而將台中縣各鄉鎮歷年養猪規模之資料建立一轉變數陣如式(19)。由於台中縣共有 21 個鄉鎮，而所包括之時間爲 14 年；亦即每一鄉鎮皆可能有 13 次之變動。故此一數陣之建立係基於 273 個觀察值（observations）而計算者。

(12) M. C. Hallberg: "Projecting the Size Distribution of Agricultural Firms…An Application of a Markov Process with Non-Stationary Transition Probabilites", *American Journal of Agricultural Economics*, Vol. 51, No. 2, May, 1969.

(13) T. W. Anderson and L. A. Goodman, "Statistical Inference About Markov Chains", *The Annals of Mathematical Statistics*, 28:89-110, March 1957.

$$\hat{P}=\begin{array}{c} \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} S_1 & S_2 & S_3 & S_4 & S_5 \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccccc} 0.7500 & 0.2500 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0556 & 0.8055 & 0.1250 & 0.0139 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.1061 & 0.8257 & 0.0682 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0204 & 0.2449 & 0.6735 & 0.\ 612 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.3333 & 0.6667 \end{array}\right) \end{array} \tag{19}$$

式(19)數陣中各元素表示由起始狀態或組別（縱列）轉變為各狀態或組（橫列）之機率。自左上角至右下角對角線上之各元素表示各規模組經每年變動皆停留在其各原來組別之機率。上述對角線上之機率皆較其各該橫列之機率為大，表示各規模組在變動中其穩定性甚大；換言之，各鄉鎮之養猪規模在此十四年間之變動性甚小。產生此種現象之原因，固然由於分組標準之關係，若表二之分組組距變更，則各組之機率亦可能變動，另外本研究所採用之資料係各鄉鎮之平均養猪頭數；一般而言，平均數之變動較個別農戶之變動為小。然而根據著者之經驗，事實上台灣一般農戶養猪頭數歷年亦均甚為固定。由對角線之機率吾人尚可看出此種穩定性在小規模組較大規模組為大。

由對角線以外之各元素吾人可看出各規模組每次變動為其他各組之機率。若將各橫列對角線之右邊各機率相加即代表該規模組在一次變動為增加規模或頭數之機率。反之，左邊各機率相加即為減少之機率。例如起始狀態為養猪 4 頭之鄉鎮（第四組）其增加規模之機率為 0.0612，而縮小機率則為 0.2653。另第二組則其增加之機率（0.1389）較減少之機率（0.0556）為大。

此外，由式(19)尚可建立一條件機率數陣，該數陣之每一元素表示每一鄉鎮（或農戶）養養猪規模在離開第 i 組後而移至第 j 之條件機率。條件機率數陣之元素 $\hat{m}_{ij}$ 可由式(19)中之元素計算，即：

$$\hat{m}_{ij}=\hat{p}_{ij}/1-\hat{p}_{ij}$$

其計算結果之數陣如式(20)

$$\hat{M}_{ij}=\begin{array}{c} \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} S_1 & S_2 & S_3 & S_4 & S_5 \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccccc} 0.0000 & 1.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.2858 & 0.0000 & 0.6426 & 0.0714 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.6087 & 0.0000 & 0.3912 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0624 & 0.7500 & 0.0000 & 0.1874 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 & 0.0000 \end{array}\right) \end{array} \tag{20}$$

由式(20)可以看出第一組移至第二組之條件機率為 1，換言之，第一組之規模除保留不變者，其所有動變者，皆僅增為二頭。而不會增加至三、四或五頭以上。

三、均衡之養猪規模結構

此處所謂"均衡"乃指每次移入某一規模組之鄉鎮（農戶）數與移出之鄉鎮（農戶）數相等時之分配情形。亦即每一規模組其移入及移出之鄉鎮數呈現平衡

時之各組鄉鎮數之分配情形。根據前述正常馬可夫鏈鎖之定理，養猪規模間之變動，在時間如持續下去，則終會呈現均衡之情形。現茲依據式(12)、(13)、(14)及式(19)之轉變數陣，以解聯立方程之方法即可解出均衡之規模分配向量如下：

