

32° convegno GNGTS - Trieste

19 - 21 novembre 2013

Misure curlometriche nei fondali marini

P. Palangio¹, C. Carmisciano², C. Di Lorenzo¹, M. Pietrolungo¹

Istituto Nazionale di Geofisica e Vulcanologia

¹ Sezione Roma II - UF Osservatorio Geofisico di L'Aquila

² Sezione Roma II - UP Geofisica e Tecnologie Marine - Portovenere (La Spezia)

1 Premessa

Nei fondali marini in cui sono presenti discontinuità nelle proprietà fisico-chimiche quali ad esempio giacimenti minerali o di combustibili naturali [1] oppure discontinuità tettoniche si possono generare correnti elettriche che si chiudono in parte attraverso l'acqua del mare elettricamente molto conduttiva e in parte nel sottosuolo marino. Inoltre sono presenti anche correnti elettriche indotte dalle variazioni del campo magnetico e correnti generate per effetto MHD dal moto dell'acqua. In generale il campo magnetico misurato al di fuori del sistema di correnti che lo generano gode di due fondamentali proprietà: è indivergente e irrotazionale [5]. All'interno delle sorgenti il rotore del campo magnetico è legato alle correnti e quindi al campo elettrico, mentre la divergenza è legata alla presenza di pozzi o sorgenti di corrente o a gradienti non lineari del campo magnetico. In questo lavoro si propone il rilevamento del campo magnetico e delle correnti nei fondali marini mediante misure dirette della divergenza e del rotore del campo magnetico locale.

2 Introduzione

La gradiometria tensoriale vettoriale consente di misurare direttamente la divergenza e il rotore del campo magnetico, la conoscenza di questi due operatori consente la rappresentazione integrale del campo elettromagnetico nel dominio spaziale mediante l'applicazione del teorema di Stokes e del teorema di Gauss. Questo tipo di rappresentazione ricade nell'ambito del metodo degli elementi al contorno (Boundary Element Method). Questo approccio riduce la determinazione delle grandezze elettromagnetiche in un dato dominio tridimensionale o bidimensionale a quelle delle medesime sulla frontiera bidimensionale o monodimensionale del dominio stesso e si presta all'analisi di strutture composte da più regioni omogenee occupate da materiali conduttori con diverse caratteristiche.

Le incognite delle equazioni integrali al contorno sono le correnti equivalenti elettriche e magnetiche definite sulle superfici di interfaccia fra mezzi diversi. Tali correnti sono

legate alle componenti tangenziali e normali dei campi magnetici ed elettrici sulle superfici di discontinuità. Le misure curlometriche consentono di determinare le correnti equivalenti elettriche e magnetiche mediante l'analisi del tensore gradiometrico.

Poichè l'oggetto di queste indagini è la misura di campi magnetici a divergenza e a rotore non nulli, le misure curlometriche implicano che le variazioni spaziali del campo magnetico debbano essere non lineari all'interno del volume occupato dallo strumento di misura. La presenza di gradienti non lineari si riflette sulla somma degli elementi della diagonale principale del tensore gradiometrico ovvero sulla divergenza del vettore B e sugli elementi non diagonali del tensore T ovvero sul rotore di B .



Fig. 1 Gradiometro tensoriale a 12 componenti.

3 Gradiometro tensoriale

Lo strumento è costituito da 4 terne triassiali di sensori magnetici di tipo flux-gate, assemblati in una piramide equilatera triangolare (fig.1), i sensori sono quattro a quattro paralleli tra di loro. Questa configurazione di sensori consente di misurare direttamente i nove elementi del tensore gradiometrico. Ciascuna terna misura le 3 componenti del campo magnetico con una dinamica di $\pm 100 \mu T$ e una banda passante che si estende dal continuo fino a 1 Hz. La sensibilità massima del gradiometro è di 4 pT/m.

