

Основные выводы:

1. Бюджетирование в условиях рынка строительной продукции является одним из подходов к снижению себестоимости и оценки эффективности работы, как представителей стройиндустрии, так и строительно-монтажных организаций.

2. При внедрении методов бюджетирования в условия производства строительных и специальных работ необходима корректировка ковракторным статьям формирования расходной и доходной частей бюджета подрядных фирм.

Литература

1. РД–11–03–2006. Порядок и ведение дел при осуществлении государственного строительного надзора.
2. РД–11–05–2007. Порядок ведения общего и специального журнала учета выполнения работ при строительстве, реконструкции, капитальном ремонте капитального строительства.
3. Ширшиков Б.Ф. Организация, планирование и управление строительством: учебник для ВУЗов – М.: Издательство АСВ.2012–528с.

УДК 539.384.6

### **КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ОБОЛОЧЕК СРЕДНЕЙ ТОЛЩИНЫ**

**Шершевский М.Б., Теличко В.Г.**  
*Тульский государственный университет*

*В работе представлено получение основных выражений метода конечных элементов для гибридного треугольного конечного элемента с пятью степенями свободы в точке.*

#### **1. Матрица жесткости конечного элемента**

Внутри конечного элемента вектор обобщенных сил представим следующим образом [2]:

$$\{M\} = [P]\{\beta\}, \quad (1)$$

где  $[P]$  – матрица некоторых функций от координат точки элемента;

$\{\beta\}$  – вектор коэффициентов, подлежащих определению.

Вектор обобщенных деформаций представим в виде

$$\{\varepsilon\} = [D]^{-1}\{M\} = [E]\{M\}. \quad (2)$$

Учитывая, что матрица  $[E]$  представляет собой интеграл по толщине плиты, определим энергию деформации для объема конечного элемента как интеграл по его площади

$$U = \frac{1}{2} \int_S \{M\}^T [E] \{M\} dS. \quad (3)$$

П. Тонгом и Т. Пианом показано в работах [5,6], что конечные элементы данного класса основаны на функционале вида

$$\Pi = \sum_n \left( U_n - \int_{V_n} \{\Phi\}^T \{t\} dS + \int_S \{\bar{\Phi}\}^T \{t\} dS \right), \quad (4)$$

где  $V_n$  – граница объема элемента;  $S$  – часть  $V_n$ , подвергнутая действию внешнего вектора сил  $\{\bar{\Phi}\}$ ;  $n$  – количество элементов;  $\{t\}$  – граничные перемещения, связанные с узловыми перемещениями  $\{q\}$  выражением

$$\{t\} = [L] \{q\}. \quad (5)$$

Вектор сил на границе элемента  $\{\Phi\}$  определится из уравнения (1)

$$\{\Phi\} = [R] \{\beta\} \quad (6)$$

где  $[R]$  – матрица  $[P]$  для контура  $V_n$  элемента.

Подставляя выражения (1), (3), (5), (6) в уравнение (4), получим

$$\Pi = \sum_n \left( \frac{1}{2} \{\beta\}^T [H] \{\beta\} - \{\beta\}^T [T] \{q\} + \{\Phi_0\}^T \{q\} \right), \quad (7)$$

где

$$[H] = \int_S [P]^T [E] [P] dS; \quad (8)$$

$$[T] = \int_{V_n} [R]^T [L] dS; \quad (9)$$

$$\{\Phi_0\}^T = \int_S \{\bar{\Phi}\} [L] dS. \quad (10)$$

Определяя вариации функционала (7) по параметрам  $\{\beta\}$ ,  $\{q\}$  и приравнивая эти вариации нулю, можно получить выражение вида [3]:

$$\sum_n [T]^T [H]^{-1} [T] \{q\} = \sum_n \{\Phi_0\}, \quad (11)$$

откуда выделяется матрица жесткости элемента

$$[K] = [T]^T [H]^{-1} [T]. \quad (12)$$

Кроме того, при определении вариации функционала (7) по неизвестным коэффициентам  $\{\beta\}$  можно установить связь этих коэффициентов с узловыми перемещениями

$$\{\beta\} = [H]^{-1} [T] \{q\}. \quad (13)$$

Подставляя коэффициенты  $\{\beta\}$  (13) в соотношения (1) приходим к зависимостям вида

$$\{M\} = [P][H]^{-1} [T] \{q\}. \quad (14)$$

Таким образом, вектор обобщенных сил  $\{M\}$  определяется непосредственно после вычисления узловых перемещений.

