УДК 517.977

ОПТИМИЗАЦИЯ ЛИНЕЙНЫХ ГИБРИДНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

Канд. физ.-мат. наук ***ГАБАСОВА О. Р.***

Белорусский национальный технический университет

Постановка задачи. Функцию $f(t)$, $t \in T = [t_*, t^*]$, будем называть дискретной в прямом (обратном) времени с периодом квантования $h = (t^* - t_*)/N_0$ (N_0 – натуральное число), если $f(t) = f(\tau)$, $t \in [\tau, \tau + h[$, $\tau \in \{t_*, t_* + h, ..., t^* - h\}$ $\times$ $\times (f(t) = f(\tau), t \in]\tau - h, \tau]$, $\tau \in \{t_* + h, \ldots, t^*\})$. Пусть T – промежуток управления; $h_u = h_v / M$; $h_v = (t^* - t_*)/N$ – периоды квантования времени; M, N – натуральные числа;

$$T_u = \{t_*, t_* + h_u, ..., t^* - h_u\};$$

$$T_v = \{t_*, t_* + h_v, ..., t^* - h_v\};$$

$$H_x \in R^{m \times n_x}, \ H_y \in R^{m \times n_y},$$

$$rank(H_x, H_y) = m < n = n_x + n_y;$$

$$g \in R^m; \ u_*, u^* \in R^{r_u}, \ v_*, v^* \in R^{r_v}; \ c_x \in R^{n_x},$$

$$c_y \in R^{n_y}; \ x_0 \in R^{n_x}, \ y_0 \in R^{n_y}; \ A_x(t) \in R^{n_x \times n_x},$$

$$A_{xy}(t) \in R^{n_x \times n_y}, \ B_x(t) \in R^{n_x \times r_u},$$

$t \in T$, – кусочно-непрерывные функции; $A_y(t) \in R^{n_y \times n_y}$; $B_y(t) \in R^{n_y \times r_v}$, $v(t)$, $y(t)$; $t \in T$, – дискретные функции в прямом времени с периодом квантования h_v; $u(t), t \in T$, – дискретная функция в прямом времени с периодом квантования h_u.

Рассмотрим линейную задачу оптимизации гибридной системы [1]:

$$J(u, v) = c'_x x(t^*) + c'_y y(t^*) \to \max; \qquad (1)$$

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_x(t)x + A_{xy}(t)y + B_x(t)u, \ t \in T; \ y(t + h_v) = \\ &= A_y(t)y(t) + h_v B_y(t)v(t), \ t \in T_v; \end{aligned} \qquad (2)$$

$$x(t_*) = x_0, \ y(t_*) = y_0;$$

$$H_x x(t^*) + H_y y(t^*) = g; \qquad (3)$$

$$\begin{aligned} u(t) &\in U = \{u \in R^{r_u} : u_* \le u \le u^*\}, \\ v(t) &\in V = \{v \in R^{r_v} : v_* \le v \le v^*\}, \ t \in T. \end{aligned} \qquad (4)$$

Здесь $x = x(t) \in R^{n_x}$ – состояние непрерывной части системы в момент времени t; $y = y(t)$ – состояние дискретной части системы.

Под траекторией системы (2), соответствующей управляющим воздействиям $u(\cdot) = (u(t), t \in T), v(\cdot) = (v(t), t \in T)$, будем понимать пару из непрерывной функции $x(t)$, $t \in T$, и дискретной функции $y(t)$, $t \in T$, которая удовлетворяет (2).

Пару $(u(\cdot), v(\cdot))$ назовем программой, если на ней выполняются (4) и соответствующая ей траектория системы (2) удовлетворяет ограничениям (3). Программа $(u^0(\cdot), v^0(\cdot))$ называется оптимальной, если на ней критерий качества (1) достигает максимального значения. Субоптимальную (ε-оптимальную) программу $(u^\varepsilon(\cdot), y^\varepsilon(\cdot))$ определим неравенством $J(u^0(\cdot), y^0(\cdot)) - J(u^\varepsilon(\cdot), y^\varepsilon(\cdot)) \le \varepsilon$.

Формула Коши. Для решения задачи построим формулу Коши, выражающую зависимость $(x(t), y(t))$ от начального состояния (3) и управляющих воздействий (4).

