京都大学学術情報リポジトリ
KURENAI 紅
Kyoto University Research Information Repository

京都大学
KYOTO UNIVERSITY

Title	若きラグランジュと数学の「形而上学」：フランスにおける無限小論争を背景として
Author(s)	有賀, 暢迪
Citation	科学哲学科学史研究 (2010), 4: 21-43
Issue Date	2010-02-28
URL	http://dx.doi.org/10.14989/108696
Right	
Type	Departmental Bulletin Paper
Textversion	publisher

Kyoto University

一般論文

若きラグランジュと数学の「形而上学」
——フランスにおける無限小論争を背景として——

有賀 暢迪*

Young Lagrange meets the “metaphysics” of mathematics: In the context of French infinitesimal controversy

Nobumichi ARIGA

abstract

Joseph-Louis Lagrange, one of the eminent mathematicians in the eighteenth century, had given a lecture on calculus as early as in the latter half of the 1750s. One will find this lecture interesting not only because he introduces the differential calculus with special emphasis on the concept of limit, which seemed novel for that time, but also that Lagrange refers to several textbooks most of which were published in France. Given these points, the present article attempts to consider Lagrange’s early thought on the foundation of calculus in the context of French controversy. In France, after the reception of Leibnizian calculus through l’Hôpital’s textbook (1696), Fontenelle had constructed a mathematical system based on infinite quantities (1727). In 1740s, however, the supposition of infinitesimals were criticized by supporters of fluxions, among others Maclaurin (1742, translated in 1749 into French), and then in 1750s d’Alembert proposed the concept of limit as the “basis of the true metaphysics of differential calculus.” Although Lagrange does not mention d’Alembert’s name, perhaps he has been influenced by the latter. It is in this context of French infinitesimal controversy that one can get a better view of young Lagrange’s concern with the foundation problem.

* 日本学術振興会特別研究員 DC・京都大学大学院文学研究科博士後期課程
ariga.nobumichi@gmail.com
本稿の執筆に当たっては，匿名の査読者お二人から，論理構成上の問題点の指摘や参考文献の提示，文章表現の修正提案など，多岐にわたるコメントを頂いた．本稿が読者を幾らかでも満足させられるものになっているとすれば，それは間違いなくこれらの批判の御蔭である．

§1 序

十八世紀を代表する数学者の一人であったラグランジュ（Joseph-Louis Lagrange, 1736–1813）は，二十代の頃，地元トリノの王立砲兵学校（Regie Scuole di Artiglieria）で数学の「副教官」（sostituito）を務めていたことがある[1]．そこでの任務には講義用のテキストの作成も含まれていたのだが，ラグランジュはこの仕事について，ベルリン在住の数学者オイラー（Leonhard Euler, 1707–1783）に宛てて次のように書き送っている（1759 年）．

> 私自身も力学と微分・積分計算の基本を生徒用に作成しまして，それらの諸原理の真の形而上学を，可能な限り展開したと思っています[2]．

この中で言われている「真の形而上学」が何であるかについては，『解析力学』（*Méchanique analitique*, 初版 1788）の基礎をなす仮想速度の原理のことではないかという推測もあるものの[3]，より蓋然性が高いと思われるのは，解析学の基礎の問題に対する関心を示しているとする解釈である[4]．実際，ラグランジュは 1760 年頃には，極限の概念こそが解析学の基礎であるという考え——後に主著『解析関数の理論』（*Théorie des fonctions analytiques*, 初版 1797）では否定されることになる見解——を公にし，その中で「無限小計算の形而上学」（Métaphysique de calcul des infiniment petits）という言葉を使っている[5]．とすれば，ラグランジュは講義用のテキストを編んだ時点で既に解析学の基礎に心を砕いており，極限の考え方を「真の形而上学」として提示していた，という可能性が考えられないだろうか．

いま述べた仮説は実際，『高等解析の諸原理』（*Principj di Analisi sublime*）と題された解析学の講義ノートの写しによって裏付けることができる[6]．この史料はこれまでほ

---

[1] トリノ時代のラグランジュについては Borgato and Pepe 1987 に詳しい．

[2] 1759 年 11 月 24 日付オイラー宛書簡．Euler 1980, p. 430–431: “J’ai aussi composé moi même des elemens de Mécanique et de Calcul differentiel et integral à l’usage de mes ecoliers, et je crois avoir developpé la vraye metaphisique [sic] de leurs principes, autant qu’il est possible.”

[3] Fraser 1983, pp. 220, 233.

[4] 例えば Grabiner 1981, p. 37. ただしそこでは，誤ってこの書簡が 1755 年のものと記されている．

[5] Lagrange [1760–1761]1877. この著作については第 6 節で触れる．なお，『解析関数の理論』での主張は，関数がテイラー展開できることを前提し，その級数の係数として導関数を直接定義するというものである．

[6] これは Lagrange 1987 として翻刻・出版された．なお，力学のテキストは今日失われてしまっているようである．

とんど注目されてこなかったように思われるが，少なくとも次の二つの点で重要である．第一に，この中では極限による解析学の基礎付けが丁寧に解説されており，当時のラグランジュにおける解析学の理解を知る上で絶好の材料となっている．第二に，このテキストに現れる引用からは，ラグランジュがどのような著作を踏まえていたのかを知るための手掛かりを得ることができる——興味深いことに，そこで言及されている著作の大部分はフランスのものである[7]．こうして，『高等解析の諸原理』は解析学の基礎についてラグランジュが当時抱いていた見解とその背景の両方を提供してくれるのであるが，これによって，初期のラグランジュの思考を時代の中に適切に位置付けることが可能になると考えられる．

そこで本稿では，解析学の基礎に関する若きラグランジュの主張を，フランスでの一連の論争を背景として考察してみたい．この論争はとりわけ無限小量の実在をめぐるものであったと考えられるため，本稿ではこれを称して無限小論争と呼ぶことにする[8]．次節以降ではまず，『高等解析の諸原理』の中で微分計算に関して明示的に挙げられている三つの著作，すなわちロピタル（Guillaume-Francois-Antoine Marquis de l'Hôpital, 1661–1704）の『無限小解析』（*Analyse des infiniment petits*, 1696），フォントネル（Bernard le Bouyer de Fontenelle, 1657–1757）の『無限幾何学原論』（*Elémens de la Géométrie de l'infini*, 1727），マクローリン（Colin Maclaurin, 1698–1746）の『流率論』（*A Treatise of Fluxions*, 1742; 仏訳 1749）において解析学の基礎がどのように論じられているかを[9]，フランスにおける無限小論争の展開を辿りながら見ていくことにする．そしてそれに続いて，フォントネルやマクローリンを批判して極限の考え方を擁護したダランベール（Jean Le Rond d'Alembert, 1717–1783）の主張と，『高等解析の諸原理』におけるラグランジュの議論——同じく極限の考え方に基づいている——とを分析し，前者が後者に影響を与えた可能性について検討を加えたい．以上の考察は，ラグランジュの言う「真の形而上学」に対して適切な解釈を与えるだけでなく，そ

[7] 挙げられている著作を言語別に見ると，フランス語 8（うち 7 つがパリでの出版），ラテン語 2, 英語 1, イタリア語 1（合計 12）となっている（Borgato and Pepe 1987, p. 33–34）．なお，本稿でも取り上げるマクローリンの『流率論』に関しては，英語ではなくフランス語訳で読んでいると推測されるため（Grabiner 1997, p. 395），ここではフランス語に数え入れた．

[8] 解析学の基礎をめぐる十八世紀の議論については，Boyer [1949]1959, ch. 6 および Grabiner 1981, ch. 2 に詳しい．ただしこれらの研究では『高等解析の諸原理』への言及はない．

