

THÈSE

Pour l'obtention du grade de
DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE POITIERS
UFR des sciences fondamentales et appliquées
Pôle poitevin de recherche pour l'ingénieur en mécanique, matériaux et énergétique - PPRIMME
(Diplôme National - Arrêté du 7 août 2006)

École doctorale : Sciences et ingénierie en matériaux, mécanique, énergétique et
aéronautique - SIMMEA
Secteur de recherche : Génie mécanique, productique, transport

Présentée par :
Mohamed Amine Hassini

Contribution à l'analyse des paliers fluides et des joints d'étanchéité utilisés dans les turbopompes spatiales

Directeur(s) de Thèse :
Mihai Arghir, Pascal Jolly

Soutenue le 22 novembre 2012 devant le jury

Jury :

Président	Olivier Bonneau	Professeur des Universités, Université de Poitiers
Rapporteur	Georges Jacquet-Richardet	Professeur des Universités, INSA de Lyon
Rapporteur	Patrick Keogh	Professor, University of Bath, United Kingdom
Membre	Mihai Arghir	Professeur des Universités, Université de Poitiers
Membre	Pascal Jolly	Ingénieur de recherche, Université de Poitiers
Membre	David Tonon	Ingénieur, SNECMA, Division des moteurs spatiaux

Pour citer cette thèse :

Mohamed Amine Hassini. *Contribution à l'analyse des paliers fluides et des joints d'étanchéité utilisés dans les turbopompes spatiales* [En ligne]. Thèse Génie mécanique, productique, transport. Poitiers : Université de Poitiers, 2012. Disponible sur Internet <<http://theses.univ-poitiers.fr>>

THESE

pour l'obtention du Grade de
DOCTEUR DE L'UNIVERSITE DE POITIERS
(Faculté des Sciences Fondamentales et Appliquées)
(Diplôme National - Arrêté du 7 août 2006)

Ecole Doctorale : SCIENCE POUR L'INGENIEUR

Secteur de Recherche : Génie Mécanique, Productique, Transport

Présentée par :

Mohamed Amine HASSINI

Contribution à l'analyse des paliers fluides et des joints d'étanchéité utilisés dans les turbopompes spatiales

Directeur de Thèse : Mihai ARGHIR
Co-Directeur de Thèse : Pascal JOLLY

Soutenue le 22 Novembre 2012.

devant la Commission d'Examen

JURY

Georges JACQUET, Professeur, INSA de Lyon	Rapporteur
Patrick KEOGH, Professeur, University of Bath, UK	Rapporteur
Mihai ARGHIR, Professeur, Université de Poitiers	Examineur
Olivier BONNEAU, Professeur, Université de Poitiers	Examineur
Pascal JOLLY, Ingénieur de recherche, Université de Poitiers	Examineur
David TONON, Ingénieur, SNECMA, Division Moteurs Spatiaux	Examineur

Résumé

Contribution à l'analyse des paliers fluides et des joints d'étanchéité utilisés dans les turbopompes spatiales.

La conception des turbomachines à haute densité énergétique nécessite de plus en plus la maîtrise d'un plus grand nombre de paramètres fonctionnels. La moindre défaillance d'un composant conduit quasi immédiatement la machine à la rupture. C'est en particulier le cas pour le comportement des composants à films minces.

L'appellation « film mince » correspond à tout espace de très faible épaisseur situé entre le rotor et le stator de la turbomachine. Leur but est soit de limiter les fuites de manière à optimiser les performances intrinsèques de la machine, soit alors à supporter et stabiliser le rotor. Ces derniers cas sont plus appelés communément « joints lisses ou annulaires » et « paliers fluides ».

Lorsqu'un fluide circule dans un espace de très faible épaisseur, typiquement quelques centièmes de millimètres sur une distance très longue, son champ de vitesses, donc de pression, dépend fortement des phénomènes visqueux aux parois dont l'une est mise en rotation et l'autre est immobile. Les efforts fluides sur ces parois peuvent être alors importants et doivent être pris en compte dans le dimensionnement de la machine.

La connaissance précise de ces écoulements très complexes est indispensable pour déterminer les efforts statiques et dynamiques appliqués au rotor de manière à pouvoir dimensionner un fonctionnement calme.

Mots-clés: Joints annulaires cryogéniques, Paliers hybrides, Fonctions de Transfert, Dynamique des rotors, Grands Déplacements Non-linéaires.

Abstract

Contribution to the analysis of fluid bearings and annular seals used in the aerospace turbopumps.

The design of high performance aerospace turbo pumps requires more control of an increasing number of functional parameters. Any component failure led almost immediately to a machine failure. This is particularly the case for the behavior of thin film lubricated components.

The term "thin film" means any thin space between the rotor and the stator of the engine. Their goal is either to limit leakage to maximize the machine intrinsic performance, or to support and stabilize the rotor. These cases are more commonly called "smooth or annular seals" and "fluid film bearings."

When a fluid flows in a space of very small thickness, typically a few hundredths of a millimeter, the velocity field, hence the pressure, are highly dependent on the walls viscous forces. Fluid forces on the walls (which one is rotated and the other is stationary) can then be important and should be taken into account in the design of the machine.

The precise knowledge of these complex flows is essential to determine the static and dynamic forces applied to the rotor to ensure a quite functioning of the turbo pump.

Keywords: Cryogenic Annular Seals, Hybrid Fluid Bearings, Transfer Functions, Rotor Dynamics, Nonlinear Large Displacements.

Remerciements

Ce travail a été réalisé dans le cadre d'un partenariat entre le Laboratoire Pprime (Département de Génie Mécanique et Systèmes Complexes) de l'Université de Poitiers et le Centre National d'Etudes Spatiales (CNES) ainsi que SNECMA Division Moteurs Spatiaux.

L'équipe tribologie et le personnel du laboratoire ont été durant ces travaux d'une aide précieuse. Je tiens donc à les remercier chaleureusement.

Je tiens à exprimer ma gratitude envers M. Mihaï ARGHIR, pour son aide, ses conseils et la confiance qu'il m'a accordée. J'ai beaucoup appris à ses côtés.

Merci à M. Pascal JOLLY pour sa disponibilité et son aide précieuse durant toute la durée de cette thèse.

L'engagement du CNES et de SNECMA à nos côtés et les moyens qu'ils ont mis en œuvre pour nous aider m'ont permis de mener à bien mes travaux de thèse. Je tiens donc à remercier particulièrement M. Manuel FROCOT, M. Sébastien GUINGOT, M. David TONON, Mlle. Emelyne Renard pour leur confiance.

Je remercie également les directeurs de département, M. Olivier BONNEAU, M. Michel FILLON et M. Saïd ZEGHLOUL qui m'ont accueilli avec bienveillance au sein du laboratoire.

Mes amitiés à Loubna, Charli, Didier, Floriane et Mathieu qui ont rendu mon séjour à Poitiers très agréable.

*A ma mère,
à mon père,
à ma sœur,
à mes frères*

« Vous me demandez de vous prédire les phénomènes qui vont se produire. Si, par malheur, je connaissais les lois de ces phénomènes, je ne pourrais y arriver que par des calculs inextricables et je devrais renoncer à vous répondre, mais comme j'ai la chance de les ignorer, je vais vous répondre tout de suite. Et ce qu'il y a de plus extraordinaire, ma réponse sera juste. Il faut donc bien que le hasard soit autre chose que le nom que nous donnons à notre ignorance. »

H. Poincaré, *Science et Méthode*, Paris, 1949, p.66

Table des matières

Résumé.....	iii
Abstract.....	v
Remerciements.....	vii
Notations.....	xvii
Chapitre I. Introduction.....	1
I.1. Les turbopompes spatiales : architecture générale et composants.....	1
I.2. Importance des joints d'étanchéité annulaires.....	5
I.3. Paliers fluides hybrides.....	8
I.4. Variation des coefficients dynamiques avec la fréquence d'excitation.....	12
I.5. Grands déplacements et non-linéarité.....	13
Chapitre II. Joints d'étanchéité annulaires.....	15
II.1. Introduction.....	15
II.2. Les équations du « Bulk-Flow ».....	17
II.2.1. Contraintes de frottements aux parois.....	18
II.2.2. Traitement thermique aux parois.....	19
II.3. Conditions aux limites.....	20
II.4. Vitesse du son dans un fluide réel.....	27
II.5. Ecoulement diphasique.....	29
II.6. Résultats.....	30
II.6.1. Caractéristiques statiques.....	30
II.6.2. Variation des coefficients dynamiques avec la fréquence d'excitation.....	33
II.6.3. Blocage sonore induit par un changement de phase.....	41
II.7. Conclusion.....	45
Chapitre III. Paliers hybrides aérostatiques.....	47

III.1.	Introduction	47
III.2.	Modélisation de l'écoulement dans un palier hybride aérostatique	48
III.3.	Conditions aux limites.....	49
III.4.	Alimentation et pression alvéolaire.....	51
III.5.	Profil de pression alvéolaire	52
III.6.	Traitement thermique de l'alvéole	55
III.7.	Paramètres influençant les coefficients dynamiques.....	56
III.8.	Combinaison de l'orifice et du restricteur inhérent	58
III.8.1.	Fonctionnement stationnaire.....	60
III.8.2.	Fonctionnement instationnaire.....	63
III.9.	Résultats :.....	67
III.9.1.	Statique : comparaisons avec les calculs 3D-Navier Stokes.....	69
III.9.2.	Coefficients dynamiques : comparaisons avec les résultats expérimentaux. 72	
III.10.	Hypothèse d'un écoulement adiabatique-isotherme	77
III.11.	Conclusion.....	80
Chapitre IV.	Analyse de stabilité des rotors supportés par paliers à air	81
IV.1.	Introduction	81
IV.2.	Caractéristiques dynamiques du palier cylindrique à air	83
IV.3.	Approximation des impédances par des fonctions rationnelles	85
IV.4.	De la fonction rationnelle à l'équation différentielle	89
IV.5.	Rotor rigide à 2ddl supporté par deux palier à air.....	93
IV.5.1.	Approche classique.....	97
IV.5.2.	Nouvelle approche	98
IV.5.3.	Résultats	99
IV.6.	Rotor rigide à quatre degrés de liberté	103
IV.6.1.	Approche classique : coefficients dynamiques synchrones.....	104
IV.6.2.	Nouvelle approche : fonctions rationnelles	106
IV.6.3.	Résultats	108
IV.7.	Arbre flexible supporté par deux paliers à air	111

IV.7.1.	Approche classique : coefficients dynamiques synchrones	112
IV.7.2.	Nouvelle approche : fonctions rationnelles de second ordre	113
IV.7.3.	Résultats	115
IV.8.	Conclusion	120
Chapitre V. Analyse non linéaire – grands déplacements		121
V.1.	Introduction	121
V.2.	Cas simple: plaque plane infiniment large	122
V.2.1.	Conditions initiales à la position d'équilibre	125
V.2.2.	Résultats	127
V.3.	Rotor rigide à 2 ddl supporté par deux paliers à air	128
V.3.1.	Approximation des impédances via des fonctions rationnelles d'ordre 2... ..	129
V.3.2.	Approximation des impédances via des fonctions rationnelles d'ordre 3... ..	131
V.3.3.	Résultats	133
V.4.	Rotor flexible	141
V.4.1.	Résultats :	142
V.4.2.	Cycle limite	142
V.4.3.	Rotor flexible soumis à grand balourd	146
V.5.	Temps de calculs - conclusion	149
Conclusion générale		151
ANNEXE A: Calculs 3DNS		155
Etude d'un cas simple.....		156
Cas du palier à air		157
Maillage des formes cylindriques.....		158
Multi grilles.....		158
Resserrage du maillage (clustering)		158
Convergence au maillage		159
Etudes d'influence.....		161
Epaisseur du film mince		161
Profondeur de l'alvéole		162
Transferts thermiques aux parois		162
ANNEXE B : Expressions de l'enthalpie statique et perturbée dans l'alvéole		163

Fonctionnement statique.....	163
Fonctionnement dynamique.....	163
ANNEXE C : Ensemble des résultats pour chapitre 2	167
Raideurs directes.....	167
Raideurs croisées.....	169
Amortissement directs.....	170
ANNEXE D : Stabilité au sens de Lund	173
Bibliographie	176
Tables des illustrations.....	182
Liste des tableaux.....	187

Notations

Symboles

A_k	Coefficient du polynôme du numérateur
B_k	Coefficient du polynôme du dénominateur
C_R	Jeu radial [m]
C_{xx}, C_{xy}	Coefficient d'amortissements direct, croisé [Nm/s]
C_p	Capacité calorifique à pression constante [J/Kg/K]
C_v	Capacité calorifique à volume constant [J/Kg/K]
C_d	Coefficient de décharge [-]
D	Diamètre de l'arbre [m]
D_h	Diamètre hydraulique [m]
E	Module de Young [Pa]
I_d	Moment d'inertie diamétral [Kgm ²]
I_p	Moment d'inertie polaire [Kgm ²]
K_{xx}, K_{xy}	Coefficient de raideur direct, croisé [N/m]
L	Longueur du joint/palier [m]
M	Nombre de Mach [-]
M_n	Nombre de Mach normal [-]
N	Ordre de la fraction rationnelle
P	Pression statique [Pa]
P_{aval}	Pression en aval du joint [Pa]
R	Rayon de l'arbre [m]
Re	Nombre de Reynolds [-]
Re^*	Nombre de Reynolds réduit [-]
T	Température du fluide [K]
U	Vitesse circonférentielle [m/s]
V	Vitesse relative [m/s]
V_n	Vitesse normale à une arête [-]
W	Vitesse axiale [m/s]

E_x, E_y	Composantes des forces externes [N]
Z	Impédance
a_{son}	Vitesse du son [m/s]
d	Diamètre de l'orifice [m]
e_x, e_y	Excentricité relative dans les directions X et Y [-]
f	Coefficient de frottement à la paroi [-]
f_x, f_y	Composantes des forces fluides [N]
$\Delta f_{\alpha\beta}$	Forces perturbée [N]
g	Rugosité [m]
h	Epaisseur du film mince [m]
i_t, i	Enthalpie totale, statique [J/Kg]
j	Nombre complexe $j^2 = -1$
m	Masse du rotor [Kg]
\dot{m}	Débit massique [Kg/s]
q''	Flux de chaleur [J/m ²]
r	Constante des gaz parfaits par unité de masse molaire [J/Kg/K]
$s = j\omega$	Variable de Laplace
t	Temps [s]
z	Coordonnée axiale [m]

Symboles grecs

δ	Profondeur de l'alvéole [m]
ρ	Densité [Kg/m ³]
θ_c	Coordonnée circonférentielle [rad]
θ	Angle de rotation autour de l'axe X [rad]
ψ	Angle de rotation autour de l'axe Y [rad]
τ	Contrainte pariétale [Pa]
μ	Viscosité dynamique [Pa.s]
ξ	Coefficient de perte/récupération de pression [-]
ν	Taux d'amortissement [-]
λ	Coefficient de convection [W/m ² /K]
λ_p	Valeur propre [rad/s]
Ω	Vitesse de rotation [rad/s]

λ_q	Qualité du fluide [-]
$\gamma = C_p/C_v$	Coefficient adiabatique
ω	Fréquence d'excitation [rad/s]
Π	Puissance thermique [W]
\mathcal{V}	Volume de l'alvéole [m ³]
Φ	Angle entre l'axe OX du repère cartésien et l'axe OR du repère cylindrique [rad]
Majuscule	Domaine de Laplace (Chapitre 4)
Script	
\Re	Partie réelle d'un complexe
\Im	Partie imaginaire d'un complexe
Indice:	
<i>alim</i>	Quantité relative à l'alimentation du palier hybride
<i>alv</i>	Quantité relative à l'alvéole
<i>in</i>	Quantité relative à la section d'entrée
<i>out</i>	Quantité relative à la section de sortie
<i>g</i>	Gaz pur
<i>l</i>	Liquide pur
<i>S</i>	Quantité relative au stator
<i>R</i>	Quantité relative au rotor
0	Ordre 0
1	Ordre 1 (quantité perturbée)
Exposant:	
\cdot	Dérivation par rapport au temps
(k)	Dérivée d'ordre k par rapport au temps
0	Variable totale ou à l'arrêt
α, β	Indices xx, xy, yx, yy
T	Transposée d'une matrice

Chapitre I. Introduction

I.1. Les turbopompes spatiales : architecture générale et composants

Une turbopompe spatiale est une machine de haute précision constituée d'une pompe entraînée en rotation par une turbine. Son rôle consiste à extraire les ergols¹ depuis les réservoirs, augmenter leur pression, puis les injecter dans la chambre de combustion. Ces derniers sont brûlés pour former les gaz chauds nécessaires à la propulsion. La Figure I. 1 illustre le principe de fonctionnement d'un propulseur. Les gaz chauds issus d'un générateur de gaz entraînent la turbine. Celle-ci entraîne à son tour les rouets de chacune des pompes. Les ergols à haute pression sont ensuite acheminés vers la chambre de combustion. Une fois brûlés, les gaz produits par la combustion sont accélérés dans une tuyère pour générer la poussée. Celle-ci dépend de la pression des ergols arrivant dans la chambre de combustion : plus la pression de combustion est élevée, meilleures sont les performances.

La première turbopompe cryogénique développée fût celle des missiles V2 allemands durant la seconde guerre mondiale (Figure I. 2). Cette turbopompe possède une turbine centrale qui entraîne les deux pompes placées aux extrémités de l'arbre. Bien que les turbopompes actuelles soient devenues beaucoup plus performantes, leurs architectures restent néanmoins assez proches de celle du V2.

Avec l'avènement de l'ère spatiale à la fin des années 50, les turbopompes ont dû produire de plus en plus d'énergie, pour des masses toujours plus faibles. En effet, les turbopompes spatiales sont caractérisées par une très grande densité d'énergie. A titre d'exemple, la turbopompe SSME² (Figure I. 3) développe une puissance de 57.4 MW pour une masse ne dépassant pas les 341 Kg. Elle débite 67000 litres d'hydrogène liquide par minute tout en faisant passer la pression de 23.5 bar à 482 bar. La taille de cette turbopompe est comparable à celle du moteur d'une voiture ordinaire.

¹ Dans le domaine de la propulsion le comburant ou le combustible sont désignés par le terme ergol. L'association du comburant et du carburant est désignée par le terme propergol.

² SSME pour « Space Shuttle Main Engine ». Il s'agit de la turbopompe hydrogène du moteur du premier étage de la navette spatiale américaine.

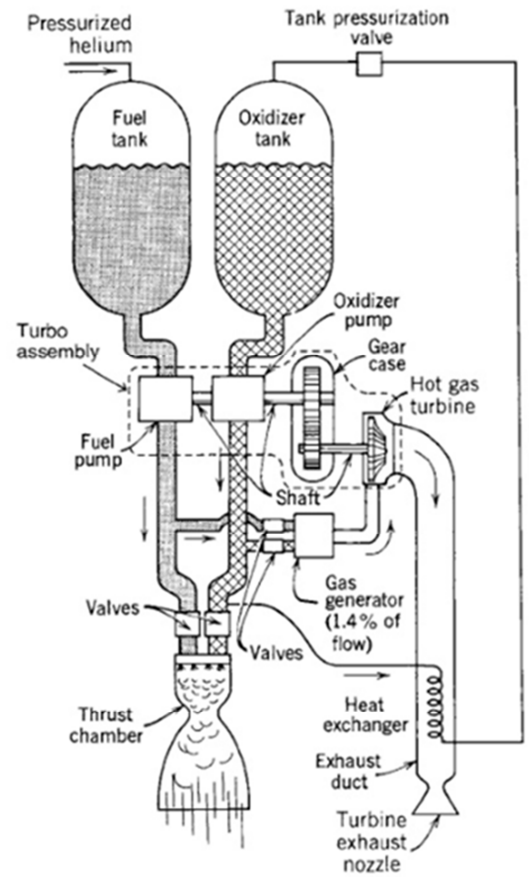


Figure I. 1 Schéma de principe du fonctionnement d'un propulseur liquide (Sutton [1])

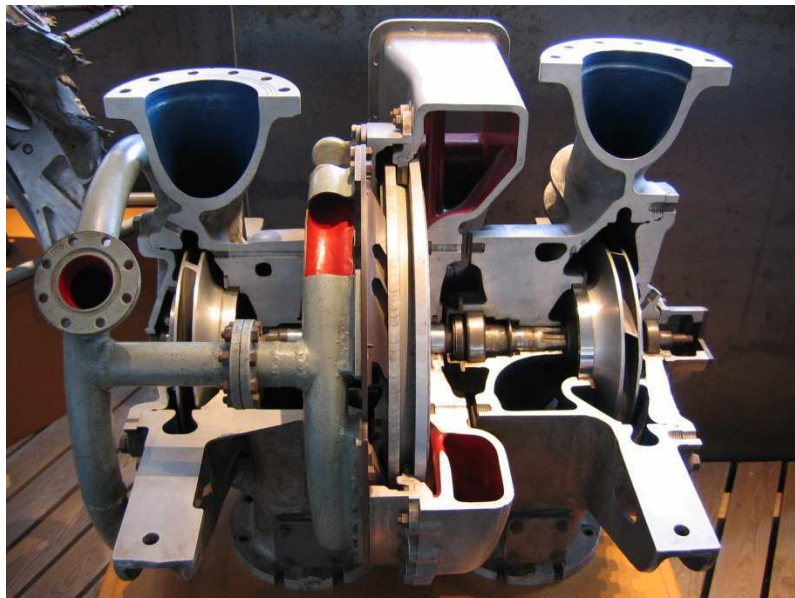


Figure I. 2 Turbopompe de la fusée allemande V-2

Pour atteindre de tels rapports de puissance/masse, les vitesses de rotation des turbopompes spatiales sont très élevées. La vitesse de rotation de la turbopompe SSME dépasse les 36000 tr/min . A de telles vitesses, la conception des turbopompes est une tâche très complexe, et l'architecture de ses composants a une importance majeure.

La Figure I. 4 illustre quelques exemples d'architectures couramment utilisées. D'autres types d'architectures et le critère de leur sélection sont détaillés dans [1]-[2]. Les deux architectures les plus courantes [1] consistent à combiner une turbine avec deux pompes sur la même ligne d'arbre (Figure I. 4.a et Figure I. 4.b), ou bien deux turbopompes de petites tailles (Figure I. 4.c).

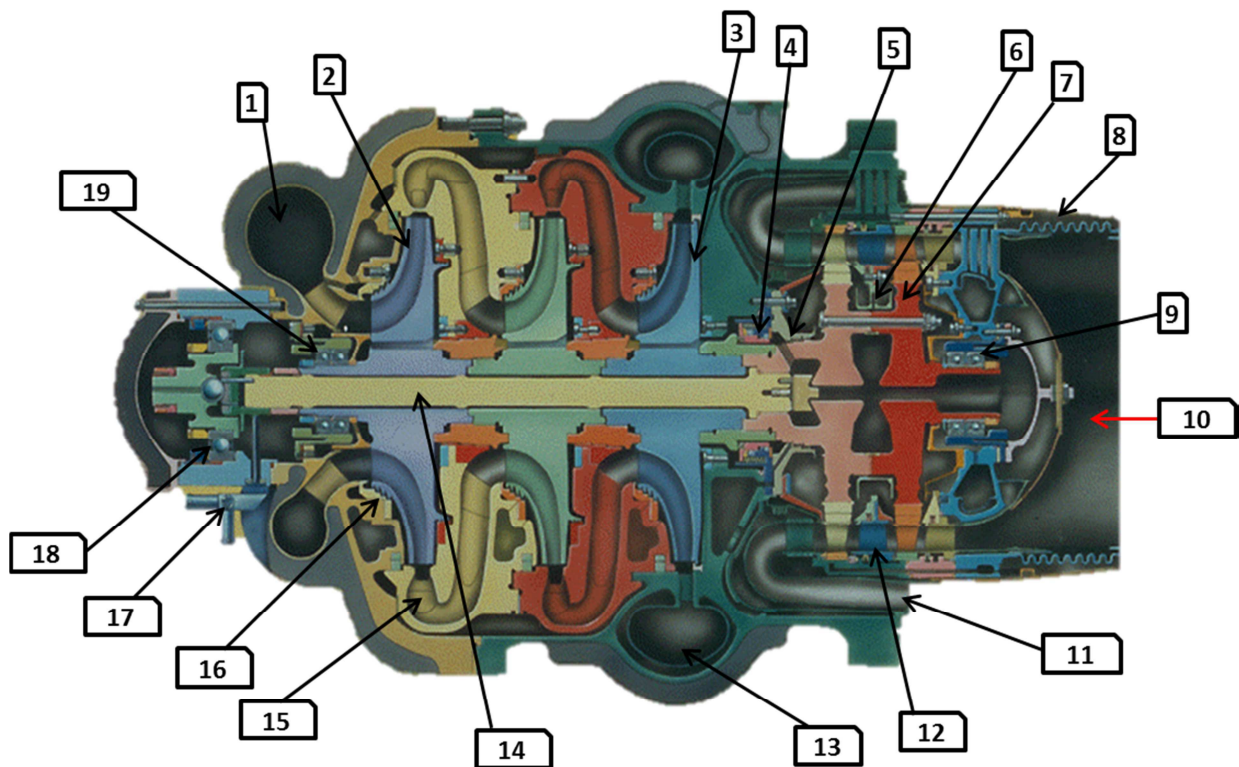


Figure I. 3 Turbopompe hydrogène du moteur principal de la navette spatiale américaine (SSME)
 (1) entrée de H₂, (2) rouet, (3) piston d'équilibrage axial (piston balance), (4) Joint annulaire (liftoff seal), (5) joint labyrinthe, (6) joint inter-étage, (7) roue de turbine, (8) barrière thermique, (9) roulement à contact oblique (côté turbine), (10) entrée des gaz chauds, (11) sortie des gaz chauds, (12) redresseur, (13) volute de décharge de H₂, (14) arbre, (15) diffuseur, (16) joint labyrinthe, (17) capteur de vitesse, (18) : butée axiale, (19) roulements à contact oblique (côté pompe)

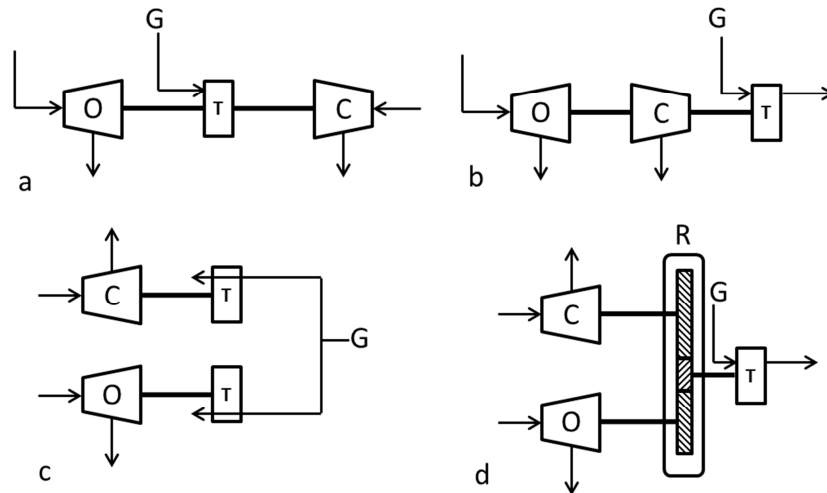


Figure I. 4 Quelques architectures des turbopompes spatiales (C : carburant, O : oxydant, T : turbine, G : gaz chauds, R : réducteur)

Chaque architecture possède ses avantages et ses inconvénients. Par exemple, dans la conception donnée par la Figure I. 4.b, l'arbre traverse la pompe du carburant ce qui a tendance à affecter la pression d'alimentation. Dans la deuxième architecture où les pompes se trouvent aux extrémités de la ligne d'arbre (Figure I. 4.a), la turbine nécessite davantage de joints d'étanchéité. L'architecture utilisant deux pompes placées sur la même ligne d'arbre est limitée aux cas où les ergols possèderaient une densité et un débit volumique du même ordre de grandeur (tels que l'oxygène et le kérosène). Dans ce cas, étant donné que les pompes généralement utilisées sont à débit constant [3], les deux rouets peuvent tourner à la même vitesse. Si par contre les densités sont très différentes (oxygène liquide et hydrogène liquide), la disposition des deux pompes sur la même ligne d'arbre devient inadéquate. Ainsi, deux turbopompes séparées ou encore deux pompes utilisant un réducteur pour découpler les vitesses de rotation sont nécessaires : une à grande vitesse pour le carburant et une deuxième à plus faible vitesse pour l'oxydant. La configuration utilisant deux turbopompes est souvent privilégiée pour l'aisance de son intégration dans l'ensemble du moteur. De plus, une telle architecture permet d'utiliser des arbres relativement courts et donc rigides (un critère de conception très utilisé dans les turbopompes actuelles [1],[4]). L'emplacement des roulements et des joints d'étanchéité constitue aussi un critère de sélection lors de la conception d'une turbopompe spatiale.

D'autres dispositions existent utilisant des accouplements flexibles³ ou encore des pompes auxiliaires [1]-[2].

I.2. Importance des joints d'étanchéité annulaires

Le rôle principal des joints d'étanchéité dans une turbomachine consiste à limiter les déperditions inter-étages. Plusieurs types de joints d'étanchéité existent : les joints annulaires, les joints labyrinthes, les joints à faces radiales, etc. La Figure I. 5 illustre le principe de fonctionnement d'un joint annulaire. Il s'agit d'un composant simple ; un fluide traverse un jeu très faible (allant de quelques microns à quelques centaines de microns). Ce faible espace crée une résistance permettant de réduire les fuites entre une zone de haute pression et une autre de faible pression. La Figure I. 6 illustre un joint à poches. Celui-ci est muni de plusieurs trous disposés sur toute sa surface destinés à améliorer ses performances en termes de débit de fuite. De plus, ce dernier possède un dispositif à l'entrée pour réduire la pré-rotation du fluide afin de lui assurer une meilleure stabilité. La Figure I. 7 montre un joint de type labyrinthe muni de léchettes sous formes de dents de scie, obligeant le fluide à emprunter une multitude de passages étroits. Ces passages confèrent au joint une grande résistance hydraulique et réduit substantiellement le débit de fuite.

En dépit de leurs faibles performances en termes de réduction du débit de fuite, les joints annulaires sont couramment utilisés pour leurs propriétés d'amortissements.

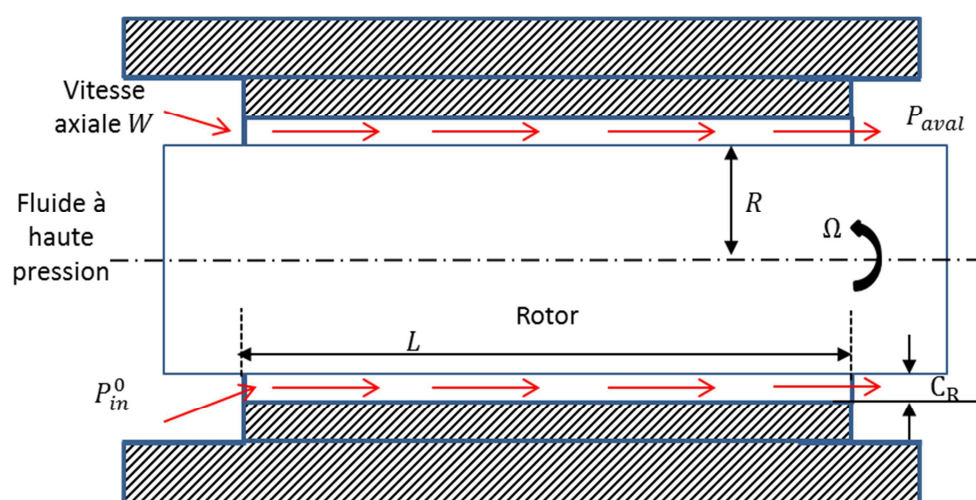


Figure I. 5 Principe de fonctionnement d'un joint annulaire

³ La turbopompe de la fusée V2 ainsi que quelques modèles de turbopompes russes [1] utilise un accouplement flexible

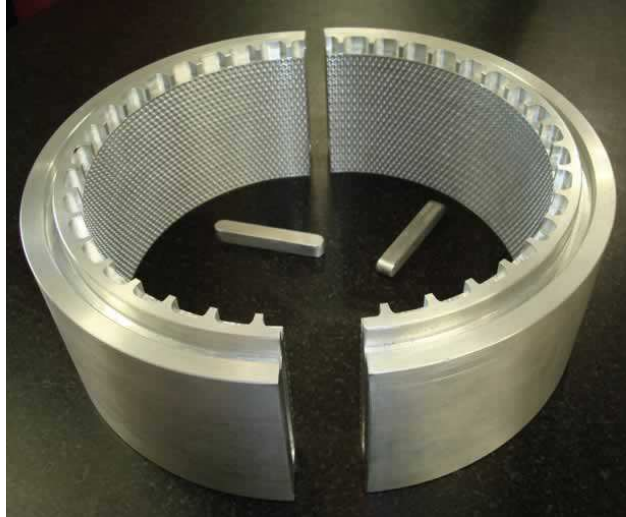


Figure I. 6 Joint annulaire à poche



Figure I. 7 Joint labyrinthe

En effet, parmi les composants constituant une turbopompe spatiale (voir la description donnée dans la Figure I. 3), un bon nombre de joints d'étanchéité sont utilisés pour apporter l'amortissement nécessaire à un fonctionnement calme de la machine.

Leur influence s'est avérée capitale, du point de vue de la dynamique du rotor, lors du développement de la turbopompe hydrogène SSME [5]-[7]. Cette dernière a eu une grande influence sur le développement des turbopompes spatiales et constitue, en quelque sorte, un cas d'école. La turbopompe SSME possède trois étages de compressions centrifuges, entraînés en rotation par deux étages de turbines axiales. Quatre joints annulaires assurent l'étanchéité entre les différents étages de la pompe et de la turbine. Ces joints font aussi

office de paliers hydrodynamiques. Le guidage en rotation est assuré par deux jeux de roulement à billes à contacts obliques. Une description plus détaillée est donnée par la Figure I. 3 et par Biggs [6]. D'après Biggs [6], une instabilité sub-synchrone apparaissait une fois que la vitesse du rotor atteignait le double de la vitesse critique (8500 tr/min) et causait de fortes vibrations de la machine. Après quoi, le rotor atteignait un cycle limite dû au sur-chargement des roulements et aux fortes excentricités au niveau des joints annulaires. Ces fortes amplitudes ont conduit à un sur-chargement des roulements du côté de la turbine, ce qui a causé plusieurs défaillances [7]. Ek [8] pointe les joints d'étanchéités inter-étages comme étant la source principale de cette instabilité. Un an plus tôt, Childs [9] avait prédit correctement cette instabilité en utilisant un modèle mathématique développé auparavant par Black [10]. Afin de pallier ce problème, les concepteurs de la turbopompe ont opté pour l'augmentation de la rigidité de l'arbre et des supports paliers rendant l'influence des joints annulaires encore plus importante [7]. En effet, ces derniers deviennent pratiquement la seule source d'amortissement de la machine. Ceci a créé un paradigme chez les concepteurs des turbopompes spatiales. Celui-ci est toujours d'actualité, et consiste à utiliser des montages de roulements rigides. En rigidifiant les supports des roulements, la vitesse critique a augmenté, ce qui a permis de repousser le seuil de stabilité au-delà de la plage de fonctionnement nominale. Ceci s'est fait au détriment de l'augmentation de la fatigue des roulements. De fait, un nombre conséquent de défaillances des cages de roulements a été constaté [11]. En réalité, bien que le seuil de stabilité fût augmenté, la machine possédait moins d'amortissement comparée à la version utilisant des supports souples. En effet, des usures fréquentes ont été rapportées [12], probablement dues aux transitoires faiblement amortis. Autant dire que cela ne répondait pas vraiment aux exigences d'une navette réutilisable, puisque des démontages récurrents étaient nécessaires pour vérifier l'état de la machine. Ces problèmes ont poussé la NASA à entamer la conception d'une turbopompe alternative. Encore une fois, Childs [13] a prédit des vibrations sub-synchrones accompagnées de fortes amplitudes de vibrations lors du passage des vitesses critiques. Childs a recommandé, l'utilisation de supports flexibles pour les roulements afin d'apporter plus d'amortissement, ainsi que l'implémentation de dispositifs pour réduire la rotation du fluide dans les joints. Seule la deuxième recommandation fut retenue, tandis que la première fut ignorée [14]. Le paradigme du montage rigide des roulements a survécu.

L'expérience acquise à partir du développement de la turbopompe hydrogène SSME, concernant l'influence des joints annulaires sur la stabilité de la machine, a incité les chercheurs à étudier plus en détails ces composants ainsi que le moyen d'augmenter leur stabilité [15]-[18].

Du fait de la faible viscosité des fluides cryogéniques et des très grandes vitesses de rotation, le régime d'écoulement rencontré dans ce type de composant est dominé par les forces d'inertie. Ces forces rendent l'utilisation de l'équation de Reynolds classique inadaptée. Généralement, celle-ci est remplacée par un modèle plus complexe : les équations du « Bulk-Flow ». Le « Bulk-Flow » est alors un compromis acceptable entre précision et efforts de calculs. Le modèle a été introduit depuis quelques dizaines d'années [19],[20]. Depuis, les caractéristiques statiques et dynamiques des joints annulaires sont bien connues, et peuvent être prédites assez précisément que ce soit pour des fluides incompressibles ou compressibles. Cela étant, les joints annulaires fonctionnant avec des fluides cryogéniques soulèvent toujours des questions concernant d'éventuelles apparitions de changements de phase. L'influence de ces derniers sur les caractéristiques statiques et dynamiques du joint annulaire sera traitée dans le chapitre 2.

I.3. Paliers fluides hybrides

Le montage rigide des roulements des turbopompes spatiales, rendait les joints annulaires seuls responsables de l'amortissement. Ce type de montage augmentait les charges dynamiques transmises aux parties statiques (réduisant ainsi la durée de vie des roulements et augmentant les vibrations de la structure).

Depuis des années, l'industrie aérospatiale considère les paliers hybrides comme d'éventuels remplaçants des roulements classiques des turbopompes cryogéniques. La Figure I. 8 illustre un palier hybride ; un fluide lubrifiant est injecté entre le rotor et le coussinet via des orifices disposés le long de sa circonférence. L'injection du fluide peut se faire directement à l'intérieur du film mince ou à travers des poches appelées alvéoles. Dans l'absence d'une vitesse de rotation, un palier alimenté permet d'obtenir une portance grâce à l'effet hydrostatique. Lorsque l'effet hydrodynamique dû à la vitesse de rotation vient s'ajouter à l'effet hydrostatique, le palier est dit hybride.

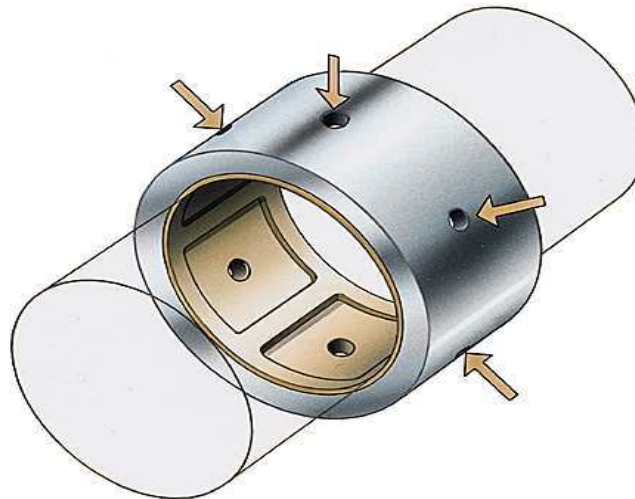


Figure I. 8 Schéma de principe d'un palier hybride

Les Figure I. 9 et Figure I. 10 montrent des exemples de démonstrateurs utilisant cette technologie. La Figure I. 11 compare l'architecture de la turbopompe hydrogène actuellement utilisée par le moteur du premier étage de la fusée Ariane 5, et celle d'un démonstrateur (TPX) utilisant de nouvelles technologies, notamment des paliers fluides hybrides. L'arbre de la turbopompe actuelle est guidé en rotation avec deux jeux de roulements à billes. Plusieurs joints annulaires apportent l'amortissement nécessaire au bon fonctionnement de la machine. Le démonstrateur TPX utilise, quant à lui, deux paliers fluides placés de chaque côté de la turbine pour guider l'arbre en rotation, sans avoir recours aux joints annulaires. En effet, les paliers hybrides possèdent de bonnes caractéristiques de raideurs et d'amortissements (supérieures à celles d'un joint annulaire). De plus, le nombre de circuits hydrauliques auxiliaires, nécessaires au refroidissement des roulements, est largement diminué, rendant l'architecture beaucoup plus simple, compacte et moins coûteuse. Des systèmes d'étanchéité beaucoup plus performants, tels que les joints labyrinthes, les joints annulaires à bagues flottantes ou les joints à faces radiales, peuvent être utilisés à la place des joints annulaires. La présence de ces derniers ne se justifiait que par leur apport en amortissement. Cet amortissement n'est pas seulement nécessaire pour opérer à des régimes supercritiques (au-delà de la première vitesse critique) mais permet aussi d'étendre la plage de vitesses nécessaire pour les manœuvres du lanceur (phase au sol, croisière, etc...). De ce fait, la connaissance précise des caractéristiques statiques et dynamiques des paliers hybrides, est nécessaire pour guider le concepteur pendant la phase de dimensionnement et de conception de la turbopompe. A l'instar des joints annulaires, les

forces d'inertie dans les paliers hybrides ne sont pas négligeables. Les équations du « Bulk-Flow » sont donc nécessaires pour prédire correctement les caractéristiques statiques et dynamiques de tels paliers. De plus, les fluides cryogéniques sont caractérisés par une compressibilité importante (cas de l'hydrogène liquide). Or, les équations du « Bulk-Flow » n'ont jamais été validées dans le cas d'un fluide compressible. Ce problème sera abordé dans le chapitre 3.

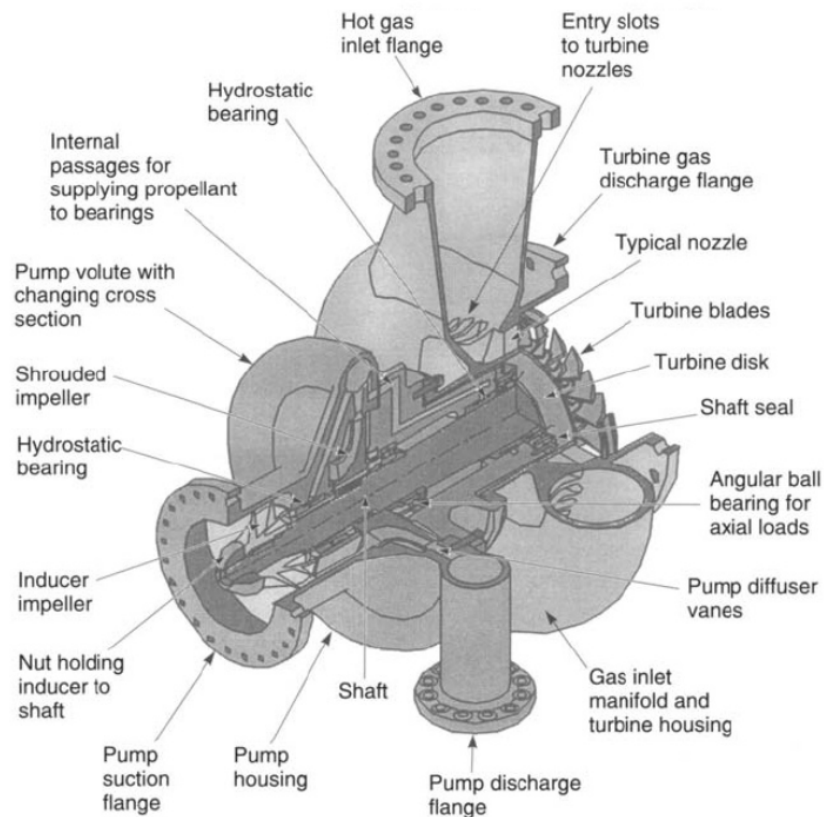


Figure I. 9 Démonstrateur d'une turbopompe à oxygène utilisant des paliers hydrostatiques. Pratt & Withney

[1]

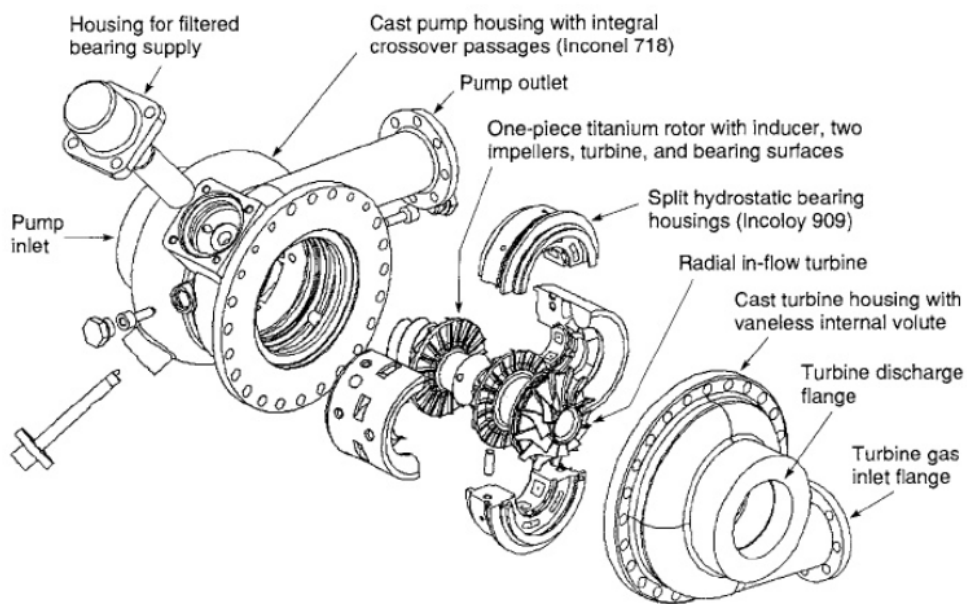


Figure I. 10 Vue éclatée d'une turbopompe hydrogène utilisant des paliers hydrostatiques. Pratt et withney [1]

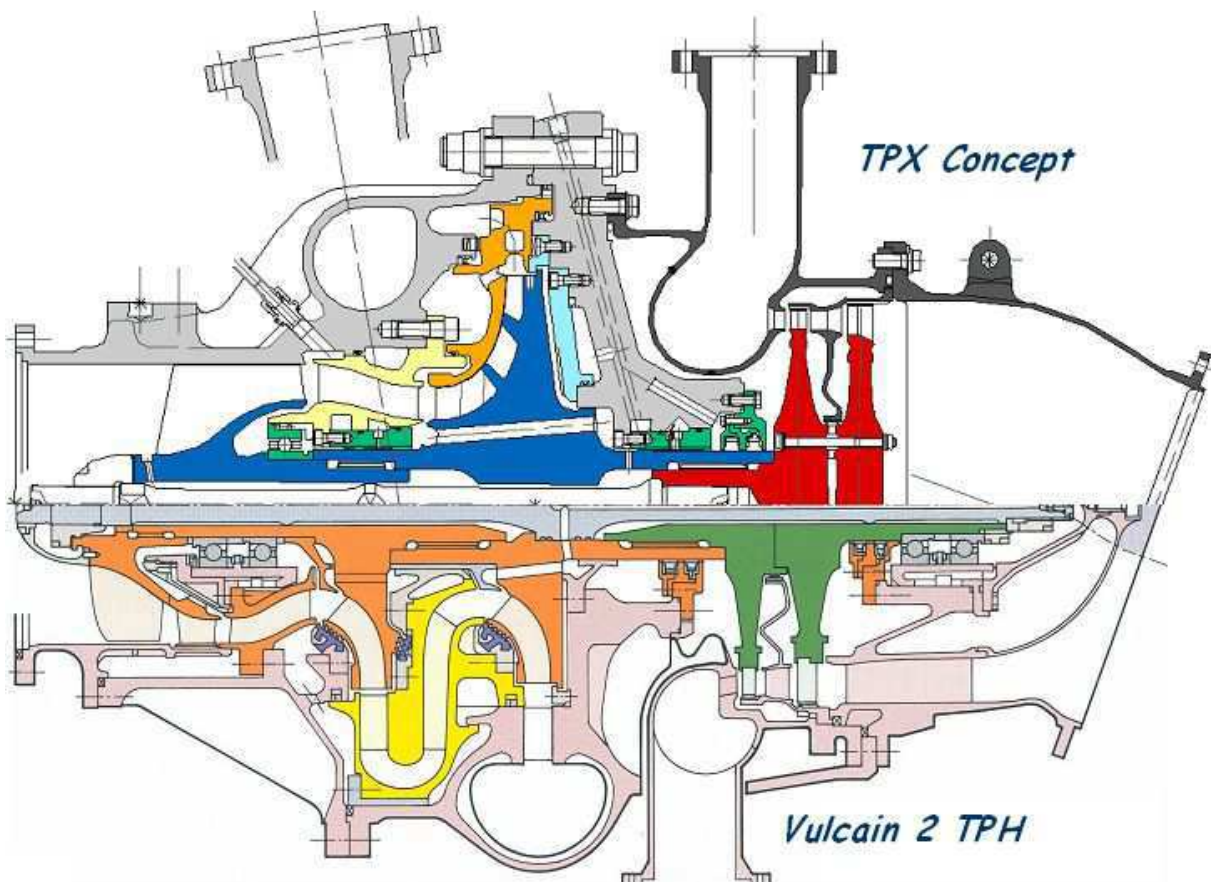


Figure I. 11 Comparaison des architectures du démonstrateur TPX et la turbopompe hydrogène actuelle du moteur Vulcain (premier étage) [21]

I.4. Variation des coefficients dynamiques avec la fréquence d'excitation

Les composants tribologiques tels que les joints d'étanchéité et les paliers utilisant des fluides hautement compressibles, possèdent des coefficients dynamiques linéaires qui peuvent dépendre non seulement de la vitesse de rotation ou de l'excentricité, mais aussi des fréquences d'excitations. La méthode des petites perturbations (Lund [22]) est la plus utilisée jusqu'à ce jour pour calculer ces coefficients.

L'approche classique communément adoptée, consiste à utiliser les coefficients dynamiques synchrones (c'est-à-dire à la fréquence de rotation) pour calculer les réponses aux balourds. Des méthodes itératives sont cependant nécessaires pour prédire le seuil de stabilité (masse critique). En effet, la fréquence à laquelle apparaît l'instabilité est a priori inconnue. Si ces méthodes sont suffisantes pour traiter des cas simples, elles deviennent rapidement très compliquées à mettre en œuvre dans des cas industriels complexes, entraînant, dans certains cas, l'apparition d'instabilités fictives. De plus, ces méthodes classiques ne peuvent traiter, simultanément, des sources de vibrations ayant des fréquences différentes. Ces vibrations sont omniprésentes dans les configurations réelles, telles que les vibrations supersynchrones dues au mésalignement, aux accouplements, ou encore aux vibrations aéroélastiques (engendrées par les aubes d'une turbine par exemple).

Afin de prendre en compte la variation des coefficients dynamiques avec la fréquence d'excitation, une méthode basée sur l'approximation des impédances par des fonctions rationnelles est utilisée. La méthode emploie une procédure spéciale qui permet d'obtenir des pôles stables et n'entraîne pas l'apparition d'instabilités artificielles.

A partir de ces fonctions rationnelles, un jeu d'équations différentielles ordinaires est dérivé, reliant les forces fluides aux déplacements. Un certain nombre d'auteurs ont tenté d'utiliser des méthodes similaires dans différents contextes, notamment pour étudier la stabilité des composants lubrifiés à l'air. Ces auteurs se sont heurtés à une difficulté majeure : l'apparition d'instabilités artificielles [23],[24]. Utiliser le même jeu de pôles stables pour approximer toutes les impédances (directes et croisées), permet d'éviter l'introduction de ces instabilités artificielles. Un diagramme de Campbell est introduit, permettant de tracer les fréquences critiques du système, tout en prenant en compte de manière élégante la variation des coefficients dynamiques avec la fréquence d'excitation.

La méthode permet, entre autres, d'obtenir les modes propres, les réponses aux balourds synchrones ou à tout autre type d'excitation asynchrone. Cette méthode sera discutée dans le chapitre 4.

I.5. Grands déplacements et non-linéarité

Pendant le décollage et les manœuvres en cours de vol d'un lanceur, les moteurs subissent des sollicitations dues aux forces d'accélération qui peuvent être importantes. En guise d'exemple : un déséquilibre, dû au largage des boosters ou d'un étage du lanceur, peut induire des forces d'accélération non négligeables. Ces dernières peuvent entraîner, à leur tour, de grands déplacements du rotor, et engendrer ainsi des réponses non linéaires des composants (joints d'étanchéité et paliers hybrides). Ce type de réponses ne peut être traité correctement à l'aide des coefficients dynamiques linéaires (réservés généralement aux études de stabilité autour des positions d'équilibre). De plus, la notion même des petits déplacements est relative au degré de non-linéarité du composant considéré. Ainsi, un déplacement, quand bien même de faible amplitude, peut engendrer une réponse non-linéaire.

Du fait des très grands temps de calculs qu'elles nécessitent et de la complexité de leurs mises en œuvre, les réponses en grands déplacements sont réalisées pendant les phases finales de la conception d'une turbopompe. Il est pourtant intéressant pour le concepteur de connaître ces réponses pendant un stade avancé du projet (phase de dimensionnement par exemple). Des méthodes peu coûteuses en termes de temps de calculs et faciles à mettre en place sont donc indispensables.

Jusqu'à présent, les grands déplacements sont traités en solutionnant, conjointement, les équations instationnaires du film fluide couplées à celles de la structure. En lubrification, la plupart de ces calculs sont réalisés en utilisant l'équation de Reynolds, qui est relativement simple à résoudre [25]. La résolution des équations du « Bulk-Flow » instationnaires est longue et sa mise en œuvre est complexe. Elle reste donc limitée à des cas simples sans couplage avec la structure [26].

Une méthode simple consiste à étendre la méthode des petites perturbations en considérant qu'un grand déplacement n'est rien d'autre qu'une suite de petits déplacements. La méthode est basée sur un processus de proche en proche (ou de linéarisation locale). De telles méthodes ont été utilisées avec succès par Nguyen [27] dans

le cas des bagues flottantes incompressibles. Dans le cas incompressible, les coefficients dynamiques ne dépendent pas des fréquences d'excitations, ce qui permet un calcul rapide des forces fluides. Dans le cas compressible, la description utilisant les fonctions rationnelles requiert quelques précautions particulières. Ainsi, la formulation simple des forces fluides sous la forme d'équations différentielles est étendue aux grands déplacements. Ces équations viennent alors s'ajouter à celles décrivant le rotor pour former un système différentiel du premier ordre totalement couplé.

De plus, ces méthodes ne dépendent pas de l'origine des coefficients dynamiques. Ainsi, ces derniers peuvent être calculés en utilisant l'équation de Reynolds, les équations du « Bulk-Flow » ou même les équations de Navier Stokes. Dans le chapitre 5, cette méthode simplifiée sera validée dans le cas d'un rotor rigide à deux degrés de liberté supporté par deux paliers à air. Le choix du palier aérodynamique est dû à deux raisons :

- ses coefficients dynamiques dépendent fortement de la fréquence d'excitation,
- l'écoulement dans ce type de paliers n'est pas dominé par les forces d'inertie. Ceci permet l'utilisation de l'équation de Reynolds compressible et instationnaire pour les besoins de validation. La résolution de l'équation de Reynolds est relativement simple comparée aux équations du « Bulk-Flow ».

Chapitre II. Joints d'étanchéité annulaires

II.1. Introduction

Comme mentionné dans le premier chapitre, les joints annulaires sont souvent privilégiés, par rapport à d'autres systèmes d'étanchéité, pour leur apport en amortissement. La Figure II. 1 illustre le schéma de principe d'un joint annulaire ainsi que le profil de pression axiale. Au fur et à mesure que le fluide cryogénique s'engage dans le joint, la pression diminue favorisant ainsi l'apparition d'un changement de phase. De plus, l'écoulement ne peut être considéré comme étant isotherme. En effet, la température du fluide à l'état liquide augmente à cause des frottements pariétaux engendrés par la vitesse de rotation de l'arbre. La combinaison de cette chute de pression et de l'augmentation de la température peut entraîner une vaporisation complète ou partielle du fluide. Le changement de phase modifie considérablement les propriétés thermodynamiques du fluide, menant à différentes configurations de l'écoulement : compressible subsonique, blocage sonique ou en encore supersonique. Par conséquent, les performances statiques et dynamiques du joint annulaire se voient sensiblement affectés. Ce problème a déjà fait l'objet de quelques études. En 1978, Hughes et al [28] ont étudié, en statique, la vaporisation de différents fluides dans le cas d'un joint à faces radiales. L'écoulement est divisé en deux régions, une région liquide et une autre gazeuse. Leurs résultats ont montré que le débit de fuite massique était maximal lorsque le fluide est complètement liquide. En 1987, Beatty et Hughes [29] ont présenté trois modèles différents, en supposant des écoulements turbulents et adiabatiques, pour prédire les caractéristiques statiques d'un joint annulaire centré, fonctionnant avec de l'oxygène à l'état monophasique ou diphasique. Ces modèles mathématiques utilisent l'hypothèse d'un film fluide mince, tout en distinguant entre les différentes phases : liquide pur, gaz pur et mélange diphasique de liquide et de gaz. Le mélange diphasique était par ailleurs supposé homogène. Beatty et Hughes ont aussi montré qu'en diphasique, la sortie du joint pouvait être le siège d'un blocage sonique. De plus, un autre type de blocage sonique à la sortie du joint a été rapporté par les auteurs, même lorsque l'oxygène est à l'état liquide pur. Selon [29], la raison de ce type de blocage est l'existence de deux modes de propagation des ondes : les ondes de sons ordinaires se propageant dans la phase gazeuse et les ondes de

vaporisation. Seules les caractéristiques statiques du joint ont été présentées dans [29], montrant que le débit massique diminue avec la vitesse de rotation, la longueur du joint et la fraction volumétrique de la phase gazeuse.

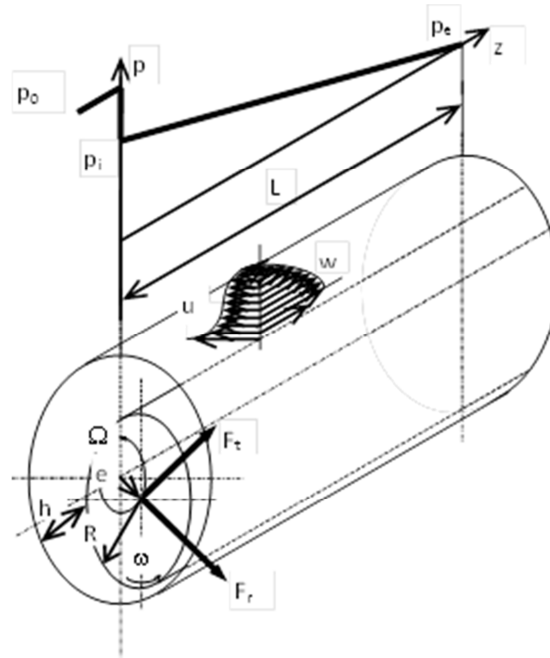


Figure II. 1 Schéma de principe d'un joint annulaire et profil de pression dans la direction axiale de l'écoulement

Trois années plus tard, Beatty et Hughes [30] ont proposé un modèle de film fluide stratifié dans lequel l'écoulement stationnaire est supposé axisymétrique, adiabatique et turbulent. Les auteurs sont arrivés à la conclusion que le modèle stratifié prédisait un débit de fuite massique plus élevé que celui obtenu via un modèle de mélange homogène. Cependant, la même année, Yasuna et Hughes [31] ont présenté un modèle laminaire non-isotherme dans le cas d'un joint à face radiale opérant en régime diphasique, pour lequel, l'hypothèse d'un mélange homogène fût réutilisée. Ils montrèrent que cette région de mélange avait une grande influence sur la stabilité du joint.

En 1997, Arauz et San Andrés [32],[33] ont analysé les caractéristiques statiques et dynamiques d'un joint annulaire cryogénique opérant en régime diphasique. Leur modèle est basé sur les équations du film mince dominé par les forces d'inertie (les équations dites du « Bulk-Flow »). Dans ce modèle, le mélange diphasique est supposé être homogène, saturé et à l'équilibre thermodynamique. Les caractéristiques statiques prédites sont en

accord avec les mesures expérimentales réalisées par Hendricks [34]. En plus, Arauz et San Andres ont étudié le joint annulaire alimenté en oxygène liquide analysé auparavant par Beatty et Hughes [29]. Ils ont présenté les coefficients statiques et dynamiques (raideur et amortissement) et ce, pour différents régimes d'écoulements **non bloqués** : phase liquide pure, phase gaz pure ainsi que la phase de mélange diphasique.

Dans ce chapitre, un modèle similaire à celui utilisé par Arauz et San Andrés est utilisé pour prédire les caractéristiques des joints annulaires opérant avec un fluide cryogénique. Le modèle est basé sur les mêmes équations du « Bulk-Flow », mais utilise une formulation rigoureuse de la vitesse du son avec la possibilité de traiter les écoulements bloqués. Cette formulation de la vitesse du son reste valable quelle que soit la phase de l'écoulement (monophasique ou diphasique). Le modèle sera validé, dans un premier temps, via des comparaisons avec les données expérimentales de Hendricks [34], dans le cas d'un joint annulaire totalement excentré opérant en azote gazeux.

II.2. Les équations du « Bulk-Flow »

Les écoulements dans les paliers et les joints annulaires utilisés dans les turbomachines à haute densité d'énergie sont, dans la majeure partie des cas, dominés par les forces d'inertie qui rendent l'utilisation de l'équation de Reynolds inappropriée. Le système d'équations dit de « Bulk-Flow » est alors un compromis acceptable entre précision et efforts de calculs. Le modèle a été introduit par Constantinescu [19] et Launder [20]. Depuis, le modèle a été intensivement utilisé pour analyser le comportement statique et dynamique des joints annulaires, que ce soit en fluide incompressible ou compressible [13],[35]. Le modèle s'est avéré alors être précis pour peu que les paramètres tels que la pré-rotation et les pertes de charge à l'entrée et à la sortie du joint soient correctement imposées.

Les équations du « Bulk-Flow » proviennent de l'intégration des équations de Navier Stokes selon l'épaisseur du film mince, en supposant que les variables décrivant l'écoulement sont constantes suivant la direction radiale. Ainsi, à l'instar des équations de Navier Stokes, les équations du « Bulk-Flow » représentent la conservation de la masse, des moments et de l'énergie dans le film mince :

$$\frac{\partial(\rho h)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho h W)}{\partial z} + \frac{\partial(\rho h U)}{R \partial \theta_c} = 0 \quad (\text{II.1})$$

$$\left| \frac{\partial(\rho h W)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho h W^2)}{\partial z} + \frac{\partial(\rho h U W)}{R \partial \theta_c} = -\frac{h \partial P}{\partial z} + \tau_{S z} + \tau_{R z} \right. \quad (II.2)$$

$$\left| \frac{\partial(\rho h U)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho h W U)}{\partial z} + \frac{\partial(\rho h U^2)}{R \partial \theta_c} = -\frac{h \partial P}{R \partial \theta} + \tau_{S \theta} + \tau_{R \theta} \right. \quad (II.3)$$

$$\left| \frac{\partial \rho h i_t}{\partial t} + \frac{\partial \rho h W i_t}{\partial z} + \frac{\partial \rho h U i_t}{R \partial \theta_c} = q''_s + q''_R + R \Omega \tau_{R \theta} + \frac{h \partial P}{\partial t} \right. \quad (II.4)$$

Ces équations sont solutionnées en utilisant la méthode des volumes finies. Les détails numériques sont donnés par Arghir et al. [36],[37].

II.2.1. Contraintes de frottements aux parois

Les contraintes de cisaillements au niveau du rotor et du stator sont approximées en utilisant les lois de frottements exprimés par Hirs [38], en faisant l'hypothèse que ces contraintes tangentiels dans la direction axiale et circonférentielle se décomposent de la même manière que les composantes des vitesses:

$$\left\{ \begin{array}{l} \tau_{S z} = \frac{\rho V_s W}{2} f_s \\ \tau_{S \theta} = \frac{\rho V_s U}{2} f_s \\ \tau_{R z} = \frac{\rho V_R W}{2} f_R \\ \tau_{R \theta} = \frac{\rho V_R (U - R \Omega)}{2} f_R \end{array} \right. \quad (II.5)$$

où $V_s = \sqrt{W^2 + U^2}$ est la vitesse moyenne locale au voisinage de la paroi du stator. La vitesse moyenne au voisinage de la paroi du rotor est: $V_R = \sqrt{W^2 + (U - R \Omega)^2}$.

Les relations données par Eq.(II.5) sont valables dans le film mince en considérant les valeurs des vitesses locales. Les coefficients de frottement f_R et f_S dépendent du régime d'écoulement. En effet, dans un écoulement dominé par les effets d'inertie, l'écoulement peut être laminaire, turbulent ou en phase de transition laminaire-turbulent.

En régime laminaire ($Re < 1000$) les coefficients de frottements sont exprimés en utilisant la loi de Blasius [19][13] :

$$f_{R,S} = 24Re_{R,S}^{-1} \quad , \quad Re_{R,S} = \frac{\rho D_h V_{R,S}}{\mu} \quad (II.6)$$

Où $D_h = 2h$ est le diamètre hydraulique des canaux annulaires.

En régime turbulent ($Re > 2000$), le coefficient de frottement est défini par la loi de Colebrook [39]:

$$f_{R,S} = \frac{\chi_{R,S}}{4} \quad (II.7)$$

où $\chi_{R,S}$ est un coefficient sans dimension, solution de l'équation non linéaire (qui dépend de la rugosité $g_{R,S}$):

$$\frac{1}{\sqrt{\chi_{R,S}}} = 1.74 - 2 \log \left(\frac{g_{R,S}}{D_h} + \frac{18.6}{Re_{R,S} \sqrt{\chi_{R,S}}} \right) \quad (II.8)$$

Zirkelback et San Andrés [40] ont proposé un modèle simple utilisant une interpolation polynomiale pour prendre en compte la transition laminaire-turbulent. Ainsi, dans le cas où le nombre de Reynolds est compris entre 1000 et 3000, le coefficient de frottement s'écrit de la manière suivante :

$$f_{R,S} = (f_{R,S})_{lam} (1 - 3\overline{Re}_{R,S}^2 + 2\overline{Re}_{R,S}^3) + (f_{R,S})_{turb} (3\overline{Re}_{R,S}^2 - 2\overline{Re}_{R,S}^3) \quad (II.9)$$

où $\overline{Re}_{R,S}$ est un paramètre sans dimension défini comme :

$$\overline{Re}_{R,S} = \frac{Re_{R,S} - 1000}{2000} \quad (II.10)$$

II.2.2. Traitement thermique aux parois

Le transfert de chaleur entre le fluide et la paroi intervenant dans l'équation Eq.(II.4) peut s'écrire de la manière suivante :

$$q''_{R,S} = \lambda_{R,S}(T_{R,S} - T) \quad (\text{II.11})$$

Le coefficient de convection $\lambda_{R,S}$ entre la paroi et le film fluide peut s'exprimer en utilisant l'analogie Reynolds-Colburn qui lie le nombre de Stanton au nombre de Prandtl via le coefficient de frottement :

$$St_{R,S} = \frac{f_{R,S}}{2} Pr_{R,S}^{-2/3} \quad (\text{II.12})$$

Le coefficient de convection est alors déduit à partir de la définition du nombre de Strouhal :

$$\lambda_{R,S} = \rho C_p V_{R,S} St_{R,S} \quad (\text{II.13})$$

Il s'agit d'une corrélation empirique déduite pour un écoulement turbulent complètement développé dans une conduite circulaire et lisse. D'autres relations empiriques existent pour déterminer le coefficient de convection à la paroi (voir [41]).

II.3. Conditions aux limites

Théoriquement, quatre types de conditions aux limites peuvent exister dans le cas d'un joint annulaire. L'entrée et la sortie peuvent être, soit subsoniques, soit supersoniques. Selon le type de la condition aux limites, certaines variables de l'écoulement doivent être imposées ou extrapolées. Le Tableau II.1 regroupe ces quatre types de conditions aux limites en indiquant, selon le cas, les variables à imposer et celles à extrapoler.

La Figure II. 2 montre un profil typique de la distribution de pression dans un joint annulaire centré. A l'entrée du joint annulaire, l'écoulement est incompressible ou très subsonique. La pression totale, l'enthalpie totale ainsi que la vitesse circumférentielle doivent être imposées comme conditions aux limites du problème. Il faut aussi préciser la perte de charge due aux effets visco-inertiels qui apparaissent suite au changement brutal de la section de passage, que ce soit à l'entrée du joint, ou encore à sa sortie si celui-ci débouche sur une cavité (effet de récupération de pression). Ces pertes de charge sont prises en compte via la relation de Bernoulli généralisée:

$$P^0 = P \pm (1 \pm \xi)\rho \frac{W^2}{2} \quad (\text{II.14})$$

Type de conditions aux limites	Variables imposées	Variables extrapolées
Entrée subsonique	Pression ou vitesse normale. Vitesse tangentielle ou pré-rotation. Température ou enthalpie	Aucune
Entrée supersonique	Pression ou vitesse normale. Vitesse tangentielle ou pré-rotation. Température ou enthalpie	Aucune
Sortie subsonique	Pression ou vitesse normale.	Vitesse tangentielle. Température ou enthalpie.
Sortie supersonique	Aucune	Pression. Vitesse normale et tangentielle. Température ou enthalpie.

