

LA RADIACIÓ DEL COS NEGRE I EL TREBALL DE MAX PLANCK

Joan Miró

Departament de Química, Universitat de Girona, 17071 Girona (Catalunya, Espanya)
joan.miro@udg.es

"Contràriament a les idees fins ara comentades que sorgiren en forma pràcticament acabada, i la validesa de les quals continuarà sempre inalterable, la majoria de les idees admeses per la ciència tenen una història variable i sovint comencen per prendre a poc a poc una forma determinada; durant un cert temps fecunden les investigacions científiques d'altri, i acaben per desaparèixer de la circulació, com un cometa qualsevol, o bé es transformen més o menys radicalment. No poques vegades s'esdevé que de primer oposen una certa resistència a ésser transformades, i aquesta resistència pot arribar a ésser més aferrissada com més gran hagi estat llur èxit inicial, fins al punt que fins i tot, segons com, l'avanç de la ciència en pateix.

Una gran idea científica nova generalment no s'imposa de tal manera que els seus oponents en quedin a poc a poc convençuts –la conversió de Saule en Pau és una raresa–, sinó que més aviat perquè els contradictors es van morint i la generació que puja ja va creixent familiaritzada amb aquella idea".

"Origen i repercussió de les idees científiques" (discurs pronunciat el 17 de febrer de 1933 a l'Associació d'Enginyers de Berlin), a: Max Planck, *El coneixement del món físic*, Edicions 62, Barcelona, 1969.

RESUM

La teoria del cos negre de Planck és presentada en forma d'una panoràmica que exposa els fenòmens que la motivaren, la relació conceptual entre emissió i absorció de radiació i el cos negre com a objecte d'estudi. Es comenten, tot intentant fer una exposició coherent de les expressions, la termodinàmica de la radiació i les característiques de les lleis experimentals conegudes a finals del segle XIX. Es resumeix el treball de Planck sobre el cos negre, tot preferint una formulació més actual de la llei que permet caracteritzar millor la diferència entre la teoria clàssica i la quàntica, nascuda, de fet, entre el 1900 i el 1901. Finalment, es descriuen les implicacions i les reaccions davant el bescanvi discret d'energia, tractat estadísticament, i la introducció de la constant h .

RESUMEN

Se presenta la teoría del cuerpo negro de Planck mediante una panoràmica que expone los fenómenos que la motivaron, la relación conceptual entre emisión y absorción de radiación y el cuerpo negro como objeto de estudio. Se comentan, buscando una exposición coherente de las ecuaciones, la termodinàmica de la radiación y las características de las leyes experimentales conocidas a finales del siglo XIX. Se resume el trabajo de Planck sobre el cuerpo negro, utilizando una formulación más actual de la ley que permite caracterizar mejor

la diferencia entre la teoria clàssica y la cuántica, nacida, de hecho, entre 1900 y 1901. Por último, se describen las implicaciones y las reacciones ante el intercambio discreto de energía, tratado estadísticamente, y la introducción de la constante h .

ABSTRACT

Black-body radiation and the work of Max Planck

We present a panorama of black-body theory, including the experimental phenomena and laws governing absorption and emission of radiation and the properties of the radiation filled cavity (a perfect absorber and emitter). The thermodynamics, equations and characteristics of the black-body radiation as understood at the end of XIX century are explained. The work of Max Planck is presented briefly, using a modern perspective in order to contrast classical theory and quantum theory, which was first put forward between 1900 and 1901. The consequences and implications of discrete energy exchange, the statistical methods applied and the nature of the constant h are also explained using a pedagogical approach.

Keywords: Black-body, Max Planck, laws of radiation, classical theory of radiation, quantum theory of radiation.

TEMPERATURA I COLOR

Tots els cossos absorbeixen i emeten radiació, sempre, i de manera particular en funció de la seva naturalesa. Un fil metàl·lic pot emetre radiació si l'escalfem o emetre ones electromagnètiques si hi circula corrent altern; certs materials emeten radiació quan són bombardejats amb partícules o, si són radioactius, emetran radiació de manera espontània; en general, quan s'irradia un cos, aquest absorbeix energia. Unes substàncies poden absorbir llum ultraviolada (UV), ser transparents a la llum visible i a la infraroja (IR),¹ que percebem com a calor; altres són opaques per a una àmplia sèrie de radiacions i poden ser transparents als raigs X, que tenen freqüències elevades. Podem entendre que l'opacitat consisteix en una reflexió de radiacions i que la transparència és una emissió, que no necessàriament estarà formada per radiacions de la mateixa freqüència que les absorbides. Les radiacions absorbides comportaran canvis, físics o químics, en les substàncies. La percepció que tenim dels objectes amb la vista rau en aquestes propietats, ja que el color que tenen és una conseqüència de les longituds d'ona no absorbides i de les interferències que experimenten en la superfície dels objectes. L'ull humà és sensible a un marge de freqüències de radiació relativament estret, que correspon a la zona de màxima intensitat de l'emissió solar.

Respecte a l'entorn, un cos pot absorbir radiacions d'un tipus i emetre energia en forma de radiacions d'un tipus diferent. La superfície del planeta Terra, per exemple,

¹ Si considerem una radiació com un moviment ondulatori, la longitud d'ona (λ) és la distància entre dues crestes successives o dues valls successives. La freqüència (ν) és el nombre d'oscil·lacions que fa l'ona per unitat de temps. Ambdós paràmetres es relacionen mitjançant la velocitat de transmissió de l'ona. En el cas de la llum, la radiació electromagnètica, la velocitat en el buit és $c = 2'9979 \cdot 10^8$ m·s⁻¹. Aleshores tindrem $\lambda \nu = c$. La radiació IR té λ llargues (és de baixa freqüència) i la UV i els raigs X tenen λ curtes (freqüències altes). La radiació visible té longituds d'ona compreses entre $400 \cdot 10^{-9}$ m i $700 \cdot 10^{-9}$ m.

absorbeix durant les hores diürnes l'energia que li arriba del Sol, que conté tot tipus de radiacions, encara que predominen les de la regió visible.² No totes arriben a la superfície terrestre; una part d'aquesta radiació és retinguda per l'atmosfera (l'anomenada capa d'ozó absorbeix una gran part de la radiació UV); una altra part és reflectida cap a l'espai. La que arriba a la superfície de la Terra és absorbida parcialment i la temperatura de la superfície augmenta, la qual cosa contribueix a escalfar l'ambient. Altrament, la Terra emet energia durant les hores nocturnes, en forma de radiació infraroja, i es refreda; això afecta també la temperatura de les capes baixes de l'atmosfera. La reaparició del Sol permet recomençar el cicle. En conjunt, la durada del dia i les diferents propietats tèrmiques del terra i de l'atmosfera impedeixen que la diferència de temperatures màxima i mínima del cicle sigui excessiva; però les regions que reben llum solar escassa o nul·la (les zones polars) o que estan recobertes de neu o gel, que reflecteix la radiació solar i no permet una absorció de calor diürna suficient, presenten temperatures nocturnes molt baixes. La pèrdua de calor és tan ràpida als deserts que la diferència de temperatura entre el dia i la nit és molt gran.

En general, tot el procés és dinàmic i no es pot dir que, en el cas dels fenòmens naturals d'absorció i emissió de radiació, s'assoleixi un estat d'equilibri. Els estats d'equilibri, però, són essencials per a l'estudi d'un fenomen.

Si un cos està en equilibri tèrmic amb el seu entorn, absorbirà i emetrà quantitats equivalents d'energia; per tant, la seva temperatura no variarà, encara que les radiacions emeses i absorbides no siguin idèntiques, ja que diferiran en la longitud d'ona.

Tots els cossos emeten energia si la seva temperatura està per damunt de la temperatura ambient, i l'absorbeixen si estan més freds que l'ambient, ja que aleshores no estan en equilibri tèrmic amb l'entorn. L'energia emesa o absorbida dependrà de la naturalesa dels cos (vidre, metall, gas...) i de la seva temperatura. Segons la substància i la temperatura, el fenomen s'esdevindrà en forma de radiacions diferents que no sempre seran visibles per a l'ull humà. En una cuina, un pot de ferro calent (a 50 °C, per exemple), emet energia en forma d'ones IR, que són invisibles per a nosaltres, però que podem fotografiar si utilitzem la pel·lícula adequada. A temperatures més altes, que podem aconseguir escalfant més temps, veurem que la part del metall en contacte amb el foc es torna vermella. La radiació que emet ja és visible i l'ull humà pot detectar-la perquè és sensible a aquesta radiació. A temperatures encara més altes, el ferro ens semblaria blanc, perquè les radiacions emeses es combinarien per donar el color blanc. A temperatures encara molt més altes, en el ferro, potser ja transformat en un gas,³ veurem que la radiació és blava i si encara podem escalfar-lo més perdrà tot color visible, perquè emetrà radiacions UV, no visibles per a l'ull humà. L'ull humà és sensible només a un estret interval de radiacions, del roig al violet, que interpretem com a colors. El Sol n'emet de molts

² Els primers estudis de la radiació IR solar són de W. Herschel. Dels primers treballs sobre l'espectre solar destaquen els de J.H.J. Müller, 1858, J. Tyndall, 1865, i A.P.P. Crova, 1880.

³ El ferro bull a 2.750 °C a la pressió normal. Si la temperatura s'eleva prou, podem provocar l'expulsió d'electrons dels àtoms de ferro.

tipus, però la zona de màxima emissió se situa en l'interval visible. Aquesta característica és tan fiable que la mesura de la temperatura dels forns es pot fer mitjançant el color, amb el piròmetre òptic (figura 1). El color de les estrelles indica quina és la temperatura de la superfície. La del Sol és d'uns $6.500\text{ }^{\circ}\text{C}$.

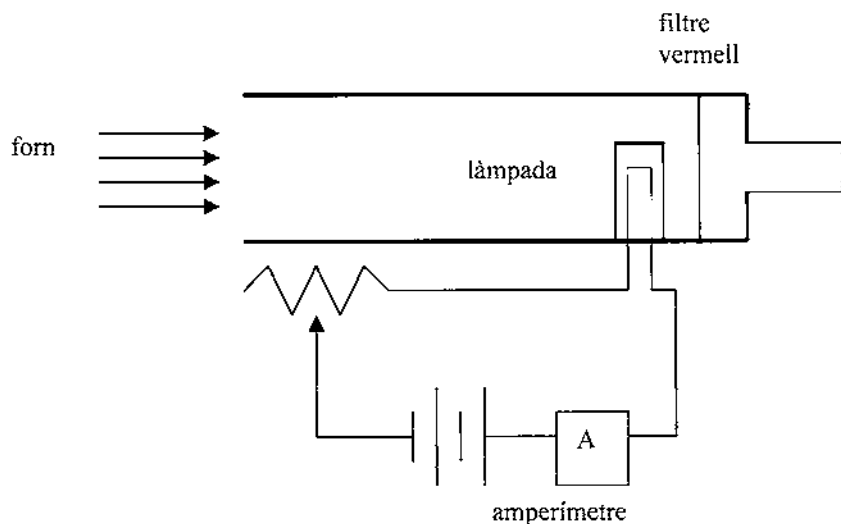


Figura 1. Piròmetre : mesura de la temperatura d'un forn per contrast entre el filament de la làmpada i el color del forn observats a través d'un filtre de vidre vermell.

EL COS COMPLETAMENT NEGRE

S'anomena *cos negre* un cos ideal que emet i absorbeix energia, tota l'energia i totes les radiacions, perfectament. No existeixen cossos negres perfectes a l'abast de l'experimentació, però existeixen simulacions del cos negre, com ara el forn isotèrmic en una de les parets del qual es fa un petit forat. El forat absorbeix totes les radiacions procedents de l'exterior del forn, sigui quina sigui la longitud d'ona, i només deixa escapar una fracció negligible, independentment de la naturalesa de les parets. L'estudi d'un cos d'aquesta mena, a finals del segle XIX, es considerava necessari per determinar la relació entre l'energia, la temperatura i la longitud d'ona de les radiacions i perquè la potència emissora d'un cos qualsevol era una fracció de la del cos negre a la mateixa temperatura. Es tractava de resoldre l'espectre del cos negre, la forma de la distribució de la intensitat d'energia, emesa o absorbida, a cada temperatura, per a totes les freqüències. Amb el cos negre, es podia disposar d'un

model d'emissor i absorbent d'energia aplicable a tots els cossos a la temperatura equivalent.