Пусть $t \in T_v$, $T(t) = [t_*, t]$, $(u(s), v(s))$, $s \in T(t)$, – управляющие воздействия, $(x(s), y(s))$, $s \in T(t)$, – траектория системы (2) с начальным условием (3). Согласно (2) имеет место тождество:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}(s) \\ y(s+h_v) \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} A_x(s)x(s) + A_{xy}(s)y(s) + B_x(s)u(s) \\ A_y(s)y(s) + h_v B_y(s)v(s) \end{pmatrix},$$

$$s \in T(t).$$

Умножим обе части тождества на пока не определенную матричную функцию

$$F(t,s) = \begin{bmatrix} F_x(t,s) \in R^{n_x \times n_x}, & F_{xy}(t,s) \in R^{n_x \times n_y} \\ F_{yx}(t,s) \in R^{n_y \times n_x}, & F_y(t,s) \in R^{n_y \times n_y} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

$$s \in T(t),$$

считая ее зависимость от s такой, что законны все операции с ней. Имеем:

$$F_x(t,s)\dot{x}(s) + F_{xy}(t,s)y(s+h_v) \equiv$$
$$\equiv F_x(t,s)[A_x(s)x(s) + A_{xy}(s)y(s) + B_x(s)u(s)] +$$
$$+ F_{xy}(t,s)[A_y(s)y(s) + h_v B_y(s)v(s)];$$

$$(6)$$

$$F_{yx}(t,s)\dot{x}(s) + F_y(t,s)y(s+h_v) \equiv F_{yx}(t,s) \times$$
$$\times [A_x(s)x(s) + A_{xy}(s)y(s) + B_x(s)u(s)] +$$
$$+ F_y(t,s)[A_y(s)y(s) + h_v B_y(s)v(s)], \; s \in T(t).$$

Проинтегрируем обе части тождеств (6):

$$\int_{t_*}^{t} F_x(t,s)\frac{dx(s)}{ds}ds + \int_{t_*}^{t} F_{xy}(t,s)y(s+h_v)ds =$$

$$= \int_{t_*}^{t} F_x(t,s)[A_x(s)x(s) + A_{xy}(s)y(s) + B_x(s)u(s)]ds +$$

$$+ \int_{t_*}^{t} F_{xy}(t,s)[A_y(s)y(s) + h_v B_y(s)v(s)]ds; \quad (7)$$

$$\int_{t_*}^{t} F_{yx}(t,s)\frac{dx(s)}{ds}ds + \int_{t_*}^{t} F_y(t,s)y(s+h_v)ds =$$

$$= \int_{t_*}^{t} F_{yx}(t,s)[A_x(s)x(s) + A_{xy}(s)y(s) + B_x(s)u(s)]ds +$$

$$+ \int_{t_*}^{t} F_y(t,s)[A_y(s)y(s) + h_v B_y(s)v(s)]ds. \quad (8)$$

Преобразуем (7), (8), считая $F_x(t,s)$, $F_{yx}(t,s)$, $s \in T(t)$, дифференцируемыми по s, $F_y(t,s)$, $F_{xy}(t,s)$, $s \in T(t)$, дискретными в обратном времени с периодом h_v:

$$\int_{t_*}^{t} F_x(t,s)\frac{dx(s)}{ds}ds = F_x(t,t)x(t) - F_x(t,t_*)x(t_*) -$$

$$- \int_{t_*}^{t} \frac{\partial F_x(t,s)}{\partial s}x(s)ds;$$

$$\int_{t_*}^{t} F_{xy}(t,s)y(s+h_v)ds = \int_{t_*+h_v}^{t+h_v} F_{xy}(t,s-h_v)y(s)ds =$$

$$= \int_{t_*+h_v}^{t} F_{xy}(t,s-h_v)y(s)ds + \int_{t}^{t+h_v} F_{xy}(t,s-h_v)y(s)ds =$$

$$= \int_{t_*+h_v}^{t} F_{xy}(t,s-h_v)y(s)ds + F_{xy}(t,t)y(t)h_v.$$

$$\int_{t_*}^{t} F_{yx}(t,s)\frac{dx(s)}{ds}ds =$$

$$= F_{yx}(t,t)x(t) - F_{yx}(t,t_*)x(t_*) - \int_{t_*}^{t} \frac{\partial F_{yx}(t,s)}{\partial s}x(s)ds;$$

$$(9)$$

$$\int_{t_*}^{t} F_y(t,s)y(s+h_v)ds = \int_{t_*+h_v}^{t+h_v} F_y(t,s-h_v)y(s)ds =$$