[9] これらの著作の言及箇所は Lagrange 1987, p. 154. 同所ではさらにアニェージ（Maria Gaetana Agnesi, 1718–1799）の『解析教程』（*Instituzioni Analitiche ad uso della gioventù italiana*, 1748）が挙げられているが，この中では（確認できたのは 1775 年に出た仏訳のみであるが）解析学の基礎について特に論じられていないように思われるため，本稿では取り上げない．

の背景をなしているフランスでの無限小論争の展開について一つの描像を提示することにもつながるであろう．

§2　論争の火種——ロピタル

ライプニッツ（Gottfried Wilhelm Leibniz, 1646–1716）によって創始され，ヤーコプとヨハンのベルヌーイ兄弟（Jacob Bernoulli, 1654–1705 & Johann Bernoulli, 1667–1748）によって開拓された解析学の成果は，ヨハン・ベルヌーイの個人授業を受けたロピタルを主に通じて，パリ科学アカデミー内外の学者たちへと伝えられた[10]．とりわけ，1696 年にパリで出版されたロピタルの『無限小解析』はこの分野で最初の教科書的著作であり，これによって微分法は遥かに近付きやすいものとなった[11]．以下では，ラグランジュも挙げていたこの著作を適宜参照しながら無限小解析の基本的な論理を確認し，それが孕んでいた問題点を簡単に見ておくことにする[12]．

『無限小解析』の本論は，「変量」（quantité variable）と「定量」（quantité constante）を定義することから始まっている（§1, 定義 1）．定量が一定であり続ける量であるのに対し，変量は「連続的に」（continuellement）増減する．そしてこの変量の増大・減少分としての「無限小部分」（portion infiniment petite）が「微分」（différence）と呼ばれる（同，定義 2）[13]．この定義からして明らかに，定量の微分はゼロである（同，系）．今，任意の量を x で表すとすれば，その微分は dx と書かれる．現代の微積分では関数 $y(x)$ の導関数が dy/dx と書かれ，dx, dy 単独では意味を持たないのに対して，未だ関数概念を持たない十八世紀前半の解析学の対象は一般的な量であり，微分はそうした量の無限小部分として，それ自体で意味を有していた．ここで注意しておくべきなのは，ロピタルが変量の「無限小部分」の存在を自明視している，あるいは少なくともそのように読めるという点である．

x の無限小部分として dx が考えられるのと同じく，dx に対してもその無限小部分

[10] この経緯の概観としては，例えば Blay 1992, 1$^{\text{re}}$ partie がある．

[11] Hôpital 1696. この本は微分法を扱った第一部のみで構成されており，第二部となるべき積分法については書かれなかった．

[12] 本稿では，現代の微分積分学につながる数学を一般に解析学と呼び，ロピタルの著作で提示されているような無限小解析や後で取り上げるニュートン＝マクローリンの流率法をその中の一種と捉えている．十八世紀における解析学全体の外観としては Bos [1980]2000 を，無限小解析についての詳細で包括的な解説は Bos 1974 を参照．

[13] “différence” という言葉は本来，単なる「差」ないし「差分」の意味であるが，ロピタルはこれを無限小の差という意味で使っているため，ここでは「微分」と訳す．

ddx ($= d^2x$) が考えられ，これは「微分の微分」（différence de la différence）あるいは「二次の微分」（différence seconde）と呼ばれる（§4，定義 1）．以下，d^3x, d^4x 等についても同様であり，こうして高次の微分が次々と定義される[14]．ここから，「無限小には様々なオーダー（ordre, 位階）がある」という帰結が得られる（同，注）．具体的には，x は dx に対して無限に大きく，dx は d^2x に対して無限に大きい．これを現代風に述べるなら，記号 d は無限小のオーダーを一つ上げる演算子ということになるであろう．逆に，『無限小解析』では扱われていないが，無限小のオーダーを一つ下げる（あるいは無限大のオーダーを一つ上げる）働きを持つのが積分を表す $\int$ 記号であり，$\int dx = x, \int d^2x = dx$ といった関係が成り立つ[15]．

ロピタルの本に戻ると，微分の定義に続いて二つの「要請あるいは前提」（Demande ou Supposition）が置かれている．無限小解析の論理に直接関係する第一の要請のみを取り出せば，それは次のようなものである[16]．

> 無限に小さな量だけしか互いに異ならない二つの量はどちらも異ならないと看做せる，あるいは（同じことであるが）ある量がそれよりも無限に小さな別の量だけ増加ないし減少させられてもそれは同じままであると考えることができると要請する[17]．

これが意味するのは，例えば $x + dx$ という量は x と看做せるということである．換言すれば，dx は x よりも無限に小さいとして無視される．同様に $dx + 2dx^2$ といった式であれば，$2dx^2$ が dx よりも無限に小さいため（有限の大きさである係数 2 はオーダーを変えないことに注意），dx と同一視しなければならない．この要請は例えば，いわゆる積の微分の公式で必要になる．xy の微分は $d(xy) = (x + dx)(y + dy) - xy = xdy + ydx + dxdy = xdy + ydx$ と計算されるが，ここで最後の等号を可能にしているのが先の要請である．『無限小解析』ではこれを含めて四つの基本的な計算規則――(1)

---

[14] ただしロピタルは高次の微分を表すのに $dddy$ などと表記し，d^3y といった記号は使っていない．

[15] 十八世紀の一般的な理解では，積分とは単に微分の逆演算を意味する．すなわち，ある量の無限小部分が微分であるとすれば，ある量を無限小部分とするような全体がその量の積分ということになる．十八世紀における積分の理解に関しては Grabiner 1981, ch. 6 が参考になる．

[16] 第二の要請は，任意の曲線は無限小の長さの辺からなる無限多角形と考えることができるというものであり，無限小解析の計算法それ自体よりはその幾何学への適用を保証している．

[17] Hôpital 1696, p. 2–3: “On demande qu’on puisse prendre indifféremment l’une pour l’autre deux quantités qui ne diffèrent entr’elles que d’une quantité infiniment petite: ou (ce qui est la même chose) qu’une quantité qui n’est augmentée ou diminuée que d’une autre quantité infiniment moindre qu’elle, puisse être considérée comme demeurant la même.”

和・差の微分，(2) 積の微分，(3) 商の微分，(4) 冪乗の微分——が与えられているが，(3) と (4) は (2) を用いて導出されているため，微分計算の大部分は上の要請に依拠していることになる．

要するに，ロピタルの『無限小解析』においては無限小量の存在が暗黙の前提とされている．無限小解析とは文字通り，無限小量についての数学であることを含意していたのである．さらにロピタルの説明では，無限小には様々なオーダーがあるとされ，また，ある量に対して無限に小さな量は無視するものとされた．こうした点が，十八世紀初頭においてまず問題となる．

§3 無限小の平和——フォントネル

1704 年にロピタルが没すると，慣例に従って，パリ科学アカデミー終身幹事フォントネルによる追悼演説が行われた．フォントネルはこの中で『無限小解析』に惜しみない賞賛の言葉を送り，この著作は出版されるや「満場の拍手で迎えられた」（reşu avec un applaudissement universel）と述べている[18]．しかしこうした発言は，『無限小解析』に匿名で序文を寄せたのがまさにフォントネル本人であったとすれば，いくらか割引いて評価しておく必要があるだろう[19]．

現に，ロピタルの著作が出版された時，その新しい数学が平和裡に受け容れられたわけでは必ずしもなかった．パリの科学アカデミーにおいては，批判の急先鋒となったのはロル（Michel Rolle, 1652–1719）であり，1700 年から翌年にかけてヴァリニョン（Pierre Varignon, 1654–1722）と，1702 年以降はソーラン（Joseph Saurin, 1659–1737）と，それぞれ議論を戦わせたことが知られている[20]．