Es van fer alguns estudis experimentals, com els de Bouman i Rosenthal, per exemple, amb mica i quars. Una altra possibilitat consistia a treballar amb cossos negres imperfectes, negres per a la radiació visible però no per a totes les radiacions, com va proposar G. Kirchhoff (1824-1887) l'any 1860, encara que no s'aplicà, aquesta idea, fins a l'última dècada del XIX. L. Boltzmann (1844-1906), Christiansen, Saint-John i Reid hi treballaren; no va ser, tanmateix, fins al 1895 que O. Lummer (1860-1925) i Wilhelm Wien⁴ (1864-1928) —que ja havia construït un radiòmetre l'any 1893— utilitzaren un espai tancat amb una petita obertura per estudiar el flux d'energia. El muntatge consistia en un cilindre de paret doble, refractària, dins el qual, enmig de la paret doble, introduïen un cilindre de platí que escalfaven elèctricament. La temperatura es mesurava mitjançant una pila termoelèctrica situada en el cilindre interior. Uns diaframes transversals en l'obertura de la base inferior d'aquest cilindre permetien observar la radiació emesa per la part central del cilindre, la que presentava un escalfament més uniforme. L'any 1899, Lummer i Pringsheim construïren la primera cavitat negra experimental, que consistia en dipòsits de forma esfèrica o cúbica situats dins banys d'aigua calenta o salnitre fos. Amb aquest muntatge comprovaren que, si bé l'expressió derivada de la llei de Wien es complia per a longituds d'ona curtes, apareixien desviacions (entre 8,4 i 0,6 μm) i no es complia a longituds d'ona més llargues.

En aquest sentit, es pot suposar que el forn, simulació del cos negre, un cop s'ha buidat de tot gas que hagués contingut i s'ha assolit l'equilibri, està ple d'energia a temperatura constant. La qüestió plantejada equivalia a determinar la distribució d'energia d'un *gas de radiació* en una època que no coneixia encara quina era la vertadera naturalesa de la llum. Des d'un punt de vista experimental, es tractava de determinar la calor específica del buit i es donava per suposada l'existència de l'èter. Es tractava la radiació com un gas que ocupa un volum amb una densitat, està a una temperatura i exerceix una pressió. Un gas consta de partícules que es mouen amb velocitats que obeeixen una llei de distribució que ja es va determinar a finals del XIX. La naturalesa exacta de la radiació, ja s'ha dit, era desconeguda, tot i que es pensava que consistia en un moviment ondulatori. Se sospitava que la radiació lluminosa (ja identificada per J.C. Maxwell (1831-1879) amb la radiació electromagnètica) i la radiació tèrmica eren la mateixa cosa. La llum era una ona que es transmetia a uns $300.000 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$ en el buit i aquesta velocitat no depenia del color (és a dir, de la longitud d'ona) ni de la velocitat de l'emissor o del receptor; però, si una onada en el mar necessita la massa d'aigua elàstica en la qual es realitza el moviment, què era el que oscil·lava en el buit? La resposta era l'èter, una substància subtil que havia de transmetre la llum però no podia destorbar el moviment dels planetes ni el dels estels, un continu amb infinits graus de llibertat. Segons C. Huygens (1629-1695), principal promotor de la teoria ondulatoria de la llum, les ones

⁴ Premi Nobel de física del 1911 pels seus estudis sobre el cos negre.

lluminoses eren ones longitudinals que requerien per transmetre's un gas fi, de densitat molt baixa. Altrament, les ones transversals d'A. Fresnel (1788-1827) requerien un medi sòlid amb una elasticitat extraordinària. Les mesures de C , que no variava amb la velocitat de l'observador, i la incapacitat experimental de resoldre les ones longitudinals (necessàries per aplicar la teoria de l'elasticitat dels sòlids a l'èter lluminós), que implicava un èter sòlid de compressibilitat immensa, van ser, al capdavant, els problemes que comportaren la fi de la física clàssica (la teoria de la relativitat) i el naixement de la física quàntica, que es pot qualificar de vertadera transformació científica radical, una transformació que va anar lligada a la novetat de les mesures de propietats microscòpiques amb aparells més sensibles i precisos.

L'energia, dins una cavitat, incideix sobre les parets i és absorbida en part (la resta pot ser reflectida). Això permet definir el poder d'absorció de l'energia, α , com la fracció d'energia absorbida. Les parets poden emetre energia i entenem per poder o potència d'emissió, ε , l'energia emesa per radiació per unitat de superfície i unitat de temps. Dins la cavitat, l'energia emesa és absorbida i reflectida fins que s'assoleix un estat estacionari a temperatura constant. Aquesta energia incideix sobre les parets de manera isotropa. Anomenem irradiació, \mathcal{R} , l'energia que conté la cavitat per unitat de superfície. A l'equilibri, $\varepsilon = \alpha \mathcal{R}$. Podem imaginar la cavitat plena d'energia. Si un cos negre es troba submergit en aquesta energia i està a la mateixa temperatura que les parets de la cavitat, absorbeix tota l'energia que incideix sobre seu ($\alpha_{cn} = 1$) i és també un emissor perfecte. Per consegüent, $\varepsilon_{cn} = \alpha_{cn} \mathcal{R} = \mathcal{R}$. És a dir, la irradiació dins una cavitat que té les parets a una certa temperatura és igual al poder emissor d'un cos negre a la mateixa temperatura. Kirchhoff va enunciar la llei que estableix que el poder emissor d'un cos a la temperatura T és una fracció del poder emissor del cos negre a la mateixa temperatura i aquesta fracció és la potència absorbent, ja que $\varepsilon = \alpha \mathcal{R} = \alpha \varepsilon_{cn}$. Si bé el poder absorbent dels materials depèn del tipus de radiació incident, el cos negre compleix $\varepsilon_{cn} = \mathcal{R}$ sempre, de manera que es pot imaginar una funció \mathcal{R}_λ que representi la irradiació per a cada longitud d'ona i obtenir \mathcal{R} mitjançant la integració per a totes les longituds d'ona $\int_0^\infty \mathcal{R}_\lambda d\lambda$. Més tard, es va preferir utilitzar la densitat d'energia (en J m^{-3}) per a cada freqüència, $\rho(\nu)$, en lloc de la funció esmentada, i integrar respecte a les freqüències, $\int_0^\infty \rho(\nu) d\nu$ o $\int_0^\infty u(\nu) d\nu$, per obtenir la densitat total d'energia interna, u ; la relació entre el càlcul fet d'aquesta manera i el poder d'emissió és un factor que depèn de la velocitat de la llum. Recordem tanmateix que $d\nu = -cd\lambda/\lambda^2$.

Les darreres dècades del XIX havien aportat certs resultats. Els experiments de Tyndall sobre la transferència de calor d'un cos al seu entorn van permetre a J. Stefan (1835-1893) establir la seva llei del 1879, segons la qual el calor irradiat al medi per un cos era proporcional a la diferència de les temperatures elevades a la quarta potència. Aquesta llei es pot escriure per a la densitat d'energia interna com a:

$$u = aT^4,$$

on a és la constant de Stefan. L. Boltzmann (1884) va deduir termodinàmicament que l'energia emesa per unitat de temps i unitat de superfície (la potència emissora ε en joules per segon i per m^2) del cos negre era una funció de la temperatura absoluta

$$\varepsilon = \sigma T^4$$

anomenada *lleï de Stefan-Boltzmann* (el valor actual de la constant és $5,670400(40) \cdot 10^{-8} \text{ W m}^2\text{K}^{-4}$). Bartoli havia demostrat que aquesta lleï només la complia el cos absolutament negre. La relació entre les dues lleïs és, en aquest cas

$$aT^4 = \frac{4\varepsilon}{c}$$

de manera que $a = 4\sigma/c = 7,565 \cdot 10^{-16} \text{ J m}^{-3}\text{K}^{-4}$. El factor $c/4$ pel qual cal multiplicar l'energia per obtenir ε procedeix del fet que cal tenir en compte que l'energia surt i entra per un orifici amb la mateixa probabilitat ($1/2$) i que la radiació incideix en la secció de l'orifici en angles que van de 0° a 180° , de manera que la mitjana de les orientacions és $c/2$.

Tret dels experiments de Schneebeli, les investigacions fetes per Abney, Festing, Grätz, Rivière, Siemens, Bottomley, Edler i Schleiernmacher no havien pogut confirmar la lleï per a tot tipus de cossos. Lummer i E. Pringsheim (1859-1917), l'any 1897, i F. Kurlbaum (1857-1927), l'any següent, van comprovar-la, per al vertader cos negre, per a un interval de temperatures situat entre 0°C i 1.500°C . També es considerava vàlida fins a -180°C . En experiments amb plati,⁵ la proporció era aproximadament per a T^5 .

EL GAS DE RADIACIÓ

Encara que no va ser exactament aquest, ja que no es coneixia, abans d'Einstein, l'equivalència entre massa i energia ni la constant h , podem formular el raonament termodinàmic de la manera següent, tot considerant l'energia en un volum com un gas de fotons.

La relació entre massa i energia, $mc^2 = h\nu$, permet escriure l'expressió estadística de la pressió del gas perfecte de N_ν fotons (que tindran una velocitat c , tots igual) d'una freqüència determinada com a:

$$P_\nu = \frac{1}{3} \frac{N_\nu}{V} mc^2 = \frac{1}{3} \frac{N_\nu}{V} \frac{h\nu}{c^2} c^2 = \frac{1}{3} \frac{N_\nu h\nu}{V}$$

De manera que per a totes les freqüències

$$P = \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{1}{3} \frac{N_\nu h\nu}{V} = \frac{1}{3} \frac{U}{V} = \frac{1}{3} u$$

amb $U = Vu$.

Segons la termodinàmica clàssica,

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T = T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V - P$$

⁵ Lummer, Kurlbaum, Paschen, Goldhammer, entre el 1898 i el 1901.

de la qual obtenim, a volum constant,

$$u = \frac{T}{3} \frac{du}{dT} - \frac{u}{3}$$

és a dir,

$$\frac{du}{u} = 4 \frac{dT}{T}$$

Aquesta expressió, integrada, ens porta a $u = bT^4$, on b és una constant d'integració que es pot determinar experimentalment, i, per consegüent, a

$$\varepsilon = \frac{c}{4} u = \frac{cb}{4} T^4 = \sigma T^4$$

Aquestes relacions permeten deduir l'expressió de la pressió de radiació

$$P = \frac{u}{3} = \frac{b}{3} T^4$$

que pot fer la funció d'equació d'estat dels gas de radiació.

S'obté, a més, l'expressió de la capacitat calorífica a volum constant del gas de radiació,

$$C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V = 4bVT^3$$

i, també, l'equació referida a l'entropia en forma diferencial,

$$dS = \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_V dT + \left(\frac{\partial S}{\partial V} \right)_T dV = \left(\frac{\partial S}{\partial U} \right)_V \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT + \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V dV = \frac{1}{T} C_V dT + \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V dV$$

que s'acostuma a escriure

$$TdS = C_V dT + T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V dV = 4bVT^3 dT + \frac{4}{3} bT^4 dV$$

D'aquestes expressions, podem deduir que

$$\left(\frac{\partial u}{\partial V} \right)_T = \left[\frac{\partial (bT^4)}{\partial V} \right]_T = 0$$

i, per a l'entropia, si fem $s = S/V$, atès que

$$\left(\frac{\partial u}{\partial s} \right)_V = T$$

tindrem

$$ds_V = 4b \frac{T^3 dT}{T}$$

i, per consegüent,

$$\left(\frac{S}{V}\right)_\nu = s_\nu = \frac{4}{3} b T^3$$

les unitats de la constant b són $\text{J}\cdot\text{m}^{-3}\text{K}^{-4}$.

LES LLEIS DE RADIACIÓ DEL COS NEGRE

Per continuar amb l'analogia del gas, sense entrar en la naturalesa de la llum i de l'èter subtil que omplia el buit, es pot pensar en els emissors i receptors de la radiació. Era sabut que certs dispositius, les antenes, permetien emetre i absorbir radiació electromagnètica.⁶ En lloc d'estudiar la distribució d'energies en la radiació, es podia estudiar la distribució de les energies emeses per oscil·ladors (que equivalien a antenes emissores). Aquests oscil·ladors es caracteritzen per les freqüències d'emissió. Podem imaginar que el forn isotèrmic en el qual fem el buit té les parets recobertes per innombrables oscil·ladors lineals que emeten energia, cadascun a la seva freqüència característica; l'energia omple el forn i és absorbida per altres oscil·ladors amb la seva freqüència característica fins que en un cert moment l'energia ja no augmenta, ja que tota és absorbida i emesa contínuament de manera que s'ha assolit un estat d'equilibri caracteritzat per una temperatura i una densitat de radiació. El càlcul de distribució esdevenia el de la distribució d'oscil·ladors. En aquell moment, això equivalia a l'oscil·lació de l'èter.