Tableau II.1 Types de conditions aux limites

Les conditions aux limites au niveau de la section de sortie peuvent nécessiter une attention particulière selon le nombre de Mach local. En fait, si l'écoulement est incompressible ou subsonique (nombre de Mach inférieur à 0.3), les conditions aux limites à la sortie sont triviales : la pression à la sortie doit être imposée, la vitesse axiale est calculée à partir de la conservation du débit massique. Le reste des caractéristiques de l'écoulement (vitesse circumférentielle et enthalpie) sont extrapolées depuis l'intérieur du film fluide vers la section de sortie. La situation est très différente si un fluide compressible est fortement accéléré à l'intérieur du joint annulaire. Cette accélération a lieu sous l'effet des contraintes pariétales. Le taux d'accélération dépend alors de la différence de pression entre l'entrée et la sortie, de la longueur du joint ainsi que de la nature du fluide. Cependant, les forces de frottement aux parois ne peuvent accélérer l'écoulement au-delà de l'état sonique (c'est-à-dire $M = 1$) au niveau de la section de sortie.

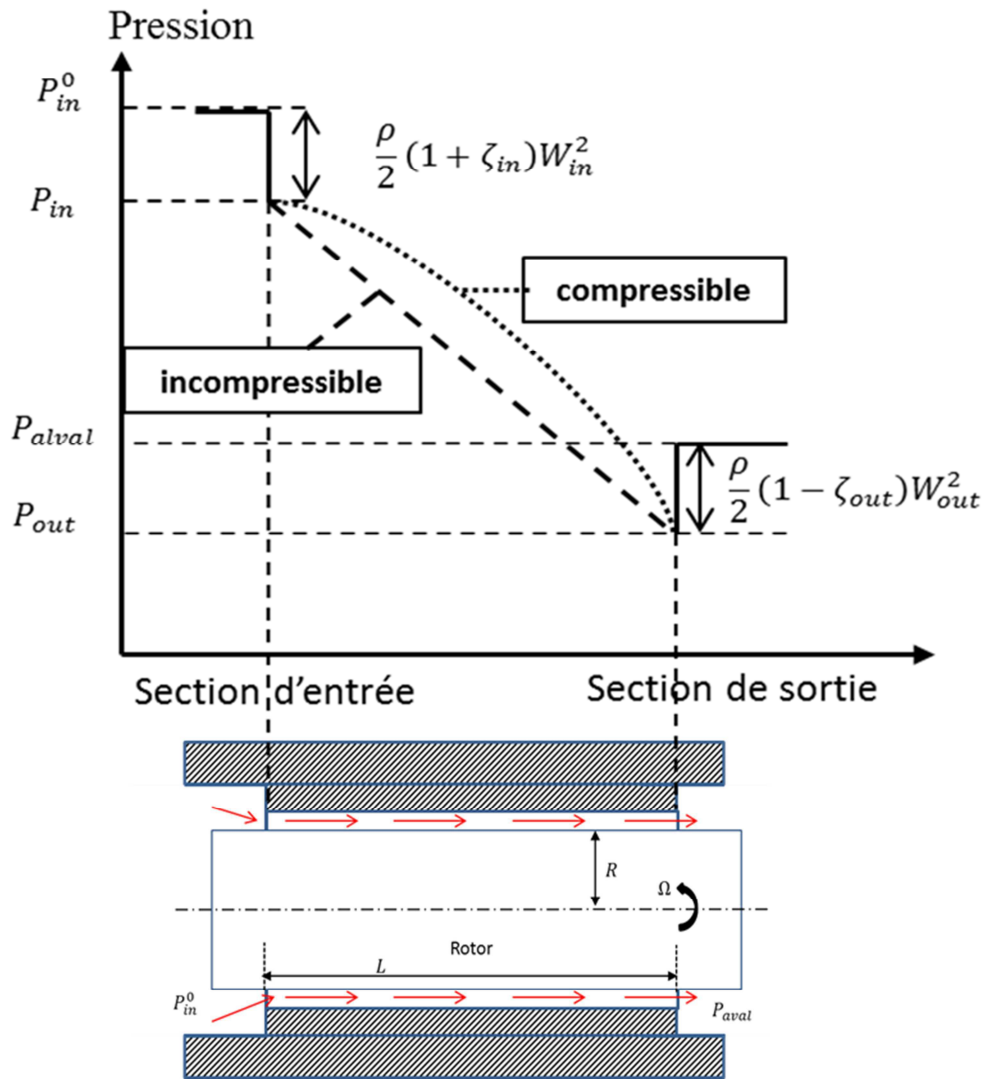


Figure II. 2 Profil type de distribution de pression dans un joint annulaire centré

Afin de souligner le rôle du nombre de Mach, le cas simple de l'écoulement d'un gaz parfait entre deux plaques planes parallèles est considéré (voir Figure II. 3).

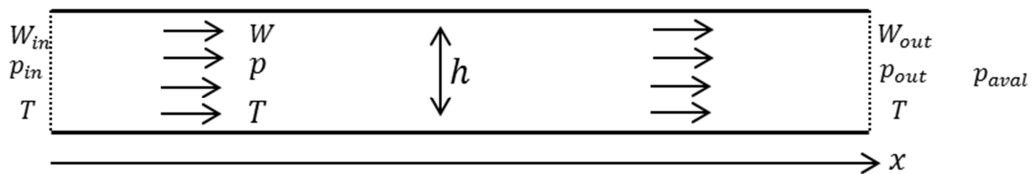


Figure II. 3 Schéma d'un écoulement isotherme et compressible entre deux plaques planes parallèles

Cet écoulement unidimensionnel est décrit par l'équation suivante :

$$\frac{d(\rho W^2 h)}{dx} + h \frac{dp}{dx} + \frac{12\mu}{h} W = 0 \quad (\text{II.15})$$

En tenant compte de la conservation de la masse, Eq.(II.15) devient:

$$(1 - M^2) \frac{dW}{W} = \frac{12\mu W}{\rho h^2 a_{son}^2} dx \quad (\text{II.16})$$

Il s'ensuit :

$$\frac{(1 - M^2) dW}{M^2 dx} = \frac{12\mu}{\rho h^2} \quad (\text{II.17})$$

Ainsi, l'équation Eq.(II.17) montre bien que lorsque $M \rightarrow 1$, la variation de la vitesse possède une singularité, c'est-à-dire que $dW/dx \rightarrow \infty$. Il est alors facile de montrer à partir de l'équation (II.15) que le gradient de pression $dp/dx \rightarrow \infty$.

L'équation. Eq.(II.15) possède une solution analytique donnée par:

$$\frac{1}{2} \left(1 - \frac{p^2}{p_{in}^2} \right) + \frac{p_{out}^2}{p_{in}^2} M_{out}^2 \ln \left(\frac{p}{p_{in}} \right) = \frac{12\mu}{h^2 \sqrt{p_{in} \rho_{in}}} \frac{p_{out}}{p_{in}} x \quad (\text{II.18})$$

La Figure II. 4 illustre la variation de la pression et du nombre de Mach le long du canal dans deux cas de figures : un cas subsonique et un cas avec blocage sonique. Il est alors clair que lorsque l'écoulement est bloqué, le gradient de vitesse présente une asymptote verticale. Dans ce cas, la pression à la sortie est plus grande que la pression extérieure au domaine ($P_{out} > P_{aval}$).

présentent les équations du « Bulk-Flow », le problème pose des difficultés numériques. Un traitement spécial y est alors dédié [42] et peut être synthétisé de la manière suivante :

$$P_{out} = \begin{cases} P_{out0} = P_{aval} , & M_{out} < M_0 = 0.95 \\ P_{out0} + \frac{P_{out1} - P_{out0}}{1 - M_0} (M_{out} - M_0), & M_0 < M_{out} < 1 \\ P_{out1} = EXTRAPOL(P_{int}) & M_{out} \geq 1 \end{cases} \quad (II.19)$$

Ce traitement du blocage sonique a été validé numériquement par Arghir et al. [42] dans le cas d'un joint annulaire en air. Une autre validation est maintenant réalisée en se comparant aux données expérimentales de Hendricks [34]. Un des joints annulaires testés par Hendricks opère à l'azote en phase gazeuse. Les caractéristiques géométriques de ce joint sont : $L = 41.13 \text{ mm}$, $D = 84.51 \text{ mm}$ et $C_R = 164 \text{ }\mu\text{m}$. Les conditions de fonctionnement sont : $\Omega = 0 \text{ tr/min}$, $P_{in}^0 = 4.87 \text{ MPa}$, $P_{aval} = 0.64 \text{ MPa}$, $T_{in}^0 = 265 \text{ K}$, $\xi_{in} = 0.5$ et $\xi_{out} = 1$. La Figure II. 5 montre la variation de la pression le long du joint annulaire. Les résultats expérimentaux de Hendricks sont relatifs à un joint totalement excentré (c'est-à-dire que le rotor est en contact avec le stator). Ainsi les résultats indiqués comme étant au jeu minimal sont en réalité décalés d'environ 17° dans la direction circonférentielle par rapport à ligne de contact (voir Figure II. 5).

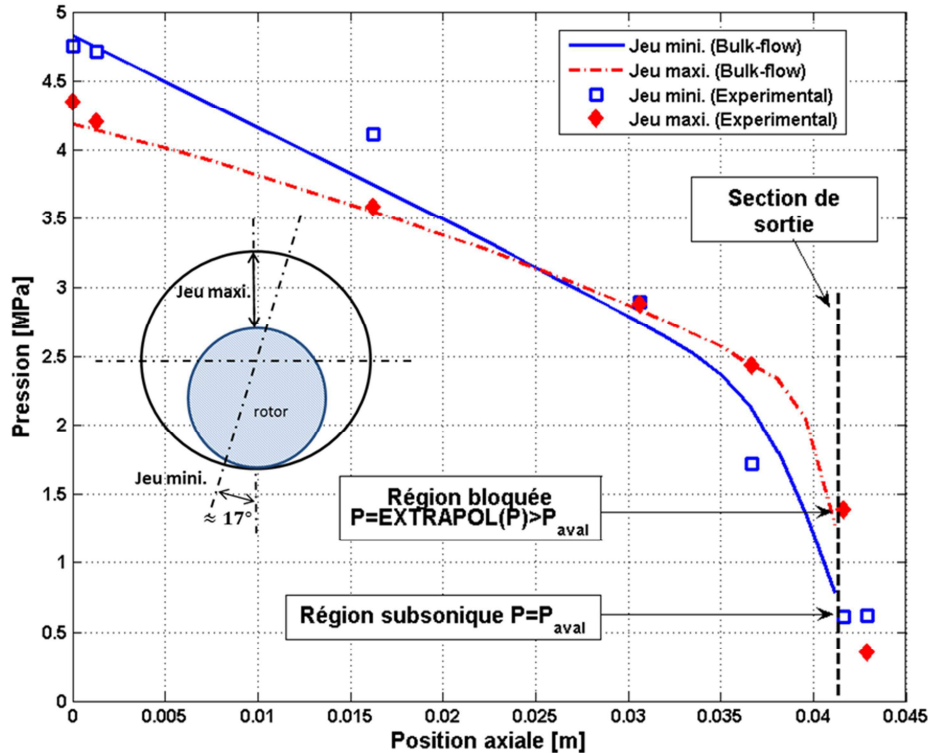


Figure II. 5 Distribution de la pression de l'azote le long d'un joint annulaire totalement excentré.

Etant donné que le contact entre le rotor et le stator ne peut être traité en utilisant les équations du « Bulk Flow », les calculs ont donc été réalisés à une excentricité relative de 90%. Comme le montre cette figure, les prédictions numériques sont très proches, qualitativement et quantitativement, des données expérimentales. Ces données montrent bien le profil typique d'un écoulement bloqué, à savoir une brusque variation de la pression à proximité de la sortie du joint. La pression à la sortie est alors supérieure à la pression imposée en aval du joint. Il est à noter que ce profil n'apparaît que sur une partie du joint. En effet, l'écoulement n'est bloqué qu'au niveau de l'épaisseur maximale du joint. La partie où l'épaisseur est minimale, l'écoulement est subsonique et la pression à la section de sortie est égale à la pression aval.

La nature de l'écoulement dans le cas d'un joint annulaire fonctionnant avec un fluide cryogénique peut être encore plus compliquée si un changement de phase se produisait. En fait, pour un fluide cryogénique entrant dans un joint annulaire à l'état liquide, la vitesse du son est de l'ordre de 10^3 m/s. Si un changement de phase se produit, la vitesse du son chute brutalement et le nombre de Mach local peut atteindre des valeurs supersoniques. Selon la longueur du joint, l'écoulement à la sortie peut être supersonique ou, dans le cas où le joint

est suffisamment long, redevenir subsonique sous l'influence des forces de frottement. La manière d'imposer les conditions aux limites à l'entrée et à la sortie du joint est identique à celle décrite plus haut (c'est-à-dire en fonction du nombre de Mach local). De fait, l'estimation de la vitesse du son dans un mélange diphasique a une importance capitale.

II.4. Vitesse du son dans un fluide réel

La définition générale de la vitesse du son dans un fluide réelle est [43]:

$$a_{son}^2 = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s \quad (II.20)$$

où l'index « s » indique une évolution isentropique. Afin d'exprimer la vitesse en fonction de la pression et de l'enthalpie, la densité est exprimée de la manière suivante :

$$d\rho = \left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_i dp + \left(\frac{\partial \rho}{\partial i} \right)_p di \quad (II.21)$$

Sachant que pour une évolution isentropique $di = dp/\rho$, l'équation Eq.(II.21) s'écrit:

$$d\rho = \left[\left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_i + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial i} \right)_p \right] dp \quad (II.22)$$

Il en résulte :

$$a_{son}^2 = \frac{1}{\left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_i + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial i} \right)_p} \quad (II.23)$$

La définition de la vitesse du son donnée par Eq.(II.23) est valable dans le cas d'un écoulement monophasique ou diphasique.

Les équations du « Bulk-Flow » possèdent une singularité lorsque la vitesse de l'écoulement atteint la vitesse du son. En effet, en considérant le cas d'un joint centré, l'écoulement stationnaire est unidimensionnel. Ainsi, les équations données par Eq.(II.1) à Eq.(II.4)

peuvent s'écrire de la manière suivante ($\partial/\partial t = 0$, $\partial/\partial \theta_c = 0$ et la dérivée partielle $\partial/\partial z$ est remplacée par d/dz):

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dz}(\rho Wh) = 0 \\ \frac{d}{dz}(\rho W^2 h) = -h \frac{dp}{dz} + \tau_{Sz} + \tau_{Rz} \\ \frac{d}{dz}(\rho UWh) = \tau_{S\theta} + \tau_{R\theta} \\ \frac{d}{dz}(\rho i_t Wh) = q_s + q_R + R\Omega\tau_{R\theta} \end{array} \right. \quad (II.24-27)$$

En injectant la première équation exprimant l'équation de continuité dans les équations de moments et d'énergie, et en gardant à l'esprit que $di_t/dz = di/dz + W dW/dz + U dU/dz$, les équations Eq.(II.24-27) peuvent se mettre sous la forme suivante:

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho h \frac{dW}{dz} + hW \frac{d\rho}{dz} = -\rho W \frac{dh}{dz} \\ \rho Wh \frac{dU}{dz} = \tau_{S\theta} + \tau_{R\theta} \\ \rho Wh \frac{dW}{dz} + h \frac{dp}{dz} = \tau_{Sz} + \tau_{Rz} \\ \rho Wh \left(\frac{di}{dz} + W \frac{dW}{dz} + U \frac{dU}{dz} \right) = q_s + q_R + R\Omega\tau_{R\theta} \end{array} \right. \quad (II.28-31)$$

Le but étant d'obtenir à partir des équations Eq.(II.28-31) un système d'équation différentiel de premier ordre dont les inconnues sont : ρ, p, i, W et U . Afin d'y parvenir, la variation de la densité $d\rho/dz$ est exprimée en fonction de p et i :

$$\frac{d\rho}{dz} = \left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_i \frac{dp}{dz} + \left(\frac{\partial \rho}{\partial i} \right)_p \frac{di}{dz} \quad (II.32)$$

Ainsi, l'ajout de Eq.(II.32) au système donné par Eq.(II.28-31), mène à l'équation différentielle suivante :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} hW & \rho h & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \rho hW & 0 & 0 \\ 0 & \rho hW & 0 & h & 0 \\ 0 & \rho hW^2 & \rho hWU & 0 & \rho hW \\ 1 & 0 & 0 & -\left(\frac{\partial \rho}{\partial p}\right)_i & -\left(\frac{\partial \rho}{\partial i}\right)_p \end{bmatrix}}_A \frac{d}{dz} \underbrace{\begin{pmatrix} \rho \\ W \\ U \\ p \\ i \end{pmatrix}}_X \quad (II.33)$$

$$= \underbrace{\begin{pmatrix} -\rho W \frac{dh}{dz} \\ \tau_{S_z} + \tau_{R_z} \\ \tau_{S_\theta} + \tau_{R_\theta} \\ q_s + q_r + R\Omega\tau_{R\theta} \\ 0 \end{pmatrix}}_F$$

Le système Eq.(II .33) possède une solution tant que la matrice A n'est pas singulière, i.e. son déterminant est différent de zéro:

$$\det(A) = h^4 W^4 \rho^3 \left[\frac{1}{W^2} - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial i}\right)_p - \left(\frac{\partial \rho}{\partial p}\right)_i \right] \quad (II.34)$$

Ce déterminant est nul lorsque :

$$W^2 = \left[\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial i}\right)_p + \left(\frac{\partial \rho}{\partial p}\right)_i \right]^{-1} = a_{son}^2 \quad (II.35)$$

Ainsi, la singularité apparaît lorsque la vitesse de l'écoulement atteint la vitesse du son. L'équation Eq.(II.35) montre aussi que la vitesse à considérer dans le cas d'un joint annulaire pour le calcul du nombre de Mach local est la vitesse axiale et non pas la résultante $\sqrt{W^2 + U^2}$. Les équations du « Bulk-Flow » présentent donc une singularité lorsque l'écoulement axiale est bloqué, c'est dire $W/a_{son} = 1$. D'où l'importance d'évaluer correctement la vitesse du son quelle que soit la phase de l'écoulement considérée.

II.5. Ecoulement diphasique

Dans ce qui suit, l'écoulement est considéré comme étant un mélange homogène en équilibre thermodynamique. Dans ce cas, l'entropie, la chaleur spécifique, le volume spécifique ainsi que la conductivité thermique sont supposés obéir aux lois suivantes [32]:

$$\Phi = \lambda_q \Phi_g + (1 - \lambda_q) \Phi_l \quad (\text{II.36})$$

où la qualité du fluide λ_q est donnée par :

$$\lambda_q = \frac{i - i_l}{i_g - i_l} \quad (\text{II.37})$$

La densité du mélange diphasique s'écrit :

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\lambda_q}{\rho_g} + \frac{1 - \lambda_q}{\rho_l} \quad (\text{II.38})$$

La viscosité dynamique est décrite par la loi de McAdams :

$$\begin{cases} \frac{\mu}{\mu_l} = 1 + 2.5 \left(\frac{\frac{\mu_g}{\mu_l} + 0.4}{\frac{\mu_g}{\mu_l} + 1} \right) \psi, & \psi \leq 0.3 \\ \frac{1}{\mu} = \frac{\left(\frac{\lambda_+}{\mu_g} - \frac{1}{\mu_+} \right) + \left(\frac{1}{\mu_+} - \frac{1}{\mu_g} \right) \lambda_q}{\lambda_+ - 1}, & \psi > 0.3 \end{cases} \quad (\text{II.39})$$

où,

$$\psi = \frac{\lambda_q}{\lambda_q + (1 - \lambda_q) \frac{\rho_g}{\rho_l}}, \quad \lambda_+ = \frac{0.3}{0.3 + 0.7 \frac{\lambda_l}{\lambda_g}}, \quad \mu_+ = \frac{1.3\mu_l^2 + 1.75\mu_l\mu_g}{\mu_l + \mu_g} \quad (\text{II.40})$$

II.6. Résultats

II.6.1. Caractéristiques statiques

Les Figure II. 6-Figure II. 8 montrent le débit de fuite massique, la pression à l'entrée du joint ainsi que la qualité du fluide à la sortie. Ces résultats sont comparés avec ceux donnés en [33] dans le cas d'un joint annulaire centré fonctionnant à l'oxygène liquide. La géométrie du

joint ainsi que les conditions de fonctionnement sont les suivantes : $R = 0.0325 \text{ m}$, $L = 0.026 \text{ m}$, $C_R = 174 \mu\text{m}$, $\Omega = 30000 \text{ tr/min}$, $P_{in}^0 = 2.79 \text{ MPa}$, $P_{aval} = 1.8 \text{ MPa}$, $\xi_{in} = 0.5$ et $\xi_{out} = 1$. La température à l'entrée T_{in}^0 varie entre 125 K et 150 K . Cette géométrie ainsi que les conditions de fonctionnement ont été introduites par Beatty et Hughes [29] dans le but d'obtenir les trois phases d'écoulement (liquide pur, gaz pur et mélange diphasique liquide-gaz) en modifiant uniquement la température à l'entrée du joint.

Pour une température d'entrée inférieure à 130 K , l'oxygène est à l'état liquide tout le long du joint. A partir de 130 K , un écoulement faiblement diphasique commence à apparaître au niveau de la section de sortie. Au-delà de cette température, le changement de phase a lieu à l'intérieur du joint annulaire. Le débit de fuite diminue alors et la qualité du fluide à la section de sortie indique un mélange de gaz et de liquide. La qualité maximale atteinte est de 0.154 à la sortie du joint pour une température d'entrée de 140 K . Enfin, pour peu que la température soit légèrement supérieure à 140 K , le changement de phase a lieu à l'entrée du joint et la qualité du fluide atteint 0.95 sur toute la longueur du joint annulaire. Ce régime est accompagné d'une variation brutale du débit de fuite massique, de la pression à l'entrée du joint ainsi que d'un saut de la qualité⁵.

⁵ Pour l'oxygène liquide, le point critique est à 154.81K et 50.43bar . Le point triple est à 54.359K et 0.00148bar .

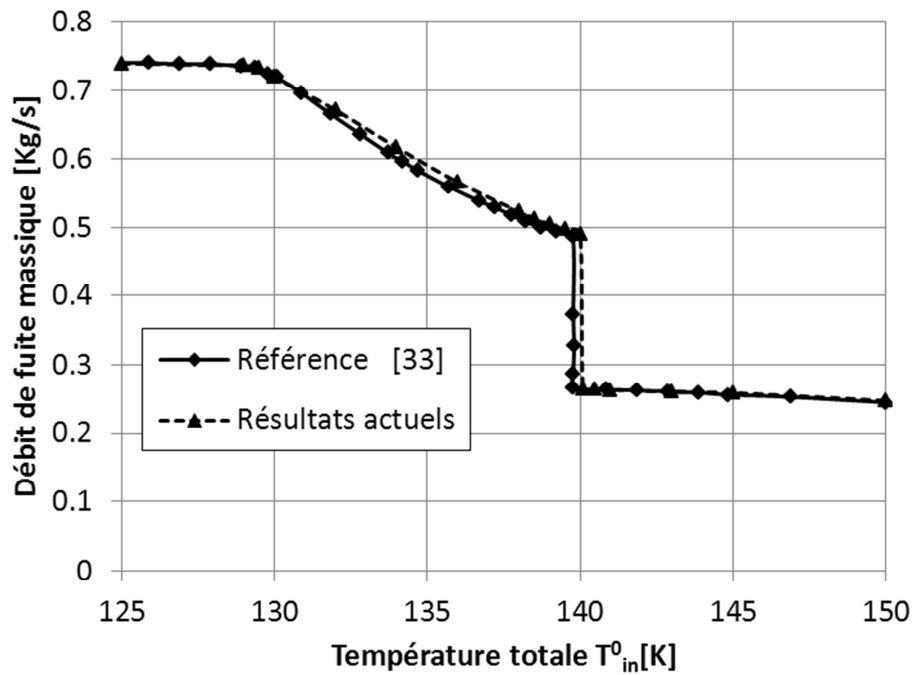


Figure II. 6 Débit de fuite massique en fonction de la température d'entrée

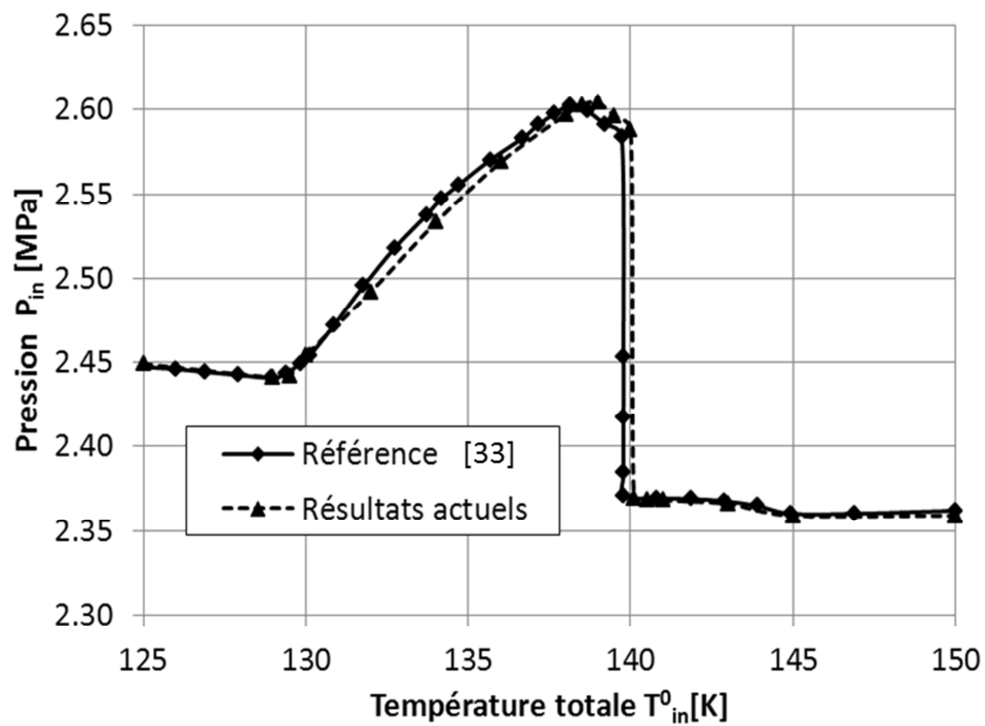


Figure II. 7 Pression à l'entrée du joint en fonction de la température d'entrée

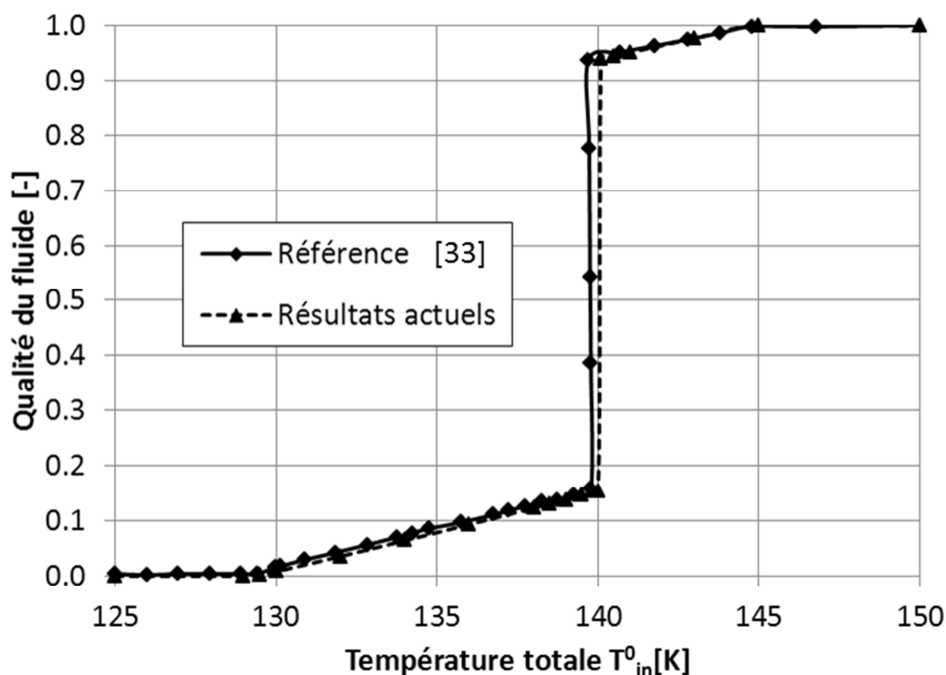


Figure II. 8 Qualité du fluide à la sortie du joint en fonction de la température d'entrée

II.6.2. Variation des coefficients dynamiques avec la fréquence d'excitation

Les composants tribologiques utilisant des fluides hautement compressibles peuvent exhiber un comportement dynamique qui dépend fortement de la fréquence d'excitation. Le but des résultats suivants est de souligner la manière dont les coefficients de raideurs et d'amortissements d'un joint annulaire varient avec la fréquence d'excitation et ce, selon le cas où le fluide est à l'état liquide, gazeux, ou en mélange diphasique.

La géométrie ainsi que les conditions de fonctionnement du joint annulaire centré sont identiques à ceux présentés au paragraphe précédent. Comme le montre la Figure II. 8, la qualité de l'écoulement à la sortie du joint est contrôlée par la température totale T_{in}^0 à l'entrée. Les Figure II. 9 à Figure II. 12 illustrent les variations des coefficients dynamiques avec la fréquence d'excitation et ce, pour différentes températures d'entrée. Sept valeurs de température T_{in}^0 comprises entre 125 K et 149 K ont été utilisées. Pour $T_{in}^0 = 125$ K et 128 K, l'oxygène est à l'état liquide pur sur toute la longueur du joint. Le changement de phase à l'intérieur du joint apparaît pour $T_{in}^0 = 132$ K et 134 K alors que ce dernier a lieu à l'entrée du joint pour $T_{in}^0 = 141$ K, 144 K et 149 K. Pour $T_{in}^0 = 141$ K et 144 K, l'oxygène demeure dans un état diphasique mais avec une contenance gazeuse dominante. Enfin, à partir de $T_{in}^0 = 149$ K l'écoulement devient monophasique à l'état gazeux pur.

Pour des raisons de clarté, les coefficients dynamiques donnés par des lignes continues, correspondant aux températures d'entrée $T_{in}^0 = 125 K, 128 K, 132 K$ et $134 K$, sont relatifs à l'axe vertical gauche, tandis que ceux donnés par des lignes discontinues et correspondant à $T_{in}^0 = 141 K, 144 K$ et $149 K$ sont relatifs à l'axe vertical droit.

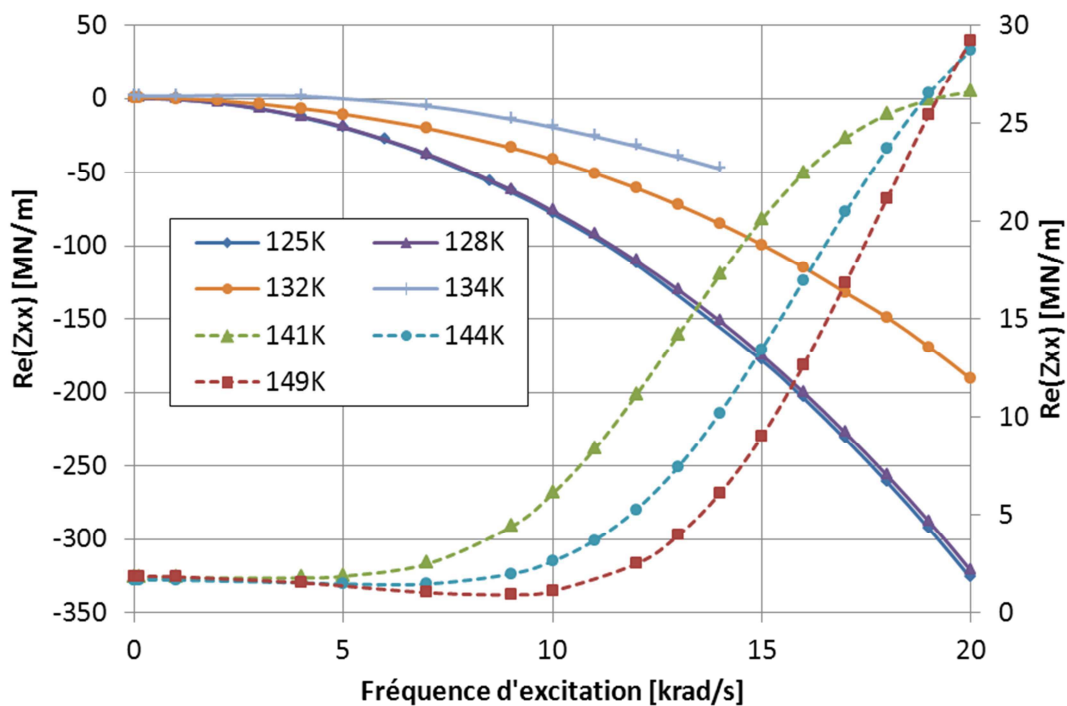


Figure II. 9 Partie réelle de l'impédance directe en fonction de la fréquence d'excitation (les lignes continues sont relatives à l'axe vertical gauche tandis que les lignes discontinues sont relatives à l'axe vertical droit)

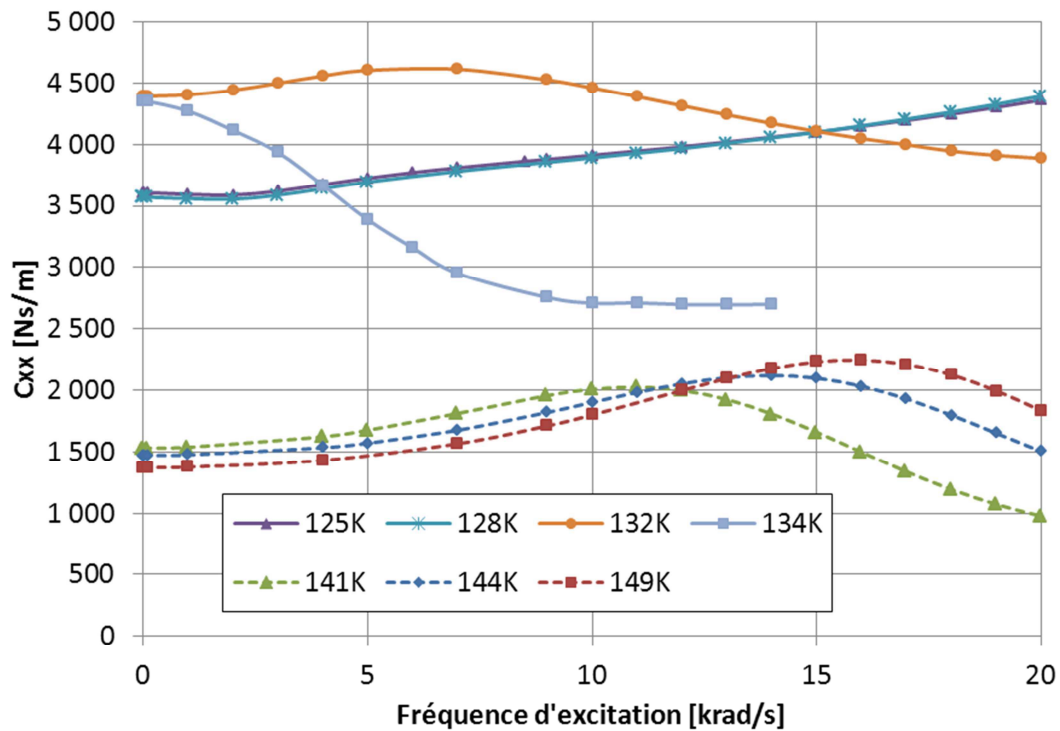


Figure II. 10 Amortissement direct en fonction de la fréquence d'excitation

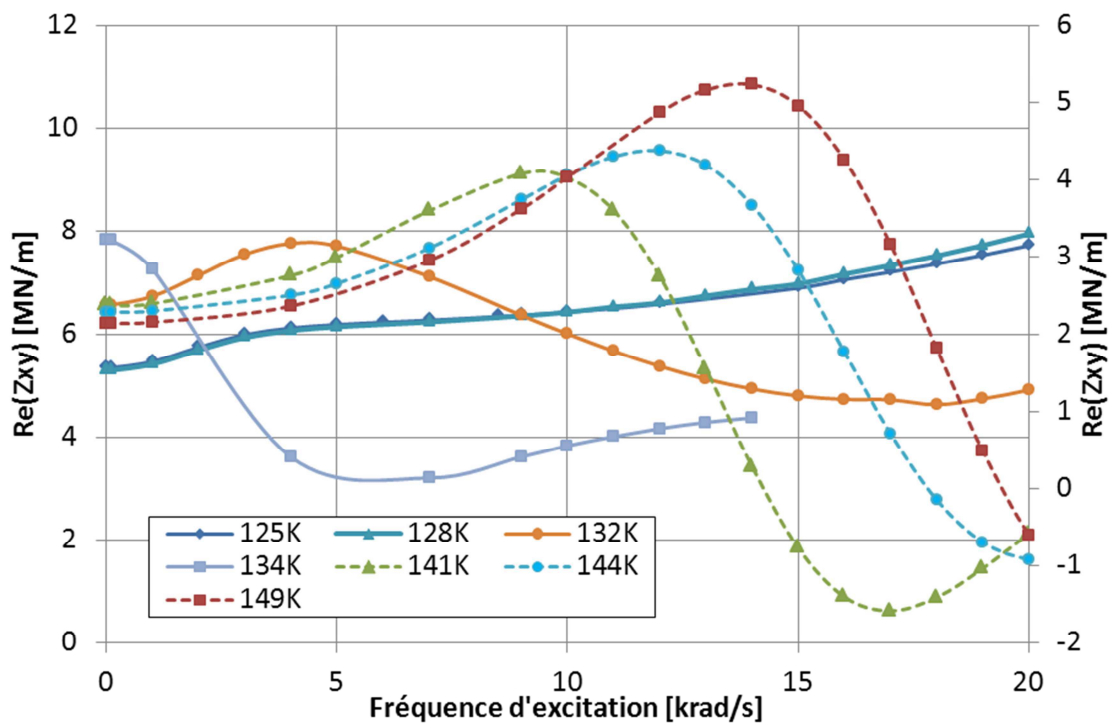


Figure II. 11 Partie réelle de l'impédance croisée en fonction de la fréquence d'excitation (les lignes continues sont relatives à l'axe vertical gauche tandis que les lignes discontinues sont relatives à l'axe vertical droit)

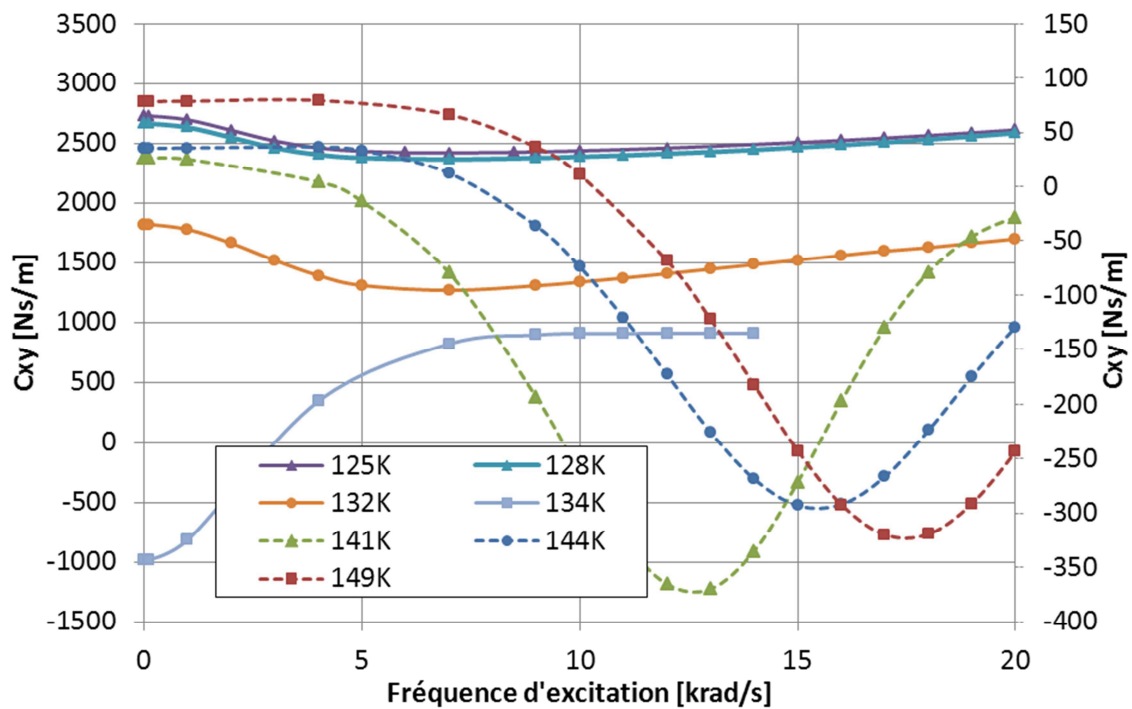


Figure II. 12 Amortissement croisé en fonction de la fréquence d'excitation (les lignes continues sont relatives à l'axe vertical gauche tandis que les lignes discontinues sont relatives à l'axe vertical droit)

A partir de ces résultats, les observations suivantes peuvent être dressées :

- Les Figure II. 9 à Figure II. 12 montrent que, du fait de la compressibilité du fluide, les coefficients dynamiques varient avec la fréquence d'excitation même lorsque l'oxygène est à l'état liquide pur.
- Pour $T_{in}^0 = 125 K$ et $128 K$, c'est-à-dire pour une phase liquide pure, les coefficients de raideurs directes exhibent des variations avec la fréquence d'excitation similaires à celle rencontrées dans le cas incompressible. En effet, l'allure de la partie réelle de l'impédance directe est assez proche d'une parabole. Celle-ci peut être approximée en utilisant un coefficient de raideur statique en plus d'un coefficient de masse ajoutée comme illustré par la Figure II. 13. La Figure II. 14 montre les coefficients de raideurs statiques et de masses ajoutées pour des températures totales d'entrée

allant de 125 K à 130 K⁶ Lorsque l'oxygène est à l'état liquide (i.e. $T_{in}^0 = 125 K..129 K$), les coefficient de raideurs statiques et de masses ajoutées varient linéairement avec la température totale à l'entrée.

- La variation de la partie réelle de l'impédance croisée ne possède pas l'allure d'une parabole comme le montre la Figure II. 11 même lorsque l'oxygène est à l'état liquide pur. Cependant, celle-ci peut toujours être approximée en utilisant des coefficients de raideur statique et de masse ajoutée, tout en gardant l'écart relatif en dessous de 10% comme le montre la Figure II. 15.
- Aussitôt que le changement de phase apparait, les coefficients dynamiques varient brutalement. Lorsque celui-ci se produit à l'entrée du joint (c'est-à-dire lorsque $T_{in}^0 = 141 K, 144 K$ et $149 K$), les coefficients dynamiques exhibent d'importantes variations avec la fréquence d'excitation. Le coefficient de raideur directe possède un comportement bien connu dans le cas de composants lubrifiés en gaz, c'est-à-dire le joint annulaire se raidit avec la fréquence d'excitation (Figure II. 9). Une valeur asymptotique de la raideur est pressentie à très hautes fréquences mais n'a pu être atteinte numériquement. Le coefficient d'amortissement direct correspondant (voir Figure II. 10) montre un comportement similaire avec des valeurs croissantes au départ, puis décroissantes avec la fréquence d'excitation. Encore une fois, la valeur asymptotique nulle attendue, comme c'est le cas pour les composants lubrifiés à gaz, n'a pu être atteinte numériquement.
- Pour $T_{in}^0 = 132 K$ et $134 K$, c'est-à-dire que lorsque le changement de phase se produit à l'intérieur du joint annulaire, la variation des coefficients dynamiques avec

⁶ Le point de fonctionnement $T_{in}^0 = 130 K$ a été ajouté pour souligner l'écart sur les coefficients de masse ajoutée.

la fréquence d'excitation est plus difficile à interpréter. A $T_{in}^0 = 134 K$, approximer la partie réelle de l'impédance directe en utilisant des coefficients de raideurs statique et de masse ajoutée mène à de très grands écarts à haute fréquence. Ceci est illustré sur la Figure II. 13, où il est clair qu'à partir de $T_{in}^0 = 130 K$, le fait d'approximer la partie réelle de l'impédance directe via une parabole échoue à haute fréquence. Le même constat peut être dressé pour la partie réelle de l'impédance croisée. En effet, à partir de $T_{in}^0 = 130 K$ entre la partie réelle de l'impédance croisée et son approximation utilisant des coefficients de raideur croisée statique et de masse ajoutée mène à des écarts avoisinant les 25% comme le montre la Figure II. 15. Les variations des coefficients d'amortissements avec la fréquence d'excitation pour ces deux températures sont aussi assez particulières comme le montre les Figure II. 10 et Figure II. 12. De plus, le cas où $T_{in}^0 = 134 K$ s'est avéré assez difficile en termes de convergence et la fréquence d'excitation n'a pu être dépassée 14 krad/s .

La Figure II. 16 montre la masse critique ainsi que la fréquence critique (dans le sens de Lund, voir annexe C) calculées à partir des coefficients dynamiques présentés dans les Figure II. 9 à Figure II. 12. La masse critique négative montre alors que le joint annulaire est instable lorsque le régime d'écoulement est totalement liquide le long du joint annulaire. La masse critique atteint une valeur maximale positive (amélioration de la stabilité) lorsque le fluide se trouve dans un état diphasique avant d'atteindre une valeur constante lorsque le fluide est dans un état gazeux. La fréquence critique est constante et est égale à la moitié de la vitesse de rotation. Etant donné que le joint est centré, cette valeur est tout à fait attendue pour un écoulement entre deux cylindres concentriques et pour une vitesse de pré-rotation dans la section d'entrée nulle.

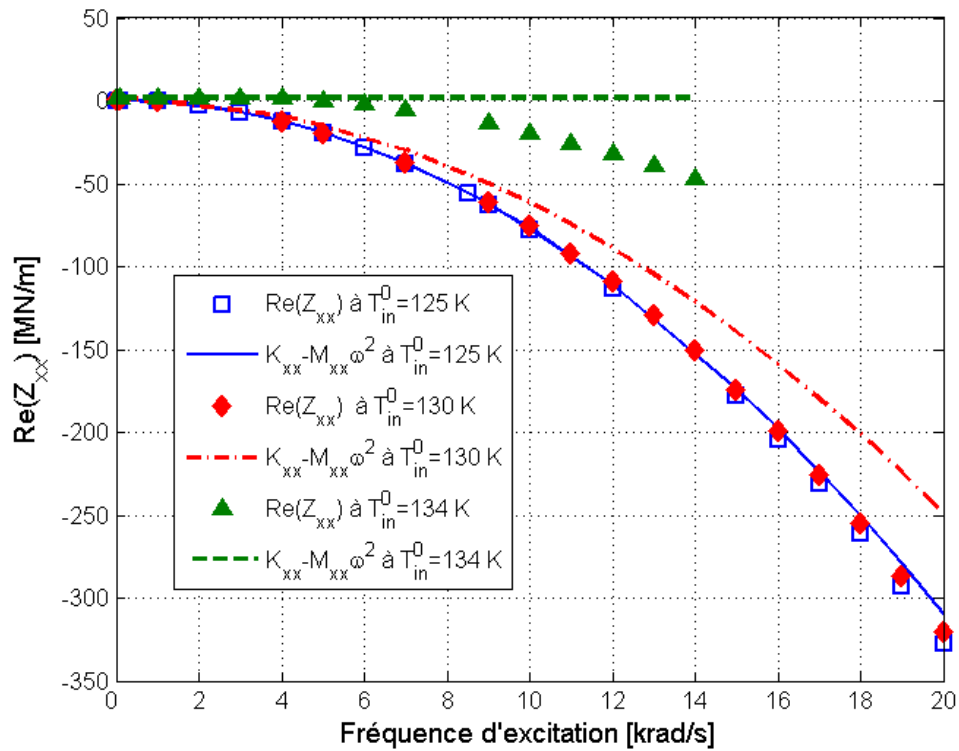


Figure II. 13 Approximation de la partie réelle de l'impédance directe via des coefficients de raideur statique et de masse ajoutée

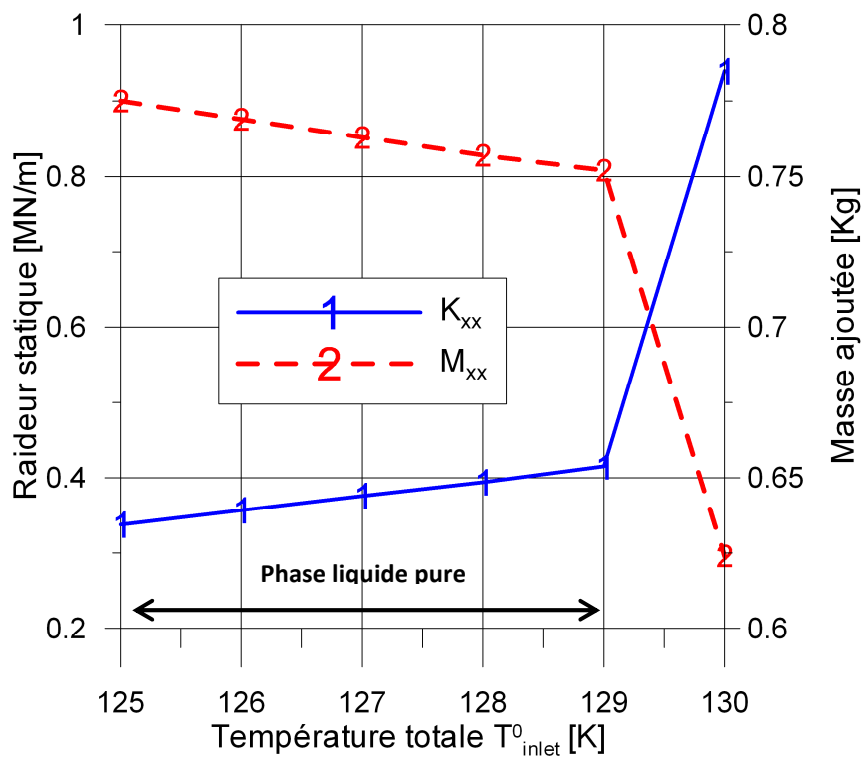


Figure II. 14 Coefficients de raideur statique et de masse ajoutée

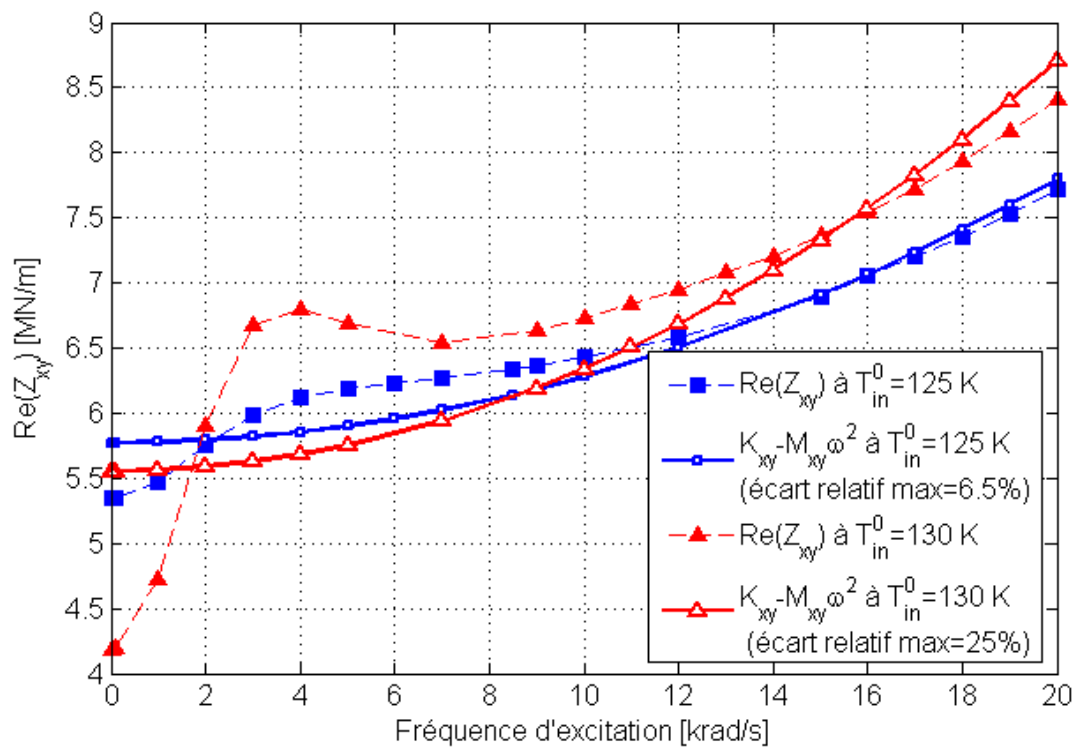


Figure II. 15 Approximation de la partie réelle de l'impédance croisée via des coefficients de raideur statique et de masse ajoutée

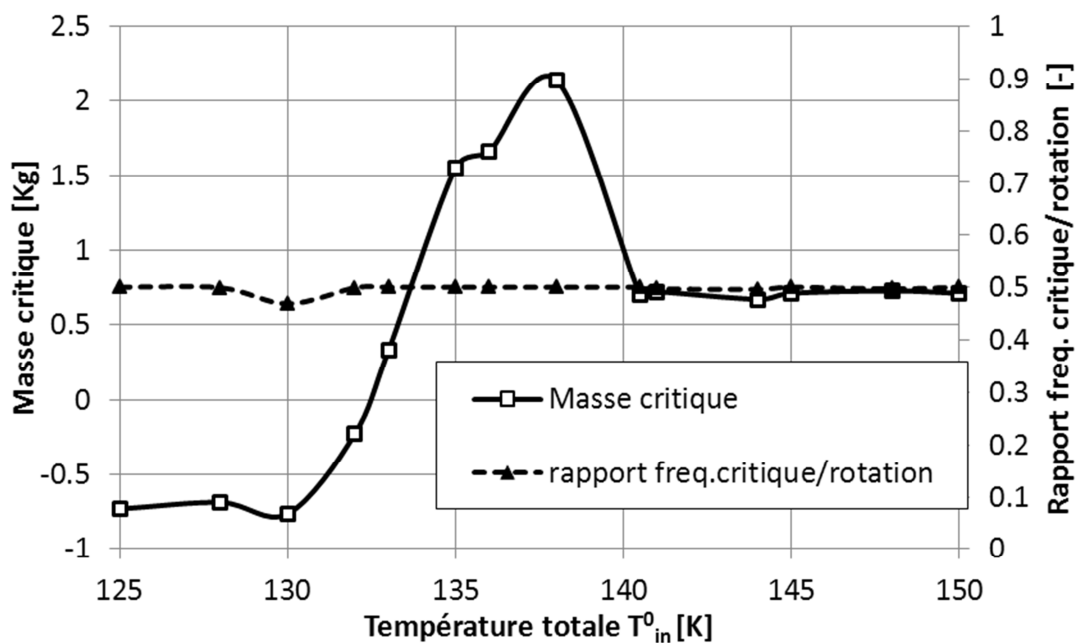


Figure II. 16 Masse critique et fréquence critique en fonction de la température totale T_{in}⁰

II.6.3. Blocage sonique induit par un changement de phase

Comme mentionné précédemment, le changement de phase engendre une chute rapide de la vitesse du son suivie d'une augmentation brusque du nombre de Mach. Après le changement de phase, le mélange compressible liquide-gaz accélère. Cette accélération induit un blocage sonique à la sortie du joint annulaire, si ce dernier est suffisamment long. Afin de favoriser l'apparition du blocage sonique à la sortie, la longueur du joint étudié précédemment a été augmentée de 26 mm à 60 mm , tout en gardant les autres caractéristiques géométriques inchangées (c'est-à-dire $R = 32.5\text{ mm}$ et $C_R = 174\text{ }\mu\text{m}$). Les conditions de fonctionnements sont : $\Omega = 4900\text{ rad/s}$, $T_{in}^0 = 139\text{ K}$, $P_{aval} = 1.0\text{ MPa}$, $\xi_{in} = 0.5$ et $\xi_{out} = 1$.

La Figure II. 17 montre la variation de la qualité de l'oxygène ainsi que la vitesse du son dans la direction axiale du joint. Comme le montre cette figure, l'oxygène est dans un état liquide à l'entrée du joint. Un changement de phase apparaît alors à l'intérieur du joint engendré principalement par la diminution de la pression. A la suite de ce changement de phase, la vitesse du son décroît brusquement de quelques centaines de mètres par seconde à quelques dizaine de mètres par seconde. Il s'ensuit alors une augmentation brutale du nombre de Mach comme le montre la Figure II. 18. Le changement de phase est accompagné d'une forte augmentation de la vitesse axiale et un blocage sonique apparaît à la sortie du joint. La Figure II. 19 présente la variation de la pression statique et de l'enthalpie le long du joint. Comme l'illustre cette figure, l'enthalpie est continue au voisinage de la section où le changement de phase se produit ce qui justifie le choix de l'enthalpie, comme variable primitive, pour exprimer la conservation de l'énergie dans les équations du « Bulk-Flow ». La Figure II. 19 montre aussi que, à la suite du blocage sonique, la pression statique à la sortie du joint est supérieure à celle imposée en aval.

La Figure II. 20 présente la variation de la température statique ainsi que la densité du fluide dans la direction axiale du joint. Cette figure montre que la température de l'oxygène augmente lorsque ce dernier se trouve à l'état liquide. Cette augmentation est engendrée essentiellement par les contraintes de cisaillement. Une fois que le changement de phase se produit, la température du fluide se met à décroître suite à l'accélération du mélange. La même tendance est exhibée par la densité.

Les coefficients dynamiques sont présentés par les Figure II. 21 et Figure II. 22. Le blocage sonique à la section de sortie du joint annulaire engendre des variations particulières des

coefficients dynamiques avec la fréquence d'excitation. Ces variations ne peuvent être assimilées à aucune des courbes présentées dans les Figure II. 9 à Figure II. 12. Cette dépendance vis-à-vis de la fréquence d'excitation doit être prise en compte dans les analyses de dynamique de rotor avec une méthode adéquate utilisant des fonctions de transfert [44]. Cette méthode sera présentée par la suite dans le chapitre 4.

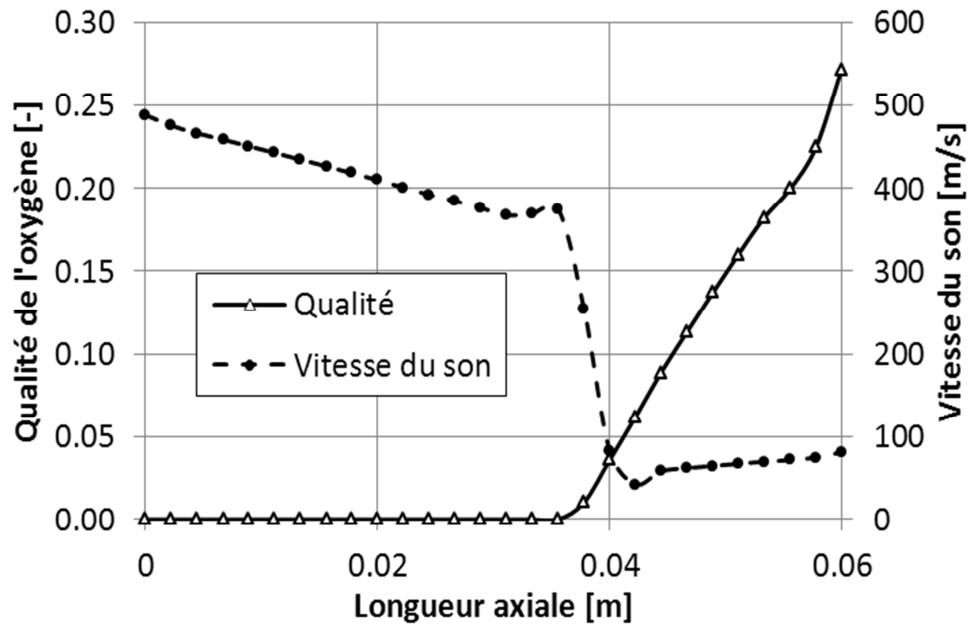


Figure II. 17 Qualité de l'oxygène et vitesse du son dans la direction axiale du joint

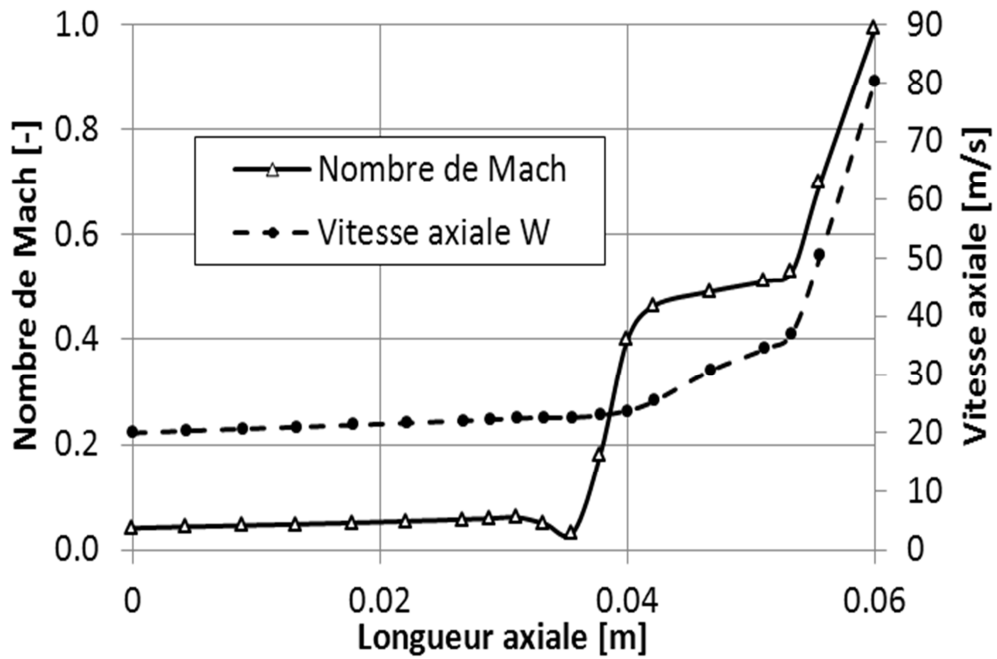


Figure II. 18 Nombre de Mach et vitesse axiale dans la direction axiale du joint

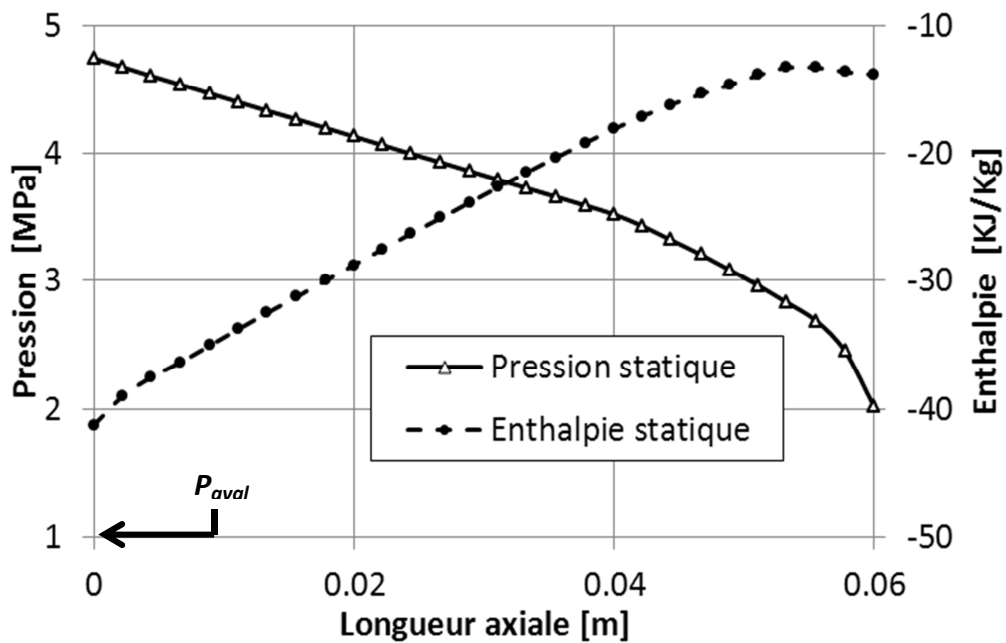


Figure II. 19 Pression et enthalpie statique dans la direction axiale du joint

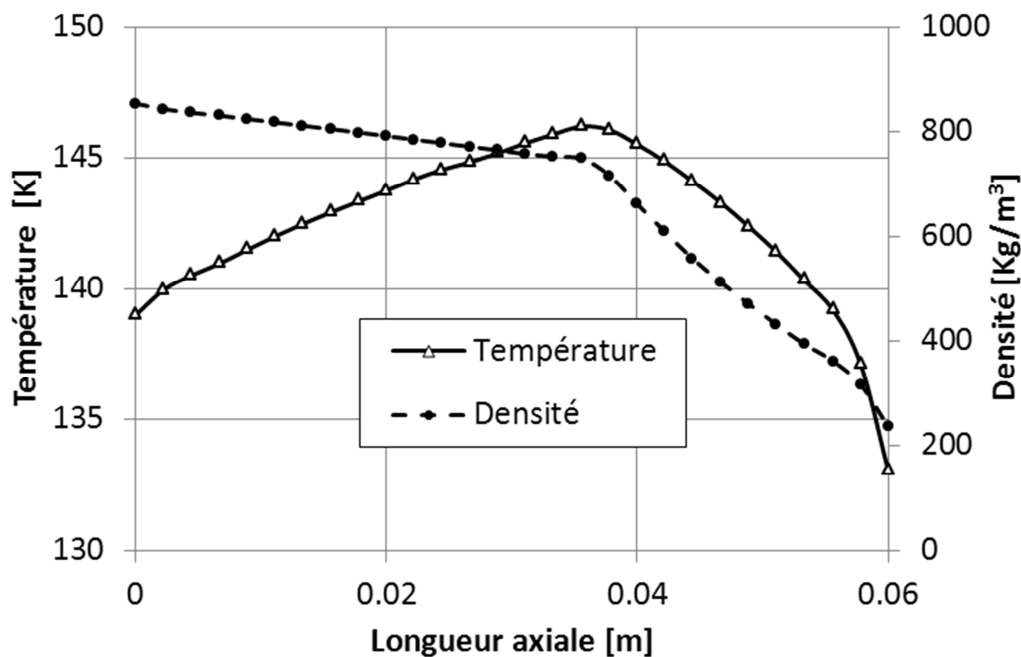


Figure II. 20 Température et densité dans la direction axiale du joint

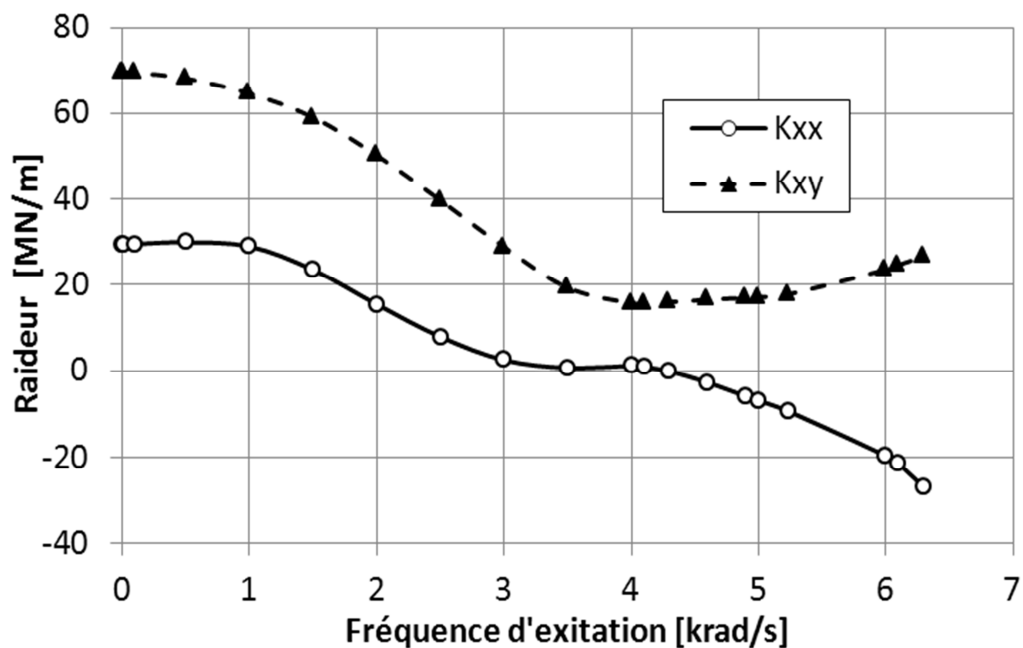


Figure II. 21 Coefficients de raideur dynamique (partie réelle des impédances) en fonction de la fréquence d'excitation

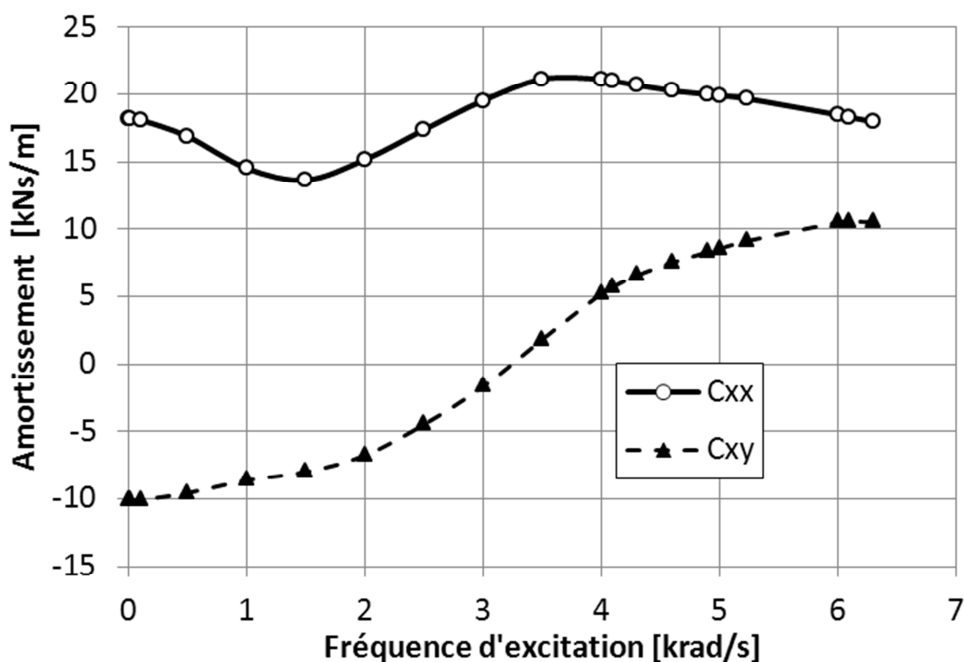


Figure II. 22 Coefficients d'amortissement dynamique en fonction de la fréquence d'excitation

II.7. Conclusion

La variation des coefficients dynamiques avec la fréquence d'excitation, pour un joint annulaire fonctionnant avec un fluide cryogénique, peut être différente selon le cas où le fluide est dans un état liquide, gazeux ou sous la forme d'un mélange diphasique liquide-gaz. Lorsque l'écoulement est monophasique, ou lorsque le changement de phase se produit à l'intérieur du joint, et si la fréquence d'excitation est faible (inférieure à 5 ktr/min dans le cas présenté), les coefficients dynamiques varient modérément et peuvent être considérés, en première approximation, comme étant constants. La situation est nettement différente lorsque le changement de phase a lieu à l'entrée du joint. Dans ce cas, seul l'amortissement direct présente de faibles variations, tandis que les autres coefficients dynamiques varient rapidement avec la fréquence d'excitation dans la plage 0.5 krad/s . Si l'écoulement n'est pas bloqué, les variations des coefficients dynamiques possèdent certaines similitudes avec le cas d'un gaz parfait (la raideur directe croît vers une asymptote alors que l'amortissement direct décroît vers la valeur nulle). Cependant, si l'écoulement est bloqué à la sortie, les coefficients dynamiques exhibent une dépendance vis-à-vis des fréquences d'excitation complètement différente du cas non bloqué.