## 2. Определение матрицы $[H]$

Представим вектор обобщенных сил  $\{M\}$  через неизвестные коэффициенты  $\{\beta\}$  в виде

$$\begin{aligned} M_{11} &= \beta_1 + \beta_4 x_1 + \beta_9 x_2; \\ M_{22} &= \beta_2 + \beta_5 x_2 + \beta_{10} x_1; \\ M_{12} &= \beta_3 + \beta_{12} x_1 + \beta_{11} x_2; \\ Q_1 &= \beta_4 + \beta_{11}; \quad Q_2 = \beta_5 + \beta_{12}; \\ N_{11} &= \beta_6; \quad N_{22} = \beta_7; \quad N_{12} = \beta_8. \end{aligned} \quad (15)$$

Тогда на основании уравнения (1) имеем:

$$[P] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & x_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & x_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & x_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & x_2 & x_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad (16)$$

$$\{\beta\} = \{\beta_1 \beta_2 \beta_3 \beta_4 \beta_5 \beta_6 \beta_7 \beta_8 \beta_9 \beta_{10} \beta_{11} \beta_{12}\}^T \quad (17)$$

Подставляя (16) в соотношение (8) и учитывая, что

$$S_0 = \int_S x_1 dx_1 dx_2 = \int_S x_2 dx_1 dx_2 = 0,$$

$$S = \int_S dx_1 dx_2 = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & x_{1i} & x_{2i} \\ 1 & x_{1j} & x_{2j} \\ 1 & x_{1k} & x_{2k} \end{vmatrix} - \text{площадь треугольника},$$

$$S_1 = \int_S x_1^2 dx_1 dx_2 = \frac{S}{12}(x_{1i}^2 + x_{1j}^2 + x_{1k}^2), \quad S_2 = \int_S x_2^2 dx_1 dx_2 = \frac{S}{12}(x_{2i}^2 + x_{2j}^2 + x_{2k}^2), \quad (18)$$

$$S_3 = \int_S x_1 x_2 dx_1 dx_2 = \frac{S}{12}(x_{1i}x_{2i} + x_{1j}x_{2j} + x_{1k}x_{2k}),$$

получим выражения для элементов квадратной матрицы двенадцатого порядка  $[H]$ .

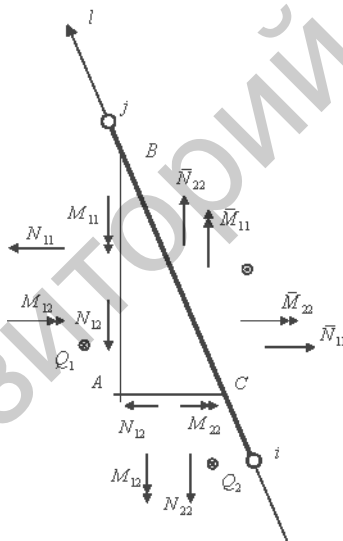


Рис. 1. Схема усилий и перемещений на стороне конечного элемента

### 3. Определение матрицы $[T]$

Определение элементов матрицы  $[T]$  непосредственно по формуле (9) достаточно трудоемко, так как квадратная матрица  $[L]$  для треугольного конечного элемента с пятью степенями свободы в узле имеет порядок

15. Матрицу  $[T]$  можно получить другим способом. Для этого запишем выражение работы вектора обобщенных сил  $\{M\}$  вдоль контура конечного элемента, а затем выделим из этого выражения векторы  $\{B\}^T$  и  $\{q\}$ , а то, что останется (см. уравнение (7)) окажется матрицей  $[T]$ . Из условия равновесия элементарного треугольника  $ABC$ , приведенного на рис. 1, вытекают следующие равенства:

$$\begin{aligned} \bar{M}_{11} &= M_{11}C_{ij} + M_{12}S_{ij}; & \bar{M}_{22} &= -M_{22}S_{ij} - M_{12}C_{ij}; \\ \bar{N}_{11} &= N_{11}C_{ij} + N_{12}S_{ij}; & \bar{N}_{22} &= N_{22}S_{ij} + N_{12}C_{ij}; \\ \bar{Q} &= Q_1C_{ij} + Q_2S_{ij}, \\ C_{ij} &= \cos \varphi_{ij}; & S_{ij} &= \sin \varphi_{ij}. \end{aligned} \quad (19)$$