L'estudi de l'emissió i absorció d'energia havia portat a obtenir diverses lleis empíriques diferents per a altes i baixes freqüències. Les lleis, en tot cas, pressuposen equilibri matèria amb radiació. Esmentem en primer lloc la llei experimental, referida a la relació entre la temperatura i la longitud d'ona que corresponia al màxim d'emissió, de Wien del 1894, precedida per observacions de Langley i Weber, verificada per Lummer i Pringsheim i treballada posteriorment per M.F. Thiesen (1849-1936) i H.A. Lorentz (1853-1928) fins al 1901:

$$\lambda_{\text{màx}} T = 0,290 \text{ cm K.}$$

D'aquesta llei, anomenada *llei del desplaçament*, Wien havia deduït que

$$\mathcal{R} = \nu^3 f(\nu/T).$$

L'any 1886, uns acurats estudis experimentals de S.P. Langley (1834-1906) havien permès traçar les corbes d'absorció i d'emissió de la radiació solar pels planetes i estudiar el procés per a la radiació IR en plaques de coure recobertes de negre de fum. En el curs dels seus treballs, Langley va millorar els aparells de mesura i n'inventà de nous, de manera que es disposava de resultats experimentals precisos per a l'estudi del

⁶ La ràdio o la telegrafia sense fils de G. Marconi (1874-1937), premi Nobel de física del 1909.

cos negre i l'absorció i emissió ideal de l'energia. La recerca d'una funció per descriure la potència d'emissió va ser estudiada, entre altres, per H. Hertz (1857-1894), W.A. Michelson (1852-1931), Koeveslighety, W. Weber (1804-1891), F. Kurlbaum (1857-1927), H. Rubens (1865-1922), F. Paschen (1865-1947) entre el 1893 i el 1896. Així es van obtenir equacions, a més de la de Wien (1896), com les de Thiesen, J.W.S Rayleigh⁷ (1842-1919), Lummer i E. Jahnke (1863-1921), al voltant del 1900 fins a arribar a la de Planck. Algunes d'aquestes expressions apareixen a la taula 1, en funció de certes constants (b i a , principalment, i paràmetres com α i γ) que difereixen segons les expressions. La taula 1 mostra també, mitjançant una transformació (suggerida per Thiesen) basada en el paràmetre η , que, si bé totes tenen semblances, les últimes que figuren a la taula, obtingudes entre el 1896 i el 1900, presenten una forma bàsica.

Taula 1. Expressions de la irradiació

Autor	Funció	Forma transformada
Michelson	$bT^{3/2} \lambda^{-6} e^{-a/\lambda^2 T}$	
Koeveslighety	$bT^4 \lambda^2 (\lambda^2 T^2 + a^2)^{-2}$	
Weber	$b\lambda^{-2} e^{(aT - a/\lambda^2 T)}$	
Paschen (1896)	$b\lambda^{-\gamma} e^{-a/\lambda T}$ γ entre 5,66 i 5,2	
Wien (1896)	$b\lambda^{-5} e^{-a/\lambda T}$	$b\lambda^{-5} \eta e^{-a/\lambda T}$ $\eta = 1$
Thiesen (1900)	$b\lambda^{-4.5} \sqrt{T} e^{-a/\lambda T}$	$b\lambda^{-5} \eta e^{-a/\lambda T}$ $\eta = \sqrt{\lambda T}$
Rayleigh (1900)	$b\lambda^{-4} T e^{-a/\lambda T}$	$b\lambda^{-5} \eta^2 e^{-a/\lambda T}$ $\eta = \sqrt{\lambda T}$
Lummer i Jahnke (1900)	$b\lambda^{-4} T e^{-a/(\lambda T)^{4/3}}$	$b\lambda^{-5} \eta^2 e^{-a/(\eta^{2/3} \lambda T)}$ $\eta = \sqrt{\lambda T}$
Rayleigh-Jeans (1905)	$8\pi k \lambda^{-4} T$	$8\pi k \lambda^{-5} \eta^2 T$ $\eta = \sqrt{\lambda T}$

Les transformades (si considerem la relació de la irradiació amb el poder d'emissió per a una λ , $\varepsilon(\lambda)$, que requereix uns paràmetres addicionals) poden escriure, per a

⁷ John W. Strutt, tercer baró de Rayleigh.

les que depenen de λ^{-5} , $\ln\left[\varepsilon(\lambda)\lambda^5/b\right] = n \ln \eta - a/(g\lambda T)$, on $n=1$ o $n=2$ i $g=1$ tret de l'última, per a la qual $g = \eta^{2/3}$. Aquesta forma, una isocromàtica, permet buscar relacions lineals per tractar els resultats experimentals. Treballs a diferents temperatures, per a longituds d'ona entre 1,2 μm i 17,9 μm , s'ajustaven millor a la de Jahnke, sobretot a λ grans. Altrament, la de Rayleigh no funcionava bé a λ petites. Avui es prefereix escriure expressions com les de la taula 1 en funció de la freqüència. Les constants a i b de les diferents equacions no són equivalents. L'expressió deduïda per Wien a partir de la llei del desplaçament esdevé $b\nu^3 c^{-4} e^{-a\nu/cT} d\nu$, que cal multiplicar per un factor, en aquest cas c^2 , per comparar el seu valor amb els experimentals. D'una banda, les unitats de l'exponent de $e^{-a\nu/cT}$ requereixen que a s'escriuï en $\text{m}\cdot\text{K}$ per a la majoria de les expressions. D'altra banda, si entenem que la funció $\mathcal{R}_\lambda d\lambda$ és la densitat d'energia a una certa λ , les unitats de b , un cop expressada en forma diferencial i adaptada a la forma de ε , són $\text{J}\cdot\text{s}$. No és així per a les altres expressions; en el cas de la de Rayleigh, les unitats de b són $\text{J}\cdot\text{K}^{-1}$.

LA FORMA DE LES FUNCIONS

El fet que algunes de les expressions proposades per a la densitat d'energia en funció de la longitud d'ona tinguin analogies clares suggereix que un examen formal pot conduir a trobar una forma única general. No totes les expressions de la taula 1 s'ajustaven a les lleis experimentals conegudes, de manera que limitarem l'anàlisi a les dues que van tenir més èxit, la de Wien i la de Rayleigh, escrites en forma diferencial i en funció de la freqüència.

Si es parteix de l'expressió de Rayleigh-Jeans (1905) (vàlida per a valors petits de ν),

$$\left| b\lambda^{-4} T d\lambda \right| = \frac{b}{c^3} T \nu^2 d\nu$$

l'escriurem

$$\rho(\nu) d\nu = \frac{b}{c^3} T \nu^2 d\nu$$

La constant b té per unitats $\text{J}\cdot\text{K}^{-1}$, és a dir, les de k ; de fet, com es veurà més avall, $b = 8\pi k$.

Si l'expressió de partida és la de Wien (vàlida per a valors grans de ν),

$$\left| b\lambda^{-5} e^{-a/\lambda T} d\lambda \right| = \frac{b\nu^3}{c^4} e^{-a\nu/cT} d\nu$$

pot ser escrita en la forma

$$\rho(\nu) d\nu = \frac{b}{c^4} \beta e^{-\beta\nu/T} \nu^3 d\nu$$

on β és una constant empírica amb unitats $\text{K}\cdot\text{s}$ i les constants a i b tenen per unitats $\text{m}\cdot\text{K}$ i $\text{J}\cdot\text{m}$, respectivament.

Si escrivim, mitjançant la substitució $x = \nu/T$, les funcions com a

$$\text{Rayleigh: } \rho(\nu)d\nu = A \frac{1}{x} \nu^3 d\nu$$

$$\text{Wien: } \rho(\nu)d\nu = A\beta e^{-\beta x} \nu^3 d\nu$$

on A és una constant que recull la resta de paràmetres, podem comparar-les i proposar una funció $\phi(\nu)$ que permeti escriure ambdues sota la mateixa forma

$$\rho(\nu)d\nu = A\phi(\nu)\nu^3 d\nu$$

de manera que quan les freqüències siguin petites $\phi(\nu) = 1/x$ i quan siguin grans $\phi(\nu) = \beta e^{-\beta x}$. Aquesta funció pot ser

$$\phi(\nu) = \frac{\beta}{e^{\beta x} - 1}$$

En efecte, si x és petit ($\beta x \ll 1$), llavors podem aproximar $e^{\beta x} \approx 1 + \beta x$ i per consegüent,

$$\phi(\nu) \approx \frac{\beta}{1 + \beta x - 1} = \frac{1}{x}$$

Altrament, si x és gran ($\beta x \gg 1$), podem aproximar $e^{\beta x} - 1 \approx e^{\beta x}$ i llavors

$$\phi(\nu) \approx \frac{\beta}{e^{\beta x}} = \beta e^{-\beta x}$$

L'expressió que ens convé és, aleshores,

$$\rho(x)d\nu = A\phi(\nu)\nu^3 d\nu = A \frac{\beta}{e^{\beta x} - 1} \nu^3 d\nu = \frac{8\pi k}{c^3} \frac{\beta}{e^{\beta x} - 1} \nu^3 d\nu$$

i no costa gaire, amb experiments, determinar β (en K s) i demostrar després que $\beta = h/k$, on h és també una constant universal.

La funció que s'acaba de presentar és la que va deduir Planck el 1900 i que va significar la resolució del problema del cos negre. Tot i que no va ser aquest formalisme matemàtic el que emprà M. Planck, que hi arribà estudiant l'entropia (S), el fonament formal és el mateix.

No és la intenció de l'article fer la història del descobriment, sobre la qual ja s'ha escrit molt, sinó exposar el conjunt del problema, sobretot els antecedents, aclarir la coherència de les expressions i argumentar els raonaments enfocats des d'una perspectiva actual. Es tracta de fer una panoràmica coherent.

MAX PLANCK

Max K.E.L. Planck (Kiel, 1858-Göttingen, 1947), fill d'un professor de Dret constitucional a la Universitat de Kiel, va començar a estudiar física amb un professor particular; ingressà a la universitat i continuà els estudis a les de Munic (1875-1877) i Berlín, on va tenir de professors H. von Helmholtz (1821-1894) i Kirchhoff i va llegir (1878) els escrits de R. Clausius (1822-1888), que havia publicat el seu llibre l'any 1876, i W. Thomson (1824-1907) sobre el segon principi. El mateix Planck explicava que ja a l'institut Maximilià d'ensenyament secundari s'havia sentit atret per les lleis de la termodinàmica. Es va doctorar a Munic l'any 1879, amb una tesi sobre entropia i irreversibilitat. De fet, el científic dels Estats Units d'Amèrica Josiah W. Gibbs (1839-1903) ja s'havia avançat a Planck amb els seus treballs (1873-1878), però Gibbs no va ser traduït a l'alemany fins a l'any 1892. Planck va presentar una segona tesi l'any 1880 per poder exercir com a *privatdozent* a la Universitat de Munic. Va ser professor auxiliar de Física teòrica a la Universitat de Kiel —on ocupà una càtedra el 1885— i a Berlín (1889), on va ser el successor de Kirchhoff a la càtedra de Física Teòrica i n'esdevingué titular el 1892, i, també, rector de la Universitat el 1915. Es va jubilar a Berlín l'any 1926. Des del 1894 era membre de l'Acadèmia Prussiana de les Ciències, en la qual esdevingué secretari permanent de la Secció de Matemàtiques i Ciències Naturals (1912-1943). Fou també membre de la Royal Society britànica des del 1926. Va ser president de l'Institut de Recerca Kaiser Wilhelm (1930-1937 i 1945-1946), un institut que més tard va convertir-se en l'Institut Max Planck. Planck va perdre el seu fill gran durant la guerra del 1914-1918 i un altre fill, Erwin, va ser executat, el gener del 1945, sota l'acusació d'haver conspirat contra Hitler, en el curs de les represàlies per l'atemptat de Stauffenberg (1944). Ell no va ser un opositor actiu ni públic durant el règim nazi —les seves idees eren conservadores—, però va intervenir, en privat, a favor d'alguns col·legues. Planck fou honorat amb el premi Nobel de física l'any 1918 (tot i que, a causa de la guerra, el discurs d'acceptació és del 2 de juny de 1920) i li fou atorgada la medalla Copley de la Royal Society l'any 1929.