このうち最初の論争で，ロルは無限小解析の問題点を三つ挙げていた．

問題点 1 幾何学において，互いに無限であるような［複数の］無限大や，互いに無限に［小さいような］［複数の］無限小があるのかどうか

問題点 2 ある量プラスマイナスその微分が，この元の量に等しいと看做せるのかど

[18] Fontenelle 1704, p. 133 / p. 104．フォントネルの著作からの引用では，初出文献と全集（Fontenelle 1989–）に収録されている版の頁数を “/” で区切って併記する．

[19] フォントネルが『無限小解析』の序文を書いたという記述は例えば Foucy 1757, p. 191 に見られるが，このことは『無限小解析』に言及している二次文献ではしばしば見落とされているようである．なお，管見の限りこの事実を立証する直接的な証拠は無いようであるが，この序文は現行のフォントネル全集にも収録されており，今のところその帰属を疑う理由はないであろう．

[20] この一連の論争については，Mancosu 1989；1996, ch. 6 および Blay 1992, 1re partie, ch. 2 を参照．

うか

問題点3　微分とは絶対的なゼロなのかどうか[21]

これらの問いはまさに，ロピタルの著作で提示された理論体系の根幹に疑問を投げかけている．無限小解析支持者のヴァリニョンはこれに対し，ニュートン（Isaac Newton, 1642–1727）が『プリンキピア』（*Philosophiae naturalis principia mathematica*, 1687）で用いている「最初と最後の比」の手法に無限小解析の根拠を求めるという議論で応戦した．それは概ね，無限小量をニュートンに倣って「消失する可分量」（evanescentia divisibilia, ヴァリニョンの表現）として解釈するものであったようである[22].

こうした一連の論争において，フォントネルは無限小解析を一般のフランス語読者層にまで普及させるスポークスマンの役割を果たしていた．アカデミー紀要の編集・執筆者として，終身幹事フォントネルは無限小解析をめぐる論争を解説し，関係者が没したときにはその業績を讃える追悼演説を行った[23]．それらは総じて無限小解析に極めて好意的なものであり，ロルやガロワ神父（Jean Galloys, 1632–1707）によってなされた反論は言わば，ほとんど政治的に抹殺されている．実際，ロピタルの著作が「満場の拍手で迎えられた」と述べられた 1704 年の時点では，ロルとソーランの論争が依然として続いていたのである．この論争は最終的に，1706 年初頭にアカデミーの内部委員会が出した勧告によってロルが「改宗」させられたことで決着した．フォントネルは後に，論争の終結を「無限小の講和（Paix des Infiniment petits）がなされた」と表現している[24].

これに続く数十年の間，フランスでは言わば「無限小の平和」が続いたようである．1727 年，フォントネルは無限小解析について自ら解説した大著『無限幾何学原論』——ラグランジュの言及していた著作の一つ——を出版したが，その序文では，「あらゆるオーダーの無限あるいは無限小が今日では等しく確立されている」と述べられて

[21] Blay 1992, p. 43, 45 に引用されている，パリ科学アカデミー議事録の記述（訳文の［ ］は引用者による補足）: “Difficulté I. Si en geometrie il y a des infiniment grands, infinis les uns des aurtres ; et des infiniment petits, infiniment les uns des autres.” “Difficulté II. Si une grandeur plus ou moins sa différentielle, peut estre prise pour egale a cette même grandeur.” “Difficulté III. Si les différentielles sont des zéros absolus.”

[22] ヴァリニョンによる無限小の正当化についての詳細は，Mancosu 1989, § 4；1996, § 6.3.1 および林 2001, 第 4 節を参照.

[23] 例えば，Fontenelle 1701；1704；1719. より詳しくは Mancosu 1989, § 7；1996, § 6.3.3 を参照.

[24] Fontenelle 1719, p. 98 / p. 484.

いる[25]．それまでのスポークスマンとしての仕事とは異なり，フォントネルはこの書物の第一部「無限の一般体系」（Systême général de l’infini）の中で，無限小解析の基礎に関する独自の議論を展開した．その特徴は，単なる無限小量だけでなく無限大量や高次の無限小量・無限大量——本稿ではこれらを一括して無限量と呼んでおく——を包括的に扱い，しかもそうした量はすべて実在すると主張したことにある[26]．

本書の第一部第二節で，フォントネルはまず無限大量を次のように導入する（¶83）．

> 量は終わりなく増大されうるのだから，それは無限回増大されると，すなわち無限大になると思い描ける，ないし想定できる．実際［証明］，終わりなく増大されうる量が終わりなく増大されえなかった時と同じ状況にあることは不可能である．ところが量が終わりなく増大されうるのでなかったとしたら，それはいつでも有限にとどまったことであろう．それゆえ，終わりなく増大されうるのである以上，それが常に有限にとどまることはできない，すなわち同じことだが，無限大になりうる［証明終わり］[27]．

この「証明」に続けてフォントネルは，1（ないし 0）から始まる自然数列（Suite naturelle）の例を提示する．この数列の項は 1 ずつ増加していくが，どれだけ進んでも，数列の終わりにいっそう近付くということはない．然るにこの性質は有限の数列には当てはまらないから，自然数列には無限に多くの項が含まれているのだとフォントネルは述べる．しかし，それらの項はいずれも実在しているのだから，「無限数は有限数と同じく実在する」（un nombre infini existe aussi réellement que les nombres finis）ことになるだろう（¶84）．さらに，自然数列においては一般に，各項の数字は 1 からその項までの項数に等しい．したがって，項が無限にある以上，この数列は「それ自体無限大である最終項」（dernier terme qui est ce même infini）を持つことになるはずであり，それが記号 ∞ によって書き表される（¶85）．

---

[25] Fontenelle 1727, n.p. / p. 13. フォントネルの体系について，より詳しくは Blay 1989 を参照.

[26] フォントネルは “quantité” ではなく “grandeur” という言葉を主に用いているが、本稿ではどちらも「量」と訳している。『百科全書』の項目 “GRANDEUR”（哲学・数学）には「“grandeur” はまた “quantité” とも呼ばれる」とあり、数学の議論においては両者を同一視してよいと思われる。

[27] “Puisque la grandeur est susceptible d’augmentation sans fin, on la peut concevoir ou supposer augmentée une infinité de fois, c’est-à-dire qu’elle sera devenuë infinie. Et en effet, il est impossible que la grandeur susceptible d’augmentation sans fin soit dans le même cas que si elle n’en étoit pas susceptible sans fin. Or si elle ne l’étoit pas, elle demeureroit toûjours finie ; donc étant susceptible d’augmentation sans fin, elle peut ne demeurer pas toûjours finie, ou, ce qui est le même, devenir infinie.” 訳文の［ ］は引用者による補足.