$$w = [0.0829 \quad 0.3731 \quad 0.4176 \quad 0.1068 \quad 0.0196] \tag{21}$$

上述向量表示在達到均衡時，平均養猪一頭之鄉鎮數約佔全部鄉鎮數 8%，養猪二頭者佔 37%，三頭者 42% 等等。

為比較實際養猪規模之分配與上述均衡時之分配，茲將民國 44 年臺中縣各鄉鎮依養猪規模分組之分配情形及自 44 年至 57 年之平均分配情形與均衡之分配情形比較如表三。

表三、實際養猪規模分配與均衡規模分配之比較

	規模組別				
	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5
均　　衡	0.0829	0.3731	0.4176	0.1068	0.0196
民國 44 年	0.0000	0.2857	0.4762	0.1905	0.0476
44—57年平均	0.0476	0.1429	0.6190	0.1429	0.0476

由表三吾人可以看出在均衡時約有 8% 之鄉鎮（或農戶）屬於第一組，亦即平均養一頭猪，此項比率較之民國 44 年或 44～57 年平均該組實際比率為大，第二組亦呈此情形。第三、四、五，三組其均衡時之比率則較實際之比率為低。上述情形表示在達到均衡時，平均養猪規模較小之鄉鎮數將會增加，而規模較大之鄉鎮數則將減少。

由表三各規模別鄉鎮數之分配，亦可導出毛猪生產量在各規模組間之分配。現茲以民國 44～57 年平均各組別平均養猪頭數（亦即組中值）來估計各不同時間之毛猪生產量分配如表四。

表四、均衡及實際毛猪生產量分配之比較

	規模組別				
	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5
均　　衡	0.0446	0.3072	0.4497	0.1638	0.0347
民國 44 年	0.0000	0.2092	0.4560	0.2598	0.0750
44—57年平均	0.0230	0.1057	0.5987	0.1969	0.0757

表四第一行表示在達到均衡時臺中縣毛猪總產量中約有 4% 係由第一組規模之鄉鎮所生產，約 31% 係由第二組之鄉鎮所生產。上述兩組合計約 35%，如與民國 44 年兩組合計（21%）比較，顯然增加。反之，規模較大之第四、五兩組，在均衡時其毛猪生產量之比率將較民國 44 年時為少。

由前述轉變機率吾人已知 P^n_{ij} 為代表由狀態 i 開始，於經過 n 步後而為狀

態 j 之機率，且當 n 趨近無窮大時則 P^n 即趨近均衡之轉變機率。現可依據式(3)之轉變機率 $\hat{P}$，以之自乘多次後，吾人即可計算出第 i 組之規模當經 n 年後變爲第 j 組之機率。茲將第二、四、六年後之數陣分列如下：

$$\hat{P}^2 = \begin{array}{c} \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \end{array} \begin{array}{ccccc} S_1 & S_2 & S_3 & S_4 & S_5 \\ \end{array}$$

$$\hat{P}^2 = \begin{array}{c|ccccc} & S_1 & S_2 & S_3 & S_4 & S_5 \\ \hline S_1 & 0.5764 & 0.3888 & 0.0312 & 0.0034 & 0.0000 \\ S_2 & 0.0864 & 0.6762 & 0.2703 & 0.0290 & 0.0008 \\ S_3 & 0.0059 & 0.1744 & 0.7117 & 0.1037 & 0.0041 \\ S_4 & 0.0011 & 0.0561 & 0.3697 & 0.4909 & 0.0820 \\ S_5 & 0.0000 & 0.0068 & 0.0876 & 0.4466 & 0.4648 \end{array}$$