Planck, a la universitat, va orientar la seva recerca cap a la química física. Així, durant la seva estada a Kiel, va mantenir correspondència amb el químic físic suec S. Arrhenius (1859-1927). Era un científic d'orientació mecanicista, que no considerava necessaris els àtoms i creia en un model continu de la matèria (*natura non facit saltus*) i augurava un futur dubtós a la noció finita de l'electró, una posició que es pot concebre com la més ajustada a l'escola predominant de l'època. Els seus treballs s'emmarcaven en la qüestió de la irreversibilitat; en concret, sobre els canvis irreversibles en un camp de radiació. L'any 1897 encara desconeixia els treballs de Boltzmann sobre l'estadística del segon principi, que es basaven en l'existència de partícules (àtoms i molècules) i que comportaven la noció de desordre molecular. Aviat va viure un conflicte amb Boltzmann pels seus treballs. Planck estava interessat en la teoria dels gasos; Boltzmann hi aplicà un tractament estadístic (1877) utilitzant les distribucions de Maxwell i va obtenir la forma de la distribució d'energies amb la qual va poder escriure l'entropia en funció de la probabilitat dels estats. S'inicià una polèmica amb un col·laborador de Planck, que també hi participà. Planck era partidari d'E. Mach (1838-1916), que sostenia una visió positivista de la ciència, una

concepció que rebutjava els models per innecessaris i concebia la ciència millor elaborada si hi havia un marc axiomàtic que operés amb observacions i relacions entre fenòmens i que formulés regles senzilles, fàcils de recordar, en forma de lleis (com era el cas de la mecànica de Newton o la termodinàmica i ho havia de ser, almenys formalment, la quàntica). Mach i W. Ostwald (1853-1932) dominaven la línia correcta de la filosofia científica alemanya de finals del XIX. Amb paraules del mateix Planck,⁸ “Mach era el capdavanter de l'escola oposada a la teoria atòmica perquè la considera regressiva”. La ciència, segons Mach, consistia a presentar els fets de la manera més completa possible amb despesa mínima de pensament, sense fer especulacions; l'atomisme, que pressuposava objectes no “observables”, era metafísica. No obstant això, els treballs de Planck el menaven, progressivament, a l'acceptació del desordre molecular de Boltzmann, al tractament estadístic i a un concepte discontinu de la matèria i l'energia. Segons les paraules del mateix Planck que encapçalen aquest escrit, anava cap a una nova formulació teòrica que, per ser acceptada, havia d'exigir un canvi generacional i d'ambient social. Dos anys després del suïcidí de Boltzmann, Planck havia canviat de posició i atacava les concepcions de Mach.

L'ENERGIA DE LA CAVITAT DE PARETS A TEMPERATURA UNIFORME AMB ORIFICI PETIT

En el problema del cos negre coincidien la termodinàmica i l'electromagnetisme, i el tractament de la distribució de les freqüències de les ones de radiació estacionàries dins la cavitat de parets en equilibri amb la radiació recorria a la mecànica estadística de partícules de Maxwell i Boltzmann, que era un camp conflictiu entre els científics, ja que una escola física potent considerava els àtoms com una hipòtesi innecessària. El fonament de la termodinàmica que s'aplicava era el principi d'equipartició de l'energia, considerat indiscutible. Segons aquest principi teòric, que havia demostrat ser vàlid a temperatures normals per a gasos monoatòmics i per a temperatures molt altes per als poliatòmics, un oscil·lador en equilibri tèrmic amb l'entorn té una energia mitjana $\bar{E} = kT$, amb la constant de Boltzmann $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$ independentment de la freqüència d'oscil·lació. Per tant, si en un sistema de 100 oscil·ladors en tenim 30 d'alta freqüència i 50 de baixa freqüència (1.000 vegades més petita, a tall d'exemple) i 20 d'una freqüència intermèdia, tots a la mateixa temperatura d'equilibri, els primers aportaran el 30% de l'energia i els altres el 50% i el 20%, respectivament. El procediment teòric consistia a proposar una funció per a un interval molt petit de freqüències, que potser no té significat físic però sí matemàtic, i determinar el comportament global mitjançant una suma d'aquests infinitiesimals, és a dir, per integració. La funció proposada s'ha de basar en les propietats conegudes o hipotètiques del sistema. Per a la cavitat que representa el cos negre, podem inferir quantes ones estacionàries per unitat de volum hi caben per a un interval infiniesimal de freqüències i multiplicar aquest valor per l'energia mitjana associada a l'ona, un

⁸ “Del relatiu a l'absolut”, conferència impartida a la Universitat de Munic l'1 de desembre de 1924.

valor que ens proporciona el principi d'equipartició i que no depèn de la freqüència. El resultat encara cal multiplicar-lo per dos en el cas de les ones electromagnètiques, ja que són dos els camps que oscil·len. En aplicar el principi d'equipartició de l'energia, s'obté l'expressió clàssica de la densitat d'energia per a un interval de freqüències. Només caldrà sumar aquesta aportació per totes les freqüències per obtenir la densitat total d'energia interna, que es podrà comparar amb les lleis experimentals conegudes.

El concepte de canvi continu també suposava que l'energia era absorbida i emesa pels cossos de manera continua, en qualsevol quantitat. Aquest caràcter continu del bescanvi d'energia està en els fonaments del principi d'equipartició. Per donar-hi un aspecte de realitat física més entenedor, podem imaginar que les parets de la cavitat que ha servit de model del cos negre estan formades per petits oscil·ladors capaços de vibrar a totes les freqüències. Aquests oscil·ladors emeten i absorbeixen radiació continuament i la diferència de freqüències d'oscil·lació d'un oscil·lador amb un altre és infinitament petita. Els oscil·ladors poden emetre o absorbir qualsevol energia, per petita que sigui. La naturalesa era un continu, no podia fer salts. La radiació en equilibri tèrmic amb les parets té la distribució de freqüències d'aquests oscil·ladors, de manera que podem estudiar els oscil·ladors en substitució de les ones estacionàries.

Mentre Planck desenvolupava el seu treball, Rayleigh (1900) va obtenir l'expressió per a la funció de la irradiació que porta el seu nom:

$$\mathcal{R}_\lambda = \frac{bT}{\lambda^4} e^{-a/\lambda T}$$

una expressió que seria contraposada a la de Planck com a alternativa durant un temps, però que en realitat, com veurem, complementava la de Wien. Cap al 1905, Rayleigh i James H. Jeans (1877-1946) van obtenir una nova expressió que s'ajustava millor que l'anterior a la radiació del cos negre, almenys per a λ grans. Per arribar-hi, van calcular el nombre de modes de vibració (o els nodes d'ones estacionàries) que podien existir dins un determinat volum, un hexàedre d'aresta L , un volum $V = L^3$ que imaginaven ple de fluid. El nombre de modes estacionaris havia de ser enter, no un nombre fraccionari. El càlcul és equivalent a trobar el nombre de punts que caben dins V separats unes distàncies regulars que es podien escriure en funció de les longituds d'ona; un cop fet el càlcul per a $d\lambda$, la integració permetria determinar el valor per a totes les λ .

En el cas de l'ona monodimensional, $y = A \sin(2\pi x/\lambda)$, els punts nodals corresponen a $y = 0$, de manera que cal que $x = 0$ (l'origen de coordenades) o que $2\pi L/\lambda = n\pi$, essent n un enter. Aleshores, com que $n = 2L/\lambda$, la variació amb λ serà $dn = 2Ld(1/\lambda)$.

Per a tres dimensions, en el cas de l'hexàedre, tindrem:

$$dn_x dn_y dn_z = 8L^3 d\left(\frac{1}{\lambda}\right)_x d\left(\frac{1}{\lambda}\right)_y d\left(\frac{1}{\lambda}\right)_z$$

Si utilitzem l'expressió

$$\left(\frac{1}{\lambda}\right)^2 = \left(\frac{1}{\lambda}\right)_x^2 + \left(\frac{1}{\lambda}\right)_y^2 + \left(\frac{1}{\lambda}\right)_z^2$$

podem treballar en un sistema de coordenades polars (amb $1/\lambda$ fent el paper de r), per al qual

$$d\left(\frac{1}{\lambda}\right)_x d\left(\frac{1}{\lambda}\right)_y d\left(\frac{1}{\lambda}\right)_z = \left(\frac{1}{\lambda}\right)^2 \sin\theta d\theta d\phi d\left(\frac{1}{\lambda}\right)$$

El nombre de modes de vibració és un nombre positiu, de manera que només cal comptar els valors que es troben dins l'octant de l'esfera que correspon al sentit positiu dels eixos x , y i z (la idea de dividir per 8 s'atribueix a Jeans). El resultat és

$$dn = \frac{1}{8} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} 8L^3 \left(\frac{1}{\lambda}\right)^2 \sin\theta d\theta d\phi d\left(\frac{1}{\lambda}\right) = \frac{4\pi L^3}{\lambda^2} d\left(\frac{1}{\lambda}\right) = -\frac{4\pi V}{\lambda^4} d\lambda$$

El signe negatiu reflecteix la disminució del nombre de nodes, dins un volum determinat, quan augmenta la longitud d'ona d'una ona estacionària. Per a les freqüències, la forma de l'expressió és

$$\frac{dn}{\nu} = \frac{4\pi}{\lambda^2} \left(-\frac{d\lambda}{\lambda^2}\right) = \frac{4\pi\nu^2}{c^2} \frac{d\nu}{c} = \frac{4\pi\nu^2}{c^3} d\nu$$

D'acord amb el que s'ha exposat, aquest nombre de modes de vibració es multiplica per l'energia mitjana per oscil·lador i per dos. En esquema, el raonament, que és d'una època posterior a Planck, condueix a

$$2 \frac{dn}{V} \bar{E} = \frac{8\pi\nu^2 kT d\nu}{c^3}$$

que és l'expressió de Rayleigh-Jeans (1905), vàlida per a valors petits de ν ,

$$\rho(\nu) d\nu = \frac{8\pi k}{c^3} T \nu^2 d\nu$$

Escrita per a les longituds d'ona,

$$\rho(\lambda) d\lambda = -\frac{8\pi k}{\lambda^4} T d\lambda$$

Es considerava, aquesta expressió, vàlida per a λ llargues; però es recomanava multiplicar pel factor exponencial de Wien per a λ curtes. De fet, l'expressió de Rayleigh-Jeans s'assembla a la distribució real de la densitat d'energia del cos negre, però no hi coincideix del tot, ni tan sols a λ curtes.

L'expressió de Rayleigh-Jeans significa que la densitat d'energia augmenta amb la freqüència de la radiació i en el límit, tendeix a infinit. Per consegüent, l'energia de l'univers ha de ser infinita, desplaçada cap a les freqüències més altes a qualsevol

temperatura que no fos el zero absolut. La distribució de densitat d'energia experimental, tanmateix, no tenia aquest aspecte, sinó que presentava valors baixos a freqüències extremes amb un màxim combinat a la temperatura que s'ajustava a la llei de Wien. Aquesta discrepància va ser anomenada per P. Ehrenfest (1880-1933) *la catàstrofe de l'ultraviolat* (1911).

EL NOU TRACTAMENT DEL COS NEGRE

Per entendre el canvi que havia d'introduir Planck, tot aplicant el mateix tractament, podem imaginar que els oscil·ladors han d'absorbir o emetre radiació en forma de petites quantitats discretes d'energia que han de tenir un valor mínim i no poden ser qualssevol. Planck designà amb el llatíisme *quàntum* aquestes quantitats discretes. La teoria clàssica no admetia un bescanvi discret d'energia com el que aquí se suposa. Segons Planck, el bescanvi quantificat d'energia es feia en *gotes* que contenien una energia proporcional a la freqüència de vibració (és a dir, de l'ona emesa o absorbida) i podia expressar-se com a:

$$E = nh\nu$$

on n és un nombre enter (0, 1, 2, 3, etc.) i h una constant de proporcionalitat que té les unitats de l'acció (energia multiplicada per temps). Aquesta expressió correspondrà a l'energia de l'oscil·lador. Només es preveia quantificació per al procés d'absorció o d'emissió de la radiació i no es condicionava la manera d'existir, discreta o contínua, de la radiació després de ser emesa o abans de ser absorbida.