フォントネルの体系において，無限大とは自然数列 $1, 2, 3, \ldots$ が行き着く「最終項」であり，それは「固定されており一定した」(fixe et constant) ものとして扱われる．だがそれでは，この数列のいったいどこでどのようにして有限から無限への移行が起こるのだろうか．フォントネルは率直に，それは「わからない」(inconcevable) と告白し，言わばこの溝を「一気に飛び越えた」(ayant franchi entiérement) ものとして無限大を捉える．なるほど，記号 ∞ は明晰な観念 (idée claire) を与えてくれるには確かに程遠い．だが今述べたような移行がとにかく生じると認めなければ，我々は「無限の観念全体を全く放棄しなければならない」のである (¶86)．

こうして無限大量を導入した後，フォントネルはさらに ∞^2 $(= \infty \times \infty)$, ∞^3 等によって表象される高次の無限大量についても同様に議論を進めていく．一般に ∞^{n+1} は ∞^n よりも無限に大きいとされ，$\infty^{n+1} \pm \infty^n = \infty^{n+1}$ と述べられているが (¶107)，これはロピタルの『無限小解析』の要請 1 (ある量とその無限小部分との和・差は元の量に等しい) を一般化したものと見ることができるであろう．無限小量と同じく無限大量にも様々なオーダーがあることがこうして説かれるわけであるが (¶108)，この体系はさらに拡張され，$\infty^{\frac{1}{2}}$ といった一般的な冪乗の性質や (¶133 以下)，それらの計算規則の解説が延々と続く．この中には例えば，$1 < \infty^{\frac{1}{\infty}} < 2$ といった奇抜な主張も含まれている (¶167)．こうした一連の議論を見せつけられた後では，無限小量が $1/\infty$ として導入されても特に驚きはないであろう (¶¶324–325)．フォントネルによれば，無限小量とは有限量を無限大量で割ったものに他ならないのである[28]．

フォントネルはこの本の序文で，「有限量全体より大きいが，量全体よりは大きくない量」(grandeur plus grande que toute grandeur finie, mais non pas plus grande que toute grandeur) とされる「幾何学的無限」(Infini Géométrique) を，「あらゆる方向において境界のない量」(grandeur sans bornes en tous sens) である「形而上学的無限」(Infini Métaphysique) から区別している[29]．フォントネルが無限小解析の基礎に据えるのはこの「幾何学的無限」であり，自然数列の最終項として具体的に想定されたこの無限大量は実在すると断言されていた．無限を「実在の無い純粋な想定といった性格の観念」(idées de pure supposition sans réalité) と見なし，ただ問題を解くためだけに用いるのは「中途半端な考え方」(façon de penser mitigée) なのであった[30]．フォントネルはこうして，ロピタルが暗に前提していた無限小量を議論の最前面に押し出したのである．

[28] 無限小量についての議論は『無限幾何学原論』の第一部第四節でなされている．

[29] *Ibid.*, n.p. / p. 16.

[30] *Ibid.*, n.p. / p. 13.

§4　流率法の輸入——マクローリン

無限小量の存在を前提するロピタル＝フォントネルの立場は，1740 年代に入ると再び批判に晒されるようになる．興味深いのは，この新たな批判がイギリスからの流率法の輸入を伴っていたように思われる点である．

例えば 1740 年には，流率法を包括的に解説したニュートンの論考の翻訳『流率と無限数列の方法』（*La méthode des fluxions et des suites infinies*）がパリで出版された[31]．翻訳を手がけたのは後に自然史の分野で名声を博したビュフォン（Georges-Louis Leclerc, comte de Buffon, 1707–1788）であるが[32]，この書の「訳者序文」には，明らかにフォントネルへの反論と思われる記述がある．例えば，我々が持つべき真の無限の観念とは限りない増減の可能性（possibilité d'augmentation ou de diminution sans borne）のことであるとビュフォンは述べているが[33]，これはフォントネルの「幾何学的無限」とは著しく異なる規定である．また，フォントネルが無限大を自然数列の「最終項」と見なしたことに対しても，ビュフォンは「そうした列の中には最終項などない」ときっぱり否定している[34]．フォントネルの名前こそ出していないが，ビュフォンのこうした主張は『無限幾何学原論』への批判と見てよいであろう[35]．

ニュートンの流率法を継承した重要な著作であるマクローリンの『流率論』（1742 年）も，49 年にはフランス語に翻訳された——ラグランジュが講義ノートの中で挙げていた一書がこれである[36]．この本は元々バークリ（George Berkeley, 1685–1753）による解析学批判を契機として書かれており，ニュートンの流率法を厳密に展開することを第一の目的としていた[37]．『流率論』をフランス語に訳したイエズス会士ペゼ

[31] この著作はニュートンの生前には出版されず，1736 年になって初めて遺稿からの英訳という形で世に出た（*A treatise of the method of fluxions and infinite series*, 仏訳はこの英語版からの重訳）．その具体的内容については高橋 2003, 3.3 節を参照．なお，十八世紀のフランスでは “serie” と “suite” という二つの言葉が同じ意味で用いられていたようである（例えば『百科全書』では “SERIE *ou* SUITE” という項目が立てられている）．

[32] Roger [1989]1992, 59–64 頁．ビュフォンは元々数学者志望の青年であった．

[33] Buffon [1740]1994, p. viii.

[34] *Ibid.*, p. x.

[35] Roger ([1989]1992, 29 頁) によれば，ビュフォンは 1728 年頃には既に『無限幾何学原論』を読んでいた．

[36] 『流率論』の概略については Sageng 2005 を参照．この本の数学史上の位置付けについて，Grabiner 1997 も見よ．

[37] バークリの批判とそれに続くイギリスでの論争については，例えば Boyer [1949]1959, pp. 224–237 や Guicciardini 1989, ch. 3 を参照．

ナ神父（Esprit Pezenas, 1692–1776）が注目したのもまさにその点である．「我々の言語［フランス語］では微分・積分計算［…］が全面的に証明されている（entierement démontrés）ような本が全くない」とペゼナは言い，ロピタルの本は厳密さに欠けると指摘する．さらに曰く，「無限小量の仮設（hypothese）は，全く受け容れられない．だからそれは提唱されて以来多くの論争を引き起こしてきた」[38]．『流率論』はそこで，無限小量に代わる厳密な基礎を提供すべく輸入されてきたのである．

マクローリン自身，フランス流の無限小解析には否定的であった．そこで槍玉に挙げられているのはやはりフォントネルである．『流率論』の導入部で，マクローリンは『無限幾何学原論』に言及しつつ，無限量の想定をこう批判している．

> 一般に，量が終わりなく増大しうるというのは正しい．だがそこから，実際に無限である量を我々が思い描いたり想定したりできるということは帰結しない*．あるいは，無限の観念と確定量の観念とを結び付け，現実に無限である量について推論することができるとしても，それは間違いなく幾何学において要求される明晰さを伴ってではない[39]．

マクローリンの見立てでは，無限量を数学の基礎に据えるという戦略は失敗であった．「明晰さと明敏さとで常に際立っている卓越した著者が無限の上に幾何学を打ち立てようとして成功しえなかったのであるから，我々としては，この暗礁（écueil）を避ける方がよいであろう」[40]．

それでは，マクローリンは流率法をどのように基礎付けるのだろうか．手短に要約して述べれば，そのために必要となるのは運動と速度の観念，さらにはその土台となる空間と時間の観念である．「この題材［流率法］を論じるに当たって私は，実在を持つことが容易にわかる（concevoir）量以外のものを考察させることになるような原理と仮設を全て避けた」という一文から窺えるように[41]，これらの観念（空間，時間，運

[38] Maclaurin [1742]1749, t. 1, “Avertissement du traducteur,” p. v（訳文中の［］は引用者による）．以下，『流率論』からの引用はこのフランス語版による．

[39] *Ibid.*, “Introduction,” p. xli–xlii: “Il est vrai, en général, que la grandeur est capable d’augmentation sans fin ; mais on peut ne pas [sic] conclure de là que nous soyons capables de concevoir, ou de supposer une grandeur réellement infinie*, ou si nous pouvons joindre l’idée de l’infini avec celle d’une quantité déterminée, & raisonner sur la grandeur actuellement infinie, ce n’est pas certainement avec la clarté qui est requise en Géométrie.” 引用中，‘*’ の箇所にマクローリンは長い注（p. xli–xlv）を付し，フォントネルが行っている議論に対して具体的な反論を展開している．

[40] *Ibid.*, p. xlvii.

[41] *Ibid.*, “Introduction,” p. iii.

