

## Il motore elettrico: un integratore perfetto?

G. Romeo e G. Di Stefano

### Premessa

Uno dei modi per orientare un pallone stratosferico in volo diurno in zone polari è quello di utilizzare la posizione del sole, che assumiamo sempre presente.

L'ultimo puntatore solare costruito all'INGV per la navicella BOOMERanG è un sistema elettromeccanico basato su un'applicazione classica della teoria dei controlli. Un sensore sensibile al centroide di una sorgente luminosa (nel nostro caso il Sole), viene tenuto sul bersaglio da una coppia di servomotori; la posizione assunta dall'ottica che ospita il sensore viene portata in forma numerica attraverso una coppia di digitalizzatori angolari assoluti per essere inviata al sistema di controllo di assetto. La fig 1 mostra lo schema a blocchi del puntatore.

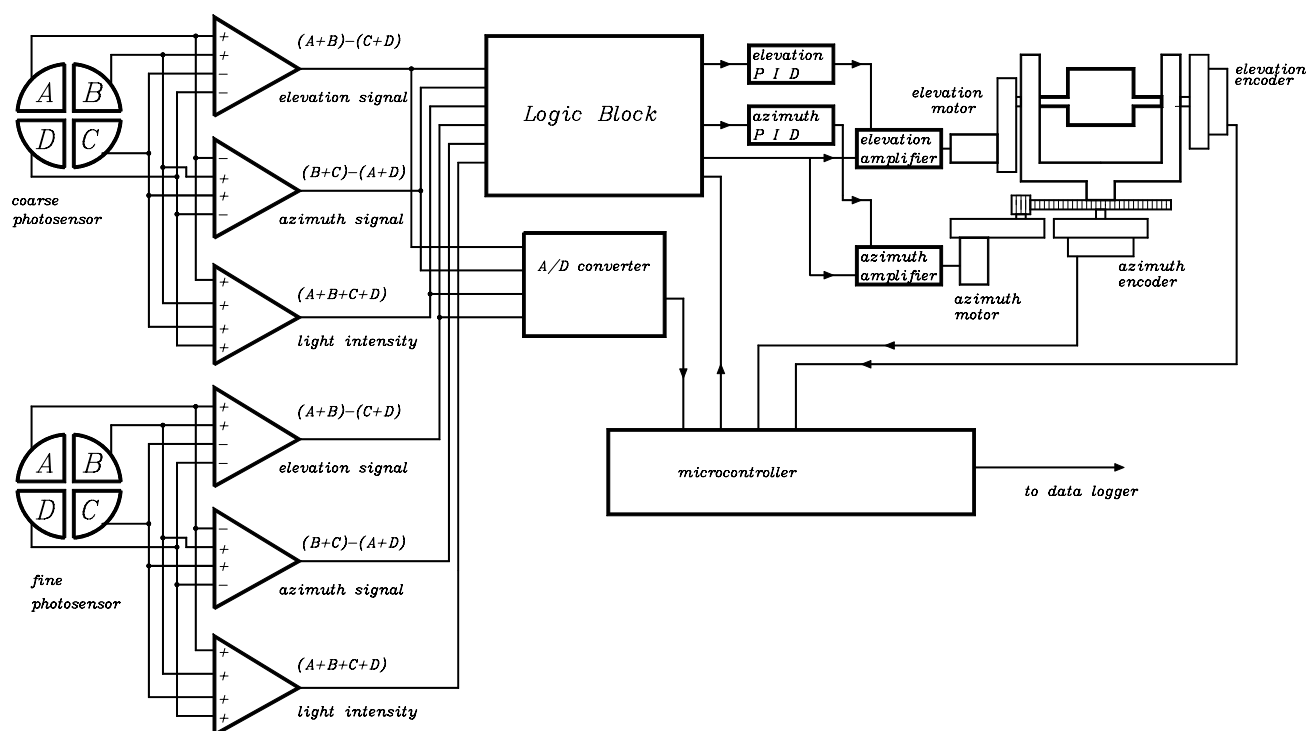


Fig. 1. Schema a blocchi del puntatore solare di BOOMERanG 2002. I due sensori a quattro quadranti vengono utilizzati per due sensori a differente apertura. Il sensore grossolano punta il sole per primo, allineando il sensore fine che, successivamente fornisce la posizione necessaria per il puntamento della navicella.