Chapitre III. Paliers hybrides aérostatiques

III.1. Introduction

La technologie des paliers hybrides est connue depuis quelques dizaines d'années déjà [45]-[47], mais la prédiction précise des caractéristiques dynamiques pose toujours quelques problèmes. En effet, le régime d'écoulement dans les paliers hybrides, comme c'est le cas aussi pour les joints annulaires, est dominé par les forces d'inertie. Les équations du « Bulk-Flow » sont donc plus adaptées pour décrire ce type d'écoulement. Un travail intensif a été mené pour étudier les paliers hybrides. San Andres [48] a montré que, sous certaines conditions (alvéoles peu profondes et hautes vitesses de rotation), la pression à l'intérieur de l'alvéole n'était pas constante et que cette variation de la pression pouvait avoir un impact non négligeable sur les coefficients dynamiques linéaires. L'approche théorique développée alors par San Andres a été validée en se comparant à des résultats expérimentaux, utilisant l'eau comme lubrifiant [49]. Cependant, aucune comparaison n'est rapportée dans la littérature concernant les fluides compressibles.

Les fluides cryogéniques utilisés dans les turbopompes spatiales sont caractérisée, non seulement par une faible viscosité rendant les effets d'inertie dominant, mais aussi, par leur compressibilité. Cette compressibilité peut avoir une influence importante sur les caractéristiques d'un palier hybride en introduisant des blocages soniques [42] ou des instabilités auto-entretenues (« *pneumatic-hammer* ») [45]-[47]. De fait, les modèles théoriques basés sur les équations du « Bulk-Flow » doivent être validés en se comparant avec des données expérimentales. Des résultats expérimentaux en hydrogène ou oxygène liquide sont inexistantes. D'ailleurs, il est peu probable que de telles données, exploitables, soient disponibles dans un futur proche. En attendant, du fait de sa faible viscosité et de sa grande compressibilité, l'air peut remplacer l'hydrogène liquide pour les besoins de validation, si le régime d'écoulement est dominé par les forces d'inertie (c'est-à-dire pour $Re^* = Re \cdot C_R / R > 1$).

Les données les plus récentes, et les mieux documentées sur les paliers hybrides aérostatiques, sont données dans les références [50],[51]. Les résultats expérimentaux de Wilde et San Andres [50] concernent un palier aérostatique à trois lobes, munis de trois

orifices injectant de l'air directement dans le film mince (orifices inhérents). Ces résultats montrent que les caractéristiques dynamiques sont meilleures du fait de l'utilisation conjointe d'une alimentation en air et des lobes. Le palier hybride aérostatique testé par Belforte et al [51] est de type classique, ayant deux rangées d'orifices faiblement espacées sans alvéoles. Les résultats expérimentaux de Belforte montrent que le palier, dans sa configuration initiale, est instable. La conception a donc dû être revue en rajoutant des joints toriques pour apporter plus d'amortissement.

Rudloff et al [52] ont présenté des coefficients dynamiques obtenus expérimentalement, en utilisant un rotor rigide guidé par deux paliers hybrides aérostatiques. Les paliers sont munis d'alvéoles de très faibles profondeurs, couvrant moins de 20% de la surface totale du palier. Ce dernier est alimenté en air via des orifices de 2 mm de diamètre. Cette conception représente un compromis entre capacité de charge et raideur statique (favorisées par la présence des alvéoles), et les risques d'instabilités auto-entretenues (supprimées par l'utilisation d'un grand rapport de pression entre la zone alvéolaire et la zone d'alimentation $P_{atv}/P_{atim} \approx 0.9$). Les coefficients dynamiques obtenus ont été validés expérimentalement en se comparant aux réponses au balourd dans le cas d'un rotor rigide. Ces résultats constitueront une base pour valider le modèle du « Bulk-Flow » dans le cas d'un palier hybride aérostatique car le régime, bien que laminaire, est dominé par les forces d'inertie.

Dans ce chapitre, les équations du « Bulk-Flow » compressible sont validées, en statique, via des croisements avec des résultats 3D Navier Stokes. En dynamique, la résolution des équations du « Bulk-Flow » est faite sous l'hypothèse des petites perturbations. Les coefficients dynamiques prédits sont alors confrontés à ceux obtenus expérimentalement par Rudloff et al. [52].

III.2. Modélisation de l'écoulement dans un palier hybride aérostatique

Du fait de la présence de l'alimentation, la plupart des écoulements dans les paliers hybrides sont dominés par les forces d'inertie. Les équations du « Bulk-Flow » sont donc plus adaptées pour décrire l'écoulement dans le film. Ces équations ont été présentées dans le chapitre précédent (voir Eq.(II.1-4)).

Dans le cas d'un palier hybride aérostatique, l'air est supposé être un gaz parfait régit par l'équation d'état :

$$P = \rho r T \quad (\text{III.1})$$

Le traitement des contraintes pariétales, ainsi que le transfert de chaleur entre le film mince et les parois solides, a été présenté dans le chapitre précédent.

III.3. Conditions aux limites

La Figure III. 1 présente une vue schématique d'un palier hybride aérostatique. Le palier est alimenté via des orifices débouchant sur des alvéoles (des zones qui sont généralement profondes comparées à l'épaisseur du film). Le fluide pénètre la zone du film mince avant de sortir par les extrémités du palier. Ainsi, contrairement aux joints annulaires, les conditions aux limites doivent être imposées non seulement aux extrémités, mais aussi au niveau des interfaces alvéoles-film mince. En effet, dans le cas général, l'écoulement dans la zone alvéolaire ne s'apparente pas à un écoulement de type film mince. L'utilisation des équations du « Bulk-Flow » (Eqs.(II.1-II.4) dans cette zone est donc inappropriée. Une approche différente est alors nécessaire pour évaluer les caractéristiques de l'écoulement dans cette région. Les équations dans le film mince doivent être résolues avec les conditions aux limites appropriées aux extrémités et aux interfaces film-alvéoles. Les quatre types de conditions aux limites ont été abordés dans le chapitre précédent (entrée subsonique/supersonique et sortie subsonique/supersonique). Ces types de conditions aux limites sont les mêmes au niveau des frontières des alvéoles. Les variables sont imposées à l'extérieur du domaine fluide et doivent être adaptées afin de prendre en compte les effets d'inertie locaux, dus aux changements brusques des sections de passage, notamment au niveau des frontières des alvéoles. Ces effets d'inertie localisés ne peuvent pas être traités par les équations du « Bulk-Flow ». Ils sont alors introduits via des coefficients de pertes de charge.

La Figure III. 2 illustre la distribution de la pression au voisinage de l'alvéole. Les résultats ont été obtenus en utilisant un solveur 3D Navier Stokes avec des conditions de périodicité dans la direction circonférentielle, et de symétrie dans la direction axiale. La géométrie du palier est la même que celle utilisée par [52] (l'annexe A présente les détails de la mise en place

des calculs CFD). La présence des effets d'inertie est clairement visible aux frontières de l'alvéole induisant une variation rapide de la pression statique.

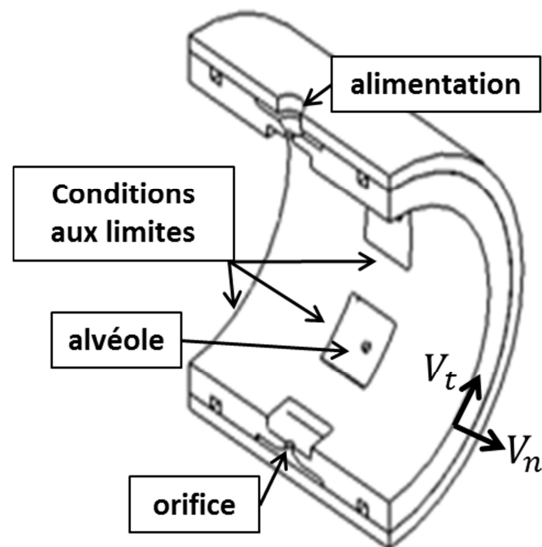


Figure III. 1 Vue schématique d'un palier hybride aérostatique

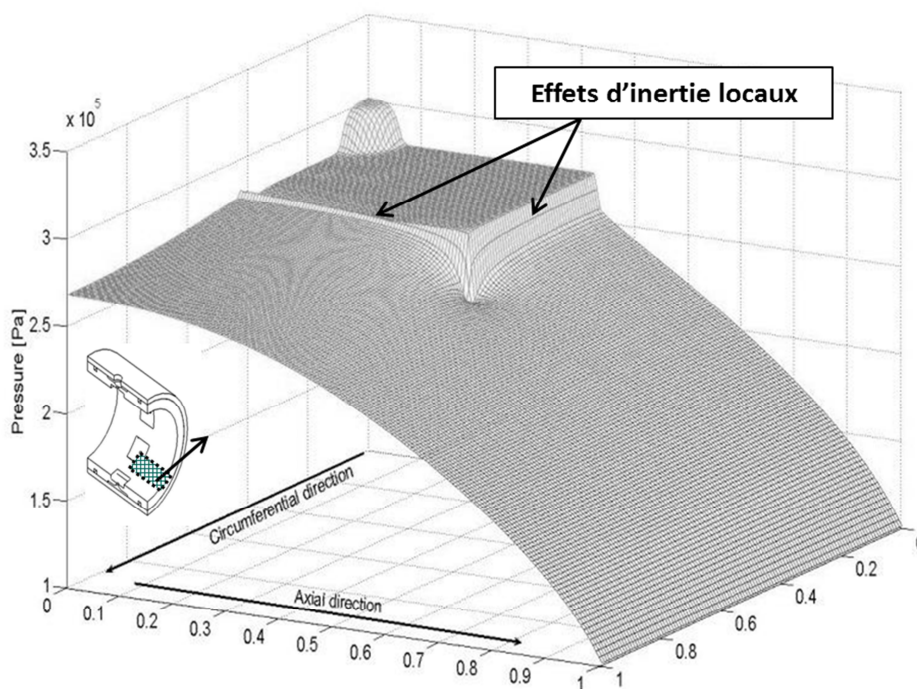


Figure III. 2 Nappe de pression ($P_{atm} = 3 \text{ bar} - \Omega = 0 \text{ tr/min}$)

L'équation de Bernoulli généralisée et compressible permet alors d'introduire ces effets d'inertie dans les équations du film mince :

$$\frac{P^0}{P} = \left[1 + \frac{\gamma - 1}{2} (1 \pm \xi) M_n^2 \right]^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \quad (\text{III.2})$$

Dans le cas où l'écoulement est incompressible ou à faible nombre de Mach ($M < 0.3$), l'équation de Bernoulli incompressible (Eq.(II.14)) peut être utilisée.

Les coefficients de pertes de charge ξ sont obtenus à partir d'abaques ou d'estimations via des calculs Navier-Stokes.

III.4. Alimentation et pression alvéolaire

Les paliers alimentés et alvéolés nécessitent un algorithme spécifique pour estimer la pression alvéolaire. Cette pression sert de condition aux limites à l'entrée du film mince. Au niveau de l'orifice et de l'alvéole, les équations du « Bulk-Flow » sont inadéquates. Elles sont donc substituées par des modèles plus simples. Ainsi, le restricteur est assimilé à un orifice compressible unidimensionnel dont le débit massique est donné par :

$$\dot{m}_{th} = \frac{AP_{alim}}{\sqrt{T_{alim}}} Q_{ideal}(P_{alim}, P_{alv}) \quad (\text{III.3})$$

où :

$$\left\{ \begin{array}{l} Q_{ideal} = \sqrt{\frac{2\gamma}{r(\gamma - 1)} \left[\left(\frac{P_{alv}}{P_{alim}} \right)^{\frac{2}{\gamma}} - \left(\frac{P_{alv}}{P_{alim}} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right]} \quad \text{si} \quad \frac{P_{alv}}{P_{alim}} \geq \left(\frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \\ Q_{ideal} = \sqrt{\frac{2\gamma}{r(\gamma - 1)} \left[\left(\frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{2}{\gamma - 1}} - \left(\frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma - 1}} \right]} \quad \text{si} \quad \frac{P_{alv}}{P_{alim}} < \left(\frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \end{array} \right. \quad (\text{III.4})$$

Pour un gaz isotrope, non visqueux, la surface A représente la section géométrique de l'orifice. Ainsi, pour prendre en compte les effets visqueux, l'équation Eq.(III.3) est corrigée à l'aide d'un coefficient de décharge qui dépend de la géométrie de l'orifice:

$$C_d = \frac{\dot{m}_{orifice}}{\dot{m}_{th}} \quad (III.5)$$

Ensuite, le débit massique du restricteur et la pression alvéolaire sont reliés via l'équation Eq.(III.6). Celle-ci exprime la conservation du débit massique entrant dans l'alvéole via l'orifice, et celui traversant ses frontières:

$$\dot{m}_{orifice}(P_{alim}, P_{alv}, A) = \dot{m}_{frontières\ de\ l'alvéole}(P_{alv}) + \frac{\partial(\rho V)}{\partial t} \quad (III.6)$$

Un algorithme de type Newton-Raphson est ensuite utilisé pour déterminer la pression alvéolaire satisfaisant l'équation Eq.(III.6).

III.5. Profil de pression alvéolaire

Plusieurs auteurs [53],[54] ont suggéré l'utilisation de profils de pression alvéolaire non-constants dans le cas des paliers hybrides aérostatiques munis d'alvéoles peu profondes. Ces profils sont caractérisés par une augmentation de la pression alvéolaire le long de la direction circonférentielle, engendrée par les effets hydrodynamiques dus à la vitesse de rotation. Des modèles simplifiés ont été introduits [48],[55] et se sont avérés judicieux pour ajuster les coefficients dynamiques. Ces modèles ont été validés via des confrontations à des résultats expérimentaux, obtenus pour des paliers hybrides hydrostatiques alimentés en fluide incompressible (eau), et munis d'alvéoles très peu profondes, i.e. $\delta/h < 2$.

L'influence de la vitesse de rotation sur le profil de pression alvéolaire est maintenant étudiée numériquement pour le palier hybride aérostatique, pour lequel la compressibilité de l'air joue un rôle important. La Figure III. 3 montre la variation de la pression alvéolaire dans la direction circonférentielle et ce, pour différentes positions axiales. La pression d'alimentation est de 3 bar et la vitesse de rotation est de 50000 tr/min. Mis à part la surpression au centre de l'alvéole due au jet émanant de l'orifice, la variation de la pression alvéolaire induite par les forces aérodynamiques visqueuses est quasiment négligeable. Une légère variation de la pression est aussi visible à l'entrée de l'alvéole. Celle-ci est due uniquement aux effets d'inertie locaux à la frontière de l'alvéole, et non pas aux effets hydrodynamiques liés à la vitesse de rotation. Ainsi, un profil de pression variable n'a pu être identifié malgré l'importance de la vitesse de rotation. Ce résultat s'explique, en partie, par

un rapport relativement élevé entre la profondeur de l'alvéole et le jeu radial ($\delta/h = 4$ dans ce cas). La faible viscosité de l'air comparée à celle de l'eau, participe aussi à l'affaiblissement des effets visqueux, principale source de la variation du profil de la pression alvéolaire. Des observations similaires ont été faites par [56] affirmant que, dans le cas de l'air, la variation du profil de pression alvéolaire est très faible même lorsque le rapport $\delta/h < 2$.

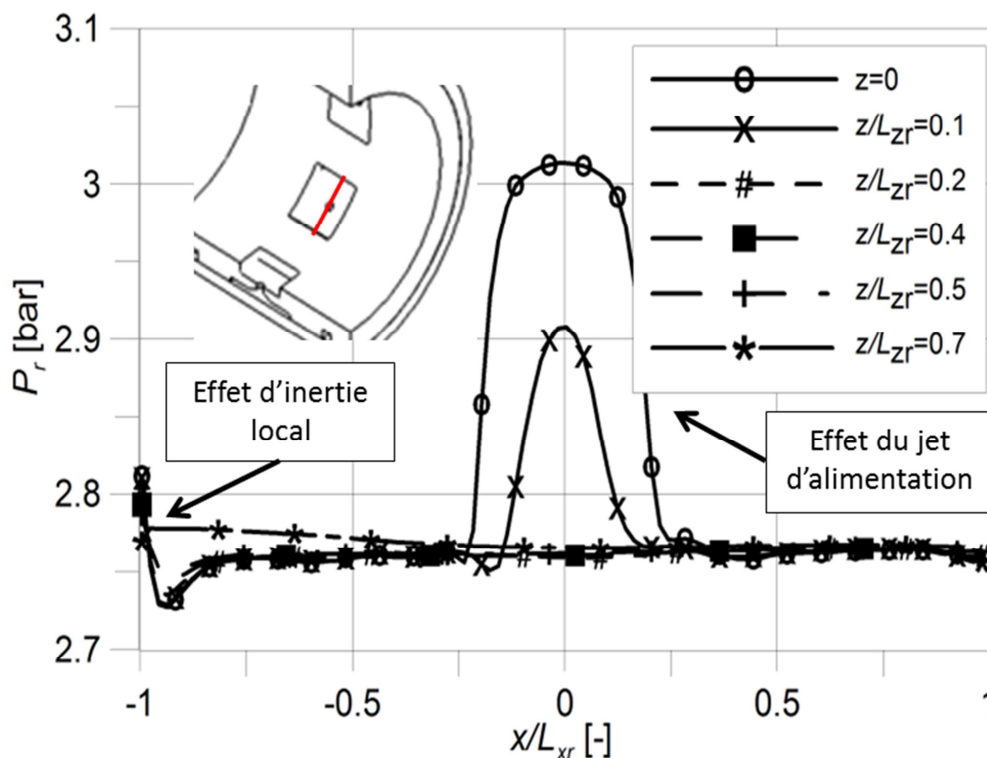


Figure III. 3 Pression alvéolaire dans la direction circonférentielle ($P_s=3\text{bar}$ - $\Omega=50000\text{ tr/min}$)

Dans le contexte des données expérimentales fournies par [52], la Figure III. 3 représente le cas où, les forces visqueuses sont susceptibles de vaincre les forces d'inertie compte tenu de la faible pression d'alimentation et de la grande vitesse de rotation. Ainsi, il est légitime de s'attendre à des effets visqueux encore plus faibles lorsque la vitesse de rotation est plus basse ou lorsque la pression d'alimentation est plus importante. Par conséquent, un profil de pression alvéolaire constant sera privilégié dans le cas présent, et l'analyse se concentrera sur l'influence des autres paramètres.

Les Tableau III. 1 et Tableau III. 2 présentent les nombres de Reynolds dans la direction axiale et dans la direction circonférentielle pour l'ensemble des cas étudiés (différentes pressions

d'alimentation et différentes vitesses de rotation). Il apparait alors que le régime de l'écoulement est en phase de transition laminaire-turbulent pour des pressions d'alimentation inférieures à 5 bar et devient turbulent pour les plus hautes pressions. Le Tableau III. 3 quant à lui, présente le nombre de Reynolds réduit obtenus pour ces mêmes cas. Bien que les valeurs du Reynolds réduit soient d'un ordre de grandeur inférieures à celles rencontrées dans les paliers hybrides cryogéniques, elles demeurent représentatives des régimes d'écoulement avec effets d'inertie, i.e. $Re^* > 1$. En conséquence, l'utilisation du « Bulk-Flow » à la place de l'équation de Reynolds est justifiée.

Ω [tr/min] $\times 10^3$ \diagdown P_{alim} [bar]	10	20	30	40	50
3	1026	1020	1005	987	960
4	1705	1691	1682	1639	1601
5	2115	2098	2076	2045	1997
6	2647	2624	2586	2537	2475
7	3100	3074	3029	2973	2901

Tableau III. 1 Nombre de Reynolds dans la direction axiale

Ω [tr/min] $\times 10^3$ \diagdown P_{alim} [bar]	10	20	30	40	50
3	68	135	199	258	310
4	76	151	224	292	356
5	80	159	236	309	376
6	100	198	293	382	465
7	118	233	345	451	548

Tableau III. 2 Nombre de Reynolds dans la direction circonférentielle

Ω [tr/min] $\times 10^3$ \diagdown P_{alim} [bar]	10	20	30	40	50
3	1.87	1.88	1.87	1.86	1.84
4	3.11	3.09	3.09	3.03	2.99
5	3.86	3.83	3.81	3.77	3.70
6	4.83	4.80	4.74	4.68	4.59
7	5.65	5.62	5.56	5.48	5.38

Tableau III. 3 Nombre de Reynolds réduit Re^*

III.6. Traitement thermique de l'alvéole

Etant donné que les équations du film mince ne sont pas valables dans la zone alvéolaire, un traitement thermique simplifié est utilisé pour estimer l'enthalpie dans l'alvéole. Cette dernière est considérée comme étant constante. Afin de résoudre le problème, une équation traduisant la conservation de l'énergie totale est résolue. La Figure III. 4 illustre les échanges thermiques au niveau de l'alvéole. Dans ces échanges thermiques, les transferts par convection à la paroi sont négligés. En effet, les paliers hydrostatiques opèrent soit en régime isotherme, soit en régime adiabatique⁷.

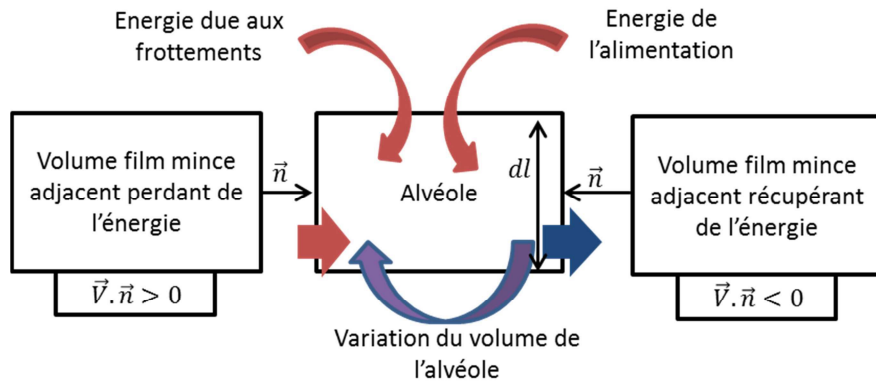


Figure III. 4 Schéma des transferts thermiques entre l'alvéole, le film mince et l'alimentation

Le bilan thermique global dans l'alvéole s'exprime en termes de puissances thermiques de la manière suivante:

$$\Pi_{alim} + R\Omega \iint_{surf.alv.} \tau_{R\theta} dS + \mathcal{V} \frac{\partial P}{\partial t} = \Pi_{front.alv.} + \frac{\partial \rho_{alv} i_{alv} \mathcal{V}}{\partial t} \quad (III.7)$$

où $\Pi_{alim} = \dot{m}_{alim} i_{t_{alim}}$ est la puissance thermique provenant de l'alimentation. Le terme $R\Omega \iint_{surf.alv.} \tau_{R\theta}^H dS$ correspond à la génération de chaleur due au cisaillement du fluide. Le premier terme du membre de droite dans Eq.(III.8) exprime la puissance échangée avec le film mince aux frontières de l'alvéole. Ce terme s'exprime de la manière suivante :

⁷ Si cette hypothèse n'est pas vérifiée, il est indispensable d'inclure ces échanges thermiques. Ceci ne pose pas de problème particulier.

$$\Pi_{front. alv.} = - \int_{front.alv.} \rho i h \vec{V} d\vec{l} = - \int_{front.alv.} \rho i h V_n dl \quad (III.8)$$

La puissance échangée à travers la frontière de l'alvéole s'écrit en supposant que l'enthalpie totale dans l'alvéole est constante. Le fluide quitte alors l'alvéole avec l'enthalpie i_{talv} ou entre dans l'alvéole avec une enthalpie égale à celle du film mince. Les arêtes fonctionnent soit en « entrée film mince », $V_n = \vec{V} \cdot \vec{n} < 0$, soit en « sortie film mince », $V_n = \vec{V} \cdot \vec{n} > 0$. Ainsi, il y a apport d'énergie dans l'alvéole à travers les frontières si $V_n > 0$ et perte si $V_n < 0$. A noter que, la vitesse moyenne dans l'alvéole est considérée comme étant nulle. Ainsi, les enthalpies dans les alvéoles (et donc celles des équations Eq.(III.7) et Eq.(III.8)) peuvent être confondues avec les enthalpies d'arrêt (totales). L'équation Eq.(III.7) peut s'écrire en termes d'enthalpies totales:

$$\begin{aligned} \Pi_{alim} + R\Omega \iint_{surf.alv.} \tau_{R\theta} dS + \mathcal{V} \frac{\partial P}{\partial t} \\ = -i_{talv} \int_{V_n < 0} \rho h V_n dl - \int_{V_n > 0} \rho i_t h V_n dl + \frac{\partial \rho_{alv} i_{talv} \mathcal{V}}{\partial t} \end{aligned} \quad (III.9)$$

L'enthalpie totale a l'avantage de se conserver au passage des frontières film/alvéole. C'est la raison pour laquelle il est préférable d'exprimer la conservation de l'énergie dans l'alvéole à l'aide de l'enthalpie totale au lieu de l'enthalpie statique. L'obtention de l'enthalpie alvéolaire à l'ordre 0 et à l'ordre 1 est détaillée dans l'annexe B.

III.7. Paramètres influençant les coefficients dynamiques

Dans le cas d'un palier hybride aérostatique, plusieurs paramètres sont susceptibles d'avoir une influence sur les coefficients dynamiques lors de la confrontation des résultats théoriques aux données expérimentales. Ils peuvent émaner d'incertitudes liées aux mesures (pression et température d'alimentation, jeu radial, diamètre de l'orifice, mésalignement, etc.) ou bien des hypothèses du modèle (pression alvéolaire, effets d'inertie localisés à l'entrée du film mince, etc.).

Trois de ces paramètres (la pression d'alimentation, la surface de la restriction et la pression alvéolaire), ne sont pas indépendants. Ils sont liés via la relation Eq.(III.6), exprimant la conservation de la masse aux frontières de l'alvéole. Deux de ces paramètres sont imposés (la pression d'alimentation et la surface de l'orifice), tandis que le troisième (la pression alvéolaire) résulte d'un calcul itératif, équilibrant le débit massique aux frontières du film mince avec celui des alvéoles. Le modèle numérique a été adapté afin d'imposer, au choix, deux paramètres parmi ces trois, le troisième résultant du calcul itératif. Par exemple, la pression alvéolaire peut être traitée comme un paramètre imposé et non pas comme un résultat de calcul. Le Tableau III. 4 liste les trois options de calculs possibles.

La Figure III. 5 montre la variation des coefficients dynamiques suite à une variation de l'ordre de 1% des paramètres suivants : pression d'alimentation, pression alvéolaire, température d'alimentation, jeu radial et les pertes de charge axiales et circonférentielles. Le diagramme montre alors que la pression alvéolaire est le paramètre le plus influent. En effet, une variation de 1% de la pression alvéolaire entraîne une variation importante (10 à 15%) des coefficients dynamiques notamment les raideurs directes et croisées. De manière plus rigoureuse, le paramètre le plus important est la chute de pression due à l'orifice, c'est-à-dire le rapport entre la pression alvéolaire et la pression d'alimentation (P_{alv}/P_{alim}). Cela étant, le système d'alimentation doit faire l'objet d'une attention toute particulière.

Paramètres imposés	Résultat du calcul
Pression d'alimentation. Surface de l'orifice (+coefficient de décharge).	Pression alvéolaire
Pression d'alimentation. Pression alvéolaire.	Surface de la restriction
Pression alvéolaire. Surface de la restriction.	Pression d'alimentation

Tableau III. 4 Inconnues du système d'alimentation

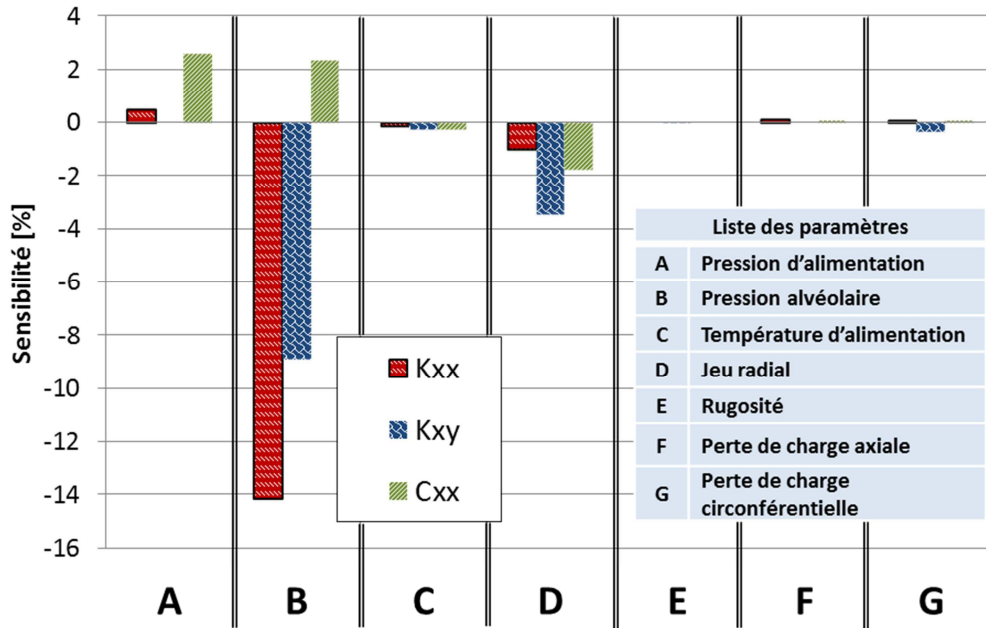


Figure III. 5 Sensibilité des coefficients dynamiques suite à une variation de 1% des paramètres listés

III.8. Combinaison de l'orifice et du restricteur inhérent

Pour un fluide idéal, la surface A , utilisée dans l'équation Eq.(III.3), représente la section de passage géométrique de l'orifice. Pour un fluide réel, cette surface doit être corrigée à l'aide d'un coefficient de décharge qui dépend essentiellement de la géométrie de l'orifice (Eq.(III.5)).

L'interprétation physique donnée au coefficient de décharge est l'effet dit de « vena-contracta ». La section de passage effective diminue à cause des effets visqueux, lorsque le fluide traverse l'orifice. La Figure III. 6 illustre une topologie caractéristique de l'écoulement régnant entre l'alimentation et l'alvéole. Du fait de la faible profondeur de cette dernière, l'écoulement est assujéti non seulement à une seule « vena-contracta » au passage de l'orifice, mais aussi, à une seconde contraction à l'entrée de l'alvéole. Celle-ci est connue comme étant la restriction inhérente, correspondant à la surface latérale d'un cylindre ayant le même diamètre que celui de l'orifice, et dont la hauteur est égale au jeu au niveau de l'alvéole, à savoir $\delta + h$.

Cette observation mène à la question suivante : quelle surface utiliser dans l'équation Eq.(III.3) ? Intuitivement, si l'alvéole est profonde la surface de l'orifice apparait comme une bonne approximation :

$$A_{orif} = \frac{\pi d^2}{4} \quad (III.10)$$

Sinon, si l'alvéole est très peu profonde, la surface inhérente constitue, à fortiori, une bonne approximation :

$$A_{inh} = \pi d(\delta + h) \quad (III.11)$$

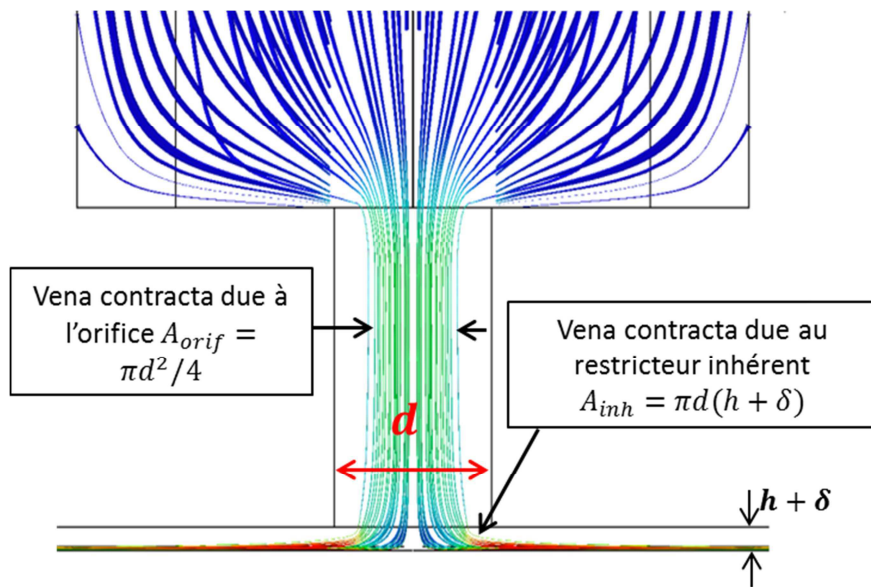


Figure III. 6 Topologie de l'écoulement entre l'alimentation et l'alvéole

Que se passe-t-il alors lorsqu'aucune des deux surfaces précédentes n'est dominante. Une moyenne harmonique des deux surfaces A_{orif} et A_{inh} a été suggérée dans le chapitre 5.1 de la référence [45] mais qui n'a plus jamais été utilisée depuis :

$$A_{equiv} = \frac{A_{orif}A_{inh}}{\sqrt{A_{orif}^2 + A_{inh}^2}} \quad (III.12)$$

Dans la suite, le terme « surface équivalente » sera utilisé pour faire référence à cette surface.

III.8.1. Fonctionnement stationnaire

Afin de savoir quelle surface doit être utilisée pour modéliser la restriction, des calculs 3D Navier-Stokes ont été réalisés sans vitesse de rotation. Les résultats de ces calculs permettent d'obtenir le débit massique traversant l'orifice ainsi que la distribution de la pression alvéolaire. Cette pression est alors moyennée, puis injectée dans l'équation Eq.(III.3) afin d'obtenir le débit massique théorique. Ainsi, le débit massique issu des calculs Navier-Stokes peut être comparé à celui donné par Eq.(III.3) et ce, pour différentes modélisations de la section de passage. Trois configurations ont été étudiées correspondants à différents rapports de A_{orif}/A_{inh} . Plusieurs pressions d'alimentation ont été utilisées allant de 3 à 7 bar. Les Figure III. 7 à Figure III. 9 présentent la variation du débit massique avec la pression d'alimentation. Les résultats CFD sont considérés comme étant la référence. La Figure III. 7 correspond au cas où la surface A_{orif} est deux fois plus grande que la surface inhérente et représente une alvéole peu profonde ou un grand diamètre d'orifice. Dans ce cas de figure, l'essentiel de la restriction est assurée par la surface inhérente. Comme le montre la figure, le débit massique théorique utilisant la surface inhérente est très proche de celui résultant des calculs CFD. En plus, la différence entre ces deux débits reste pratiquement constante avec la pression d'alimentation, ce qui signifie que le débit massique théorique donné par Eq.(III.3) peut être corrigé à l'aide d'un coefficient de décharge constant. Le débit massique théorique obtenu en utilisant la surface de l'orifice A_{orif} présente quant à lui des écarts très importants par rapport aux valeurs de référence. Ces écarts ne sont pas constants et croissent avec la pression d'alimentation. Ainsi, la correction des débits, obtenus à l'aide de A_{orif} , nécessiterait des coefficients de décharge variables. La surface équivalente produit des résultats très similaires à ceux prédits en utilisant la surface inhérente.

La Figure III. 8 correspond au cas où $A_{orif}/A_{inh} = 0.1$ et la majeure partie de la restriction est assurée, cette fois-ci, par la section de passage de l'orifice. Ce cas de figure est représentatif d'une alvéole très profonde ou encore d'un orifice à faible diamètre. Comparé au cas précédent, la tendance s'est inversée. Le débit massique calculé en utilisant la surface de l'orifice est en accord avec celui obtenu par les calculs CFD. Les valeurs de ce débit ne présentent que de légers écarts avec les valeurs de référence et qui, de plus, demeurent constants avec la pression d'alimentation. Contrairement à la surface A_{orif} , les débits calculés à l'aide de la surface inhérente présentent d'importants écarts. Ces écarts se

creusent de plus en plus avec la pression d'alimentation. Encore une fois, la surface équivalente produit des résultats très proches des valeurs de référence.

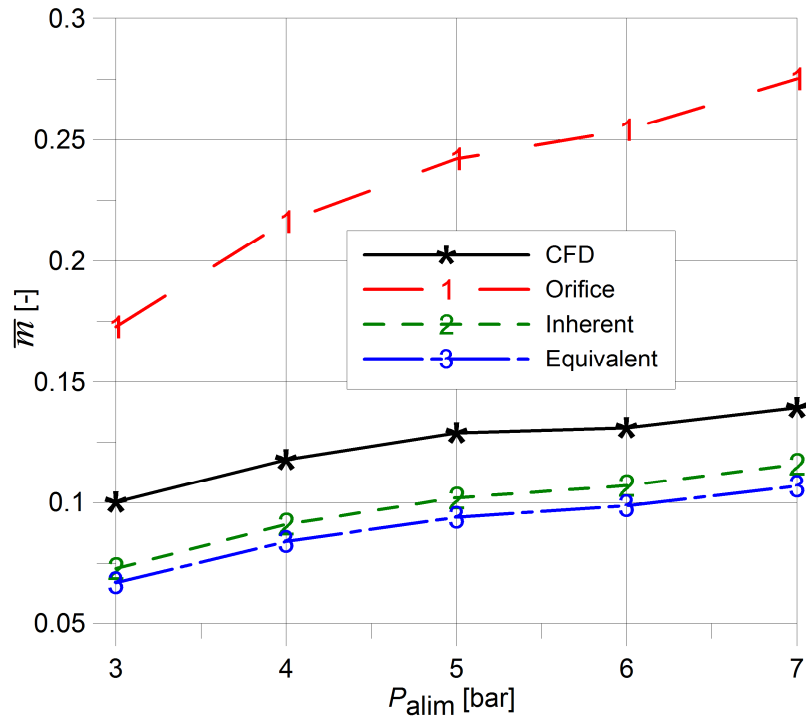


Figure III. 7 Débit massique adimensionné (cas $A_{orif}/A_{inh} \approx 2.38$)

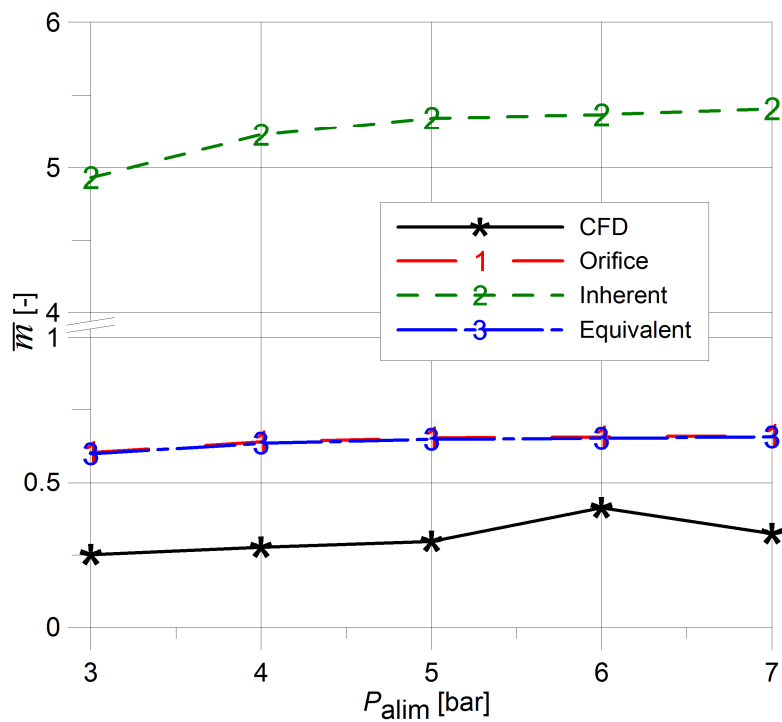


Figure III. 8 Débit massique adimensionné (cas $A_{orif}/A_{inh} \approx 0.1$)

La Figure III. 9 correspond au cas où l'écoulement est soumis à deux restrictions successives sans qu'aucune d'entre elles ne soit dominante. Dans cette configuration, le débit massique obtenu avec l'orifice ou la surface inhérente est assez proche des valeurs CFD de référence. Cependant, ces valeurs présentent des écarts croissants avec la pression d'alimentation alors que ceux obtenus avec la surface équivalente exhibent un écart qui demeure pratiquement invariable. Cet écart peut être corrigé à l'aide d'un coefficient de décharge constant.

En conclusion, pour un fonctionnement stationnaire, la surface équivalente donnée par l'équation Eq.(III.12) peut être utilisée pour n'importe quel rapport de A_{orif}/A_{inh} . Les débits massiques théoriques obtenus à l'aide de l'équation Eq.(III.3) sont en accord avec ceux issus des calculs CFD et qui, en plus, présentent dans tous les cas de figures des écarts constants. Ce qui signifie que ces valeurs peuvent être corrigées en faisant appel à des coefficients de décharge constants qui ne dépendraient, à priori, que de la géométrie du système d'alimentation.

Davantage de résultats justifiant l'utilisation de la surface équivalente seront présentés lors des croisements entre les coefficients dynamiques théoriques et expérimentaux.

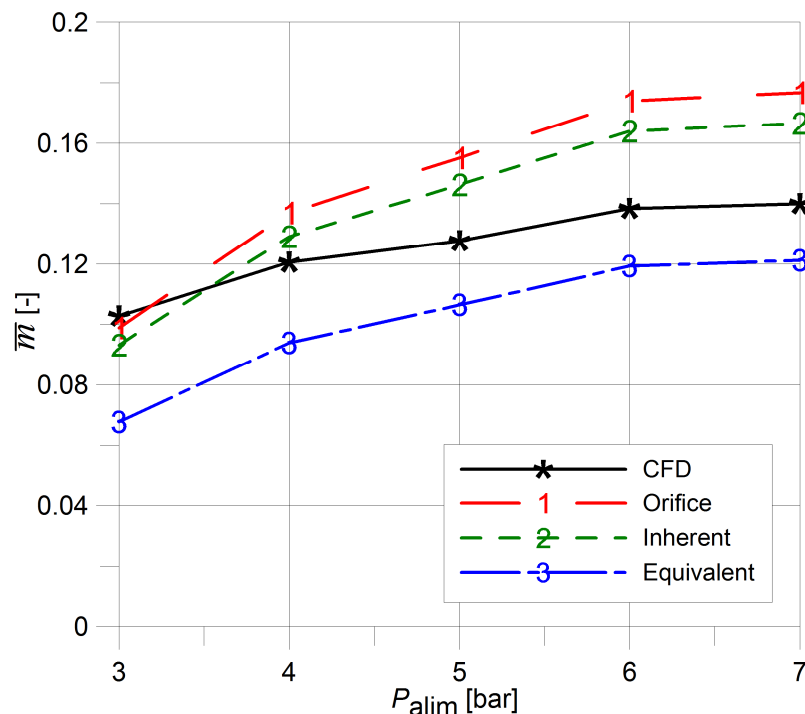


Figure III. 9 Débit massique adimensionné (cas $A_{orif}/A_{inh} \approx 1$)

III.8.2. Fonctionnement instationnaire

Des calculs CFD instationnaires ont été réalisés dans le but de vérifier l'influence du choix de la surface modélisant le restricteur sur les résultats dynamiques. En toute rigueur, l'équation Eq.(III.3) n'est valable que pour le cas stationnaire. Ainsi, la perturbation de cette relation est incomplète car il manque un terme instationnaire qui n'est pas pris en compte.

La perturbation de Eq.(III.3) mène à l'expression suivante du débit perturbé:

$$\frac{\dot{m}_1}{\dot{m}_0} = \frac{A_1}{A_0} + \frac{Q_1}{Q_0} \quad (\text{III.13})$$

Les calculs instationnaires CFD ont été réalisés en communiquant au rotor des déplacements de faibles amplitudes et à différentes fréquences d'excitation (voir Figure III. 10). Le domaine utilisé pour réaliser ces calculs est illustré par Figure III. 11.

La logique du calcul est similaire à celle adoptée pour le fonctionnement stationnaire : le calcul CFD permet d'obtenir le débit massique et la pression alvéolaire en fonction du temps. Cette pression alvéolaire est injectée dans l'équation Eq.(III.3). En réalisant une transformée de Fourier rapide, il est possible d'obtenir la composante qui correspond à la fréquence d'excitation. Cette composante n'est autre que le débit perturbé à l'ordre 1. La géométrie testée correspond au palier aérostatique hybride testé par [52].

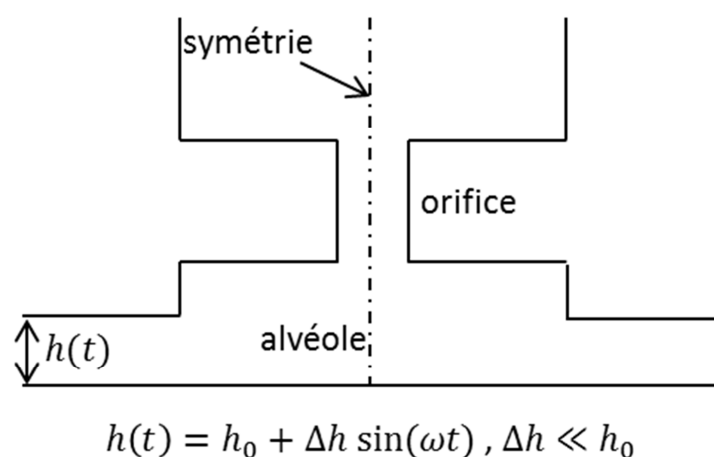


Figure III. 10 Calcul CFD instationnaire

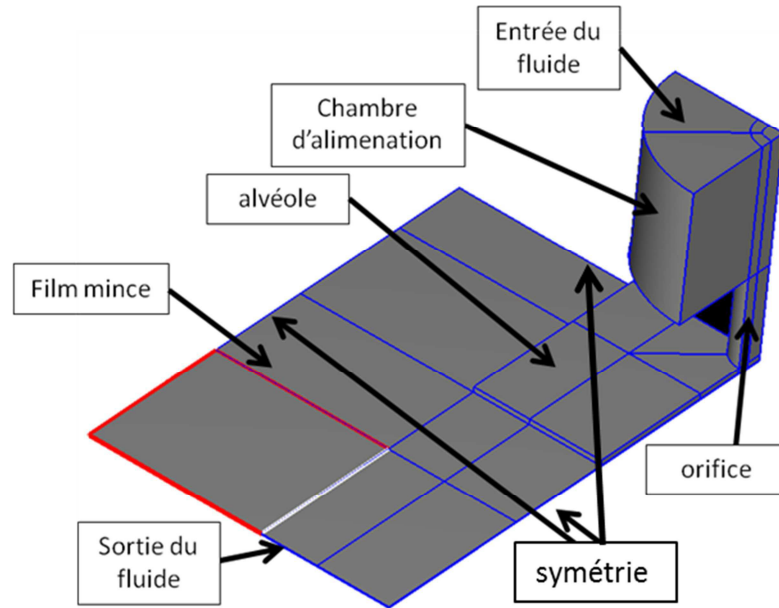


Figure III. 11 Domaine de calcul utilisé pour les calculs CFD instationnaires

La Figure III. 12 présente l'amplitude des débits massiques à l'ordre 1. Le débit CFD, considéré comme étant la référence, correspond à celui issu directement des calculs Navier-Stokes instationnaires. Les autres courbes correspondent au débit perturbé, obtenu après l'injection de la pression alvéolaire CFD dans Eq.(III.3), tout en utilisant les trois surfaces A_{orif} , A_{inh} et A_{equiv} pour modéliser le restricteur. D'après cette figure, il est clair que l'utilisation de la surface équivalente ou inhérente mène à la meilleure estimation du débit à l'ordre 1. La surface de l'orifice mène, quant à elle, à des différences plus importantes et surestime le débit massique à l'ordre 1 en termes d'amplitude.

La Figure III. 13 présente les phases des débits massiques. La phase est calculée par rapport à celle de l'épaisseur du film mince. Aux faibles fréquences d'excitation, le débit massique CFD ainsi que les débits calculés en utilisant la surface de l'orifice, la surface inhérente ou encore la surface équivalente, sont en phase avec l'épaisseur du film. C'est-à-dire que, lorsque l'épaisseur du film augmente, le débit augmente. Au fur et à mesure que la fréquence d'excitation croît, un déphasage se crée. Aux très hautes fréquences ($\approx 10 \text{ kHz}$), le débit est presque en déphasage total avec l'épaisseur du film; lorsque le jeu augmente, le débit diminue.

Tout comme le débit, la pression alvéolaire peut être décomposée en la somme d'une valeur statique et d'une valeur perturbée. La Figure III. 14 illustre l'amplitude de la pression alvéolaire à l'ordre 1. Celle-ci diminue avec la fréquence d'excitation. La Figure III. 15

présente la phase de la pression alvéolaire à l'ordre 1, en fonction de la fréquence d'excitation. Aux faibles fréquences, la pression alvéolaire est en opposition de phase par rapport à l'épaisseur du film (lorsque l'épaisseur du film diminue, la pression alvéolaire augmente). Aux très hautes fréquences d'excitation, la pression alvéolaire est en quadrature de phase. Un tel déphasage peut être synonyme d'une instabilité auto-entretenu que le palier pourrait exhiber à haute fréquence.

A partir de ces résultats, il est possible d'affirmer que le comportement dynamique de la surface équivalente est meilleur en termes d'amplitude que celle de l'orifice. Ce qui signifie, que, malgré une correction via un coefficient de décharge, la surface de l'orifice serait moins précise que la surface équivalente. En termes de phase, il y a un léger avantage de la surface de l'orifice à très hautes fréquences. Mais cet avantage concerne des fréquences qui dépassent largement la plage dans laquelle la validation est réalisée. L'utilisation de la relation donnée par l'équation Eq.(III.13) est donc possible, malgré l'omission du terme instationnaire, pour peu que les fréquences d'excitation ne dépassent pas les 3 kHz (ce qui correspond à une excitation synchrone de l'ordre de 180000 tr/min). La précision de l'équation Eq.(III.13) est donc très satisfaisante dans la gamme de fréquences généralement utilisée.

Remarque :

Le cas testé ici s'apparente davantage à une butée plane qu'à un palier. Il n'a cependant pas été possible de réaliser de tels calculs pour un palier complet. Ce type de calculs dépasse largement le cadre de cette thèse. Toutefois, la géométrie testée est représentative et permet d'avoir une idée concrète de la pertinence de la modélisation de l'écoulement entre la zone d'alimentation et le film mince.

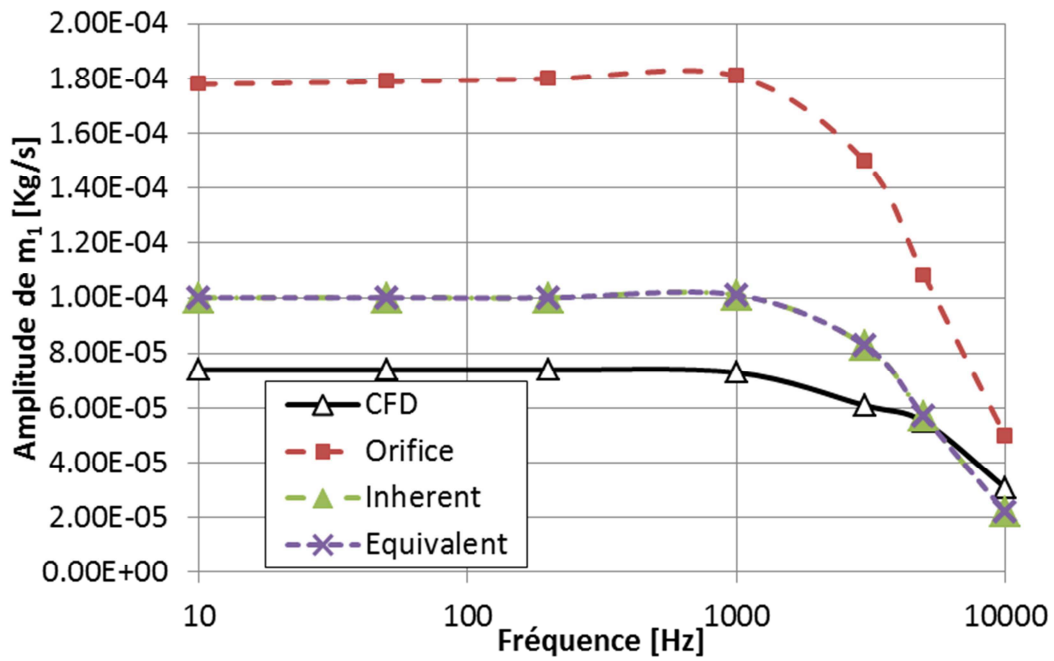


Figure III. 12 Amplitude des débits massiques à l'ordre 1

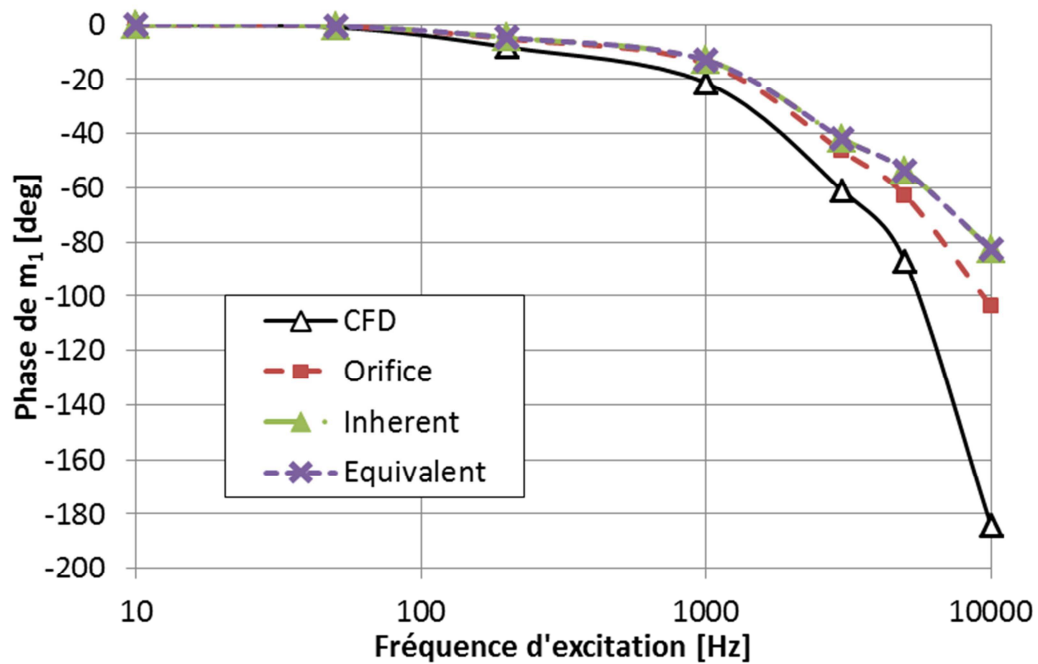


Figure III. 13 Phase des débits massiques à l'ordre 1

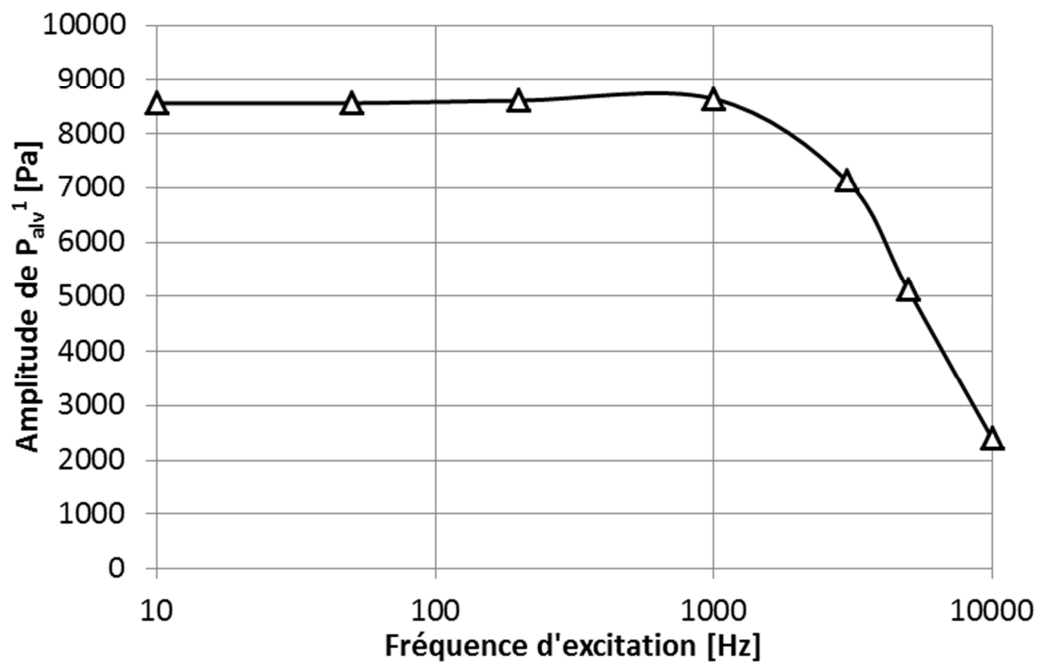


Figure III. 14 Amplitude de la pression alvéolaire à l'ordre 1

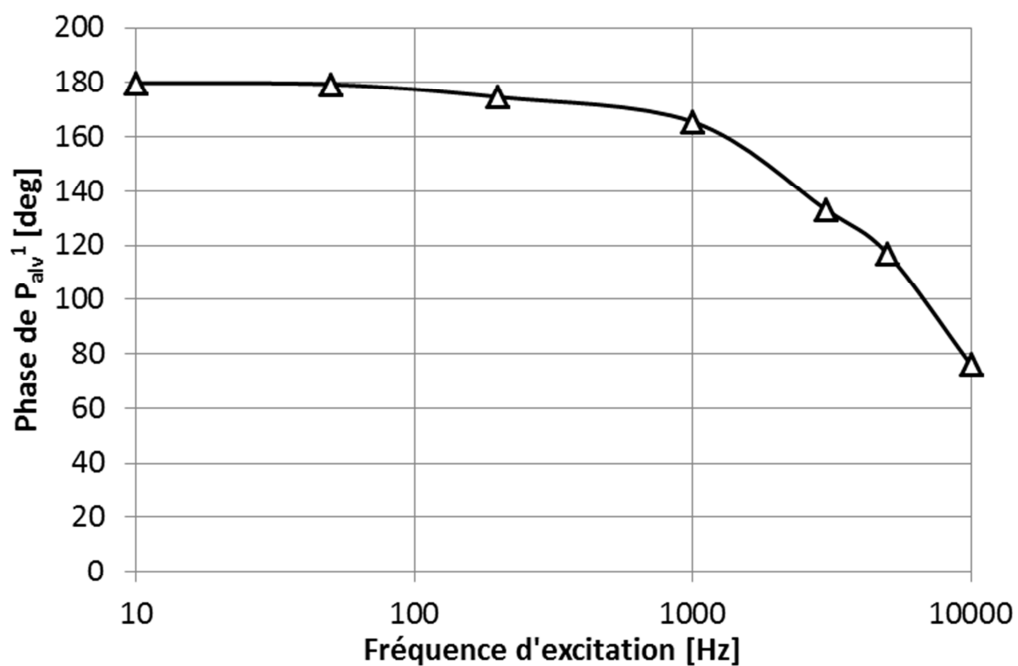


Figure III. 15 Phase de la pression alvéolaire à l'ordre 1

III.9. Résultats :

La référence [52] présentent des coefficients dynamiques linéaires, mesurés dans le cas d'un palier hybride aérostatique et ce, pour cinq pressions d'alimentation allant de 3 à 7 bar et

cinq vitesses de rotation allant de 10000 à 50000 tr/min . La température d'alimentation est de 20°C. La Figure III. 16 illustre une représentation schématique du dispositif d'essai utilisé par [52].

Un arbre rigide disposé horizontalement est supporté à ses extrémités par deux paliers aérostatiques hybrides identiques. L'arbre est entraîné en rotation par une turbine Pelton. Le rotor est arrêté axialement par deux injecteurs d'air appliquant un effort axial. Ce rotor est soumis à la charge statique de son propre poids. Les charges dynamiques sont représentées par le balourd (résiduel ou apporté) ainsi que par des impacts fournis avec un marteau spécial. Les impacts transmis au rotor via le marteau permettent d'exciter le rotor dans une plage fréquentielle relativement basse (entre 100 et 400 Hz). Des capteurs de déplacements disposés à la sortie des paliers permettent de reconstituer les mouvements du rotor suite à l'impact. La procédure d'identification des coefficients dynamiques est détaillée dans [52].

Chaque palier est alimenté via une rangée d'alvéoles disposées sur sa circonférence et couvrant 20% de la surface totale du palier. La profondeur de l'alvéole est quatre fois plus grande que celle du film mince, i.e. $\delta/C_R = 4$. Le palier a un diamètre de $D = 45\text{ mm}$ et une longueur $L = 35\text{ mm}$.

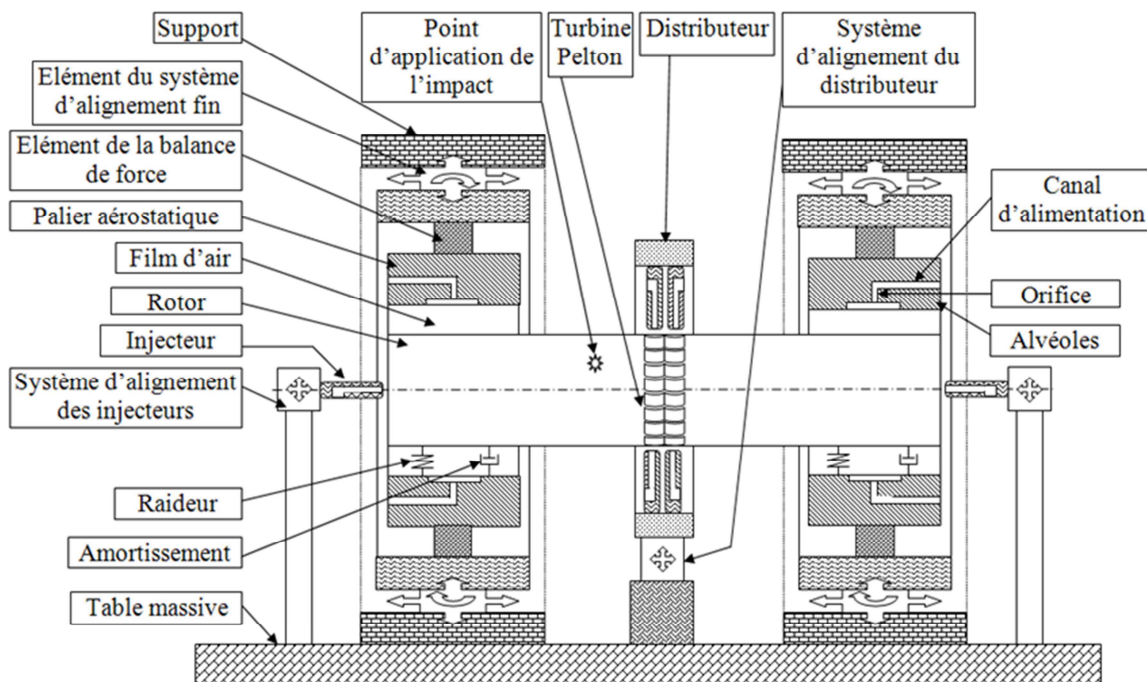


Figure III. 16 Représentation schématique du dispositif d'essai [52]

III.9.1. Statique : comparaisons avec les calculs 3D-Navier Stokes

Avant de procéder à des comparaisons avec les coefficients dynamiques expérimentaux, il est nécessaire d'effectuer une validation de l'ensemble des hypothèses réalisées jusqu'à présent pour estimer les caractéristiques statiques de l'écoulement dans le palier. Les calculs numériques ont été réalisés en prenant en compte l'équation de l'énergie et en considérant des parois adiabatiques.

Compte tenu de sa grande influence sur les coefficients dynamiques, la pression alvéolaire a été évaluée en utilisant des calculs 3D Navier-Stokes. Les pressions alvéolaires moyennées sont données par la Figure III. 17. Les détails de la mise au point de ces calculs sont décrits dans l'annexe A.

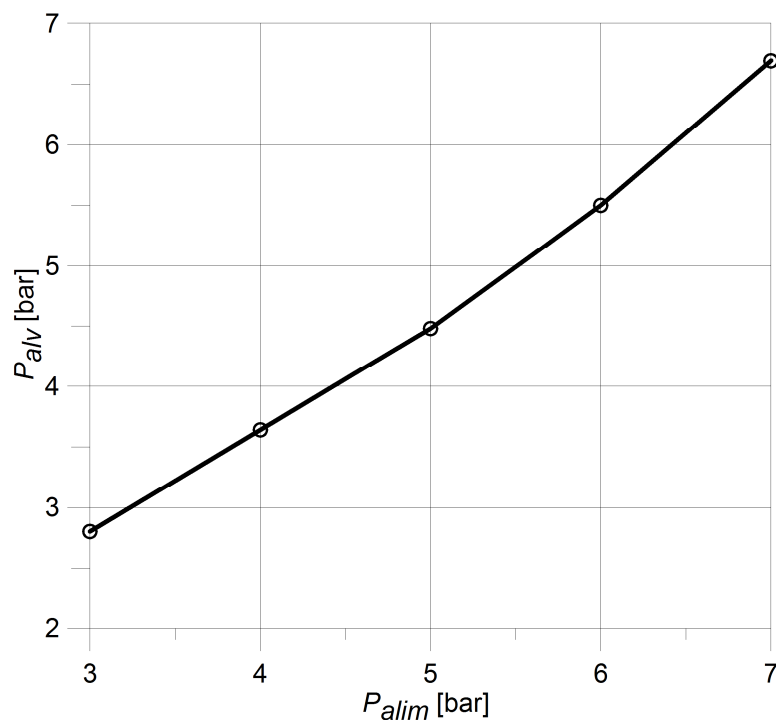


Figure III. 17 Pressions alvéolaires issues des calculs CFD ($\Omega = 0 \text{ tr/min}$)

Comme évoqué précédemment et démontré sur la Figure III. 3, le profil de la pression alvéolaire peut être considéré comme étant constant. Les calculs « Bulk-Flow » ont été réalisés en utilisant la deuxième option dans le Tableau III. 4. De ce fait, la pression d'alimentation ainsi que la pression alvéolaire moyenne issue des calculs CFD sont imposées comme étant des données d'entrée du problème. Par conséquent, la surface du restricteur est obtenue comme un résultat du calcul itératif, exprimant la conservation de masse aux

frontières des alvéoles (Eq.(III.5)). Il en résulte une meilleure estimation des conditions aux limites à l'entrée du film mince. Cette option permet aussi d'évaluer l'influence du choix de la surface utilisée pour modéliser la restriction sur les coefficients dynamiques. En effet, en fixant les conditions aux limites du film mince, les résultats statiques seront les mêmes quelle que soit la surface utilisée.

En air, un problème supplémentaire apparaît pour les pressions d'alimentation élevées. En fait, les paliers hybrides aérostatiques fonctionnent généralement en régime subsonique. Cependant, pour certains rapports entre la pression de sortie et la pression d'alimentation, le régime d'écoulement devient bloqué à l'instar de ce qui a été vu dans le chapitre précédent concernant les joints annulaires. La procédure numérique décrite dans le chapitre 2 est donc utilisée pour traiter le blocage à la sortie du palier.