$$\hat{P}^4 = \begin{array}{c|ccccc} & S_1 & S_2 & S_3 & S_4 & S_5 \\ \hline S_1 & 0.3660 & 0.4926 & 0.1219 & 0.0181 & 0.0007 \\ S_2 & 0.1095 & 0.5286 & 0.3011 & 0.0560 & 0.0041 \\ S_3 & 0.0227 & 0.2501 & 0.5814 & 0.1315 & 0.0134 \\ S_4 & 0.0082 & 0.1309 & 0.4628 & 0.3176 & 0.0799 \\ S_5 & 0.0015 & 0.0470 & 0.2625 & 0.4355 & 0.2530 \end{array}$$

$$\hat{P}^6 = \begin{array}{c|ccccc} & S_1 & S_2 & S_3 & S_4 & S_5 \\ \hline S_1 & 0.2542 & 0.4976 & 0.2069 & 0.0373 & 0.0026 \\ S_2 & 0.1106 & 0.4557 & 0.3483 & 0.0762 & 0.0081 \\ S_3 & 0.0382 & 0.2868 & 0.5160 & 0.1381 & 0.0196 \\ S_4 & 0.0191 & 0.1907 & 0.4806 & 0.2434 & 0.0652 \\ S_5 & 0.0069 & 0.1042 & 0.3781 & 0.3553 & 0.1544 \end{array}$$

由以上各次之數陣即可尋求各組在達到均衡分配前各年之養猪規模分配狀況，例如將民國 57 年之實際規模分配向量乘以 $\hat{P}$ 可求得 58 年之規模分配向量，如此繼續乘下去亦可用以預測某年後之規模分配狀況。

現在吾人可試以民國 57 年臺中縣各養猪規模鄉鎮數分配之實際資料（參見附錄），計算分配之百分比，然後以此機率向量乘以上述之 $\hat{P}^6$，即可計算出六年後：即民國63年各養猪規模組之分配情形如表五。

表五、民國 63 年臺中縣各養猪規模分配之預測

年　度	規		模		別
	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5
57 年（實測）	0.0952	0.4285	0.3333	0.1428	0.0000
63 年（預測）	0.0870	0.3654	0.4095	0.1169	0.0195

由表五吾人可預測民國 63 年臺中縣約有 9% 之鄉鎮其平均養猪規模爲一頭，37% 爲二頭，41% 爲三頭，12% 爲四頭，而養猪五頭者僅佔 2%。如以之與 57 年實際分配加以比較，則可看出養猪一、二及四頭之鄉鎮將減少，而三頭者將增加。

四、養猪規模之穩定性

爲分析各鄉鎮（或農戶）其養猪規模之穩定性，可以轉變數陣$\hat{P}$來計算一鄉鎮（或農戶）在某一規模組內之平均停留時間。依 Adelman 所導出之計算方法如下：(14)

設 $s^o{}_i$ 代表起始時在第 i 組之鄉鎮數（或農戶數）

T_i 代表這些 $s^o{}_i$ 個鄉鎮在第 i 組內而不變動之總時間數，

則 $$T_i = s^o{}_i + s^o{}_i \hat{P}_{ii} + s^o{}_i \hat{P}^2{}_{ii} + \cdots \qquad (22)$$

現再設 L_i 代表每一鄉鎮在第 i 組內之停留時間，

則 $$L_i = \frac{T_i}{S^o{}_i} = 1 + \hat{P}_{ii} + \hat{P}^2{}_{ii} + \cdots = \frac{1}{1-\hat{P}_{ii}} \qquad (23)$$

玆根據式(23)計算每一鄉鎮其養猪規模在各規模組別之平均停留時間如表六。此處之時間實應爲次數或步（Step），惟本研究利用資料養猪規模每變動一次之時間爲一年，故所求出之時間單位亦爲年。

由表六可以看出各規模組之平均停留時間以第三組（即養猪三頭者）爲最長（5.73年）表示其穩定性亦最大；換言之，此一組內之鄉鎮（或農戶）其養猪三頭之平均年數爲5.73年。第二組之平均停留時間次之，而以第五組之平均停留時間爲最短；僅三年。