Il sensore magnetico è costituito da 6 bobine quadrate e 6 bobine toroidali. Le prime 6 bobine sono avvolte sulla superficie di un cubo di vetroresina e formano 3 bobine di Helmholtz quadrate ortogonali tra di loro. Queste bobine servono sia per raccogliere il segnale sia per creare un campo esattamente uguale e opposto a quello da misurare. Le 6 bobine toroidali sono avvolte intorno a 6 anelli di metglass 2914 con elevata permeabilità magnetica, servono per eccitare i nuclei ferromagnetici.

La simmetria cubica del sensore (fig.2) consente di eliminare soprattutto l'effetto dei campi trasversali sui nuclei ferromagnetici perchè il campo prodotto dalle 3 bobine di Helmholtz è tale da annullare quasi del tutto il campo magnetico esterno nello spazio occupato dai 6 anelli, pertanto i 6 nuclei si trovano costantemente in campo nullo, ciò che

si misura è la corrente necessaria per mantenere il campo interno approssimativamente intorno allo zero[4].

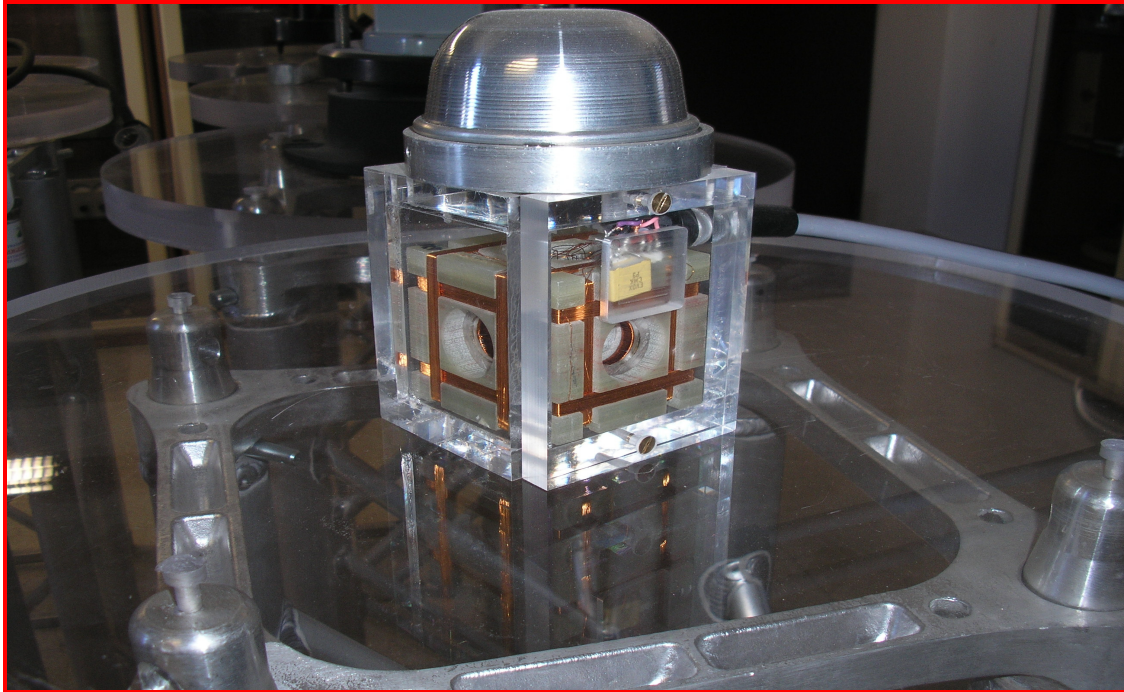


Fig. 2 sensore magnetico triassiale impiegato nel gradiometro tensoriale munito di piattaforma inerziale.