La Figure III. 18 présente la pression statique le long de la direction axiale, obtenue en solutionnant les équations du « Bulk-Flow » et via des calculs 3D Navier-Stokes. Ainsi, comme le montre cette figure, les prédictions du « Bulk-Flow » sont en accord presque parfait dans la zone du film mince. Dans la zone alvéolaire, la perte de charge localisée à la frontière de l'alvéole est bien prise en compte par le modèle simplifiée de l'équation Eq.(III.2). La pression à la sortie du palier est supérieure à la pression extérieure. En effet, comme le montre la Figure III. 19, le nombre de Mach atteint 1 et l'écoulement est bloqué. La pression est alors extrapolée de l'intérieur du domaine sur la face de sortie. La Figure III. 20 donne la température statique dans la direction axiale. Les prédictions CFD et « Bulk-Flow » sont toujours en très bon accord. En plus, ces résultats mettent en évidence une chute importante de la température statique entre l'alimentation et la sortie, qui avoisine les 50 K, justifiant ainsi la résolution de l'équation de l'énergie. Cette figure démontre aussi que le traitement thermique proposé a réussi à prédire de manière satisfaisante la température dans l'alvéole.

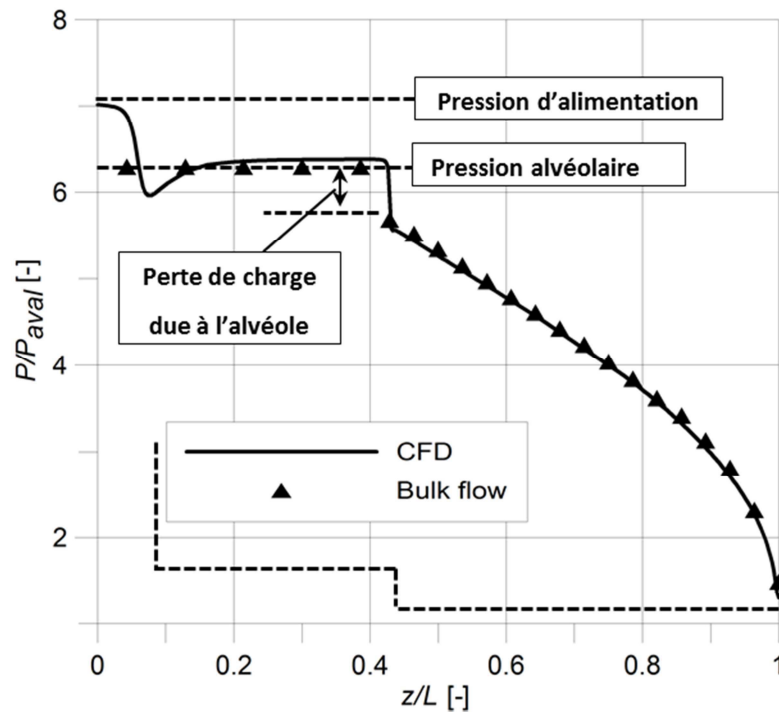


Figure III. 18 Distribution de la pression dans la direction axiale ($P_{alim} = 7 \text{ bar} - \Omega=0\text{tr/min}$)

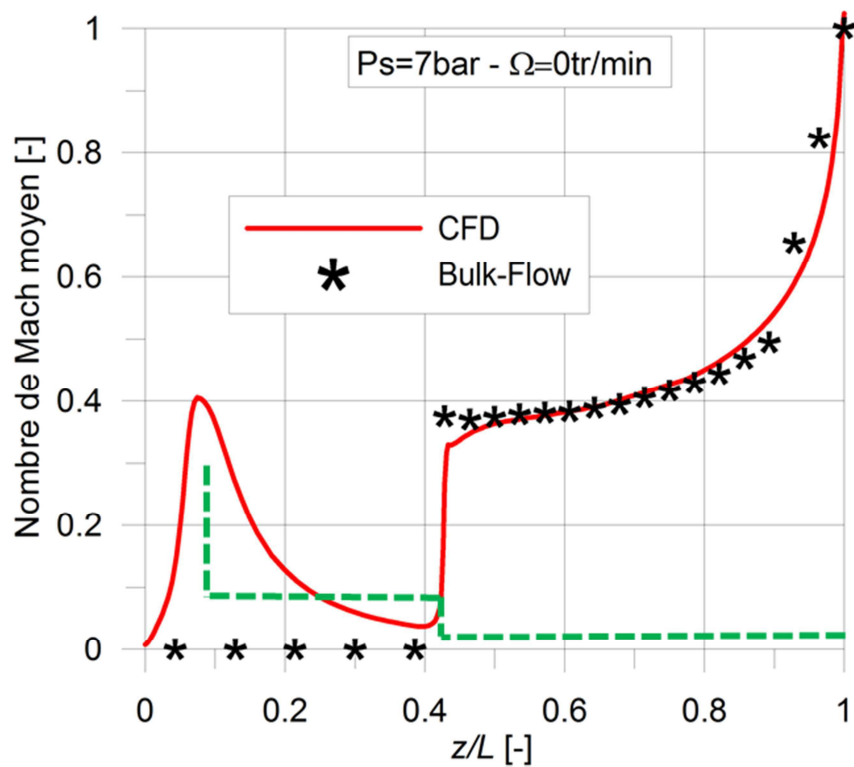


Figure III. 19 Nombre de Mach dans la direction axiale ($P_{alim} = 7 \text{ bar} - \Omega=0\text{tr/min}$)

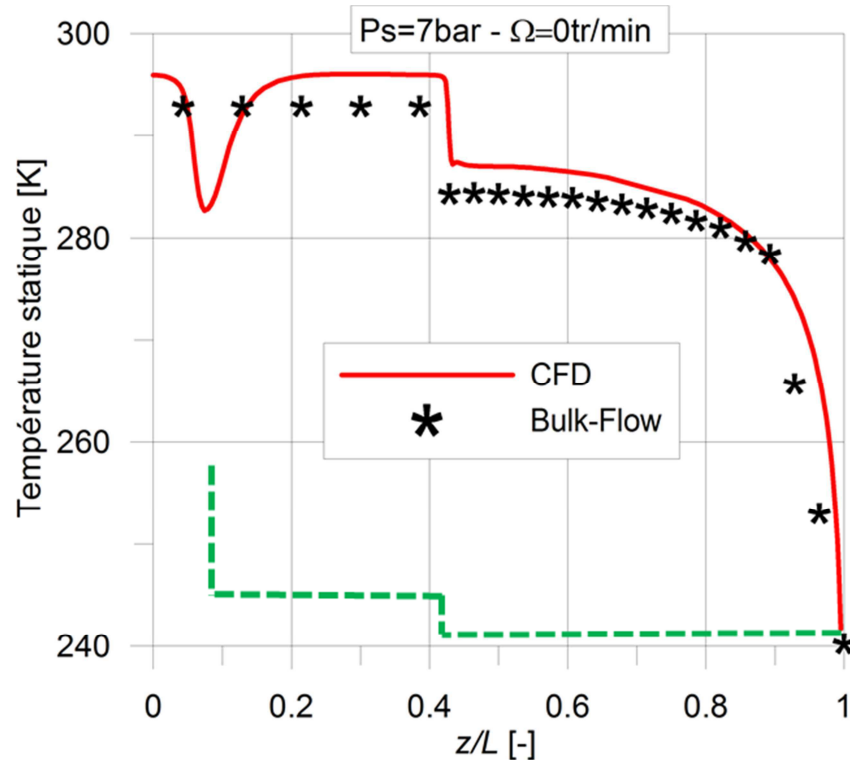


Figure III. 20 Température statique dans la direction axiale ($P_{alim} = 7 \text{ bar} - \Omega=0\text{tr/min}$)

III.9.2. Coefficients dynamiques : comparaisons avec les résultats expérimentaux

Pour calculer les coefficients dynamiques, les équations du « Bulk-Flow » sont solutionnées dans le cadre des petites perturbations (premier ordre). La pression alvéolaire perturbée est toujours traitée comme une inconnue du problème. La perturbation de la surface modélisant la restriction est décrite de manière analytique. En effet, la surface inhérente donnée par l'équation Eq.(III.11), ainsi que la surface équivalente donnée par l'équation Eq.(III.12), possèdent des caractéristiques géométriques qui doivent être modifiées suivant la perturbation de l'épaisseur du film mince.

$$h = h_0 + h_1, \quad h_1 \ll h_0 \quad (\text{II.13})$$

La perturbation du film mince induit donc, non seulement des petites variations des caractéristiques de l'écoulement (pression, vitesse, température, densité, débit massique, etc...) mais aussi des variations de la surface du restricteur. Selon la méthode des petites perturbations, cette surface se décompose elle aussi en somme d'un terme statique et d'un

terme complexe du premier ordre $A = A_0 + A_1$. Les expressions des surfaces au premier ordre sont données dans le Tableau III. 5.

Surface utilisée	Expression à l'ordre 1
Surface géométrique de l'orifice	$A_{orif1} = 0$
Surface Inhérente	$A_{inh1} = \pi d h_1$
Surface équivalente	$A_{equiv1} = A_{inh1} \left(\frac{A_{equiv0}}{A_{inh0}} \right)^3$

Tableau III. 5 Expressions des surfaces perturbées à l'ordre 1

Dans le cas d'un film fluide compressible, les coefficients dynamiques dépendent de la fréquence d'excitation comme cela a été vu dans le chapitre précédent. La Figure III. 21 présente les coefficients dynamiques calculés en solutionnant les équations du « Bulk-Flow » en petites perturbations. Comme illustré par cette figure, la variation des coefficients dynamiques est négligeable sur toute la plage des fréquences d'excitation correspondant aux vitesses testées. Ainsi, les coefficients dynamiques peuvent être considérés comme étant indépendants de la fréquence d'excitation.

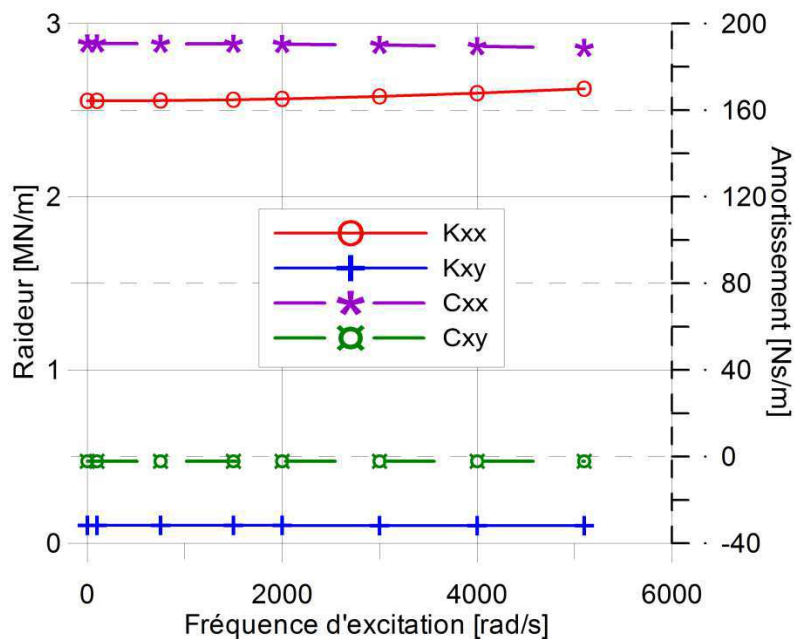


Figure III. 21 Variation des coefficients dynamiques avec la fréquence d'excitation ($P_{alim} = 3 \text{ bar}$, $\Omega = 10 \text{ ktr/min}$)

Les Figure III. 22 à Figure III. 27 comparent les coefficients dynamiques obtenus en résolvant les équations du « Bulk-Flow » avec les données expérimentales issues des travaux de [52]. Pour des raisons de clarté, deux pressions d'alimentation sont présentées (3 bar et 6 bar). Les autres cas sont regroupés dans l'annexe C. Les calculs ont été effectués en utilisant les trois définitions possibles de la surface de restriction. Les résultats montrent que le choix de cette surface a une influence significative sur la raideur directe. En effet, le modèle utilisant la surface de l'orifice A_{orif} surestime sensiblement la raideur directe dans tous les cas. Cependant, les raideurs directes estimées en utilisant les surfaces inhérente A_{inh} et équivalente A_{equiv} sont proches de ceux qui ont été mesurés. Ceci est en accord avec les observations soulignées dans le cas statique qui tendent à montrer que, pour des valeurs importantes du rapport A_{orif}/A_{inh} , la majeure partie de la perte de charge dans le système d'alimentation est due à la surface inhérente.

En ce qui concerne la raideur croisée, le choix de la surface de restriction a très peu d'influence. Une légère influence est à noter sur le coefficient d'amortissement. Il est important de souligner que les coefficients d'amortissement expérimentaux ont une tendance croissante avec la vitesse de rotation. Cette tendance n'est pas mise en évidence par les résultats numériques.

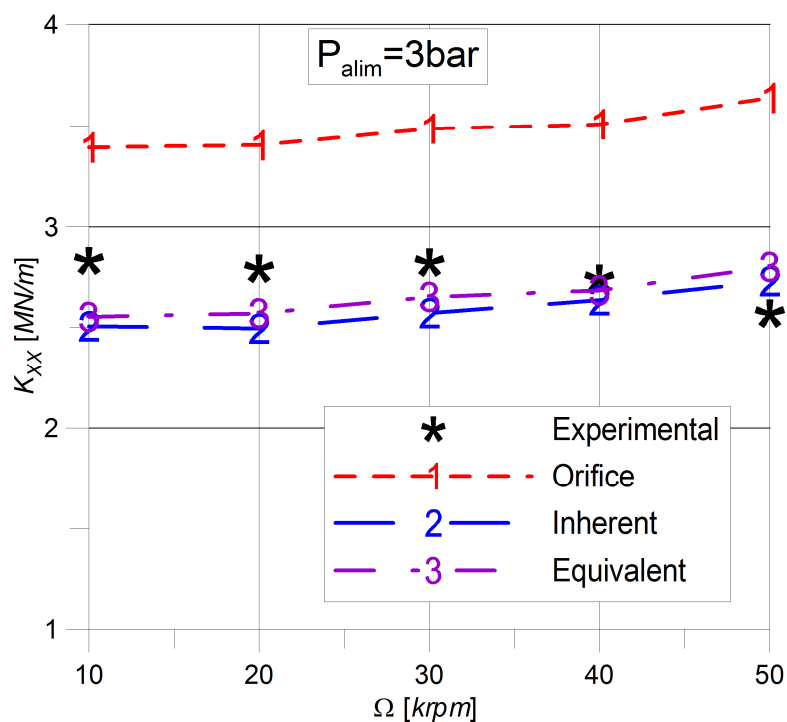


Figure III. 22 Raideur directe en fonction de la vitesse de rotation ($P_{alim} = 3 \text{ bar}$)

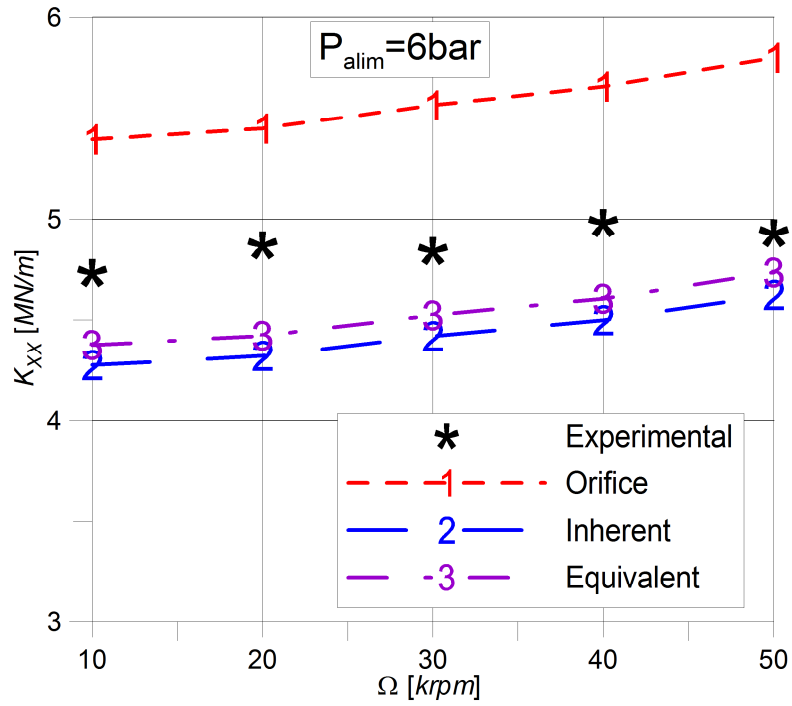


Figure III. 23 Raideur directe en fonction de la vitesse de rotation ($P_{alim} = 6 \text{ bar}$)

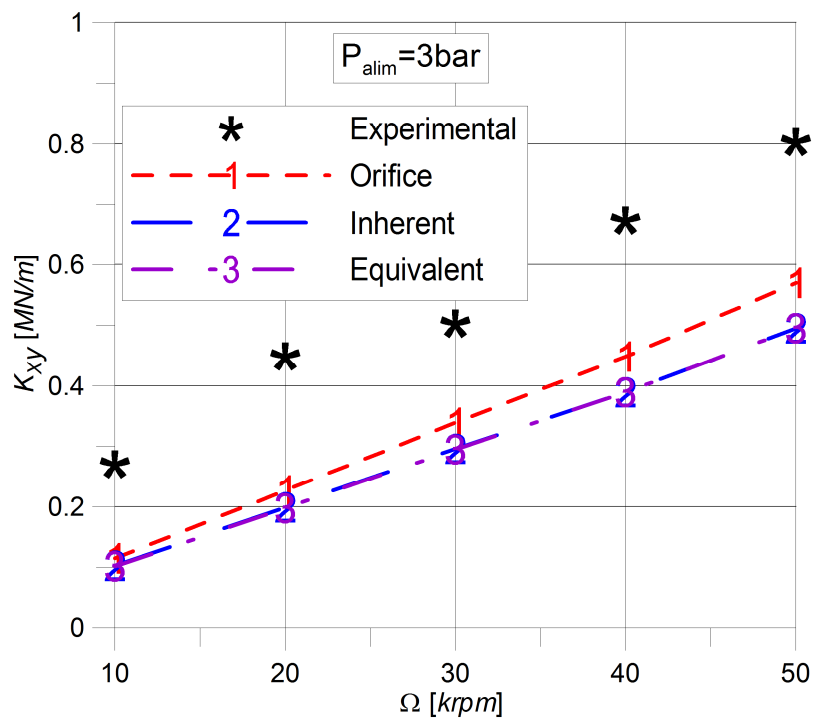


Figure III. 24 Raideur croisée en fonction de la vitesse de rotation ($P_{alim} = 3 \text{ bar}$)

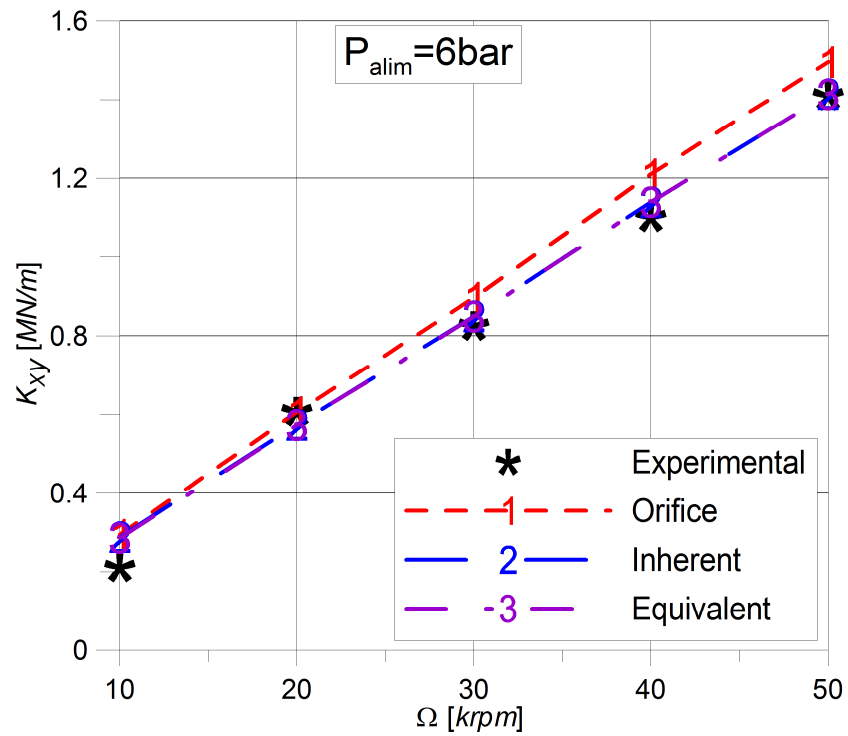


Figure III. 25 Raideur croisée en fonction de la vitesse de rotation ($P_{alim} = 6 \text{ bar}$)

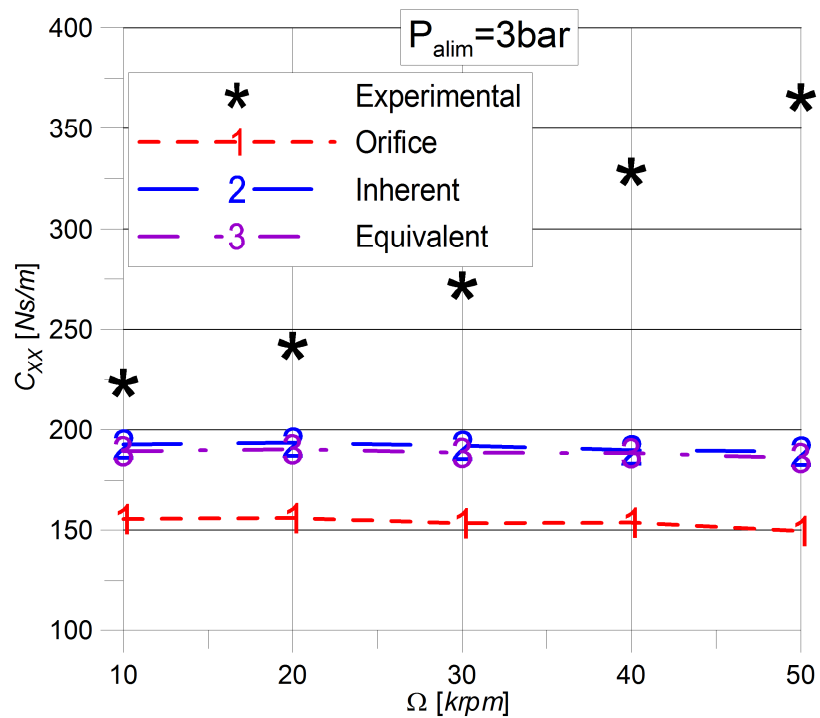


Figure III. 26 Amortissement direct en fonction de la vitesse de rotation ($P_{alim} = 3 \text{ bar}$)

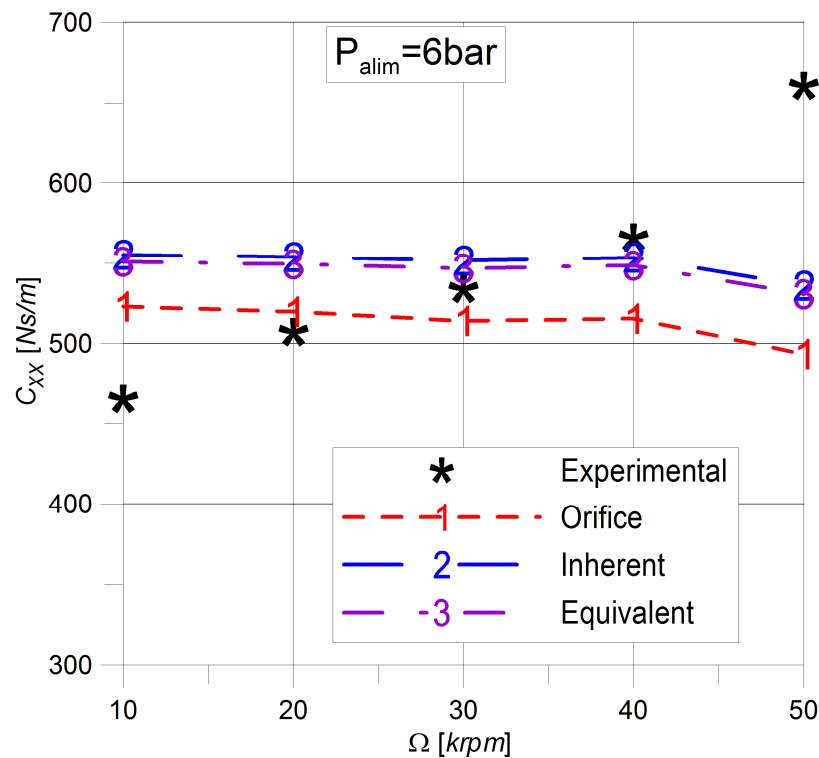


Figure III. 27 Amortissement direct en fonction de la vitesse de rotation ($P_{alim} = 6\text{ bar}$)

III.10. Hypothèse d'un écoulement adiabatique-isotherme

Une des hypothèses largement répandue dans l'analyse des paliers lubrifiés à air est de considérer l'écoulement comme étant isotherme. Cette hypothèse peut être extrêmement forte. En effet, du fait de la forte accélération du fluide à la sortie du palier, la température chute brusquement. Cet effet est montré sur la Figure III. 20, où la chute de température dans la direction axiale de l'écoulement avoisine les 50 K . Les Figure III. 19 et Figure III. 20 montrent bien la corrélation existant entre l'accélération brutale du fluide et la température. En effet, la température ainsi que le nombre de Mach restent presque constants sur environ 85% de la longueur du palier. A l'approche de la sortie, une forte accélération se produit entraînant une brusque chute de température passant de 280 K à 240 K environ.

L'influence du régime thermique de l'écoulement sur les coefficients dynamiques a été également analysée. Les Figure III. 28 à Figure III. 30 présentent les coefficients dynamiques obtenus en solutionnant les équations du « Bulk-Flow » en supposant que le régime est isotherme. Ces coefficients sont comparés à ceux calculés en prenant en compte l'équation de l'énergie avec l'hypothèse, moins forte, de parois adiabatiques. Ainsi, comme le montrent ces résultats, la prise en compte de l'équation de l'énergie produit des résultats en accord

avec les résultats expérimentaux notamment en termes de raideurs directes. L'écart entre les résultats numériques augmente sensiblement avec la pression d'alimentation. En effet, à 6 bar l'écoulement est bloqué et l'accélération du fluide à la sortie du palier est très importante entraînant de forte chute de température. A 3 bar, l'écoulement n'étant pas bloqué, la chute de température est moins importante.

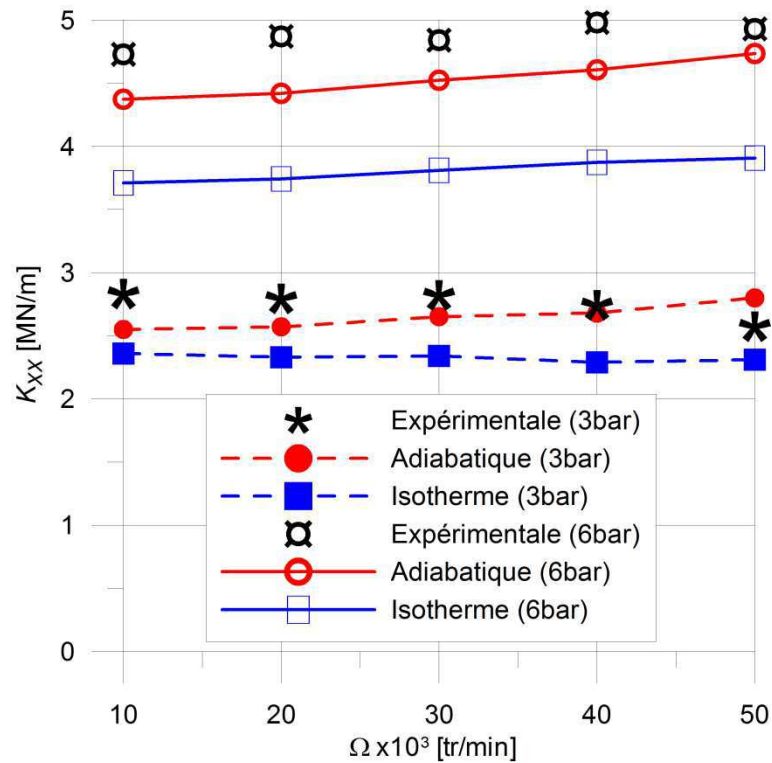


Figure III. 28 Raideur directe (hypothèse isotherme-adiabatique)

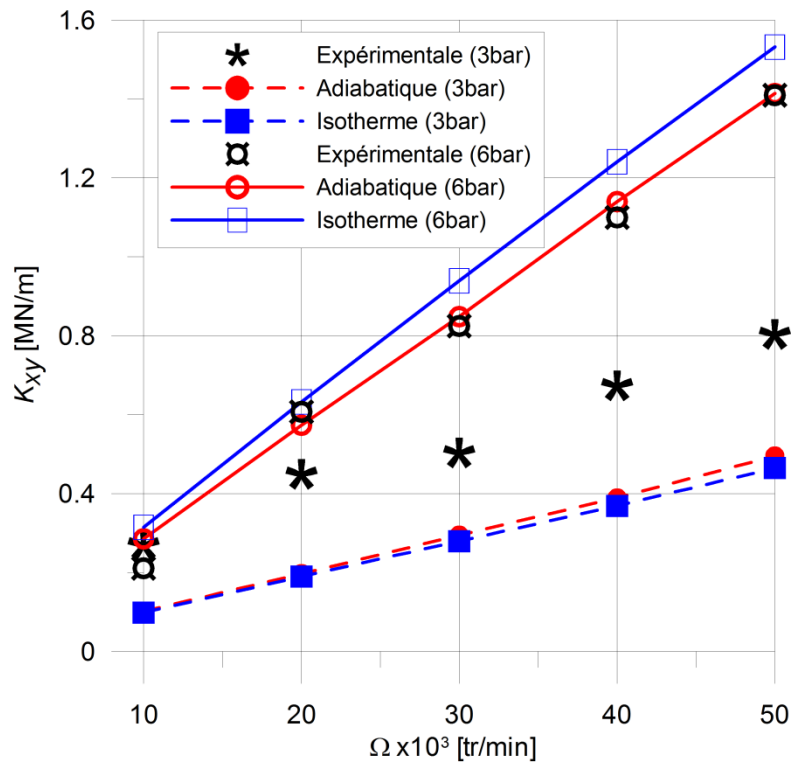


Figure III. 29 Raideur croisée (hypothèse isotherme-adiabatique)

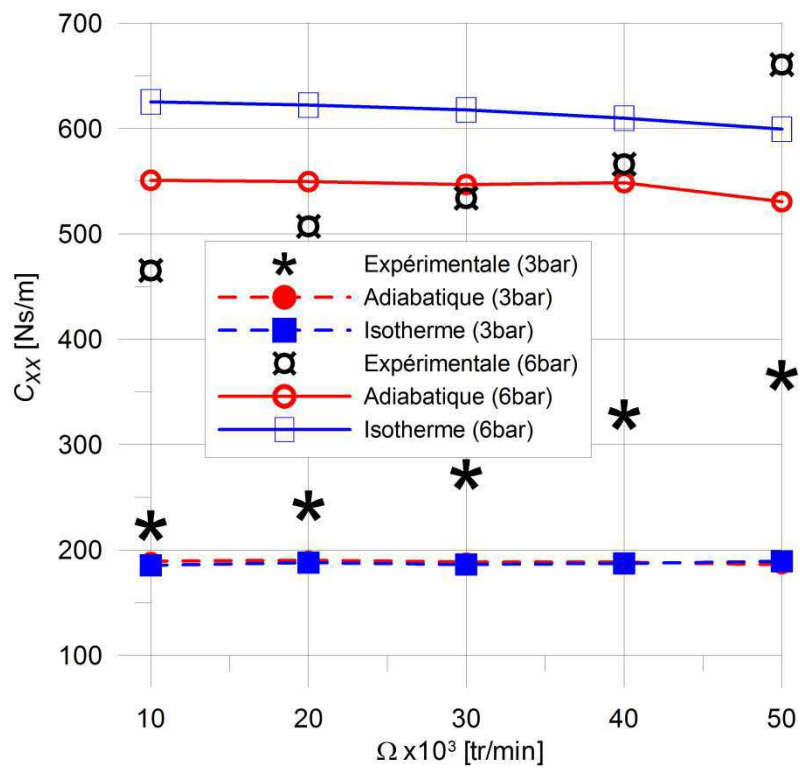


Figure III. 30 Amortissement direct (hypothèse isotherme-adiabatique)

III.11. Conclusion

Les équations du « Bulk-Flow » compressibles fournissent des résultats précis en statique et en dynamique pour peu que les conditions aux limites soient imposées de manière correcte au niveau des alvéoles. Ceci peut être réalisé par un modèle approprié de la surface du restricteur et par une estimation précise de la pression alvéolaire ou du coefficient de décharge. La surface équivalente du restricteur donnée par l'équation Eq.(III.12) doit être toujours utilisée à la place de la surface de l'orifice. En plus, du fait de la nature compliquée de l'écoulement régnant dans la zone alvéolaire, il est important d'estimer les coefficients de décharge ou la pression alvéolaire à partir des calculs 3D Navier Stokes complets. Grâce aux outils numériques disponibles, ce type de calculs ne pose plus de problème de nos jours. En plus, l'hypothèse d'un écoulement isotherme dans le palier peut mener à des écarts non-négligeables en termes de coefficients dynamiques, notamment lorsque le fluide subit de fortes accélérations suite à un blocage sonique. Il est donc préférable de prendre en compte l'équation de l'énergie en utilisant l'hypothèse de parois adiabatiques.

Chapitre IV. Analyse de stabilité des rotors supportés par paliers à air

IV.1. Introduction

Le problème de stabilité soulevé par les composants tribologiques, dont les caractéristiques dynamiques dépendent de la fréquence d'excitation, a été étudié par plusieurs auteurs. Elrod [57] fut parmi les premiers à introduire une méthode dite du step-jump pour déterminer la stabilité d'un rotor guidé par un palier à air aérodynamique. La méthode consiste à donner un petit déplacement (une impulsion) puis calculer la réponse transitoire du fluide. Des fonctions de transfert sont alors obtenues en utilisant les polynômes de Lagrange. Cette méthode a été utilisée ensuite pour calculer les caractéristiques dynamiques de plusieurs types de paliers. Cependant, son utilisation est restée limitée comparée à la méthode classique utilisant des coefficients de raideurs et d'amortissements constants. La méthode a été révisée par Miller et Green [58],[59] pour montrer que les polynômes de Lagrange enfreignaient le deuxième principe de la thermodynamique. Miller et Green ont proposé alors l'utilisation des séries de Prony et ont pu obtenir les fonctions de transfert de plusieurs composants aéro-lubrifiés. Ceci étant tout à fait attendu compte tenu de la similitude existant entre ces composants et les matériaux viscoélastiques. Cette similitude a déjà été exploitée par Roblee [60] pour décrire les caractéristiques dynamiques d'une butée aérostatique. Les travaux de Roblee ont donné lieu à une procédure précise pour la conception et l'optimisation des butées aérostatiques et ce, sous différentes contraintes (amortissement maximal, portance maximale, etc...). Il est à noter que le modèle de Roblee utilisé pour décrire la conservation du débit massique, a été largement inspiré par les travaux de Licht [61]. Ce dernier a caractérisé la dépendance des coefficients dynamiques d'une butée à air vis-à-vis de la fréquence d'excitation, en utilisant des fonctions de transfert sans faire référence au modèle viscoélastique. L'analyse dynamique du rotor guidé par deux paliers à air en utilisant le modèle viscoélastique et sa description basée sur des fonctions de transfert, a été réalisée par Libregts [23] pour la conception d'une broche. L'approche de Libregt's été restreinte à des fonctions de transfert de premier ordre. Son analyse a été poursuivie par Geerts [24] qui a étendu le modèle aux fonctions de transfert de second

ordre. Les fonctions de transfert ont aussi été utilisées par Kleynhans et Childs [62] ainsi que Soulas et San Andres [63], mais dans des contextes différents. Kleynhans et Childs ont étudié la réponse non-linéaire des joints annulaires texturés, et ont montré que la raideur et l'amortissement de ces composants dépendent fortement de la fréquence d'excitation. La cause de cette dépendance est due au volume de gaz contenu dans les cellules de la texture. Kleynhans et Childs ont alors proposé d'utiliser des fonctions de transfert de premier ordre pour décrire les impédances directes et des fonctions de transfert propres pour les impédances croisées. Viktorov et al [64] sont arrivés au même résultat, mais en suivant un cheminement complètement différent, conduisant au développement d'un modèle analytique simple pour prédire les caractéristiques statiques et dynamiques d'un palier aérodynamique. En plus, le modèle analytique montre qu'il est possible de décrire les impédances directes et croisées par des fonctions de transfert de second ordre, qui, de plus, possèdent les mêmes pôles.

Durant ce chapitre, l'idée de la description des impédances via des fonctions rationnelles (ou des fonctions de transfert) est reprise. Afin de prévenir l'apparition des instabilités artificielles, une procédure spéciale sera utilisée. Celle-ci permet d'obtenir des pôles stables et n'entraîne pas l'apparition d'instabilités artificielles. A partir de cette description, un ensemble d'équations différentielles ordinaires est dérivé grâce à l'utilisation de l'inverse de la transformée de Laplace. Ces équations sont ensuite couplées à celles décrivant le mouvement du rotor. Un diagramme de Campbell étendu est introduit permettant de tracer les fréquences critiques du système tout en prenant en compte la variation des coefficients dynamiques avec la fréquence d'excitation. La méthode est appliquée à des cas simples académiques (rotor rigide à 2 degrés de liberté, à 4 degrés de liberté mais aussi au cas d'un rotor flexible discrétisé en utilisant la méthode des éléments finis). La méthode peut s'étendre, sans aucune difficulté, à des modèles plus complexes (2D ou 3D), du fait de sa formulation simple sous forme d'équations différentielles linéaires et ordinaires. La méthode est validée en utilisant le palier à air cylindrique. Ce composant aérodynamique, relativement simple, possède des caractéristiques dynamiques qui dépendent fortement de la fréquence d'excitation.

IV.2. Caractéristiques dynamiques du palier cylindrique à air

Le palier à air est un composant fortement affecté par la compressibilité du lubrifiant. La Figure IV. 1 illustre une vue schématique d'un palier à air de longueur, $L = 38 \text{ mm}$ et de rayon $R = 19 \text{ mm}$. La vitesse de rotation est $\Omega = 25 \text{ ktr/min}$ et le rotor est excentré de 40 % dans la direction X . Le calcul des coefficients dynamiques a été réalisé dans le cadre des petites perturbations, en solutionnant l'équation de Reynolds compressible à l'ordre 1 et en supposant un écoulement isotherme à la température 20°C .

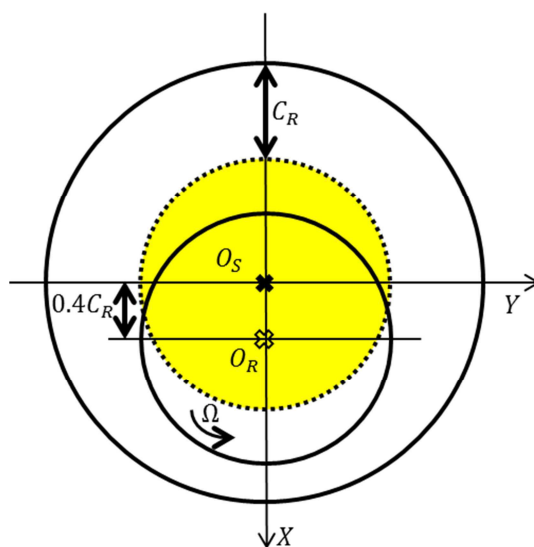


Figure IV. 1 Schéma d'un palier à air excentré de 40% dans la direction X

Les Figure IV. 2 et Figure IV. 3 présentent les coefficients dynamiques linéaires en fonction de la fréquence d'excitation. Comme le montre ces deux figures, les coefficients dynamiques sont pratiquement constants aux faibles fréquences d'excitation. Au fur et à mesure que la fréquence augmente, le palier à air se raidit jusqu'à une valeur asymptotique. L'amortissement du palier à air, quant à lui, diminue pour tendre vers une valeur nulle aux hautes fréquences d'excitation. Il s'agit d'un comportement typique qui caractérise le comportement dynamique de tous les paliers et butées utilisant un fluide compressible comme lubrifiant.

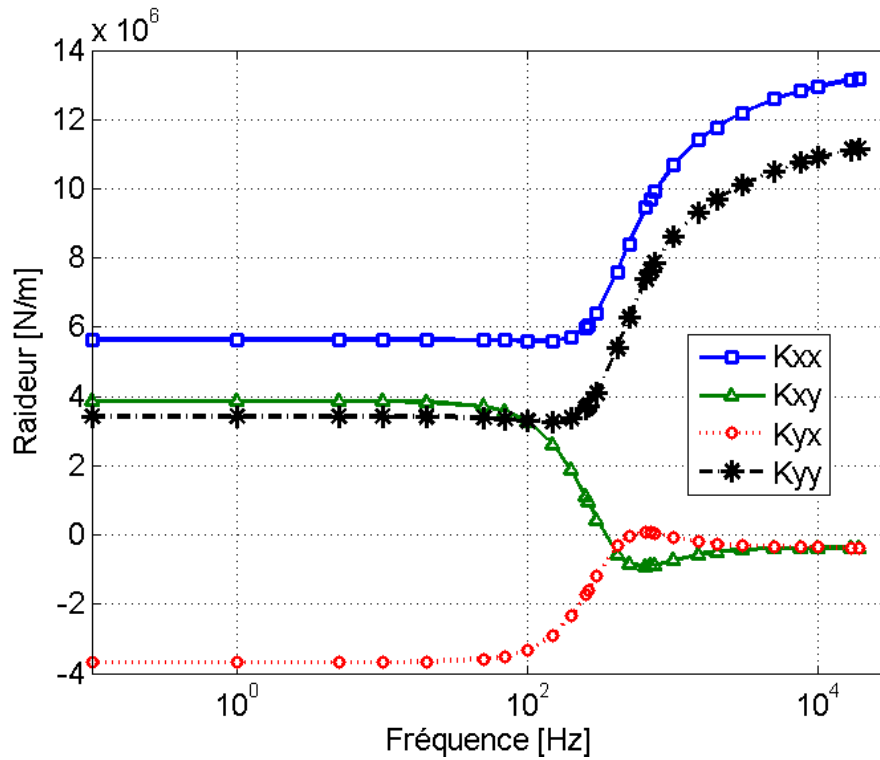


Figure IV. 2 Coefficients de raideur en fonction de la fréquence d'excitation (palier à air)

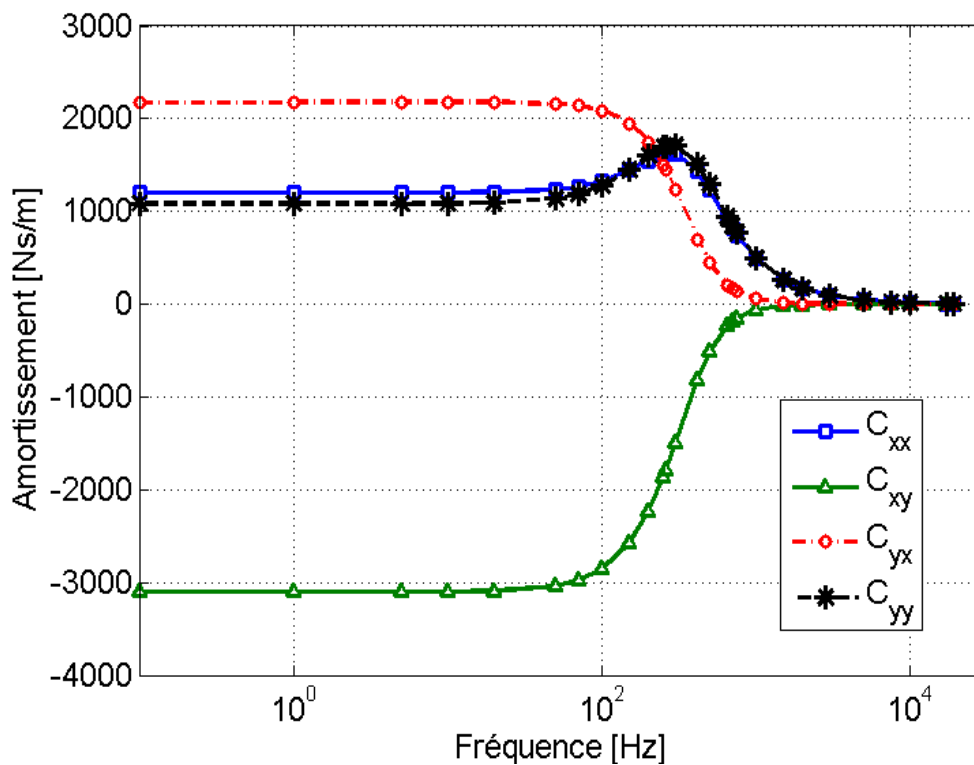


Figure IV. 3 Coefficients d'amortissement en fonction de la fréquence d'excitation (palier à air)

Contrairement aux paliers et butées **hydrodynamiques** ou **hydrostatiques**, les méthodes classiques, utilisant des coefficients constants de raideurs et d'amortissements⁸, échouent lorsqu'il s'agit de décrire les caractéristiques dynamiques des composants utilisant des fluides compressibles. Dans le chapitre 2, la limite de ces méthodes classiques a été démontrée dans le cas du joint annulaire fonctionnant avec un fluide cryogénique. Il est donc indispensable d'avoir des méthodes simples pour décrire correctement la variation des caractéristiques dynamiques avec la fréquence d'excitation. De fait, les fonctions rationnelles (ou fonctions de transfert) semblent être les plus adaptées.

IV.3. Approximation des impédances par des fonctions rationnelles

Le comportement dynamique des paliers et butées compressibles s'apparenterait davantage à celui des matériaux viscoélastiques. Ainsi, les impédances décrites sur les Figure IV. 2 et Figure IV. 3, peuvent être approximées, en utilisant des fonctions rationnelles complexes et à coefficients réels, de la manière suivante ($\alpha, \beta \in \{x, y\}$, $\Theta_p \in \{X, Y\}$) :

$$Z_{\alpha\beta}(\omega) = -\frac{\Delta F_{\alpha\beta}}{\Delta \Theta_p} = K(\omega) + j\omega C(\omega) \approx \frac{\sum_{k=0}^N A_k^{\alpha\beta} s^k}{\sum_{k=0}^N B_k^{\alpha\beta} s^k} \quad (\text{IV.1})$$

L'algorithme nécessaire à l'identification des coefficients $A_k^{\alpha\beta}$ et $B_k^{\alpha\beta}$ de ces fonctions rationnelles n'est pas évident, et la plupart des méthodes classiques échouent. En effet, la recherche des coefficients $A_k^{\alpha\beta}$ et $B_k^{\alpha\beta}$ est une procédure de minimisation non-linéaire.

Gustavsen et al. [65] ont développé une méthode très performante, appelée « *Vector Fitting* », afin d'approximer les réponses fréquentielles des composants électriques (transformateurs, micro-ondes, etc...) à l'aide de fonctions rationnelles. La méthode « *Vector Fitting* » (VF) est basée sur une technique de déplacement itératif des pôles. En fait, la méthode reformule le problème pour mettre en œuvre deux processus linéaires, à la place d'un seul non linéaire. En plus, la méthode VF évite les problèmes des matrices mal conditionnées rencontrées par d'autres approches alternatives : au lieu d'utiliser des sommes polynômiales, VF formule le problème directement sous la forme d'une somme de fractions simples [65].

⁸ Et éventuellement des coefficients de masses ajoutées

Dans la méthode VF, l'impédance Z est approximée par⁹ :

$$Z(s) \approx \sum_{k=1}^N \frac{b_k}{s - a_k} + c \quad (\text{IV.2})$$

L'équation Eq.(IV.2) est écrite pour autant de fréquences d'excitation que nécessaires¹⁰. Les inconnus du problème sont les pôles a_k , les résidus b_k ainsi que la constante c . La présence des pôles inconnus dans le dénominateur, rend la formulation donnée par Eq.(IV.2) non linéaire. L'idée de base de la méthode VF est d'introduire une nouvelle fraction rationnelle σ , du même ordre que Z , et possédant les mêmes pôles :

$$\sigma(s) = \sum_{k=1}^N \frac{\tilde{r}_k}{s - a_k} + 1 \quad (\text{IV.3})$$

Trouver les pôles constitue la première étape de la méthode VF. Pour ce faire, l'impédance Z est multipliée par la fonction rationnelle σ formée par des pôles initiaux \bar{a}_k ainsi que des résidus \tilde{r}_k :

$$\left(\sum_{k=1}^N \frac{\tilde{r}_k}{s - \bar{a}_k} + 1 \right) Z(s) = \sum_{k=1}^N \frac{r_k}{s - \bar{a}_k} + d \quad (\text{IV.4})$$

En écrivant l'équation Eq.(IV.4) pour l'ensemble des fréquences d'excitation disponibles, le problème se met sous la forme d'un système d'équations linéaires surdéterminé de la forme $Ax = b$, où les inconnues sont \tilde{r}_k , r_k et d . Le problème est alors solutionné dans le sens des moindres carrés. Une fois que les inconnues \tilde{r}_k , r_k et d calculés, les fonctions rationnelles σ et σZ sont mises sous la forme de produits au lieu d'un rapport de sommes :

⁹ La décomposition en somme de fractions simples est toujours possible dans le corps \mathbb{C}

¹⁰ Le nombre de fréquences d'excitation disponibles doit être supérieur ou égal à l'ordre N de la fonction rationnelle.

$$\sigma(s) = \frac{\prod_{k=1}^N (s - \tilde{z}_k)}{\prod_{k=1}^N (s - \bar{a}_k)} \quad (\text{IV.5})$$

$$(\sigma Z)(s) = \frac{\prod_{k=1}^N (s - z_k)}{\prod_{k=1}^N (s - \bar{a}_k)} \quad (\text{IV.6})$$

L'impédance Z est alors obtenue comme étant le rapport de ces deux fonctions rationnelles :

$$Z(s) = \frac{(\sigma Z)(s)}{\sigma(s)} = \frac{\prod_{k=1}^N (s - z_k)}{\prod_{k=1}^N (s - \tilde{z}_k)} \quad (\text{IV.7})$$

Ainsi, les pôles de l'impédance Z ne sont autres que les zéros \tilde{z}_k de la fonction rationnelle σ . Après avoir remplacé les pôles de départ \bar{a}_k par \tilde{z}_k , la procédure décrite par les équations Eqs.(IV.4-7) est répétée jusqu'à ce que la convergence soit atteinte en termes des pôles a_k . En deuxième étape, les résidus b_k ainsi que le terme c dans l'équation Eq.(IV.2) sont calculés en résolvant, toujours dans le sens des moindres carrés, un problème linéaire de la forme $Ax = b$, obtenu en écrivant l'équation Eq.(IV.2) pour l'ensemble des fréquences d'excitation disponibles. Ce deuxième problème est alors linéaire, car les pôles a_k sont fixés et connus depuis la première étape itérative de la méthode.

La méthode VF permet aussi de forcer la stabilité des pôles en inter-changeant les pôles instables à parties réelles positives, par les mêmes pôles à parties réelles négatives. La méthode produit des pôles réels ou par paires de complexes conjugués.

La méthode est aussi applicable à des vecteurs de réponses produisant des fonctions rationnelles possédant le même jeu de pôles. Concrètement, cela signifie qu'une approximation en termes de fonctions rationnelles, peut être obtenue pour les impédances directes et croisées (c'est-à-dire Z_{xx}, Z_{xy}, Z_{yx} et Z_{yy}) de manière séparée, ou comme un seul ensemble, menant à des fonctions rationnelles possédant les mêmes pôles (c'est-à-dire avec les même polynômes au dénominateur). Dans ce cas, les fractions rationnelles diffèrent uniquement au niveau des zéros (c'est-à-dire les polynômes au numérateur).

Les Figure IV. 4 et Figure IV. 5 présentent les coefficients dynamiques issus de la résolution de l'équation de Reynolds compressible, ainsi que leurs approximations à l'aide des fonctions rationnelles du 2^{ème} ordre et de 3^{ème} ordre. Comme le montre ces deux figures, les fonctions rationnelles du 2^{ème} ordre produisent des approximations précises pour l'ensemble

des coefficients dynamiques, mis à part le coefficient de raideur directe. L'approximation de la raideur directe est précise jusqu'à une fréquence d'excitation de 3 kHz, et présente une déviation d'environ 10% aux très hautes fréquences. Les fonctions rationnelles de 3^{ème} ordre quant à elles, constituent d'excellentes approximations pour l'ensemble des coefficients dynamiques et ce, sur toute la plage fréquentielle.

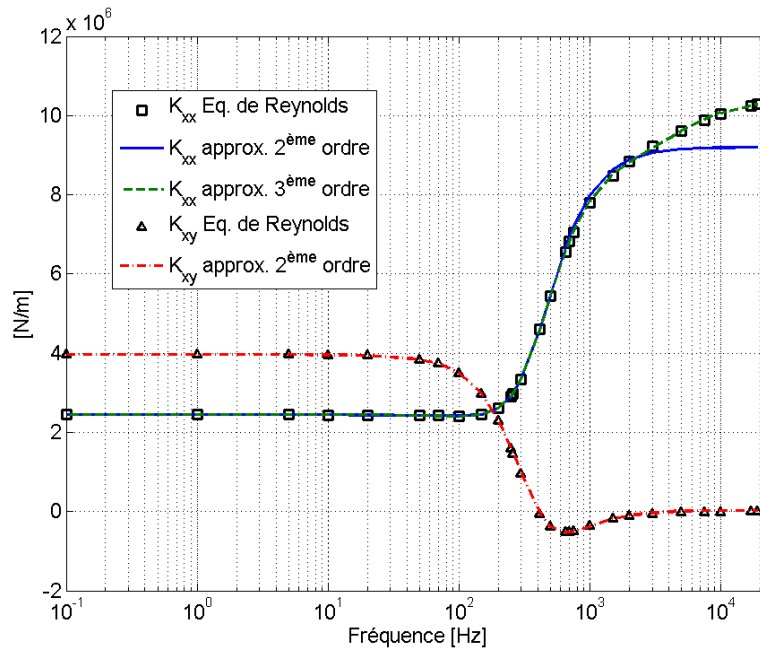


Figure IV. 4 Approximation des coefficients de raideur par des fonctions rationnelles (rotor centré)

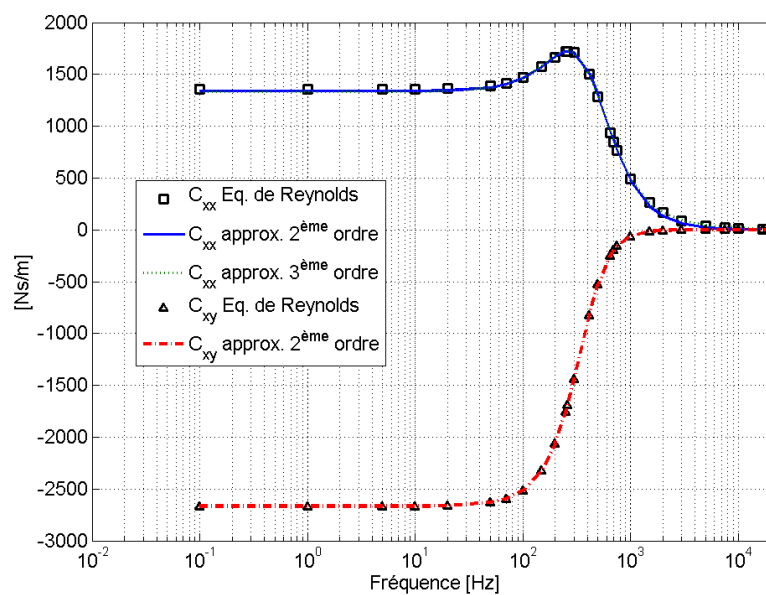


Figure IV. 5 Approximation des coefficients d'amortissement par des fonctions rationnelles (rotor centré)

IV.4. De la fonction rationnelle à l'équation différentielle

Une fois que les approximations des impédances sont calculées, une formulation sous la forme d'équations différentielles est dérivée. En effet, à partir de l'équation Eq.(IV.1), il vient :

$$\left(\sum_{k=0}^N B_k^{\alpha\beta} \right) \Delta F_{\alpha\beta} + \left(\sum_{k=0}^N A_k^{\alpha\beta} \right) \Delta \theta_p = 0 \quad \{\alpha, \beta\} \in \{x, y\}, \theta_p \in \{X, Y\} \quad (IV.8)$$

En appliquant l'inverse de la transformée de Laplace, Eq.(IV.8) s'écrit de la manière suivante (l'exposant « (k) » signifie la dérivée d'ordre k par rapport au temps):

$$\sum_{k=0}^N B_k^{\alpha\beta} \Delta f_{\alpha\beta}^{(k)} + \sum_{k=0}^N A_k^{\alpha\beta} \Delta \theta_p^{(k)} = 0 \quad \{\alpha, \beta\} \in \{x, y\}, \theta_p \in \{x, y\} \quad (IV.9)$$

Dans l'équation Eq.(IV.9), les conditions initiales ont été ignorées. En effet, les conditions initiales n'ont aucune importance lors d'une analyse de stabilité ou d'une réponse linéaire au balourd. Ceci n'est évidemment pas le cas lorsqu'il s'agit des réponses non-linéaires du système.

L'équation Eq.(IV.9) relie les dérivées successives des forces perturbées $\Delta f_{\alpha\beta}$ et les déplacements θ_p via les coefficients réels $A_k^{\alpha\beta}$ et $B_k^{\alpha\beta}$. Une telle formulation est pratique pour traiter les problèmes aux valeurs propres.

A ce stade, la question suivante se pose : les impédances directes et croisées doivent-elles être approximées séparément, en utilisant des pôles différents, ou comme étant un ensemble utilisant le même jeu de pôles ? La réponse à cette question devient évidente lorsque la relation, existant entre les impédances dans le repère cylindrique et les impédances dans le système de coordonnées cartésien fixe (Figure IV. 6), est examinée. En effet, dans le cas d'un palier à air cylindrique, il existe une symétrie radiale et les coefficients dynamiques dépendent uniquement de l'excentricité. Ainsi, les impédances dans le système de coordonnées cartésien, sont déduites, simplement, à partir de leurs expressions équivalentes dans le repère cylindrique grâce à la matrice de passage suivante :

$$P_R = \begin{pmatrix} \cos \Phi & \sin \Phi \\ -\sin \Phi & \cos \Phi \end{pmatrix} \quad (IV.10)$$

Les impédances dans le repère fixe s'écrivent alors :

$$\begin{pmatrix} Z_{xx} & Z_{xy} \\ Z_{yx} & Z_{yy} \end{pmatrix} = P_R^T \begin{pmatrix} Z_{rr} & Z_{rt} \\ Z_{tr} & Z_{tt} \end{pmatrix} P_R \quad (IV.11)$$

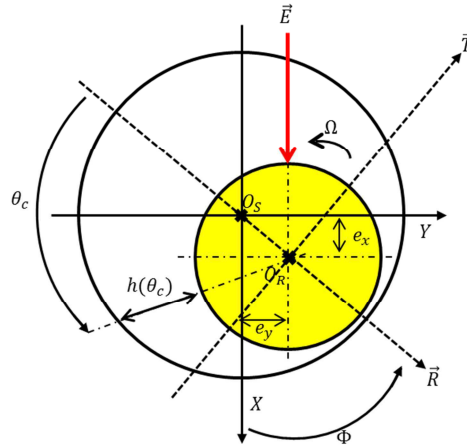


Figure IV. 6 Système de coordonnées cylindrique et cartésien

L'équation Eq.(IV.11) montre que les impédances dans le repère fixe s'expriment comme étant une combinaison linéaire des impédances dans le repère cylindrique. En guise d'exemple, Eq.(IV.11) donne pour l'impédance directe Z_{xx} l'expression suivante :

$$Z_{xx} = \cos^2 \Phi Z_{rr} + \sin^2 \Phi Z_{tt} + \sin \Phi \cos \Phi (Z_{rt} + Z_{tr}) \quad (IV.12)$$

Etant donné que l'ordre des fractions rationnelles décrivant les impédances, est le même, quel que soit le système de coordonnées considéré, il vient :

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^N \frac{A_k^{xx} s^k}{B_k^{xx} s^k} &= \cos^2 \Phi \sum_{k=0}^N \frac{A_k^{rr} s^k}{B_k^{rr} s^k} + \sin^2 \Phi \sum_{k=0}^N \frac{A_k^{tt} s^k}{B_k^{tt} s^k} + \sin \Phi \cos \Phi \left(\sum_{k=0}^N \frac{A_k^{rt} s^k}{B_k^{rt} s^k} \right) \\ &+ \sin \Phi \cos \Phi \left(\sum_{k=0}^N \frac{A_k^{tr} s^k}{B_k^{tr} s^k} \right) \end{aligned} \quad (IV.13)$$

L'équation Eq.(IV.13) devant être satisfaite pour tout s et pour tout Φ , les pôles doivent alors, être les mêmes. Ainsi, $\forall k \in \llbracket 0..N \rrbracket$:

$$B_k^{xx} = B_k^{xy} = B_k^{yx} = B_k^{yy} = B_k^{rr} = B_k^{rt} = B_k^{tr} = B_k^{tt} = B_k \quad (\text{IV.14})$$

Ceci implique que l'approximation des impédances dans le repère cylindrique ou cartésien doit être faite en forçant les fonctions rationnelles, décrivant les impédances directes et croisées dans les deux directions X et Y , à avoir les mêmes pôles. L'ordre de ces fonctions rationnelles est alors choisi de telle sorte à obtenir une description satisfaisante de la variation des coefficients dynamiques avec la fréquence d'excitation.

L'emploi des mêmes pôles pour approximer l'ensemble des impédances conduit à une formulation simple des zéros des fractions rationnelles :

$$\begin{pmatrix} A_k^{xx} & A_k^{xy} \\ A_k^{yx} & A_k^{yy} \end{pmatrix} = P_R^T \begin{pmatrix} A_k^{rr} & A_k^{tr} \\ A_k^{tr} & A_k^{tt} \end{pmatrix} P_R \quad \forall k \in \llbracket 0..N \rrbracket \quad (\text{IV.15})$$

Imposer les mêmes pôles entraîne en plus une simplification majeure des expressions des forces fluides dans le palier. En effet, une expression différentielle pour les forces fluides réelles Δf_x et Δf_y peut alors être obtenue à la place des quatre équations différentielles en termes des forces perturbées Δf_{xx} , Δf_{xy} , Δf_{yx} et Δf_{yy} . A partir de l'équation Eq.(IV.9), il vient: (seule l'expression dans la direction X est développée, le même raisonnement peut être effectué pour la direction Y) :

$$\begin{cases} \sum_{k=0}^N B_k \Delta f_{xx}^{(k)} + \sum_{k=0}^N A_k^{xx} \Delta x^{(k)} = 0 \\ \sum_{k=0}^N B_k \Delta f_{xy}^{(k)} + \sum_{k=0}^N A_k^{xy} \Delta y^{(k)} = 0 \end{cases} \quad (\text{IV.16})$$

Etant donné que les mêmes pôles ont été utilisé pour approximer toutes les impédances, il est possible de sommer les deux équations du système Eq.(IV.16) :

$$\sum_{k=0}^N B_k (\Delta f_{xx} + \Delta f_{xy})^{(k)} + \sum_{k=0}^N A_k^{xx} \Delta x^{(k)} + \sum_{k=0}^N A_k^{xy} \Delta y^{(k)} = 0 \quad (\text{IV.17})$$

En gardant à l'esprit que :

$$\begin{cases} \Delta f_x = \Delta f_{xx} + \Delta f_{xy} \\ \Delta f_y = \Delta f_{yx} + \Delta f_{yy} \end{cases} \quad (\text{IV.18})$$

Il vient :

$$\sum_{k=0}^N B_k \Delta f_x^{(k)} + A_k^{xx} \Delta x^{(k)} + A_k^{xy} \Delta y^{(k)} = 0 \quad (\text{IV.19})$$

Une expression similaire est obtenue pour les forces fluides dans la direction Y :

$$\sum_{k=0}^N B_k \Delta f_y^{(k)} + A_k^{yx} \Delta x^{(k)} + A_k^{yy} \Delta y^{(k)} = 0 \quad (\text{IV.20})$$

En conclusion, en utilisant le même jeu de pôles pour approximer l'ensemble des impédances, les équations différentielles décrites par Eqs.(IV.19-20), sont maintenant relatives aux forces fluides réellement perturbées et non plus à leur composantes. Cette formulation a un avantage : le nombre d'inconnues introduit par le palier à air est réduit à moitié (deux composantes de forces fluides à la place de quatre forces perturbées). Elle a aussi un deuxième avantage majeur qui sera détaillé au cours du chapitre suivant, traitant des grands déplacements.

Généralement, lorsque les coefficients dynamiques dépendent des fréquences d'excitation, l'approche classique consiste à considérer uniquement les coefficients synchrones.

Du fait de sa formulation basée sur de simples équations différentielles à coefficients constants, la méthode proposée permet une analyse de stabilité aisée tout en prenant en compte la dépendance des coefficients dynamiques vis-à-vis de la fréquence d'excitation. Ainsi, un diagramme de Campbell étendu peut être obtenu, en approximant les coefficients dynamiques à l'aide de fonctions rationnelles et ce, pour différentes vitesses de rotation.

Trois cas de complexités croissantes seront analysés: le cas simple d'un rotor rigide à deux degrés de liberté, le cas d'un rotor rigide à quatre degrés de liberté, et finalement, le cas d'un rotor flexible supporté par deux paliers à air.

IV.5. Rotor rigide à 2ddl supporté par deux palier à air

Dans ce paragraphe, un rotor rigide d'une masse $2m = 300 \text{ g}$ est guidé en rotation par deux paliers à air. La longueur du palier est $L = 38 \text{ mm}$ et son rayon vaut $R = 19 \text{ mm}$. Le jeu radial est égal à $C_R = 21 \text{ }\mu\text{m}$. La stabilité du rotor est analysée pour des vitesses de rotation allant de 10000 à 40000 tr/min . Le rotor est soumis à une charge constante de 40 N dans la direction X . Les coefficients dynamiques sont calculés en solutionnant l'équation de Reynolds compressible en petites perturbations, et ce pour différentes fréquences d'excitation. Ces coefficients dynamiques sont relatifs à la position d'équilibre du rotor (cette position varie avec la vitesse de rotation). La Figure IV. 7 représente les positions d'équilibre du rotor pour différentes vitesses de rotation. Comme le montre cette figure, le rotor tend progressivement vers le centre du palier du fait de l'augmentation de la vitesse, ce qui a tendance à diminuer la stabilité du palier (la masse critique diminue).

Les Figure IV. 8 et Figure IV. 9 montrent les coefficients dynamiques synchrones calculés à ces positions d'équilibre. Les impédances obtenues sont approximées en utilisant des fonctions rationnelles de second ordre ($N = 2$). Les Figure IV. 10 à Figure IV. 13 présentent la variation, avec la vitesse de rotation, des coefficients $A_k^{\alpha\beta}$ et B_k des fonctions rationnelles approximant les impédances directes et croisées du palier à air.