Il reale problema di un dispositivo del genere è la qualità della meccanica. Il primo prototipo soffriva dell'eccessivo momento di inerzia della meccanica e del passaggio tra attrito statico e dinamico che induceva degli indesiderati gradini nei movimenti lenti. Dopo faticose compensazioni per indurre il sistema a funzionare, ci si rese conto della fragilità dell'insieme motore- ingranaggi e si decise di sostituire i motori con un

modello più robusto. Drama. Il riduttore di velocità ad ingranaggi con recupero di gioco aveva un attrito proprio elevatissimo (particolare non desumibile dai cataloghi). In pratica, in un intervallo di funzionamento di 12 V il motore, collegato alla scatola degli ingranaggi, non cominciava a girare se la tensione ai suoi capi non superava i 3V. Questo introduceva una discontinuità nell'anello di trasferimento che minacciava seriamente il buon funzionamento del sistema e la tranquillità degli autori. Quello che si desiderava ardentemente era un motore ideale, che potesse essere schematizzato con qualcosa di molto vicino ad un integratore (da cui il titolo della nota) in modo da indurre il prototipo a comportarsi come con i vecchi impianti, ma troppo fragili, motori. Questa nota descrive una ricetta per indurre un motore in CC ad approssimare meglio un motore ideale.

### ***Integratore perfetto?***

Il motore che prendiamo in esame è un tradizionale motore per servomeccanismi, con spazzole e magnete permanente. Se consideriamo il motore come un sistema con in ingresso la tensione di alimentazione ed in uscita l'angolo del rotore, il motore può essere considerato un integratore. Quando si applica tensione ai capi del motore il rotore comincia a girare ed incrementa la propria velocità finché la tensione prodotta dal rotore per effetto dinamo non uguaglia la tensione di alimentazione. Il tempo per il superamento di questo transitorio è legato alla coppia indotta dalla corrente di alimentazione e dal momento di inerzia del rotore. Dopo questo transitorio l'angolo del rotore può con buona approssimazione essere considerato proporzionale all'integrale della tensione di alimentazione. Prima di questo punto la differenza tra la tensione prodotta per effetto dinamo e la tensione di alimentazione cade sulla resistenza degli avvolgimenti. La diminuzione della resistenza degli avvolgimenti è un primo passo per approssimare un integratore ideale. Ci sono molte ricette per compensare il comportamento bizzarro di un motore una volta che sia fatto lavorare in un anello di reazione. La strategia, semplice che si presenta qui aiuta a rendere trascurabile la resistenza del motore, semplificando il progetto dell'anello di reazione. La fig.2 illustra lo schema tipico dello stadio di pilotaggio di un motore:

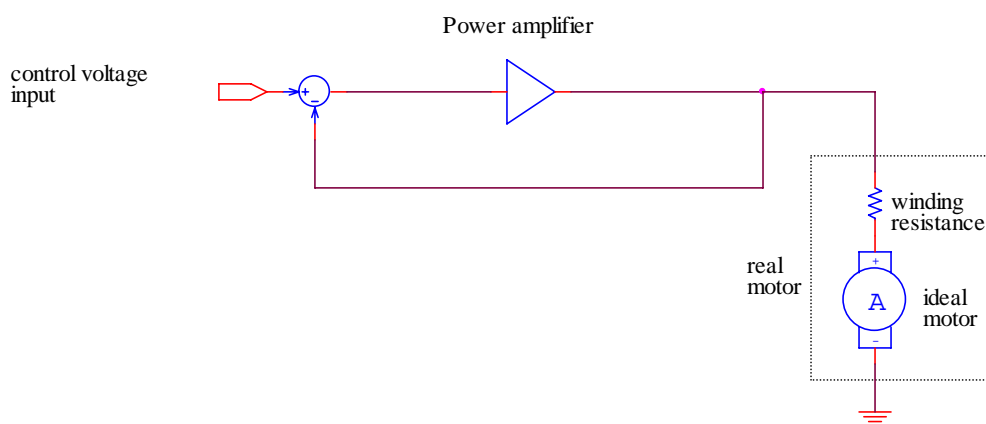


Fig.2 : schema di principio di stadio di potenza per il controllo di un motore. L'amplificatore di potenza ha la sua propria reazione, e trasferisce al carico la tensione di controllo.

Lo stadio finale è un elemento di potenza in reazione totale.

La tensione misurata ai capi del motore è data da:

- l'effetto dinamo
- la tensione sulla resistenza interna del motore (*winding resistance* in fig. 2)

$$V_m = I \cdot R + V_d$$

$V_m$  = tensione sul motore

$I$  = corrente attraverso il motore

$V_d$  = tensione per effetto dinamo

quindi:

$$V_d = V_m - I \cdot R$$

Una volta ottenuta  $V_d$  (semplicemente con l'uso di un amplificatore operazionale) possiamo usare questo valore per controreazionare lo stadio di potenza (fig. 3).