L'energia mitjana serà ara

$$\bar{E} = \frac{\text{energia total}}{\text{nombre total d'oscil·ladors}}$$

Si s'aplica l'estadística de L. Boltzmann:

$$\bar{E} = \frac{\sum_0^{\infty} N_0 n h \nu e^{-nh\nu/kT}}{\sum_0^{\infty} N_0 e^{-nh\nu/kT}} = \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

Si en aquesta expressió estudiem el cas en què $h\nu \ll kT$, que serà l'habitual per a sistemes macroscòpics a les temperatures normals si h és molt petita, es pot aproximar l'exponencial i s'obté

$$\bar{E} \approx \frac{h\nu}{1 + \frac{h\nu}{kT}} = kT$$

que és el valor clàssic de l'energia termodinàmica mitjana de vibració, és a dir, el principi d'equipartició. El principi d'equipartició clàssic és una forma particular – senzilla – de l'energia mitjana – que en realitat té una expressió més complicada – útil

per a sistemes a temperatures elevades o aplicable perquè la constant h és extraordinàriament petita. Al capdavall, l'enunciat clàssic és *menys exacte*. Amb el nou valor de la mitjana, el càlcul de la densitat d'energia donava

$$\rho(\nu)d\nu = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \frac{d\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

que té la forma adequada i s'ajustava al comportament experimental esperat. La comparació amb la llei de Wien, mitjançant el càlcul de la longitud d'ona (recordem que $\lambda = c/\nu$) per a la qual la densitat d'energia era màxima, conduïa a

$$\lambda_{\max} T = \frac{hc}{4.96k} = 0.290 \cdot 10^{-2} \text{ m K},$$

un valor que s'ajustava als experiments, permetia determinar el valor de la constant h . De la integració de $\rho(\nu)d\nu$ per a totes les freqüències es determina la densitat total d'energia u ,

$$u = \int_0^{\infty} \rho(\nu)d\nu = \frac{2\pi^5 k^4}{15h^3 c^3} T^4 = 7.565 \cdot 10^{-16} T^4 \text{ J m}^{-3}$$

i, amb aquesta u , la potència d'emissió $\varepsilon = \frac{c}{4}u = \sigma T^4$; aleshores, amb l'expressió de Planck es disposava d'una fórmula teòrica de la constant de Stefan-Boltzmann,

$$\sigma = \frac{c}{4} \frac{2\pi^5 k^4}{15h^3 c^3} = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ J s}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ K}^{-4},$$

confirma la validesa de l'expressió trobada per Planck,⁹ ja que coincideix amb els valors experimentals i confirmava el valor de h calculat mitjançant Wien.

Més tard, els càlculs de la mecànica quàntica van determinar que l'energia de l'oscil·lador unidimensional era en realitat

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2} \right) h\nu$$

i aquesta ha de ser l'expressió que cal utilitzar en calcular l'energia mitjana dels oscil·ladors. En el plantejament de Planck, quan $n = 0$, l'energia de l'oscil·lador és nul·la, mentre que amb la nova expressió això no és possible, en consonància amb el principi d'indeterminació. La forma completa de l'expressió ha de ser

$$\rho(\nu)d\nu = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} \right) d\nu$$

⁹ M. Planck, *Verhandl. Deut. Ges. Phys.*, 2, 237 (1900), rebut el 14 de desembre per la revista.

A. Einstein (1879-1955) i O. Stern (1888-1969) ja assenyalaven, l'any 1913, la importància del factor $h\nu/2$ i el relacionaven amb l'energia a $T=0$, cosa que es procurà confirmar experimentalment.

LA RECERCA DE PLANCK SOBRE LA RADIACIÓ

Els primers treballs de Planck ja tractaven de termodinàmica (entropia, termoelectricitat i teoria de les dissolucions diluïdes). El seu treball més important és el que desenvolupà a partir del 1895 sobre la termodinàmica de la radiació i el cos negre. No és aquesta la recerca més preuada de l'època, que encara no donava importància a l'entropia S . Amb el treball de Planck començava una recerca que havia de capgirar la concepció del món físic.

L'establiment de la hipòtesi quàntica per Planck i les conseqüències del seu treball han estat descrits detalladament per T.S. Kuhn (1977). En el discurs pronunciat el 2 juny de 1920, amb motiu de la rebuda del premi Nobel (1918), Planck va esmentar com a antecedents del seu treball, sobre els canvis irreversibles en un camp de radiació, la hipòtesi de Kirchhoff del 1860, conseqüència dels estudis sobre la relació entre emissió i absorció d'energia de Kirchhoff (1859-60), i els estudis (1888-89) sobre l'oscil·lador lineal de H. Hertz (1857-1894). Assenyalava que ell havia iniciat els seus treballs dins el marc de l'electrodinàmica clàssica, on es guiava per l'analogia amb emissors i receptors acústics, tema sobre el qual va publicar entre el 1896 i el 1897, i la comprovació experimental de les mesures d'esmortiment de V.F.K Bjerknes (1862-1951). En un llac, raonava Planck,¹⁰ les onades llargues, amb el temps, deriven a curtes i el moviment macroscòpic organitzat esdevé agitació tèrmica desordenada dels àtoms i les molècules, la calor; en el cas de la radiació, això significava que les ones de longitud d'ona llarga (IR) esdevindrien ones de longitud d'ona curta (UV) i no era aquest el comportament de la radiació, la qual cosa significaria que les ones de gran longitud d'ona (IR) esdevindrien ones de longitud d'ona curta (UV); aquesta deriva cap a radiacions d'alta energia no s'observa pas, sinó que la radiació assoleix un estat estable, d'equilibri, amb una distribució regular de les intensitats de radiació respecte a les longituds d'ona. Incorporà aleshores la termodinàmica als seus raonaments i analitzà la llei de Wien, en una època en la qual no abundaven dades del comportament en la regió IR, amb l'objectiu de trobar una expressió de l'entropia que fos única i demostrés sense dubtes que la tendència a l'equilibri era irreversible. L'argumentació amb un sol ressonador no justificava la irreversibilitat. Kirchhoff inferia que, en equilibri, la relació entre els poders d'emissió i d'absorció d'energia per un cos era una funció de distribució de densitats d'energia que depenia de les freqüències de la radiació i de la temperatura absoluta. Planck, que s'havia interessat per la resposta dels ressonadors als camps electromagnètics (1895-1896), buscava aquesta $u(\lambda, T)$ i aviat s'adonà que "la cinètica de gasos era insuficient per resoldre

¹⁰ "Noves perspectives dels coneixements físics", discurs pronunciat amb motiu de fer-se càrrec del Rectorat de la Universitat de Berlín, 15 d'octubre de 1913.

el problema". Per estudiar la tendència a l'equilibri, imaginava un ressonador en el centre d'una esfera conductor, la cavitat negra, i un camp inicialment lliure. Els primers estudis van ser discutits per Boltzmann (1897), que remarca que les equacions de Maxwell eren invariants respecte al temps, de manera que no es podia deduir la irreversibilitat d'un tractament basat en aquestes equacions. El caràcter irreversible depenia, segons Boltzmann, de la tria de les condicions inicials. Per evitar la polèmica sobre la naturalesa reversible o irreversible de l'absorció i emissió d'energia, polèmica en la qual la posició de Boltzmann era contrària al caràcter irreversible, Planck restringí la proposta al que anomenà *radiació natural* (1897-1898), de manera que evitava els processos *impossibles*, com ara les radiacions que anaven de les parets cap al centre, i utilitzà aquesta noció en treballs posteriors d'una manera que sembla una premonició del desordre molecular que introduirà amb l'estadística. Imaginava el ressonador a partir de la teoria de l'electró de Lorentz, però no l'electró en si, ja que no creia que una partícula de volum finit pogués justificar el comportament continu dels fenòmens macroscòpics de la radiació, sinó l'entorn immediat d'aquest electró que oscil·lava per absorbir energia i per emetre-la. Planck va obtenir una equació diferencial que relacionava la variació d'energia en el ressonador amb la intensitat de la radiació de l'entorn amb la que arribava a l'equilibri. D'aquí extreia una relació entre la densitat d'energia del camp de radiació i l'energia del ressonador, $u_{rad} = (8\pi\nu^2/c^3)U_{res}$. Mitjançant un valor de l'entropia del ressonador, calculava quina havia de ser l'entropia del sistema i deduïa aleshores una funció de les densitats d'energia. Calia que es complís $(\partial^2 S/\partial U^2) < 0$ perquè l'entropia fos màxima a l'equilibri. De bon començament, ja va suposar que l'energia del ressonador havia de dependre de la freqüència i va calcular per a l'entropia l'expressió

$$S = -\frac{U}{a\nu} \left[\ln \frac{U}{b\nu} - 1 \right]$$

on a i b eren constants (a en K·s i b en J·s) que considerava universals. L'entropia havia de ser màxima a l'equilibri i això el menava a una expressió de l'energia del ressonador

$$U_{res} = b\nu e^{-a\nu/T}$$

i de la densitat d'energia de la radiació per a un interval de freqüències

$$u_{rad} = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} U_{res} d\nu$$

amb la qual determinava la irradiació (o flux d'energia per unitat de superfície), definida com a:

$$\mathcal{R}(\nu) d\nu = \frac{c}{4} u_{rad} \text{ J m}^{-2} \text{ s}^{-1}$$

per poder comparar-la amb valors experimentals. La irradiació calculada depenia de λ^{-5} i s'ajustava a l'expressió de Wien. Escrita en forma diferencial era:

$$\frac{2\pi b \nu^3}{c^2} e^{-a\nu/T} d\nu = -\frac{2\pi b c^2}{\lambda^5} e^{-ac/\lambda T} d\lambda$$

que aquí s'expressa tant per a les freqüències com per a les longituds d'ona.¹¹

Quan presentà el treball (1899), Lummer, Paschen i Pringsheim el compararen amb els seus experiments i li comunicaren que la llei Wien presentava divergències a λ llargues (de 12 μm a 18 μm), de manera que només era vàlida per a valors grans de u . Planck modificà el raonament estudiant els canvis d'entropia (les desviacions de l'equilibri) experimentats per un ressonador immers en el camp estacionari d'una radiació l'energia de la qual fos lleugerament superior (1900) i va obtenir una altra vegada l'expressió de Wien, una expressió per a valors petits de u .

Quan se celebrà la reunió de la Societat Alemanya de Física el 19 d'octubre de 1900, Planck ja coneixia els resultats dels experiments que F. Kurlbaum i H. Rubens havien obtingut per a λ grans que hi foren presentats. Per explicar-los, Planck suposà que l'energia de la radiació podia ser directament proporcional a la temperatura, la qual cosa no s'ajustava al plantejament de Wien. Planck es basà en l'estudi de la forma com es comportava el coeficient que relaciona l'entropia i l'energia del ressonador. Va obtenir una nova expressió vàlida per a valors de u grans. Combinant les dues formes, una per a energies baixes i l'altra per a energies altes, ambdues coincidien en una forma comuna que presentà a la reunió:

$$-\frac{b}{\lambda^5} \frac{1}{e^{ac/\lambda T} - 1} d\lambda$$

i que es podia relacionar amb $\varepsilon(\lambda)$. En aquest cas, l'entropia d'un ressonador era

$$S = \frac{a'}{a} \left[\left(\frac{U}{a'\nu} + 1 \right) \ln \left(\frac{U}{a'\nu} + 1 \right) - \frac{U}{a'\nu} \ln \frac{U}{a'\nu} \right]$$

amb una nova constant, a' , expressada en J·s, que pot ser substituïda per b en l'equació i que més tard Planck identificà amb h . El treball va ser publicat el mateix any 1900 i Planck el completà amb nous articles, principalment durant l'any 1901. Experiments de Rubens, Pringsheim i Lummer (també, més tard, l'any 1921, Rubens i G. Michel amb mètodes millors de mesura) confirmaren la validesa d'aquesta formulació.

La figura 2 representa la densitat d'energia en funció de la freqüència per al cos negre a 6000 K d'acord amb l'equació de Planck.

¹¹ En realitat, Planck utilitzava una altra definició per relacionar el flux d'energia i la densitat d'energia, $\mathcal{R}(\nu) = [c/(4\pi)] u_{rad}$, de manera que la seva darrera equació era $-(2c^2 b/\lambda^3) d\lambda$.

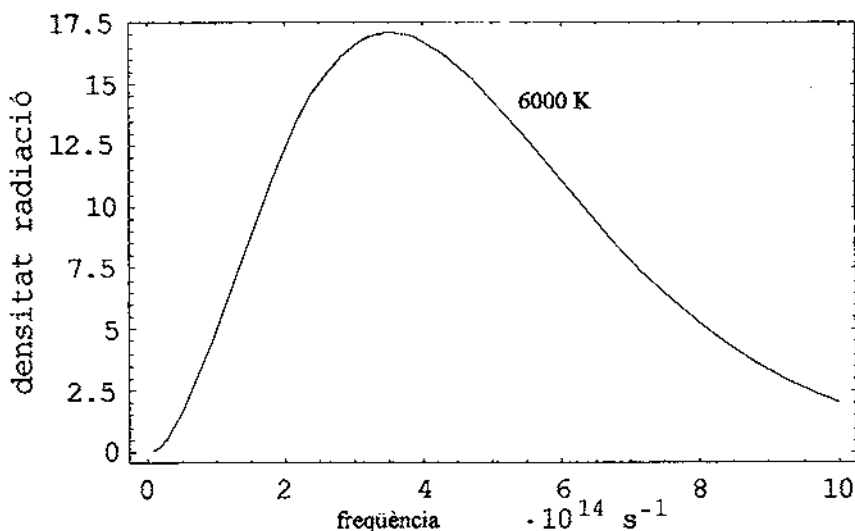


Figura 2. Forma de la distribució de densitat d'energia en funció de la freqüència, entre $0,01 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$ i 10^{15} s^{-1} , a 6.000 K segons l'equació de Planck. Les unitats de la densitat d'energia són $10^{-16} \text{ J} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$. El màxim es troba a prop de $7,5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$. En el cas del Sol, la superfície del qual és a uns 6.800 K, el màxim de la distribució se situa en la regió del visible, al voltant de $6 \cdot 10^{-7} \text{ m}$.