$$= \int_{t_*+h_v}^{t} F_y(t,s-h_v)y(s)ds + \int_{t}^{t+h_v} F_y(t,s-h_v)y(s)ds =$$

$$= \int_{t_*}^{t} F_y(t,s-h_v)y(s)ds + F_y(t,t)y(t)h_v.$$

Подставим (9) в (7), (8) и запишем результат в виде:

$$F_x(t,t)x(t) = F_x(t,t_*)x(t_*) - F_{xy}(t,t)y(t)h_v +$$

$$+ \int_{t_*}^{t} \left[\frac{\partial F_x(t,s)}{\partial s} + F_x(t,s)A_x(s)\right]x(s)ds +$$

$$+ \int_{t_*+h_v}^{t} [F_x(t,s)A_{xy}(s) - F_{xy}(t,s-h_v) + F_{xy}(t,s)A_y(s)]y(s)ds +$$

$$+\int_{t_*}^{t_*+h_v} F_x(t,s)A_{xy}(s)y(s)ds+$$

$$+\int_{t_*}^{t_*+h_v} F_{xy}(t,s)A_y(s)y(s)ds+\int_{t_*}^{t} F_x(t,s)B_x(s)u(s)ds+$$

$$+h_v^2\sum_{s\in T_v(t)} F_{xy}(t,s+h_v)B_y(s)v(s); \qquad (10)$$

$$F_y(t,t)y(t)=-\frac{1}{h_v}F_{yx}(t,t)x(t_*)+\frac{1}{h_v}F_{yx}(t,t_*)x(t_*)+$$

$$+\frac{1}{h_v}\int_{t_*}^{t}\left[\frac{\partial F_{yx}(t,s)}{\partial s}+F_{yx}(t,s)A_x(s)\right]x(s)ds+$$

$$+\frac{1}{h_v}\int_{t_*+h_v}^{t}[F_{yx}(t,s)A_{xy}(s)-F_y(t,s-h_v)+$$

$$+F_y(t,s)A_y(s)]y(s)ds+\frac{1}{h_v}\int_{t_*}^{t_*+h_v} F_{yx}(t,s)A_{xy}(s)y(s)ds+$$

$$+\frac{1}{h_v}\int_{t_*}^{t_*+h_v} F_y(t,s)A_y(s)y(s)ds+\frac{1}{h_v}\int_{t_*}^{t} F_{yx}(t,s)B_x(s)u(s)ds+$$

$$+h_v\sum_{s\in T_v(t)} F_y(t,s+h_v)B_y(s)v(s). \qquad (11)$$

Преобразуем некоторые выражения из (10) и (11):

$$\int_{t_*+h_v}^{t}[F_x(t,s)A_{xy}(s)-F_{xy}(t,s-h_v)+F_{xy}(t,s)A_y(s)]y(s)ds=$$

$$=\sum_{s\in T_v(t)\backslash t_*}\left[\int_s^{s+h_v} F_x(t,\tau)A_{xy}(\tau)y(\tau)d\tau-\right.$$

$$\left.-\int_s^{s+h_v} F_{xy}(t,\tau-h_v)y(\tau)d\tau+\int_s^{s+h_v} F_{xy}(t,\tau)y(\tau)d\tau\right]=$$

$$=\sum_{s\in T_v(t)\backslash t_*}\left[\int_s^{s+h_v} F_x(t,\tau)A_{xy}(\tau)d\tau\, y(s)-F_{xy}(t,s)y(s)h_v+\right.$$

$$\left.+F_{xy}(t,s+h_v)A_y(s)y(s)h_v\right]=$$

$$=\sum_{s\in T_v(t)\backslash t_*}\left[\int_s^{s+h_v} F_x(t,\tau)A_{xy}(\tau)d\tau-F_{xy}(t,s)h_v+\right.$$

$$\left.+F_{xy}(t,s+h_v)\ A_y(s)h_v\right]y(s)=$$

$$=\sum_{s\in T(t-h_v)}\left[\frac{1}{h_v}\int_{s-h_v}^{s} F_x(t,\tau)A_{xy}(\tau)d\tau-F_{xy}(t,s-h_v)+\right.$$

$$\left.+F_{xy}(t,s)A_y(s-h_v)\right]y(s);$$

$$\frac{1}{h_v}\int_{t_*+h_v}^{t}[F_{yx}(t,s)A_{xy}(s)+F_y(t,s)A_y(s)-F_y(t,s-h_v)]\times$$