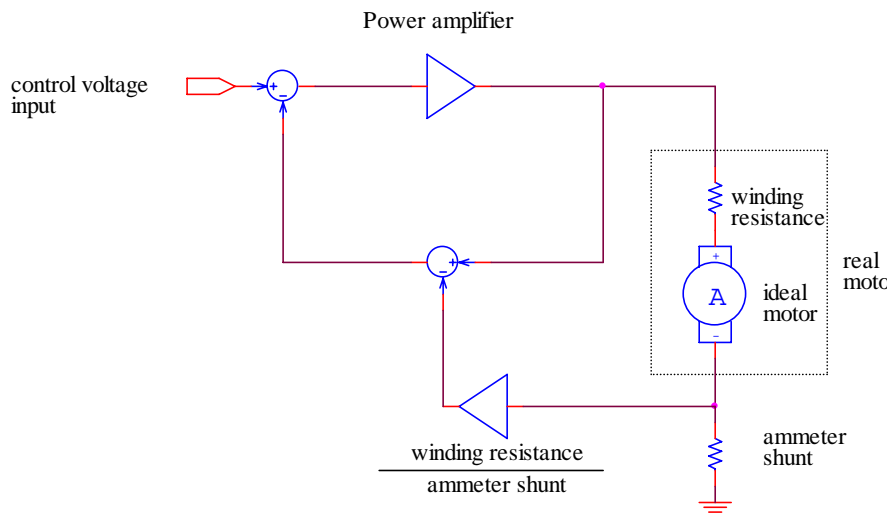


Fig. 3: stadio finale migliorato con la compensazione della resistenza degli avvolgimenti.

In questo modo la tensione di dinamo (cioè la tensione su un motore a resistenza interna nulla) è forzata ad uguagliare la tensione di controllo.

La Fig. 4 mostra una realizzazione pratica utilizzando un amplificatore operazionale.

Qui, e nelle considerazioni successive, lo shunt amperometrico è considerato trascurabile rispetto alle altre resistenze.

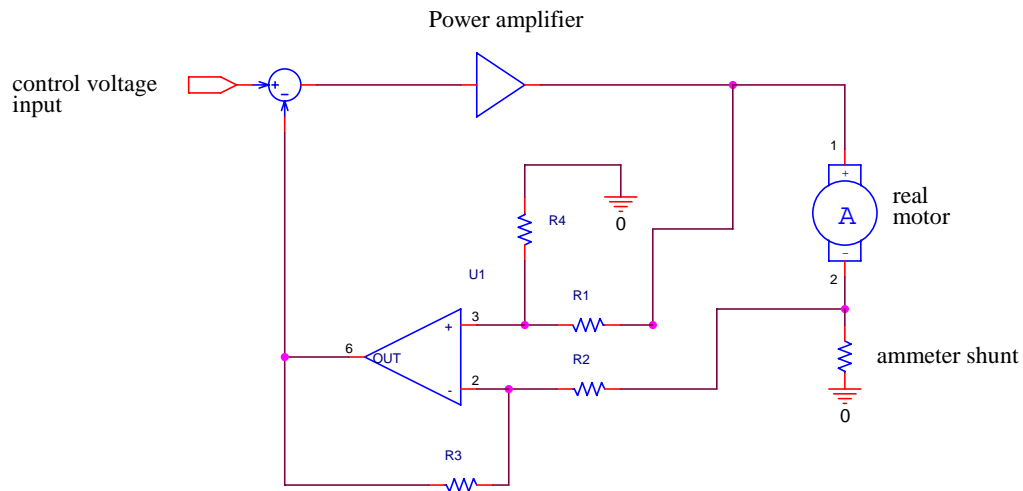


Fig. 4: Realizzazione pratica dello schema di principio illustrato in Fig. 3

I componenti che compaiono in Fig. 5 sono regolati dalle seguenti relazioni:

$$\left( \frac{R3}{R2} \right) \cdot \text{ammeter shunt} = \text{winding resistance}$$

$$\frac{R1}{R4} = \frac{R3}{R2}$$

In realtà il segno di uguaglianza nella relazione precedente va assolutamente evitato e bisogna porre

$$\frac{R1}{R4} > \frac{R3}{R2}$$

per mantenere il circuito stabile. Il perché è semplice, e può essere dedotto con una semplice considerazione: È possibile immaginare il circuito descritto come un simulatore di resistenza negativa messo in serie alla resistenza dell'avvolgimento per diminuirne il valore. Se il rapporto  $R3/R2$  supera  $R1/R4$  la parte negativa della resistenza è, in valore assoluto, maggiore di quella positiva. Abbiamo un motore

ideale con in parallelo una resistenza negativa, cioè un sistema con un polo a parte reale positiva, e quindi instabile.