En els primers treballs, no queda clar si el plantejament per a un sol ressonador és el de molts ressonadors; en un cert moment, Planck, amb la introducció de radiació natural, raona per a més d'un ressonador. Cal dir que els ressonadors són només un artifici; la radiació és independent del que la produeix. Cap a l'any 1910, Planck va deixar de parlar de ressonadors, que substituï per oscil·ladors. W. Nernst (1864-1941), que criticà més tard el treball, assenyalava que el raonament exigia tenir més d'un oscil·lador. A més, pot ser que els ressonadors no sintonitzin exactament amb la freqüència de radiació, com remarcaven S.H. Burbury (1902) i Ehrenfest (1905-1906). Per Ehrenfest, el model de Planck equivalia a una cavitat reflectora buida amb un punt que actua com a reflector difús en el centre, ja que els ressonadors fixos no poden alterar la distribució de freqüències de l'energia en el camp de radiació. Ehrenfest, que treballà amb models de ressonadors sense col·lisions cap al 1905, comentava també que els ressonadors esmorteïts són incapaços d'alterar la distribució de l'energia i no poden, per tant, redistribuir-la. Això significa que, al seu parer, no es podia parlar de tendència irreversible a l'equilibri provocada per l'acció dels ressonadors en la cavitat buida. Planck renuncià a l'esmortiment cap al 1911, quan elaborava la seva nova teoria de la radiació del cos negre. Planck no estava tampoc

segur d'haver trobat l'única solució. Si el que tractava de demostrar era una tendència irreversible a l'equilibri, l'expressió que havia obtingut pressuposava l'equilibri, que era el marc de les lleis experimentals en què es basava, com indicà Lorentz uns anys més tard. Planck reconeixia que el màxim d'entropia que havia trobat podia ser un entre altres i no necessàriament el màxim dels màxims. L'any 1919, la llei de Planck encara rebia crítiques, analitzades per Nernst i T. Wulf. I tanmateix, les comprovacions experimentals (H. Rubens i G. Michel) eren favorables a Planck. L'única alternativa d'una certa consideració a l'expressió de Planck va ser l'elaborada, l'any 1905, per Rayleigh i Jeans, encara dins la tradició del continu. La llei que porta els seus noms es basava en el comportament de les ones estacionàries dins una cavitat buida. Com el mateix Planck, Rayleigh i Jeans encara creien, en aquell moment, en l'èter. La llei, compatible amb les nocions d'emissió i absorció clàssiques, s'ajustava a la forma, però no coincidia amb els valors experimentals, hi havia grans discrepàncies (el cos negre podia emetre en la regió del visible a temperatures molt baixes) i ben aviat Jahnke, Rubens i Kurlbaum anunciaren que només era satisfactòria en el límit de coincidència amb Planck. Ehrenfest i Einstein remarcaren el caràcter clàssic de la llei de Rayleigh-Jeans, i Einstein, que en certa manera l'havia anticipada, assenyalà que una energia amb aquella forma d'expressió tendia a un infinit. La llei té una forma simple i, alhora que altres (com les de Wien, Larmor i Lorentz), va ser utilitzada aproximadament fins al 1910, l'any que Jeans acceptà que no era possible la solució contínua.

EL DESORDRE MOLECULAR I L'ARGUMENTACIÓ DE LA LLEI DE PLANCK

Mentrestant, Planck s'havia decidit a introduir el desordre molecular de Boltzmann (un requisit de l'anomenat teorema H) i l'estadística –amb la distribució de Maxwell, com havia fet Boltzmann i que Wien havia generalitzat– en els seus raonaments i acoblar-la a la termodinàmica i a l'electromagnetisme, perquè volia comprovar que la seva entropia, la que havia proposat per al ressonador i amb la qual calculava l'entropia final, era l'entropia termodinàmica i, com ja s'ha dit, no estava segur que hagués provat suficientment que l'expressió de l'entropia fos única i el procés cap a l'equilibri, irreversible. Planck identificà el desordre molecular amb la condició *radiació natural* i canvià el plantejament d'un ressonador a un conjunt de ressonadors. Suposava que la radiació provenia d'oscil·lacions vibratòries dels electrons en certs punts de l'espai. El caràcter del moviment no influeix sobre el resultat i la natura de la radiació. Els ressonadors s'aniran aturant en perdre energia radiada. Però arriba energia de tot arreu i els ressonadors entren en ressonància. Apareix així una distribució de l'energia per a les diverses ν .

Tot i que el procediment no està gaire clar, segons el mateix Kuhn, sembla que Planck va utilitzar l'artifici de distribuir els ressonadors (que imagina com a electrons oscil·lants) en intervals fixos d'energia proporcionals a ν , amb una constant de proporcionalitat que anomenava h . El problema de les mitjanes temporals (una de les crítiques que faria Ehrenfest) havia d'esperar, per quedar ben resolt, els col·lectius de Gibbs (1902). En realitat, Planck només comptava amb algunes distribucions.

Planck encara suposava que existien ressonadors de totes les freqüències i que per a un interval de freqüències el nombre és molt gran. L'equilibri correspondrà a un màxim d'entropia; aleshores, a l'equilibri, l'entropia serà una funció de U/ν . La diferència està en el fet que les energies no seran emeses pels ressonadors en quantitats arbitràries, sinó que les emissions d'energia seran múltiples d'una energia determinada, l'àtom d'energia. Després, Planck dirà que el ressonador absorbeix l'energia en quantitats qualssevol i que l'energia emesa pot presentar tots els valors i no estar restringida. Segons ell, el caràcter discret de l'emissió no afectava la naturalesa de la radiació ni el procés d'absorció i els ressonadors eren continus i no discrets. En treballs posteriors, publicats entre el 1908 i el 1911, Planck, tot i suposar que el procés d'excitació dels ressonadors es feia per quàntums d'energia, encara imaginava que la degradació podia ser contínua; és a dir, l'emissió no era necessàriament quàntica. Creia que, si s'esperava "un període de temps prou llarg, el ressonador emet o absorbeix qualsevol energia" (1908). Entre el 1911 i el 1912, quan tractà d'elaborar una segona teoria, plantejà l'emissió d'energia en quàntums, però suposà l'absorció contínua. Encara tractà de reduir la importància de la discontinuïtat proposant que els ressonadors podien tenir qualsevol energia, encara que l'emetessin en quantitats discretes i segons una certa probabilitat de transició (1913). Però, N. Bohr (1885-1962) i N. Bjerrum (1879-1958), per exemple, quan estudiïn la quàntica dels espectres en la zona del visible i IR, consideraran quantificades tant l'emissió com l'absorció.

Lorentz remarcarà aquest problema de ressonadors amb longituds d'ona inferiors a la que corresponia a la del bescanvi d'energia superior i que no podran interaccionar amb la radiació. Planck no els ha eliminat de la distribució, perquè suposa que els ressonadors poden tenir qualsevol freqüència, tenen una distribució contínua malgrat que en principi només poden emetre quantitats d'energia discretes. Les energies poden sumar-se; les λ , no. Què fa el ressonador que té excés d'energia? Com es comporta el ressonador emissor amb l'excedent d'energia? Això no tindrà una resposta clara fins que la mecànica quàntica estableixi que un oscil·lador només té determinats estats d'energia i els altres són *impossibles*.

L'anomenat *desordre molecular*, però, es va consolidar com a condició ineludible en l'equilibri. Era clar que l'expressió de Planck pressuposava la distribució de Maxwell-Boltzmann. Des del 1901, Planck va haver de renunciar a combinacions que no fossin les de l'equilibri.

En aplicar al conjunt de N ressonadors de probabilitat P la combinatòria corresponent a la distribució de Maxwell, tot condicionant l'energia a certs valors restringits i aplicant el mètode dels multiplicadors indeterminats, va obtenir¹² l'expressió

$$S = Nk \left[\left(\frac{P}{N} + 1 \right) \ln \left(\frac{P}{N} + 1 \right) - \frac{P}{N} \ln \frac{P}{N} \right]$$

¹² El raonament que s'acostuma a aplicar per arribar-hi en l'actualitat és de Lorentz.

molt semblant a la seva; només calia fer $k = a'/a$ i $P/N = U/a'v$. Això el va satisfer; però calia trobar la justificació física.

Amb a i a' , Planck calculà $k = 1,346 \cdot 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$, que Boltzmann (encara el 1905) pensava que era massa petit per poder mesurar-la. Ja quan havia retrobat l'expressió de Wien (1899), Planck calculà també les constants a i b que hi apareixen i que Planck considerava constants naturals (l'any 1901, però, ja no considerava que a fos una constant natural). Va obtenir:

$$b = 6,885 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$$

$$a = 4,818 \cdot 10^{-11} \text{ K}\cdot\text{s}$$

Aquestes a i b les va utilitzar, com a comprovació, per determinar amb altres constants naturals ja conegudes. Per exemple, ho comprovà amb

$$\frac{k}{R} = 1,62 \cdot 10^{-24} = \frac{1}{L}$$

on L era el nombre de J. Loehsmidt (1821-1895), avui anomenat *nombre d'Avogadro* (1776-1856), el valor actual del qual és $N_A = 6,02214199(47) \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

Determinà també el que anomenava *quàntum de càrrega* (e_0), és a dir, la càrrega elemental, a partir del faraday, $e_0 = \mathcal{F}/N_A$. Planck va obtenir $e_0 \approx 4,69 \cdot 10^{-10} \text{ ues}$. Els valors experimentals de e_0 coneguts en temps de Planck (i alguns de posteriors, com ara els de Rutherford i Geiger i Millikan) apareixen a la taula 2. Comparats amb el seu, els valors de l'època eren baixos; més tard, van augmentar.

Taula 2. Valor de la càrrega elemental

Autor o tècnica	e_0
Electrostàtica	$4,69 \cdot 10^{-10} \text{ ues}$
F. Richarz	$1,29 \cdot 10^{-10} \text{ ues}$
J.J. Thomson	$6,5 \cdot 10^{-10} \text{ ues}$
E. Rutherford i H. Geiger	$4,65 \cdot 10^{-10} \text{ ues}$
Millikan (1913)	$4,774 \cdot 10^{-10} \text{ ues}$
Actualment acceptat	$e_0 = 4,8032 \cdot 10^{-10} \text{ ues}$ $e_0 = 1,602176462(63) \cdot 10^{-19} \text{ C}$

($1 \text{ C} \equiv 2,9979 \cdot 10^9 \text{ ues}$)

El valor de e_0 era una de les polèmiques de l'època. Es donaven valors que oscil·laven entre $5 \cdot 10^{-11}$ ues ($1,6 \cdot 10^{-20}$ C) i $1,75 \cdot 10^{-10}$ ues ($0,58 \cdot 10^{-19}$ C). En el discurs del 1920, Planck considerava que les millors mesures eren les de R.A. Millikan (1868-1953) i E. Regener (1913). Millikan utilitzava encara el seu valor del 1913, el preferit, l'any 1924. No obstant això, N. Bohr va utilitzar el valor de Planck, $4,69 \cdot 10^{-10}$ ues, en el seu article del 1913. La predicció del valor de e_0 va atraure l'interès d'E. Rutherford (1871-1937). Recordem que N. Bohr va començar a treballar al laboratori de Rutherford l'any 1912.

Per determinar h , a l'article del desembre del 1900, en el qual calcula el valor de k , Planck va extrapolar per a ν elevades que $h \approx b$ i $h/k = a$. És a dir, havia suposat que la mida de les cel·les d'energia en la distribució de ressonadors era

$$E = a'\nu = h\nu$$

Amb l'extrapolació esmentada, va poder calcular

$$h = 6,55 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$$

(Planck utilitzava erg·s, és a dir, escrivia $h = 6,55 \cdot 10^{-27}$). Avui, el valor acceptat per a la constant és $h = 6,62606876(52) \cdot 10^{-34}$ J·s.