I sensori sono assemblati ai vertici di una piramide equilatera triangolare (fig. 1). Nella fig. 3 è illustrata la struttura che verrà depositata sul fondo del mare, è costituita da 4 sfere di titanio in cui sono alloggiati le terne magnetometriche, il sistema di condizionamento dei segnali analogici, il convertitore AD a 24 bit e il sistema di gestione dei dati digitali che verranno trasmessi in superficie. Le misure effettuate nel sistema di riferimento piramidale vengono traslate in un sistema di riferimento cartesiano ortogonale, mediante una matrice di trasformazione.

Le misure traslate nel riferimento ortogonale generano il tensore gradiometrico completo:

$$T = \begin{pmatrix} \frac{\partial B_x}{\partial x} & \frac{\partial B_x}{\partial y} & \frac{\partial B_x}{\partial z} \\ \frac{\partial B_y}{\partial x} & \frac{\partial B_y}{\partial y} & \frac{\partial B_y}{\partial z} \\ \frac{\partial B_z}{\partial x} & \frac{\partial B_z}{\partial y} & \frac{\partial B_z}{\partial z} \end{pmatrix} \quad (1)$$

Dove $\frac{\partial B_i}{\partial k} = T_{ik}$. Il sistema genera un tensore ogni secondo. Poichè le misure vengono effettuate all'interno delle sorgenti del campo magnetico, questo tensore non è hermitiano, pertanto gli autovalori possono essere anche complessi [5].

4 Teoria

La divergenza di \mathbf{B} è legata agli elementi diagonali del tensore \mathbf{T} :

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = \frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = T_{xx} + T_{yy} + T_{zz} \quad (2)$$

Nella forma integrale la divergenza è legata al flusso del campo magnetico attraverso la superficie S che delimita il volume V del sensore gradiometrico:

$$\iiint_V (T_{xx} dx) dy dz + (T_{yy} dy) dx dz + (T_{zz} dz) dx dy = \Phi_{yz} + \Phi_{xz} + \Phi_{xy} \quad (3)$$

Possiamo calcolare le tre componenti del flusso del campo magnetico attraverso i 3 piani che delimitano il volume del sensore, direttamente tramite gli elementi diagonali del tensore \mathbf{T} . T_{xx} è legato al flusso del campo attraverso il piano ortogonale yz , T_{yy} è legato al flusso nel piano xz e T_{zz} è legato al flusso nel piano xy . In generale la divergenza del campo magnetico è sempre nulla al di fuori delle sorgenti del campo magnetico misurato [3]. In un contesto conduttivo in cui le correnti possono fluire nello spazio che delimita i sensori del gradiometro la divergenza di \mathbf{B} può essere diversa da zero. Ad esempio la presenza di sorgenti geotermiche o in ogni caso la presenza di gradienti termici genera gradienti non lineari della conducibilità elettrica del mezzo. In generale se il legame tra la densità di corrente e il campo elettrico coinvolge un tensore di rango 2, la divergenza del campo magnetico prodotto dalle correnti è proporzionale ai gradienti della conducibilità elettrica del mezzo conduttore oppure alla presenza di strutture assimilabili a pozzi o sorgenti di \mathbf{J} . Il rotore di \mathbf{B} è legato ai gradienti trasversali del campo magnetico \mathbf{B} :

$$\nabla \times \mathbf{B} = (T_{xy} - T_{yz}) \mathbf{i}_x + (T_{xz} - T_{zx}) \mathbf{i}_y + (T_{yx} - T_{xy}) \mathbf{i}_z \quad (4)$$

Nella forma integrale il rotore è legato alla circuitazione del campo integrando sul perimetro dei 3 piani xy , xz e yz :

$$\begin{aligned} \oint \left(\frac{\partial B_z}{\partial y} - \frac{\partial B_y}{\partial z} \right) + \left(\frac{\partial B_x}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial x} \right) + \left(\frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y} \right) dx dy dz = \\ \oint (T_{xz} dz + T_{xy} dy) dx + (T_{yx} dx + T_{yz} dz) dy + (T_{zy} dy + T_{zx} dx) dz \end{aligned} \quad (5)$$