## Qualche simulazione:

### *messa a regime della velocità*

Le Fig.5 e Fig.6 mostrano la velocità angolare di un motore (con  $I/a^2 = 0.1$ , vedi appendice) alimentato con un gradino di tensione. Sono tracciate le risposte del motore nel circuito di Fig. 2 (nessuna compensazione) e del motore nel circuito di Fig. 3 (compensato). La Fig. 5 mostra un motore senza carico, la 6 un motore con carico dipendente linearmente dalla velocità. Da questi diagrammi è possibile vedere come il sistema compensato sia in grado di raggiungere più facilmente la velocità di regime e sia meno sensibile alla presenza del carico.

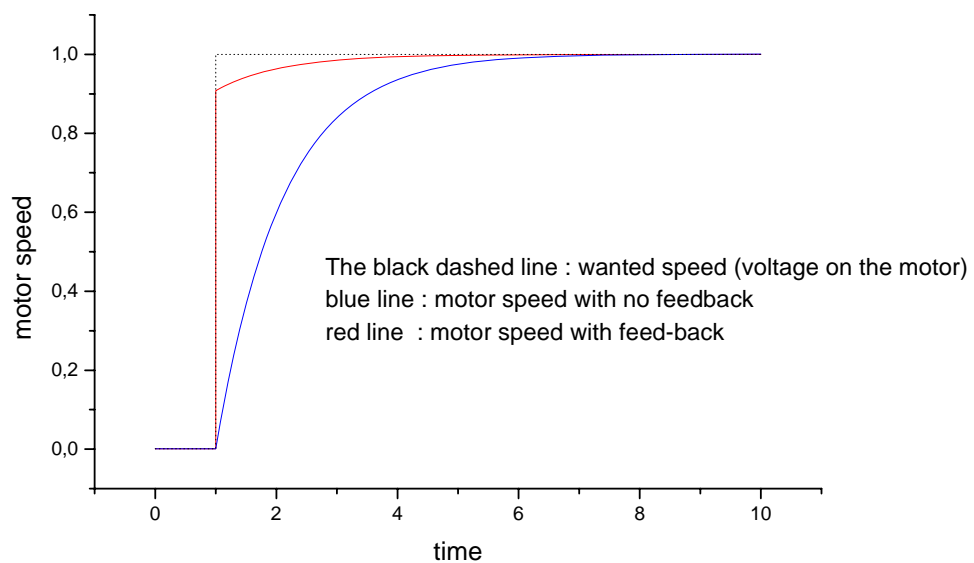


Fig. 5: Raggiungimento della velocità di regime per eccitazione a gradino; motore senza carico

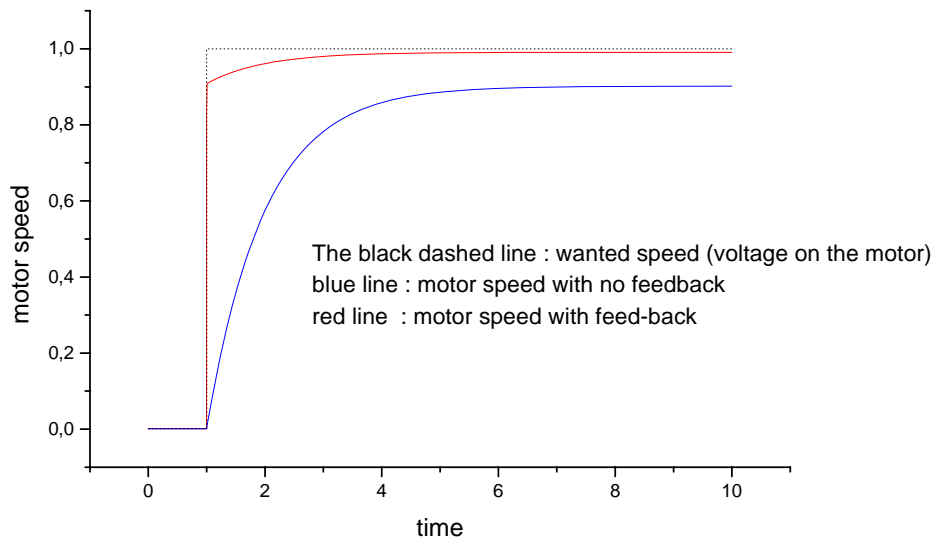


Fig. 6 Raggiungimento della velocità di regime per eccitazione a gradino; motore con carico dipendente dalla velocità. Notare come la presenza del carico sia praticamente trascurabile a sistema compensato. Per ottenere questo diagramma è stata usata uno shunt amperometrico pari ad 1/10 della resistenza degli avvolgimenti.