En realitat, davant les propostes de Planck, fins i tot en ell mateix persistia el desig de romandre en el marc de la teoria coneguda, la de l'èter subtil. Nernst, que defensà les idees de Planck, sostenia, l'any 1916, que l'èter lluminós acumulava prou energia perquè, a la temperatura del zero absolut, els elements oscil·lants de matèria tinguessin una energia residual; la de l'èter era d'uns 10^{16} J·cm⁻³, que l'estudi experimental del magnetisme a baixes temperatures confirmava. Planck escrivia a Lorentz (1908) que ell creia en "l'èter continu" i pensava que "la constant h era cosa dels ressonadors". Pensava que, si bé la teoria dels electrons ho havia d'explicar, no hi havia manera de trobar com. Entre el 1900 i el 1903, Lorentz derivà l'expressió de Rayleigh-Jeans del moviment dels electrons lliures en un metall per a longituds d'ona llargues; però cap a finals de la dècada del 1910 reconeixia que només renunciant al principi d'equipartició era possible explicar l'equilibri entre matèria i radiació com l'expressava la llei del cos negre ajustada al comportament experimental. Així, el 1909, Lorentz declarà a Planck que admetia la necessitat de restringir l'energia com ell havia fet i el 1910 anunciava en una conferència que acceptava la discontinuïtat en el bescanvi d'energia (però, altrament, no acceptava les partícules de llum, els fotons, d'Einstein, proposats el 1905). Planck també s'hi avingué el 1909 i va reconèixer la discontinuïtat com a fet real, sense admetre tampoc els fotons, i el 1920 es preguntava quina era la vertadera naturalesa de la llum. La influència de Lorentz (fundador de la teoria dels electrons) en el món de la ciència era molt gran. S'esdevingué aleshores el

canvi de posicions davant la nova teoria i la idea de la discontinuïtat quàntica va ser acceptada a partir del període 1908-1909.

En la correspondència de Planck es troben declaracions que revelen el seu trasbals, com ara quan confessava "odiar la quantificació de l'energia" (carta a Ehrenfest del 1915) o quan descriu la introducció de la hipòtesi de la discontinuïtat com "un acte de desesperació" (carta a R.W. Wood). Són comentaris potser una mica irònics. Al capdavall, hi devia la fama com a científic. Les conferències que Planck pronunciava cap als anys vint, quan la seva hipòtesi ja feia temps que havia entrat als manuals de física, independentment de quins eren els seus sentiments com a persona formada en un determinat marc conceptual resumit en la frase *natura non facit saltus*, retraten una persona satisfeta per la seva aportació científica, encara que hagués de dir que la natura, en realitat, funciona a batzegades. Qualificat de revolucionari que es resistia a la seva pròpia revolució, Planck se sentia incòmode, és clar; però no és menys veritat que, molt humanament, estava content i mostrava ser conscient d'haver aconseguit una mena de teoria atòmica de la radiació, que havia de ser el precedent de la teoria quàntica i que li atorgava un lloc de privilegi en el món de la física del seu temps i la memòria assegurada per al futur.

EL QUÀNTUM ELEMENTAL

Kuhn considera que ja hi treballava, en el marc del tractament estadístic, des del 1898, dos anys abans de presentar-ne el resultat, i opina que les derivacions més clares són del 1906 i el 1913, passant per Lorentz més semblant a Boltzmann. Einstein (1916) va obtenir la llei de Planck amb un plantejament original i Peter Debye (1884-1966) l'aconseguí quantificant els modes de vibració del camp electromagnètic, sense oscil·ladors.

Una de les coses que més va sorprendre Planck van ser les unitats de h , J·s. h tenia les dimensions de l'acció, ML^2T^{-1} . Aquestes unitats literalment l'enlluernaren, a ell i Thiesen. Ho anomenà el *quàntum elemental d'acció*. En una conferència pronunciada a Königsberg (Kaliningrad), Planck¹³ remarcava la importància del principi d'acció mínima. Potser va creure que havia ensopegat amb un principi fonamental de la física, ocult rere la constant, un principi equivalent, en el seu sentit profund, a principis com el del mínim esforç o el camí mínim. La h , n'estava convençut, relacionava dinàmica i cinemàtica. El significat físic de h l'obsessionava. Esperava una resposta de l'electrodinàmica, una resposta que solucionés la relació entre electromagnetisme de Maxwell i les partícules, una explicació que, segons ell mateix, estava en electrons. Certament, la constant havia de contribuir a la fi del saber clàssic en totes les branques del coneixement. No era encara una teoria quàntica de la matèria i la radiació, però les polèmiques sobre quàntums específics, els èxits de la hipòtesi de la discontinuïtat aplicada a diversos camps i, també, l'ambient social que va viure Alemanya després

¹³ La posició de la nova física davant la concepció de la natura, conferència pronunciada el 23 de setembre de 1910.

de la Primera Guerra Mundial van ajudar a fer-se a la idea dels quàntums. Planck ja va advertir que el caràcter discret del bescanvi d'energia significava una ruptura amb la teoria clàssica i es preguntava, l'any 1910, si calia abandonar la validesa universal de les equacions de W.R. Hamilton (1805-1865). Ell mateix explicava que va tractar d'incorporar la constant h al marc de la teoria clàssica, probablement fent-la tendir a zero, i que no hi va reeixir. El valor de la constant, $h = 6,62 \cdot 10^{-27}$ erg·s, figura avui gravat a la base de la tomba de Planck (Göttingen).

Per entendre Planck, considerem per un moment les equacions de Hamilton. Per a un sistema amb n graus de llibertat, les equacions del moviment poden escriure's

$$\frac{\partial H}{\partial p_i} = \dot{q}_i \qquad \frac{\partial H}{\partial q_i} = -\dot{p}_i \qquad \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial L}{\partial t}$$

on q i p són, respectivament, les coordenades i els moments generalitzats i el punt representa la derivada respecte al temps; $L = T(\dot{q}) - V(q, t)$ és la lagrangiana (definida mitjançant l'energia cinètica, T , i la potencial, V) i $H = \sum (\dot{q}_i dp_i - \dot{p}_i dq_i) - (\partial L / \partial t) dt$ és la hamiltoniana. Les equacions formen un conjunt elegant i compacte, de manera que per a un científic, a més de la seva utilitat i riquesa, poden ser motiu d'emoció estètica. No és negligible aquest efecte. Recordem que un dels motius adduïts per Einstein per introduir la relativitat restringida va ser una aparent asimetria en les equacions de Maxwell. D'alguna manera, dubtar de les equacions de Hamilton representava que l'edifici de la lògica científica trontollava. A més, remarquem en les equacions la importància de moments i coordenades. Les dimensions del producte pq són ML^2T^{-1} , les de la constant h . En realitat, les equacions de Hamilton no van córrer perill, ans al contrari. Poden ser un dels punts de partida per establir el formalisme de la mecànica quàntica que havia de néixer uns vint anys més tard.

Sembla que Planck, originalment, va fer que els elements d'energia que havia de distribuir per aplicar la combinatòria fossin quantitats finites, fixes, proporcionals a les freqüències mitjançant la constant natural h . Segons Boltzmann, la combinació, perquè fos del tipus de Maxwell, requeria una dependència lineal de ν (concretament, Boltzmann va dir que els paquets d'energia havien de ser proporcionals a $(E_{molecular})^{1/2}$). A més a més, al principi Planck no considerava totes les energies ni quedava clar com arribava a un màxim per determinar la distribució més probable.

La qüestió de la hipòtesi dels valors discrets de l'energia va ser desenvolupada en treballs publicats entre el 1901 i el 1906. En els treballs publicats l'any 1906, Planck imaginava l'electró oscil·lant en uns estats d'energia total E_n no continus. Els estats intermedis eren impossibles. El canvi d'energia es produïa en passar d'un estat a l'altre

$$\Delta E = E_i - E_n$$

i si $E_i < E_n$, ΔE era l'energia emesa. Si suposem els estats múltiples d'un valor elemental $E_n = n\varepsilon$ en progressió aritmètica $\Delta E = (i - n)$.

Sigui un punt material de massa m animat de moviments vibratoris harmònics (l'electró en cas de Planck). L'equació del moviment és $x = A \sin 2\pi\nu t$, on A és l'amplitud.

La velocitat serà $v = \frac{dx}{dt} = 2\pi\nu A \cos 2\pi\nu t$.

Quan $t = 0$, $v_0 = 2\pi\nu A$. Llavors, l'energia cinètica és

$$E = \frac{1}{2} m v_0^2 = 2m\pi^2\nu^2 A^2$$

Per Planck, $E_n = n\varepsilon$, amb $\varepsilon = h\nu$ i també $E_n = 2m\pi^2\nu^2 A_n^2$.

Aleshores, $E_n = 2m\pi^2\nu^2 A_n^2 = nh\nu$, de manera que obtenim

$$2m\pi^2\nu A_n^2 = nh \qquad A_n^2 = \frac{nh}{2m\pi^2\nu}$$

Per al cos oscil·lant, $p = mv = m \frac{dx}{dt} = 2\pi m A \nu \cos 2\pi\nu t$.

Quan $t = 0$, $p_0 = 2\pi m A \nu$

Per consegüent, $p = p_0 \cos 2\pi\nu t$.

És a dir, amb les dues expressions podem fer $\left(\frac{x}{A}\right)^2 + \left(\frac{p}{p_0}\right)^2 = 1$.

Si representem els punts (x, p) , obtenim una el·lipse amb els semieixos A i p_0 . En l'oscil·lació, m descriu una el·lipse en aquest pla i l'estat de la partícula correspondrà al punt (x, p) en un instant t . La posició del punt variarà amb l'estat del sistema. Cada vegada que m descriu una oscil·lació completa, retorna a la posició inicial i la corba és tancada. L'àrea és $\pi A p_0$, és a dir, $S = \pi A p_0 = 2\pi^2 m A^2 \nu$. Ja que $E = 2m\pi^2\nu^2 A^2$, $S = \frac{E}{\nu}$. L'àrea és, per tant, una mesura de l'energia d'oscil·lació. Per a una ν constant s'obtenen infinites el·lipses amb una relació entre eixos $p_0/A = 2\pi\nu m$. S'obtenen famílies d'el·lipses cadascuna de les quals correspon a un estat.

Planck considerarà que només eren possibles les el·lipses que la diferència d'àrees successives fos h

$$S_n - S_{n-1} = h$$

Si fem que l'àrea de la primera el·lipse sigui $S_1 = h$, llavors $S_n = nh$, de manera que

$$S_n = 2\pi^2 m A_n^2 \nu = nh$$

que permet obtenir totes les amplituds possibles. Aleshores, atesa la relació entre energia i superfície, $E_n = nh\nu$.

La condició de l'àrea es pot escriure $\iint dp dx = h$

que s'integra per a la superfície anular entre dues el·lipses.

Això, segons Planck, es complirà per a qualsevol sistema mecànic periòdic d'un sol grau de

llibertat. El moviment tindrà una variable generalitzada $q(t)$; amb $p = \frac{dE}{d(dq/dt)}$ comporta que només siguin possibles estats per als quals $\int p_n dq = nh$.

Aquest n , que només pot prendre valors enters (0, 1, 2, 3...), és un nombre quàntic. A. Sommerfeld (1868-1951) va estendre la condició a dos graus de llibertat, amb dos nombres quàntics. L'any 1914, la hipòtesi de les adiabàtiques d'Ehrenfest (1914) —també estudiades per I.A. Kroutkof (1921)—, mitjançant la conclusió que la integral de menor acció estesa a un període complet és una invariant adiabàtica, establia que si sotmetem un sistema a un procés adiabàtic reversible partint d'un dels estats possibles (que satisfà les condicions quàntiques), el sistema passa a un nou estat també possible. Una relació semblant serà utilitzada per W. Wilson (1875-1965) i J. Ishiwara (1881-1947).

Si Planck utilitzava h com a artifici de càlcul, potser esperava poder eliminar-lo en el límit i fer $h \rightarrow 0$. En efecte, mitjançant el desenvolupant en sèrie de Taylor,

$$-1 + e^{h\nu/kT} \approx -1 + 1 + \frac{h\nu}{kT} + \frac{1}{2} \left(\frac{h\nu}{kT} \right)^2 + \dots$$

el terme que conté l'exponencial s'anul·la quan $h \rightarrow 0$; però aleshores la llei adquireix la forma d'una expressió lineal amb T , que ja sabem que no s'ajustava al comportament de la radiació.

