

# L'error com a forma de coneixement

Xavier Garcia-Duran i Manel Montanuy\*

## 1. Introducció

«**Erreur**: D: Irrtum; E: Error; I: Errore.

A: Au sens actif, acte d'un esprit qui juge vrai ce qui est faux, ou inversement. «Commettre un erreur».

B: Au sens passif, état d'un esprit qui tient pour vrai ce qui est faux, ou inversement. «Être dans un erreur».

C: Au sens impersonel, assertion fausse».

(A. LALANDE, *Vocabulaire technique et critique de Philosophie*, p. 297)

«Has comès un error». «Estàs en un error». «És un error votar aquest partit». «És un error votar». «És un error afirmar que  $2 + 3 = 9$ ». «És un error afirmar que és un error afirmar que  $2 + 3 = 5$ ». «És un error afirmar que, quan dividim, sempre obtenim un nombre més petit». «És un error que l'existència precedeixi l'essència». «És un error que vulguis enganyar-me». «És un error afirmar que  $a = a$ »... i així fins a acomplir les il·limitades possibilitats del llenguatge. Qualsevol judici, en la mesura que té un significat, en la mesura que és assertori, és susceptible de ser erroni, de ser fals. Però, l'error té sempre la mateixa qualitat? Us hem proposat un reguitzell d'exemples. És obvi (si excloem la mentida, que no és error, sinó mentida) que el significat d'«error» (o el seu valor) no és idèntic en tots els casos.

Alguns dels exemples anteriors no són, d'antuvi, ni vertaders ni falsos. Obren a la discussió, a voltes política o ideològica, a voltes filosòfica o teològica, a voltes moral, a voltes, en fi, sobre gustos diferents. Però altres exemples depenen del càlcul, de la precisió, de l'experiència. I altres atempten contra l'essència mateixa de la veritat.

Davant d'aquest ventall tan ampli, què és l'error? Com el podríem definir? Quina relació té amb la veritat, amb el coneixement? Com el podríem

---

\* Xavier Garcia-Duran i Bayona és llicenciat en Filosofia i professor d'aquesta matèria a l'Escola Daina-Isard d'Olesa de Montserrat, societat cooperativa catalana d'ensenyament.

Adreça professional: Escola Daina-Isard. C/ Cerdanya, 15. 08640 Olesa de Montserrat.

\* Manel Montanuy Fillat és professor del departament de Didàctica de les Ciències Experimentals i de la Matemàtica de la Universitat de Barcelona. És col·laborador de l'Escola Daina-Isard.

Adreça professional: Departament de Didàctica de les Ciències Experimentals i de la Matemàtica. Campus de la Vall d'Hebron. Passeig de la Vall d'Hebron, 171. 08035 Barcelona. Correu electrònic: m.montanuy@d5.ub.es

combatre (si és que cal fer-ho)? Com afecta l'ensenyament? I l'ensenyament de la matemàtica (de la ciència que, en si mateixa, hauria d'excloure l'error)? No és el mateix, ni de bon tros, entendre l'error d'un alumne com una realitat activa (ha comès un error) o com una realitat passiva (està en un error). I, des d'aquesta perspectiva, l'acte d'ensenyament també ha de variar.

Les línies que segueixen volen ser una resposta o, millor, una orientació per solucionar aquests interrogants. No es tracta de prendre l'error en totes les seves magnituds (*vita brevis, ars longa*), sinó de definir l'error i, a partir d'aquí, acostar-nos a l'àmbit de l'ensenyament i, de forma especial, de l'ensenyament de la matemàtica.

## 2. Assaig de definició d'error

«Quan el prejudici era racionalment previsible, però ha estat ocasionat sense malícia, diem que es tracta d'un error. Car un comet un error quan l'origen de la ignorància està en un mateix». (Aristòtil, *Ètica a Nicòmac*, 1035b 19.)

Assajar una definició és una tasca complexa. I quan el terme definit encobreix, com ara l'error, una abstracció tan alta, encara més, ja que significa que guarda —emmagatzema— una multiplicitat de fets que s'esmuny a la simple reflexió. Es tracta, doncs, de qualificar, de limitar —que això és el que vol dir *definir*—, les característiques comunes a tots aquells elements i aspectes de la realitat que s'inclouen dins del terme definit. En aquesta tasca, una primera temptativa fóra dir que l'error té una certa relació amb allò negatiu, allò fals, allò incorrecte. Així, incloem dins l'error el mal, el pecat, la precipitació, la inexactitud, les irregularitats, les mutacions (en el discurs biològic) i a voltes, fins i tot, la lletjor.