### Reazione di posizione.

La Fig.7 rappresenta un *feed-back* di posizione, senza alcun tipo di compensazione (come PID o simili)

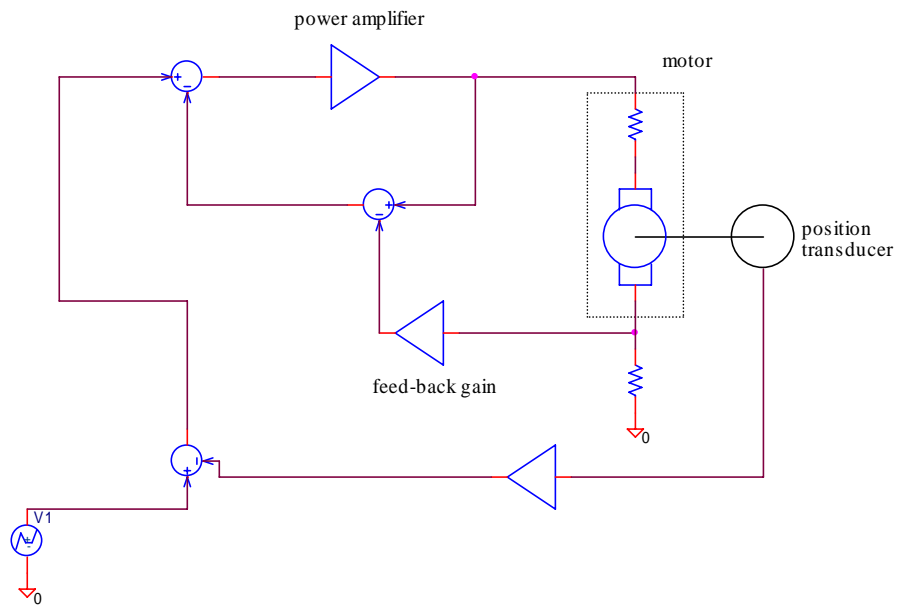


Fig. 6: Reazione di posizione. Ponendo a 0 il valore di *feed-back gain* otteniamo un semplice, inseguitore di posizione.

La Fig. 8 mostra il comportamento del sistema di fig. 7 per una eccitazione a rampa, seguita da un valore costante, per  $feed-back\ gain = 0$  e per  $feed-back\ gain \cong winding\_resistance/ammeter\_shunt$ .

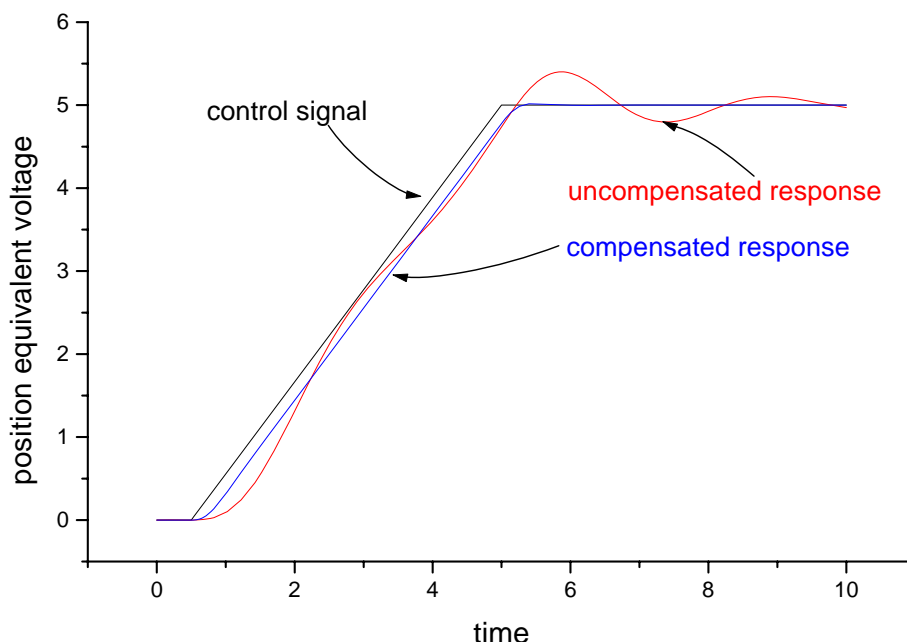


Fig.8: il sistema di Fig.7 non compensato e compensato. Da notare la presenza di oscillazione nell'anello non compensato, mentre la compensazione limita l'errore ad un errore di posizione praticamente costante durante la rampa.