動，速度）は総じて対応する実在を有すると見做されている．

一般に，点の運動は線を生み出し，線の運動は面を，面の運動は立体を生み出す．マクローリンはこれを抽象化し，量一般を運動によって生成されるものとして捉える．そのようにして生成される量は「流量」（fluente）と呼ばれ，その生成速度が「流率」（fluxion）である．流量は一様運動によって生成されることも加速ないし減速運動によって生成されることもあるが，流率は常に，生成運動が一様であったとした場合に生み出されたはずの量によって測られねばならない（以上，¶¶1–14）．ただし流率が一定でない（生成運動が一様でない）場合には，流率それ自体を流量と見なすことができ，さらにその流率を考えることが可能になる（¶¶70–71）．こうして高階の流率が導入されると，無限小解析とよく似た体系が姿を現す．だがマクローリンによれば，両者には決定的な違いがある．すなわち，「私は常にあらゆるオーダーの流率を有限の量によって表現した」というのがそれである[42]．ロピタルやフォントネルの無限小解析とは異なり，マクローリンの提示する流率法はあくまで有限量の数学として構想されている．

無限小論争の一つの争点であった，高階の無限小量が無視されるという点についても，マクローリンは正当化を試みている．流率法の言葉に翻訳すれば，有限量とされる高階の流率が無視できるのは何故か，というのが問題である．マクローリンによれば，その答は流率の測り方にある．先に述べたように，流量が加速運動や減速運動によって生成される場合でも，流率は一様運動を仮定して測らなければならない．したがってその際，加速や減速に由来する効果は必然的に除去される．これが高階の流率が無視されることの理由である．さらにマクローリンは，高階の流率に関するこの主張によって，高階の無限小量を解釈する．「その［無限小解析の］やり方で他の項より無限に小さいとして無視される項は，この要素を生み出す無限小の時間に生成運動の加速ないし減速から生じるものと同じであり，したがって残っている項は，生成運動が一様に続いていたとした場合にその時間で生み出されたはずの要素を表している」（¶495）．こうして，流率法はそれ自体として根拠付けられるだけでなく，フランス流の無限小解析の「簡素な方法」（Méthode concise）をも正当化することになる（¶501）．

マクローリンは流率法の基礎を運動と速度の観念に求め，解析学の運動学的な基礎付けを試みた．そうした発想自体はニュートンにも，あるいはそれに先立ってバロウ

[42] *Ibid.*, “Préface de l’auteur,” p. xi.

(Isaac Barrow, 1630–1677) にも見られるものであるが[43], マクローリンの著書により, イギリスではこの解釈が一般に定着していくことになる[44]. だがそれだけでなく, そのようにして基礎付けられた流率法はさらに国境を越え, フランスでの無限小論争にも一石を投じたのであった.

§5 「真の形而上学」としての極限——ダランベール

前節までで, ラグランジュが講義用テキストの中で言及している三つの著作——ロピタル, フォントネル, マクローリン——については概観を終えた. しかし今はもう少しフランスに留まり, 無限小論争の続きを確認しておきたい. 具体的には, 1751 年から刊行の始まった『百科全書』(*Encyclopédie*) を開いてみることにする. と言うのもそこでは, 関連する諸項目を執筆したダランベールによって, 無限小量とも流率とも異なる第三の選択肢——極限——が無限小解析の基礎として打ち出されているからである.

ロピタル＝フォントネル流の無限小量に対するダランベールの見解は, 幾何学用語『無限』の項目で述べられている[45]. そこでは, フォントネルが『無限幾何学原論』において「この [無限] 幾何学の形而上学を与え, この形而上学から, ほとんど如何なる計算も用いずに, 曲線の性質の大部分を導き出そうとしている」という紹介がなされた上で, それに対する反論として, マクローリンの『流率論』やビュフォンによるニュートンの翻訳の序文を参照するよう指示されている. 続けてダランベールは, フォントネルを引用しながら自分自身でも反論を述べ, 微分計算は現実の無限大や無限小には関わっていないと結論付ける. ビュフォン, マクローリンに続いて, フォントネルの言い分はこれで三度否定されたことになる.

ダランベールはしかし, マクローリンの見解にも完全には同意していない (項目『流率』)[46]. 流率の考え方は確かに微分 (無限小の差) よりも勝っているが, そこに運動を持ち込むのは証明に必要のない「異質な観念」(idée étrangere) を導入することになるとダランベールは言う. また, マクローリンが速度を言わば自明視したのに対し, ダランベールは, 速度が変化する場合には我々は瞬間速度について「十分明瞭な

---

[43] この点については, 例えば高橋 2003, 255–256 頁を参照. なお, マクローリンは実際, バロウによる速度の定義に言及している (¶6).

[44] Guicciardini 1989, pp. 50–51.

[45] Alembert [1765]1986.

[46] Alembert [1756]1986.

観念」（idée bien nette）を有していない――なぜなら速度は実在的ではない（n’est rien de réel）から――とも主張する．マクローリンが流率法の基礎とした生成速度というアイディアはそれゆえ，ダランベールの役には立たない．

そこでダランベールが無限小解析の基礎に採用するのは，同じくニュートンに由来する極限（limite）の考え方である．ダランベールは項目『極限』において，「極限の理論は微分計算の真の形而上学の基礎である」とまで言い切っている[47]．既に見たように，極限，あるいはニュートンの言う「最初と最後の比」によって無限小解析を基礎付ける試みは，ヴァリニョンによっても試みられていた（第 3 節）．またイギリスでは，バークリの批判に応答する過程で極限の理論が注目され，これをめぐってジュリン（Jamse Jurin, 1684–1750）とロビンス（Benjamin Robins, 1707–1751）が論争を行ってもいた（1735 年頃）[48]．しかしながら，フランスを含むヨーロッパ大陸で極限の考え方を公に擁護したのは，ダランベールが最初だったようである[49]．

極限の概念そのものについては，項目『微分』の中に，放物線の接線の例を用いた解説がある（図 1）[50]．放物線 *AMm* において点 *m* が *M* に近付くとき，*R* は *Q* に近付

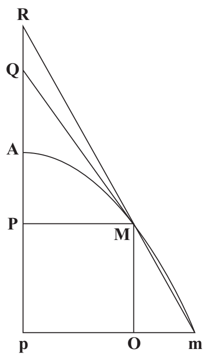

図 1　放物線を用いた極限の説明

[47] La Chapelle and d’Alembert [1765]1986: “La théorie des *limites* est la base de la vraie Métaphysique du calcul différentiel.” この一文はダランベールによる．

[48] Boyer [1949]1959, pp. 227–232; Guicciardini 1989, § 3.3.