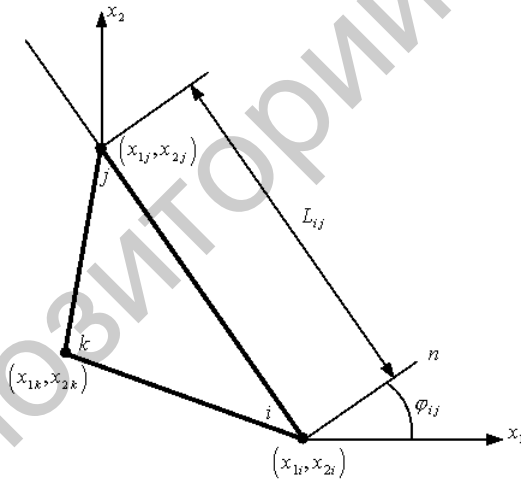


Рис. 2. Схема треугольного конечного элемента в плоскости  $x_1 O x_2$

Учитывая зависимости (19), определим работу распределенных вдоль стороны  $i - j$  сил и моментов следующим образом (см. рис. 2):

$$A_{ij} = L_{ij} \int_0^1 [(Q_1 C_{ij} + Q_2 S_{ij})w - (M_{12} C_{ij} + M_{22} S_{ij})\psi_1 + (M_{12} S_{ij} + M_{11} C_{ij})\psi_2 + (N_{11} C_{ij} + N_{12} S_{ij})u_1 + (N_{22} S_{ij} + N_{12} C_{ij})u_2] d\xi, \quad (20)$$

где  $\xi = l / L_{ij}$  – безразмерная координата, измеряемая вдоль стороны конечного элемента  $i - j$ .

Очевидно, что работа усилий и моментов, совершаемая на соответствующих перемещениях вдоль всего контура треугольного конечного элемента, такова:

$$A = A_{12} + A_{23} + A_{31} \quad (21)$$

Зададим вектор перемещений в  $i$ -ом узле конечного элемента

$$\{q_i\} = \{w_i \ \psi_{1i} \ \psi_{2i} \ u_{1i} \ u_{2i}\}^T = \{q_{i1} \ q_{i2} \ q_{i3} \ q_{i4} \ q_{i5}\}^T. \quad (22)$$

Тогда вектор узловых перемещений всего конечного элемента можно представить так:

$$\{q\} = \{q_1 \ q_2 \ q_3 \ \dots \ q_{15}\}^T. \quad (23)$$

Аппроксимацию граничных перемещений примем с учетом узловых перемещений в следующей форме [5]:

$$\begin{aligned} w &= [(1-\xi) \ \xi] \{w_i \ w_j\} + L_{ij} \xi (1-\xi) (\theta_i - \theta_j) / 2; \\ \psi_1 &= [(1-\xi) \ \xi] \{\psi_{1i} \ \psi_{1j}\}; \ \psi_2 = [(1-\xi) \ \xi] \{\psi_{2i} \ \psi_{2j}\}; \\ u_1 &= [(1-\xi) \ \xi] \{u_{1i} \ u_{1j}\}; \ u_2 = [(1-\xi) \ \xi] \{u_{2i} \ u_{2j}\}; \end{aligned} \quad (24)$$

где  $\theta_i = \psi_{1i} c_{ij} + \psi_{2i} s_{ij}$ ;  $\theta_j = \psi_{1j} c_{ij} + \psi_{2j} s_{ij}$ ;  $L_{ij}$  – длина стороны  $i - j$ .

Представим текущие координаты  $x_1, x_2$  на стороне  $i - j$  через координаты узлов в виде

$$x_1 = x_{1i} - L_{ij} \xi s_{ij}; \ x_2 = x_{2i} + L_{ij} \xi c_{ij}; \quad (25)$$

Подставляя зависимости (15), (20), (24), (25) в уравнение (21), учитывая при этом (23) и выделяя векторы  $\{\beta\}^T, \{q\}$ , получим выражения для элементов матрицы  $[T]$  порядка  $12 \times 15$ .