Però l'error no és només la deformitat o la perversió. En parlar d'error, incloem un horitzó d'expectativa: l'error sempre és possible. És allò que pot passar, però que no *hauria* de passar. I aquesta segona forma verbal no inclou solament una condició existencial, sinó moral. No es tracta d'un fet —l'error— que no ha de passar, sinó que no volem que passi, ja que el fet que esdevingui realitat implica una fonda imperfecció. En aquest sentit, i això és fonamental, l'error exigeix, inclou, una radical involuntarietat. Aquest fet separa l'error de la mentida, que seria un error voluntari. Però l'error no és mai un fet voluntari, no està inclòs en la intenció inicial que origina l'acció: Apol·lo no volgué matar Jacint en llançar el disc. Per això, quan hom erra per un camí diem que no el fa servir amb correcció, ja que el camí perd la seva dimensió de sentit i de via, de finalitat. Qui camina, s'ha perdut.

En aquest camp, que es mostra tal vegada molt extens, podríem també indagar sobre l'error cercant-ne l'origen. Ningú no afirmaria que l'error és en les coses objectives, en el món extern. L'error és en el subjecte que llença els seus judicis, les seves xarxes conceptuais a la percaça del sentit. Així, no és el sol qui s'erra en sortir, sinó l'home que interpreta el seu moviment. Ni és un error la vellesa, sinó el resultat necessari d'esdevenir en el temps.

Així doncs, d'una banda, l'error exigeix la involuntarietat d'un subjecte que no el vol. D'altra banda, no existeix sense el subjecte.

Per concloure aquest intent de definició, direm que l'error vulnera l'estricta determinisme, implica un grau de llibertat, exigeix una indefinició que pot dependre d'una dimensió objectiva, com l'atzar (per això no ens toca la loteria), o d'una dimensió subjectiva (que és la que ens ocupa). L'error existeix quan hi ha un subjecte que pot arribar a evitar-lo i, per tant, pot aconseguir la veritat. I es produeix quan la precipitació, la sort, el desig o els prejudicis deterioren la intenció original.

### 3. L'error com a contraposició a la veritat

Suara hem parlat de «veritat», tot i que només de passada. Aquest concepte, font de nombroses i aferrissades discussions, ens pot menar a entendre l'error, ja que podem entendre'l per contrast. L'error és allò oposat a la veritat.<sup>1</sup> Aquesta concepció, que impera a Occident, significa la victòria del criteri de Parmènides: la veritat (l'ésser és; el no-ésser no és) és absoluta i l'error (el no-ésser és; l'ésser no és) n'és la negació, i per tant no té existència, ja que la veritat és el discurs sobre l'ésser (allò que és). Aquesta estructura és la que Plató recollirà carregant-la de dimensionalitat ètica. La veritat ha de ser el lloc cap on s'adreci la conducta humana, mentre que l'error n'és el camí barrat. La veritat mena a l'absolut ontològic i ètic, a la perfecció. Errar, doncs, és fressar els camins de la veritat sense arribar-hi per aquella doble follia que són la bogeria i la ignorància.<sup>2</sup> La ve-

(1) Recorrent a la citació inicial de l'article, podria pensar-se que la veritat es contraposa, més que a l'error, a la falsedat. Hem de dir que la falsedat és una conseqüència de l'error amb un caràcter més pròpiament metalingüístic (sempre es predica d'un judici, ja que és el judici que és fals, com a resultat d'un error). Passa el mateix amb relació a la veritat i allò vertader o cert. Es podria entrar en una discussió prolxa i aquí innecessària sobre la distinció kantiana entre «veritat formal» i «veritat material», entre la veritat de les premisses i la correcció del raonament, etcètera.

(2) Vegeu Plató, *Timeu*, 86d7: «...la malaltia pròpia de l'ànima és la demència. Però hi ha dues espècies de demència: la bogeria i la ignorància»

ritat matemàtica heretarà aquestes dimensions de sobrevaloració axiològica, que li donaran una importància fonamental (recordem, si més no, que la veritat cartesiana és *sub modo geometrico*, i no cal remarcar la incidència que aquesta concepció tindrà en la filosofia, i en la cultura, posteriors). La veritat matemàtica esdevindrà paradigma de tota veritat, en el que aquesta té de sòlid, irreductible i indubtable (la claredat i distinció cartesians).