### **Carichi esotici: attrito statico ed attrito dinamico**

Per posizionamenti lenti e precisi i motori (e le varie meccaniche correlate) possono soffrire delle oscillazioni indotte dal passaggio tra attrito statico ed attrito dinamico. Quando si alimenta un motore esiste una soglia di tensione oltre la quale il motore comincia a girare: il motore si muove quando la coppia (determinata dalla tensione di alimentazione divisa la resistenza dell'avvolgimento) supera la coppia resistente indotta dal coefficiente di attrito statico. Dopo questa soglia il motore inizia a girare, e continua a farlo finché la coppia sul rotore è maggiore della coppia prodotta dall'attrito dinamico. Se il motore fa parte di un anello con reazione di posizione, la presenza di queste due soglie causa una isteresi nel comportamento del sistema. La Fig.9 mostra il comportamento di un sistema con reazione di posizione non compensato, tenendo conto degli attriti statico e dinamico.

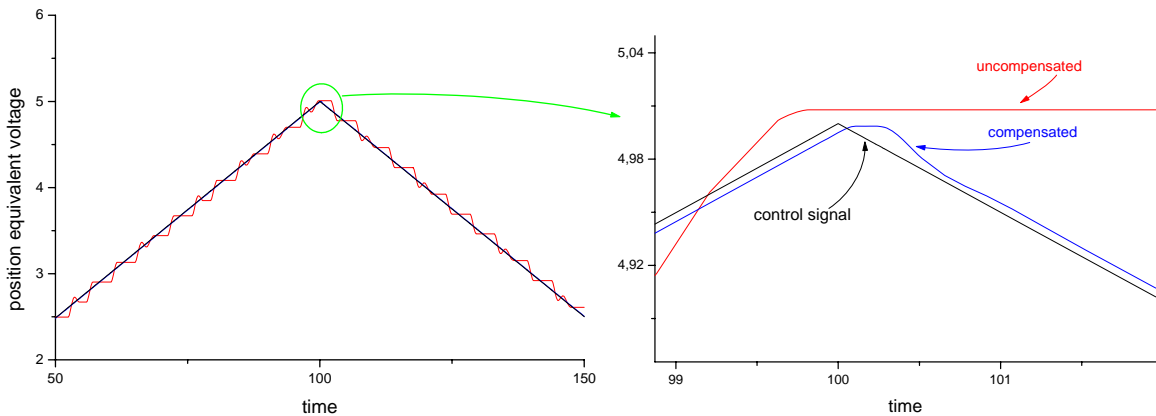


Fig 9. A sinistra il comportamento di un sistema di *feed-back* di posizione dove è evidente la granulosità nel posizionamento causata dalle due soglie di attrito statico e dinamico. A destra un dettaglio evidenziato.

La Fig. 9 descrive in dettaglio le oscillazioni indotte dal passaggio tra attrito statico ed attrito dinamico. Qui l'attrito dinamico è stato scelto linearmente dipendente dalla velocità (come può essere quello causato da un riduttore di velocità con ingranaggi in bagno d'olio). La presenza dell'attrito ferma periodicamente il movimento del motore e lo mantiene fermo finché la coppia non supera nuovamente la soglia di attrito statico.