表六、鄉鎮養猪規模在各規模組之平均停留時間　　單位：年

規模組別	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5
平均停留時間	4.00	5.14	5.73	3.06	3.00

五、吸收鏈鎖 (Absorybing chains) 之應用

以上養猪規模變動之分析均爲正常馬可夫鏈鎖之應用，本節玆將利用上述養猪規模之資料來討論吸收馬可夫鏈鎖之應用。依據前面吸收馬可夫鏈鎖之定義，所謂吸收狀態乃指由某一狀態轉變爲另一狀態後，即停留在該一狀態，而無法離開者。任一馬可夫鏈鎖如至少有一吸收狀態，則該鏈鎖稱爲吸收之馬可夫鏈鎖，再者每一狀態均可能移至吸收狀態。此時吸收狀態之轉變機率必等於一。

爲說明方便計，玆假設上述養猪規模中之第一及第五兩組爲吸收狀態，故其轉變機率皆等於一。此一假設乃指某一鄉鎮（或農戶）當其某一年養猪規模爲一頭或五頭時則其以後每年之規模亦將保持在一頭或五頭，而不再有增加或減少之變動。這種假設之用於養猪規模之例，顯然未免牽強，惟本節主要乃在探討吸收鏈鎖之應用，藉分析養猪規模之例來說明，或可有助於對其他可能適合分析者之

(14) I. G. Adelman, "A Stocastical Analysis of the Size Distribution of Firms", *Journal of the American Statistical Bssociation*, 53:893—904, December 1958, p. 897.

應用。

根據上述假設，現可將式(19)之轉變數陣，依吸收鏈鎖之標準式，即式(15)，將吸收鏈鎖之轉變數陣排列如下：

$$\begin{array}{c|cc|ccc|}
 & \underline{S_1} & \underline{S_5} & \underline{S_2} & \underline{S_3} & \underline{S_4} \\
S_1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
S_5 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
\hline
S_2 & 0.0556 & 0.0000 & 0.8055 & 0.1250 & 0.0139 \\
S_3 & 0.0000 & 0.0000 & 0.1061 & 0.8257 & 0.0682 \\
S_4 & 0.0000 & 0.0612 & 0.0204 & 0.2449 & 0.6735
\end{array} \qquad (24)$$

上述轉變數陣計有二個吸收狀態，S_1 及 S_5，以及三個非吸收狀態，亦即 S_2，S_3 及 S_4，現式(24)中設其右下角之子數陣(Sub-matrix)爲 Q〔參見式(15)〕，則〔I-Q〕$^{-1}$ 中 [15] 之各元素即代表各非吸收狀態間移動之平均時間。〔參見式(16)〕。

$$\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{ccc} S_2 & S_3 & S_4 \end{array} \\
\begin{array}{r} S_2 \\ [I-Q]^{-1}=S_3 \\ S_4 \end{array} & \begin{pmatrix} 13.83 & 15.21 & 3.76 \\ 12.40 & 21.75 & 5.07 \\ 10.16 & 17.27 & 7.10 \end{pmatrix}
\end{array} \qquad (25)$$

由式(25)可以看出當起始狀態爲第二組（S_2）在其被吸收之前而仍停留在第二組之平均時間爲 13.83 年，而移出第三組之平均時間爲 15.21 年等等。如再將式(25)中各橫列之元素相加，即可求得各不同起始狀態在其被吸收前之平均時間如式(26)。

$$\begin{array}{cc}
\begin{array}{c} S_2 \\ S_3 \\ S_4 \end{array} & \begin{bmatrix} 32.80 \\ 39.22 \\ 34.53 \end{bmatrix}
\end{array} \qquad (26)$$