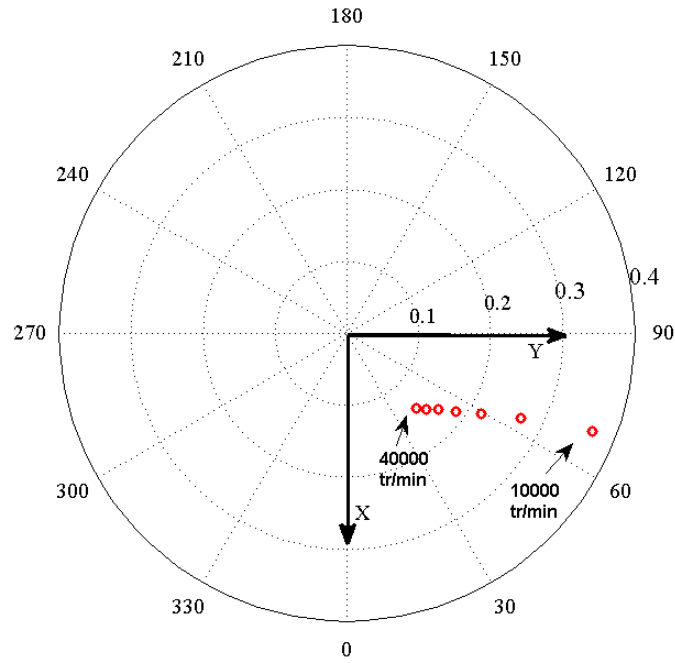


Figure IV. 7 Positions d'équilibre du rotor en fonction de la vitesse de rotation

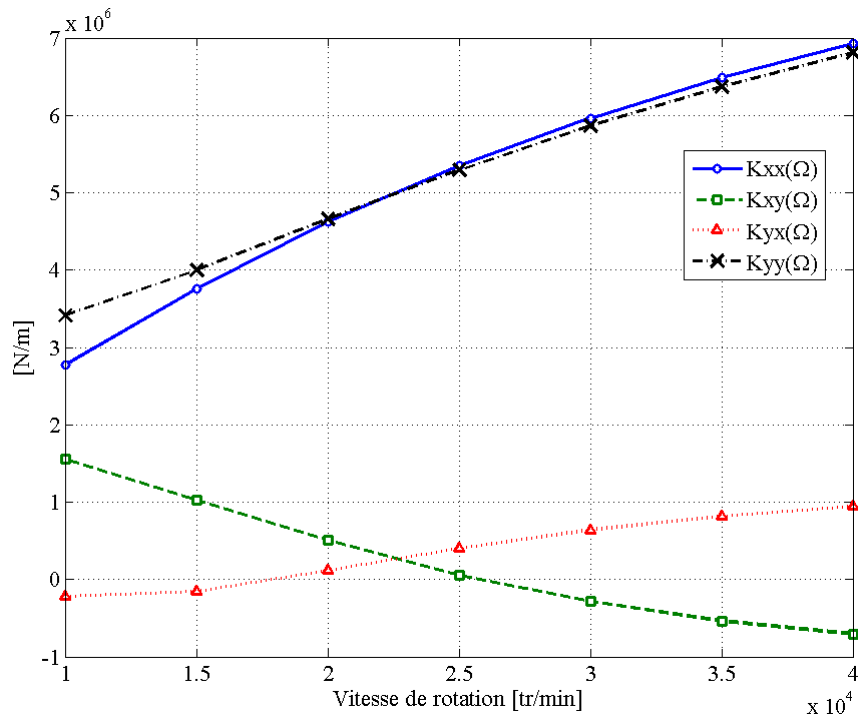


Figure IV. 8 Coefficients de raideur synchrones à la position d'équilibre

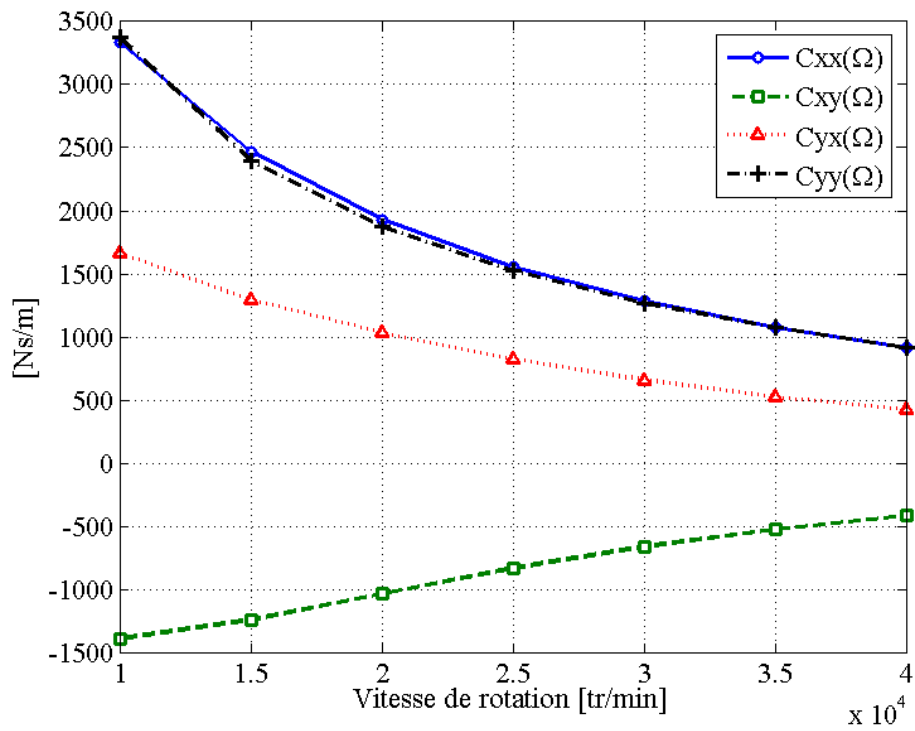


Figure IV. 9 Coefficients d'amortissement synchrones à la position d'équilibre

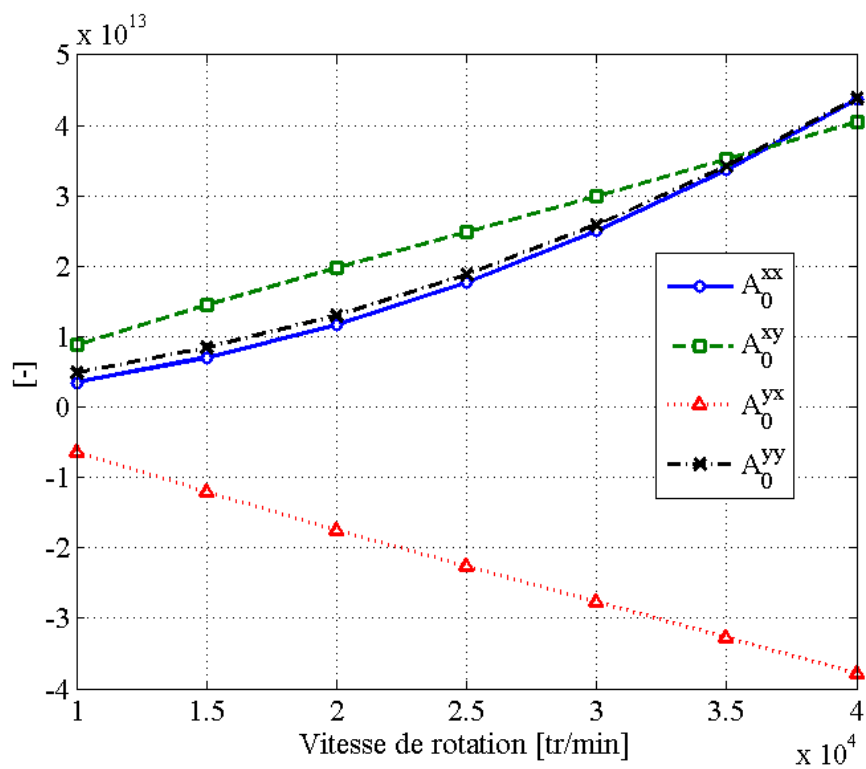


Figure IV. 10 Coefficients $A_0^{\alpha\beta}$ à la position d'équilibre

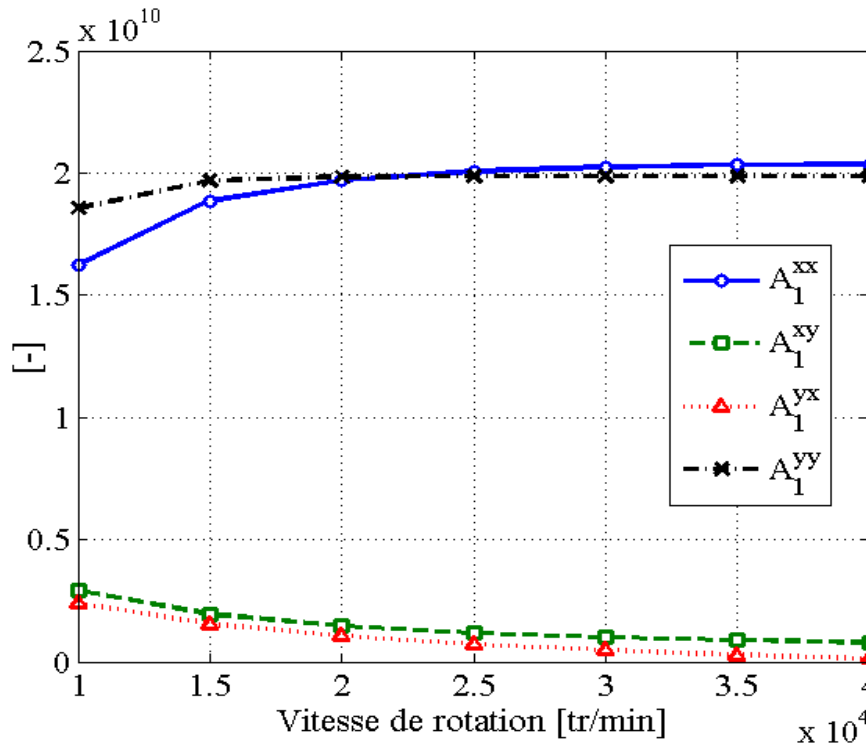


Figure IV. 11 Coefficients $A_1^{\alpha\beta}$ à la position d'équilibre

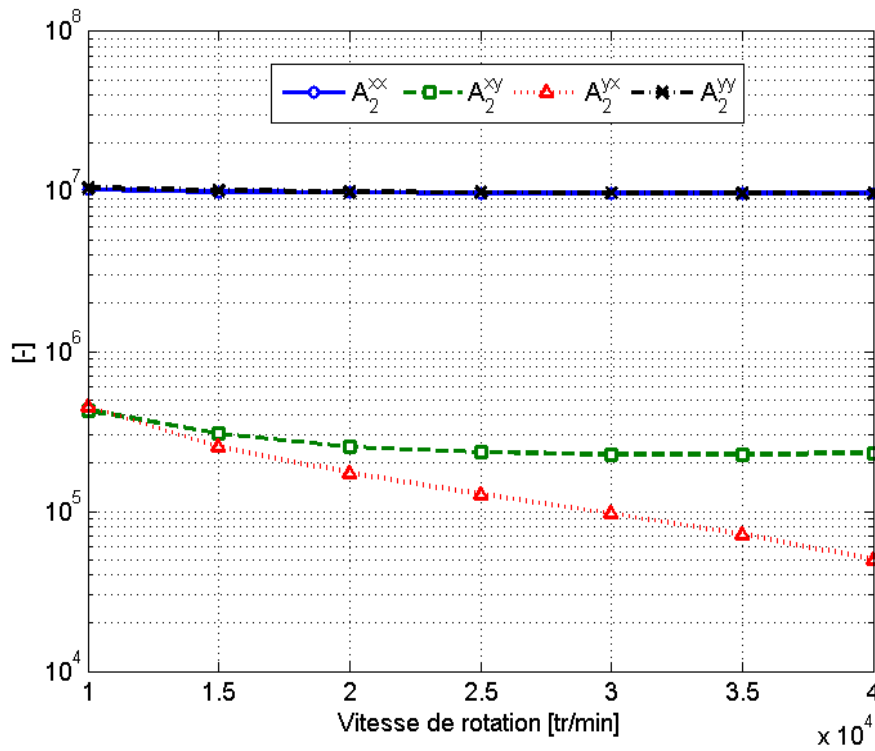
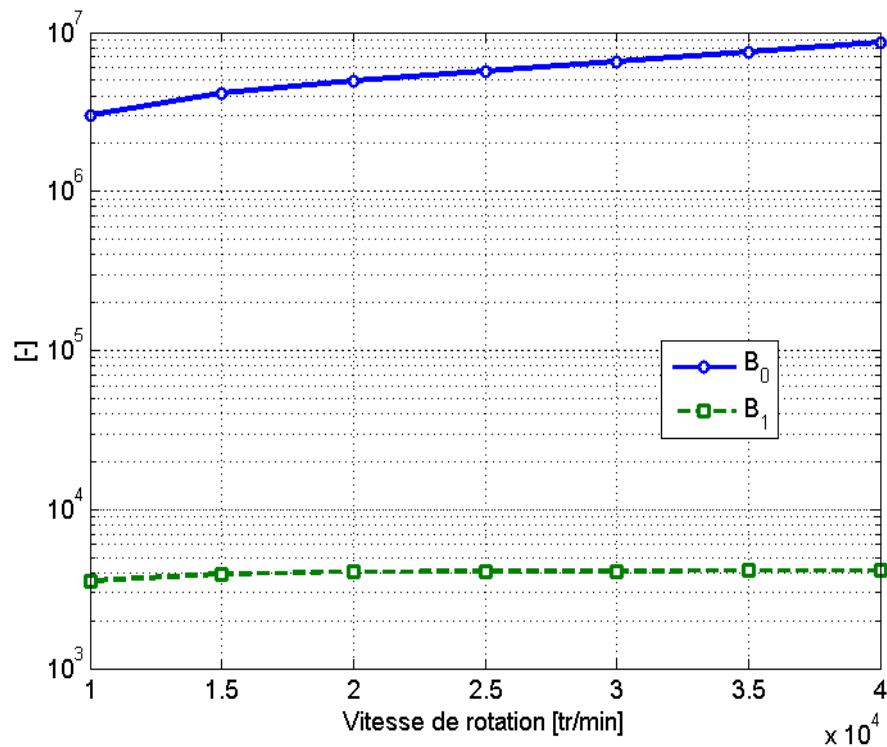


Figure IV. 12 Coefficients $A_2^{\alpha\beta}$ à la position d'équilibre

Figure IV. 13 Coefficients B_k à la position d'équilibre

IV.5.1. Approche classique

L'équation de mouvement du rotor guidé par un palier à air est :

$$\begin{cases} m\ddot{x} = f_x \\ m\ddot{y} = f_y \end{cases} \quad (\text{IV.21})$$

où (f_x, f_y) sont les composantes des forces fluides engendrées par le film d'air. Pour l'étude de stabilité, les efforts externes (charge, balourds, etc...) sont ignorés.

Dans l'approche classique, ces efforts fluides sont linéarisés en utilisant uniquement les coefficients dynamiques synchrones :

$$\begin{cases} \Delta f_x = -K_{xx}(\Omega)\Delta x - C_{xx}(\Omega)\Delta \dot{x} - K_{xy}(\Omega)\Delta y - C_{xy}(\Omega)\Delta \dot{y} \\ \Delta f_y = -K_{yx}(\Omega)\Delta x - C_{yx}(\Omega)\Delta \dot{x} + K_{yy}(\Omega)\Delta y + C_{yy}(\Omega)\Delta \dot{y} \end{cases} \quad (\text{IV.22})$$

Ainsi, l'équation Eq.(IV.21) est mise simplement sous la forme:

$$\begin{cases} m\Delta\ddot{x} + K_{xx}(\Omega)\Delta x + C_{xx}(\Omega)\Delta\dot{x} + K_{xy}(\Omega)\Delta y + C_{xy}(\Omega)\Delta\dot{y} = 0 \\ m\Delta\ddot{y} + K_{yx}(\Omega)\Delta x + C_{yx}(\Omega)\Delta\dot{x} + K_{yy}(\Omega)\Delta y + C_{yy}(\Omega)\Delta\dot{y} = 0 \end{cases} \quad (\text{IV.23.a})$$

Dans la suite de ce chapitre, le signe Δ sera omis pour alléger les écritures, en gardant à l'esprit que les forces fluides et les déplacements sont des quantités perturbées autour d'une position d'équilibre (x_{st}, y_{st}) .

L'équation Eq.(IV.23.a) est réécrite sous la forme matricielle suivante :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}}_{M_0} \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{Bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} C_{xx}(\Omega) & C_{xy}(\Omega) \\ C_{yx}(\Omega) & C_{yy}(\Omega) \end{bmatrix}}_{C_0} \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{Bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} K_{xx}(\Omega) & K_{xy}(\Omega) \\ K_{yx}(\Omega) & K_{yy}(\Omega) \end{bmatrix}}_{K_0} \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (\text{IV.23.b})$$

L'équation Eq.(IV.23.b) est de type masse-ressort-amortisseur (en considérant $q_0 = \{x, y\}^T$) :

$$M_0\ddot{q}_0 + C_0\dot{q}_0 + K_0q_0 = 0 \quad (\text{IV.23.c})$$

L'équation Eq.(IV.23.c) est réécrite sous la forme d'une équation différentielle ordinaire du premier ordre, pratique pour le calcul des valeurs propres (et donc des fréquences naturelles du système) :

$$\begin{Bmatrix} \dot{q}_0 \\ \ddot{q}_0 \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} 0 & I \\ M_0^{-1}K_0 & M_0^{-1}C_0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_0 \\ \dot{q}_0 \end{Bmatrix} \quad (\text{IV.23.d})$$

IV.5.2. Nouvelle approche

L'approche proposée dans ce paragraphe permet de prendre en compte la variation des coefficients dynamiques avec la fréquence d'excitation. A partir des équations Eq.(IV.19-20), l'utilisation des fonctions rationnelles de second ordre mène à :

$$\begin{cases} \ddot{f}_x + B_1\dot{f}_x + B_0f_x + A_2^{xx}\ddot{x} + A_2^{xy}\ddot{y} + A_1^{xx}\dot{x} + A_1^{xy}\dot{y} + A_0^{xx}x + A_0^{xy}y = 0 \\ \ddot{f}_y + B_1\dot{f}_y + B_0f_y + A_2^{yx}\ddot{x} + A_2^{yy}\ddot{y} + A_1^{yx}\dot{x} + A_1^{yy}\dot{y} + A_0^{yx}x + A_0^{yy}y = 0 \end{cases} \quad (\text{IV.24})$$

Ainsi, le système couplé (rotor et palier) peut s'exprimer par le système d'équations suivant :

$$\begin{aligned}
m\ddot{x} - f_x &= 0 \\
m\ddot{y} - f_y &= 0 \\
\ddot{f}_x + B_1\dot{f}_x + B_0f_x + A_2^{xx}\ddot{x} + A_2^{xy}\ddot{y} + A_1^{xx}\dot{x} + A_1^{xy}\dot{y} + A_0^{xx}x + A_0^{xy}y &= 0 \\
\ddot{f}_y + B_1\dot{f}_y + B_0f_y + A_2^{yx}\ddot{x} + A_2^{yy}\ddot{y} + A_1^{yx}\dot{x} + A_1^{yy}\dot{y} + A_0^{yx}x + A_0^{yy}y &= 0
\end{aligned} \tag{IV.25.a}$$

Encore une fois, Eq.(IV.25.a) est reformulée sous la forme d'une équation de type masse-ressort-amortisseur :

$$\begin{aligned}
\underbrace{\begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 \\ A_2^{xx} & A_2^{xy} & 1 & 0 \\ A_2^{yx} & A_2^{yy} & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{M_1} \underbrace{\begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \dot{f}_x \\ \dot{f}_y \end{Bmatrix}}_{\dot{q}_1} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ A_1^{xx} & A_1^{xy} & B_1 & 0 \\ A_1^{yx} & A_1^{yy} & 0 & B_1 \end{bmatrix}}_{C_1} \underbrace{\begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ f_x \\ f_y \end{Bmatrix}}_{q_1} \\
+ \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ A_0^{xx} & A_0^{xy} & B_0 & 0 \\ A_0^{yx} & A_0^{yy} & 0 & B_0 \end{bmatrix}}_{K_1} \underbrace{\begin{Bmatrix} x \\ y \\ f_x \\ f_y \end{Bmatrix}}_{q_1} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}
\end{aligned} \tag{IV.25.b}$$

ensuite, sous la forme d'une équation différentielle ordinaire du premier ordre :

$$\begin{Bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{\tilde{q}}_1 \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} 0 & I \\ M_1^{-1}K_1 & M_1^{-1}C_1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_1 \\ \tilde{q}_1 \end{Bmatrix} \tag{IV.25.c}$$

IV.5.3. Résultats

Les fréquences naturelles du système rotor-paliers sont obtenues en calculant les valeurs propres des systèmes différentiels donnés par les équations Eq.(IV.23.d) et Eq.(IV.25.c) et ce, pour différentes vitesses de rotation. L'équation Eq.(IV.23.d) mène alors au diagramme de Campbell classique, tandis que Eq.(IV.25.c) produit un diagramme de Campbell qui prend en compte, de manière naturelle, la variation des coefficients dynamiques avec la fréquence d'excitation.

La Figure IV. 14 présente le diagramme de Campbell obtenu en appliquant la méthode classique qui utilise les coefficients dynamiques synchrones (lignes discontinues). Les lignes continues représentent les fréquences naturelles obtenues en calculant les valeurs propres du système donné par Eq.(IV.25.c). La ligne en point-tiret (1X) représente la perturbation

synchrone. Comme le montre cette figure, l'analyse classique produit deux fréquences naturelles correspondant aux modes directs et rétrogrades. La nouvelle méthode proposée mène quant à elle, à quatre valeurs propres. Les deux valeurs propres additionnelles sont une conséquence directe de la présence des composantes de la force fluide en tant qu'inconnues du problème. La Figure IV. 15 présente le taux d'amortissement donné par les deux approches. Ce taux d'amortissement est défini comme étant :

$$\nu = - \frac{\Re(\lambda_p)}{\sqrt{\Re(\lambda_p)^2 + \Im(\lambda_p)^2}} \tag{IV.26}$$

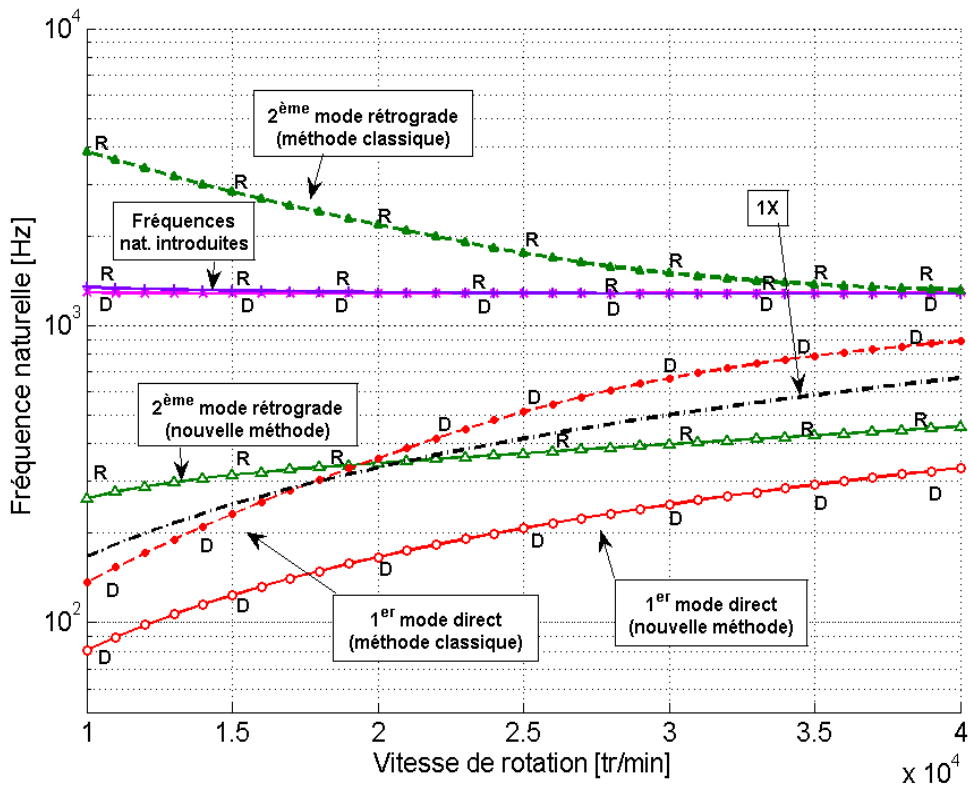


Figure IV. 14 Diagramme de Campbell

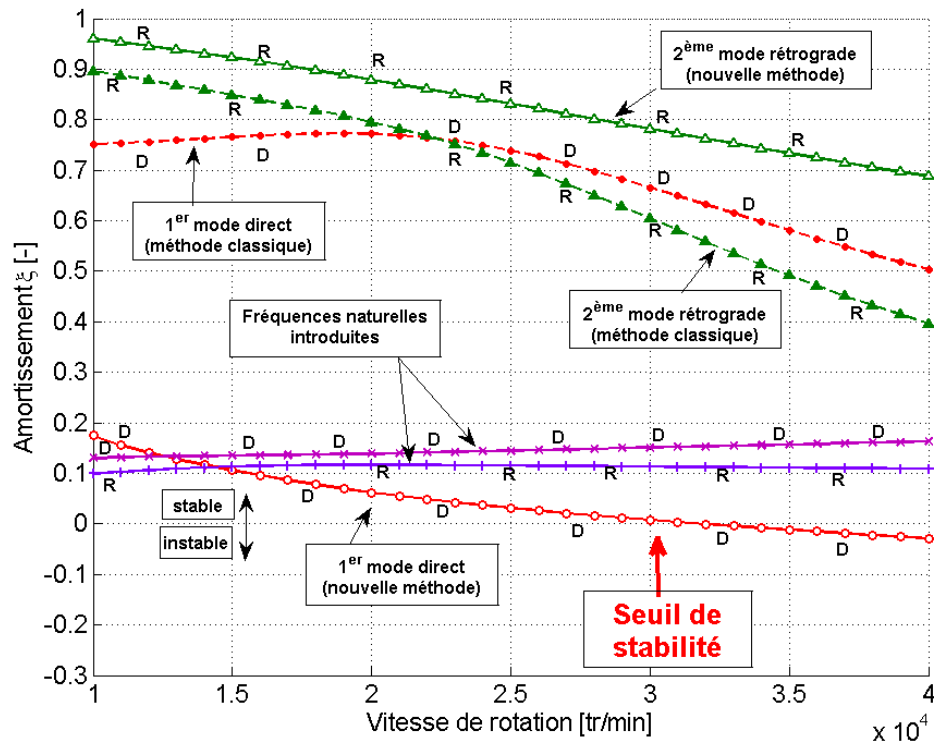


Figure IV. 15 Taux d'amortissement

La méthode classique prédit une grande stabilité du rotor sur toute la plage de vitesse analysée, alors que la méthode proposée montre que le rotor devient instable à partir d'une vitesse avoisinant les 32000 tr/min . Afin de vérifier ce seuil de stabilité, des calculs instationnaires ont été réalisés en solutionnant directement l'équation de Reynolds compressible, couplée à l'équation de mouvement du rotor [66]. Les calculs ont été réalisés pour deux vitesses de rotation : 31000 et 32000 tr/min . La Figure IV. 16 présente les déplacements du rotor dans la direction X en fonction du temps pour ces deux vitesses. A 31000 tr/min , l'amplitude des déplacements est décroissante tandis qu'elle est croissante à partir de 32000 tr/min confirmant ainsi le seuil de stabilité prédit par la nouvelle méthode proposée.

Remarques

- L'utilisation du même jeu de pôles stables pour approximer les impédances directes et croisées est la clé pour éviter l'introduction d'instabilités artificielles, ou encore des fréquences naturelles erratiques. Ceci n'aurait pas pu être le cas si l'approximation des impédances ait été réalisée en utilisant des fonctions rationnelles différentes pour chacune des forces perturbées Δf_{xx} , Δf_{xy} , Δf_{yx} et Δf_{yy} .

L'introduction d'instabilités artificielles constituait le point faible des méthodes basées sur l'emploi des fonctions rationnelles. Ainsi, l'instabilité prédite n'est pas artificielle et le seuil de stabilité a été calculé avec une très bonne précision, alors que la méthode classique prédisait une très grande stabilité du système.

- Un autre avantage qu'offre le problème aux valeurs propres donné par Eq.(IV.25.c), est la possibilité de calculer aisément la masse critique du système sans faire appel à la méthode de dichotomie¹¹. En effet, la masse critique n'est rien d'autre que le zéro de la fonction \mathfrak{M} suivante :

$$\mathfrak{M}(m) = \min(v_1, v_2, v_3, v_4) \quad (\text{IV.27})$$

où v_k sont les quatre taux d'amortissement obtenus à partir des valeurs propres du système donné par Eq.(IV.25.c).

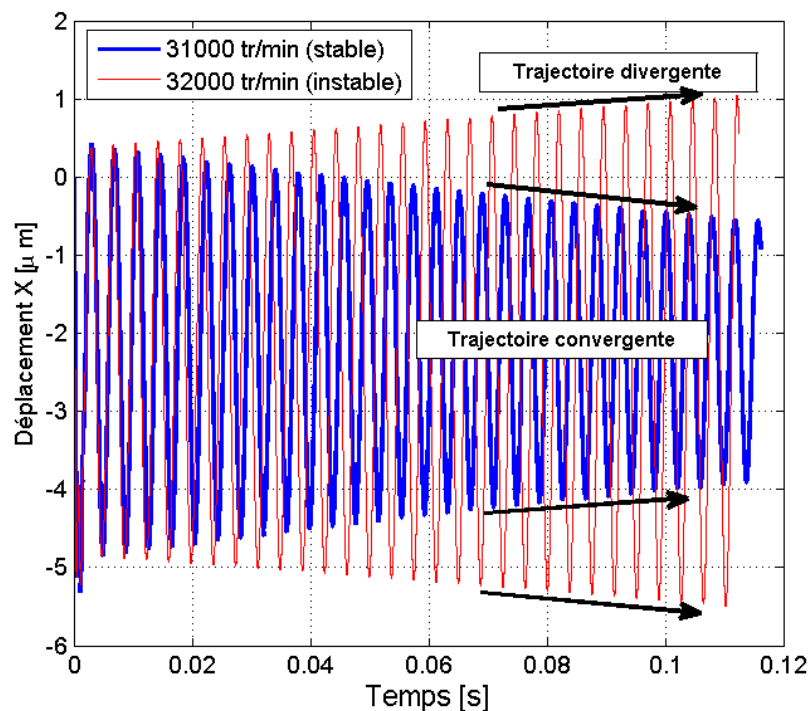


Figure IV. 16 Déplacement du rotor

¹¹ La dichotomie se fait de manière itérative : si la masse m_1 est stable et la masse m_2 est instable, une deuxième itération est faite avec une masse $m_3 = (m_1 + m_2)/2$. Si celle-ci est stable, une autre itération est réalisée en utilisant $m_4 = (m_3 + m_2)/2$. Si ce n'est pas le cas, la masse $m_4 = (m_1 + m_3)/2$. Le processus est ainsi répété jusqu'à l'obtention de la précision désirée.

La Figure IV. 17 présente la masse critique obtenue en calculant le zéro de la fonction \mathfrak{M} (Eq.(IV.27)). Cette masse critique est comparée à celle déduite de manière empirique par dichotomie (avec une précision relative de 1%) en solutionnant l'équation de Reynolds instationnaire couplée à l'équation de mouvement du rotor. Comme le montre cette figure, les résultats obtenus par les deux méthodes sont en très bon accord.

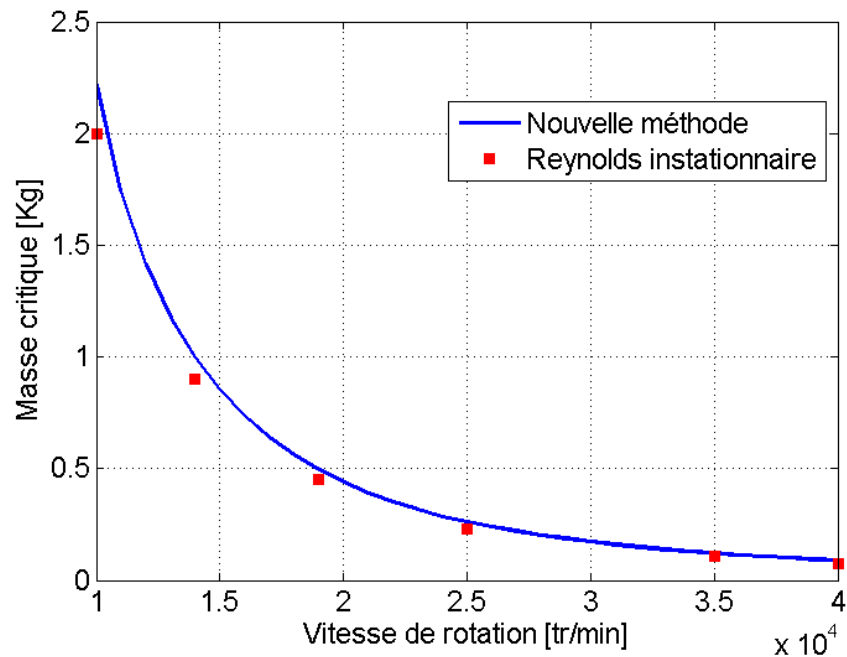


Figure IV. 17 Masse critique

IV.6. Rotor rigide à quatre degrés de liberté

Dans ce paragraphe, la stabilité d'un rotor rigide à 4 ddl guidé en rotation par deux paliers à air sera considérée (Figure IV. 18). Le problème est abordé de deux manières : une première méthode classique, basée sur l'utilisation des coefficients dynamiques synchrones, et une deuxième, basée sur les fonctions rationnelles de second ordre décrivant les variations des coefficients dynamiques avec la fréquence d'excitation.

Le rotor est supposé avoir de petits déplacements au voisinage de sa position d'équilibre statique.

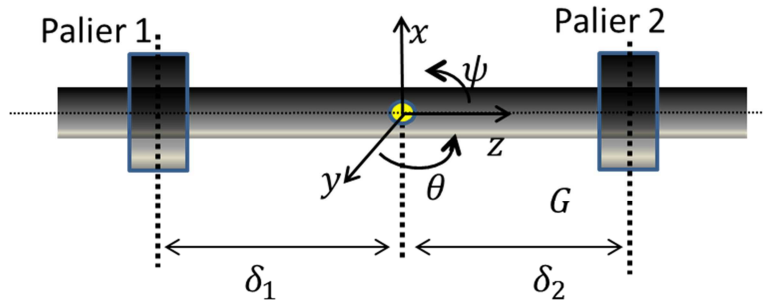


Figure IV. 18 Schéma du rotor rigide guidé par des deux paliers à air

IV.6.1. Approche classique : coefficients dynamiques synchrones

Dans l'approche classique, les coefficients dynamiques synchrones calculés aux positions d'équilibre statique sont utilisés pour l'analyse de stabilité. Dans le cas d'un rotor rigide à 4 ddl guidé par deux paliers à air, les équations de mouvement s'écrivent de la manière suivante :

$$\begin{cases} m\ddot{x}_G = f_x^1 + f_x^2 \\ m\ddot{y}_G = f_y^1 + f_y^2 \\ I_d\ddot{\theta} + I_p\Omega\dot{\psi} = \delta_1 f_y^1 + \delta_2 f_y^2 \\ I_d\ddot{\psi} - I_p\Omega\dot{\theta} = -\delta_1 f_x^1 - \delta_2 f_x^2 \end{cases} \quad (\text{IV.28})$$

où (f_x^1, f_y^1) sont les composantes des forces fluides relatives au palier à air n°1 et (f_x^2, f_y^2) sont celles relatives au palier n°2. δ_1 et δ_2 sont des distances algébriques définies comme :

$$\delta_k = z_k - z_G \quad (\text{IV.29})$$

où z_G est la coordonnée axiale du centre de masse du rotor, et z_k est la coordonnée axiale de la position du palier.

Les efforts fluides agissant sur le rotor sont linéarisés en utilisant les coefficients dynamiques synchrones de chacun des deux paliers à air:

$$\begin{cases} f_x^k = -K_{xx}^k(\Omega)x_k - C_{xx}^k(\Omega)\dot{x}_k - K_{xy}^k(\Omega)y_k - C_{xy}^k(\Omega)\dot{y}_k \\ f_y^k = -K_{yx}^k(\Omega)x_k - C_{yx}^k(\Omega)\dot{x}_k - K_{yy}^k(\Omega)y_k - C_{yy}^k(\Omega)\dot{y}_k \end{cases} \quad k = \{1,2\} \quad (\text{IV.30})$$

Les déplacements au niveau des paliers sont liés aux déplacements du centre de masse du rotor par :

$$\begin{cases} x_k = x_G + \delta_k \sin \psi \\ y_k = y_G - \delta_k \sin \theta \end{cases} \quad k = \{1,2\} \quad (\text{IV.31})$$

Comme les angles ψ et θ sont très petits, l'équation Eq.(IV.31) peut être linéarisée :

$$\begin{cases} x_k \approx x_G + \delta_k \psi \\ y_k \approx y_G - \delta_k \theta \end{cases} \quad k = \{1,2\} \quad (\text{IV.32})$$

Ainsi, Eq.(IV.30) est réécrite en termes de (x_G, y_G, θ, ψ) et de leur dérivées (Ω sera omis pour des raisons de clartés) :

$$\begin{cases} f_x^k = -K_{xx}^k x_G - C_{xx}^k \dot{x}_G - K_{xy}^k y_G - C_{xy}^k \dot{y}_G - K_{xx}^k \delta_k \psi - C_{xx}^k \delta_k \dot{\psi} + K_{xy}^k \delta_k \theta + C_{xy}^k \delta_k \dot{\theta} \\ f_y^k = -K_{yx}^k x_G - C_{yx}^k \dot{x}_G - K_{yy}^k y_G - C_{yy}^k \dot{y}_G - K_{yx}^k \delta_k \psi - C_{yx}^k \delta_k \dot{\psi} + K_{yy}^k \delta_k \theta + C_{yy}^k \delta_k \dot{\theta} \end{cases} \quad (\text{IV.33})$$

Ainsi, en remplaçant les forces fluides dans Eq.(IV.28) par leurs expressions (Eq.(IV.33)), les équations de mouvement se mettent sous la forme matricielle suivante :

$$M_2 \ddot{q}_2 + \left(\sum_{k=1}^2 C_k + G(\Omega) \right) \dot{q}_2 + \sum_{k=1}^2 K_k q_2 = 0 \quad (\text{IV.34})$$

où $q_2 = \{x_G, y_G, \theta, \psi\}^T$ et :

$$M_2 = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_d \end{bmatrix} \quad (\text{IV.34.a})$$

$$C_k = \begin{bmatrix} C_{xx}^k & C_{xy}^k & -C_{xy}^k \delta_k & C_{xx}^k \delta_k \\ C_{yx}^k & C_{yy}^k & C_{yx}^k \delta_k & -C_{yy}^k \delta_k \\ -C_{yx}^k \delta_k & -C_{yy}^k \delta_k & C_{yy}^k \delta_k^2 & -C_{yx}^k \delta_k^2 \\ C_{xx}^k \delta_k & C_{xy}^k \delta_k & -C_{xy}^k \delta_k^2 & C_{xx}^k \delta_k^2 \end{bmatrix} \quad (\text{IV.34.b})$$

$$K_k = \begin{bmatrix} K_{xx}^k & K_{xy}^k & -K_{xy}^k \delta_k & K_{xx}^k \delta_k \\ K_{yx}^k & K_{yy}^k & K_{yx}^k \delta_k & -K_{yy}^k \delta_k \\ -K_{yx}^k \delta_k & -K_{yy}^k \delta_k & K_{yy}^k \delta_k^2 & -K_{yx}^k \delta_k^2 \\ K_{xx}^k \delta_k & K_{xy}^k \delta_k & -K_{xy}^k \delta_k^2 & K_{xx}^k \delta_k^2 \end{bmatrix} \quad (\text{IV.34.c})$$

$$G(\Omega) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_p \Omega \\ 0 & 0 & -I_p \Omega & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{IV.34.d})$$

Le calcul des valeurs propres de l'équation différentielle Eq.(IV.34) donne les fréquences naturelles du système rotor-paliers à air.

IV.6.2. Nouvelle approche : fonctions rationnelles

Dans ce qui suit, les variations des coefficients dynamiques des paliers à air avec la fréquence d'excitation sont prises en compte via des fonctions rationnelles de second ordre. Ces fonctions rationnelles ont été obtenues en approximant les impédances avec le même jeu de pôles stables. Etant donné que les paliers ne sont pas forcément symétriques (chargés différemment), les coefficients réels décrivant les fonctions rationnelles, sont à priori différents. Pour les différencier, ces coefficients seront référencés en utilisant l'indice « , k ». Pour chaque palier à air, les forces fluides s'écrivent de la manière suivante ($k \in \{1,2\}$):

$$\begin{cases} \ddot{f}_x^k + B_{1,k} \dot{f}_x^k + B_{0,k} f_x^k + A_{2,k}^{xx} \ddot{x}_k + A_{2,k}^{xy} \ddot{y}_k + A_{1,k}^{xx} \dot{x}_k + A_{1,k}^{xy} \dot{y}_k + A_{0,k}^{xx} x_k + A_{0,k}^{xy} y_k = 0 \\ \ddot{f}_y^k + B_{1,k} \dot{f}_y^k + B_{0,k} f_y^k + A_{2,k}^{yx} \ddot{x}_k + A_{2,k}^{yy} \ddot{y}_k + A_{1,k}^{yx} \dot{x}_k + A_{1,k}^{yy} \dot{y}_k + A_{0,k}^{yx} x_k + A_{0,k}^{yy} y_k = 0 \end{cases} \quad (\text{IV.35})$$

En remplaçant les termes (x_k, y_k) dans l'équation Eq.(IV.35) en utilisant Eq.(IV.32), les forces fluides sont exprimées en termes de (x_G, y_G, θ, ψ) ainsi que leurs dérivées ($k \in \{1,2\}$):

$$\begin{cases} \ddot{f}_x^k + B_{1,k} \dot{f}_x^k + B_{0,k} f_x^k + A_{2,k}^{xx} (\ddot{x}_G + \delta_k \ddot{\psi}) + A_{2,k}^{xy} (\ddot{y}_G - \delta_k \ddot{\theta}) + \\ A_{1,k}^{xx} (\dot{x}_G + \delta_k \dot{\psi}) + A_{1,k}^{xy} (\dot{y}_G - \delta_k \dot{\theta}) + A_{0,k}^{xx} (x_G + \delta_k \psi) + A_{0,k}^{xy} (y_G - \delta_k \theta) = 0 \\ \ddot{f}_y^k + B_{1,k} \dot{f}_y^k + B_{0,k} f_y^k + A_{2,k}^{yx} (\ddot{x}_G + \delta_k \ddot{\psi}) + A_{2,k}^{yy} (\ddot{y}_G - \delta_k \ddot{\theta}) + \\ A_{1,k}^{yx} (\dot{x}_G + \delta_k \dot{\psi}) + A_{1,k}^{yy} (\dot{y}_G - \delta_k \dot{\theta}) + A_{0,k}^{yx} (x_G + \delta_k \psi) + A_{0,k}^{yy} (y_G - \delta_k \theta) = 0 \end{cases} \quad (\text{IV.36})$$

Les expressions des forces fluides ainsi obtenues sont injectées dans les équations de mouvement du rotor rigide (Eq.(IV.28). Le système régissant le mouvement du rotor se met sous la forme matricielle suivante (de type masse-ressort-amortisseur) :

$$M_3 \ddot{q}_3 + C_3 \dot{q}_3 + K_3 q_3 = 0 \quad (\text{IV.37})$$

où $q_3 = \{x_G, y_G, \theta, \psi, f_x^1, f_y^1, f_x^2, f_y^2\}^T$ et :

$$M_3 = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_d & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_d & 0 & 0 & 0 & 0 \\ A_{2,1}^{xx} & A_{2,1}^{xy} & -A_{2,1}^{xy} \delta_1 & A_{2,1}^{xx} \delta_1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ A_{2,1}^{yx} & A_{2,1}^{yy} & -A_{2,1}^{yy} \delta_1 & A_{2,1}^{yx} \delta_1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ A_{2,2}^{xx} & A_{2,2}^{xy} & -A_{2,2}^{xy} \delta_2 & A_{2,2}^{xx} \delta_2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ A_{2,2}^{yx} & A_{2,2}^{yy} & -A_{2,2}^{yy} \delta_2 & A_{2,2}^{yx} \delta_2 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{IV.37.a})$$

$$C_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_p \Omega & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -I_p \Omega & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ A_{1,1}^{xx} & A_{1,1}^{xy} & -A_{1,1}^{xy} \delta_1 & A_{1,1}^{xx} \delta_1 & B_{1,1} & 0 & 0 & 0 \\ A_{1,1}^{yx} & A_{1,1}^{yy} & -A_{1,1}^{yy} \delta_1 & A_{1,1}^{yx} \delta_1 & 0 & B_{1,1} & 0 & 0 \\ A_{1,2}^{xx} & A_{1,2}^{xy} & -A_{1,2}^{xy} \delta_2 & A_{1,2}^{xx} \delta_2 & 0 & 0 & B_{1,2} & 0 \\ A_{1,2}^{yx} & A_{1,2}^{yy} & -A_{1,2}^{yy} \delta_2 & A_{1,2}^{yx} \delta_2 & 0 & 0 & 0 & B_{1,2} \end{bmatrix} \quad (\text{IV.37.b})$$

$$K_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \delta_1 & 0 & \delta_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\delta_1 & 0 & -\delta_2 & 0 \\ A_{0,1}^{xx} & A_{0,1}^{xy} & -A_{0,1}^{xy} \delta_1 & A_{0,1}^{xx} \delta_1 & B_{0,1} & 0 & 0 & 0 \\ A_{0,1}^{yx} & A_{0,1}^{yy} & -A_{0,1}^{yy} \delta_1 & A_{0,1}^{yx} \delta_1 & 0 & B_{0,1} & 0 & 0 \\ A_{0,2}^{xx} & A_{0,2}^{xy} & -A_{0,2}^{xy} \delta_2 & A_{0,2}^{xx} \delta_2 & 0 & 0 & B_{0,2} & 0 \\ A_{0,2}^{yx} & A_{0,2}^{yy} & -A_{0,2}^{yy} \delta_2 & A_{0,2}^{yx} \delta_2 & 0 & 0 & 0 & B_{0,2} \end{bmatrix} \quad (\text{IV.37.c})$$

IV.6.3. Résultats

Dans ce paragraphe, les deux méthodes sont appliquées pour analyser la stabilité d'un rotor rigide à 4ddl guidé par deux paliers à air. La géométrie et les conditions de chargement sont données dans le Tableau IV. 1. Les paliers à air sont identiques à ceux utilisés dans les précédents paragraphes. Le rotor est un simple cylindre en acier.

Masse de l'arbre	1.33 Kg	$-\delta_1 = \delta_2$	56 mm
I_p	$2.395 \cdot 10^{-4} \text{ Kg.m}^2$	I_d	0.002607 Kg.m^2
Densité	7800 Kg/m^3	Longueur de l'arbre	150 mm
Diamètre de l'arbre	38 mm	Charge statique	13.3 N

Tableau IV. 1 Géométrie et conditions de chargement

La Figure IV. 19 compare les fréquences naturelles issues de l'analyse classique (ligne discontinues) avec celles issues de la nouvelle méthode (lignes continues). Pour des raisons de clarté, seules les fréquences naturelles relatives aux modes directs sont présentées sur la Figure IV. 19. La Figure IV. 20 présente l'amortissement (défini par Eq.(IV.26)) relatif à ces fréquences naturelles. Les Figure IV. 21 et Figure IV. 22 sont similaires aux deux figures précédentes, mais sont relatives aux modes rétrogrades.

Comme le montre ces figures, la prise en compte de la variation des coefficients dynamiques avec la fréquence d'excitation, introduit quatre fréquences naturelles : deux directes et deux rétrogrades. Ces quatre fréquences sont une conséquence directe de la présence des composantes des forces fluides comme inconnues du problème (deux composantes de force par palier). En plus, ces fréquences naturelles sont très stables et ne font apparaitre aucune instabilité artificielle. Les quatre autres fréquences naturelles, obtenues avec la prise en compte de la variation des coefficients dynamiques avec la fréquence d'excitation, sont assez différentes de celles issues de l'analyse classique. En effet, comme le montre la Figure IV. 19 la méthode classique prédit une vitesse critique aux alentours de 25 ktr/min . Cette vitesse critique disparaît complètement dans la nouvelle méthode. En plus, la méthode classique prédit une très grande stabilité des modes directs (voir Figure IV. 20) sur toute la plage des vitesses considérée, alors que la nouvelle méthode prédit le contraire : le rotor est instable quelle que soit la vitesse. Ce résultat a été vérifié en calculant la masse critique des

paliers dans ces conditions de chargement. La masse critique a été déterminée comme étant inférieure à 0.25 Kg sur toute la plage de vitesse. Etant donné que chaque palier supporte 0.665 Kg , le système est a fortiori instable.

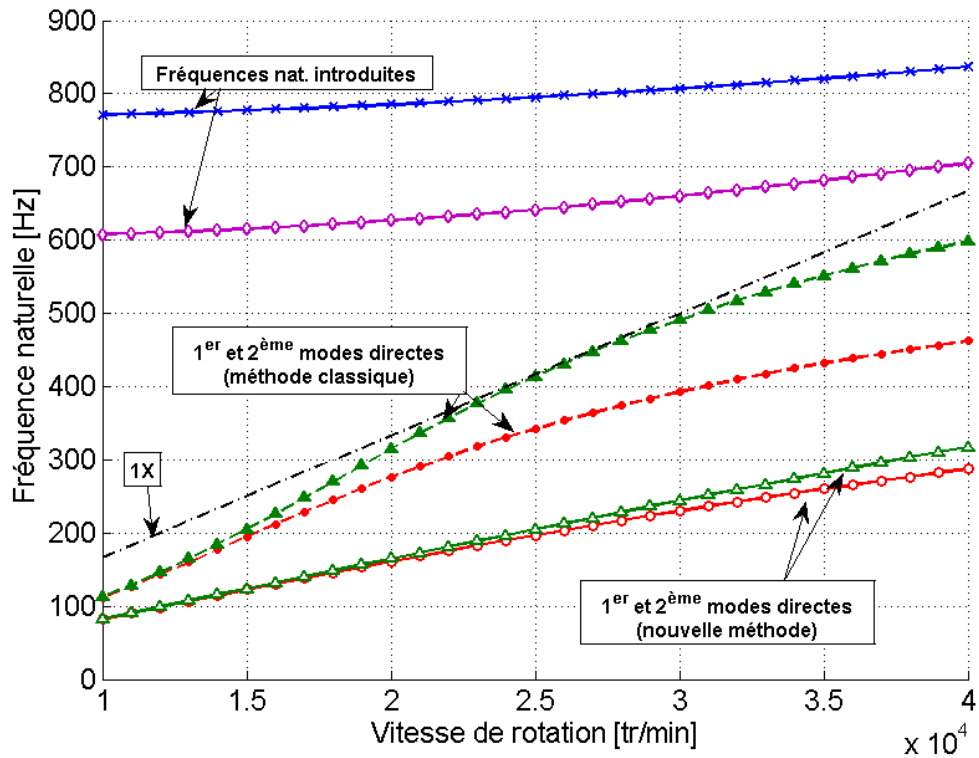


Figure IV. 19 Diagramme de Campbell (modes directs)

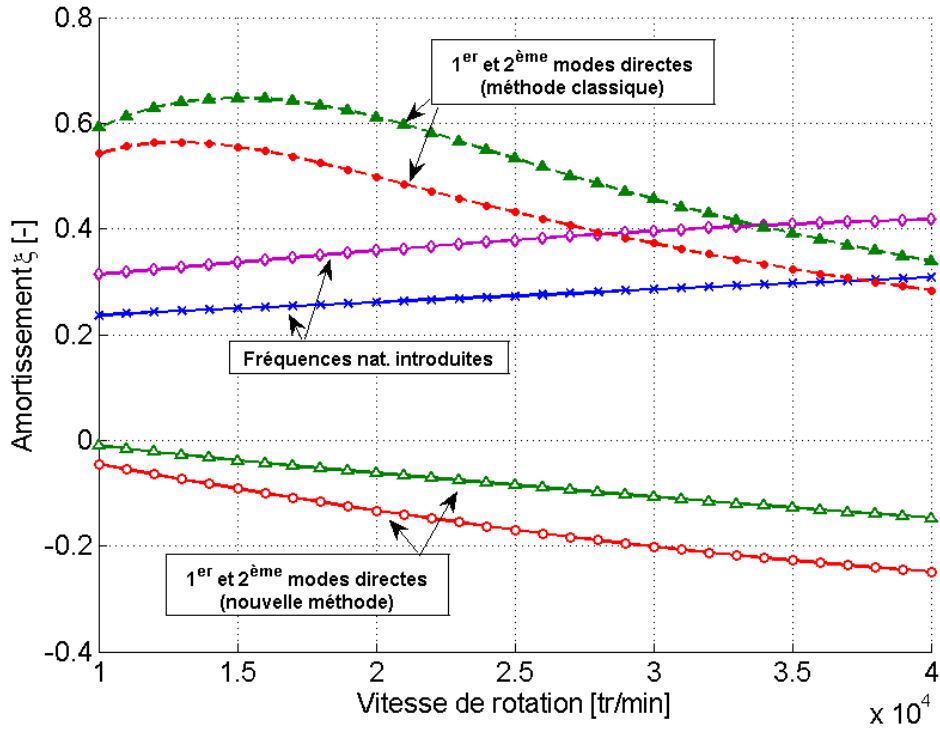


Figure IV. 20 Amortissement des modes directs

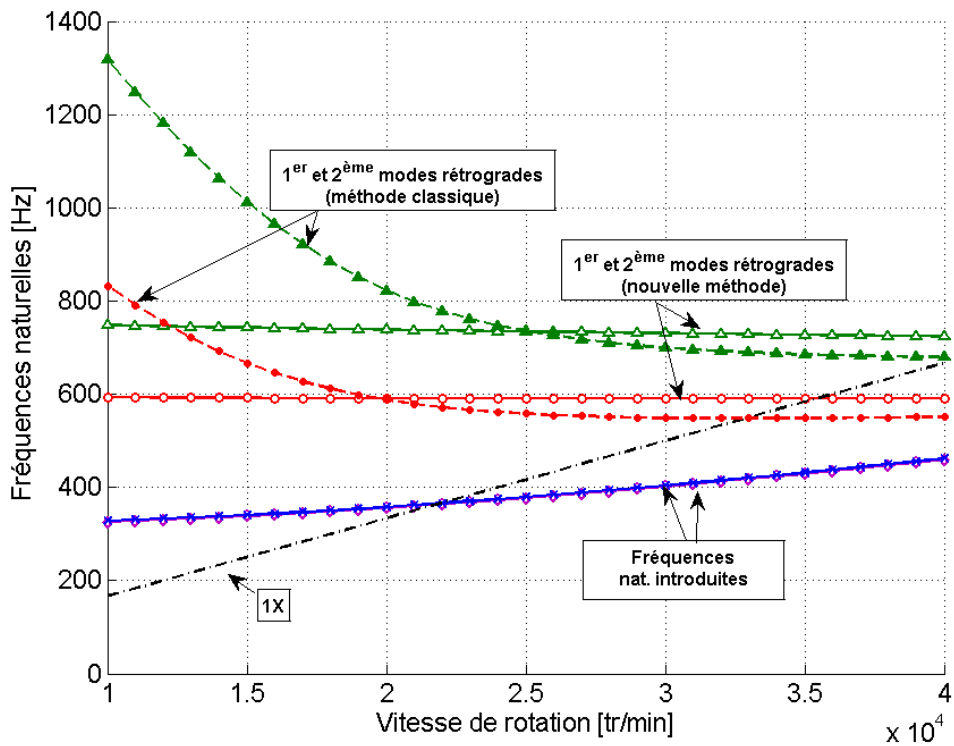


Figure IV. 21 Diagramme de Campbell (modes rétrogrades)

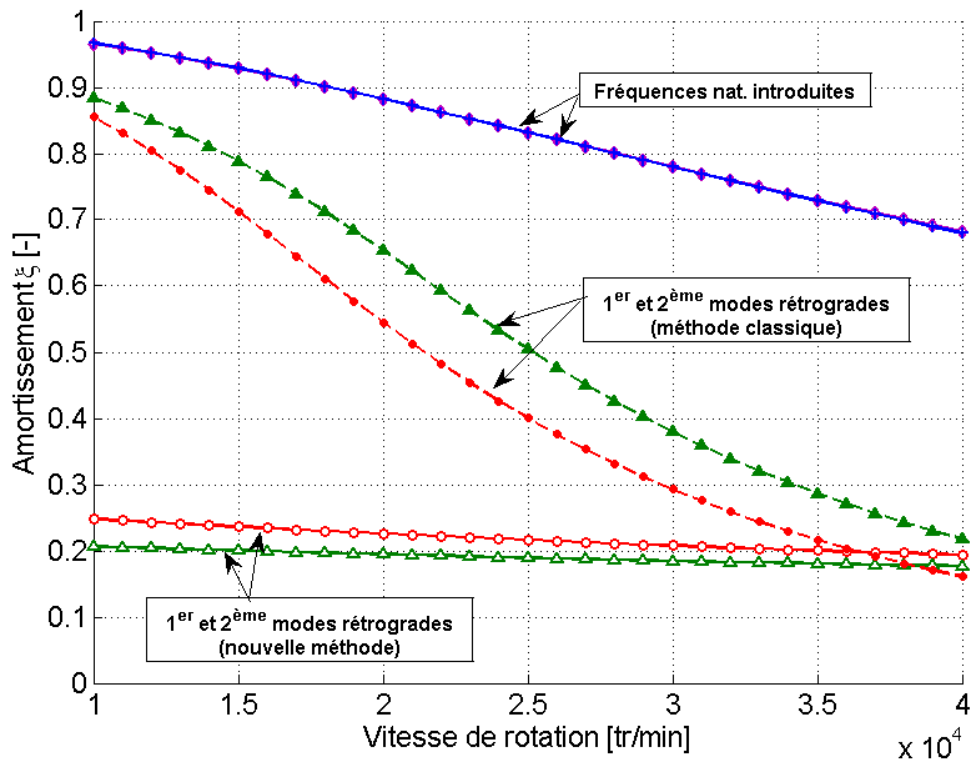


Figure IV. 22 Amortissement des modes rétrogrades

IV.7. Arbre flexible supporté par deux paliers à air

Dans le paragraphe suivant, la méthode proposée est étendue au cas d'un rotor flexible guidé en rotation par deux paliers à air. Après la formulation des équations de mouvement prenant en compte la variation des coefficients dynamiques avec la fréquence d'excitation, les résultats de la stabilité du système rotor-paliers seront comparés à ceux obtenus en utilisant la méthode classique (coefficients dynamiques synchrones). La modélisation est réalisée en utilisant la méthode des éléments finis. Les modèles d'éléments finis utilisés dans l'analyse des rotors flexibles sont largement décrits dans la littérature (voir [67]-[69]). L'arbre est discrétisé en utilisant des éléments 1D créés à partir de $n_d = 13$ nœuds espacés uniformément (voir Figure IV. 23). Les paliers à air, supposés être courts, sont placés aux nœuds n°3 et n°11. Ils sont identiques à ceux utilisés dans les cas précédents.

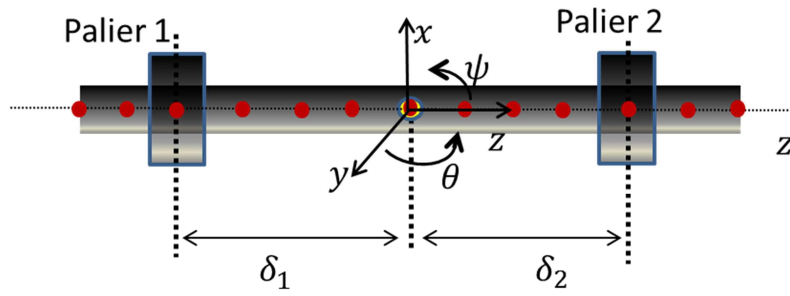


Figure IV. 23 Discretisation de l'arbre flexible

Dans ce qui suit, chaque nœud possède quatre degrés de liberté (deux déplacements latéraux u, v et deux rotations θ, ψ). Les effets de cisaillements et les effets gyroscopiques sont pris en compte. En ignorant les forces extérieures dans l'analyse de stabilité, la méthode d'éléments finis conduit au système suivant (de la forme masse-ressort-amortisseur) :

$$M_{FE} \ddot{q}_{FE} + (C_{FE} + \Omega G_{FE}) \dot{q}_{FE} + K_{FE} q_{FE} = 0 \quad (IV.38)$$

Les matrices M_{FE} , C_{FE} , G_{FE} et K_{FE} sont des matrices carrées de dimension $(4n_d \times 4n_d)$ et leur construction est largement décrite dans la littérature. Le vecteur q_{FE} contient les coordonnées généralisées de chaque nœud : $q_{FE} = \{u_1, v_1, \theta_1, \psi_1, \dots, u_{n_d}, v_{n_d}, \theta_{n_d}, \psi_{n_d}\}^T$.

IV.7.1. Approche classique : coefficients dynamiques synchrones

Etant donné que les paliers sont supposés être courts, les rotations de l'arbre autour des axes X et Y ne sont pas contraintes. Dans l'approche classique, l'action de chaque palier sur l'arbre est prise en compte via les coefficients dynamiques synchrones. En supposant que le palier k est placé au nœud j , les forces fluides s'écrivent de la manière suivante :

$$\begin{cases} f_x^k \\ f_y^k \end{cases} = - \underbrace{\begin{bmatrix} K_{xx}^k(\Omega) & K_{xy}^k(\Omega) \\ K_{yx}^k(\Omega) & K_{yy}^k(\Omega) \end{bmatrix}}_{K^k(\Omega)} \begin{Bmatrix} u^j \\ v^j \end{Bmatrix} - \underbrace{\begin{bmatrix} C_{xx}^k(\Omega) & C_{xy}^k(\Omega) \\ C_{yx}^k(\Omega) & C_{yy}^k(\Omega) \end{bmatrix}}_{C^k(\Omega)} \begin{Bmatrix} \dot{u}^j \\ \dot{v}^j \end{Bmatrix} \quad k \in \{1,2\}, j \in \llbracket 1..n_d \rrbracket \quad (IV.39)$$

où u^j et v^j sont les déplacements latéraux au nœud numéro j .

Ainsi, la raideur et l'amortissement apportés par le palier k doivent être ajoutés à la raideur et l'amortissement de l'arbre au niveau du nœud j :

$$M_{FE} \ddot{q}_{FE} + \underbrace{(C_{FE} + \Omega G_{FE} + C_b^1(\Omega) + C_b^2(\Omega))}_{\tilde{C}_{FE}'} \dot{q}_{FE} + \underbrace{(K_{FE} + K_b^1(\Omega) + K_b^2(\Omega))}_{\tilde{K}_{FE}'} q_{FE} = 0 \quad (\text{IV.40})$$

où K_b^k et C_b^k sont des matrices carrées ($4n_d \times 4n_d$) ayant pour seuls éléments non nuls :

$$\begin{cases} K_b^k(4j-3, 4j-3) = K_{xx}^k(\Omega) & K_b^k(4j-3, 4j-2) = K_{xy}^k(\Omega) \\ K_b^k(4j-2, 4j-3) = K_{yx}^k(\Omega) & K_b^k(4j-2, 4j-2) = K_{yy}^k(\Omega) \end{cases} \quad k \in \{1, 2\}, j \in \llbracket 1..n_d \rrbracket \quad (\text{IV.40.a})$$

$$\begin{cases} C_b^k(4j-3, 4j-3) = C_{xx}^k(\Omega) & C_b^k(4j-3, 4j-2) = C_{xy}^k(\Omega) \\ C_b^k(4j-2, 4j-3) = C_{yx}^k(\Omega) & C_b^k(4j-2, 4j-2) = C_{yy}^k(\Omega) \end{cases} \quad k \in \{1, 2\}, j \in \llbracket 1..n_d \rrbracket \quad (\text{IV.40.b})$$

IV.7.2. Nouvelle approche : fonctions rationnelles de second ordre

Dans ce qui suit, la variation des coefficients dynamiques avec la fréquence d'excitation est décrite par des fonctions rationnelles de second ordre. Les impédances sont toujours calculées aux positions d'équilibre statique. Si le palier k est placé au nœud j , les équations Eq.(IV.19) et Eq.(IV.20) s'écrivent en fonction des déplacements latéraux de l'arbre au nœud j de la manière suivante :

$$\begin{cases} \ddot{f}_x^k + B_{1,k} \dot{f}_x^k + B_{0,k} f_x^k + A_{2,k}^{xx} \ddot{u}_j + A_{2,k}^{xy} \ddot{v}_j + A_{1,k}^{xx} \dot{u}_j + A_{1,k}^{xy} \dot{v}_j + A_{0,k}^{xx} u_j + A_{0,k}^{xy} v_j = 0 \\ \ddot{f}_y^k + B_{1,k} \dot{f}_y^k + B_{0,k} f_y^k + A_{2,k}^{yx} \ddot{u}_j + A_{2,k}^{yy} \ddot{v}_j + A_{1,k}^{yx} \dot{u}_j + A_{1,k}^{yy} \dot{v}_j + A_{0,k}^{yx} u_j + A_{0,k}^{yy} v_j = 0 \end{cases} \quad (\text{IV.41})$$

Puisque chaque palier introduit deux inconnues additionnelles (composantes des forces fluides), le nombre total d'inconnues est augmenté de quatre. Ainsi, le vecteur d'inconnues devient : $q''_{FE} = \{u_1, v_1, \theta_1, \psi_1, \dots, u_{nd}, v_{nd}, \theta_{nd}, \psi_{nd}, f_x^1, f_y^1, f_x^2, f_y^2\}^T$.

Les matrices sont alors arrangées de telle sorte que Eq.(IV.38) et Eq.(IV.41) soit vérifiées. Le système demeure de type système masse-ressort-amortisseur :

$$M''_{FE} \ddot{q}''_{FE} + C''_{FE} \dot{q}''_{FE} + K''_{FE} q''_{FE} = 0 \quad (\text{IV.42})$$

- Matrice de masse M''_{FE}

$$M''_{FE} = \begin{bmatrix} M_{FE} & 0^{4n_d \times 2} & 0^{4n_d \times 2} \\ M_{b,1}^{2 \times 4n_d} & I^{2 \times 2} & 0^{2 \times 2} \\ M_{b,2}^{2 \times 4n_d} & 0^{2 \times 2} & I^{2 \times 2} \end{bmatrix} \quad (\text{IV.42.a})$$

où M_{FE} est la matrice de masse issues de l'assemblage des matrices de masse élémentaires de l'arbre et $M_{b,k}$ est une matrice creuse contenant 2 lignes et $4n_d$ colonnes relative au palier n° k . En supposant que le palier k est placé au nœud n° j , les quatre éléments non nuls de la matrice $M_{b,k}$ sont :

$$\begin{cases} M_{b,k}(1,4j-3) = A_{2,k}^{xx} \\ M_{b,k}(1,4j-2) = A_{2,k}^{xy} \\ M_{b,k}(2,4j-3) = A_{2,k}^{yx} \\ M_{b,k}(2,4j-2) = A_{2,k}^{yy} \end{cases} \quad k \in \{1,2\}, \quad j \in \llbracket 1..nd \rrbracket \quad (\text{IV.42.b})$$

- **Matrice d'amortissement C''_{FE}**

D'une manière similaire, la matrice d'amortissement étendue est donnée sous la forme d'une matrice par blocs d'une dimension totale de $((4n_d + 4) \times (4n_d + 4))$:

$$C''_{FE} = \begin{bmatrix} C_{FE} + \Omega G_{FE} & 0^{4n_d \times 2} & 0^{4n_d \times 2} \\ C_{b1}^{2 \times 4n_d} & \begin{bmatrix} B_{1,1} & 0 \\ 0 & B_{1,1} \end{bmatrix} & 0^{2 \times 2} \\ C_{b2}^{2 \times 4n_d} & 0^{2 \times 2} & \begin{bmatrix} B_{1,2} & 0 \\ 0 & B_{1,2} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (\text{IV.42.c})$$

A l'instar de la matrice $M_{b,k}$, la matrice $C_{b,k}$ est une matrice creuse de 2 lignes et $4n_d$ colonnes relative au palier k . En supposant toujours que le palier k est placé au nœud n° j , les quatre éléments non nuls de la matrice $C_{b,k}$ sont :

$$\begin{cases} C_{b,k}(1,4j-3) = A_{1,k}^{xx} \\ C_{b,k}(1,4j-2) = A_{1,k}^{xy} \\ C_{b,k}(2,4j-3) = A_{1,k}^{yx} \\ C_{b,k}(2,4j-2) = A_{1,k}^{yy} \end{cases} \quad k \in \{1,2\}, \quad j \in \llbracket 1..nd \rrbracket \quad (\text{IV.42.d})$$

- Matrice de raideur K''_{FE}

De la même manière, la matrice de raideur est donnée par blocs. Néanmoins celle-ci se démarque par la présence de deux sous-matrices $Kc_{b,k}$:

$$K''_{FE} = \begin{bmatrix} K_{FE} & Kc_{b1}^{4n_d \times 2} & Kc_{b1}^{4n_d \times 2} \\ K_{b1}^{2 \times 4n_d} & \begin{bmatrix} B_{0,1} & 0 \\ 0 & B_{1,1} \end{bmatrix} & 0^{2 \times 2} \\ K_{b,2}^{2 \times 4n_d} & 0^{2 \times 2} & \begin{bmatrix} B_{0,2} & 0 \\ 0 & B_{0,2} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (\text{IV.42.e})$$

Encore une fois, $K_{b,k}$ est une matrice creuse relative au palier n° k formée de 2 lignes et $4n_d$ colonnes. En supposant que le palier k se trouve au nœud j , les quatre éléments non-nuls de la matrice sont :

$$\begin{cases} K_{bk}(1, 4j - 3) = A_{0,k}^{xx} \\ K_{bk}(1, 4j - 2) = A_{0,k}^{xy} \\ K_{bk}(2, 4j - 3) = A_{0,k}^{yx} \\ K_{bk}(2, 4j - 2) = A_{0,k}^{yy} \end{cases} \quad k \in \{1, 2\}, \quad j \in \llbracket 1..nd \rrbracket \quad (\text{IV.42.f})$$

La matrice de couplage $Kc_{b,k}$ traduit l'action du palier k sur les nœud j . Il s'agit d'une matrice creuse formée de $4n_d$ lignes et de 2 colonnes. Elle contient uniquement deux éléments non nuls :

$$\begin{cases} Kc_{bk}(4j - 3, 1) = -1 \\ Kc_{bk}(4j - 2, 2) = -1 \end{cases} \quad k \in \{1, 2\}, \quad j \in \llbracket 1..nd \rrbracket \quad (\text{IV.42.g})$$

IV.7.3. Résultats

Les équations du système arbre-paliers sont mises sous la forme d'un système d'équations différentielles du premier ordre:

- A partir de Eq.(IV.40) relative à la méthode classique :

$$\begin{Bmatrix} \dot{q}_{FE} \\ \ddot{q}_{FE} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M_{FE}^{-1}K'_{FE} & -M_{FE}^{-1}C'_{FE} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_{FE} \\ \dot{q}_{FE} \end{Bmatrix} \quad (\text{IV.43})$$

- A partir de Eq.(IV.42) relative à la nouvelle méthode proposée :

$$\begin{Bmatrix} \dot{q}''_{FE} \\ \ddot{q}''_{FE} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M''_{FE}{}^{-1}K''_{FE} & -M''_{FE}{}^{-1}C''_{FE} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q''_{FE} \\ \dot{q}''_{FE} \end{Bmatrix} \quad (\text{IV.44})$$

Le nouveau système d'équations donné par Eq.(IV.44) permet d'avoir les valeurs propres du système, tout en prenant en compte la variation des caractéristiques dynamiques des paliers avec la fréquence d'excitation. L'équation Eq.(IV.43) quant à elle, est relative à l'approche classique, et consiste à considérer exclusivement les coefficients dynamiques synchrones. Dans ce qui suit, les résultats obtenus par ces deux méthodes sont comparés dans le cas d'un rotor creux en acier, supporté par deux paliers à air identiques à ceux étudiés jusqu'à présent. Encore une fois, les impédances des paliers ont été calculées aux positions d'équilibre statique, et approximées en utilisant des fonctions rationnelles de second ordre. Le Tableau IV. 2 regroupe les caractéristiques géométriques de l'arbre flexible.