Il vettore \mathbf{B} può essere rappresentato mediante la somma di due vettori indipendenti, un campo vettoriale conservativo e un campo vettoriale solenoidale:

$$\mathbf{B}_{tot} = \mathbf{B}_c + \mathbf{B}_s \quad (6)$$

che soddisfano le seguenti condizioni:

$$\nabla \times \mathbf{B}_c = 0, \nabla \cdot \mathbf{B}_s = 0, \nabla \times \mathbf{B}_s \neq 0, \nabla \cdot \mathbf{B}_c \neq 0 \quad (7)$$

La componente conservativa di \mathbf{B}_c è legata alle sorgenti di tipo dipolare [2] che generano gradienti trasversali che soddisfano le seguenti condizioni ($\nabla \times \mathbf{B}_c = 0$):

$$\begin{aligned} (T_{yz} - T_{zy}) &= 0 \\ (T_{xz} - T_{zx}) &= 0 \\ (T_{xy} - T_{yx}) &= 0 \end{aligned} \quad (8)$$

Mentre la componente solenoidale \mathbf{B}_s genera gradienti longitudinali tali che la loro somma è nulla ($\nabla \cdot \mathbf{B}_s = 0$):

$$T_{xx} + T_{yy} + T_{zz} = 0 \quad (9)$$

La componente non conservativa \mathbf{B}_s , all'interno delle sorgenti, è legata direttamente alle correnti tramite il rotore del campo magnetico. Possiamo calcolare le componenti della corrente \mathbf{J} direttamente mediante gli elementi non diagonali del tensore \mathbf{T} associato ai gradienti trasversali del campo magnetico generato dalla corrente \mathbf{J} :

$$\begin{aligned} J_x &= \frac{1}{\mu_0} (T_{yz} - T_{zy}) \\ J_y &= \frac{1}{\mu_0} (T_{xz} - T_{zx}) \\ J_z &= \frac{1}{\mu_0} (T_{xy} - T_{yx}) \end{aligned} \quad (10)$$

Il campo magnetico prodotto dalle correnti volumetriche è:

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \iiint_V \frac{\mathbf{J} \times \mathbf{r}}{r^3} dV \quad (11)$$

Dove V è il volume della sfera la cui superficie interseca i 4 sensori gradiometrici. il tensore conducibilità σ_{ij} lega le componenti della densità di corrente alle componenti del campo elettrico mediante la relazione:

$$\begin{pmatrix} J_x \\ J_y \\ J_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} \quad (12)$$

La componente non lineare del gradiente di B è proprio legata al tensore σ_{ij} .