#### 4. Вычисление матрицы упругости [B]

Для конкретизации структурной анизотропии материала исследуемых оболочечных конструкций примем ортотропное тело.

Уравнения состояния выберем согласно гипотезам [4, 5], в форме близкой к обобщенному закону Гука для анизотропных материалов при малых деформациях.

В произвольной ортогональной системе координат закон упругости для анизотропного разнородного материала при линейной аппроксимации диаграмм деформирования запишем в виде:

$$e_{ij} = C_{ijkl}(\alpha_{ij})\sigma_{km}; (i,j,k,m=1,2,3); \quad (26)$$

где

$$C_{kkkk} = A_{kkkk} + B_{kkkk}\alpha_{kk}; \\ C_{ijij} = A_{ijij} + B_{ijij}(\alpha_{ii} + \alpha_{jj}); i \neq j;$$

(здесь и далее по индексам не суммировать);

$$C_{iiij} = A_{iiij} + B_{iiij}(\alpha_{ii} + \sqrt{2}\alpha_{ij}); i \neq j; C_{ijij} = A_{ijij} + B_{ijij}\sqrt{2}\alpha_{ij}; i \neq j;$$

$$C_{ijkk} = A_{ijkk} + B_{ijkk}(\alpha_{ii} + \sqrt{2}\alpha_{jk}); j \neq k;$$

$$C_{ijkm} = A_{ijkm} + B_{ijkm}\sqrt{2}(\alpha_{ij} + \alpha_{km}); i \neq j; k \neq m;$$

$$C_{ijkm} = C_{kmij};$$

$A_{ijkl}$ ,  $B_{ijkl}$  - компоненты тензоров четвертого ранга, определяющие физико-механические характеристики материалов из простейших экспериментов (в общем случае число независимых констант равно 42);

**Для ортотропного тела на основании (26) получим [4]**

$$e_{11} = (A_{1111} + B_{1111}\alpha_{11})\sigma_{11} + [A_{1122} + B_{1122}(a_{11} + \alpha_{22})]\sigma_{22}; \\ e_{22} = [A_{1122} + B_{1122}(a_{11} + \alpha_{22})]\sigma_{11} + (A_{2222} + B_{2222}\alpha_{22})\sigma_{22}; \\ e_{12} = (A_{1212} + B_{1212}\sqrt{2}\alpha_{12})\tau_{12}; e_{13} = (A_{1313} + B_{1313}\sqrt{2}\alpha_{13})\tau_{13}; \\ e_{23} = (A_{2323} + B_{2323}\sqrt{2}\alpha_{23})\tau_{23}. \quad (27)$$

В этом случае число независимых характеристик материала равно восемнадцати. При этом константы для ортотропного тела вычисляются следующим образом:

$$A_{kkkk} = (1/E_k^+ + 1/E_k^-)/2; B_{kkkk} = (1/E_k^+ - 1/E_k^-)/2; \\ A_{ijij} = -(v_{ij}^+/E_j^+ + v_{ij}^-/E_j^-)/2; B_{ijij} = -(v_{ij}^+/E_j^+ - v_{ij}^-/E_j^-)/2; \\ A_{ijij} = (1/E_{ij}^+ + 1/E_{ij}^-) - 0,25 \left[ \begin{aligned} &(1/E_i^+ + 1/E_j^+ + 1/E_i^- + 1/E_j^-) - \\ &-2(v_{ji}^+/E_i^+ + v_{ji}^-/E_i^-) \end{aligned} \right]; \\ B_{ijij} = \sqrt{2}(1/E_{ij}^+ - 1/E_{ij}^-) - 0,125\sqrt{2} \left[ \begin{aligned} &(1/E_i^+ + 1/E_j^+ - 1/E_i^- - 1/E_j^-) - \\ &-4(v_{ji}^+/E_i^+ - v_{ji}^-/E_i^-) \end{aligned} \right], \quad (28)$$

где  $v_{ij}^+ / E_j^+ = v_{ji}^+ / E_i^+$ ;  $v_{ij}^- / E_j^- = v_{ji}^- / E_i^-$ .

$E_i^\pm$ ,  $v_{ij}^\pm$  - модули деформаций и коэффициенты поперечной деформации при одноосном растяжении и сжатии в направлениях соответствующих главных осей анизотропии.