La Figure IV. 24 présente les fréquences naturelles obtenues en utilisant la méthode classique basée sur les coefficients dynamiques synchrones (lignes discontinues) et celles issues de la nouvelle méthode incluant la variation des coefficients dynamiques avec la fréquence d'excitation (ligne continue). La courbe 1X correspond à l'excitation synchrone. Pour des raisons de clarté, seules les fréquences naturelles relatives aux modes directs ont été tracées sur la Figure IV. 24.

Densité	$\rho = 7800 \text{ Kg/m}^3$	Longueur	893 mm
Diamètre extérieur	38 mm	Module de Young	E=210 GPa
Diamètre intérieur	23 mm	Coefficient de Poisson	0.27

Tableau IV. 2 Caractéristiques géométrique de l'arbre creux en acier

La Figure IV. 25 montre l'amortissement correspondant à ces fréquences naturelles. La prise en compte de la variation des coefficients dynamiques avec la fréquence d'excitation modifie les fréquences naturelles notamment les trois premières d'entre elles. A l'instar du cas du rotor rigide, la nouvelle méthode introduit deux fréquences additionnelles directes. Ces fréquences sont très amorties comme le montre la Figure IV. 25. Encore une fois, la

méthode classique prédit un rotor stable vis-à-vis de ses modes directs et ce, sur toute la plage de vitesse, tandis que la méthode proposée prédit un seuil de stabilité aux alentours de 12500 *tr/min*. Les Figure IV. 26 et Figure IV. 27 présentent les trois premiers modes directs à la vitesse de 10000 *tr/min* donnés par les deux méthodes. Ces modes sont très similaires et seules leurs fréquences diffèrent.

La Figure IV. 28 présente les fréquences naturelles données par les deux méthodes correspondant aux modes rétrogrades. La Figure IV. 29 quant à elle, montre l'amortissement relatif à ces fréquences. Encore une fois, la méthode proposée mène à quelques différences par rapport à la méthode classique et introduit deux fréquences naturelles additionnelles. Ces fréquences introduites sont très stables.

A partir de ces résultats, il est clair que la méthode proposée n'introduit aucune instabilité artificielle ou encore des valeurs propres erratiques. Les instabilités prédites sont des instabilités physiques dues à la modification des fréquences naturelles de base.

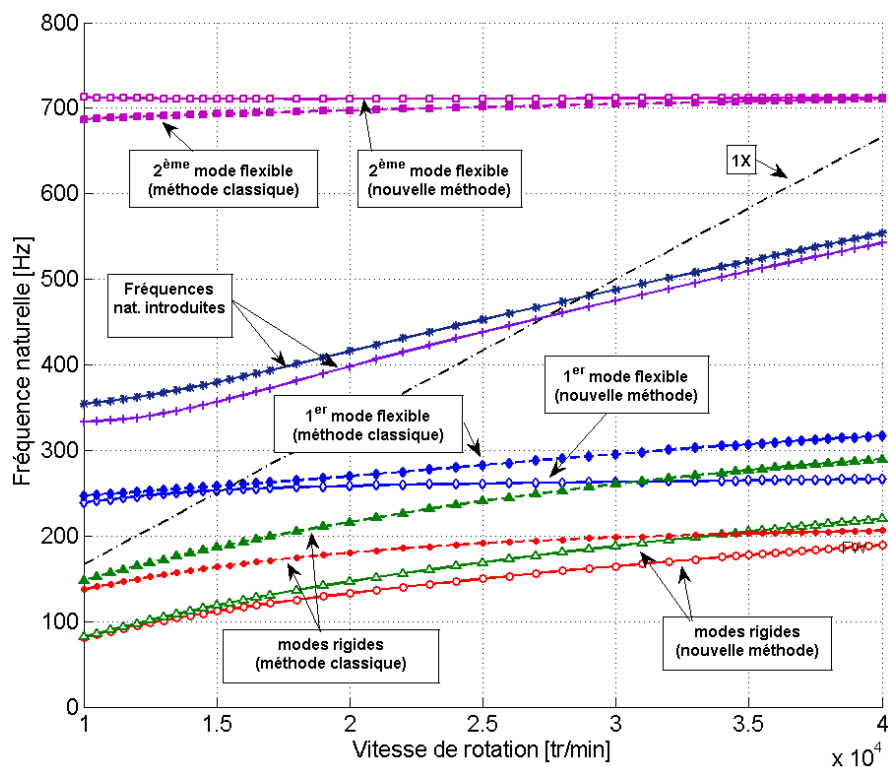


Figure IV. 24 Diagramme de Campbell du rotor flexible (modes directs)

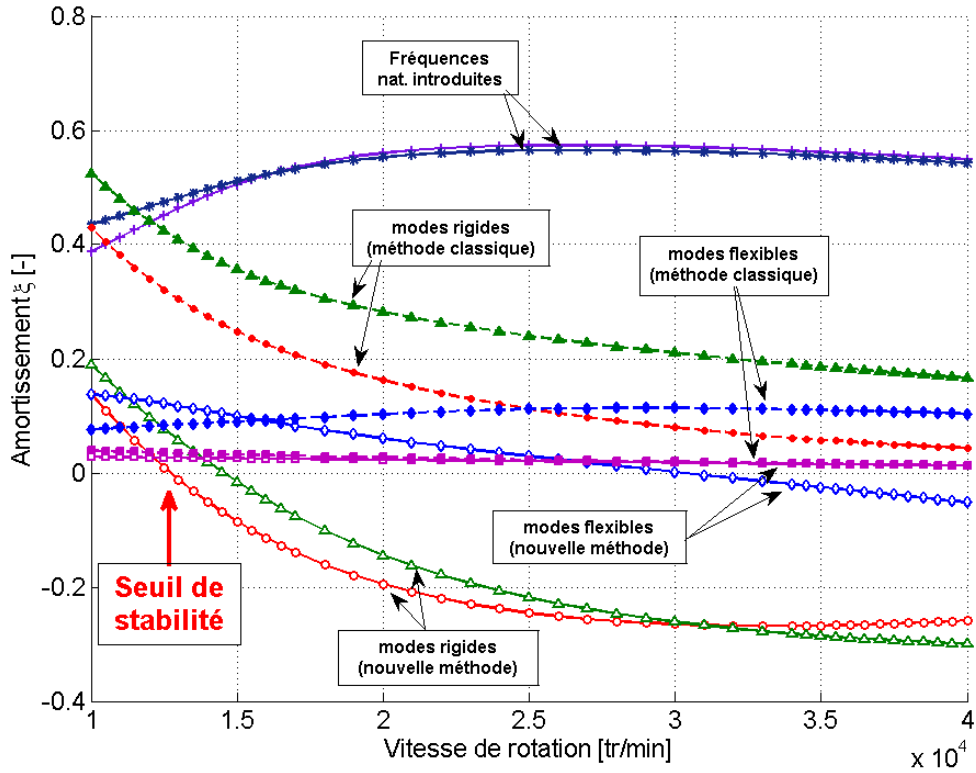


Figure IV. 25 Amortissement des modes directs du rotor flexible

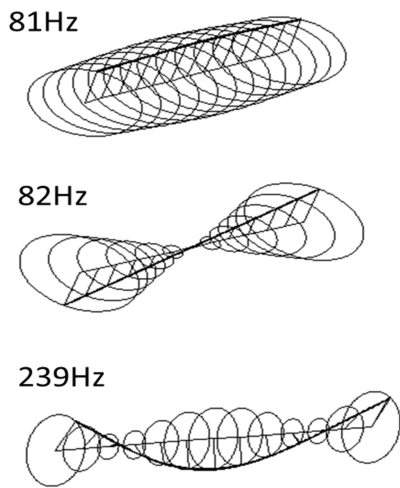


Figure IV. 26 Modes directs à 10000tr/min (nouvelle méthode)

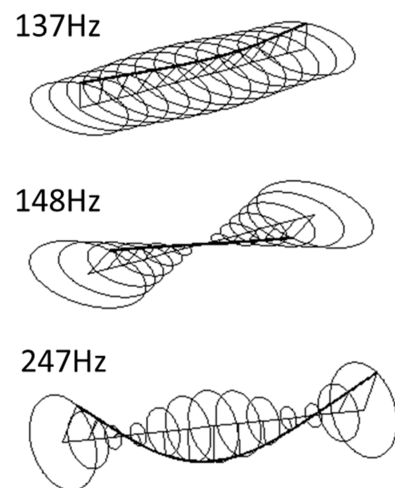


Figure IV. 27 Modes directs à 10000tr/min (méthode classique)

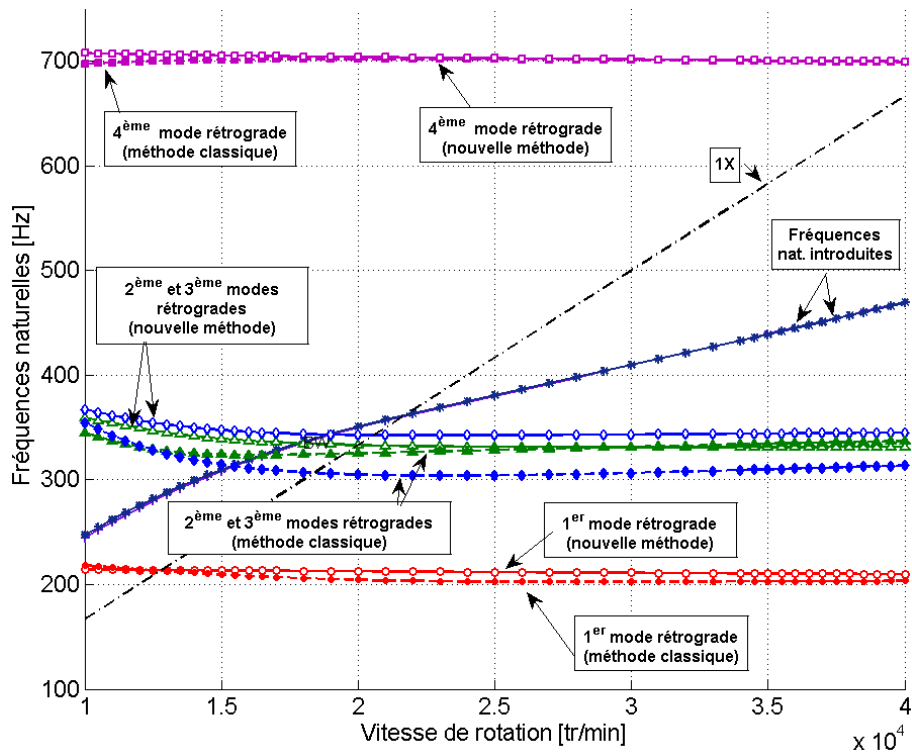


Figure IV. 28 Diagramme de Campbell (modes rétrogrades)

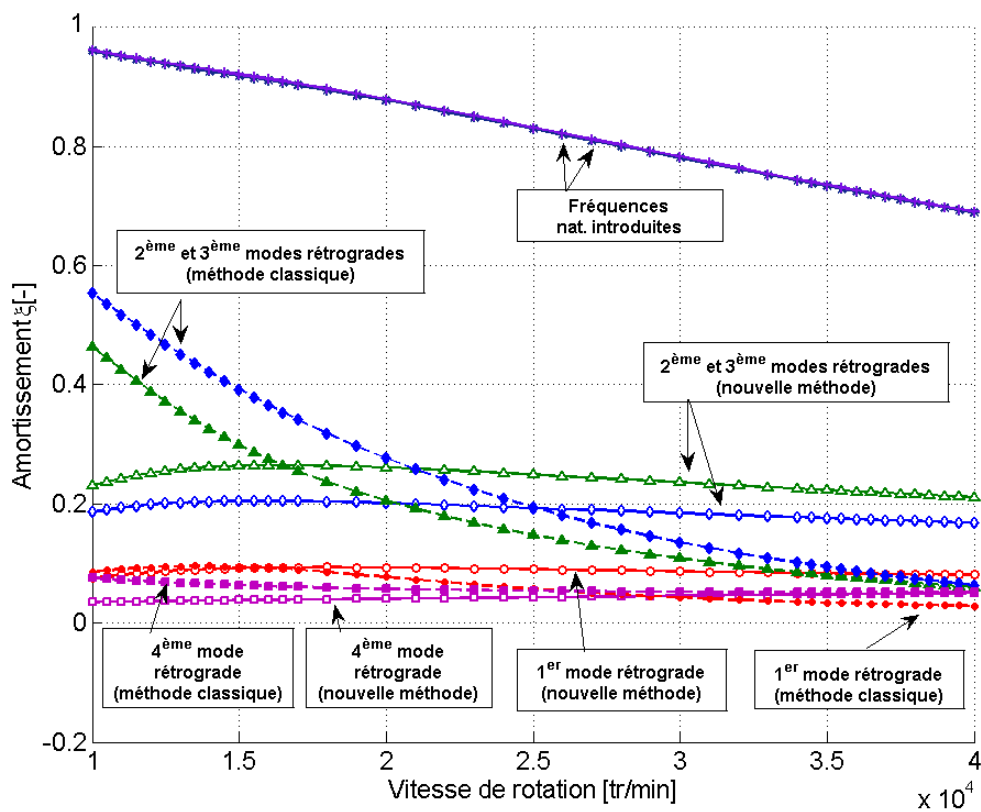


Figure IV. 29 Amortissement (modes rétrogrades)

IV.8. Conclusion

La nouvelle méthode proposée est basée sur l'approximation des impédances à l'aide de fonctions rationnelles capables de décrire la variation des caractéristiques dynamiques des paliers à air avec la fréquence d'excitation. A partir de cette description, un jeu d'équations différentielles a été dérivé et couplé aux équations de mouvement. La méthode a été utilisée avec succès pour analyser la stabilité des rotors rigides à deux et à quatre degrés de liberté avant d'être étendue au cas d'un rotor flexible. En imposant les mêmes pôles stables pour approximer les impédances directes et croisées, il a été possible d'obtenir un diagramme de Campbell étendu prenant en compte la variation des coefficients dynamiques avec la fréquence d'excitation et ce, sans introduire des instabilités artificielles. La méthode a en plus réussi à prédire des instabilités réelles confirmées par la résolution de l'équation de Reynolds instationnaire couplée à l'équation de mouvement, alors que la méthode classique prédisait une très grande stabilité du système. L'emploi de la méthode n'est pas restreint uniquement aux paliers à air mais peut être étendu facilement à une multitude de composants utilisant un fluide compressible comme lubrifiant tels que les paliers à lobes, les paliers aérostatiques, les paliers à feuilles, les joints annulaires, etc.

V.1. Introduction

L'analyse précédente consiste à déterminer le comportement dynamique linéaire du palier à air pour différentes vitesses de rotation. Les impédances sont calculées uniquement à la position d'équilibre statique. Pour une vitesse de rotation donnée, en étendant le calcul de ces impédances à différentes positions, il est possible de réaliser une cartographie du comportement dynamique du palier. Une telle cartographie permet d'obtenir un ensemble d'équations différentielles reliant les forces fluides aux déplacements dans le voisinage de ces points. Ainsi, en partant de l'hypothèse qu'un grand déplacement n'est autre qu'une succession de petites perturbations autour des points successifs¹² constituant une trajectoire, il devient alors possible, en procédant de proche en proche, d'obtenir les forces fluides au fur et à mesure que le rotor décrit un grand déplacement. En guise d'exemple, la Figure V. 1 illustre la trajectoire d'un rotor qui peut s'apparenter à un grand déplacement. A $t = 0$, le rotor se trouve dans une position d'équilibre statique à (x_0, y_0) . Le rotor opère alors un grand déplacement en passant par les points (x_1, y_1) et (x_2, y_2) . Ce grand déplacement peut être vu comme la suite de trois petits déplacements au voisinage des points (x_0, y_0) , (x_1, y_1) et (x_2, y_2) . Ces points seront désignés par la suite par « points d'observation ». Ainsi, à l'aide des équations différentielles, obtenues d'une manière similaire à celle utilisée dans l'étude de stabilité, les forces fluides peuvent être calculées lorsque le rotor passe au voisinage de ces points d'observation. La seule différence est que, les coefficients $A_k^{\alpha\beta}$ et B_k ne sont plus constants et doivent être mis à jour, successivement, à chaque fois que la position du rotor sort du voisinage d'un point d'observation pour rentrer dans le voisinage du suivant. C'est la raison pour laquelle le comportement dynamique du palier doit être cartographié pour différentes excentricités.

¹² Ces points peuvent être des positions d'équilibre ou non.

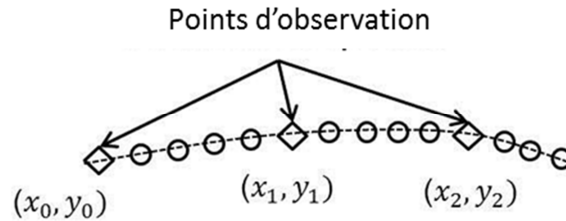


Figure V. 1 Un grand déplacement est une succession de petites perturbations

V.2. Cas simple: plaque plane infiniment large

Afin de valider le concept, le cas simple d'une plaque plane infiniment large est considéré. La Figure V. 2 présente le schéma d'une plaque plane de longueur B et de largeur infinie. La pression aux extrémités de la plaque est constante et égale à la pression atmosphérique $P_a = 1 \text{ bar}$. Sans gradient de pression, seule un mouvement d'écrasement peut générer une pression. L'équation de Reynolds compressible s'écrit dans ce cas de la manière suivante [70] :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(h^3 \frac{\partial P^2}{\partial x} \right) = 24\mu \frac{\partial Ph}{\partial t} \quad (\text{V.1})$$

Le but est de solutionner l'équation de Reynolds compressible (Eq.V.1) dans le cas d'un grand déplacement de la plaque. La force fluide ainsi obtenue est comparée à celle issue du calcul simplifié proposé. Ce dernier utilise des fonctions rationnelles pour décrire les impédances au voisinage d'un ensemble de points d'observation disposés le long de la trajectoire de la plaque (voir Figure V. 2).

En petites perturbations, l'expression analytique de l'impédance au voisinage d'un point h_0 d'une plaque plane infiniment large s'écrit de la manière suivante [70] :

$$Z = \frac{\Delta F_z}{\Delta Z} = \frac{LBP_a}{h_0} \left[1 - 2 \frac{\text{th} \left(\frac{\sqrt{\sigma} e^{\frac{i\pi}{4}}}{2} \right)}{\sqrt{\sigma} e^{\frac{i\pi}{4}}} \right], \sigma = \frac{12\mu L^2 \omega}{P_a h_0^2} \quad (\text{V.2})$$

Cette impédance est approximée par une fonction rationnelle d'ordre 2 :

$$Z \approx -\frac{A_0 + A_1s + A_2s^2}{B_0 + B_1s + s^2} \quad (V.3)$$

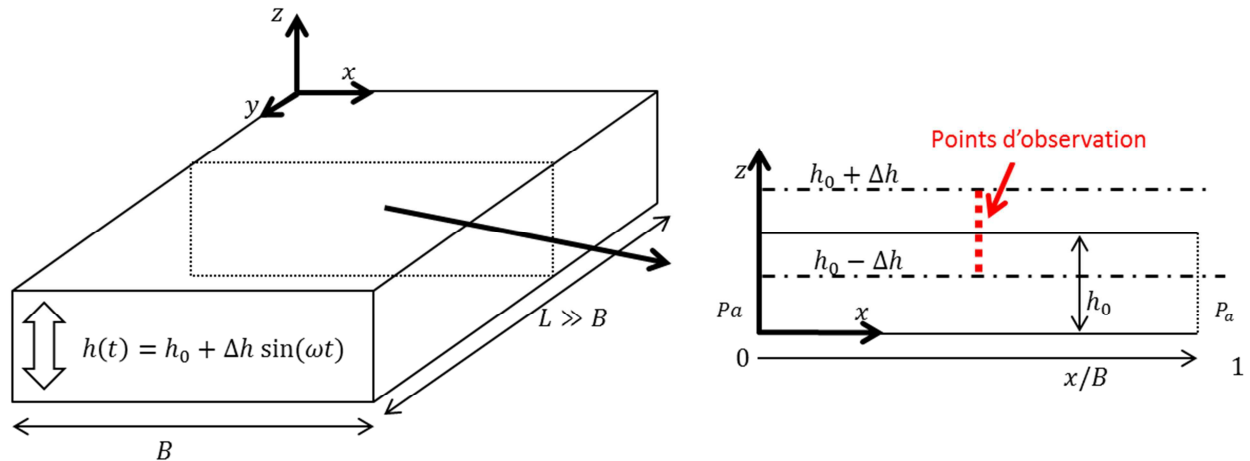


Figure V. 2 Schéma d'une plaque plane de largeur infinie

Les Figure V. 3 et Figure V. 4 illustrent la variation de la raideur et de l'amortissement analytiques en fonction de la fréquence d'excitation et de leur approximation via une fonction rationnelle d'ordre 2. Le cas illustré sur ces deux figures correspond à une épaisseur de film $h_0 = 8 \mu m$. La largeur de la plaque vaut $B = 1 mm$.

A l'instar de ce qui a été fait dans le chapitre précédent, une équation différentielle d'ordre deux est dérivée à partir de l'Eq.(V.3) :

$$\Delta \ddot{f}_z + B_1 \Delta \dot{f}_z + B_0 \Delta f_z = -A_0 \Delta h - A_1 \Delta \dot{h} - A_2 \Delta \ddot{h} \quad (V.4)$$

L'équation Eq.(V.4) est sous une forme perturbée, moins appropriée pour les calculs en grands déplacements. Sachant que $\Delta f_z = f_z - f_{zst}$ et f_{zst} ne dépend pas du temps, il vient :

$$\ddot{f}_z + B_1 \dot{f}_z + B_0 (f_z - f_{st}) = -A_0 (h - h_0) - A_1 \dot{h} - A_2 \ddot{h} \quad (V.5)$$

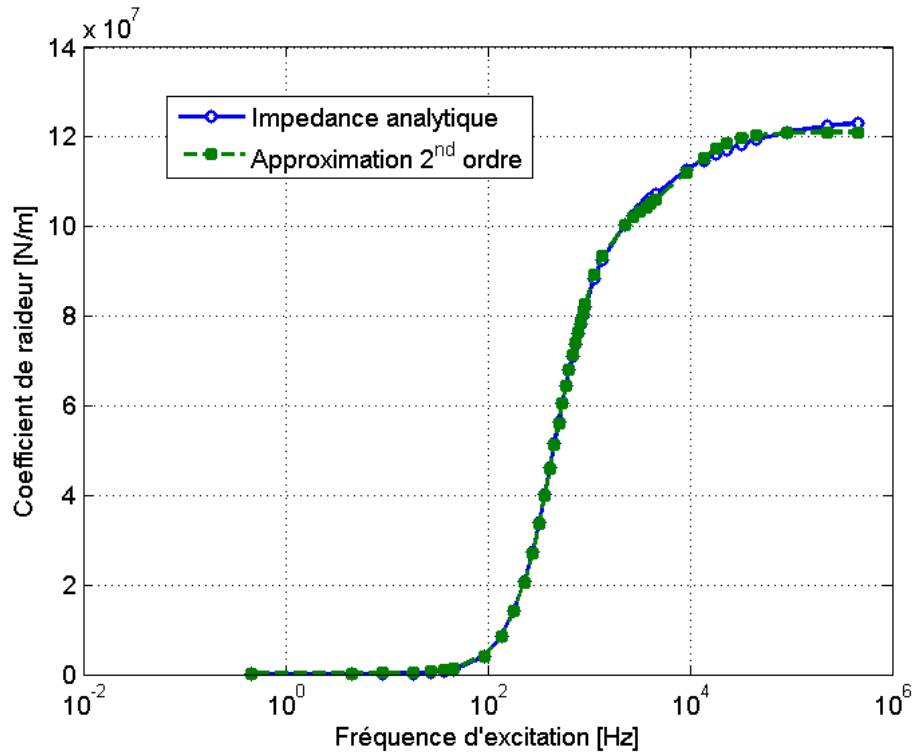


Figure V. 3 Raideur analytique et son approximation par une fonction rationnelle d'ordre 2

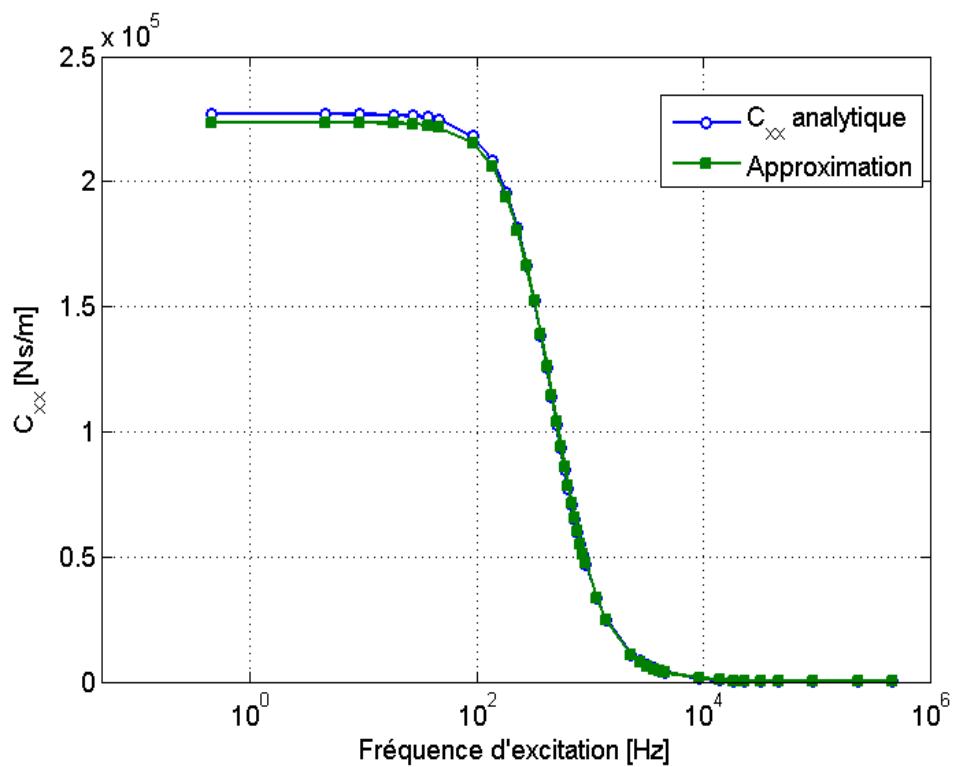


Figure V. 4 Amortissement analytique et son approximation par une fonction rationnelle d'ordre 2

En mouvement imposé, l'équation différentielle Eq.(V.5) nécessite les conditions initiales des termes $f_z(0)$ et $\dot{f}_z(0)$. En plus, cette équation n'est valable qu'au voisinage de la position h_0 . Il est donc nécessaire de modifier les coefficients B_k et A_k , chaque fois que la plaque change de hauteur, donc de point d'observation. Chaque fois que les coefficients de l'équation Eq.(V.4) changent, de nouvelles conditions initiales sont nécessaires. Les points d'observation disposés le long de la trajectoire, peuvent être, des points d'équilibre (généralement point de départ à $t = 0$), ou des points de non équilibre. Une distinction doit être faite entre un point d'observation d'équilibre et un autre de non-équilibre lorsqu'il s'agit des conditions initiales.

V.2.1. Conditions initiales à la position d'équilibre

Pour résoudre le système Eq.(V.5), les conditions initiales (à $t = 0$) pour f_z et \dot{f}_z doivent être connues. Intuitivement, la condition initiale physique pour f_z , est égale à la force stationnaire. Celle-ci est nulle car la plaque n'a pas de portance en l'absence d'un gradient de pression :

$$f_z(0) = f_{zst} = 0 \quad (\text{V.6.a})$$

Les conditions initiales des dérivées premières des forces fluides sont moins triviales. Pour retrouver ces valeurs, il faut revenir à l'essence même des équations différentielles:

$$Z = -\frac{\Delta F_z}{\Delta Z} = \frac{\sum_{k=1}^N A_k s^k}{\sum_{k=1}^N B_k s^k} = \left(\sum_{k=1}^N \frac{b_k}{s - a_k} + c \right) \quad (\text{V.6.b})$$

En développant Eq.(V.6.b), il vient:

$$\Delta F_z = -\left(\sum_{k=1}^N \frac{b_k}{s - a_k} + c \right) \Delta Z \quad (\text{V.6.c})$$

L'application de l'inverse de la transformée de Laplace à l'équation Eq.(V.6.c) mène à:

$$\Delta f_z = -c\Delta z - \sum_{k=1}^N b_k \left(\int_0^t e^{a_k(t-\tau)} \Delta z(\tau) d\tau \right) \quad (\text{V.6.d})$$

La dérivation de l'équation Eq.(V.6.d) par rapport au temps conduit à:

$$\Delta \dot{f}_z = -c\Delta \dot{z} - \sum_{k=1}^N b_k \left(\int_0^t e^{a_k(t-\tau)} \Delta \dot{z}(\tau) d\tau \right) \quad (\text{V.6.e})$$

Il en résulte qu'à $t = 0$:

$$\Delta \dot{f}_z(0) = -c\Delta \dot{z}(0) \quad (\text{V.6.f})$$

En remarquant que, lorsque $N = 2$, $c = A_2$, $\Delta \dot{f}_z = \dot{f}_z$ et que $\Delta \dot{z} = \dot{z}$, il s'ensuit :

$$\dot{f}_z(0) = -A_2 \dot{z}(0) \quad (\text{V.6.g})$$

La relation Eq.(V.6.g) peut être généralisée lorsque les impédances sont approximées à l'aide de fonctions rationnelles d'ordre N . Ainsi, en suivant le même raisonnement de Eq.(V.6.b) jusqu'à Eq.(V.6.g), il vient que, pour une fonction rationnelle d'ordre N :

$$\begin{cases} \dot{f}(0) = -A_N \dot{z}(0) \\ \ddot{f}(0) = -A_N \ddot{z}(0) \\ \vdots \\ f^{(N-1)} = -A_N z^{(N-1)}(0) \end{cases} \quad (\text{V.6.h})$$

Ainsi, toutes les conditions initiales sont définies pour intégrer l'équation Eq.(V.5). Une fois que la position de la plaque arrive sur le point d'observation suivant (qui n'est pas un point d'équilibre statique), les conditions initiales données par Eq.(V.6.a) et Eq.(V.6.g), ne sont plus valables car elles sont relatives à un point d'équilibre. Cependant, les forces fluides ainsi que

leurs dérivées successives¹³, sont des fonctions continues par rapport au temps. Cela étant, il suffit d'utiliser la force fluide et sa dérivée calculée à la fin du pas de temps antérieur.

V.2.2. Résultats

Dans ce qui suit, une plaque de largeur infinie et de longueur $B = 1 \text{ mm}$, est soumise à un déplacement sinusoïdal imposé, de grande amplitude, et à une fréquence de 200 Hz . L'épaisseur du film d'air initiale est de $8 \mu\text{m}$. L'amplitude du déplacement imposée est de $5.6 \mu\text{m}$, ce qui constitue une variation relative $\pm 70\%$. La Figure V. 5 illustre la force fluide f_z , en fonction du temps, obtenue à partir de la nouvelle méthode. Cette force est comparée à celle issue de la solution numérique de l'équation de Reynolds instationnaire (Eq.V.1). Comme le montre la Figure V. 5, les résultats sont en très bon accord. Ces forces sont non-linéaires, du fait du grand déplacement imposé à la plaque.

La Figure V. 6 illustre la transformée de Fourier rapide (FFT) de ces forces fluides. Il apparaît alors que tous les multiples de la fréquence d'excitation sont bien captés par la méthode simplifiée.

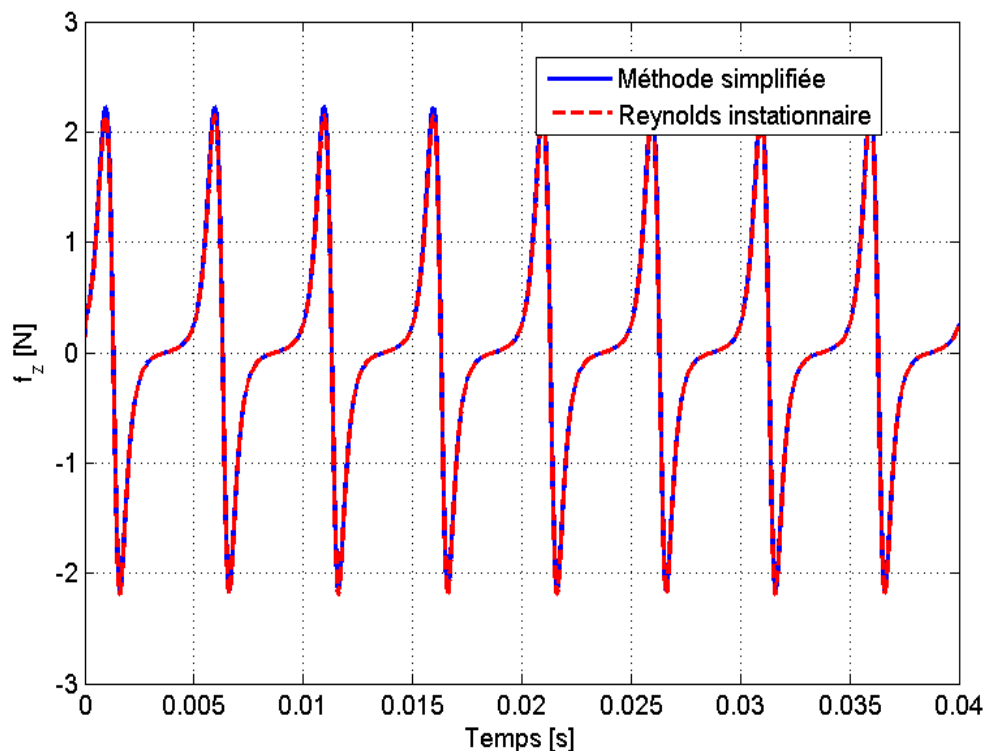
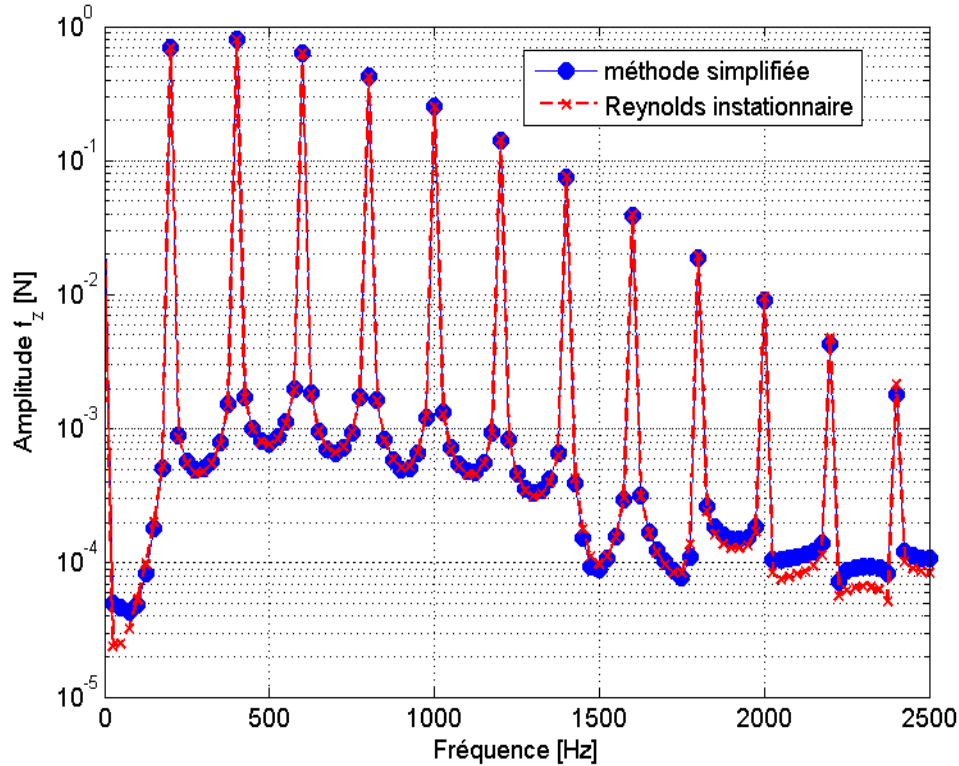


Figure V. 5 Force fluide f_z en fonction du temps

¹³ Les fonctions sont supposées être au moins de classe C^N du fait de l'utilisation de fonctions rationnelles d'ordre N .

Figure V. 6 Spectre fréquentiel de f_z

V.3. Rotor rigide à 2 ddl supporté par deux paliers à air

Dans le cas d'un palier à air, l'approximation des impédances via des fonctions rationnelles d'ordre N mène aux expressions suivantes (voir chapitre 4 Eq.(IV.19) et Eq.(IV.20)). Elles sont reprises ici, pour des raisons de clarté :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{k=0}^N [B_k \Delta f_x^{(k)} + A_k^{xx} \Delta x^{(k)} + A_k^{xy} \Delta y^{(k)}] = 0 \\ \sum_{k=0}^N [B_k \Delta f_y^{(k)} + A_k^{yx} \Delta x^{(k)} + A_k^{yy} \Delta y^{(k)}] = 0 \end{array} \right. \quad (\text{V.7})$$

Cette expression est sous la forme d'une perturbation. Pour tirer profit de la continuité des forces fluides, il est plus avantageux de mettre l'équation Eq.(V.7) sous la forme suivante¹⁴ :

¹⁴ Par convention, $\Delta f_x^{(0)} = \Delta f_x = f_x - f_{xst}$ et $\Delta x^{(0)} = \Delta x = x - x_{st}$. Le même développement est utilisé dans la direction Y .

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{k=0}^N B_k f_x^{(k)} + A_k^{xx} x^{(k)} + A_k^{xy} y^{(k)} = B_0 f_{xst} + A_0^{xx} x_{st} + A_0^{xy} y_{st} \\ \sum_{k=0}^N B_k f_y^{(k)} + A_k^{yx} x^{(k)} + A_k^{yy} y^{(k)} = B_0 f_{yst} + A_0^{yx} x_{st} + A_0^{yy} y_{st} \end{array} \right. \quad (\text{V.8})$$

En mettant les termes stationnaires comme étant des termes sources, et grâce à l'utilisation des mêmes pôles pour approximer les impédances directes et croisées, il est possible d'obtenir des expressions relatives aux forces fluides réelles. Ces forces réelles sont des fonctions continues sur tout le jeu du palier.

A l'instar du cas de la plaque plane, lorsque le rotor se trouve dans une position d'équilibre à $t = 0$, les mêmes conditions initiales sont utilisées pour intégrer l'équation Eq.(V.8). Lorsque le rotor n'est pas dans une position d'équilibre, la continuité naturelle des forces fluides permet d'utiliser les valeurs calculées lors du pas de temps antérieur.

En suivant la même approche utilisée lors de l'étude de stabilité, le couplage de l'équation Eq.(V.8) avec l'équation de mouvement du rotor, conduit à un système différentiel de type masse-amortisseur-ressort (si les impédances sont approximées avec des fonctions rationnelles d'ordre 2). Dans le cas où l'ordre 2 serait insuffisant pour décrire correctement la variation des coefficients dynamiques avec la fréquence d'excitation, il est possible de faire appel à des fonctions rationnelles d'ordres plus élevés. Ainsi, en plus de l'ordre 2, l'ordre 3 sera présenté par la suite.

V.3.1. Approximation des impédances via des fonctions rationnelles d'ordre 2

A l'ordre $N = 2$, l'équation Eq.(V.8) s'écrit de la manière suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{f}_x + B_1 \dot{f}_x + B_0 f_x + A_2^{xx} \ddot{x} + A_1^{xx} \dot{x} + A_0^{xx} x + A_2^{xy} \ddot{y} + A_1^{xy} \dot{y} + A_0^{xy} y = \\ \quad B_0 f_{xst} + A_0^{xx} x_{st} + A_0^{xy} y_{st} \\ \ddot{f}_y + B_1 \dot{f}_y + B_0 f_y + A_2^{yx} \ddot{x} + A_1^{yx} \dot{x} + A_0^{yx} x + A_2^{yy} \ddot{y} + A_1^{yy} \dot{y} + A_0^{yy} y = \\ \quad B_0 f_{yst} + A_0^{yx} x_{st} + A_0^{yy} y_{st} \end{array} \right. \quad (\text{V.9})$$

L'équation du mouvement d'un rotor rigide à deux degrés de liberté s'écrit:

$$\left\{ \begin{array}{l} m\ddot{x} = f_x + E_x \\ m\ddot{y} = f_y + E_y \end{array} \right. \quad (\text{V.10})$$

où $\{E_x, E_y\}^T$ sont les composantes des forces extérieures autres que les forces fluides (balourd, charge statique, etc...).

Le couplage des équations Eq.(V.9) et Eq.(V.10) mène à un système de type masse-amortisseur-ressort :

$$\begin{aligned}
 & \underbrace{\begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 \\ A_2^{xx} & A_2^{xy} & 1 & 0 \\ A_2^{yx} & A_2^{yy} & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{M_1(x_{st}, y_{st})} \underbrace{\begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \dot{f}_x \\ \dot{f}_y \end{Bmatrix}}_{\dot{q}_1} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ A_1^{xx} & A_1^{xy} & B_1 & 0 \\ A_1^{yx} & A_1^{yy} & 0 & B_1 \end{bmatrix}}_{C_1(x_{st}, y_{st})} \underbrace{\begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{f}_x \\ \dot{f}_y \end{Bmatrix}}_{\dot{q}_1} \\
 & + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ A_0^{xx} & A_0^{xy} & B_0 & 0 \\ A_0^{yx} & A_0^{yy} & 0 & B_0 \end{bmatrix}}_{K_1(x_{st}, y_{st})} \underbrace{\begin{Bmatrix} x \\ y \\ f_x \\ f_y \end{Bmatrix}}_{q_1} \\
 & = \begin{Bmatrix} E_x \\ E_y \\ B_0 f_{xst} + A_0^{xx} x_{st} + A_0^{xy} y_{st} \\ B_0 f_{yst} + A_0^{yx} x_{st} + A_0^{yy} y_{st} \end{Bmatrix}
 \end{aligned} \tag{V.11.a}$$

Les matrices M_1, C_1 et K_1 , ainsi que le vecteur F_1 , dépendent du point d'observation. L'équation Eq.(V.11.a) se met sous la forme d'un système différentiel d'ordre 1 de type $\dot{q} = Aq + B$:

$$\begin{Bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{\tilde{q}}_1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M_1^{-1} & -M_1^{-1}C \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_1 \\ \tilde{q}_1 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ M_1^{-1}F_1 \end{Bmatrix} \tag{V.11.b}$$

L'équation Eq.(V.11.b) nécessite la connaissance des conditions initiales des termes suivants : $x, \dot{x}, y, \dot{y}, f_x, \dot{f}_x, f_y$ et \dot{f}_y . A partir d'une position d'équilibre, les déplacements ainsi que les vitesses sont triviaux. Les forces fluides sont égales aux forces stationnaires au point d'équilibre. Les dérivées premières des forces fluides se déduisent à partir de l'équation Eq.(V.6.h). Il en résulte:

$$\left\{ \begin{array}{l} f_x(0) = f_{xst}, \quad f_y(0) = f_{yst} \\ \dot{f}_x(0) = -A_2^{xx} \dot{x}(0) - A_2^{xy} \dot{y}(0) \\ \dot{f}_y(0) = -A_2^{yx} \dot{x}(0) - A_2^{yy} \dot{y}(0) \\ x(0) = x_{st}, \quad y(0) = y_{st} \\ \dot{x}(0) = 0, \quad \dot{y}(0) = 0 \end{array} \right. \quad (\text{V.11.c})$$

Lorsque le rotor change de point d'observation, les conditions initiales données par Eq.(V.11.c) ne sont plus valables. La continuité des forces fluides et des déplacements ainsi que leurs dérivées successives est assurée de manière naturelle. Ceci est une conséquence directe de l'utilisation des mêmes pôles pour approximer les impédances directes et croisées. En effet, si chaque impédance avait été approximée de manière indépendante, l'expression des forces fluides serait donnée par des expressions perturbées, dont la continuité n'est pas assurée lors du changement du point d'observation. Il aurait fallu alors utiliser une procédure spéciale pour retrouver ces conditions initiales. Cette procédure est décrite dans [44]. De ce fait, la continuité permet d'utiliser les valeurs des forces fluides calculées et leurs dérivées successives à partir du dernier pas de temps.

V.3.2. Approximation des impédances via des fonctions rationnelles d'ordre 3

A l'ordre $N = 3$, l'équation Eq.(V.8) s'écrit de la manière suivante:

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{f}_x + B_2 \dot{f}_x + B_1 \dot{f}_x + B_0 f_x + A_3^{xx} \ddot{x} + A_2^{xx} \dot{x} + A_1^{xx} \dot{x} + A_0^{xx} x \\ A_3^{xy} \ddot{y} + A_2^{xy} \dot{y} + A_1^{xy} \dot{y} + A_0^{xy} y = B_0 f_{xst} + A_0^{xx} x_{st} + A_0^{xy} y_{st} \\ \ddot{f}_y + B_2 \dot{f}_y + B_1 \dot{f}_y + B_0 f_y + A_3^{yx} \ddot{x} + A_2^{yx} \dot{x} + A_1^{yx} \dot{x} + A_0^{yx} x \\ A_3^{yy} \ddot{y} + A_2^{yy} \dot{y} + A_1^{yy} \dot{y} + A_0^{yy} y = B_0 f_{yst} + A_0^{yx} x_{st} + A_0^{yy} y_{st} \end{array} \right. \quad (\text{V.12})$$

L'équation Eq.(V.12) fait intervenir la dérivée de l'accélération. Il est donc nécessaire de dériver l'équation de mouvement Eq.(V.10) :

$$\left\{ \begin{array}{l} m\ddot{x} = \dot{f}_x + \dot{E}_x \\ m\ddot{y} = \dot{f}_y + \dot{E}_y \end{array} \right. \quad (\text{V.13})$$

Ainsi, le système d'équation régissant le mouvement du rotor est mis sous la forme matricielle suivante:

$$\begin{aligned}
& \underbrace{\begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 \\ A_3^{xx} & A_3^{xy} & B_3 & 0 \\ A_3^{yx} & A_3^{yy} & 0 & B_3 \end{bmatrix}}_{J_3} \underbrace{\begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{f}_x \\ \ddot{f}_y \end{Bmatrix}}_{\ddot{q}_3} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ A_2^{xx} & A_2^{xy} & B_2 & 0 \\ A_2^{yx} & A_2^{yy} & 0 & B_2 \end{bmatrix}}_{M_3} \underbrace{\begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{f}_x \\ \dot{f}_y \end{Bmatrix}}_{\dot{q}_3} \\
& + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ A_1^{xx} & A_1^{xy} & B_1 & 0 \\ A_1^{yx} & A_1^{yy} & 0 & B_1 \end{bmatrix}}_{C_3} \underbrace{\begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{f}_x \\ \dot{f}_y \end{Bmatrix}}_{\dot{q}_3} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ A_0^{xx} & A_0^{xy} & B_0 & 0 \\ A_0^{yx} & A_0^{yy} & 0 & B_0 \end{bmatrix}}_{K_3} \underbrace{\begin{Bmatrix} x \\ y \\ f_x \\ f_y \end{Bmatrix}}_{q_3} \quad (V.14.a) \\
& = \begin{Bmatrix} \dot{E}_x \\ \dot{E}_y \\ A_0^{xx} x_{st} + A_0^{yx} y_{st} + B_0 f_{xst} \\ A_0^{yx} y_{st} + A_0^{yy} y_{st} + B_0 f_{yst} \end{Bmatrix}
\end{aligned}$$

L'équation Eq.(V.14.a) est mise sous la forme d'une équation différentielle du premier ordre :

$$\begin{Bmatrix} \dot{q}_3 \\ \ddot{q}_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0^{4 \times 4} & I^{4 \times 4} & I^{4 \times 4} \\ 0^{4 \times 4} & 0^{4 \times 4} & I^{4 \times 4} \\ -J_3^{-1} K_3 & -J_3^{-1} C_3 & -J_3^{-1} M_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q \\ \dot{q}_3 \\ \ddot{q}_3 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0^{4 \times 1} \\ 0^{4 \times 1} \\ J_3^{-1} F_3 \end{Bmatrix} \quad (V.14.b)$$

L'équation Eq.(V.14.b) nécessite la connaissance des conditions initiales des termes suivants : $x, \dot{x}, \ddot{x}, y, \dot{y}, \ddot{y}, f_x, \dot{f}_x, \ddot{f}_x, f_y, \dot{f}_y$ et \ddot{f}_y . A partir d'une position d'équilibre, les déplacements ainsi que les vitesses sont triviaux. Les forces fluides sont égales aux forces stationnaires au point d'équilibre. Les dérivées premières et secondes des forces fluides se déduisent à partir l'équation Eq.(V.6.h) . Les accélérations initiales s'obtiennent à partir de l'équation de mouvement Eq.(V.10). Ainsi :

$$\left\{ \begin{array}{l} f_x(0) = f_{xst}, \quad f_y(0) = f_{yst} \\ \dot{f}_x(0) = -A_3^{xx} \dot{x}(0) - A_3^{xy} \dot{y}(0) \\ \dot{f}_y(0) = -A_3^{yx} \dot{x}(0) - A_3^{yy} \dot{y}(0) \\ \ddot{f}_x(0) = -A_3^{xx} \ddot{x}(0) - A_3^{xy} \ddot{y}(0) \\ \ddot{f}_y(0) = -A_3^{yx} \ddot{x}(0) - A_3^{yy} \ddot{y}(0) \\ x(0) = x_{st}, \quad y(0) = y_{st} \\ \dot{x}(0) = 0, \quad \dot{y}(0) = 0 \\ \ddot{x}(0) = (f_{xst} + E_x(0))/m \\ \ddot{y}(0) = (f_{yst} + E_y(0))/m \end{array} \right. \quad (\text{V.14.c})$$

Lorsque le rotor change de point d'observation, les conditions initiales données par Eq.(V.14.c) ne sont plus valables. La continuité des forces fluides et des déplacements ainsi que leurs dérivées successives, est assurée de manière naturelle. Ainsi, les valeurs calculées à partir du pas de temps antérieur sont utilisées comme des conditions initiales du nouveau système différentiel relatif au nouveau point d'observation.

V.3.3. Résultats

Dans ce qui suit, le cas présenté dans l'analyse de stabilité du chapitre précédent (voir paragraphe IV.5) est traité ici dans le sens des grands déplacements. Le rotor se trouve initialement au centre du palier. Les orbites et les forces fluides produites par la nouvelle méthode sont comparées avec celles issues de la solution de l'équation de Reynolds compressible et instationnaire, couplée à l'équation Eq.(V.10) (cette dernière est considérée comme étant la référence). Trois cas sont présentés :

Cas n°1 : Analyse de stabilité à $\Omega = 25000 \text{ tr/min}$ et $m=0.15\text{Kg}$

Dans ce premier cas, la vitesse de rotation est de 25 ktr/min, et la masse du rotor est de 150 g. Le rotor est soumis uniquement à une charge statique de 20N dans la direction X. La Figure V. 7 illustre l'orbite obtenue à partir de la méthode simplifiée utilisant des fonctions rationnelles d'ordre 2. Cette orbite est comparée à celle issue de la résolution complète de l'équation de Reynolds instationnaire. La Figure V. 8 est similaire à la figure précédente, mais la méthode simplifiée utilise, cette fois, des fonctions rationnelles d'ordre 3. Les Figure V. 9 et Figure V. 10 présentent les forces fluides dans la direction X et Y en fonction du temps. Comme le montre ces figures, les orbites sont en très bon accord qualitativement et quantitativement, avec un léger avantage pour les fonctions rationnelles d'ordre 3. En effet,

comme le montre les Figure IV. 4 et Figure IV. 5, l'ordre 3 permet d'obtenir une approximation des impédances plus précise que l'ordre 2.

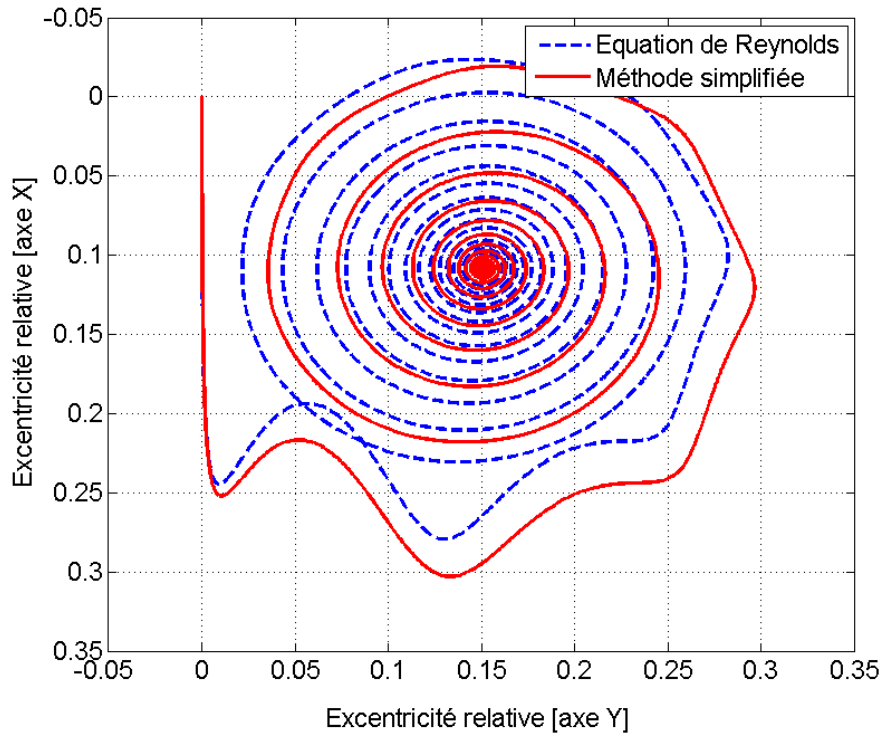


Figure V. 7 Orbite du rotor ($\Omega = 25 \text{ ktr/min}$, $m = 150 \text{ g}$, $N = 2$)

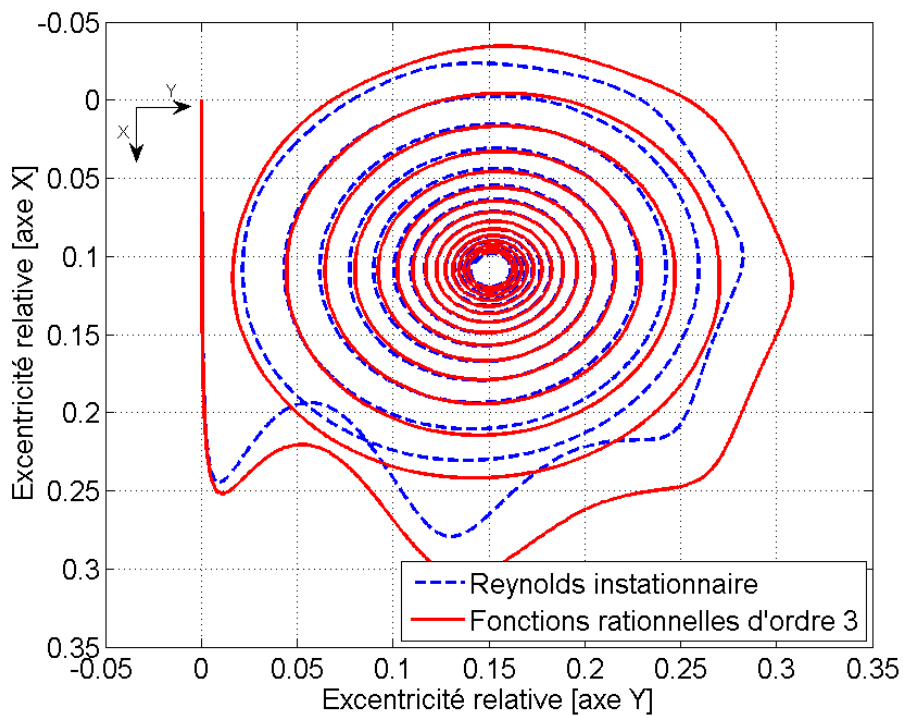


Figure V. 8 Orbite du rotor ($\Omega = 25 \text{ ktr/min}$, $m = 150 \text{ g}$, $N = 3$)

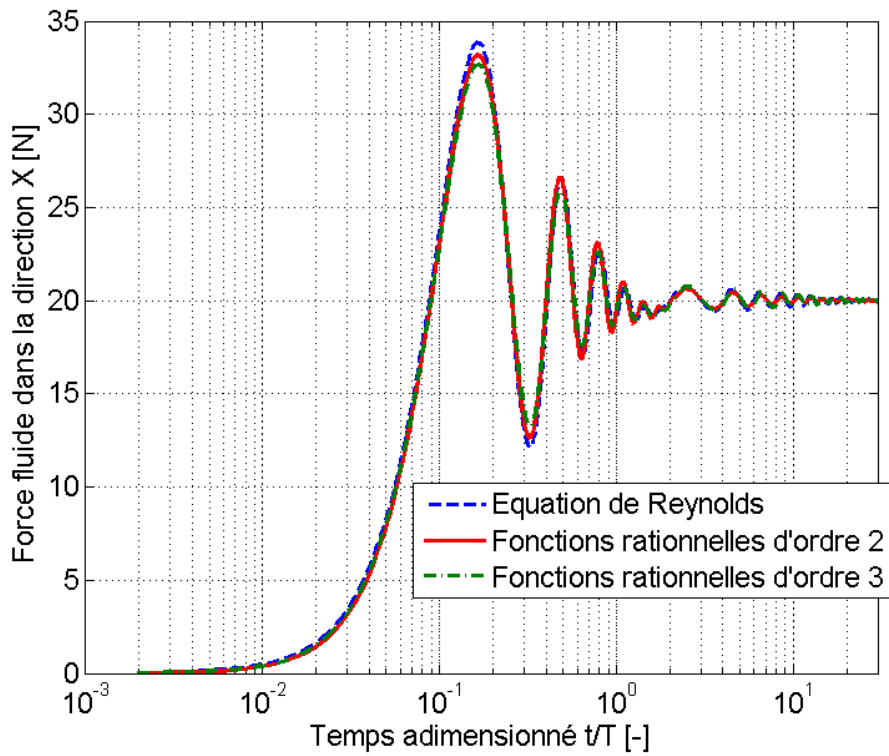


Figure V. 9 Forces fluides en fonction du temps dans la direction X

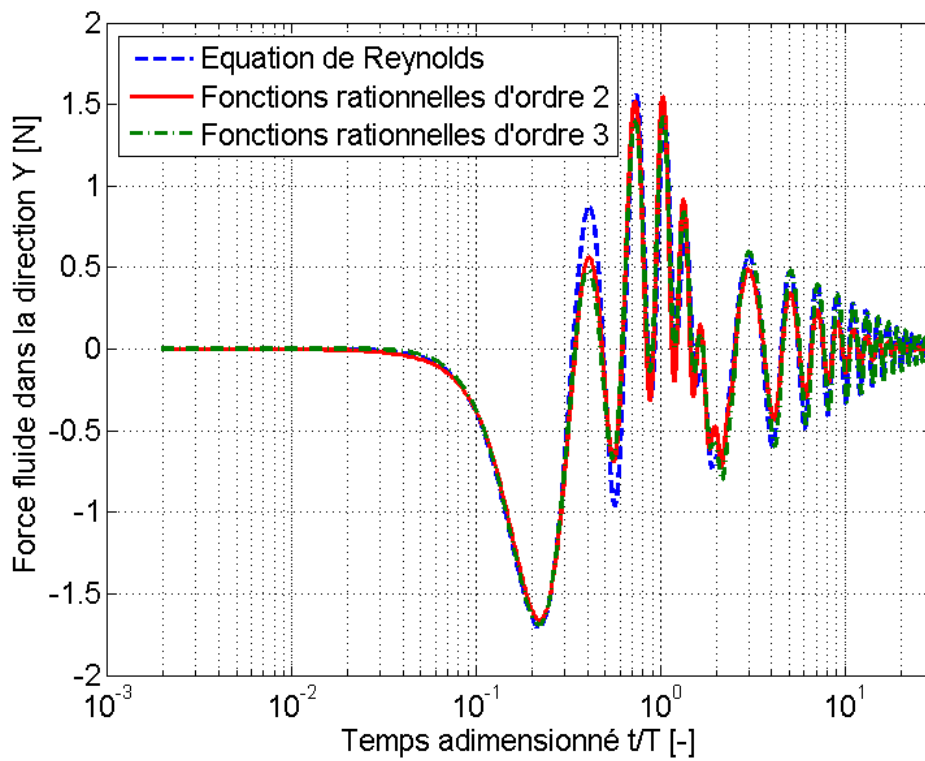


Figure V. 10 Forces fluides en fonction du temps dans la direction Y

Cas n°2 : Analyse de stabilité à $\Omega = 10000 \text{ tr/min}$ et $m=0.7\text{Kg}$

Dans ce cas, la vitesse de rotation vaut $\Omega = 10 \text{ ktr/min}$ et la masse du rotor est de 700g. La masse critique calculée lors du chapitre précédent est supérieure à 2 Kg. Le rotor n'est soumis à aucun balourd; seule une charge de 20 N agit sur le rotor dans la direction X. La Figure V. 11 compare les orbites obtenues à partir de :

- la solution instationnaire de l'équation de Reynolds compressible couplée à l'équation de mouvement du rotor,
- l'intégration du système différentiel Eq.(V.11.b) utilisant des fonctions rationnelles d'ordre 2,
- l'intégration du système Eq.(V.14.b) faisant appel aux fonctions rationnelles d'ordre 3.

Comme le montre cette figure, le rotor effectue un large déplacement pour retrouver sa position d'équilibre stable. Ceci montre que la méthode simplifiée est capable de reproduire quasiment le même comportement. L'utilisation de fonctions rationnelles d'ordre 3 n'apporte que de légères améliorations comparée à l'ordre 2. Néanmoins, cela démontre qu'il est possible d'utiliser des ordres plus élevés pour approximer les impédances, au prix d'un système différentiel plus large (12 inconnues pour l'ordre 3 contre 8 pour l'ordre 2). Désormais, seul l'ordre 2 sera utilisé dans la suite de ce chapitre.

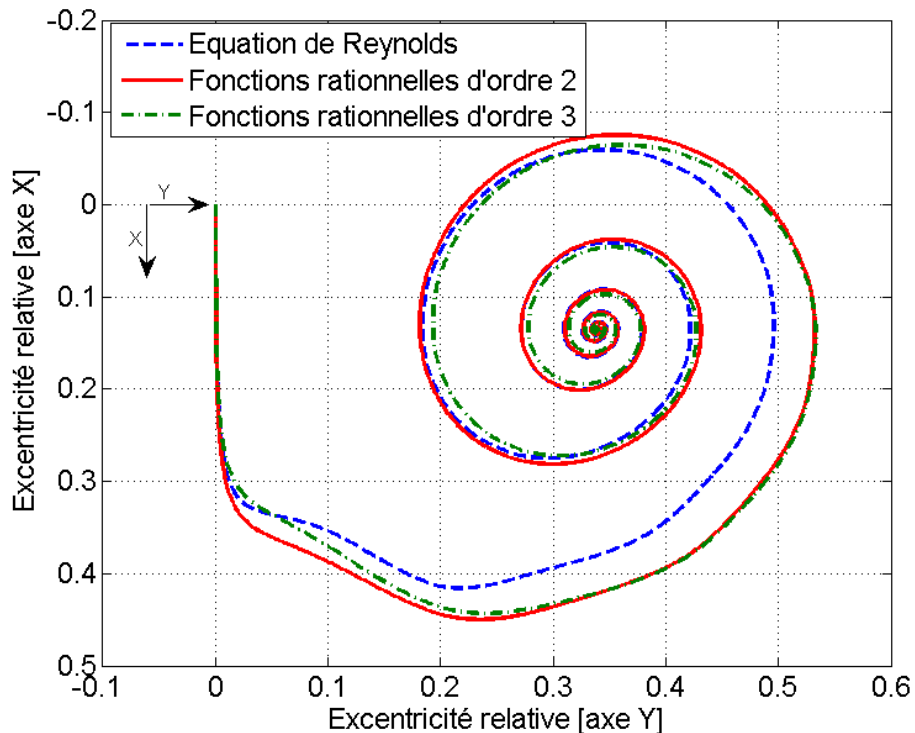


Figure V. 11 Orbite du rotor ($\Omega = 10 \text{ ktr/min}$ et $m = 750 \text{ g}$)

Cas n°3 : Réponse au balourd à $\Omega = 10000 \text{ tr/min}$ et $m = 0.7 \text{ Kg}$

Ce troisième cas est similaire au précédent où, en plus de la charge statique, le rotor est soumis à un balourd de 4.2 gmm . La Figure V. 12 présente l'orbite décrite par le rotor durant les dernières périodes. La Figure V. 13 présente le diagramme de Poincaré de ces orbites montrant que les deux méthodes possèdent une structure assez proche. Les Figure V. 14 et Figure V. 15 montrent le spectre fréquentiel des déplacements dans la direction X et Y. Les multiples de la fréquence de rotation indiquent que la trajectoire n'est pas circulaire. La méthode proposée permet alors capter la quasi-totalité des composantes de ce spectre de manière très satisfaisante. Enfin, les Figure V. 16 et Figure V. 17 présentent les forces fluides en fonction du temps durant les dernières périodes. Ces forces fluides sont en très bon accord comme le montre ces deux figures.

La source des différences entre la méthode simplifiée et la méthode de référence peuvent être très diverses. En effet, à titre d'exemple, le couplage de l'équation de Reynolds avec l'équation de mouvement n'est pas total (produisant une équation monolithique) tandis que la méthode simplifiée utilise, quant à elle, un couplage total.