En darrer terme, si l'error es contraposa a la veritat, el problema de l'error és el problema de la mateixa realitat humana. Si existeix la veritat, per què l'home no l'assoleix? I és que l'home és *làbil*, tendeix per si mateix a defugir la perfecció, potser capficat per demostrar-se que és lliure i capaç de triar. Que existeixi l'error, com a company indefugible de la realitat humana (ens ho mostren totes les mitologies, totes les religions i la nostra mateixa ànsia de saber) descobreix, com a simptomata, l'essència humana: l'absoluta vocació cap al no-ésser.

#### 4. L'error com a contraposició al coneixement

«Així, totes les accions fetes no solament amb ignorància, sinó per ignorància, mereixen indulgència». (Aristòtil, *Ètica a Nicòmac*, 1036a 8.)

La tradició filosòfica ha anat situant aquesta concepció de la veritat dins del terreny del coneixement: el coneixement és la veritat. Com més coneixement, entenent qualitat (i no quantitat) de coneixement —com més abstracte és el coneixement, més universal, ens diu Aristòtil—, major grau de veritat, de perfecció.

Des d'aquesta perspectiva, què deu ser allò contrari al coneixement? Tradicionalment s'ha dit que la ignorància. Però, des de la més absoluta exactitud, el contrari del coneixement és el desconeixement. I si existeix una analogia entre coneixement i veritat, s'ha d'establir també entre desconeixement i error. Aquest desconeixement és doble. Recorrent a l'estructura del terme mitjà aristotèlic, podríem dir que el coneixement és un terme mitjà entre dues formes de desconeixement, una per excés i una per defecte. La primera forma de desconeixement està produïda per un defecte de coneixement, i en diem pròpiament ignorància. La segona forma es produeix per un excés de coneixement. I aquest excés de coneixement és també una forma d'ignorància, la de qui no sap què sap, la de qui no sap que sap.

Coneixement i desconeixement. Però què passa amb la veritat? Ja hem dit abans que la veritat és anàloga al coneixement. Però, tot i que hi ha un defecte de veritat, que és l'error, no n'hi ha un excés. Per tant, si el

coneixement és la veritat, el desconeixement, en les seves dues formes, és l'error.

Per això podem parlar de dues concepcions de l'error, si l'entendem oposat al coneixement: com un desconeixement, un buit que es pot omplir (la ignorància instruïble) i com un desconeixement produït per conèixer massa (la ignorància destruïble). Si combatre l'error és la tasca de la filosofia —i de l'ensenyament—, segons quina sigui la concepció de l'error que es vulgui combatre, es tindrà una concepció de l'ensenyament i de l'alumne o una altra.

#### 4.1. L'ERROR COM A DEFECTE DE CONEIXEMENT: LA IGNORÀNCIA INSTRUÏBLE

Ensenyar a qui no sap és un dels axiomes programàtics de l'ensenyament. I quan s'entén aquest no saber com un buit, l'ensenyament es transforma en una pràctica que té com a essència sadollar aquest buit. D'altra banda, si el coneixement és allò més propi de l'espècie humana, el combat contra la ignorància és un combat a favor de la humanització dels homes. Qui desconeix, aleshores, està més a la vora de la animalitat que de la humanitat, i no pot formar part del producte més humà que elabora l'espècie humana: la societat. Cal desterrar, doncs, la ignorància com a font d'obscuritats i d'impossibilitat per ser un bon ciutadà, ja que l'Estat ha de tenir cura d'educar ciutadans que el perpetuïn. Plató ja va afirmar que el mal es fa per ignorància, ja que qui coneix el bé l'ha de practicar. Cal il·lustrar als ciutadans. L'ideal de la Il·lustració (les seves grans utopies pedagògiques) té aquest imperatiu. La idea que origina l'*Encyclopédie* vol arribar a aquest objectiu. La nació moderna ha de tenir ciutadans lliures i la llibertat, com la veritat, han d'anar lligades al coneixement. La cultura, producte de les llums de la raó, és patrimoni de tots els homes. L'autèntica igualtat només es pot predicar des de la culturització de totes les classes socials.