[49] 十八世紀における極限の概念の歴史については，Cajori 1923 および Grabiner 1981, pp. 80–87 を参照．これらを含め，ダランベール以前に大陸で極限が無限小解析の基礎として主張されたという事例は先行研究の中に見当たらない．

[50] Alembert [1754]1986, p. 986. 図 1 は『百科全書』の図版 “Analyse, fig. 3” を元に作成．

き，したがって mO/MO は MP/PQ にいくらでも近付く（ただし $MP/PQ > mO/MO$）——この幾何学的説明で言われているのは要するに，X が Y の極限と呼ばれるのは Y を X に好きなだけ近付けられる（しかし一致はしない）時であるという，今日でもお馴染みの事柄に他ならない（今の場合，MP/PQ が mO/MO の極限であり，いわゆる接線の傾きを表す）[51]．しかしダランベールの説明はこの素朴な域に留まらず，注目すべき議論を二つ行っている．

まず，ダランベールは放物線 $y^2 = ax$（曲線 AMm の式）に対して，$\Delta y/\Delta x = a(2y+\Delta y)$（$\Delta x, \Delta y$ は有限の増分）であり[52]，ここで $\Delta x = \Delta y = 0$ とすることで，幾何学的考察から得られるのと同じ極限 $a/2y\,(= dy/dx = MP/PQ)$ が得られると説明している．重要なのは，ある点を別の点に近付けるといった幾何学的操作が，まず有限の差分の比を考えてその後でゼロに近付けるという代数的な手続きに置き換えられているという点である．ダランベール自身の言葉を借りて言えば，微分計算とは「図形での表現が既に得られている比の極限を代数的に定め，それら二つの極限［すなわち，幾何学的に求めたものと代数的に求めたもの］を等置することに他ならない」[53]．

次に，$\Delta y/\Delta x$ の極限が $\Delta x = \Delta y = 0$ とすることによって見出されるとしても，これは決して 0/0 を意味するのではないとダランベールは注意している．ダランベールの見解では，これはあくまで有限量 $\Delta x, \Delta y$ が減少していった時の比 $\Delta y/\Delta x$ の極限を表すものとして理解されなければならない．このことが意味するのは，ダランベールにおいては個々の量の微分（dx, dy）がもはや意味を持たず，比（dy/dx）だけが問題になっているということである．ダランベールはニュートンを高く評価し，後者の流率法の「形而上学」を「非常に厳密で非常に明晰」（très-exacte & très-lumineuse）と形容しているが[54]，それはニュートンが量ではなく常に等式——そこには比が含まれている——を微分していたとされるからである[55]．

---

[51] より明示的な定義は後に項目『極限』において与えられている（La Chapelle and d'Alembert [1765]1986）．ただしこの箇所はダランベールの執筆ではなく，ラ・シャペル（Jean-Baptiste de La Chapelle, 1710–1792）による．

[52] ダランベールは $z/u = a(2y+z)$ と書いているが，現代的な表記に改めた．

[53] Alembert [1754]1986, p. 986: "[...] ce calcul [i.e. calcul differentiel] ne consiste qu'à *déterminer algébriquement la limite d'un rapport de laquelle on a déjà l'expression en lignes, & à égaler ces deux limites*, [...]." ［ ］は引用者による補足．なお，引用箇所は原文では強調されているが訳文では煩瑣なため強調していない．

[54] *Ibid.*, p. 985.

[55] これがニュートンの主張に忠実な解釈かどうかは議論の余地があるかもしれないが，本稿ではこの問題には踏み込まない．

こうしてダランベールにより，無限小量と流率に並ぶ第三の選択肢が提示された．フランスにおける無限小論争の展開をここまで追ってきたところで，ラグランジュの講義ノートに向かう準備がようやく整ったことになる．

§6 前衛的な講義――ラグランジュ

ラグランジュの講義ノート『高等解析の諸原理』は二つの部からなり，本稿の議論に関わるのは第二部「微分および積分計算について」（Del Calcolo differenziale ed integrale）である[56]．その中にある次の一節からは，ラグランジュが解析学の基礎をめぐる一連の論争を知っており，かつそれを終結させる意図でこのテキストを書いていたことがはっきりと窺える（¶33）．

> 無限小計算の諸原理と諸規則を確立するために私たちが従ったような方法は，この計算の本性についてのはっきりした観念を与えるのに最も容易で最も直接的だと私には思われます．この計算はよく理解されなかったがゆえに，以前にも今でも時折多くの無益な論争の原因となってきました[57]．

こう語るラグランジュの講義内容は，ロピタル，フォントネル，マクローリンのいずれとも，最初の一歩からして異なっている．と言うのも，ラグランジュは変量の増減分として，有限の差分（differenza）を考えることから始めるからである（¶1）．これは dx などと表記されるが，あくまで有限量だという点が特徴的である[58]．ラグランジュは例として，$xy = a^2$（定数）ならば $ydx+xdy+dxdy = 0$ であり（$dxdy$ が無視されていない点に注意），逆も成り立つことを説明する（¶¶2–5）．ラグランジュによれば，この例の $ydx + xdy + dxdy = 0$ と $xy = a^2$ はそれぞれ微分方程式（equazione differenziale）および積分方程式（equazione integrale）と呼ばれ，微分・積分計算とはこのような互いに対応する微分・積分方程式を見出すことであるとされる（¶¶6–7）．これに続いて，一般に関数（funzione）$F(x,y,z)$ の差分が $F(x+dx,y+dy,z+dz) - F(x,y,z)$ で与えら

[56] 以下，引用はこの第二部のパラグラフ番号で示す．なお，第一部は「曲線の代数学的理論について」（Della teoria Algebraica delle Curve）と題されており，いわゆる解析幾何の内容と考えてよい．

[57] “Il metodo che abbiamo seguito per istabilire i principj e le regole del calcolo infinitesimale, mi pare il più facile ed il più diretto per dare una chiara idea della natura di questo calcolo, il quale per non essere ben’inteso è stato ed è ancora cagione alle volte di molte dispute inutili.”

[58] 本稿では “differenza” を差分，“differenzia” を微分と訳しているが，この二つの言葉をラグランジュは必ずしも厳密には使い分けていない．

れることが述べられ[59]，和・差・積・商・冪・根の差分（微分ではない）の計算規則と，それらの複合的な計算例が紹介されている（¶¶8–13）．

ここまでの計算例からは，関数の差分が一般に $Pdx + Qdy + Rdz$ といった形になること，それゆえ微分方程式が $pdx + qdy + rdz = 0$ のように書けることがわかる（¶¶14–15）．ところでラグランジュによれば，この最後の式は差分 dx, dy, dz のあいだの比を定めるものである（¶16）．ここで，これらの差分が「全て一緒にゼロに等しくなるまで連続的に減少させられた」（si facciano diminuire tutte insieme continuamente sino a divenire uguali a zero）場合を想定すると，その時，先の比はこれら減少していく差分のあいだの比の極限（limiti）を表すことになるであろう．こうした差分の比の近付く先は「最後の比」（ultimi rapporti）と呼ばれ（¶17），そのような比の極限は代数学的にも幾何学的にも同様に見出すことが可能であるとされる（¶18）．こうした差分の最後の比を決定することこそが，ラグランジュによれば微分計算の最も重要な部分である（¶19）．

このラグランジュの説明を前節で見たダランベールの議論と比較すると，かなりの類似性が認められる．第一に，ダランベールと同じくラグランジュも，まず有限の差分の比を考えてその後でゼロに近付けるという代数的な手続きを採用している．実際，ラグランジュは和・差・積・商・冪・根の微分の公式を，先に求めておいた差分の式から導き出している（¶20）．一例として商の公式 $d(x/y)$ の解説を若干整理して紹介すれば，ラグランジュはまず差分の式として

$$\frac{x+dx}{y+dy} - \frac{x}{y} = \frac{yx + ydx - xy - xdy}{y(y+dy)} = \frac{ydx - xdy}{y(y+dy)} = Pdx + Qdy$$

を提示する．ここで $P = y/y(y+dy), Q = -x/y(y+dy)$ であるが，ラグランジュはこの二つの式で $dy = 0$ と置くことにより，求める微分の式 $(ydx - xdy)/y^2$ を得るのである．

第二に，ラグランジュもダランベールと同じく，個々の量の微分ではなくその比だけが問題であることを強調する．「微分計算の理論は消失する差分の比（rapporti delle defferenze che svaniscono），すなわち 0 : 0 の比に基づいている」とラグランジュは明言し（¶38），0/0 が有限の値を持つような事例は無数にあると注意されている（¶34 以下）[60]．このように理解された微分計算は本質的には「無限小計算」（calcolo infinitesimale）と呼ばれるものと同じであるが，後者においてはただ計算を「省略し