Таким образом, подставляя в уравнение (12) выражения для матриц  $[T]$ ,  $[H]$  и  $[B] = [C_{ijkm}]^{-1}$  получаем выражение для матрицы жесткости КЭ.

### **5. Алгоритм определения НДС конструкций из материалов с усложненными свойствами на основе предложенной модификации КЭ**

В рамках указанных гипотез алгоритм решения задачи об определении НДС конструкции из материалов с усложненными свойствами условно расчленим на следующие шаги:

1. Формирование задания на расчет конструкции.
2. Формирование матрицы связи узлов конечных элементов.
3. Формирование граничных условий.
4. Задание нагружения конструкции.
5. Формирование матриц жесткости конечных элементов.
6. Формирование глобальной матрицы жесткости всей конструкции.
7. Расчет вектора узловых перемещений.
8. Расчет деформаций, напряжений.
9. Пересчет матрицы упругих свойств материалов, сохранение результатов, при необходимости возврат к пункту 5 (если не достигнута сходимость по методу И.А. Биргера "переменных параметров упругости").
10. Оценка полученных результатов.

Такое расчленение алгоритма решения задачи позволяет повысить помехозащищенность вычислительного процесса и дает возможность искусственно прервать ход решения, оценить динамику сходимости, корректировать дальнейшие вычислительные процессы, начиная их с прерванной операции.

В целом решение задачи осуществлялось методом «переменных параметров упругости» – вариантом метода последовательных приближений И.А. Биргера.

Литература

1. Постнов В. А., Хархурим И. Я. Метод конечных элементов в расчетах судовых конструкций. – Л.: Судостроение. – 1974. – 344 с.
2. Секулович М. Метод конечных элементов. – М.: Стройиздат, 1993. – 664 с.
3. Cook R.D. Two hybrid elements for analysis of thick thin and sandwich plates // Int. J. num. Meth. Engng. – 1972. – Vol. 5. – P. 277-288.



4. Трещев А.А. Теория деформирования и прочности материалов, чувствительных к виду напряженного состояния. Определяющие соотношения. М.; Тула: РААСН – ТулГУ. 2008. 264 с.

5. Теличко В.Г., Трещев А.А. Расчет напряженно-деформированного состояния цилиндрических оболочек из разносопротивляющегося материала. // Вестник Центрального регионального отделения РААСН // – Воронеж-Тверь: РААСН-ТГТУ. - 2007. – Вып. 6. – С. 217-225

УДК 658.21

## **РАЗРАБОТКА МОДЕЛЕЙ И МЕТОДОВ УПРАВЛЕНИЯ В ЛИНЕЙНЫХ СТРУКТУРАХ СТРОИТЕЛЬСТВА ПУСКОВЫХ ОБЪЕКТОВ**

**Шипулин Н.А.**

*Тульский государственный университет, г. Тула, Россия*

*В статье рассмотрены модели и методы управления в структурах строительства. Проанализированы достоинства и недостатки линейной структуры управления. Предложены рекомендации по более эффективному использованию линейной структуры.*

Успешное решение задач по преодолению проблем в экономике России непосредственно связано с эффективным функционированием ее инвестиционно-строительной сферы. Создание качественно нового производственного аппарата отраслей материального производства и обслуживания требует проведения большого объема работ по строительству новых пусковых объектов, реконструкции, расширению и техническому перевооружению действующих предприятий, организаций, их основных средств. Одним из важнейших условий эффективного функционирования строительства является действенность системы управления им.

Ключевыми понятиями структуры управления являются элементы, связи (отношения), уровни и полномочия. Структура системы управления состоит из отдельных работников, образующих аппарат управления, и технических средств управления. Работник управления выполняет какую-то часть функций управления и занимает должность, которая связана с конкретными правами и обязанностями. Техника управления охватывает всю совокупность орудий труда и технических средств, используемых в процессах управления. В настоящее время техника управления все в большей мере влияет на структуру управления.

Различают следующие типы структур управления: линейную, функциональную, линейно-функциональную, или линейно-штабную, и комбинированную.

При линейной (иерархической) структуре (рис. 1) отдел имеет одну вышестоящую и несколько нижестоящих инстанций. Все вопросы реша-