Aquest projecte, encapçalat pels ordes religiosos i seguit pels revolucionaris més fervents, no pretén tant augmentar el coneixement com desterrar la ignorància. Per això cal omplir caps, cal donar-los, mitjançant la instrucció, els instruments perquè dirigeixin ciutadans lliures i responsables.

Els sistemes d'ensenyament que volen aconseguir aquesta fita són la instrucció, la repetició, l'ordre i la disciplina, l'assumpció de lleis i normes de coneixement, d'algorismes repetitius. No es tracta d'entendre, sinó de saber. No es tracta de qualitat, sinó de quantitat. No es tracta, en definitiva, d'*intensió* sinó d'*extensió*. Per això els programes d'ensenyament també s'universalitzen i tots els ciutadans han de saber les mateixes coses, ja que tots els ciutadans són iguals. Cal uniformar, perquè tothom tingui accés real a la veritat —a la mateixa veritat, a la veritat única, que emana de l'estat—. L'escola, l'ensenyament, esdevenen un exercici de poder.

I és que la veritat no pot ser patrimoni d'uns o altres. En la mesura que depèn del coneixement, és patrimoni de tots els homes. La veritat, allunyada fins aleshores de l'esperit dels ignorants, ha de resplendir com una nova llum en tots els racons de l'estat. La veritat arriba als alumnes en forma d'instrucció i d'algorisme, en forma d'escola elemental, general i obligatòria.

#### 4.2. L'ERROR COM A EXCÉS DE CONEIXEMENT: LA IGNORÀNCIA DESTRUÏBLE

«La causa i l'arrel de gairebé tots els mals en les ciències és aquesta: mentre admirem i enaltim sense raó les forces de la ment humana, no li busquem els ajuts vertaders». (F. BACON, *Novum Organum*, ix.)

«Tampoc no és fàcil d'exposar i explicar el que proposem, perquè les coses en elles mateixes noves seran enteses per analogia amb les antigues». (F. BACON, *Novum Organum*, xxxiv.)

És una altra la dimensió de l'error entès com a excés. Qui coneix massa pot conèixer malament i, encara pitjor, pot ser ignorant de la pròpia ignorància. Per això, des d'aquesta concepció de l'error es pot establir un nou concepte de coneixement. Conèixer no és saber més, sinó saber millor (no es tracta, doncs, de tenir caps molt moblats, sinó ben endreçats, en l'expressió de Montaigne).<sup>3</sup> Per conèixer, per tant, el que cal fer d'antuvi és destruir els coneixements falsos, detectar els errors, fer-los conscients i, així, eliminar-los (la terapèutica psicoanalítica té uns objectius semblants).

Aquesta és la funció del diàleg socràtic: cal fer néixer la veritat i, per a això, cal eliminar totes les preconcepcions que omplen de sobergueria l'autoanomenat savi. Arribar al concepte, a allò cognoscible, és donar a llum, fer néixer (el mot «concepció» vol dir «fer néixer»). I aquest procés és dolorós: la ironia socràtica, entre condescendent i sorneguera, és el dolor que vol ajudar en aquest part de la veritat.

La mateixa actitud és la que trobem en començar la nostra modernitat. Bacon proposa un mètode inductiu, basat en l'observació, que ha de menar a un coneixement causal de la realitat i, per tant, a dominar-la, ja que el coneixement de les causes permet el control dels efectes. Aquest domini, de caràcter tecnològic, ha de garantir el benestar de la humanitat. Per això la ciència, saber al servei de la tecnologia, ha de construir l'estat ideal, on l'home assoleixi la perfecció (la *Nova Atlantis*). Però per dur a terme, de forma correcta, aquesta observació, cal eliminar de bell principi els obstacles que la impedeixen. Bacon els anomena *idola*. La societat, el llenguatge, la mateixa espècie humana i l'ensenyament impedeixen una observació innocent, asèptica, sobre el món. El científic ha de mirar, no interpretar. Per això

(3) Vegeu *Essais*, i, xxv: «Du pédantisme». En recomanem encaridament la lectura, així com de l'assaig següent: «De l'institution des infants»

no ha d'exigir que la natura s'adeqüi a allò establert. Tota investigació ha de partir de la destrucció dels prejudicis, per així poder construir un coneixement fidel i veritable. I això vol dir que els coneixements han de ser un reflex fidel de la realitat, del món objectiu (*adæquatio intellectus et rei*).<sup>4</sup>