[59] テキストでは関数の表記が $F{\cdot}(x{\cdot}y{\cdot}z)$ などとなっているが，現代的な表記に改めた．

[60] 挙げられている簡単な例としては，$x = a$ としたときの $(a^2 - x^2)/(a - x)$ の値がある．この場合は，“$0/0 = 2a$” となる（¶34）．

容易にするために」（ad abbreviare e facilitare）無限小の差というものが考えられているに過ぎない（¶33）．ラグランジュが無限小量の想定に満足しておらず，極限の理論に解析学の基礎を求めているのは明らかである．

「無限小計算」についてはまた，差分（微分）を無限に小さいと看做し，この無限小量を有限量に対して無視する場合には「これら二つの偽りの想定が互いに訂正し合って」（queste due falze supposizioni si coreggeranno vicendevolmente）結果的に正当化がなされている，という記述がある（¶38）．この主張は数年後に，ジェルディル神父（Giacinto Sigismondo Gerdil, 1718–1802）の論考――これもまたフォントネルを批判する内容であるが――に付された注釈（1762 年出版）でラグランジュが述べているのと基本的に同じ内容であると言ってよい[61]．そこでは，例えば曲線を無限多角形と看做す想定は正しくないとされた上で[62]，この誤りは無限小を無視するという「もう一つの誤りによって打ち消されている」と述べられ[63]，続けてこう記されている．

> ライプニッツ氏が与えたような無限小計算の形而上学はまさにこの点にある，と私には思われる．ニュートン氏の方法は反対に，想定においても計算手順においても全く厳密である[64]．

こうして，極限の概念に解析学の基礎を求めるラグランジュはニュートンを高く評価する．それでは，ラグランジュのこうした見解は何に由来するのだろうか．

『高等解析の諸原理』では言及されていないが，ラグランジュは『百科全書』の項目『微分』を読んでいたのではないかと思われる[65]．前節で述べたように，大陸で極限による解析学の基礎付けを公に主張したのはダランベールが最初であると思われるため，ラグランジュが何らかの著作から影響を受けていたとすればそれはダランベールからであった可能性が高い（ラグランジュが同時代のイギリスの著作に親しんでいた

[61] Gerdil 1760–1761, p. 17–18. この注釈部分のみ，ラグランジュの著作集に収録されている（Lagrange [1760–1761]1877）．

[62] これはロピタル『無限小解析』の「要請 2」（注 16）である．

[63] グラビナーによれば，これはバークリの見解を踏まえたものであるが，ラグランジュがバークリを読んでいたという直接的な証拠はない（Grabiner 1981, pp. 34, 38, 特に n. 65, 68）．

[64] Gerdil 1760–1761, p. 18 / Lagrange [1760–1761]1877, p. 598: “C’est en quoi consiste, ce me semble, la Métaphysique de calcul des infiniment petits, tel que l’a donné M. Leibnitz. La méthode de M. Newton est au contraire tout à fait rigoreuse soit dans les suppositions, soit dans les procédés du calcul.”

[65] 『高等解析の諸原理』は 1756 年から 59 年の間に書かれたと考えられるが（Borgato and Pepe 1987, p. 28），項目『微分』を含む『百科全書』の第 4 巻は 1754 年に出版されていた．なお，先に触れたジェルディルの論文では『微分』が引用されている（Gerdil 1760–1761, p. 3 以下）．

形跡は認められない)[66]．もちろん，ラグランジュがダランベールとは独立に極限による解析学の基礎付けを着想した可能性は排除できないだろうし[67]，両者の極限理解にはずれがあるようにも感じられる．と言うのは，これまでに見てきた議論から判断すると，量はその極限には到達しないとダランベールが考えているのに対し，ラグランジュは極限を現実に到達されるものとして認識しているように見受けられるからである[68]．だがそれでも，両者の主張の類似性——差分から微分へという代数的な手続きと比の強調——を考慮すると，ラグランジュはダランベールが『微分』で与えていた説明を参考にしながら自らの議論を組み立てたというのが現時点では最も蓋然性の高い仮説であるように思われる．

もっとも，ダランベールの影響の有無に拘らず，『高等解析の諸原理』の議論が極めて先進的なものであったのは確かであろう．ニュートンの著作を別にすれば，極限に基づいて微分・積分計算を解説した著作は当時ほとんど存在していなかったように見受けられる．先に見たフランスの状況に照らして考察するならば，ラグランジュの講義はその頃まだ一般的でなかった見解を積極的に広めようとしているという意味で，明らかに前衛的なものであった[69].

§7　結論

ライプニッツ流の微分・積分計算は，フランスにおいてはまず，ロピタルの著作を通じて文字通り「無限小」解析として受容された．この新しい数学を積極的に擁護したフォントネルは，その論理を推し進め，実在するとされる無限量に基づいた理論体系を打ち立てて見せた．しかし 1740 年代には，これに対する代案として流率法がイギリスから紹介され，マクローリンらによってフォントネルの主張が批判されるようになる．さらに 1750 年代に入ると，ダランベールが第三の案を携えて登場し，極限を「微分計算の真の形而上学の基礎」に据えた．以上が，十八世紀半ばまでのフランスにおける無限小論争の概略である．

---

[66] なお，『高等解析の諸原理』で挙げられている唯一の英語の著作は 17 世紀のものである．

[67] ダランベールにおける極限の概念の源としてはニュートンの『曲線の求積について』(“De Quadratura curvarum,” 1704) とラ・シャペルの『幾何学教程』(*Institutions de géométrie*, 1746) が考えられるが (Cajori 1923, p. 224)，これらをラグランジュが読んでいたかどうかは不明である．

[68] 極限の到達可能性は十八世紀においてしばしば問題となっている．注 48, 49 の文献を参照.

[69] これと関連して，1754 年から 84 年にかけて大陸で出された解析学に関する 28 の著作のうち，大まかに言って無限小量に基づくものが 15, 極限を用いているのが 6 (いずれも 1760 年以降)，流率によるものが 2 (その他 5) という調査結果があることを紹介しておく (Cajori 1923, pp. 225–226).

ラグランジュの講義ノート『高等解析の諸原理』における微分・積分計算の議論は，こうしたフランスでの論争を背景として読まれるべきものである．ラグランジュはロピタルもフォントネルもマクローリンも読んでいたし，最新の見解であったダランベールの主張もおそらくは知っていたと思われる．そしてそれらを踏まえて評価するならば，ラグランジュの講義はやはり先進的かつ前衛的な試みであったと言わねばならないだろう．なお，この講義内容はラグランジュが後に極限の概念を放棄した理由は何かを考える上での手掛かりとなるかもしれないが，この問題は本稿の射程を遥かに越えている[70]．ここではただ，本稿冒頭で引用したオイラー宛書簡で「真の形而上学」を展開したとラグランジュが自負して見せた時，その発言は確かに実質的な中身を伴っていたということを確認するに留めたい．

本稿では専らフランスの論争を取り上げたが，ラグランジュがその他の地域・言語の著作から全く影響を受けていなかったなどと主張する積もりはない．だが，解析学の基礎に対する若きラグランジュの関心は，イギリスあるいは大陸における解析学の発展一般よりもむしろ，フランスにおける無限小論争の展開を背景に据えることでよりよく理解されるように思われる．この見地からすると，オイラーが無限小解析の基礎について述べた『微分計算教程』（*Instituiones calculi differentialis*, 1755）をラグランジュが未だ読んでいなかったという事実は印象的である．冒頭で引用した書簡の一節は実際，次の文章に引き続いて述べられていた．「あなたが微分・積分計算や力学の第三巻といった，非常に重要な新著で文芸共和国を豊かにし続けていらっしゃるのをとても嬉しく思います．可能であれば，ジュネーヴかパリ経由でそれらを手に入れるよう努力してみます．」[71]

参考文献

Alembert, Jean Le Rond d’. [1754]1986. DIFFERENTIEL. In *Encyclopédie, ou, Dictionnaire raisonné des sciences, des arts et des metiers*, compact ed., t. 4 [originally pub. 1754], p. 985–989. New York: Pergamon Press, [1986].