$$\times y(s)ds=\frac{1}{h_v}\sum_{s\in T_v(t)\backslash t_*}\left[\int_s^{s+h_v} F_{yx}(t,\tau)A_{xy}(\tau)\times\right.$$

$$\times y(\tau)d\tau+\int_s^{s+h_v} F_y(t,\tau)A_y(\tau)y(\tau)d\tau-$$

$$\left.-\int_s^{s+h_v} F_y(t,\tau-h_v)y(\tau)d\tau\right]=\frac{1}{h_v}\left[\sum_{s\in T_v(t)\backslash t_*}\int_s^{s+h_v} F_{yx}(t,\tau)A_{xy}(\tau)\times\right.$$

$$\left.\times y(s)ds+F_y(t,s+h_v)A_y(s)y(s)h_v-F_y(t,s)y(s)h_v\right]=$$

$$=\left[\sum_{s\in T_v(t)\backslash t_*}\frac{1}{h_v}\int_s^{s+h_v} F_{yx}(t,\tau)A_{xy}(\tau)d\tau+\right.$$

$$\left.+F_y(t,s+h_v)A_y(s)-F_y(t,s)\right]y(s)=$$

$$=\sum_{s\in T(t-h_v)}\left[\frac{1}{h_v}\int_{s-h_v}^{s} F_{yx}(t,\tau)A_{xy}(\tau)d\tau-F_y(t,s-h_v)+\right.$$

$$\left.+F_y(t,s)A_y(s-h_v)\right]y(s).$$

Пусть функция (5) удовлетворяет соотношениям:

$$\begin{cases}\dfrac{\partial F_x(t,s)}{\partial s}=-F_x(t,s)A_x(s),\ s\in T(t);\ F_{xy}(t,s-h_v)=\\ \qquad =F_{xy}(t,s)A_y(s-h_v)+\\ +\dfrac{1}{h_v}\displaystyle\int_{s-h_v}^{s} F_x(t,\tau)A_{xy}(\tau)d\tau,\ s\in T_v(s-h_v);\ F_y(t,s-h_v)=\\ \qquad =F_y(t,s)A_y(s-h_v),\ s\in T(t-h_v),\\ F_{yx}(t,s)\equiv 0,\ s\in T(t).\end{cases} \qquad (12)$$

Тогда

$$F_x(t,t)=E,F_{xy}(t,t)=0,\ F_y(t,t)=E. \qquad (13)$$

Подставив (12), (13) в (10), (11), получим искомую формулу Коши

$$x(t) = F_x(t,t_*)x(t_*) +$$
$$+\left[F_{xy}(t,t_*+h_v)A_y(t_*)h_v + \int_{t_*}^{t_*+h_v} F_x(t,s)A_{xy}(s)ds\right]y(t_*) +$$
$$+\int_{t_*}^{t} F_x(t,s)B_x(s)u(s)ds +$$
$$+ h_v^2 \sum_{s\in T_v(t)} F_{xy}(t,s+h_v)B_y(s)v(s); \qquad (14)$$
$$y(t) = F_y(t,t_*+h_v)A_y(t_*)y(t_*) +$$
$$+ h_v \sum_{s\in T_v(t)} F_y(t,s+h_v)B_y(s)v(s),\ t = t_*+h_v, ...,\ t^*.$$

Для полного обоснования формулы осталось показать, что существует единственная функция (5), компоненты которой принадлежат упомянутым классам функций и удовлетворяют (12), (13). Это легко сделать, решая справа налево уравнения (12) с условиями (13) последовательно на интервалах длины h_v.

Вычисление оптимальной программы методом математического программирования. Традиционный метод математического программирования [2] решения задачи (1)–(4) сводится к замене производной разностным отношением

$$\dot{x}(t) \approx (x(t+h_u) - x(t))/h_u,\ t\in T_u.$$

После этого задача (1)–(4) принимает вид:

$$c_x'x(t^*) + c_y'y(t^*) \to \max;$$
$$\begin{cases} x(t+h_u) - x(t) - h_u(A_x(t)x(t) + A_{xy}(t)y(t) + \\ \qquad + B_x(t)u(t)) = 0,\ t\in T_u; \\ y(t+h_v) - A_y(t)y(t) - h_vB_y(t)v(t) = 0,\ t\in T_v; \end{cases}$$
$$x(t_*) = x_0,\ y(t_*) = y_0; \qquad (15)$$
$$H_x x(t^*) + H_y y(t^*) = g;$$
$$u_* \le u(t) \le u^*,\ t\in T_u;\ v_* \le v(t) \le v^*,\ t\in T_v.$$