Descartes proposa un camí (que això és un mètode) semblant: la veritat ha de mostrar-se clara i diferent, amb una lluminositat pròpia. Per aconseguir-la, cal dubtar d'allò que permeti la més mínima ombra de dubte, de tot allò que no sigui evident en si mateix. Es tracta d'aconseguir conduir la ment, la raó (el *bon sens*), traçar-li un camí que mení, indefectiblement, a la troballa de la veritat. Per això, cal destruir el testimoni de l'educació i dels sentits, de la raó i de la reflexió, fins a quedar-se amb el pur dubte. I d'aquest sorgeix, esplèndida, la veritat (*je pense, donc je suis*), punt de recolzament en la construcció del nou coneixement. Descartes mateix, per explicar aquest procés, posa la metàfora de l'edifici: cal destruir l'edifici dels antics coneixements per bastir-ne un de nou, amb uns fonaments sòlids on l'error no hi tingui cabuda. I si hi és, no serà producte de la raó ni de la ignorància, sinó de la precipitació i de la llibertat.

En la línia oberta per Descartes, que posa el subjecte com a fonament i possibilitat de tot coneixement (en les paraules de Kant, com a transcendental del coneixement), Hume fa encara un pas endavant des de presupòsits empiristes. Si tota possibilitat de coneixement prové de l'experiència sensible, i l'enteniment vulnera o conculca aquesta experiència afegint-hi idees i interpretant la realitat, aleshores un coneixement articulat de la realitat no és possible, ja que els fets no es poden connectar, sinó només conjuntar. Dit d'una altra manera, la forma de conèixer antropològica es fonamenta en l'error. En el mateix context cal situar l'aportació de Popper (no és debades que aquest autor anomena un dels problemes de la ciència, el problema de la inducció, «problema de Hume»).

Segons Popper, i amb ell arribem —fent grans gambades— al pensament contemporani, l'estructura de la investigació científica —la seva lògica— és la del mètode inductiu. I aquest fet porta a una considerable paradoxa: tot i que el mètode inductiu és lògicament inconsistent (mai no es pot derivar un judici universal d'un o molts judicis singulars, ja que mai l'univers descrit es pot correspondre a l'univers observat), la ciència avança i informa sobre el món. Les descobertes tècniques, el coneixement cada vegada més exhaustiu de la realitat, tant del que és infinitament petit com del que és infinitament gran, palesen aquesta validesa de la ciència com a discurs que permet una descripció del món. Com aconseguir sortir d'aquest atzucac? Popper respon amb la teoria de la falsabilitat, basada en l'asimetria entre la verificabilitat i la falsabilitat d'un judici universal, d'una llei científica. Per molts judicis particulars que compleixin una llei —un ju-

(4) La citació prové de Tomàs d'Aquino, *Summa contra Gentiles*, I, 49, i es completa així: «Adæquatio intellectus et rei, secundum quod intellectus dicit esse quod est, vel non esse quod non est».

dici universal— mai no la satisfan, mai no la completen, és a dir, no n'augmenten la significació; però per un sol judici que contradigui la llei, aquesta perd la validesa, queda refutada (perd el valor semàntic).

D'això se segueix que tot judici científic és fràgil, la seva veritat és només temporal, ja que la tasca de la ciència consisteix a refutar aquest judici universal amb un altre de particular que el contradigui, que el falsegi; consisteix a demostrar que la veritat científica precedent és errònia. Aquesta és la possibilitat d'avançar que té la ciència, especialment si tenim en compte que, per Popper, un judici serà més científic com més falsable sigui, és a dir, com més possibilitats de ser refutat per l'experiència tingui.