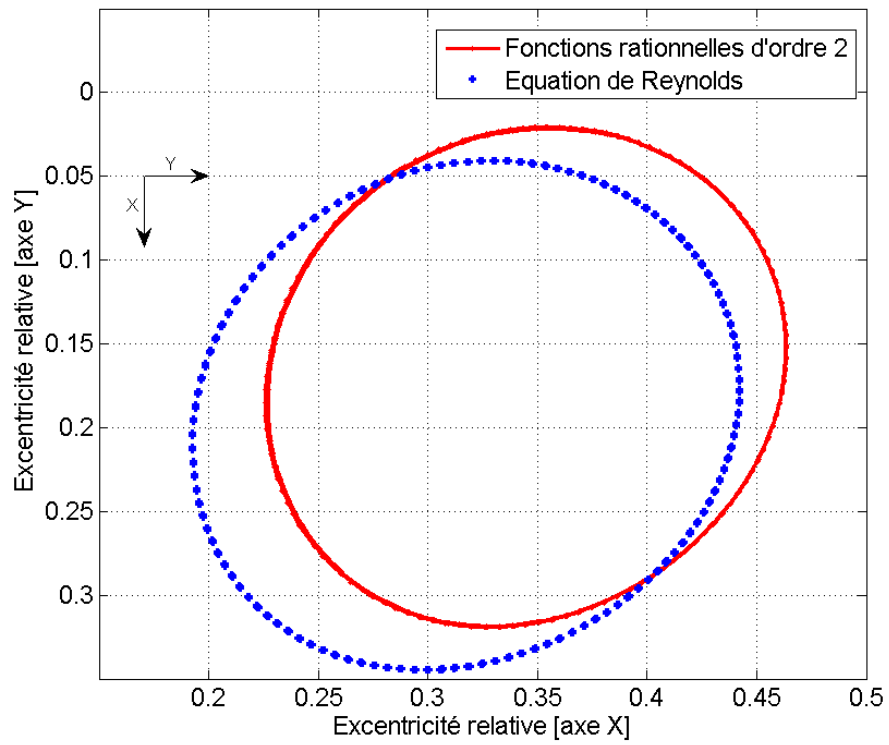


Figure V. 12 Orbite durant les dernières périodes

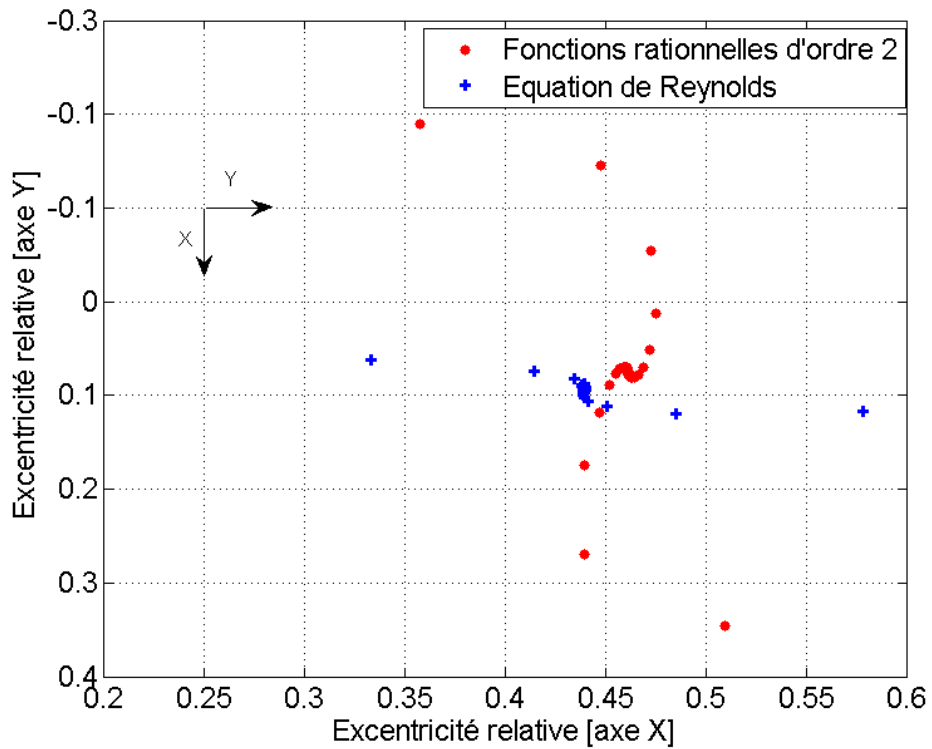


Figure V. 13 Diagramme de Poincaré

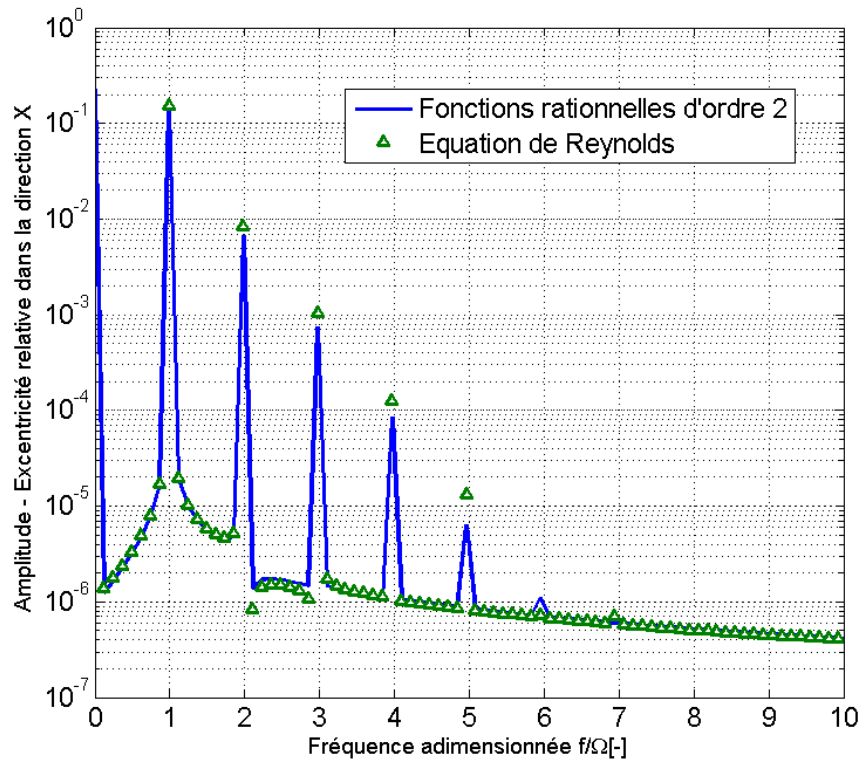


Figure V. 14 FFT des déplacements dans la direction X

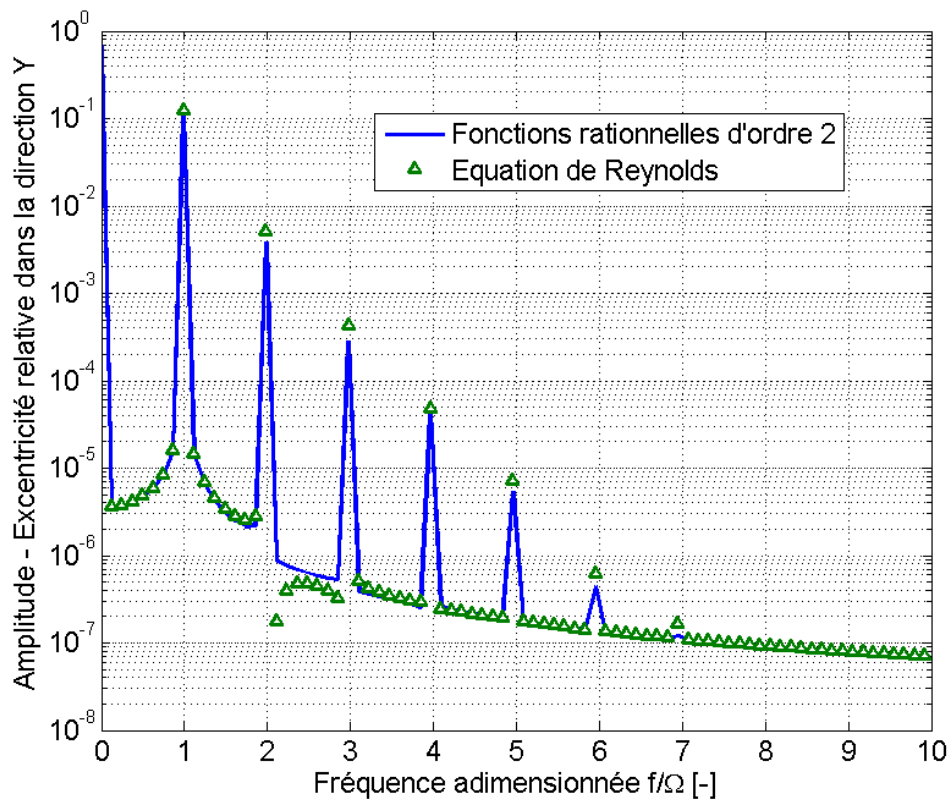


Figure V. 15 FFT des déplacements dans la direction Y

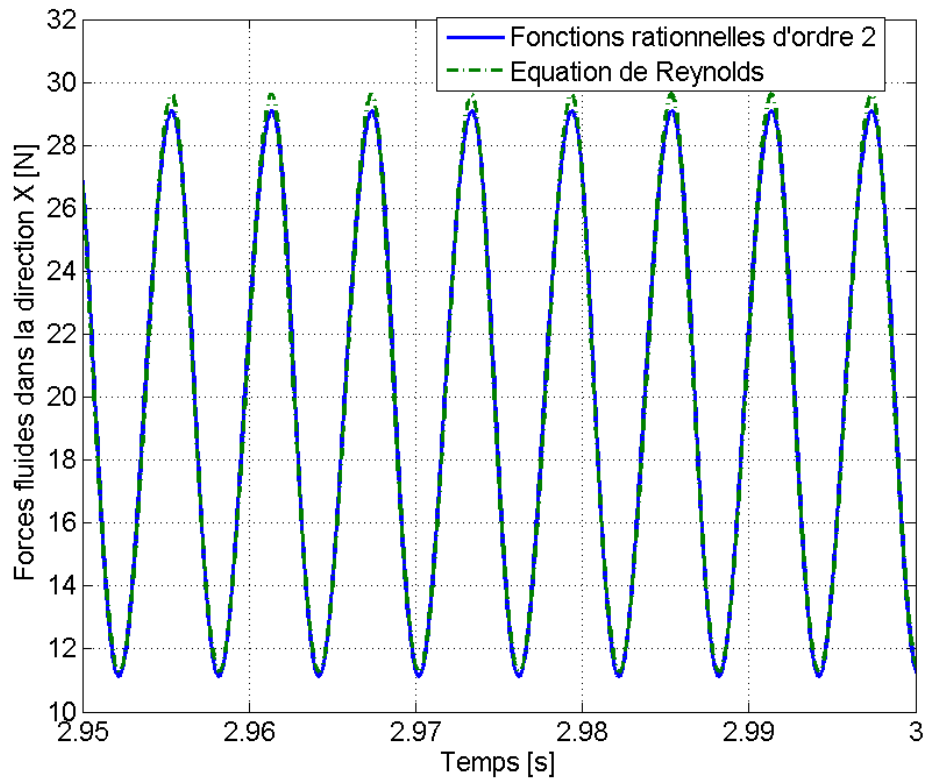


Figure V. 16 Forces fluides en fonction du temps dans la direction X (dernières périodes)

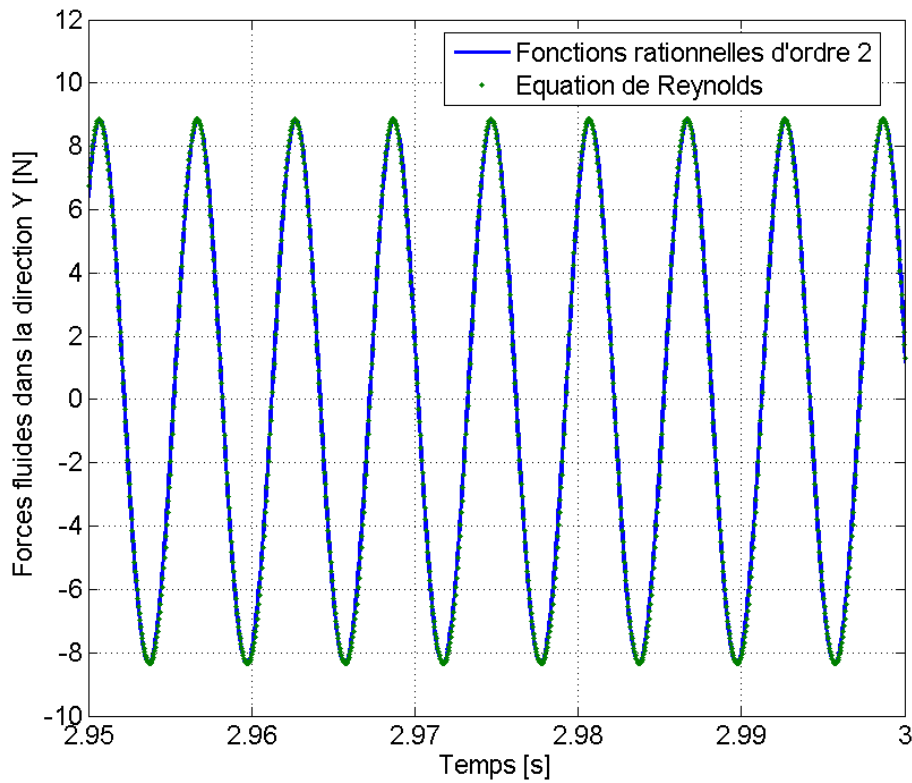


Figure V. 17 Forces fluides en fonction du temps dans la direction Y (dernières périodes)

V.4. Rotor flexible

L'analyse proposée dans le paragraphe précédente est étendue au cas d'un rotor flexible. Les impédances sont approximées en utilisant des fonctions rationnelles d'ordre 2. En suivant le même raisonnement adopté dans le cas d'un rotor rigide à deux degrés de liberté, le système d'équations de mouvement d'un rotor flexible s'écrit :

$$\begin{Bmatrix} \dot{q}''_{FE} \\ \ddot{q}''_{FE} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M''_{FE} & -M''_{FE} C''_{FE} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q''_{FE} \\ \dot{q}''_{FE} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0^{4n_d \times 1} \\ -M''_{FE} F''_{FE} \end{Bmatrix} \quad (\text{V.15.a})$$

où les matrices de raideur, d'amortissement et de masse ont été définies dans le chapitre précédent (voir IV.1.3.2). Le vecteur F''_{FE} est défini de la manière suivante :

$$F''_{FE} = \begin{Bmatrix} F_{FE} \\ A_{0,1}^{xx} u_{st,1} + A_{0,1}^{yx} v_{st,1} + B_{0,1} f_{xst,1} \\ A_{0,1}^{yx} u_{st,1} + A_{0,1}^{yy} v_{st,1} + B_{0,1} f_{yst,1} \\ A_{0,2}^{xx} u_{st,2} + A_{0,1}^{yx} v_{st,2} + B_{0,2} f_{xst,2} \\ A_{0,2}^{yx} u_{st,1} + A_{0,2}^{yy} v_{st,2} + B_{0,2} f_{yst,2} \end{Bmatrix} \quad (\text{V.15.b})$$

où le vecteur F_{FE} de longueur $4n_d$ contient les forces généralisées appliquées au niveau des nœuds [67]. Les coefficients $A_{0,k}^{\alpha\beta}$ et $B_{0,k}$ sont relatifs au palier à air k . De manière similaire, les points d'observation $(u_{st,k}, v_{st,k})$ ainsi que les composantes des forces statiques $f_{xst,k}$ et $f_{yst,k}$ sont relatives au palier à air k .

L'intégration de l'équation Eq.(V.15.b) nécessite l'inversion de la matrice de masse M''_{FE} chaque fois que le point d'observation change. C'est une tâche gourmande en temps de calcul, notamment lorsque le système est complexe avec un nombre important de nœuds. La structure de la matrice M''_{FE} a été donnée dans le chapitre précédent (voir Eq.(IV.42.a)). Afin d'inverser cette matrice, il est possible d'utiliser le complément de Shur. Ainsi, l'inverse de la matrice M''_{FE} s'écrit, par blocs, de la manière suivante :

$$M''_{FE}^{-1} = \begin{bmatrix} M_{FE}^{-1} & 0^{4n_d \times 2} & 0^{4n_d \times 2} \\ -M_{b,1}^{2 \times 4n_d} M_{FE}^{-1} & I^{2 \times 2} & 0^{2 \times 2} \\ -M_{b,2}^{2 \times 4n_d} M_{FE}^{-1} & 0^{2 \times 2} & I^{2 \times 2} \end{bmatrix} \quad (\text{V.15.c})$$

L'équation Eq.(V.15.c) montre que l'inverse la matrice M''_{FE} est un calcul direct une fois que l'inverse de la matrice de masse issue de la discrétisation pas éléments finis est connue. En effet, la matrice M_{FE} est constante et ne dépend pas du point d'observation. Son inverse peut donc être calculé une seule fois au début, puis stocké. Ainsi, chaque fois que le point d'observation change, l'inverse de M''_{FE} est calculée à l'aide de la relation Eq.(V.15.c).

V.4.1. Résultats :

Dans ce qui suit, une analyse est réalisée dans le cas d'un rotor flexible guidé par deux paliers à air identiques à ceux utilisés dans le chapitre précédent. Deux cas seront étudiés. Le premier cas concerne l'étude de deux vitesses instables dans le sens des petites perturbations afin de mettre en évidence l'existence d'un cycle limite. Le second traite le cas d'un rotor flexible soumis à un grand balourd entraînant une réponse non-linéaire.

V.4.2. Cycle limite

La vitesse de rotation du rotor est de 15 ktr/min. A cette vitesse, le rotor est instable dans le sens des petites perturbations (voir IV.7.3). Le rotor est soumis uniquement à son propre poids, et celui-ci se trouve initialement sur la ligne des centres.

Le calcul est réalisé sur 256 périodes. L'intégration de l'équation du mouvement est réalisée à l'aide de la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 à pas variables.

La Figure V. 18 illustre l'orbite décrite par le rotor au niveau des paliers et au centre de l'arbre durant les 128 dernières périodes. Comme le montre cette figure, le rotor a atteint un cycle limite décrivant des trajectoires fermées. Etant donné que les deux paliers sont identiques et disposés d'une manière symétrique par rapport au centre de l'arbre, les orbites au niveau des paliers sont superposées. Les Figure V. 19 et Figure V. 20 présentent le spectre de fréquence des déplacements dans la direction X et Y , mettant en évidence une fréquence de précession d'environ $\omega_p = 0.44 \Omega$ ainsi que ces multiples ($2\omega_p, 3\omega_p, \dots$). Le cycle limite est une propriété que seuls les processus non-linéaires peuvent exhiber.

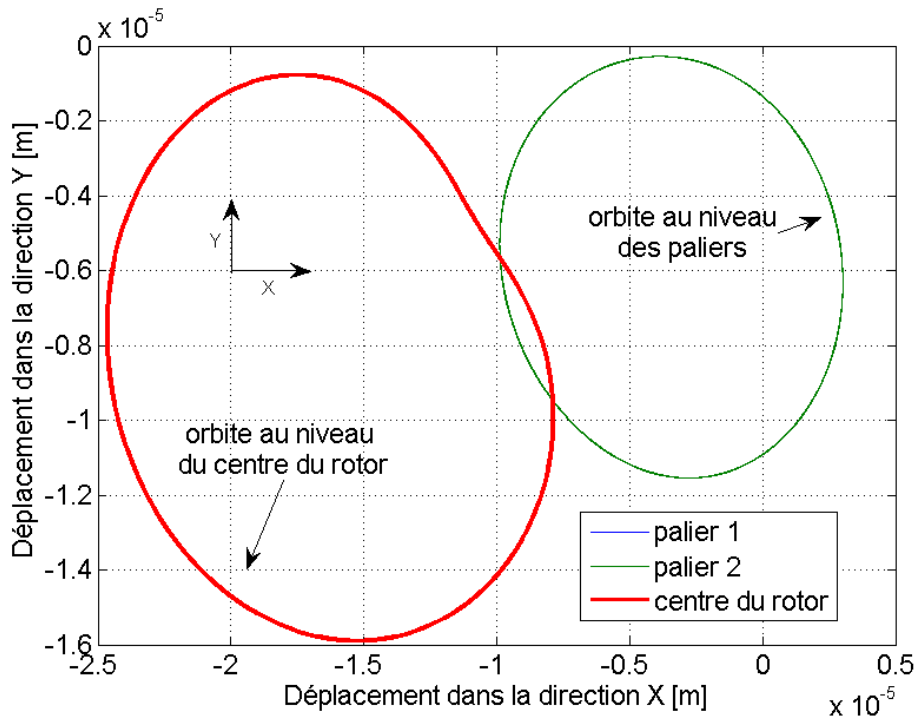


Figure V. 18 Orbite décrite par le rotor (15ktr/min)

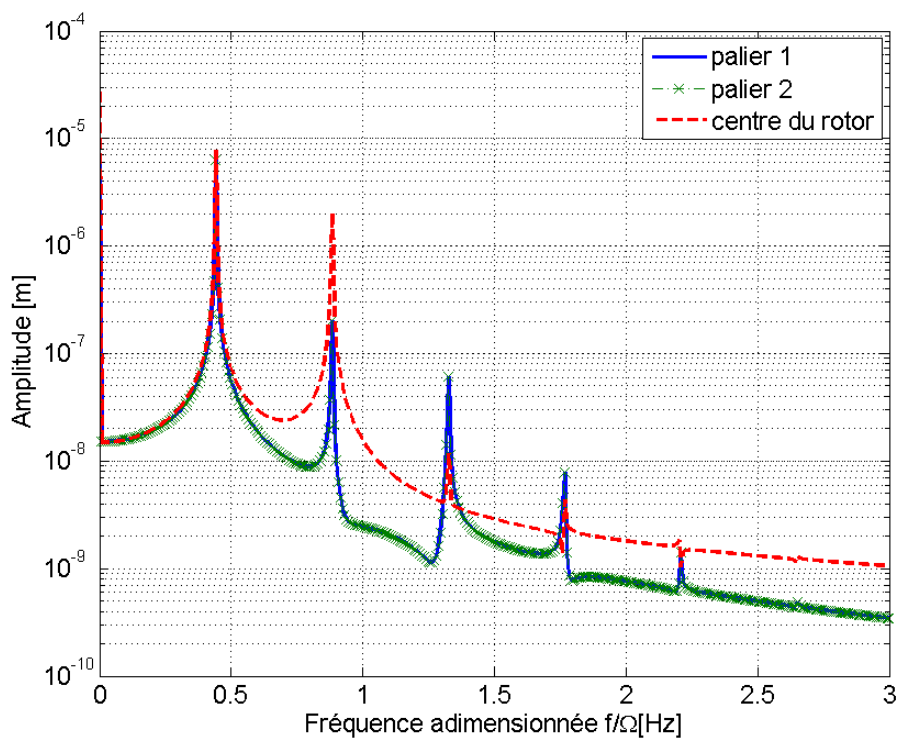


Figure V. 19 FFT des déplacements dans la direction X (15 ktr/min)

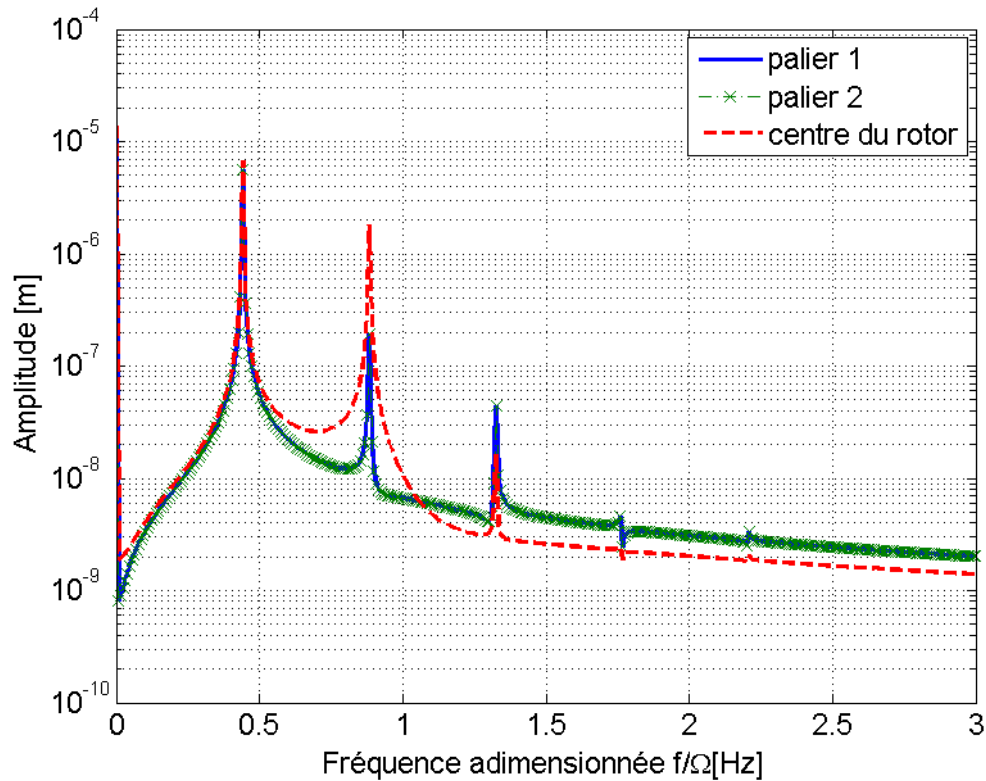


Figure V. 20 FFT des déplacements dans la direction Y ($15\text{ ktr}/\text{min}$)

En augmentant la vitesse de rotation à $20\text{ ktr}/\text{min}$, l'orbite change d'allure. Elle décrit une boucle comme le montre les orbites du rotor au niveau des paliers (voir Figure V. 21). Le spectre fréquentiel est devenu beaucoup plus riche comme le montre les Figure V. 22 et Figure V. 23. Comparé au cas précédent, la fréquence de précession (la plus grande en amplitude) vaut désormais $\omega_p = 0.36\Omega$. En plus des multiples de cette fréquence, le spectre montre aussi l'existence des multiples de la demi-fréquence de précession 0.18Ω . Le spectre contient donc $1/2\omega_p$, ω_p , $3/2\omega_p$, $2\omega_p$, $5/2\omega_p$ et ainsi de suite.

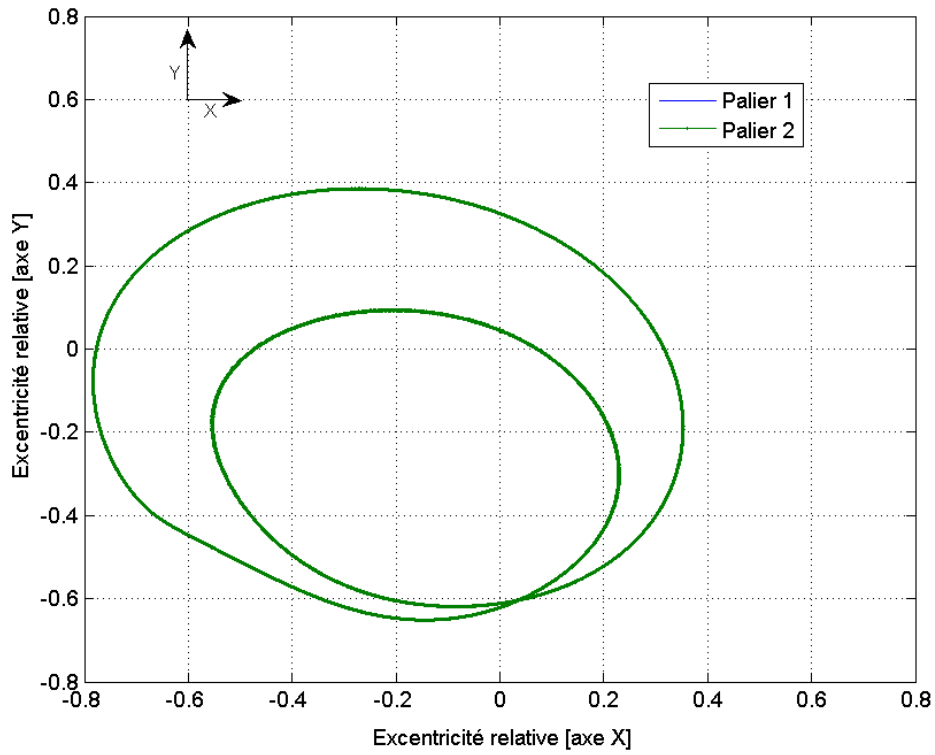


Figure V. 21 Orbite décrite par le rotor au niveau des paliers (20 *ktr/min*)

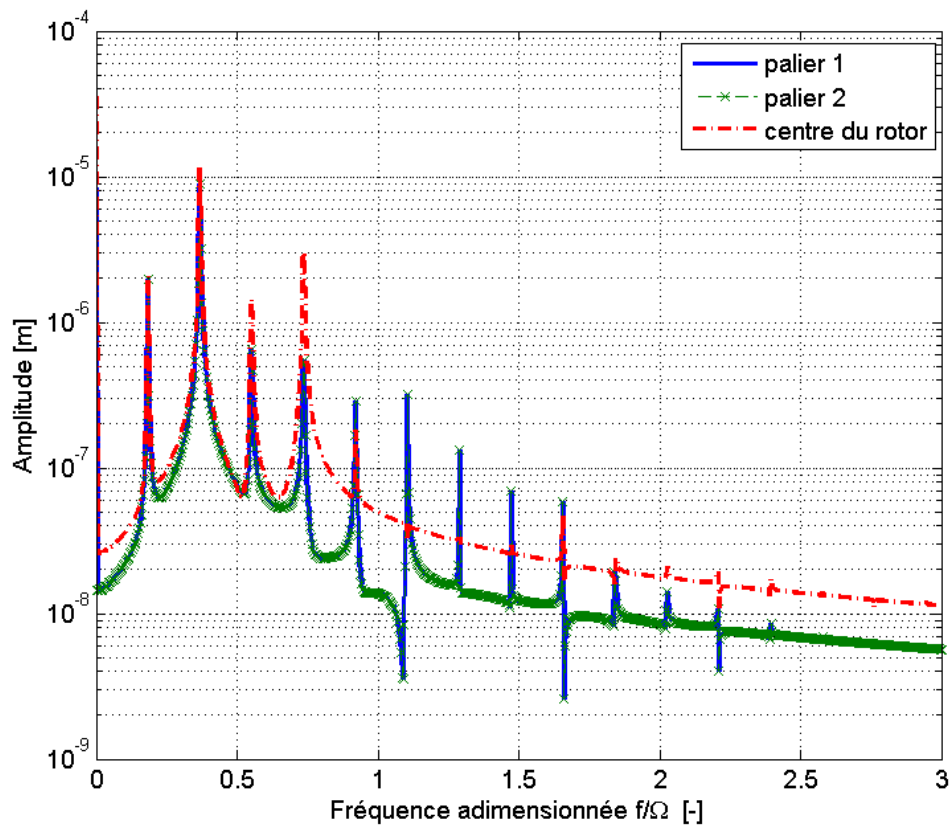


Figure V. 22 FFT des déplacements dans la direction X (20 *ktr/min*)

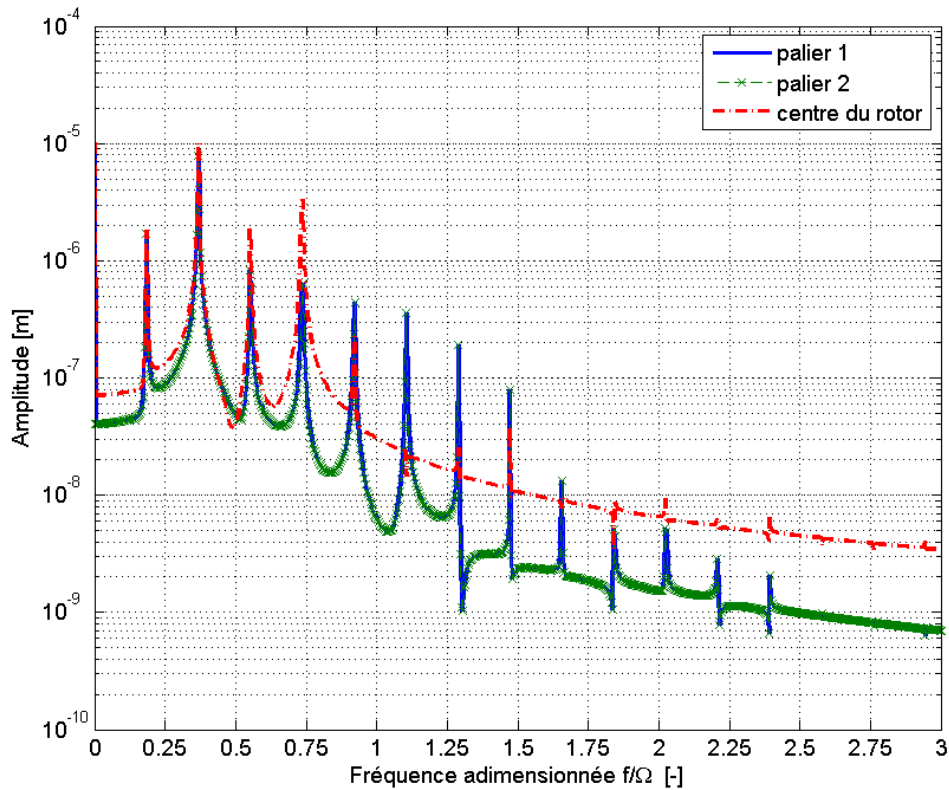


Figure V. 23 FFT des déplacements dans la direction Y (20 ktr/min)

V.4.3. Rotor flexible soumis à grand balourd

Dans ce qui suit, le rotor possède un balourd important. Ce dernier est simulé par deux masses disposées aux extrémités du rotor ayant la même phase et la même amplitude égale à 40 *gmm* chacun. La vitesse de rotation est de $\Omega = 10$ ktr/min et par conséquent le rotor est stable dans le sens des petites perturbations (IV.5.3 voir IV.7.3).

La Figure V. 24 illustre l'orbite décrite durant les dernières périodes par le rotor au niveau des paliers à air, ainsi qu'au niveau du centre géométrique. Comme le montre cette figure, l'orbite n'est pas circulaire. Le spectre fréquentiel contient plusieurs fréquences comme l'illustre les Figure V. 25 et Figure V. 26. Les Figure V. 27 et Figure V. 28 présentent le diagramme de Poincaré de la flexion de l'arbre dans le plan XZ et YZ. Le mouvement est donc quasi-périodique [71].

Ainsi, un grand balourd mène à une réponse non-linéaire du rotor. Une telle réponse est caractérisée par un spectre riche en fréquences. Une telle analyse n'aurait pu être menée dans le cadre des petits déplacements et sans prendre en compte la variation des coefficients dynamiques avec la fréquence d'excitation.

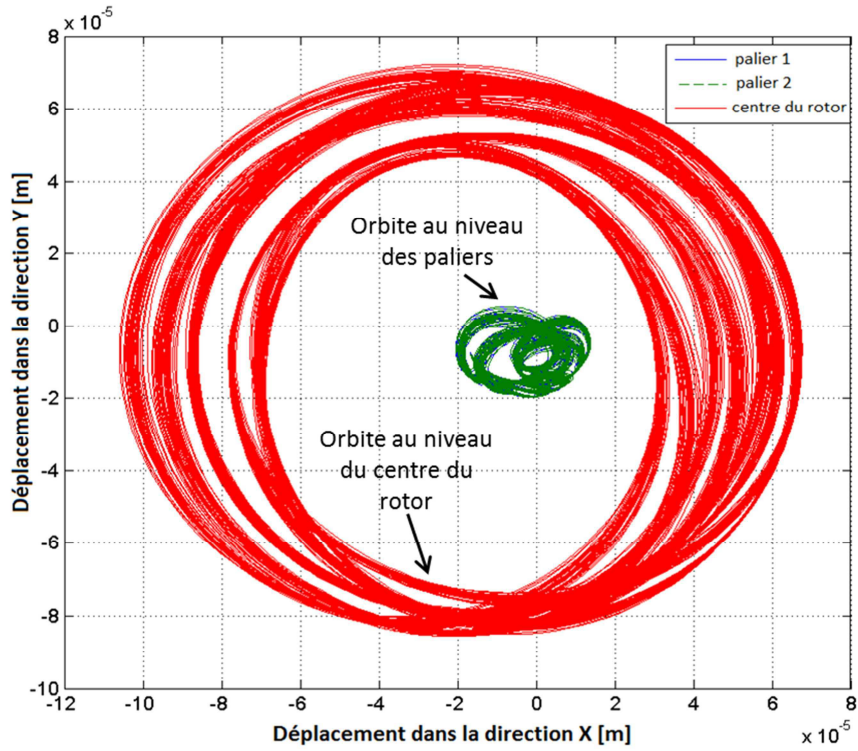


Figure V. 24 orbite au niveau des paliers et au centre du rotor

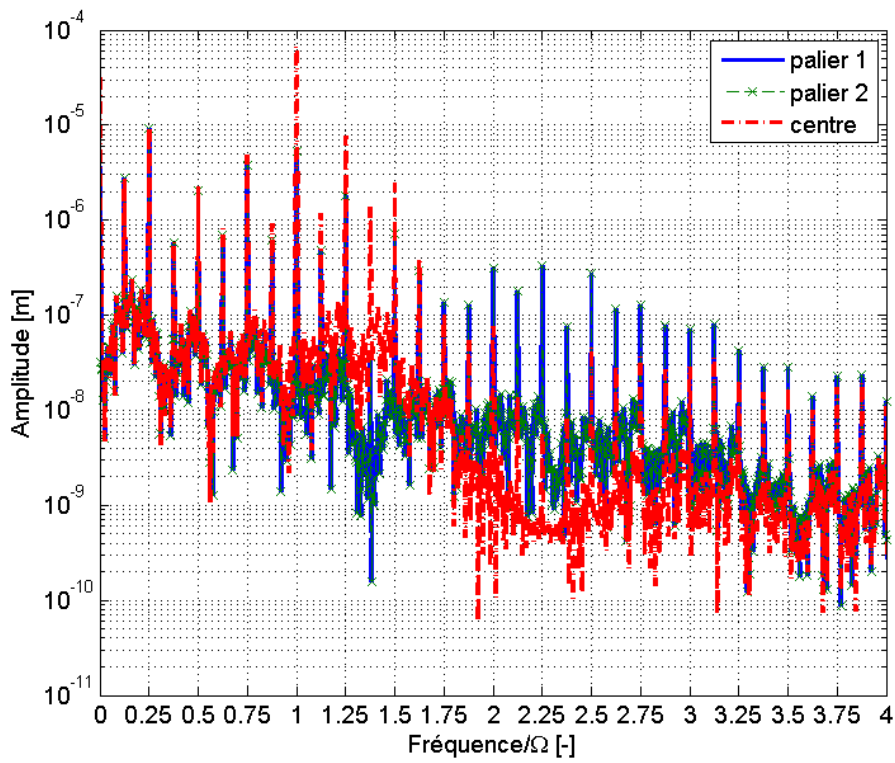


Figure V. 25 FFT des déplacements dans la direction X

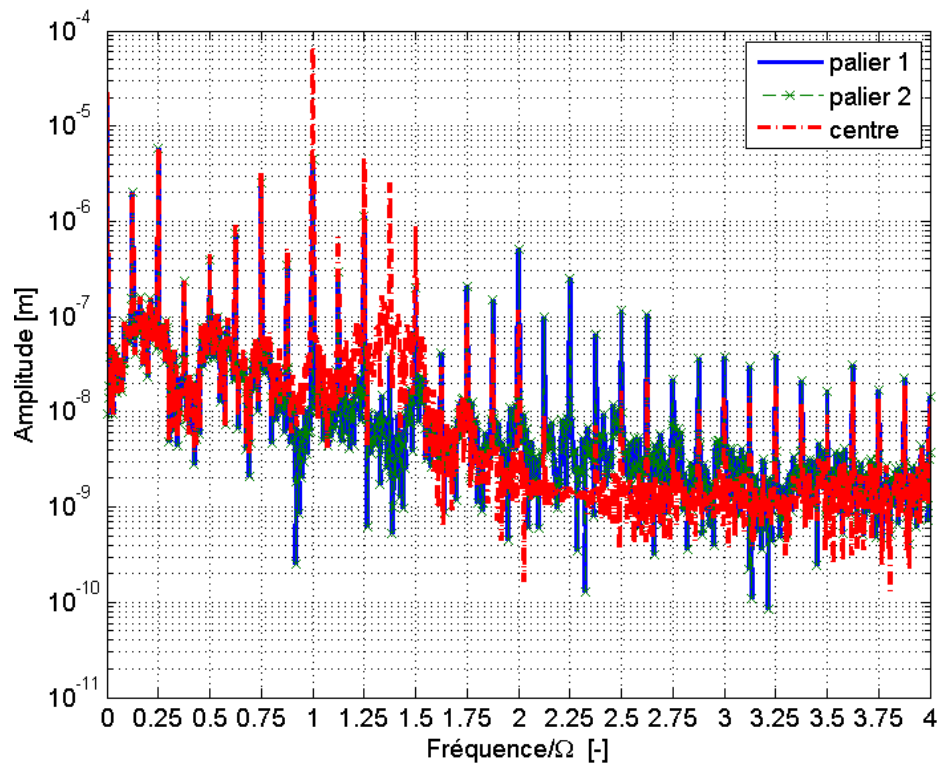


Figure V. 26 FFT des déplacements dans la direction Y

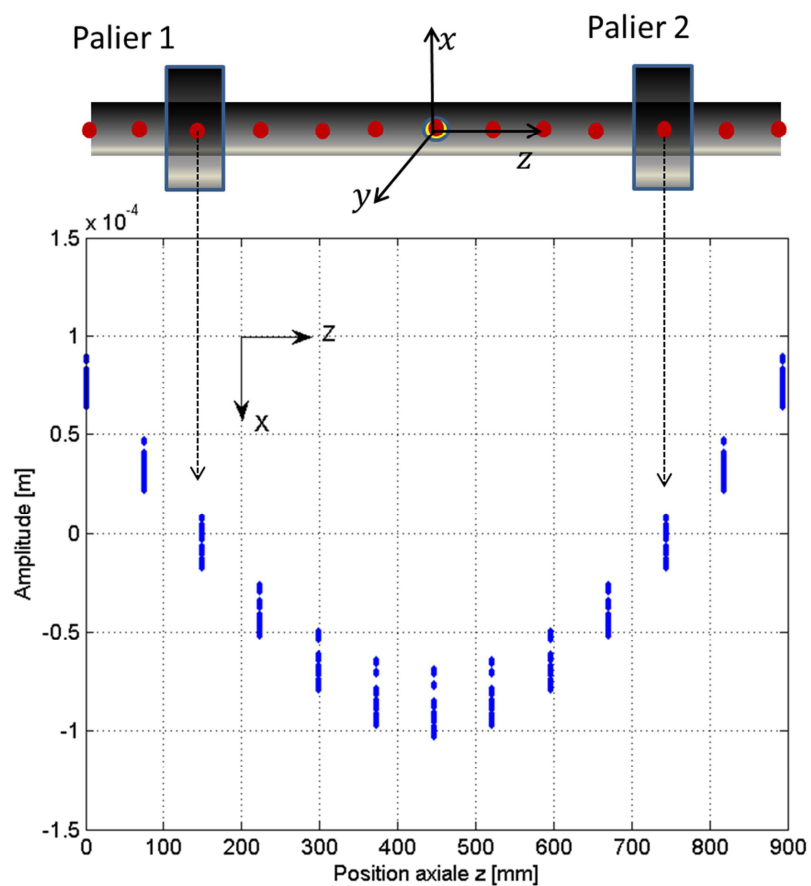


Figure V. 27 Diagramme de Poincaré dans la plan XZ

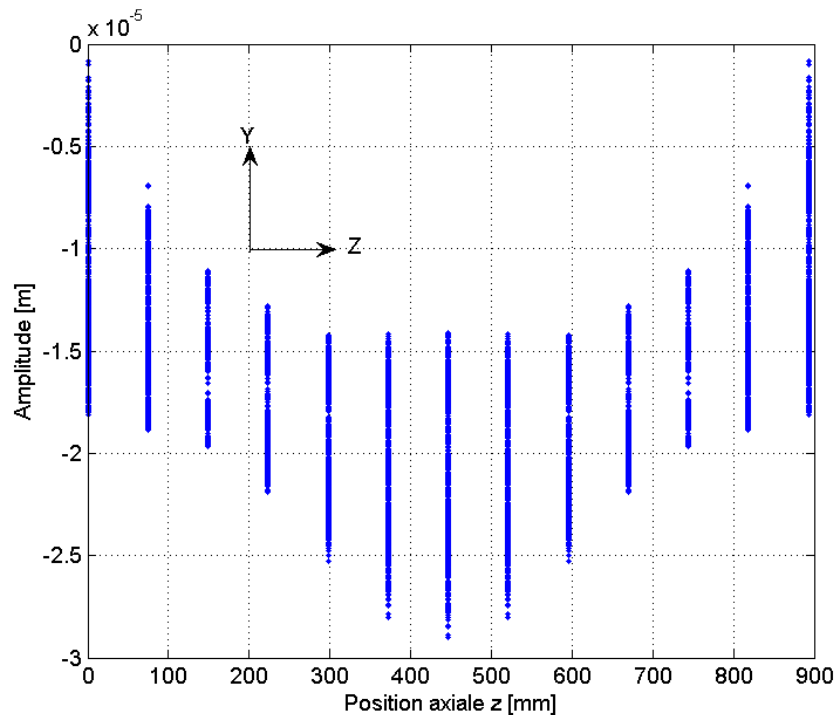


Figure V. 28 Diagramme de Poincaré dans le plan YZ

V.5. Temps de calculs - conclusion

La méthode développée pour l'analyse de stabilité a été étendue au cas des grands déplacements, permettant un calcul rapide et précis de la réponse non-linéaire d'un rotor décrivant de grands déplacements. Du fait de sa formulation simple sous la forme d'équations différentielles, la méthode peut s'intégrer facilement dans une analyse complexe de dynamique de rotor.

Néanmoins, la méthode présente une étape préparatoire qui est relativement coûteuse en temps de calculs. Cette étape est celle de la réalisation de la cartographie de la réponse dynamique du palier. Ce temps a été largement réduit en prenant en compte la symétrie du palier circulaire. Ainsi, le calcul des impédances se fait dans une seule direction dans le repère cylindrique. En utilisant la matrice de rotation (Eq.(IV.11), la cartographie 2D complète du palier s'obtient assez rapidement.

Pour une excentricité donnée, le calcul des impédances a été réalisé en utilisant l'équation de Reynolds à l'ordre 1 et ce, à plusieurs fréquences d'excitation. Il est possible d'utiliser la méthode dite du « Step-Jump », ainsi que les séries de Prony pour obtenir, en un seul calcul, la réponse d'un composant à l'ensemble des fréquences d'excitation. Les séries de Prony permettent un passage aisé au domaine de Laplace [59].

Une fois la cartographie réalisée, la résolution d'un système d'équations différentielles permet de produire, en quelques minutes seulement, la réponse non linéaire à un grand déplacement. Ainsi, un concepteur peut tester plusieurs configurations, matériaux, géométries, balourds de l'arbre, etc..., sans avoir à refaire un calcul instationnaire de mécanique de fluide couplé à la dynamique de la structure. En plus, la méthode permet un couplage total avec les équations de mouvement, s'affranchissant ainsi des problèmes numériques rencontrés lors de la simulation des interactions fluide/structure.

Un deuxième avantage réside dans la possibilité d'obtenir, en des temps très raisonnables, l'ensemble des scénarios non-linéaires que peut présenter la réponse d'un rotor. En effet, en dynamique non linéaire, le résultat quantitatif a beaucoup moins d'importance comparé au résultat qualitatif. En fait, la non-linéarité impose une extrême sensibilité aux conditions initiales (qui sont généralement méconnues). Par conséquent, c'est le comportement asymptotique qui a le plus d'importance. De ce fait, la méthode présentée ici, permet de réaliser un ensemble de calculs afin d'obtenir le comportement asymptotique du rotor sous différentes hypothèses (incertitude sur le balourd, sur l'alignement, sur le chargement, etc...). Cela étant, la comparaison des temps de calculs ne doit pas se faire sur la base d'un calcul unitaire, mais sur le cumul des temps de calculs nécessaire à l'obtention du comportement asymptotique. Dans ce cas, la méthode proposée possède un avantage indéniable.

Enfin, cette méthode simplifiée ne dépend pas de l'origine des coefficients dynamiques. Ces derniers peuvent provenir de l'équation de Reynolds, de l'équation du « Bulk-Flow » ou encore des équations de Navier-Stokes 3D.

Conclusion générale

La nécessité de réduire la masse d'une fusée et par conséquent, augmenter la part de celle dédiée à la charge utile, a conduit les concepteurs à mettre au point des turbopompes opérant à de très hautes vitesses. Les roulements classiques atteignent rapidement leurs limites, notamment dans les environnements cryogéniques. La tendance actuelle consiste à faire appel, de plus en plus, à des composants tels que les paliers et butées hybrides. Du point de vue mécanique, ces composants peuvent fonctionner à des vitesses « infinies ». Ils nécessitent généralement peu de systèmes auxiliaires et coutent beaucoup moins chers. Cependant, ces composants ont une limite de stabilité. Ils sont, sous certaines conditions, le siège d'instabilités dues aux effets hydrodynamiques (instabilités de précession) et aux effets liés à la compressibilité du fluide (instabilité dite de « *pneumatic hammer* »).

Il existe plusieurs techniques pour réduire ou retarder l'apparition de ces instabilités. Par exemple, l'emploi des textures [72],[73] ou des patins oscillants réduit la rotation du fluide et améliore la stabilité du composant. Dans le cas des paliers alimentés, l'injection contrarotative permet de « casser » la rotation du fluide et diminuer les coefficients croisés. En ce qui concerne le « *pneumatic hammer* », il peut être évité par un choix judicieux de la section de l'orifice et par une diminution de la profondeur des alvéoles.

Les études menées durant ces trois années de thèse s'inscrivent dans cette direction. La mise au point d'outils numériques pour prédire précisément le comportement de ces composants est indispensable pour répondre aux exigences croissantes de l'industrie spatiales, en termes de fiabilité et de réduction des coûts de développement.

Au terme de cette thèse, les équations du « Bulk-Flow » ont été validées pour des paliers hybrides aérostatiques. Lors de cette validation, l'influence majeure de l'écoulement dans la zone d'alimentation sur les coefficients dynamiques a été soulignée. En plus, le modèle simplifié décrivant le débit à travers l'orifice a été vérifié en dynamique via des comparaisons avec des calculs 3DNS instationnaires. Ce modèle s'est avéré être très satisfaisant dans la gamme de fréquence dans laquelle la plupart des turbomachines actuelles opèrent. L'importance de la combinaison des restrictions dues à l'orifice et à la surface inhérente a été mise en évidence. Une moyenne harmonique de ces deux surfaces doit toujours être utilisée, notamment lorsqu'aucune des deux restrictions n'est dominante.

L'hypothèse d'un écoulement isotherme dans le cas d'un palier à air a été discutée. La forte accélération du fluide à la sortie, notamment lorsque l'écoulement est bloqué, engendre des variations importantes de la température. L'hypothèse de parois adiabatiques doit être privilégiée afin de prédire correctement les caractéristiques dynamiques du palier.

En ce qui concerne les joints annulaires, l'impact du changement de phase a été examiné. Ce dernier induit des variations rapides des propriétés thermodynamiques conduisant, dans certains cas, à des blocages soniques à la sortie. Ainsi, les coefficients dynamiques se voient fortement modifiés et exhibent une dépendance particulière vis-à-vis de la fréquence d'excitation. Afin de prendre en compte cette dépendance, une méthode basée sur les fonctions rationnelles a été proposée. L'approximation des impédances est alors réalisée en utilisant une méthode spéciale qui n'introduit aucune instabilité artificielle. L'utilisation de l'inverse de la transformée de Laplace a permis de dériver une formulation simple des efforts fluides, sous forme d'équations différentielles ordinaires. Ceci facilite l'étude de stabilité pour de tels composants même pour des configurations complexes de rotor flexible. La méthode a été ensuite étendue au cas des grands déplacements, élargissant ainsi les possibilités offertes au concepteur. Celui-ci pourra désormais analyser la réponse d'un composant suite à un grand déplacement à un stade avancé du projet. La méthode requiert cependant une cartographie du comportement dynamique du composant considéré. Du point de vue de l'auteur, il est beaucoup plus facile de réaliser de telles cartographies que de solutionner les équations du « Bulk-Flow » ou de Navier Stokes couplées aux équations de mouvement.

Les perspectives concernant la poursuite de cette étude concernent un certain nombre de points :

- Le calcul des coefficients dynamiques des composants opérant à la limite du changement de phase a été réalisé en petites perturbations. Or, un mouvement, bien que de très faible amplitude, peut engendrer une réponse non-linéaire. En effet, le changement de phase induit une variation brutale des propriétés thermodynamiques (dans le chapitre 2, une petite variation de la température à l'entrée du film provoque de fortes variations des caractéristiques statiques et dynamiques du joint). La question reste donc ouverte sur la pertinence de la notion de petites perturbations pour caractériser le comportement dynamique de tels composants opérant avec un changement de phase.

-
- Les calculs CFD instationnaires réalisés au cours du chapitre 3 permettent d’entrevoir l’instabilité de « *pneumatic hammer* ». En effet, pour le cas étudié, la pression alvéolaire à très haute fréquence était en quadrature de phase avec l’épaisseur du film mince. Ces calculs doivent être poursuivis afin de mieux comprendre les paramètres qui mènent à de tels déphasages. Le cas d’une butée plane pourrait constituer une première étape pour cerner ce phénomène.
 - La méthode non-linéaire simplifiée ouvre une voie vers des études plus poussées des composants utilisant des fluides compressibles comme lubrifiant. Il serait intéressant d’étendre la notion de stabilité linéaire au cas non-linéaire en étudiant la stabilité des cycles limites. En plus, cette méthode pourra être améliorée pour prendre en compte le contact entre le rotor et le stator avec la possibilité de voir apparaître des comportements chaotiques de la ligne d’arbre.

ANNEXE A: Calculs 3DNS

La Figure A. 1 illustre la structure par blocs utilisée pour modéliser le palier. L'effet du canal reliant le circuit d'air comprimé et la chambre d'alimentation est supposé négligeable. Ceci permet d'avoir un plan de symétrie supplémentaire et réduire ainsi le nombre de volumes à utiliser. Le rayon de courbure est négligé vu l'épaisseur du film mince. C'est l'hypothèse utilisée par les équations de « Bulk-Flow ». Lorsque le calcul est effectué avec une vitesse de rotation nulle, $1/(4n_{alv})$ du palier est modélisé (n_{alv} est le nombre d'alvéoles). Quand la vitesse du rotor n'est pas nulle, seul $1/(2n_{alv})$ du palier est modélisé et la condition de symétrie est remplacée par une condition de périodicité (voir Figure A. 2).

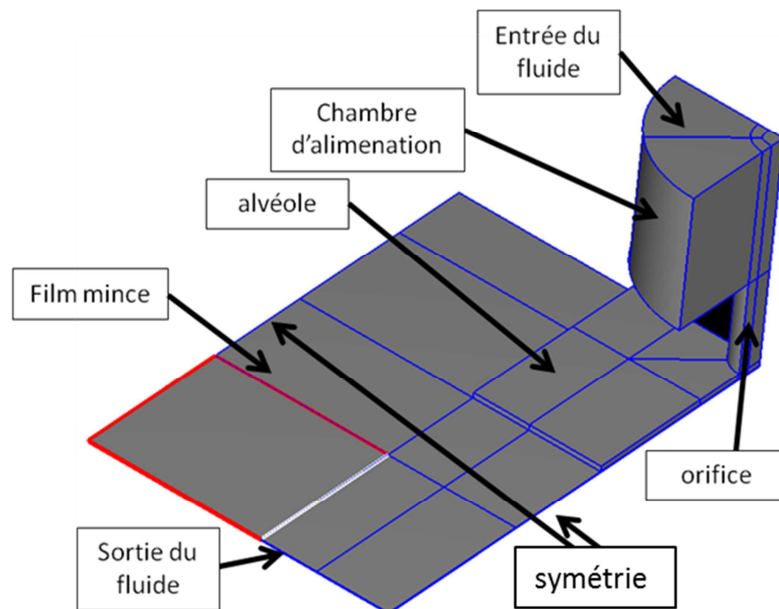


Figure A. 1 Modélisation de $1/(4n_{alv})$ du palier et conditions aux limites imposées

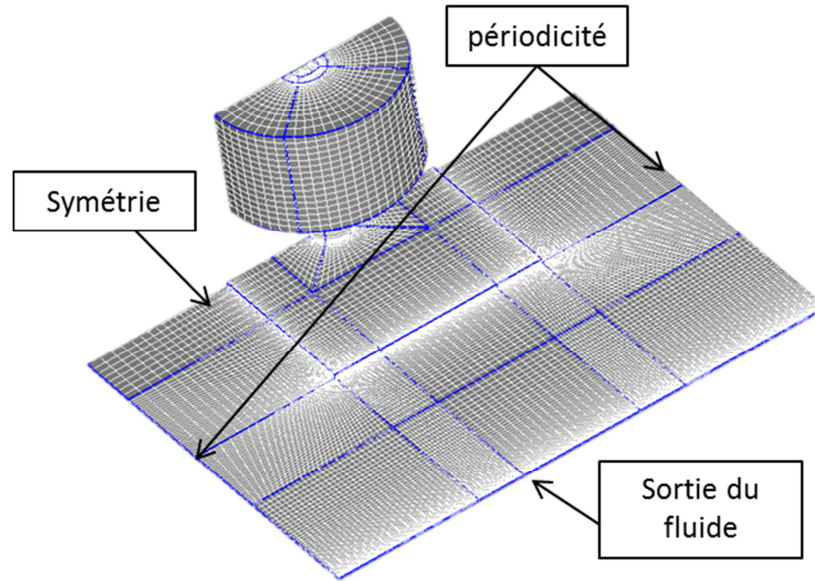


Figure A. 2 Modélisation de $1/(2n_{atv})$ du palier

Etude d'un cas simple

La géométrie présentée par les Figure A. 1 et Figure A. 2 pose quelques difficultés. En effet, la distance caractéristique du système d'alimentation est de l'ordre du millimètre alors que celui du film mince est de l'ordre de quelques microns seulement. Pour obtenir une bonne convergence, il est nécessaire que la différence de taille des cellules entre ces différentes régions ne soit pas très importante. Le volume des cellules doit varier graduellement. Il est aussi nécessaire de garder un nombre de volumes de discrétisation raisonnable. Afin de mettre au point le maillage et tester de la qualité de la solution obtenue, le cas simple d'une plaque plane infinie (voir Figure II. 3) est analysé. L'écoulement est compressible et est supposé être laminaire. La solution analytique de ce problème est donnée par l'équation Eq.(II.18). La pression à l'entrée de la plaque est de 3 bar et est de 1 bar à la sortie de la plaque.

La Figure A. 3 compare la solution analytique en termes de pression statique aux résultats CFD obtenus en utilisant différents schémas de discrétisation. Suite à ces confrontations, il en ressorti les conclusions suivantes :

- Il est nécessaire d'utiliser le schéma *Upwind* 2^{ème} ordre pour pouvoir utiliser un nombre raisonnable de cellules selon l'épaisseur du film mince.

- Le schéma central conduit à des oscillations des résidus (ce qui ne permet pas de juger de la qualité de la convergence). Cependant, il conduit à des résultats relativement satisfaisants en comparaison avec le schéma *Upwind* 2^{ème} ordre.
- A l'approche de la sortie du canal, l'écoulement connaît une forte accélération. Il faut donc resserrer le maillage à la sortie pour éviter l'apparition d'une augmentation brusque de la pression.
- Nombre de cellules nécessaire : 15 configurations ont été testées. La plus fine étant 8192 cellules dans la direction de l'écoulement et 64 cellules selon l'épaisseur du film mince. En conclusion, Il ne faut pas utiliser un nombre de maille inférieur à 16 selon l'épaisseur du film. 32 mailles selon la longueur de la plaque se sont suffisantes.
- Lors de l'initialisation des calculs, il est préférable de donner une direction dominante de l'écoulement pour chaque bloc. Ceci permet de réduire largement les résidus.

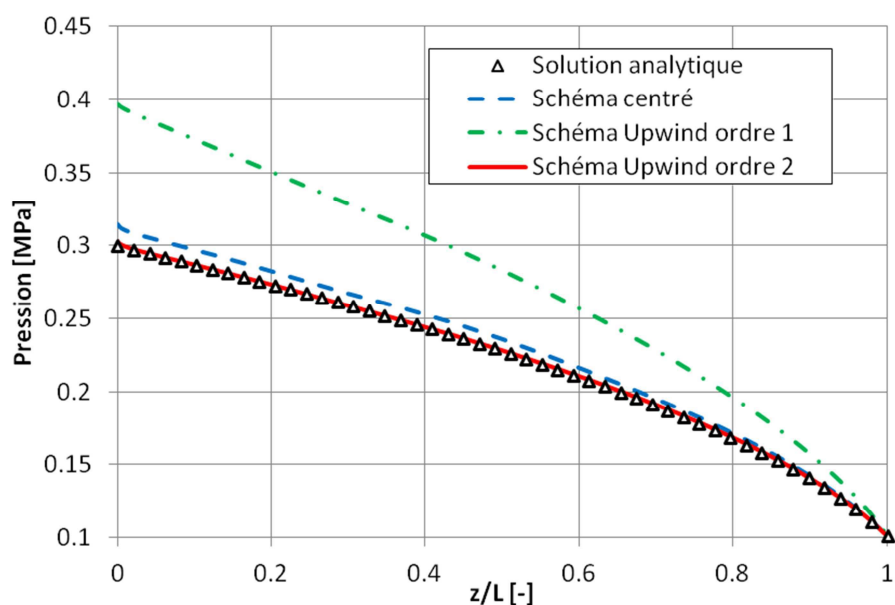


Figure A. 3 Pression statique le long de la plaque plane

Cas du palier à air

Le cas simple de la plaque plane est un cas 2D. La convergence en termes de maillage est reprise dans le cas 3D du palier à air.

Maillage des formes cylindriques

Les formes cylindriques sont maillées en utilisant la structure dite de « butterfly » du mailleur *IGGTM*. Ce dernier permet de créer ces formes automatiquement. Cependant, il s'est avéré qu'il existe des bugs notamment lorsque l'épaisseur du film mince devient très faible $< 50 \mu m$. Il a été donc décidé de créer ces formes manuellement à partir des scripts *Python*.

Multi grilles

Un maximum de trois niveaux de multi grilles ont été adoptés pour accélérer la convergence. Au-delà de 4 grilles, cela peut poser quelques problèmes de convergence.

Resserrage du maillage (clustering)

Le maillage est resserré à plusieurs endroits, notamment aux frontières de l'alvéole où l'épaisseur du film mince change brusquement (Figure A. 4) et où les effets d'inertie localisés sont très présents. Des resserrages sont réalisés aussi à l'entrée de l'orifice et à sa sortie (Figure A. 5). Un resserrage du maillage dans la direction axiale de l'écoulement au voisinage de la sortie a été réalisé à cause de la très forte accélération du fluide à cet endroit (Figure A. 4).

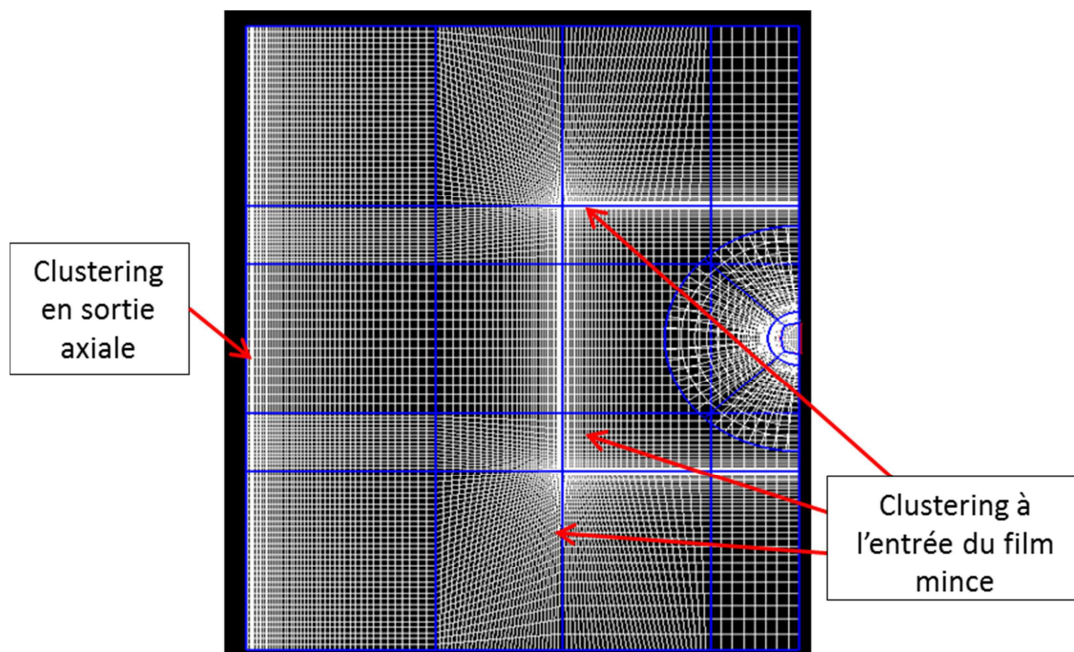


Figure A. 4 Vue de haut du maillage utilisé

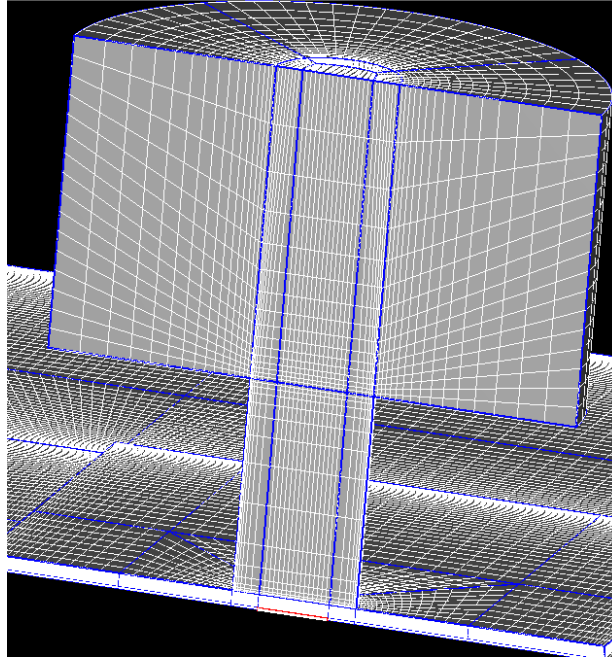


Figure A. 5 Clustering à l'entrée de l'orifice

Convergence au maillage

Afin d'étudier la convergence au maillage, le cas de d'une vitesse de rotation nulle et d'une pression d'alimentation de 3 bar est analysée. La convergence au maillage porte essentiellement sur le débit massique et concerne le nombre de cellules selon l'épaisseur du film. Ce dernier a été identifié comme étant un paramètre important. La discrétisation des autres zones est faite de telle sorte que le rapport d'expansion entre les cellules adjacentes demeure inférieur à 2. Le nombre de cellule choisie est dans la plupart des cas une puissance de 2 pour réduire au maximum les erreurs d'arrondies (il s'agit d'une simple précaution et non d'un impératif).

Comme le montre les Figure A. 6 et Figure A. 8, une convergence très satisfaisante est atteinte à partir de 24 cellules selon l'épaisseur du film mince.

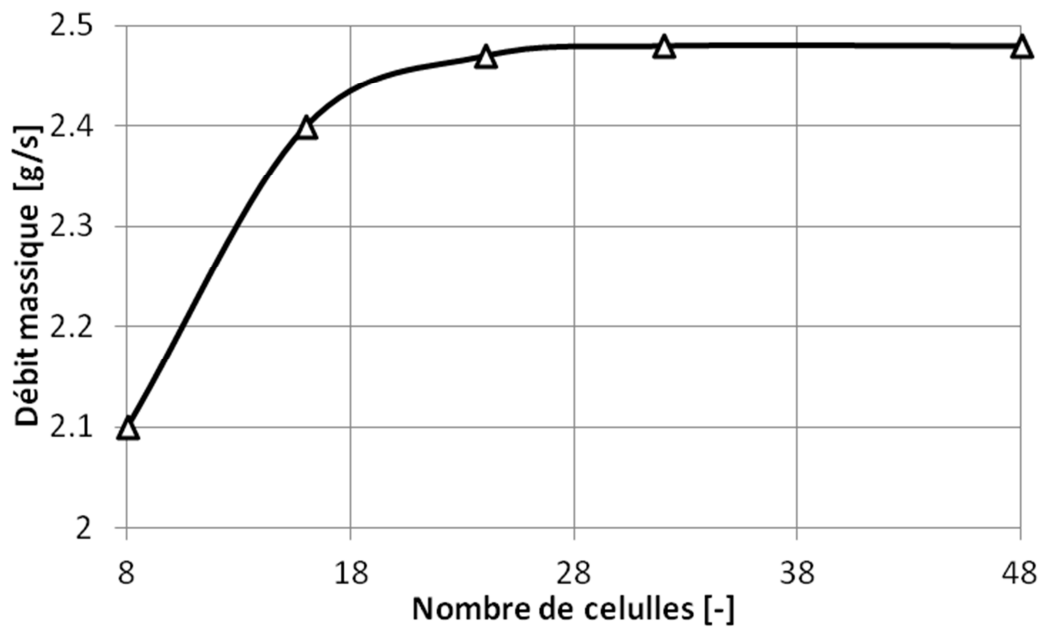


Figure A. 6 Débit massique en fonction du nombre de cellules utilisées selon l'épaisseur du film

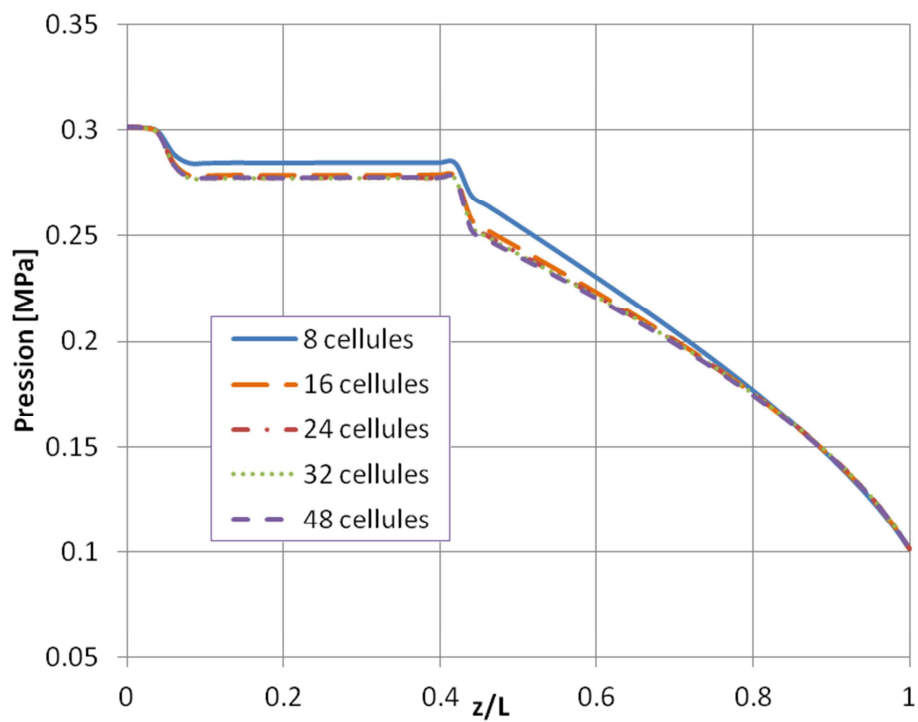


Figure A. 7 Pression statique dans la direction axiale pour différent nombre de cellule selon l'épaisseur du film mince

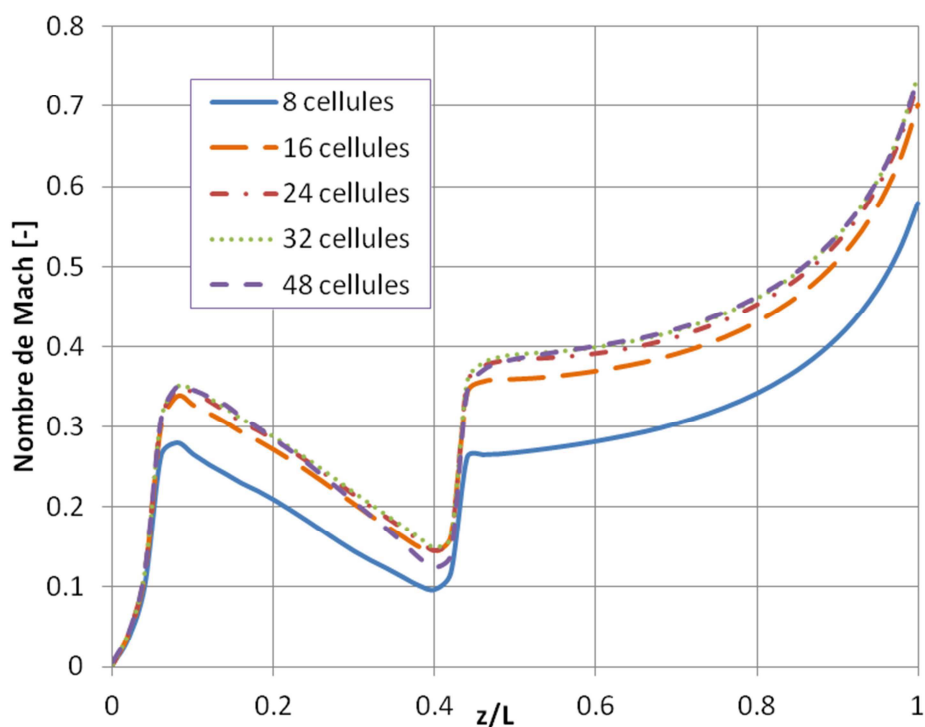


Figure A. 8 Nombre de Mach dans la direction axiale pour différent nombre de cellules selon l'épaisseur du film mince

Etudes d'influence

Epaisseur du film mince

Bien qu'une métrologie ait été réalisée sur les paliers et le rotor pour connaître le jeu radial avec précision, ce dernier présente toujours une incertitude du fait d'un éventuel mésalignement. Ainsi, après le montage de l'arbre, le jeu mesuré par les capteurs de déplacement était diminué de 18%. Le Tableau A. 1 présente l'influence de cette diminution sur le débit massique. Le mésalignement a induit une diminution de 38.46% du débit. Ceci représente une sensibilité d'environ 2% qui est en accord avec celle calculé vis-à-vis des coefficients dynamiques en solutionnant les équations du « Bulk-Flow ». Il a été décidé d'utiliser le jeu après montage au lieu du jeu métrologique.