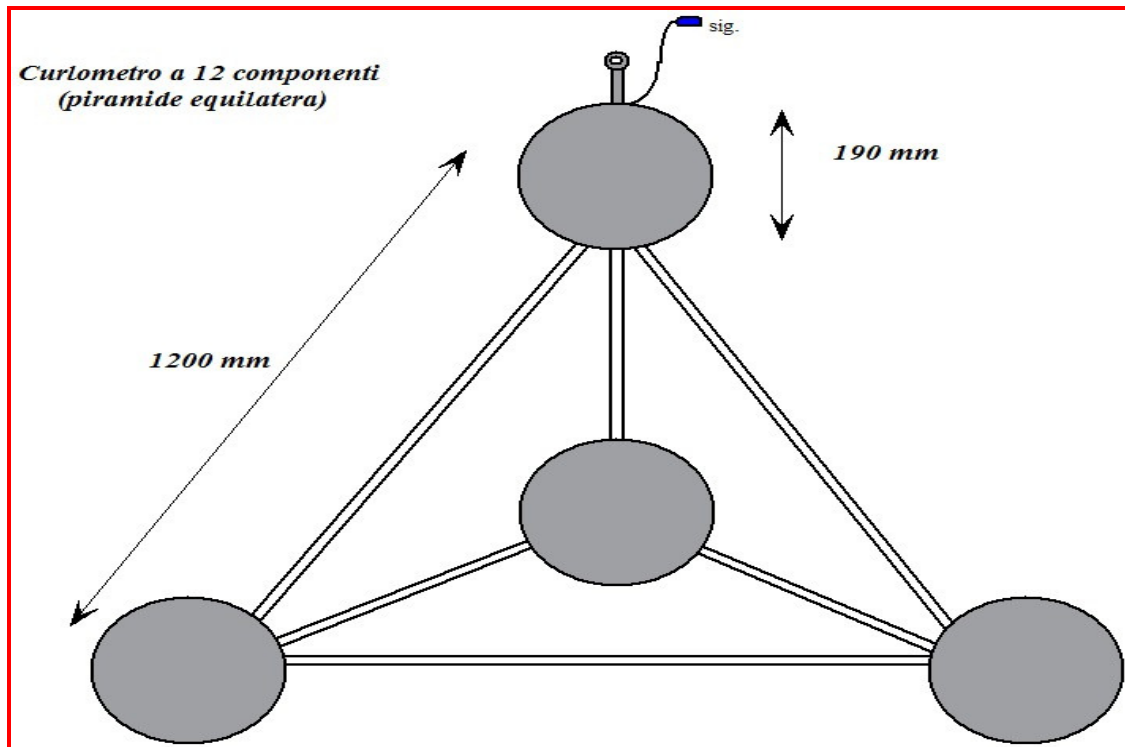


Fig. 3 Curlometro a 12 componenti per la misura diretta della divergenza e del rotore del campo magnetico locale sul fondale marino. Struttura in titanio.

5 Conclusioni

Il tensore σ_{ij} è legato alla divergenza della componente conservativa di B mentre le componenti di J sono legate al rotore della componente solenoidale di B.

Le tre componenti J_x, J_y e J_z della densità di corrente J che fluisce nei fondali marini sono associate a tutta una serie di sorgenti di varia natura.

Queste sorgenti possono essere legate a fenomeni tellurici o vulcanici oppure alla presenza di giacimenti di combustibili quali gas, petrolio ecc., oppure alla presenza di sorgenti geotermiche. Le misure curlometriche consentono, mediante l'analisi del tensore gradiometrico [6], di definire il sistema di correnti che fluiscono nell'acqua del fondo marino, consentono di dedurre la dimensionalità della struttura di conducibilità locale e consentono anche di caratterizzare le strutture assimilabili a pozzi o sorgenti di correnti

6 Ringraziamenti

Questo sistema è stato sviluppato presso i laboratori dell'Osservatorio Geomagnetico di Duronìa dell'INGV nell'ambito del progetto FIRB-Abruzzo. Si ringrazia il Sindaco del Comune di Duronìa per aver concesso i locali che ospitano i laboratori di Duronìa.

Mentre la progettazione e la realizzazione del sistema subacqueo verrà effettuata presso la UP Geofisica e Tecnologie Marine - Portovenere (La Spezia)

7 Bibliografia

1. C. Christensen, S. Rajagopalan (2000): *The magnetic vector and gradient tensor in mineral and oil exploration*, Preview, **84**, 77.
2. P. Frahm (1972): *Inversion of the magnetic field gradient equation for a magnetic dipole field*, NCSL Informal Report, 135–72.
3. P. Heath, G. Heinson, S. Greenhalgh: (2003): *Some comments on potential field tensor data*, Exploration Geophysics, **34**, 57–62.
4. P. Palangio (1998): *A broad band two axis flux-gate magnetometer*, Annali di Geofisica, Vol. 41, N. 3, August.
5. P. Schmidt, D.A. Clark (2000): *Advantages of measuring the magnetic gradient tensor*, Preview, **85**, 26–30.
6. H. Wilson (1985): *Analysis of the magnetic gradient tensor*, Defence Research Establishment Pacific, Canada Technical Memorandum, **85-13**, 47.