Переменными задачи (15) являются $u(t)$, $x(t)$, $t\in T_u$; $v(t)$, $y(t)$, $t\in T_v$. Их общее количество равно $r_uMN + n_xNM + r_vN + n_yN$. Количество основных ограничений задачи составляет $n_xMN + n_yN + m$. При малых h_v задача (15) представляет собой большую задачу линейного программирования [3] с матрицей условий специальной структуры, содержащей большой процент нулевых элементов. Методов линейного программирования, учитывающих указанную специфику задачи (15), пока не создано. Поэтому можно использовать методы, учитывающие только разреженность матрицы условий.

Опишем модифицированный метод математического программирования решения задачи (1)–(4), позволяющий существенным образом сократить размеры эквивалентной задачи линейного программирования.

Перепишем критерий качества задачи (1)–(4), используя формулу Коши (14):

$$c_x'x(t^*) + c_y'y(t^*) = c_x'\Big(F_x(t^*,t_*)x(t_*) +$$
$$+\left[F_{xy}(t^*,t_*+h_v)A_y(t_*)h_v + \int_{t_*}^{t_*+h_v} F_x(t^*,s)A_{xy}(s)ds\right]y(t_*) +$$
$$+\int_{t_*}^{t^*} F_x(t^*,s)B_x(s)u(s)ds + h_v^2 \sum_{s\in T_v(t^*)} F_{xy}(t^*,s+h_v)B_y(s)v(s)\Big) +$$
$$+ c_y'\Big(F_y(t^*,t_*+h_v)A_y(t_*)y(t_*) +$$
$$+ h_v \sum_{s\in T_v(t^*)} F_y(t^*,s+h_v)B_y(s)v(s)\Big) =$$
$$(16)$$
$$= \sum_{\tau\in T_u}\left(\int_{\tau}^{\tau+h_u} c_x'F_x(t^*,s)B_x(s)ds\right)u(\tau) + \sum_{s\in T(t^*)}\Big(c_x'F_{xy}(t^*,s+h_v)h_v^2 \times$$
$$\times B_y(s) + c_y'F_y(t^*,s+h_v)B_y(s)\Big)v(s) + c_x'F_x(t^*,t_*)x(t_*) +$$
$$+ c_x'\Big[\Big(F_{xy}(t^*,t_*+h_v)A_y(t_*)h_v +$$
$$+\int_{t_*}^{t^*} F_x(t^*,s)A_{xy}(s)ds\Big)y(t_*)\Big] + c_y'F_y(t^*,t_*+h_v)A_y(t_*)y(t_*).$$

Обозначим:

$$c_u'(\tau) = \int_{\tau}^{\tau+h_u} c_x'F_x(t,s)B_x(s)ds,\ \tau\in T_u;$$
$$c_v'(s) = c_x'F_{xy}(t^*,s+h_v)B_y(s)h_v^2 + \qquad (17)$$
$$+ c_y'F_y(t^*,s+h_v)B_y(s)h_v,\ s\in T_v(t^*)$$

и отбросим в (16) слагаемые, не зависящие от $u(\tau), \tau\in T_u$; $v(s), s\in T_v$, так как они не влияют на вид оптимальной программы. Тогда критерий качества (1) примет следующий вид:

$$\sum_{\tau\in T_u} c'_u(\tau)u(\tau)+\sum_{s\in T_v} c'_v(s)v(s)\to \max.$$

Аналогичным образом преобразуем терминальное ограничение задачи (1)–(4):

$$H_x x(t^*)+H_y y(t^*)=\sum_{\tau\in T_u}\left(\int_{\tau}^{\tau+h_u}(H_xF_x(t^*,s)B_x(s)ds\right)u(\tau)+$$

$$=\sum_{s\in T(t^*)}\Big(H_xF_{xy}(t^*,s+h_v)h_v^2\times$$

$$\times B_y(s)+H_yF_y(t^*,s+h_v)B_y(s)h_v\Big)v(s)+$$

$$+H_xF_x(t^*,t_*)x(t_*)+H_x\Big[\Big(F_{xy}(t^*,t_*+h_v)A_y(t_*)h_v+$$

$$+\int_{t_*}^{t^*}F_x(t^*,s)A_{xy}(s)ds\Big)y(t_*)\Big]+H_yF_y(t^*,t_*+h_v)A_y(t_*)y(t_*)=g.$$