Epaisseur du film [μm]	Débit massique [g/s]	Ecart [%]
Jeu nominal	3.42	0
Jeu après montage (-18%)	2.47	38.46%

Tableau A. 1 Influence du jeu radial sur le débit massique

Profondeur de l'alvéole

La métrologie effectuée sur les paliers usinés a montré une dispersion sur la profondeur des alvéoles. Afin de quantifier cet effet, deux calculs à deux profondeurs ont été réalisés. Comme le montre le Tableau A. 2, la profondeur de l'alvéole a un effet relativement faible.

Profondeur de l'alvéole	Débit massique [g/s]	Ecart p/p au cas nominal [%]
Profondeur diminuée de 25%	2.34	-5.26
Cas nominal	2.47	0
Profondeur augmenté de +25%	2.54	2.83

Tableau A. 2 Influence de la profondeur de l'alvéole sur le débit

Transferts thermiques aux parois

Durant les essais, une baisse de la température des paliers a été remarquée. La vérification de l'hypothèse de parois adiabatique a été donc effectuée. Un calcul à température de paroi imposée a été réalisé afin de quantifier l'influence de cette hypothèse sur les résultats (cette température imposée est celle mesurée sur les paliers juste après l'arrêt d'un essai).

Comme le montre le Tableau A. 3, l'effet des transferts thermiques aux parois ont une influence négligeable dans la plage de température considérée.

Condition	Débit massique [g/s]	Ecart [%]
Parois adiabatiques	2.47	0
Température imposée à 283K	2.52	2.02

Tableau A. 3 Influence de l'hypothèse d'adiabacité

ANNEXE B : Expressions de l'enthalpie statique et perturbée dans l'alvéole

Dans cette annexe, les expressions de l'enthalpie dans l'alvéole à l'ordre 0 et à l'ordre 1 sont dérivées.

Fonctionnement statique

Dans le cas statique, l'enthalpie totale dans l'alvéole est calculée à l'aide de l'équation Eq.(III.9), en annulant le terme instationnaire ($\partial/\partial t = 0$) :

$$i_{t_{alv}} = - \frac{\Pi_{alim} + R\Omega \iint_{surf.alv.} \tau_{R\theta} dS + \int_{V_n > 0} \rho i_t h V_n dl}{\int_{V_n < 0} \rho h V_n dl} \quad (B.1)$$

Fonctionnement dynamique

Dans le cadre des petites perturbations, chaque terme de l'équation Eq.(III.9) peut se décomposer en un terme statique à l'ordre zéro (dénnoté avec un indice « 0 ») et un terme complexe du premier ordre (dénnoté avec un exposant « 1 »). Ainsi, l'équation Eq.(III.9) s'écrit :

$$\begin{aligned} & (\Pi_{alim})_1 + R\Omega \left(\iint_{surf.alv.} \tau_{R\theta}^H dS \right)_1 + \left(\int_{V_n > 0} \rho i_t h V_n dl \right)_1 \\ & + (i_{t_{alv}})_0 \left(\int_{V_n < 0} \rho h V_n dl \right)_0 + j\omega \mathcal{V}_0 (P_{alv})_1 \\ & = -(i_{t_{alv}})_1 \left(\int_{V_n < 0} \rho h V_n dl \right)_0 + j\omega (\rho_{alv})_1 (i_{t_{alv}} \mathcal{V})_0 \\ & + j\omega (\rho_{alv} \mathcal{V})_0 (i_{t_{alv}})_0 + j\omega (\rho_{alv} i_{t_{alv}})_0 (\mathcal{V})_1 \end{aligned} \quad (B.2)$$

Tous les termes à l'ordre « 0 » sont connus à partir du calcul statique. Le terme instationnaire a été développé, car celui-ci contient la densité perturbée, qui dépend elle-même de l'enthalpie perturbée et de la pression perturbée. Sachant que :

$$(\rho_{alv})_1 = \left(\frac{\partial \rho}{\partial P} \right) \Big|_{i=cst} (P_{alv})_1 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial i} \right) \Big|_{P=cst} (i_{alv})_1 \quad (\text{B.3})$$

En remarquant que $(i_{alv})_1 = (i_{t_{alv}})_1$ (l'enthalpie totale est confondue avec l'enthalpie statique dans l'alvéole), l'équation Eq.(B.2) s'écrit alors :

$$\begin{aligned} (\Pi_{alim})_1 + R\Omega \left(\iint_{surf.alv.} \tau_{R\theta}^H dS \right)_1 + j\omega \mathcal{V}_0 (P_{alv})_1 + \left(\int_{V_n > 0} \rho i_t h V_n dl \right)_1 \\ + (i_{t_{alv}})_0 \left(\int_{V_n < 0} \rho h V_n dl \right)_1 - j\omega (\rho_{alv} i_{t_{alv}})_0 (\mathcal{V})_1 \\ - j\omega (i_{t_{alv}} \mathcal{V})_0 \left(\frac{\partial \rho}{\partial P} \right) \Big|_{i=cst} (P_{alv})_1 \quad (\text{B.4}) \\ = (i_{t_{alv}})_1 \left[j\omega (\rho_{alv} \mathcal{V})_0 - \left(\int_{V_n < 0} \rho h V_n dl \right)_0 \right. \\ \left. + j\omega (i_{t_{alv}} \mathcal{V})_0 \left(\frac{\partial \rho}{\partial i} \right) \Big|_{P=cst} \right] \end{aligned}$$

En posant :

$$\begin{aligned} Y = (\Pi_{alim})_1 + j\omega \mathcal{V}_0 (P_{alv})_1 + R\Omega \left(\iint_{surf.alv.} \tau_{R\theta}^H dS \right)_1 + \left(\int_{V_n > 0} \rho i_t h V_n dl \right)_1 \\ + (i_{t_{alv}})_0 \left(\int_{V_n < 0} \rho h V_n dl \right)_1 - j\omega (\rho_{alv} i_{t_{alv}})_0 (\mathcal{V})_1 \\ - j\omega (i_{t_{alv}} \mathcal{V})_0 \left(\frac{\partial \rho}{\partial P} \right) \Big|_{i=cst} (P_{alv})_1 \end{aligned}$$

L'enthalpie perturbée s'écrit alors :

$$(i_{t_{alv}})^1 = \frac{\Upsilon}{j\omega(\rho_{alv}\mathcal{V})_0 - \left(\int_{V_n < 0} \rho h V_n dl\right)_0 + j\omega(i_t^{alv}\mathcal{V})_0 \left(\frac{\partial \rho}{\partial i}\right)\Big|_{P=cst}} \quad (\text{B.5})$$

La relation Eq.(B.5) est une expression plus implicite et plus rigoureuse de l'enthalpie perturbée.

ANNEXE C : Ensemble des résultats pour chapitre 2

Dans cette annexe, les coefficients dynamiques relatifs aux autres pressions d'alimentation sont présentés, i.e. pour les pressions : 4, 5, et 7 bar. Les coefficients d'amortissement croisés ne sont pas présentés car ils sont très faibles et n'ont pu être identifiés.

Raideurs directes

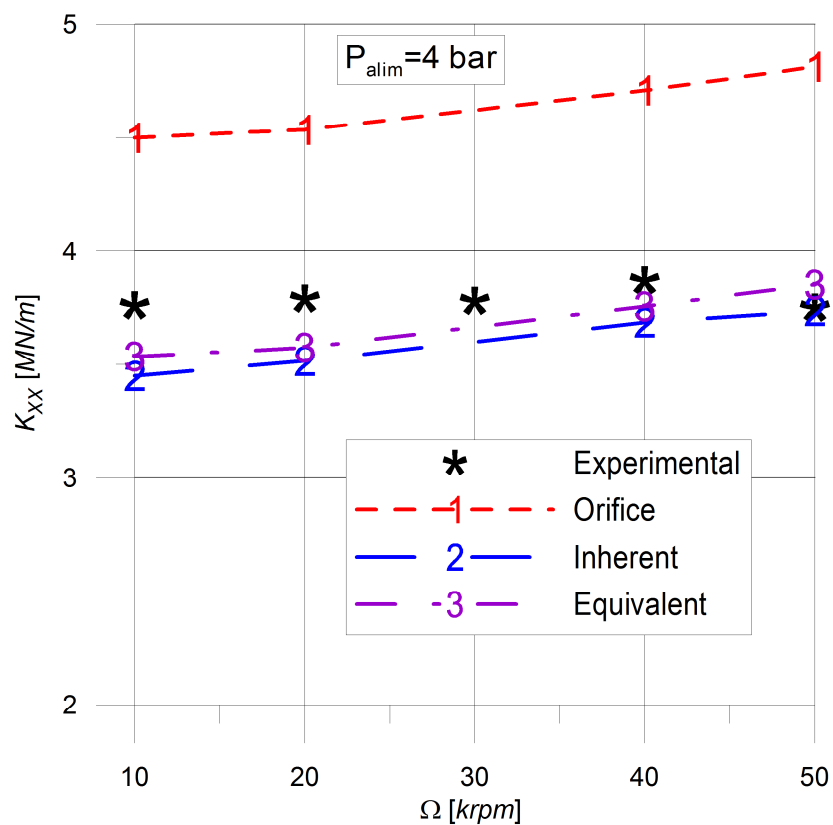


Figure C. 1 Raideur directe en fonction de la vitesse de rotation ($P_{\text{alim}}=4\text{bar}$)

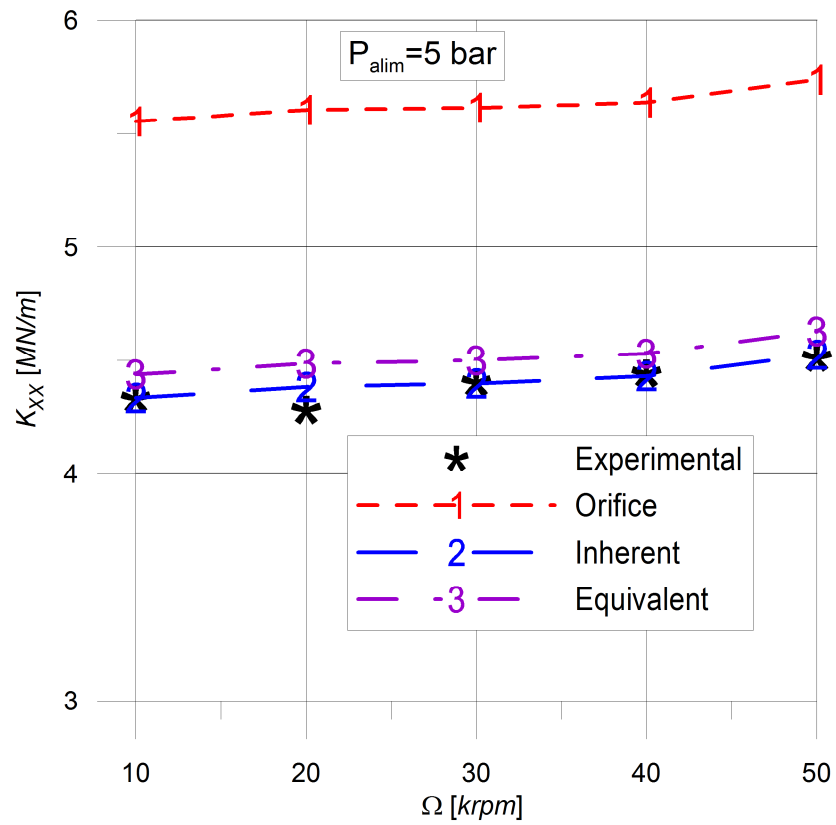


Figure C. 2 Raideur directe en fonction de la vitesse de rotation ($P_{alim}=5bar$)

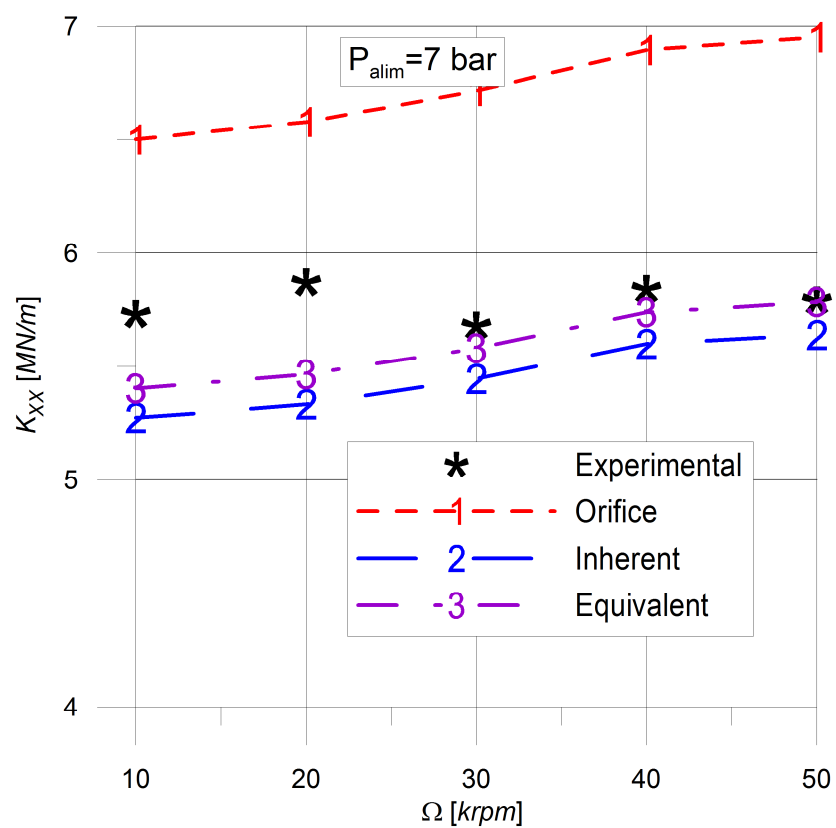
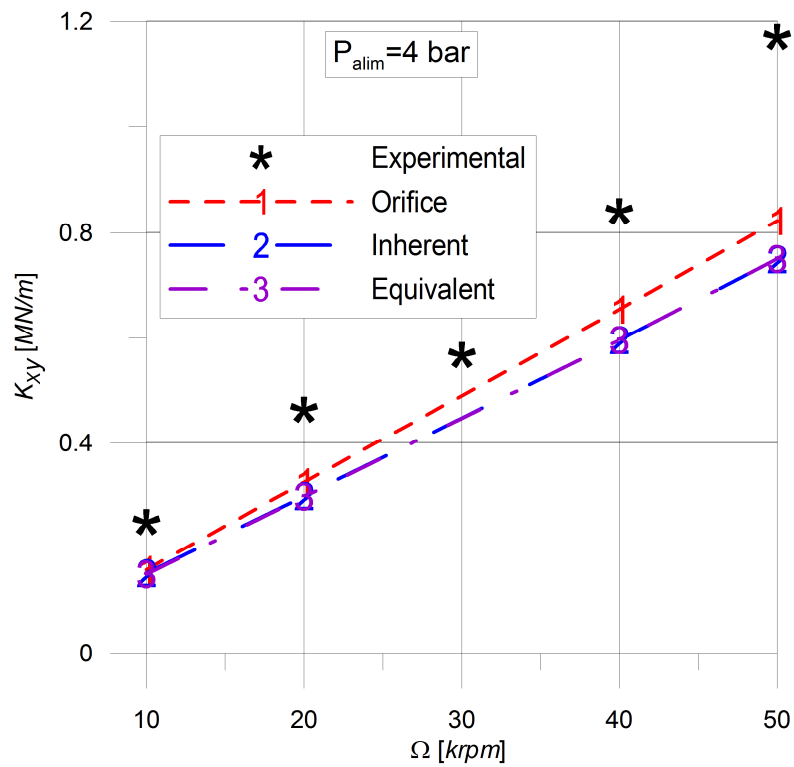
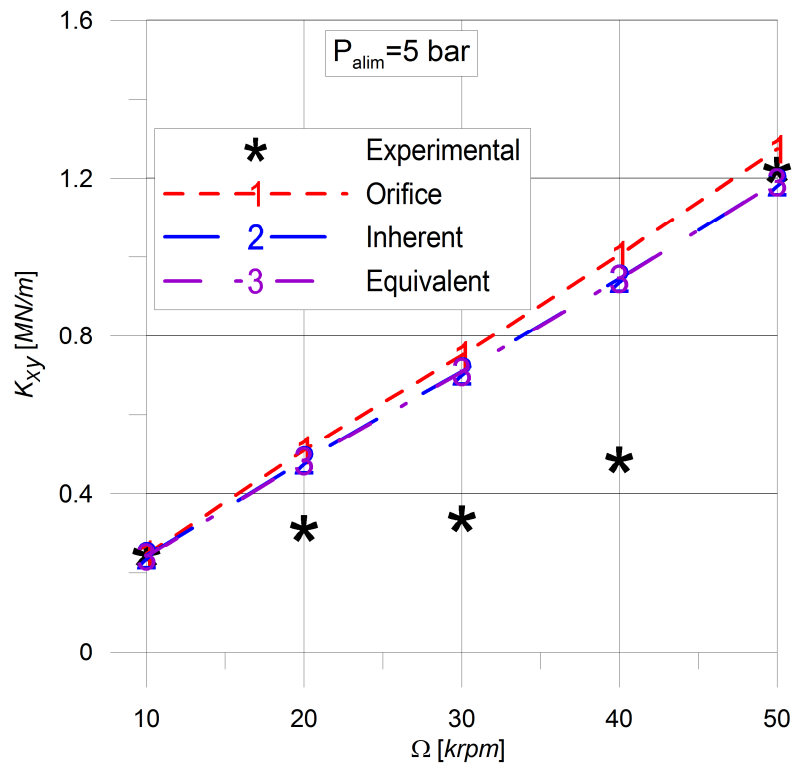


Figure C. 3 Raideur directe en fonction de la vitesse de rotation ($P_{alim}=7bar$)

Raideurs croisées

Figure C. 4 Raideur croisée en fonction de la vitesse de rotation ($P_{alim}=4\text{bar}$)Figure C. 5 Raideur croisée en fonction de la vitesse de rotation ($P_{alim}=5\text{bar}$)

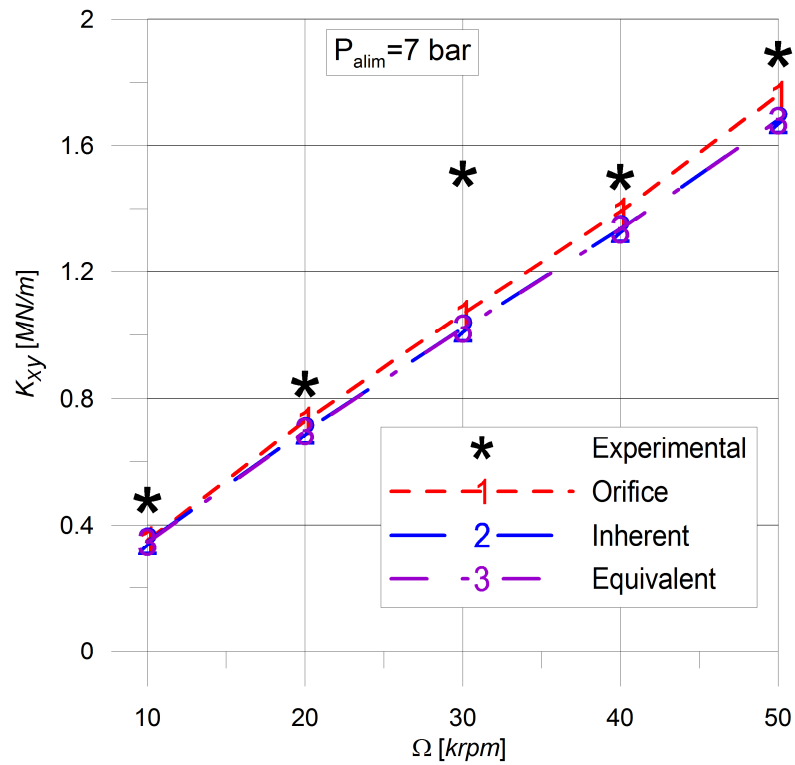


Figure C. 6 Raideur croisée en fonction de la vitesse de rotation ($P_{alim}=7bar$)

Amortissement directs

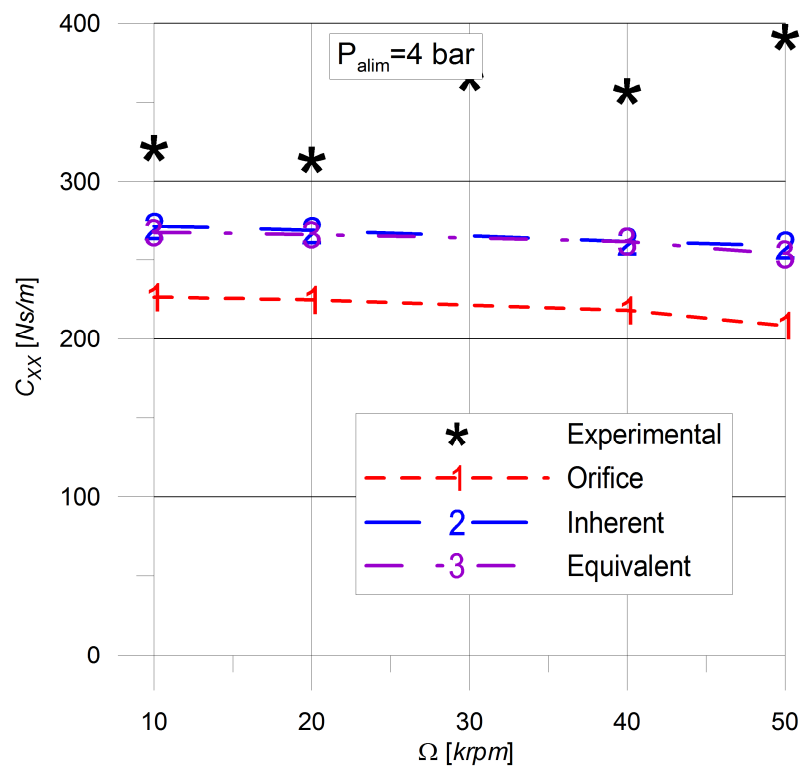


Figure C. 7 Amortissement croisé en fonction de la vitesse de rotation ($P_{alim}=4bar$)

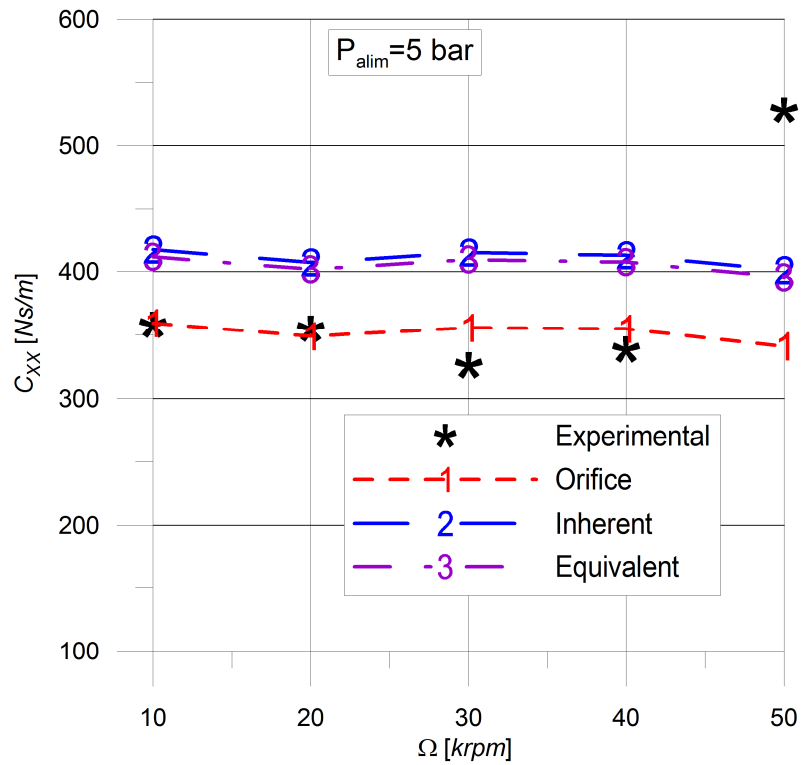


Figure C. 8 Amortissement croisé en fonction de la vitesse de rotation ($P_{alim}=5bar$)

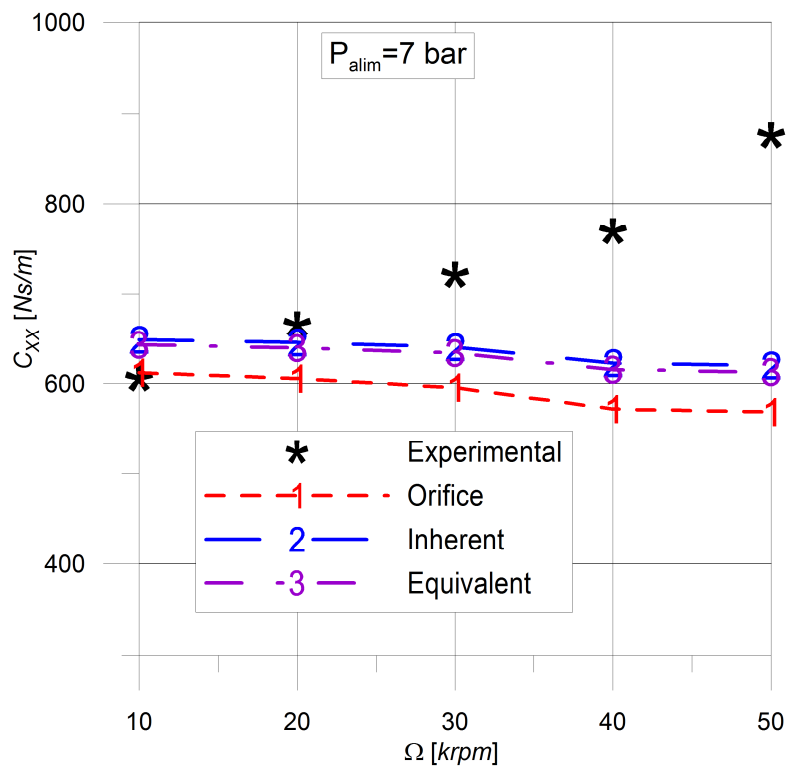


Figure C. 9 Amortissement croisé en fonction de la vitesse de rotation ($P_{alim}=7bar$)

ANNEXE D : Stabilité au sens de Lund

Le système schématisé par Figure D. 1 représente un arbre flexible, sans masse, de raideur $2K_R$, porteur d'un disque central rigide de masse $2M_R$ et supporté à ses extrémités par deux paliers symétriques. Les déplacements par rapport à la position d'équilibre statique du centre de symétrie du disque et des centres de l'arbre dans le plan médian des deux coussinets d'extrémités sont (X_C, Y_C) et (X, Y) , respectivement. Les équations de mouvement s'écrivent :

- Pour le centre X_C, Y_C du disque :

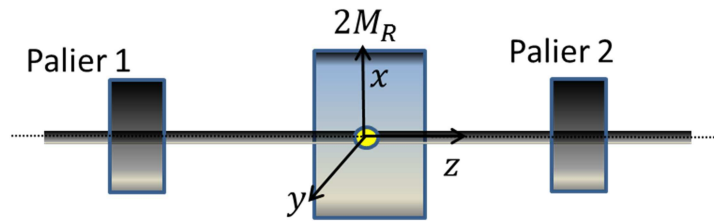


Figure D. 1 Modèle Jeffcot à deux degrés de libertés

$$2M_R \ddot{X}_C + 2K_R(X_C - X) = 0 \quad (D.1)$$

$$2M_R \ddot{Y}_C + 2K_R(Y_C - Y) = 0 \quad (D.2)$$

- Pour le centre du rotor dans le plan médian des deux coussinets :

$$K_R(X_C - X) + K_{xx}X + K_{xy}Y + C_{xx}\dot{X} + C_{xy}\dot{Y} + M_{xx}\ddot{X} + M_{xy}\ddot{Y} = 0 \quad (D.3)$$

$$K_R(Y_C - Y) + K_{yx}X + K_{yy}Y + C_{yx}\dot{X} + C_{yy}\dot{Y} + M_{yx}\ddot{X} + M_{yy}\ddot{Y} = 0 \quad (D.4)$$

Le système est considéré comme étant à la limite de stabilité et une solution du type $\Theta = |\Theta| \exp(j\omega t)$, $\Theta \in \{X, Y, X_C, Y_C\}$ est recherchée. La condition d'existence d'une solution non nulle mène au système suivant:

$$\frac{I_0}{K_R} \omega^4 - \left(1 + \frac{I_0}{M_R} + \frac{K_{eq}}{K_R}\right) \omega^2 + \frac{K_{eq}}{M_R} = 0 \quad (D.5)$$

$$\omega^4 I_4 + \omega^2 (I_2 - 1) + I_3 = 0 \quad (\text{D.6})$$

où :

$$K_{eq} = \frac{K_{xx}C_{yy} + K_{yy}C_{xx} - K_{xy}C_{yx} - K_{yx}C_{xy}}{C_{xx} + C_{yy}} \quad (\text{D.7})$$

$$I_0 = \frac{M_{xx} + M_{yy}}{2} - I_1 \quad (\text{D.8})$$

$$I_1 = \frac{C_{yx}M_{xy} + C_{xy}M_{yx}}{C_{xx} + C_{yy}} \quad (\text{D.9})$$

$$I_2 = \frac{K_{xy}M_{yx} + K_{yx} + M_{xy} - I_1(K_{xx} + K_{yy}) - 2K_{eq}I_1}{C_{xx}C_{yy} - C_{xy}C_{yx}} \quad (\text{D.10})$$

$$I_3 = \frac{(K_{eq} - K_{xx})(K_{eq} - K_{yy}) - K_{xy}K_{yx}}{C_{xx}C_{yy} - C_{xy}C_{yx}} \quad (\text{D.11})$$

$$I_4 = \frac{I_1^2 - M_{xy}M_{yx}}{C_{xx}C_{yy} - C_{xy}C_{yx}} \quad (\text{D.12})$$

L'équation (D.3) permet de déterminer la fréquence critique :

$$\omega_{cr}^2 = \frac{-(I_2 - 1) - \sqrt{(I_2 - 1)^2 - 4I_3I_4}}{2I_4} \quad (\text{D.13})$$

et le « whirl frequency ratio » ou fréquence de précession ω_p :

$$\omega_p = \frac{\omega_{cr}}{\Omega} \quad (\text{D.14})$$

Une fois la fréquence critique déterminée, l'équation (D.5) permet de déterminer la masse critique :

$$M_{Rcr} = \frac{I_0 \omega_{cr}^2 - K_{eq}}{\frac{I_0}{K_R} \omega_{cr}^4 - \left(1 + \frac{K_{eq}}{K_R}\right) \omega_{cr}^2} \quad (D.15)$$

Si le rotor est rigide, la raideur K_R tend vers l'infinie. Ainsi la masse critique du rotor rigide est donnée par la limite suivante :

$$(M_{Rcr})_{K_R \rightarrow \infty} = \frac{K_{eq}}{\omega_{cr}^2} - I_0 \quad (D.16)$$

Si les effets d'inertie sont négligés, $M_{\alpha\beta} = 0$, $\{\alpha, \beta\} \in \{x, y\}$, les coefficients des équations (D.11) et (D.12) se simplifient, $I_0 = I_1 = I_2 = I_4 = 0$, et il résulte :

$$\omega_{cr}^2 = I_3, M_{Rcr} = \frac{K_{eq}}{\left(1 + \frac{K_{eq}}{K_R}\right) \omega_{cr}^2}, (M_{Rcr})_{K_R \rightarrow \infty} = \frac{K_{eq}}{\omega_{cr}^2} \quad (D.17)$$

Bibliographie

- [1] Sutton, G.P., Biblarz, O., 2010, *Rocket Propulsion Elements*, Chap. 10, Eighth Edition, John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey.
- [2] Huzel, D.K., Huang, D.H., 1992, *Design of Liquid Propellant Rocket Engines*, Vol 147, Chapter 6, *Progress in Astronautics and Aeronautics*, AIAA, Reston, VA.
- [3] *Tubopump Systems for Liquid Rocket Engines*, NASA Space Vehicle Design Monograph, NASA SP-8107, August 1974.
- [4] *Liquid Rocket Engines Turbopump Shafts and Couplings*, NASA Space Vehicle Design Monograph, NASA SP-8101, Sept. 1972.
- [5] Childs, D.W., 1977, "The Space Shuttle Main Engine High-Pressure Fuel Turbopump Rotordynamic Instability Problem", ASME Paper No. 77-GT-49, Gas Turbine Conference, Philadelphia, PA, March 27-31.
- [6] Biggs, R. E. Space Shuttle Main Engine, The First Ten Years, History of of Liquid Rocket Engine Development in the United States, 1955-1980. American Astronautical Society History Series, **13**, Part 3, Chapter 4, pp. 69-122.
- [7] Vance, J., Zeidan, F., Murphy, B., 2010, *Machinery vibration and rotordynamics*, John Wiley & Sons, INC, Hoboken, New Jersey.
- [8] Ek, M.C., Dynamics Problems in High Performance Rocket Engine Turbomachinery. Workshop on Rotordynamics Technology for Advanced Turbopumps, NASA, Lewis Research Center, Cleveland, February 23, 1981.
- [9] Childs, D.W., 1975, SSME Turbopump Technology Improvements via transient rotordynamic analysis. Contract Report NASA 3133, The University of Louisville/Speed Scientific School.
- [10] Back, H.F., 1974, "Calculation of Forced Whirling and Stability of Centrifugal Pump Rotor Systems", *Journal of Engineering for Industry*, Transactions of the ASME.
- [11] NASA, Marshall Space Flight Center, *High Performance Liquid Hydrogen Turbopumps*, Practice No: PD-ED-1268, pp.1-5
- [12] Walton, J., Lund, A.J, Dill, J., Zorzi, E., 1990, "Internal rotor friction instability", MTI 88TR39, NASA Contract NAS8-35601.

-
- [13] Childs, D. W., 1993, *Turbomachinery Rotordynamics*. Wiley and Sons New York, pp.434.
- [14] Ek, M.C., 1980, "Solving Subsynchronous Whirl in the High Pressure Hydrogen Turbomachinery of the SSME. *Journal of Spacecraft and Rockets*, **17** pp.208-218.
- [15] Vance, J.M, Shultz, R.R., 1993, "A New Damper Seal for Turbomachinery", *Proceedings of the 14th Vibration and Noise Conference*, Albuquerque, New Mexico, ASME DE. **60**, pp.139-148.
- [16] Childs, D.W., Vance, J.M., 1997, "Annular Gas Seals and Rotordynamics of Compressors and Turbines", *Proceedings of the 26th Turbomachinery Symposium*, Houston, Texas, Texas A&M University.
- [17] Ertas, B.H., 2005, *Rotordynamic Force Coefficients of Pocket Damper Seals*, Thesis, Texas A&M University.
- [18] Benckert, H., Wachter, J., 1980, "Flow Induced Spring Constants of Labyrinth Seals", *IMEchE, Proceedings of the Second International Conference, Vibrations in Rotary Machinery*, Cambridge, England, pp. 53-63.
- [19] Constantinescu, V.N., 1995, *Laminar Viscous Flow*, Springer, Verlag, pp. 403-412, Chap.11.
- [20] Launder, B.E., Leschziner, M., 1978, "Flow in Finite-Width, Thrust Bearings Including Inertial Effects", *Trans. ASME J. Lubr. Technol.*, **100**(3), pp. 330- 338.
- [21] Fayolle, P., Fonteyn, P., Laithier, F., 2010, "Manufacturing and Testing of TPX LH2-Turbopump Prototype"
- [22] Lund, J.W., 1968, "Calculation of Stiffness and Damping Properties of Gas Bearings" *ASME Journal of Lubrication Technology*, **90**(4), pp. 793–803.
- [23] Liebrechts, R.M.J., 1988, "*Rotordynamics of a Grindle Spindle Supported with Air Bearings*" (in Dutch), Nat. Lab. Technical Note nr. 259/88, Philips NatLab Confidential Report.
- [24] Geerts N., 1995, "*Linear Dynamic Analysis of Rotorsystems with Gas Bearings*", Master's thesis, Eindhoven University of Technology.
- [25] Cheng-Chi, W., Ming-Jyi, J., Yen-Liang Yeh, 2007, "Bifurcation and nonlinear dynamic analysis of a flexible rotor supported by relative short gas journal bearings", *J. Chaos, Soliton & Fractals*, **32**(2), pp.566-582.

-
- [26] Gehannin, J., 2009, « Analyse théorique des amortisseurs à film fluide fonctionnant à des nombre de Reynolds élevés », Thèse de l'université de Poitiers.
- [27] Nguyen, M.H., 2011, « Analyse des étanchéités annulaires à bague flottante », Thèse de l'université de Poitiers.
- [28] Hughes, W.F., Winowich, N.S., Birchak, M.J., Kennedy, W.C., 1978, "Phase Change in Liquid Face Seals", *Trans. of the ASME J. Lubri. Technology*; **100**, pp.74-80.
- [29] Beatty, P.A., Hughes, W.F, 1987, "Turbulent Two-Phase Flow in Annular Seals", *ASME Trans.*, **30**(1), pp.11-18.
- [30] Beatty, P.A, Hughes, W.F., 1990, "Stratified Two-Phase Flow in Annular Seals", *J. of Tribology*, **112**(2), pp.372-381.
- [31] Yasuna, J.A., Hughes, W.F, 1990, "A Continuous Boiling Model for Face Seals", *Transactions of the ASME*, **112**, pp.266-274.
- [32] Arauz, G.L, San Andres, L., 1998, "Analysis of Two Phase Flow in Cryogenic Damper Seals. Part I: Theoretical Model", *ASME Journal of Tribology*, **120**, pp.221-227.
- [33] Arauz, G.L, San Andres, L., 1998, "Analysis of Two Phase Flow in Cryogenic Damper Seals: Part 2: Model Validation and Predictions", *ASME Journal of Tribology*, **120**, pp.228-233.
- [34] Hendricks, R.C., 1987, "Straight Cylindrical Seal for High-Performance Turbomachines", *NASA Technical Paper 1850*.
- [35] San Andrés, L., 1991, "Analysis of Variable Fluid Properties, Turbulent Annular Seals", *ASME J. Tribol.*, **113**(4), pp. 694-702.
- [36] Arghir, M., Frêne, J., 2001, "A Triangle Based Finite Volume Method for the Integration of Lubrication's Incompressible Bulk Flow Equations", *ASME J. Tribol*, **123**(1), pp. 118-124.
- [37] Arghir, M., Frêne, J., 2011, "Numerical Solution of Lubrication's Compressible Bulk Flow Equations. Applications to Annular Gas Seals Analysis", 2001-GT-117, *Proceeding of International Gas Turbine & Aeroengine Congress & Exhibition, New Orleans, USA*, pp.1-9.
- [38] Hirs, G., 1973, "A Bulk Flow Theory for Turbulence in Lubricant Films", *ASME Journal of Lubrication Technology*, **95**(2), pp. 137-146.

-
- [39] Colebrook, C.F., 1939, "Turbulent Flow in Pipes, With Particular Reference to the Transition Region Between the Smooth and Rough Pipe Laws", *Journal of the Institution of Civil Engineers*, **11**(4), pp.133-156.
- [40] Zirkelback, N., San Andrés, L., 1998, "Bulk-Flow Model for the Transition to Turbulence Regime in Annular Seals", *STLE Tribol. Trans.*, **39**(4), pp. 835-845 (STLE Paper 96-AM-7B-3).
- [41] San Andrés, L., Yang, Z. and Childs, D., 1993, "Thermal Effects in Cryogenic Liquid Annular Seals, I: Theory and Approximate Solutions", *ASME J. Trib.*, **115**(2), pp. 267-276.
- [42] Arghir, M., Defaye, C., Frêne, J., 2007, "The Lomakin Effect in Annular Gas Seals Under Choked Flow Conditions", *ASME J. Eng. Gas Turb. Power*, **129**(4), pp. 1028-1034.
- [43] Zucrow, J.M., Hoffman, D.J., 1976, *Gas Dynamics*, John Wiley & Sons Inc., Volume 1, Chap.1, pp.63-64.
- [44] Hassini, M.A., Arghir, M., 2012, « A simplified Nonlinear Transient Analysis Method for Gas Bearings », *ASME J. of Tribology*, **134**(1), doi: 10.1115/1.4005772.
- [45] Rieger, N.F., (Editor), 1967, *Design of Gas Bearings Notes supplemental to the RPI-MTI course on gas bearing design*, RPI-MTI.
- [46] Powell, J.W., 1970, *Design of Aerostatic Bearings*, The Machinery Publishing CO. LTD, New England House, Brighton, BN1 4HN.
- [47] Gross, W.A., Matsch, L.A., Castelli V., Eshel, A., Vohr, J.H., Wildmann, M., 1980, *Fluid Film Lubrication*, Wiley-Interscience New York, USA.
- [48] San Andrés, L.A., 1990, "Turbulent Hybrid Bearings With Fluid Inertia Effects", *Trans. ASME J. Tribol*, **112** (4), pp. 699-707.
- [49] Franchek, N., Childs, D., 1994, "Experimental Test Results for Four High-Speed, High Pressure, Orifice-Compensated Hybrid Bearings", *ASME J. Tribol.*, **116**(2), pp. 285-290.
- [50] Wilde, D.A., San Andrés, L., 2006, "Experimental Response of Simple Gas Hybrid Bearings for Oil-Free Turbomachinery," *ASME J. Eng. Gas Turb. Power*, **128**(3), pp. 626-633.
- [51] Belforte, G., Raparelli, T., Viktorov, V., Trivella, A., Colombo, F., 2006, "An Experimental Study of High Speed Rotors Supported by Air Bearings; Test Rig and First Experimental Results", *Tribology International*, **39**(8), pp. 839-845.

-
- [52] Rudloff, L., Arghir, M., Bonneau, O., Guingo, S., Chemla, G., Renard, E., 2011, "Experimental Analysis of the Dynamic Characteristics of A Hybrid Aerostatic Bearing", GT2011-46048.
- [53] San Andrés, L., Velthuis, J.M., 1992, "Laminar Flow in a Recess of a Hydrostatic Bearing", STLE Tribol. Trans., **35**(4), pp. 738-744.
- [54] Braun, M.J., Choy, F.K., Zhu, M., 1993, "The Effects of a Hydrostatic Pocket Aspect Ratio, and its Supply Orifice Position and Attack Angle on Steady-State Flow Pattern, Pressure and Shear Characteristics", ASME J. Tribol., **115**(4), pp. 678-886.
- [55] Hélène, M., Arghir, M., Frêne, J., 2005, "Combined Navier-Stokes and bulk-flow analysis of hybrid bearings: radial and angled injection", ASME J. Tribol., **127**(2), pp. 557-567.
- [56] Hélène, M., Arghir, M., Frêne, J., 2002, "Numerical 3D Pressure Patterns in a Recess of a Turbulent and Compressible Hybrid Journal Bearing", ASME J. Tribol., **125**(2), pp. 301-308.
- [57] Elrod, H.G., McCabe J.T., Chu T.Y., 1967, "Determination of Gas-Bearing Stability by Response to a Step-Jump", ASME Journal of Lubrication Technology, pp. 493-498.
- [58] Miller, B., Green, Y., 1997, "On the Stability of Gas Lubricated Triboelements Using the Step Jump Method", ASME Journal of Tribology, **119** (1), pp. 193-199.
- [59] Miller, B., Green, Y., 1998, "Constitutive Equations and the Correspondence Principle for the Dynamics of Gas Lubricated Triboelements", ASME Journal of Tribology, **120** (2), pp. 345-352.
- [60] Roblee, J.W, 1985, "*Design of Externally Pressurized Gas Bearings for Dynamic Applications*", Ph.D. Dissertation, University of California, Berkley, CA.
- [61] Licht, L, Fuller, D.P, Sternlicht, B., 1958, "Self-Excited Vibrations of an Air-Lubricated Thrust Bearing". Trans of ASME, **80**, pp 411-414.
- [62] Kleynhans, G., Childs, D., 1997, "The Accoustic Influence of Cell Depth on the Rotorodynamic Coefficients of Smooth-Rotor/Honeycomb-Stator Annular Seals", ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, **119**, pp. 949-957.
- [63] Soulas, Th, San Andres, L., 2007, "A Bulk Flow Model For Off-Centered Honeycomb Gas Seals", ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, **129**(1), pp. 185-195.

-
- [64] Viktorov, V., Belforte, G., Raparelli, T., 2005, "Modeling and Identification of Gas Journal Bearings: Externally Pressurized Gas Bearing Results", Transactions of the ASME, **127**(3), pp. 548-557.
- [65] Gustavsen, B, Semlyen, A, "Rational Approximation of Frequency Domain Responses by Vector Fitting", IEEE Transactions On Power Delivery, **14**(3), 1999.
- [66] Le Lez, S., "Caractéristiques statiques et dynamiques des paliers à feuilles", Thèse de l'université de Poitiers, 2006.
- [67] Friswell, M., Penny, J., Garver, S., Lees, A., 2010, *Dynamics of rotating machines*, Cambridge University Press.
- [68] Lalanne, M., Ferraris, G., Genta, G., 1998, *Rotordynamics prediction in engineering*, Springer.
- [69] Vollan, A., Komzsik, L., 2012, *Computational techniques of rotordynamics with the finite element method*, CRC Press INC.
- [70] Arghir, M., Matta, P., 2009, "Compressibility Effects on the Dynamic Characteristics of Gas Lubricated Mechanical Components", C.R Mécanique, doi: 10.1016/j.crme.2009.09.002.
- [71] Nayfeh, A.H, Balachandran, B., *Applied Nonlinear dynamics: Analytical, Computational, and Experimental Methods*, Wiley Series in Nonlinear Science, 1994.
- [72] Childs, D.W, Elrod, D., Hale, K., "Annular Honeycomb Seals: Test Results for Leakage and Rotordynamic Coefficients; Comparisons to Labyrinth and Smooth Configurations", Journal of Tribology, **111**, pp.293-301.
- [73] Childs, D.W., Elrod, D., Ramsey, C., 1990, "Annular Honeycomb Seals: Additional Test Results for Leakage and Rotordynamic Coefficients", in IFToMM, Proceedings of the Third International Conference on Rotordynamics, Lyon, France, pp.303-312.

Tables des illustrations

FIGURE I. 1 SCHEMA DE PRINCIPE DU FONCTIONNEMENT D'UN PROPULSEUR LIQUIDE (SUTTON [1]).....	2
FIGURE I. 2 TURBOPOMPE DE LA FUSEE ALLEMANDE V-2	2
FIGURE I. 3 TURBOPOMPE HYDROGENE DU MOTEUR PRINCIPAL DE LA NAVETTE SPATIALE AMERICAINE (SSME) (1) ENTREE DE H2, (2) ROUET, (3) PISTON D'EQUILIBRAGE AXIAL (PISTON BALANCE), (4) JOINT ANNULAIRE (LIFTOFF SEAL), (5) JOINT LABYRINTHE, (6) JOINT INTER-ETAGE, (7) ROUE DE TURBINE, (8) BARRIERE THERMIQUE, (9) ROULEMENT A CONTACT OBLIQUE (COTE TURBINE), (10) ENTREE DES GAZ CHAUDS, (11) SORTIE DES GAZ CHAUDS, (12) REDRESSEUR, (13) VOLUTE DE DECHARGE DE H2, (14) ARBRE, (15) DIFFUSEUR, (16) JOINT LABYRINTHE, (17) CAPTEUR DE VITESSE, (18) : BUTEE AXIALE, (19) ROULEMENTS A CONTACT OBLIQUE (COTE POMPE).....	3
FIGURE I. 4 QUELQUES ARCHITECTURES DES TURBOPOMPES SPATIALES (C : COMBURANT, O : OXYDANT, T : TURBINE, G : GAZ CHAUDS, R : REDUCTEUR)	4
FIGURE I. 5 PRINCE DE FONCTIONNEMENT D'UN JOINT ANNULAIRE	5
FIGURE I. 6 JOINT ANNULAIRE A POCHE	6
FIGURE I. 7 JOINT LABYRINTHE.....	6
FIGURE I. 8 SCHEMA DE PRINCIPE D'UN PALIER HYBRIDE.....	9
FIGURE I. 9 DEMONSTRATEUR D'UNE TURBOPOMPE A OXYGENE UTILISANT DES PALIERS HYDROSTATIQUES. PRATT & WITHNEY [1] .	10
FIGURE I. 10 VUE ECLATEE D'UNE TURBOPOMPE HYDROGENE UTILISANT DES PALIERS HYDROSTATIQUES. PRATT ET WITHNEY [1]	11
FIGURE I. 11 COMPARAISON DES ARCHITECTURES DU DEMONSTRATEUR TPX ET LA TURBOPOMPE HYDROGENE ACTUELLE DU MOTEUR VULCAIN (PREMIER ETAGE) [21].....	11
FIGURE II. 1 SCHEMA DE PRINCIPE D'UN JOINT ANNULAIRE ET PROFIL DE PRESSION DANS LA DIRECTION AXIALE DE L'ECOULEMENT....	16
FIGURE II. 2 PROFIL TYPE DE DISTRIBUTION DE PRESSION DANS UN JOINT ANNULAIRE CENTRE.....	22
FIGURE II. 3 SCHEMA D'UN ECOULEMENT ISOTHERME ET COMPRESSIBLE ENTRE DEUX PLAQUES PLANES PARALLELES.....	22
FIGURE II. 4 DISTRIBUTION ANALYTIQUE DE LA PRESSION ET DU NOMBRE DE MACH ENTRE DEUX PLAQUES PLANES PARALLELES	24
FIGURE II. 5 DISTRIBUTION DE LA PRESSION DE L'AZOTE LE LONG D'UN JOINT ANNULAIRE TOTALEMENT EXCENTRE.....	26
FIGURE II. 6 DEBIT DE FUITE MASSIQUE EN FONCTION DE LA TEMPERATURE D'ENTREE	32
FIGURE II. 7 PRESSION A L'ENTREE DU JOINT EN FONCTION DE LA TEMPERATURE D'ENTREE	32
FIGURE II. 8 QUALITE DU FLUIDE A LA SORTIE DU JOINT EN FONCTION DE LA TEMPERATURE D'ENTREE	33
FIGURE II. 9 PARTIE REELLE DE L'IMPEDANCE DIRECTE EN FONCTION DE LA FREQUENCE D'EXCITATION (LES LIGNES CONTINUES SONT RELATIVES A L'AXE VERTICAL GAUCHE TANDIS QUE LES LIGNES DISCONTINUES SONT RELATIVES A L'AXE VERTICAL DROIT)	34
FIGURE II. 10 AMORTISSEMENT DIRECT EN FONCTION DE LA FREQUENCE D'EXCITATION	35
FIGURE II. 11 PARTIE REELLE DE L'IMPEDANCE CROISEE EN FONCTION DE LA FREQUENCE D'EXCITATION (LES LIGNES CONTINUES SONT RELATIVES A L'AXE VERTICAL GAUCHE TANDIS QUE LES LIGNES DISCONTINUES SONT RELATIVES A L'AXE VERTICAL DROIT)	35
FIGURE II. 12 AMORTISSEMENT CROISE EN FONCTION DE LA FREQUENCE D'EXCITATION (LES LIGNES CONTINUES SONT RELATIVES A L'AXE VERTICAL GAUCHE TANDIS QUE LES LIGNES DISCONTINUES SONT RELATIVES A L'AXE VERTICAL DROIT)	36

FIGURE II. 13 APPROXIMATION DE LA PARTIE REELLE DE L'IMPEDANCE DIRECTE VIA DES COEFFICIENTS DE RAIDEUR STATIQUE ET DE MASSE AJOUTEE	39
FIGURE II. 14 COEFFICIENTS DE RAIDEUR STATIQUE ET DE MASSE AJOUTEE	39
FIGURE II. 15 APPROXIMATION DE LA PARTIE REELLE DE L'IMPEDANCE CROISEE VIA DES COEFFICIENTS DE RAIDEUR STATIQUE ET DE MASSE AJOUTEE	40
FIGURE II. 16 MASSE CRITIQUE ET FREQUENCE CRITIQUE EN FONCTION DE LA TEMPERATURE TOTALE T_{IN0}	40
FIGURE II. 17 QUALITE DE L'OXYGENE ET VITESSE DU SON DANS LA DIRECTION AXIALE DU JOINT.....	42
FIGURE II. 18 NOMBRE DE MACH ET VITESSE AXIALE DANS LA DIRECTION AXIALE DU JOINT	43
FIGURE II. 19 PRESSION ET ENTHALPIE STATIQUE DANS LA DIRECTION AXIALE DU JOINT	43
FIGURE II. 20 TEMPERATURE ET DENSITE DANS LA DIRECTION AXIALE DU JOINT.....	44
FIGURE II. 21 COEFFICIENTS DE RAIDEUR DYNAMIQUE (PARTIE REELLE DES IMPEDANCES) EN FONCTION DE LA FREQUENCE D'EXCITATION	44
FIGURE II. 22 COEFFICIENTS D'AMORTISSEMENT DYNAMIQUE EN FONCTION DE LA FREQUENCE D'EXCITATION	45
FIGURE III. 1 VUE SCHEMATIQUE D'UN PALIER HYBRIDE AEROSTATIQUE	50
FIGURE III. 2 NAPPE DE PRESSION ($P_{ALIM} = 3 \text{ BAR} - \Omega=0 \text{ TR/MIN}$)	50
FIGURE III. 3 PRESSION ALVEOLAIRE DANS LA DIRECTION CIRCONFERENCELLIE ($P_S=3\text{BAR}- \Omega=50000 \text{ TR/MIN}$).....	53
FIGURE III. 4 SCHEMA DES TRANSFERTS THERMIQUES ENTRE L'ALVEOLE, LE FILM MINCE ET L'ALIMENTATION	55
FIGURE III. 5 SENSIBILITE DES COEFFICIENTS DYNAMIQUES SUITE A UNE VARIATION DE 1% DES PARAMETRES LISTES.....	58
FIGURE III. 6 TOPOLOGIE DE L'ECOULEMENT ENTRE L'ALIMENTATION ET L'ALVEOLE.....	59
FIGURE III. 7 DEBIT MASSIQUE ADIMENSIONNE (CAS AORIFAINH ≈ 2.38).....	61
FIGURE III. 8 DEBIT MASSIQUE ADIMENSIONNE (CAS AORIFAINH ≈ 0.1)	61
FIGURE III. 9 DEBIT MASSIQUE ADIMENSIONNE (CAS AORIFAINH ≈ 1)	62
FIGURE III. 10 CALCUL CFD INSTATIONNAIRE	63
FIGURE III. 11 DOMAINE DE CALCUL UTILISE POUR LES CALCULS CFD INSTATIONNAIRES.....	64
FIGURE III. 12 AMPLITUDE DES DEBITS MASSIQUES A L'ORDRE 1	66
FIGURE III. 13 PHASE DES DEBITS MASSIQUES A L'ORDRE 1	66
FIGURE III. 14 AMPLITUDE DE LA PRESSION ALVEOLAIRE A L'ORDRE 1.....	67
FIGURE III. 15 PHASE DE LA PRESSION ALVEOLAIRE A L'ORDRE 1.....	67
FIGURE III. 16 REPRESENTATION SCHEMATIQUE DU DISPOSITIF D'ESSAI [52]	68
FIGURE III. 17 PRESSIONS ALVEOLAIRES ISSUES DES CALCULS CFD ($\Omega = 0 \text{ TR/MIN}$).....	69
FIGURE III. 18 DISTRIBUTION DE LA PRESSION DANS LA DIRECTION AXIALE ($P_{ALIM} = 7 \text{ BAR} - \Omega=0\text{TR/MIN}$)	71
FIGURE III. 19 NOMBRE DE MACH DANS LA DIRECTION AXIALE ($P_{ALIM} = 7 \text{ BAR} - \Omega=0\text{TR/MIN}$)	71
FIGURE III. 20 TEMPERATURE STATIQUE DANS LA DIRECTION AXIALE ($P_{ALIM} = 7 \text{ BAR} - \Omega=0\text{TR/MIN}$)	72
FIGURE III. 21 VARIATION DES COEFFICIENTS DYNAMIQUES AVEC LA FREQUENCE D'EXCITATION ($P_{ALIM} = 3 \text{ BAR}, \Omega = 10 \text{ KTR/MIN}$).....	73
FIGURE III. 22 RAIDEUR DIRECTE EN FONCTION DE LA VITESSE DE ROTATION ($P_{ALIM} = 3 \text{ BAR}$).....	74
FIGURE III. 23 RAIDEUR DIRECTE EN FONCTION DE LA VITESSE DE ROTATION ($P_{ALIM} = 6 \text{ BAR}$).....	75
FIGURE III. 24 RAIDEUR CROISEE EN FONCTION DE LA VITESSE DE ROTATION ($P_{ALIM} = 3 \text{ BAR}$).....	75

FIGURE III. 25 RAIDEUR CROISEE EN FONCTION DE LA VITESSE DE ROTATION (PALIM = 6 BAR).....	76
FIGURE III. 26 AMORTISSEMENT DIRECT EN FONCTION DE LA VITESSE DE ROTATION (PALIM = 3 BAR)	76
FIGURE III. 27 AMORTISSEMENT DIRECT EN FONCTION DE LA VITESSE DE ROTATION (PALIM = 6BAR).....	77
FIGURE III. 28 RAIDEUR DIRECTE (HYPOTHESE ISOTHERME-ADIABATIQUE).....	78
FIGURE III. 29 RAIDEUR CROISEE (HYPOTHESE ISOTHERME-ADIABATIQUE).....	79
FIGURE III. 30 AMORTISSEMENT DIRECT (HYPOTHESE ISOTHERME-ADIABATIQUE).....	79
FIGURE IV. 1 SCHEMA D'UN PALIER A AIR EXCENTRE DE 40% DANS LA DIRECTION X.....	83
FIGURE IV. 2 COEFFICIENTS DE RAIDEUR EN FONCTION DE LA FREQUENCE D'EXCITATION (PALIER A AIR).....	84
FIGURE IV. 3 COEFFICIENTS D'AMORTISSEMENT EN FONCTION DE LA FREQUENCE D'EXCITATION (PALIER A AIR)	84
FIGURE IV. 4 APPROXIMATION DES COEFFICIENTS DE RAIDEUR PAR DES FONCTIONS RATIONNELLES (ROTOR CENTRE)	88
FIGURE IV. 5 APPROXIMATION DES COEFFICIENTS D'AMORTISSEMENT PAR DES FONCTIONS RATIONNELLES (ROTOR CENTRE)	88
FIGURE IV. 6 SYSTEME DE COORDONNEES CYLINDRIQUE ET CARTESIEN	90
FIGURE IV. 7 POSITIONS D'EQUILIBRE DU ROTOR EN FONCTION DE LA VITESSE DE ROTATION	94
FIGURE IV. 8 COEFFICIENTS DE RAIDEUR SYNCHRONES A LA POSITION D'EQUILIBRE.....	94
FIGURE IV. 9 COEFFICIENTS D'AMORTISSEMENT SYNCHRONES A LA POSITION D'EQUILIBRE	95
FIGURE IV. 10 COEFFICIENTS A_{0AB} A LA POSITION D'EQUILIBRE.....	95
FIGURE IV. 11 COEFFICIENTS A_{1AB} A LA POSITION D'EQUILIBRE	96
FIGURE IV. 12 COEFFICIENTS A_{2AB} A LA POSITION D'EQUILIBRE	96
FIGURE IV. 13 COEFFICIENTS B_K A LA POSITION D'EQUILIBRE	97
FIGURE IV. 14 DIAGRAMME DE CAMPBELL	100
FIGURE IV. 15 TAUX D'AMORTISSEMENT.....	101
FIGURE IV. 16 DEPLACEMENT DU ROTOR	102
FIGURE IV. 17 MASSE CRITIQUE	103
FIGURE IV. 18 SCHEMA DU ROTOR RIGIDE GUIDE PAR DES DEUX PALIERS A AIR.....	104
FIGURE IV. 19 DIAGRAMME DE CAMPBELL (MODES DIRECTS).....	109
FIGURE IV. 20 AMORTISSEMENT DES MODES DIRECTS.....	110
FIGURE IV. 21 DIAGRAMME DE CAMPBELL (MODES RETROGRADES)	110
FIGURE IV. 22 AMORTISSEMENT DES MODES RETROGRADES	111
FIGURE IV. 23 DISCRETISATION DE L'ARBRE FLEXIBLE	112
FIGURE IV. 24 DIAGRAMME DE CAMPBELL DU ROTOR FLEXIBLE (MODES DIRECTS)	117
FIGURE IV. 25 AMORTISSEMENT DES MODES DIRECTS DU ROTOR FLEXIBLE	118
FIGURE IV. 26 MODES DIRECTS A 10000TR/MIN (NOUVELLE METHODE)	118
FIGURE IV. 27 MODES DIRECTS A 10000TR/MIN (METHODE CLASSIQUE).....	118
FIGURE IV. 28 DIAGRAMME DE CAMPBELL (MODES RETROGRADES)	119
FIGURE IV. 29 AMORTISSEMENT (MODES RETROGRADES).....	119
FIGURE V. 1 UN GRAND DEPLACEMENT EST UNE SUCCESSION DE PETITES PERTURBATIONS.....	122
FIGURE V. 2 SCHEMA D'UNE PLAQUE PLANE DE LARGEUR INFINIE	123
FIGURE V. 3 RAIDEUR ANALYTIQUE ET SON APPROXIMATION PAR UNE FONCTION RATIONNELLE D'ORDRE 2	124

FIGURE V. 4 AMORTISSEMENT ANALYTIQUE ET SON APPROXIMATION PAR UNE FONCTION RATIONNELLE D'ORDRE 2	124
FIGURE V. 5 FORCE FLUIDE FZ EN FONCTION DU TEMPS	127
FIGURE V. 6 SPECTRE FREQUENTIEL DE F_z	128
FIGURE V. 7 ORBITE DU ROTOR ($\Omega = 25\text{KTRMIN}$, $M = 150\text{ G}$, $N = 2$)	134
FIGURE V. 8 ORBITE DU ROTOR ($\Omega = 25\text{KTRMIN}$, $M = 150\text{ G}$, $N = 3$)	134
FIGURE V. 9 FORCES FLUIDES EN FONCTION DU TEMPS DANS LA DIRECTION X.....	135
FIGURE V. 10 FORCES FLUIDES EN FONCTION DU TEMPS DANS LA DIRECTION Y.....	135
FIGURE V. 11 ORBITE DU ROTOR ($\Omega = 10\text{ KTR/MIN}$ ET $M = 750\text{ G}$)	137
FIGURE V. 12 ORBITE DURANT LES DERNIERES PERIODES.....	138
FIGURE V. 13 DIAGRAMME DE POINCARÉ.....	138
FIGURE V. 14 FFT DES DEPLACEMENTS DANS LA DIRECTION X.....	139
FIGURE V. 15 FFT DES DEPLACEMENTS DANS LA DIRECTION Y.....	139
FIGURE V. 16 FORCES FLUIDES EN FONCTION DU TEMPS DANS LA DIRECTION X (DERNIERES PERIODES).....	140
FIGURE V. 17 FORCES FLUIDES EN FONCTION DU TEMPS DANS LA DIRECTION Y (DERNIERES PERIODES).....	140
FIGURE V. 18 ORBITE DECRITE PAR LE ROTOR (15KTR/MIN).....	143
FIGURE V. 19 FFT DES DEPLACEMENTS DANS LA DIRECTION X (15 KTR/MIN).....	143
FIGURE V. 20 FFT DES DEPLACEMENTS DANS LA DIRECTION Y (15KTR/MIN).....	144
FIGURE V. 21 ORBITE DECRITE PAR LE ROTOR AU NIVEAU DES PALIERS (20 KTR/MIN)	145
FIGURE V. 22 FFT DES DEPLACEMENTS DANS LA DIRECTION X (20 KTR/MIN).....	145
FIGURE V. 23 FFT DES DEPLACEMENTS DANS LA DIRECTION Y (20 KTR/MIN)	146
FIGURE V. 24 ORBITE AU NIVEAU DES PALIERS ET AU CENTRE DU ROTOR.....	147
FIGURE V. 25 FFT DES DEPLACEMENTS DANS LA DIRECTION X.....	147
FIGURE V. 26 FFT DES DEPLACEMENTS DANS LA DIRECTION Y.....	148
FIGURE V. 27 DIAGRAMME DE POINCARÉ DANS LA PLAN XZ.....	148
FIGURE V. 28 DIAGRAMME DE POINCARÉ DANS LE PLAN YZ.....	149
FIGURE A. 1 MODELISATION DE $1/(4NALV)$ DU PALIER ET CONDITIONS AUX LIMITES IMPOSEES	155
FIGURE A. 2 MODELISATION DE $1/(2NALV)$ DU PALIER	156
FIGURE A. 3 PRESSION STATIQUE LE LONG DE LA PLAQUE PLANE	157
FIGURE A. 4 VUE DE HAUT DU MAILLAGE UTILISE	158
FIGURE A. 5 CLUSTERING A L'ENTREE DE L'ORIFICE	159
FIGURE A. 6 DEBIT MASSIQUE EN FONCTION DU NOMBRE DE CELLULES UTILISEES SELON L'ÉPAISSEUR DU FILM.....	160
FIGURE A. 7 PRESSION STATIQUE DANS LA DIRECTION AXIALE POUR DIFFERENT NOMBRE DE CELLULE SELON L'ÉPAISSEUR DU FILM MINCE	160
FIGURE A. 8 NOMBRE DE MACH DANS LA DIRECTION AXIALE POUR DIFFERENT NOMBRE DE CELLULES SELON L'ÉPAISSEUR DU FILM MINCE	161
FIGURE C. 1 RAIDEUR DIRECTE EN FONCTION DE LA VITESSE DE ROTATION ($P_{ALIM}=4\text{BAR}$)	167
FIGURE C. 2 RAIDEUR DIRECTE EN FONCTION DE LA VITESSE DE ROTATION ($P_{ALIM}=5\text{BAR}$)	168
FIGURE C. 3 RAIDEUR DIRECTE EN FONCTION DE LA VITESSE DE ROTATION ($P_{ALIM}=7\text{BAR}$)	168

FIGURE C. 4 RAIDEUR CROISEE EN FONCTION DE LA VITESSE DE ROTATION ($P_{ALIM}=4BAR$)	169
FIGURE C. 5 RAIDEUR CROISEE EN FONCTION DE LA VITESSE DE ROTATION ($P_{ALIM}=5BAR$)	169
FIGURE C. 6 RAIDEUR CROISEE EN FONCTION DE LA VITESSE DE ROTATION ($P_{ALIM}=7BAR$)	170
FIGURE C. 7 AMORTISSEMENT CROISE EN FONCTION DE LA VITESSE DE ROTATION ($P_{ALIM}=4BAR$)	170
FIGURE C. 8 AMORTISSEMENT CROISE EN FONCTION DE LA VITESSE DE ROTATION ($P_{ALIM}=5BAR$)	171
FIGURE C. 9 AMORTISSEMENT CROISE EN FONCTION DE LA VITESSE DE ROTATION ($P_{ALIM}=7BAR$)	171
FIGURE D. 1 MODELE JEFFCOT A DEUX DEGRES DE LIBERTES	173

Liste des tableaux

TABLEAU II.1 TYPES DE CONDITIONS AUX LIMITES	21
TABLEAU III. 1 NOMBRE DE REYNOLDS DANS LA DIRECTION AXIALE	54
TABLEAU III. 2 NOMBRE DE REYNOLDS DANS LA DIRECTION CIRCONFERENCELE	54
TABLEAU III. 3 NOMBRE DE REYNOLDS REDUIT Re^*	54
TABLEAU III. 4 INCONNUES DU SYSTEME D'ALIMENTATION	57
TABLEAU III. 5 EXPRESSIONS DES SURFACES PERTURBEES A L'ORDRE 1	73
TABLEAU IV. 1 GEOMETRIE ET CONDITIONS DE CHARGEMENT	108
TABLEAU IV. 2 CARACTERISTIQUES GEOMETRIQUE DE L'ARBRE CREUX EN ACIER.....	116
TABLEAU A. 1 INFLUENCE DU JEU RADIAL SUR LE DEBIT MASSIQUE	161
TABLEAU A. 2 INFLUENCE DE LA PROFONDEUR DE L'ALVEOLE SUR LE DEBIT	162
TABLEAU A. 3 INFLUENCE DE L'HYPOTHESE D'ADIABACITE	162