УДК 517.9

Задача Коши для линейногодифференциального уравнения второго порядка в алгебре мнемофункций. Сходимость ассоциированного решения. Единственность предела

Пикман Ю. А.
Белорусский национальный технический университет

Рассматривается задача Коши

$$\begin{cases} Y''(t) + \sigma'(t)Y(t) = 0, \\ Y(0) = c_1, \\ Y'(0) = c_2, \end{cases} \tag{1}$$

где $t \in T = [0,a] \subset \mathbb{R}$, $Y: T \to \mathbb{R}$ неизвестная функция, $\sigma: T \to \mathbb{R}$ — непрерывная справа функции ограниченной вариации, σ' — её обобщённая производная. Задача (1) является некорректной, так как операция произведения для обобщённых функций не определена.

В алгебре мнемофункций задача (1) на уровне представителей имеет вид

$$\begin{cases} X_n^2(t+h_n) - X_n^2(t) = -X_n^1(t)\big(\sigma_n(t+h_n) - \sigma_n(t)\big), \\ X_n^1(t+h_n) - X_n^1(t) = X_n^2(t)h_n, \\ X_n^1(t)|_{[0,h_n)} = X_{n0}^1(t), \\ X_n^2(t)|_{[0,h_n)} = X_{n0}^2(t), \end{cases} \tag{2}$$

где

$$\sigma_n(t) = \int_0^{1/n} \sigma(t+s)\rho_n(s)ds, \quad \forall n \in \mathbb{N}: \int_0^{1/n} \rho_n(s)ds$$
$$= 1, supp(\rho_n) \in \left[0, \frac{1}{n}\right].$$

Тогда, если при $n \to \infty, \quad h_n \to 0$

$$\sup_{t\in[0,h_n)} |X_{n0}^1(t) - c_1| \to 0, \quad \sup_{t\in[0,h_n)} |X_{n0}^2(t) - c_2| \to 0,$$

то ассоциированное решение $X_n^1(t)$ задачи (1) сходится к решению интегрального уравнения

$$Y(t) = c_1 + c_2 t - \int_0^t (t-s)Y(s)d\sigma^c(s)$$
$$- \sum_{\mu_i \le t} (t-\mu_i)Y(\mu_i - 0)\Delta\sigma^d(\mu_i)$$

как при $1/n = o(h_n)$, так и при $h_n = o\left(1/n\right)$. Здесь $\sigma = \sigma^c + \sigma^d$ — декомпозиция Жордана, $\Delta\sigma^d(\mu_i) \stackrel{\text{def}}{=} \sigma^d(\mu_i) - \sigma^d(\mu_i - 0)$.

УДК 517.9

Конечно-разностная с осреднением граничная задача для дифференциального уравнения второго порядка с обобщёнными коэффициентами. Существование и единственность решения

Пикман Ю. А.
Белорусский национальный технический университет

Рассматривается граничная задача

$$\begin{cases} Y''(t) + \sigma'(t)Y(t) = 0, \\ Y(0) = c_1, \\ Y(a) = c_2, \end{cases} \tag{1}$$

где $t \in T = [0,a] \subset \mathbb{R}$, $c_i \in \mathbb{R}$, $i = 1,2$, $\sigma: T \to \mathbb{R}$ — непрерывная справа функция ограниченной вариации, σ' — её обобщённая производная. Задача (1) является некорректной, так как операция произведения для обобщённых функций не определена.

В прямом произведении алгебр мнемофункций на уровне представителей она имеет вид

$$\begin{cases} X_n^2(t+h_n) - X_n^2(t) = -X_n^1(t)\big(\sigma_n(t+h_n) - \sigma_n(t)\big), \\ X_n^1(t+h_n) - X_n^1(t) = X_n^2(t)h_n, \\ X_n^1(t)|_{[0,h_n)} = X_{n,0}^1(t), \\ X_n^1(t)|_{[a-h_n,a]} = X_{n,a}^1(t). \end{cases} \tag{2}$$

Или, исключая из системы $X_n^2(t)$,

$$\begin{cases} X_n^1(t+2h_n) - 2X_n^1(t+h_n) + X_n^1(t)\big(1 + h_n\Delta^+\sigma_n(t)\big) = 0, \\ X_n^1(t)|_{[0,h_n)} = X_{n,0}^1(t), \\ X_n^1(t)|_{[a-h_n,a]} = X_{n,a}^1(t), \end{cases} \tag{3}$$

где

$$\sigma_n(t) = \int_0^{1/n} \sigma(t+s)\rho_n(s)ds, \quad \forall n \in \mathbb{N}: \int_0^{1/n} \rho_n(s)ds$$
$$= 1, \; supp(\rho_n) \in \left[0, \frac{1}{n}\right].$$