———. [1756]1986. FLUXION. In *Encyclopédie, ou, Dictionnaire raisonné des sciences, des arts et des metiers*, compact ed., t. 6 [originally pub. 1756], p. 922–923.

[70] この問題については，ひとまず Grabiner 1981, pp. 38–40 の考察を見よ．

[71] Euler 1980, p. 430. ここでは『微分計算教程』に加え，出版準備中であった『積分計算教程』（*Instituiones calculi integralis*, 1768–1770）と『固体あるいは剛体の運動理論』（*Theoria motus corporum solidorum seu rigidorum*, 1760）に言及されている．

New York: Pergamon Press, [1986].

———. [1765]1986. Infini. In *Encyclopédie, ou, Dictionnaire raisonné des sciences, des arts et des metiers*, compact ed., t. 8 [originally pub. 1765], p. 703. New York: Pergamon Press, [1986].

Blay, Michel. 1989. Du fondement du calcul différentiel au fondement de la science du mouvement dans les «Elemens de la géométrie de l'infini» de Fontenelle. In *Der Ausbau des Calculus durch Leibniz und die Brüder Bernoulli*, hrsg. von H.-J. Hess und F. Nagel, S. 99–122. Stuttgart: Steiner-Verl Wiesbaden.

———. 1992. *La naissance de la mécanique analytique : La science du mouvement au tournant des XVII^e^ et XVIII^e^ siècles*. Paris: Presses Universitaires de France.

Borgato, Maria Teresa and Luigi Pepe. 1987. Lagrange a Torino (1750–1759) e le sue lezioni inedite nelle R. Scuole di Artiglieria. *Bollettino di Storia delle Scienze Matematiche* 7: 3–43.

Bos, H. J. M. 1974. Differentials, higher-order differentials and the derivative in the Leibnizian calculus. *Archive for the History of Exact Sciences* 14: 1–90.

———. [1980]2000. Newton, Leibniz and the Leibnizian tradition. Ch. 2 of *From the calculus to set theory, 1630–1910: An introductory history*, ed. I. Grattan-Guinness. Princeton: Princeton University Press. [初版（London: Duckworth, 1980）のリプリント．]

Boyer, Carl B. [1949]1959. *The history of the calculus and its conceptual development*. New York: Dover Publications. [*The concepts of the calculus* (New York: Hafner, 1949) のリプリント．]

Buffon, Georges-Louis Leclerc, Comte de. [1740]1994. Préface à *La méthode des fluxions et des suites infinies*, par Isaac Newton, traduit par M. de Buffon. Paris: Albert Blanchard. [初版（Paris: De Bure, 1740）のリプリント．]

Cajori, Florian. 1923. Grafting of the theory of limits on the calculus of Leibniz. *The American Mathematical Monthly* 30: 223–234.

Euler, Leonhard. 1980. *Correspondance de Leonhard Euler avec A. C. Clairaut, J. d'Alembert et J. L. Lagrange*, *Leonhardi Euleri Opera omnia*, 4A-5. Basileae: Birkhäuser.

Fontenelle, Bernard le Bouyer de. 1701. [Histoire d'une dispute sur l'analyse des infiniment petites (sans titre)]. *Histoire de l'académie royale des sciences*, année 1701 (pub. 1743): 87–89. /［全集には収められていない.］

———. 1704. Eloge de M. le Marquis de l'Hôpital. *Histoire de l'académie royale des sciences*, année 1704 (pub. 1745): 125–136. / *Œuvres complètes*, t. 6, p. 95–107.

———. 1719. Eloge de M. Rolle. *Histoire de l'académie royale des sciences*, année 1719 (pub. 1721): 94–100. / *Œuvres complètes*, t. 6, p. 479–486.

———. 1727. *Elémens de la Géométrie de l'infini*. Paris: L'imprimerie royale. / *Œuvres complètes*, t. 8.

———. 1989–. *Œuvres complètes*. Paris: Fayard.

Fouchy, Jean-Paul Grandjean de. 1757. Eloge de M. de Fontenelle. *Histoire de l'académie royale des sciences*, année 1757 (pub. 1762): 185–200.

Fraser, C. G. 1983. J. L. Lagrange's early contributions to the principles and methods of mechanics. *Archive for the History of Exact Sciences* 28: 197–241.

Gerdil, Giacinto Sigismondo. 1760–1761. De l'infini absolu considéré dans la grandeur. *Mélanges de philosophie et de mathématique de la société royale de Turin*, pour les années 1760–1761 [pub. 1762]: 1–45 (3e pagination).

Grabiner, Judith V. 1981. The origins of Cauchy's rigorous calculus. Cambridge: The MIT Press.

———. 1997. Was Newton's calculus a dead end? The Continental influence of Maclaurin's *Treatise of Fluxions*. *The American Mathematical Monthly* 104: 393–410.

Guicciardini, Niccolò. 1989. The development of Newtonian calculus in Britain 1700–1800. Cambridge: Cambridge University Press.

Hôpital, Guillaume-Francois-Antoine Marquis de l'. 1696. *Analyse des infiniment petits, pour l'intelligence des lignes courbes*. Paris: L'imprimerie royale.

La Chapelle, Jean Baptiste de and Jean Le Rond d'Alembert. [1765]1986. Limite. In *Encyclopédie, ou, Dictionnaire raisonné des sciences, des arts et des metiers*, compact ed., t. 9 [originally pub. 1765], p. 542. New York: Pergamon Press, [1986].

Lagrange, Joseph-Louis. [1760–1761]1877. Note sur la métaphysique du Calcul infinitésimal. In *Œuvre de Lagrange*, t. 7, p. 597–599. Paris: Gauthier-Villars, 1877.［元は Gerdil 1760–1761, p. 17–18 に付せられた注釈.］

———. 1987. *Principj di Analisi sublime*, edizione a cura di Maria Teresa Borgato. In *Bollettino di Storia delle Scienze Matematiche*, vol. 7, p. 45–200. ［Borgato and

Pepe 1987 の付録.]

Maclaurin, Colin. [1742]1749. *Traité des fluxions*, traduit par le R. P. Pezenas, 2 tomes. Paris: Charles-Antoine Jombert. [*A treatise of fluxions* (Edinburgh: T. W. and T. Ruddimans, 1742) の翻訳.]

Mancosu, Paolo. 1989. The metaphysics of the calculus: A foundational debate in the Paris Academy of Sciences, 1700–1706. *Historia Mathematica* 16: 224–248.

———. 1996. Philosophy of mathematics and mathematical practice in the seventeenth century. New York: Oxford University Press.

Roger, Jacques [ジャック・ロジェ]. [1989]1992 年.『大博物学者ビュフォン』ベカエール直美訳. 東京:工作舎. [*Buffon* (Paris: Fayard, 1989) の翻訳.]

Sageng, Erik. 2005. Colin Maclaurin, *A Treatise of Fluxions* (1742). In *Landmark Writings in Western Mathematics, 1640–1940*, ed. I. Grattan-Guinness, pp. 143–158. Amsterdam: Elsevier.

高橋秀裕. 2003 年.『ニュートン:流率法の変容』東京:東京大学出版会.

林知宏. 2001 年.「無限小量をめぐる論争と基礎づけの問題, ライプニッツ, ヴァリニョン, ヘルマン」『数理解析研究所講究録』(京都大学数理解析研究所)第 1195 巻, 14–37 頁.