式(26)即表示當起始狀態爲第二組者，則平均需經 32.8 年後始被吸收；起始狀態爲第三組者則爲 39.22 年；第四組者爲 34.53 年。現在吾人尚可依照前面式(17)而求得各非吸收狀態轉移出各吸收狀態（或被各吸收狀態吸收）之機率如下：

$$B=[b_{ij}]=NR$$

式中 $N=[I-Q]^{-1}$，R 爲式(24)數陣中左下角之子數陣。其計算結果：

$$\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{cc} S_1 & S_5 \end{array} \\
\begin{array}{r} S_2 \\ B=S_3 \\ S_4 \end{array} & \begin{bmatrix} 0.7691 & 0.2304 \\ 0.6892 & 0.3102 \\ 0.5650 & 0.4345 \end{bmatrix}
\end{array} \qquad (27)$$

由式(27)即可知道起始狀態爲第二組者其有 0.77 之機率轉移爲第一組（或被

(15) 〔I−Q〕$^{-1}$ 即爲〔I−Q〕之逆數陣（Inverse matrix）求此逆數陣之方法可利用 Doolittle 方法求之，參見 Jerome C. R. Li, *Statistical Inference II*, Edwards Brothers, Inc., 1964, P.23～29.

第一組吸收）而有 0.23 之機率轉移爲第五組（或被第五組吸收）等等。一般而言，起始狀態爲規模愈小者則其轉移爲第一組之機率愈大，而轉移爲第五組之機率則愈小。反之，則逆。

伍、摘要與結論

本文主要爲研究方法之探討與應用。利用機率統計中之馬可夫鏈鎖理論來分析臺灣農家養猪規模分配變動情形。藉由過去規模變動之時序資料，整理出變動之規則性，進而用以對於未來可能變動之預測。要言之，此一方法係在綜合及歸納經濟資料並用以預測某種經濟變數之時間過程。在預測之模式中，該項變數必須符合三個假設條件：第一，該變數依某一特徵準則可以劃分爲各種不同之狀態（States），第二，該變數在各狀態間之變動結果可視爲一種機率過程（Stochastic Process），且由某一狀態轉移爲另一狀態之機率僅爲此二個狀態之函數，第三，各狀態間之轉變機率（Transition probability）在時間上是不變的。符合第三假設條件之過程稱爲靜態的馬可夫鏈鎖（Stationary Markov Chains）。本研究所用之模式僅限於此種鏈鎖過程。

以馬可夫鏈鎖來分析生產規模分配變動時，可以得到下列諸問題之解答：第一，由某一規模狀態在下一步轉變爲另一規模狀態之機率爲何？第二，在均衡狀況下，各規模別之分配比率爲何？第三，由某一規模狀態經過某數次變動後而爲另一規模狀態之機率爲何？第四，某一生產單位其停留在某一規模狀態之平均時間幾何？

由於資料之限制，本研究僅選擇臺中縣民國 44 年至 57 年各鄉鎮平均養猪規模之變動爲樣本。分析結果綜述如下：㈠一般而言臺中縣各鄉鎮平均養猪規模之變動甚小。其中以中規模者其變動較大規模及小規模者爲小。且規模小者有增加之趨勢而大規模者則有減小之趨勢。㈡以民國 57 年爲起始狀態來預測民國 63 年之規模分配，其變動方向與上述趨勢相似。㈢以各規模狀態之平均停留時間來表示各規模之移動性，則以中規模者其移動性最小，小規模者次之，而大規模者較大。

本研究除應用正常之馬可夫鏈鎖外，尙利用上述資料爲例，對於吸收之馬可夫鏈鎖之應用加以說明。

本研究模式除可用於生產企業規模分配變動之分析外，尙可推及企業配合變動之分析。例如每一狀態可視爲各種不同之企業配合；農家不同作物制度之配合即爲一例。另外尙可用以分析其他經濟變數之變動；諸如：農家耕地面積之變動、農業勞動或資金之移動、市場結構之變動等等，此外在經濟發展方面亦可用以分析某一地區經濟結構之變動。總之應用之範圍可視狀態劃分準則之變化而定。其應用雖甚廣泛，惟時序資料之蒐集誠爲應用之一大限制。有鑒於此，完整資料之建立實屬必要。此外，對於模式假設條件之適用性或修正亦有待繼續發展及研究。