Обозначим:

$$D_u(\tau)=\int_{\tau}^{\tau+h_u}H_xF_x(t^*,s)B_x(s)ds,\tau\in T_u;$$

$$D_v(s)=H_xF_{xy}(t^*,s+h_v)h_v^2B_y(s)+$$

$$+H_yF_y(t^*,s+h_v)B_y(s)h_v;$$

$$\tilde{g}=g-\Big(H_xF_x(t^*,t_*)x(t_*)+$$

$$+H_x\Big(\Big[F_{xy}(t^*,t_*+h_v)A_y(t_*)h_v+\int_{t_*}^{t_*+h_v}F_y(t^*,s)A_{xy}(s)\times$$

$$\times ds\Big]y(t_*)\Big)+H_yF_y(t^*,t_*+h_v)y(t_*)\Big). \qquad (18)$$

Тогда терминальное ограничение (4) примет вид:

$$\sum_{\tau\in T_u} D_u(\tau)u(\tau)+\sum_{s\in T_v} D_v(s)v(s)=\tilde{g}\ .$$

Таким образом, задача оптимального управления (1)–(4) эквивалентна* задаче линейного программирования:

$$\sum_{\tau\in T_u} c'_u(\tau)u(\tau)+\sum_{s\in T_v} c'_v(s)v(s)\to \max\ ;$$

$$\sum_{\tau\in T_u} D_u(\tau)u(\tau)+\sum_{s\in T_v} D_v(s)v(s)=\tilde{g}\ ; \qquad (19)$$

$$u_*\le u(t)\le u^*,\ t\in T_u;\ \ v_*\le v(t)\le v^*, t\in T_v\ .$$

Задача (19) имеет m основных ограничений и r_uMN+r_vN переменных $u(\tau),\tau\in T_u$; $v(s)$ $s\in T_v$, т. е. при малых h_u, h_v она является «полубольшой». Матрица условий задачи (19) плотно заполнена, но имеет особенность, состоящую в том, что элементы $c_u(\tau)$ $c_v(\tau)$ $\tau\in T_u; D_u(s), D_v(s), s\in T_v$, связаны специальным образом (17), (18) с элементами исходной задачи оптимального управления (1)–(4), т. е. задача (19) относится к специальным задачам линейного программирования.

В дальнейшем будут опубликованы быстрые алгоритмы решения задачи (19), учитывающие динамическую природу ее элементов.

При любом $\varepsilon>0$ в задаче (1)–(4), имеющей решение, существует бесконечное число ε-оптимальных программ. Поэтому на множестве ε-оптимальных программ можно ввести любой дополнительный критерий качества. Например, для построения ε-оптимальной программы с минимальным полным импульсом скалярного управляющего воздействия $u(t)$ $|u(t)|\le 1,\ t\in T$, достаточно решить задачу:

$$\int_{t_*}^{t^*}(u_1(t)+u_2(t))dt\to \min;$$

$$\sum_{\tau\in T_u} D_u(\tau)(u_1(\tau)-u_2(\tau))+\sum_{s\in T_v} D_v(s)v(s)=\tilde{g};$$

$$\sum_{\tau\in T_u} c_u(\tau)(u_1(\tau)+u_2(\tau))+\sum_{s\in T_v} c'_v(s)v(s)\ge \alpha^0-\varepsilon;$$

$$0\le u_1(t)\le 1,\ 0\le u_2(t)\le 1,\ t\in T_u;$$

$$v_*\le v(t)\le v^*, t\in T_v; \alpha^0=J(u^0,v^0)$$

и положить $u^{\varepsilon}(t)=u_1^0(t)-u_2^0(t), t\in T$.

Область практического применения: управление движением автомобиля, энергетические системы, медицина.

ВЫВОД

Предложен метод вычисления оптимальной программы в линейной задаче оптимального управления гибридной системой.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Borelli, F.** Constrained Optimal Control of Linear and Hybrid Systems / F. Borelli // Lecture Notes in Control and Information Sciences. – Springer, 2003. – Vol. 290. – 293 p.

2. **Табак, Д.** Оптимальное управление и математическое программирование / Д. Табак, Б. Куо. – М.: Наука, 1975. – 279 с.

3. **Лэсдон, Л. С.** Оптимизация больших систем / Л. С. Лэсдон. – М.: Наука,1975. – 431 с.

Поступила 19.09.2006

* В отличие от настоящей задача (15) не эквивалентна задаче (1)–(4), а является лишь ее аппроксимацией.