Des d'una altra perspectiva, i per acabar aquest recorregut senzill, Gaston Bachelard parla de l'obstacle epistemològic com a impediment inexorable per assolir el grau d'abstracció que demana l'esperit científic. La ciència fa referència a la realitat, però l'entén des de l'esperit, no des de la mera observació empírica o de la simple experiència concreta, quotidiana, inexacta, de sentit comú. Per això, en ensenyar ciència, cal ensenyar-la contra les preconcepcions, contra els errors que determinen la comprensió de la realitat dels alumnes. No es pot ensenyar ciència sense exterminar aquest saber concret que és un pes, un llast per ascendir a l'esperit científic. No es pot obviar aquesta experiència humana de l'error, tota construcció ha de significar una destrucció. Per crear el marc teòric de comprensibilitat dels conceptes científics, cal partir de la constatació que existeix ja un marc teòric creat sense validesa científica. I això no es pot fer des del monòleg del professor, sinó des d'un diàleg amb els alumnes i entre els alumnes. Construir des de l'error és bastir un edifici els fonaments del qual són inestables. Construir contra l'error és preparar la ment per a una concepció nova i oberta de comprensió del món i de la realitat i, també, de comprensió d'un mateix.

## **5. La veritat matemàtica és el paradigma de tota veritat; el coneixement matemàtic, el de tot coneixement. Què vol dir aprendre/ensenyar matemàtiques?**

«En l'educació, la noció d'obstacle pedagògic és igualment desconeguda. Sovint m'ha xocat el fet que els professors de ciències, fins i tot encara més que els altres, no comprenen que no es compregui. [...] Els professors de ciències s'imaginin que l'esperit comença com una lliçó, que sempre pot refer-se una cultura poderosa repetint una classe, que pot fer-se comprendre una demostració repetint-la punt per punt. No han reflexionat sobre el fet que l'adolescent arriba al curs de Física amb coneixements empírics ja constituïts; no es tracta,

doncs, d'adquirir una cultura experimental, sinó de canviar una cultura experimental, d'enderrocar els obstacles amuntegats per la vida quotidiana». (G. BACHELARD, *La formación del espíritu científico*, p. 20-21.)

Les matemàtiques no són ciències, en el sentit popperià del terme, en la mesura que no són falsables. Formen el discurs paradigmàtic al qual ha de tendir tota ciència —tota veritat— que vulgui ser rigorosa, segons el somni cartesià de la ciència.<sup>5</sup> Són l'estructura mateixa del coneixement. Com a discurs pur, signifiquen l'estructura de tot discurs. Així com la gramàtica estableix les lleis precises i exactes de l'activitat lingüística, la matemàtica estableix, al seu torn, les lleis que regeixen el discurs científic. I la lògica, les lleis del mateix pensament. En aquest sentit, les matemàtiques són un llenguatge. I, com tot llenguatge, són instruments.

D'altra banda, les matemàtiques són una activitat concreta i absolutament quotidiana. El càlcul, la mesura, la geometria, dividir, repartir, distribuir, organitzar, comptar formen part de la matemàtica, però alhora de la pràctica de cada dia. Els alumnes arriben a les aules havent realitzat un bon nombre d'activitats científiques i matemàtiques (o, potser, «precientífiques» i «prematemàtiques») en la seva vida ordinària. Molt sovint aquestes activitats, de caràcter intuïtiu, prereflexiu, són errònies, parteixen d'un marc conceptual inexacte o incorrecte. I aquest marc conceptual forma part del bagatge intel·lectual i cultural (d'altra banda cada vegada més lleuger) dels alumnes quan arriben a les aules. És a dir, quan han d'afrontar nous aprenentatges i nous coneixements. Per tant, ensenyar matemàtiques ha de partir de la realitat dels alumnes, que «estan en un error», per tal de crear un marc conceptual nou que integri, a partir del conflicte amb el marc conceptual d'inici, l'experiència original de l'alumne amb les veritats matemàtiques noves. Tot alumne, per exemple, ha fet algun exercici quotidià de divisió (repartir, distribuir, fraccionar, mesurar). Però l'activitat matemàtica assoleix un grau superior d'abstracció (l'algorisme de la divisió) que molt sovint està en discordança amb el marc conceptual original de l'alumne (repremem el tòpic ja esmentat: la divisió sempre fa més petit). Abans de construir nous coneixements, cal destruir els antics. I, a partir d'aquesta destrucció, es pot construir i es pot instruir. Durant la instrucció, l'alumne ha de continuar *cometent errors*, però ja no *estarà en l'error*. D'alguna manera, l'alumne no arriba buit de coneixements: no és només un ignorant que s'hagi d'instruir, sinó també un «savi» contra el saber del qual s'ha de construir.

Des d'aquesta perspectiva, un alumne difícilment substituirà allò que sap, allò que posseeix, per una concepció nova, si abans no se li ha fet descobrir que el seu marc conceptual de partença és un obstacle, un error, que enterboleix la possibilitat de la construcció —la interiorització, l'aprehensió— de nous conceptes operatius, d'un nou marc conceptual.