本文承國家科學委員會補助，謹此誌謝。

參 考 文 獻

1. G.G. Judge and E. R. Swanson, ***Markov Chains: Basic Concepts and Suggested Uses in Agricultural Economics***, Resarch Report AERR-49, Department of Agricultural Economics University of Illinois, 1961.
2. J. G. Kemeny and J. L. Snell, ***Finite Markov Chains***, Princeton: De van Nostrand Company, Inc., 1960.
3. J. G. Kemeny et al., ***Finite Mathematical Structures***, New York Prentice-Hall, 1960.
4. T. C. Lee et al, "On Estimating the Transition Probabilities of a Markov Process", ***Journal of Farm Economics***, Vol. 47, No. 3, August, 1965.
5. B. F. Stanton and L. Kettunen, "Potential Entrants and Projections in Markov Process Analysis", ***Journal of Farm Econonmics*** Vol. 49, No. 3 August 1967.
6. M. C. Hallberg, "Projecting the Size Distribution of Agricultura Firms-An Application of a Markov Process with Non-Stationary Transition Probabilities", ***American Journal of Agricultura Economics***, Vol. 51, No. 2, May 1969.
7. I. G. Adelman, "A Stochastic Analysis of the Size Distribution of Firms", ***Journal of the American Statistical Association***, 53 :893—904, December 1958.
8. Ryohei Shimizu, "The Application of Markov Process Models in the Analysis of Agricultural Problems", ***Rural Economics Problems***, Vol. 4 No. 2, May 1968, The International Association for Agricultural Economics in Japan.
9. A. T. Bharucha-Reid, ***Elements of the Theory of Markov Process and Their Applications***, McGraw-Hill Book Company, Inc., 1960.
10. 李聰照，"有限馬可失鏈之基本概念及其在經濟學上之應用"，中華農學會報，新第四十四期，中華農學會編行，民國五十二年十二月。
11. 陳超塵，統計學原理，大中國圖書公司經銷，民國五十八年。
12. 鄭堯柈，數理統計學，興臺印刷廠印刷，民國五十六年。

附錄　臺中縣歷年各鄉鎮平均每農户養猪頭數　單位：頭/戶

鄉鎮＼年別	民國44年	45年	46年	47年	48年	49年	50年
豐原	5.0452	5.3737	5.8836	7.1373	6·0654	4.7135	4.6861
東勢	3.2838	3.3977	3.7976	3.8225	4.0249	3.5339	3·0560
清水	3.0393	2.5481	2.9619	2.5816	1.7200	1.9834	2.1848
梧棲	2.3892	2.1928	2.4661	3.0492	2.6367	2.6144	2.5600
大甲	2.7776	2.9893	3.4389	3.4008	2.6628	2.6853	3.0447
沙鹿	4.4912	4.4860	5.9633	4.2168	3.4404	2.8845	2.6807
大里	2.4125	2.2944	3.3216	4.4221	3.0554	3.3028	3.2439
霧峰	3.1977	3.1671	2.7880	2.9855	2.9307	3.1233	2.4866
太平	2.7178	2.9941	3.3742	3.6202	3.8015	3.5646	3.1971
烏日	2.5908	2.9496	2.9959	3.0912	2.8902	2.8307	2.3793
后里	3.4595	2.8460	3.4667	3.3634	3.3371	3.0679	3.1346
神岡	4.0740	4.4119	4.6392	4.4114	4.3578	4.0125	3.9169
大雅	2.8499	2.9734	3.4051	3.7140	3.6675	3.9926	3.7319
潭子	4·0906	4.2809	4.3904	3.7446	4.1801	4.1836	2.7795
石岡	4.4681	4.6483	5.6414	5.4091	4.7319	4.4632	4.1460
新社	3.0186	2.5808	2.7755	2.7566	3.0650	3.3085	3.3254
和平	1.7784	1.9139	1.7005	1.4312	1.5609	1.5374	1.3396
外埔	3.1323	2.7165	3.4372	3.8345	3.1635	2.7108	3.2160
大安	1.8897	2.1194	2.3283	2.3567	2.0479	3.5040	2.3478
龍井	2.2432	2.3842	3.0730	2.5184	2.4578	2.4100	2.5204
大肚	2.0394	2.1095	2.5874	2.7665	2.5502	2.7424	2.4634