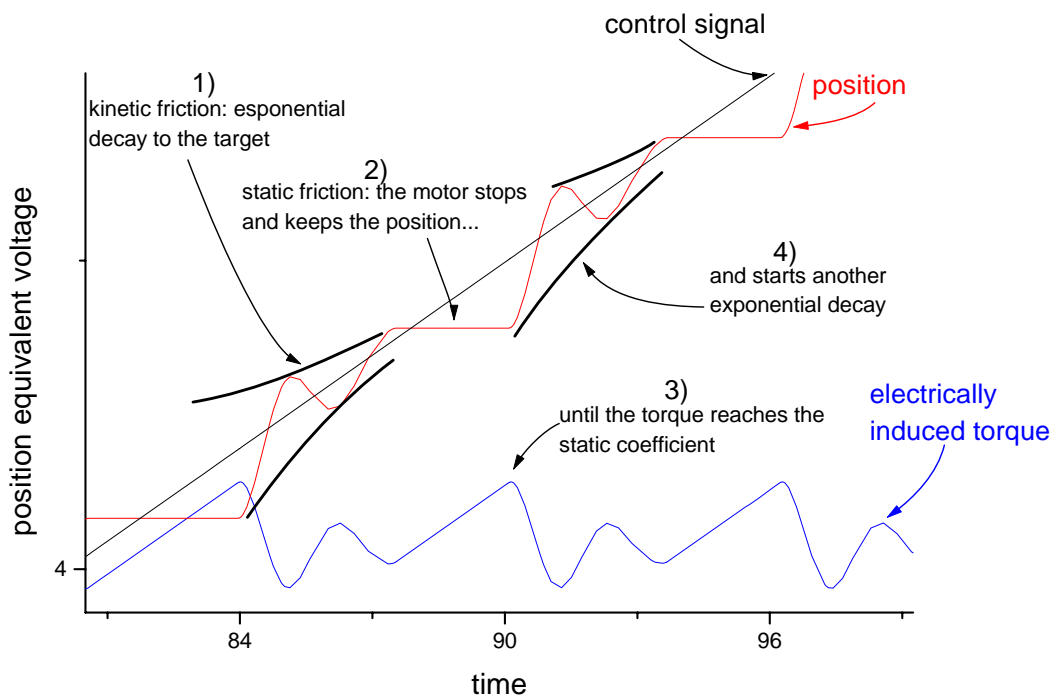


Fig9: oscillazioni indotte dal passaggio dall'attrito statico all'attrito dinamico. In condizioni di attrito dinamico il sistema opera linearmente ed approssima il segnale di controllo con oscillazioni a decadimento esponenziale **1)**. Se la coppia sul motore a velocità nulla non supera la soglia statica, il motore si ferma **2)**. Questo fa aumentare la tensione di errore nel loop e, di conseguenza la coppia cresce e raggiunge il coefficiente di attrito statico **3)**. Questo fa partire un altro ciclo **4)**.



## Appendice: la simulazione di un motore con SPICE

### *Una rete RC può simulare un motore*

Un condensatore ed un motore sono regolati dalle stesse equazioni. La legge che lega tensione e corrente in un condensatore è :

$$dV(t) = \frac{1}{C} \cdot I(t)dt \quad (1)$$

dove  $C$  è la capacità,  $V(t)$  la tensione sul condensatore ed  $I(t)$  la corrente attraverso il condensatore.

La relazione che lega la velocità angolare e la coppia in un motore è :

$$d\omega(t) = \frac{1}{I} \cdot N(t)dt = \frac{a}{I} \cdot I(t)dt \quad (2)$$

dove  $I$  è il momento angolare del motore,  $N$  la coppia,  $\omega$  la velocità angolare ed  $a$  il guadagno che lega la coppia  $N$  alla corrente  $I$ . Il motore produce, inoltre una tensione proporzionale (attraverso il coefficiente  $b$ ) alla velocità angolare:

$$V = \omega \cdot b \quad (3)$$

sostituendo il valore di  $\omega$  ottenuto dalla (3) nella (2), e confrontando il risultato con la (1) otteniamo (è possibile dimostrare che  $a=b$ ):

$$C = \frac{I}{a^2} \quad (4)$$

Il significato di queste considerazioni è che:

Un condensatore di capacità  $C$  può essere considerato equivalente ad un motore con momento di inerzia del motore  $I$  e un rapporto coppia/corrente  $a$  (vedi (2) e (4)). La tensione ai capi del condensatore rappresenta la velocità angolare del motore divisa per  $a$  e quindi la posizione angolare può essere calcolata integrando  $V/a$ . Qualunque carico inerziale può essere simulato modificando il momento di inerzia  $I$ .

Un carico meccanico proporzionale alla velocità può essere simulato da una resistenza in parallelo al condensatore. Il momento di carico  $M$  prodotto da questa resistenza  $R$  può essere scritto come:

$$M = \frac{\omega \cdot a^2}{R} \quad (5)$$

Per simulare carichi non dipendenti dalla velocità (attrito dinamico di sfregamento) può essere utilizzato un generatore di corrente in parallelo al condensatore. La resistenza degli avvolgimenti del motore può essere simulata da una resistenza posta in serie al condensatore. In questa sede non sono state fatte considerazioni sull'induttanza offerta dagli avvolgimenti del motore: le frequenze in gioco in un sistema con un servomotore sono usualmente troppo basse per subire sostanziali modifiche con l'uso di un modello più preciso.