---

(5) No podem oblidar que un dels elements fundacionals de la ciència moderna, la ciència galileana, afirma que «l'univers està escrit en caràcters matemàtics».

Aprendre matemàtiques, doncs, no ha de consistir en la repetició d'algorismes fins a aconseguir-ne una reproducció memorística, sinó en la creació d'un marc conceptual des del qual s'interpretin i es compreguin els algorismes que formen el discurs matemàtic. La memorització i la repetició complementaran aquest moment inicial.

Ensenyar matemàtiques, doncs, ha de consistir d'antuvi a combatre els errors que provenen de l'experiència quotidiana. I, per fer-ho, cal en primer lloc fer-ne un diagnòstic, conèixer el marc conceptual original dels alumnes i definir quins són els errors més comuns que han d'entrar en conflicte amb un nou marc conceptual. Si l'alumne no reconeix que està en un error, difícilment hi posarà remei, difícilment el corregirà. Diagnosticar errors, desfer el marc conceptual original i proporcionar-ne un de nou (crear conflicte i discussió), amb significat i coherència, assumible (aprehensible) per l'alumne i per la seva experiència quotidiana ha de ser la tasca lenta i, tanmateix, engrescadora de qui no solament vol ensenyar matemàtiques, sinó de qui vol que els seus alumnes n'apreguin. Amb *aprendre* volem dir no tan sols que siguin capaços de reproduir fórmules i procediments adequats a cada tipus de problema, sinó que siguin capaços d'usar aquestes fórmules i aquests procediments per resoldre noves situacions, nous problemes. És a dir, que interioritzin allò que han après, que ho digereixin, que ho facin seu.<sup>6</sup>

Així, es pot construir un edifici abstracte que és l'eina interpretativa per accedir a qualsevol construcció científica i, a la vegada, un motor d'apassionada reflexió. Però a la vegada la matemàtica no resulta un discurs que no té cap connexió amb la realitat, que només es descriu a ella mateixa. És el model del rigor i de l'ordre, de la veritat lluminosa i exacta; el model de tot coneixement.

## Paraules clau

*Ensenyament*

*Ensenyament diagnòstic*

*Error*

*Ignorància*

*Matemàtiques*

---

(6) «Nous prenons en garde les opinions et le savoir d'autrui, et puis c'est tout. Il faut les faire nôtres. (...) Que nous sert-il d'avoir la panse pleine de viande, si elle ne se digère? si elle ne se transforme en nous? si elle ne nous augmente et fortifie?» (Montaigne, *Loc. Cit.*).

## Abstracts

*Este artículo propone una serie de caminos de reflexión sobre la enseñanza, especialmente de las matemáticas, a partir del significado de «error». A lo largo de la historia de Occidente, el error se ha ido oponiendo a la verdad y al conocimiento, dando lugar a dos concepciones diferentes de error y, por tanto, de enseñanza: la instrucción, que intenta que el alumno no cometa errores, y la construcción, que tiende a la destrucción de los errores en los que está el alumno, para construir nuevos conceptos. La enseñanza de la matemática ha de partir de la construcción para llegar a la instrucción.*

*Cet article propose une série de chemins de réflexion sur l'enseignement, particulièrement celui des mathématiques, en partant de la signification de «erreur». Tout au long de l'histoire de l'Occident, l'erreur s'est opposée à la vérité et à la connaissance, donnant lieu à deux conceptions différentes de l'erreur et, par conséquent, de l'enseignement: l'instruction, qui se propose d'empêcher l'élève de commettre des erreurs, et la construction, qui tend à l'éradication des erreurs commises par l'élève pour construire de nouveaux concepts. L'enseignement de la mathématique doit partir de la construction pour mener à l'instruction.*

*This article suggests various approaches to teaching, in particular the teaching of mathematics, and takes as its starting point the meaning of «error». In the course of Western history, the error has been understood as being the opposite both of truth and of knowledge. This has given rise to two conceptions of error and, therefore, two approaches to teaching: instruction, in which the aim is to prevent the student from making mistakes, and construction, in which the aim is to eradicate the student's errors in order to construct new concepts. The teaching of mathematics should be based on construction so that instruction can eventually be attained.*