資料來源："臺中縣統計要覽"，民國四十四年至五十七年版。臺中縣政府主計室編印。

附錄　台中縣歷年各鄉鎮平均每農戶養猪頭數（續）

單位：頭/戶

鄉鎮＼年別	民國51年	52年	53年	54年	55年	56年	57年
豐原	4.4801	4.4416	4.4110	4.4028	4.0565	3.8393	3.7427
東勢	3.0498	2.8921	2.8899	2.8991	2.8945	2.8626	2.4465
清水	1.9844	1.8803	1.7931	1.7492	1.3927	1.4224	1.3972
梧棲	2.5466	2.6147	2.6194	2.6832	2.7498	2.7667	2.4267
大甲	3.0412	2.6632	2.8545	2.7411	2.7749	2.7708	2.7345
沙鹿	2.6796	1.9939	2.1278	2.1255	1.8702	1.7907	1.8187
大里	2.7397	3.9114	3.0747	2.7251	2.9136	2.9029	3.9790
霧峰	2.4814	2.0294	2.1877	2.4325	2.5825	2.4892	2.5386
太平	2.2404	2.4351	2.4573	2.2497	2.4223	2.8701	2.9806
烏日	2.3719	2.3780	2.4511	2.2959	1.8010	1.8986	2.0201
后里	3.1439	3.0962	2.8202	3.2912	3.1417	3.0861	3.6333
神岡	3.8699	3.4336	3.3941	3.2000	3.3817	3.3352	3.2207
大雅	3.7319	3.5092	3.5568	3.5131	3.4754	3.2799	2.9857
潭子	2.7640	2.9219	3.4967	3.9340	3.9280	3.4322	3.3949
石岡	4.1200	3.2040	3.3122	3.2615	3.4158	3.3786	3.2600
新社	3.3229	2.6194	2.1582	2.1746	2.2450	2.1750	1.6196
和平	1.3298	1.7249	1.6924	1.2316	1.0979	1.1655	1.1466
外埔	3.2033	3.2339	3.2767	3.4682	3.3892	3.3013	2.0583
大安	2.3419	1.7096	1.6422	1.7216	1.7286	1.6859	1.6004
龍井	2.5131	2.5138	2.5276	2.3991	2.7107	2.7756	2.4232
大肚	2.4468	2.1608	1.8849	1.9384	1.8721	1.7003	1.6324

資料來源："臺中縣統計要覽"，民國四十四年至五十七年版。臺中縣政府主計室編印。

THE ANAIYSIS OF SIZE DISTRIBUTION OF HOG PRODUCTION IN TAIWAN

—AN APPLICATION OF MARKOV CHAINS

Yi-chung Kuo

SUMMARY

Finite Markov chain, as one of the most modern branches of probability theory, is becoming more widely used as a method of projecting the size distribution of firms. This paper attempts to analyze the size distribution of hog production in Taiwan with the model developed by G. G. Judge. The basic concepts and some theories and assumptions were noted. Since the time ordered data of individual outcomes were not available, the movements of average size of 21 townships from 1955 to 1968 in Taichung Hsien were chosen as a sample. Based on the 273 observations, a transitition probability matrix was constructed which gave some useful insight of the dynamic aspects of hog production during the period under study. In addition, the time paths of evolution of various size states, the equilibrium size distribution and the mean life time of each state were derived from the matrix. The results were considered reasonable. Finally, some possible applications in the area of agricultural economics in which this method might be used were also suggested.