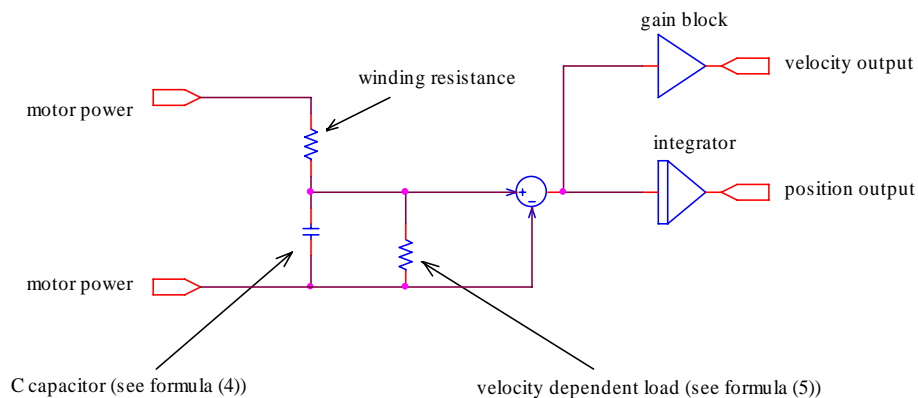


Fig. 10: modello equivalente di un motore mediante l'utilizzazione di una rete RC

### **Simulazione dell'attrito statico e dinamico.**

L'attrito statico è la forza relativa che si esercita tra due superfici a contatto e che ne impedisce il movimento relativo finché non viene superata una soglia. Questa soglia (una coppia o una forza) è descritta dal coefficiente di attrito statico. L'attrito dinamico è la forza che si esercita tra due superfici in movimento relativo, ed è necessariamente più piccolo dell'attrito statico.

In un motore la forza (meglio la coppia) è controllata dalla corrente sugli avvolgimenti. Per simulare l'attrito statico dobbiamo impedire il movimento del motore simulato finché la coppia indotta dalla corrente non supera la soglia di attrito statico. Questo è possibile mantenendo il condensatore scarico con un interruttore controllato. Quando la soglia di attrito statico è superata, l'interruttore si apre ed il motore simulato può girare su un carico rappresentato dall'attrito dinamico.

L'attrito dinamico può essere diviso in due parti. Una parte non è dipendente dalla velocità, ed è data dallo sfregamento di superfici (per esempio cuscinetti ad attrito radente) un'altra è dipendente dalla velocità (per esempio l'attrito viscoso di ingranaggi in bagno d'olio).

La parte indipendente dall'attrito può essere simulata inducendo una corrente ai capi del condensatore dipendente solo dal segno della velocità del motore (segno della tensione ai capi del condensatore): un sistema di scarica a corrente costante.

$$I_{static} = \begin{cases} -I_{kinetic} \cdot sign(V_{coil}) & \text{if } V_{coil} \neq 0 \\ 0 & \text{if } V_{coil} = 0 \end{cases}$$

La parte dipendente dalla velocità può essere simulata utilizzando una resistenza (5) La Fig. 11 descrive il modello di un motore con simulazione di attrito statico e dinamico

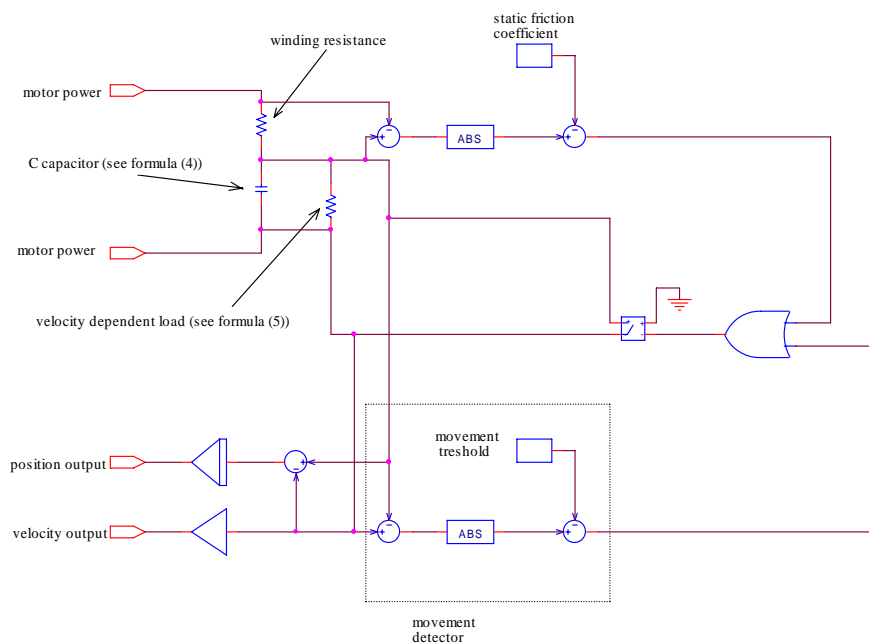


Fig. 11: Modello di motore con simulazione di attrito statico e dinamico. La porta OR permette al motore di girare se la coppia (tensione ai capi della resistenza degli avvolgimenti) supera il coefficiente di attrito statico o se il motore sta già girando (condizione di attrito dinamico)