En un temps que ja començava a acceptar una nova concepció de les partícules com a components fonamentals de la matèria, s'especulava amb la naturalesa del quàntum. Lorentz assenyalava la particularitat de les *unitats d'energia* fonamentals (1903) i adoptà els quàntums designant-los com a aquelles "partícules que Planck anomena ressonadors i que bescanvien energia en quantitats finites determinades". Cap al 1911, Planck preveia que els quàntums havien de canviar les equacions aplicables als àtoms. Wilhelm Wien (premi Nobel de física pels treballs sobre el cos negre), que ocupava una posició de privilegi dins la ciència oficial alemanya (editor en cap des del 1907 dels *Annalen der Physik*) sostenia que la matèria i la radiació bescanvien energia en quàntums i aplicava l'expressió $h\nu$ als seus estudis sobre els raigs X i la ionització atòmica; també anunciava que segurament era aplicable als espectres.

L'ordre de magnitud del càlcul de Planck, $h \approx 6 \cdot 10^{-34}$ J s, va ser confirmat amb noves mesures per J. Franck (1882-1964) i G. Hertz (1887-1975) —amb mesures del potencial de ressonància (la velocitat crítica d'electró per provocar emissió de llum per col·lisió amb un àtom neutre) (1914)—, D.L. Webster i E. Wagner —mitjançant l'excitació de radiació característica d'espectres de raigs X (descoberta per C.G. Barkla)— i per Lenard (1902), R. Ladenburg (1907 i 1920) i Millikan (1916), a partir de l'efecte fotoelèctric. Wagner (1918) i Ladenburg (1920) van obtenir $h = 6'54 \cdot 10^{-34}$ J·s.

El gran canvi s'esdevingué al voltant del 1910. Quan començà a treballar en la seva segona teoria (1910-26), Planck ja parlava d'oscil·ladors (1910) i no de ressonadors, i de quàntums d'energia $h\nu$ (1909). El 1911 començaren a incrementar-se els treballs presentats a congressos que aplicaven h a altres camps. L'any 1923, Planck, en la reedició de la seva obra, utilitzava ja amb normalitat la terminologia de l'energia quantificada. Un any abans s'havia fet l'experiment Stern-Gerlach sobre l'spin de l'electró. En una conferència impartida a Düsseldorf el 14 febrer de 1926, una conferència en la qual exposà també la necessitat de la metafísica, ja podia Planck esmentar la mecànica quàntica de Heisenberg, Born i Jordan com una teoria de la qual la seva havia estat preludi i explicitava que la quàntica no és física clàssica. No obstant això, Planck reconeixia que hi havia hagut molta resistència a acceptar la quàntica (però l'acollida canvià ràpidament) i que el model de Bohr té coses per justificar, però que els càlculs són favorables al nou model, que tenia, entre els seus postulats, la regla d'Ehrenfest per al moment cinètic orbital i l'equació de Planck Einstein per a l'emissió i l'absorció d'energia. I des del 1913 Jeans s'havia convertit en la seva veu entre els científics de llengua anglosaxona.

LA CONTRIBUTIÓ D'EINSTEIN

Einstein, que ja havia assenyalat la importància de la naturalesa discreta de l'emissió d'energia (1906), va derivar la llei de Planck amb un plantejament propi. Einstein (1916) va relacionar l'emissió i absorció d'energia per la matèria en passar d'un estat energètic a un altre mitjançant l'equació

$$p_n e^{-E_n/kT} B_m^n \rho = p_m e^{-E_m/kT} (B_m^n \rho + A_m^n)$$

on p_n i p_m és el pes estadístic dels estats n i m , respectivament; A_m^n s'interpreta com la probabilitat del salt espontani de l'estat m a l'estat n ; B_m^n la probabilitat del salt de m a n induït per la radiació i B_n^m la de salt de n a m , també induït per la radiació, que té una densitat ρ . De l'expressió anterior, Einstein, comparant-la amb la de Wien, $\rho = b'v^3 e^{-h\nu/kT}$, vàlida per a ν/T baixes i baixes intensitats (és a dir, quan la densitat de fotons és baixa), retrobà la de Planck

$$\rho = \frac{A_m^n / B_m^n}{e^{(E_m - E_n)/kT} - 1} = \frac{b'v^3}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

Per tant, remarcava Einstein, l'equació de Planck només tenia sentit si les energies dels estats m i n estaven restringides de manera que $E_m - E_n = h\nu$.

L'aportació d'Einstein als fonaments de la quàntica és essencial. A més a més del treball que s'acaba d'esmentar, la seva explicació de l'efecte fotoelèctric (1905) va proporcionar un mètode pràctic per calcular el valor de h a partir dels experiments. Einstein va ampliar la hipòtesi de la quantització de l'emissió a l'absorció d'energia i, en introduir les partícules de llum, els fotons, va establir de fet que l'energia no només interaccionava amb la matèria —era emesa i absorbida— en forma discreta, sinó que també existia en forma discreta. Les seves partícules de llum, que implicaven una naturalesa doble de la llum, ona i partícula, no van ser tampoc acceptades amb facilitat. Ni Planck ni Lorentz no hi creien. Amb una perspectiva més agosarada que la de Planck, Einstein, que havia fet alguna crítica a l'aplicació de l'estadística de Maxwell als resonadors elementals, remarcava que la nova teoria de la radiació suggeria que calia trencar amb la tradició, ja que l'expressió de Planck era incompatible amb principis teòrics fonamentals de la teoria clàssica, com ara el principi d'equipartició.

Una nova generació va contribuir a la solució del conflicte continu-discontinu, una generació posterior a la de Planck, nascuda uns vint-i-cinc anys després, durant l'últim quart del segle XIX, o amb la teoria, començat el segle XX. Una generació que tenia persones com A. Einstein, N. Bohr, M. Born (1882-1970), P. Jordan (1902-1980), W. Heisenberg (1901-1976), L. de Broglie (1892-1987), E. Schrödinger (1887-1961), P.A.M. Dirac (1902-1984), A. Sommerfeld, C. Schaeffer (1878-1968) i W. Pauli (1900-1958). Molts d'ells són esmentats ja per Planck en el seu discurs de Nobel, l'any 1920, i molts van ser guardonats posteriorment amb el premi Nobel per

temes que necessitaven la constant h . No tots, abans de Planck, van ser guardonats pel cos negre o per estudis sobre la radiació; no tots, tampoc, després de Planck van rebre el premi per temes relacionats amb la constant h (i, això no obstant, Nernst, que va ser guardonat pels seus treballs de termoquímica, esmenta l'ajut de Planck en el seu discurs de premiat); però en tot cas el seu treball no hauria estat el mateix sense l'aportació de Planck. Va ser una generació que va trobar-se en unes circumstàncies diferents per fer propostes que obrien la porta a una transformació total de la concepció de la naturalesa de la matèria i de la radiació i que disposà del suport dels seus antecessors científics, Planck, evidentment, i els que, com Lorentz, Wien o Nernst, eren de la seva generació i li donaren suport.

Taula 3. Premis Nobel esmentats en aquest treball

Nom	Any del guardó
H.A. Lorentz (1853-1928)	Premi Nobel de física 1902
S. Arrhenius (1859-1927)	Premi Nobel de química 1903
J.W.S Rayleigh (1842-1919)	Premi Nobel de física 1904
J.J. Thomson (1856-1940)	Premi Nobel de física 1906
E. Rutherford (1871-1937)	Premi Nobel de química 1908
G. Marconi (1874-1937)	Premi Nobel de física 1909
W. Ostwald (1853-1932)	Premi Nobel de química 1909
Wilhelm Wien (1864-1928)	Premi Nobel de física 1911
Max von Laue (1879-1960)	Premi Nobel de física 1914
M. Planck (1858-1947)	Premi Nobel de física 1918
J. Stark (1874-1917)	Premi Nobel de física 1919
W. Nernst (1864-1941)	Premi Nobel de química 1920
A. Einstein (1879-1955)	Premi Nobel de física 1921
N. Bohr (1885-1962)	Premi Nobel de física 1922
R.A. Millikan (1868-1953)	Premi Nobel de física 1923
M. Siegbahn (1886-1978)	Premi Nobel de física 1924
J. Franck (1882-1964)	Premi Nobel de física 1925
G. Hertz (1887-1975)	Premi Nobel de física 1925
L. De Broglie (1892-1987)	Premi Nobel de física 1929

W. Heisenberg (1901-1976)	Premi Nobel de física 1932
E. Schrödinger (1887-1961)	Premi Nobel de física 1933
P.A.M. Dirac (1902-1984)	Premi Nobel de física 1933
Peter Debye (1884-1966)	Premi Nobel de química 1936
O. Stern (1888-1969)	Premi Nobel de física 1943
W. Pauli (1900-1958)	Premi Nobel de física 1945
M. Born (1882-1970)	Premi Nobel de física 1954

APLICACIONS

Planck va preveure que la seva teoria podia trobar aplicació en l'estudi de l'energia d'emissió radioactiva, en la interacció de ressonadors amb electrons lliures, en la fotoemissió d'electrons i en l'explicació dels espectres atòmics.

En el discurs del Nobel del 2 de juny de 1920, Planck esmentava ja com a aplicacions de la seva teoria del quàntum d'energia l'ús que va fer Einstein del quàntum d'energia en els seus estudis de la regla de Stokes de la radiació fluorescent, de l'emissió fotoelèctrica d'electrons i de la fotoionització dels gasos (1905) i de la calor específica dels sòlids (1907). Després dels treballs de Nernst a baixes temperatures (1906-09), que el menaren a elaborar l'anomenat *teorema de la calor* (el tercer principi de la termodinàmica clàssica), els sòlids també van ser estudiats, basant-se en la quantificació, per Born i T. von Kármán, que consideraren diferents oscil·lacions (1913), i P. Debye (1912). A. Eucken (1912), tot atenent una proposta de Nernst (1912), mesurà l'efecte del quàntum en les energies de rotació del H_2 . També aplicaren Planck en càlculs i mesures de rotacions Einstein, O. Stern (1888-1969), P. Ehrenfest; N. Bjerrum, E. von Bahr, H. Rubens, G. Hettner i altres. E. Warburg, a partir del 1911, l'aplicà a les reaccions fotoquímiques. L'aplicació que en va fer Bohr (1913) a l'espectre de l'àtom d'hidrogen (sèrie espectral de Balmer) i la seva teoria atòmica de l'hidrogen i l'heli (1915) són fonamentals en el camí cap a la física i la química quàntiques. Haas (1911) i J.J. Thomson (1856-1940) l'aplicaren als àtoms. Les aplicacions als espectres eren ja nombroses l'any 1920: Ritz l'aplicà als espectres òptic i de raigs X, Sommerfeld a l'estructura fina dels espectres (1916), P. Epstein a l'efecte Stark (1916), Debye (1917) a la sèrie K de M. Siegbahn (1886-1978). Wien se'n va servir per estudiar els raigs X provocats per electrons; J. Stark (1874-1917) per calcular la longitud d'ona intrínseca de l'electró estacionari. Entre les aplicacions relacionades amb càlculs d'entropia, Planck esmentava les de Wien (ratlla H_β), O. Sackur (1913), O. Stern i H. Tetrode (1915). També hi havia aplicacions de caràcter estrictament teòric, com les que van fer H. Poincaré (1854-1912) els darrers anys de la seva vida (teorema de 1911), Sommerfeld i Ehrenfest (del qual esmenta la hipòtesi de les adiabàtiques del 1916).

EPÍLEG

*You shall no longer take things at second
or third hand nor look through the eyes of
the dead nor feed on spectres in books.*

Walt Whitman, *Song of Myself*.

A banda de l'intent de presentar la qüestió de la radiació del cos negre en un conjunt d'aspectes diferents, pel que fa a la naturalesa del problema, als motius de l'interès per aquesta radiació, com es podia fer l'experimentació pràctica, quin era el fonament termodinàmic, com s'enfocava la justificació de les lleis experimentals i s'explicava el comportament de la radiació i quines n'eren les conseqüències, cal, per completar el treball, fer una reflexió que completi el panorama en un darrer aspecte i que suggereixi lectures que vagin encara més enllà.

Just a tombants del canvi de segle, en acabar-se el XIX i començar el XX, entre els anys 1900 i 1901, Max Planck va introduir públicament una idea que havia de ser essencial en la polèmica entre els atomistes i els partidaris del continu. Els uns es basaven en objectes que tenien unes poques propietats definides; els altres, en funcions que variaven de manera progressiva en el temps i en l'espai i que, en principi, tenien valors definibles a temps i distàncies infinits, on podien tendir a anul·lar-se. Fins i tot les matemàtiques que utilitzaven eren oposades. Les partícules implicaven que hi havia un límit a les successives divisions de la matèria i, en darrera instància, que en la matèria existia el buit entre les partícules; la funció per descriure aquest sistema només podia tenir els valors 0 i 1. Els partidaris de les teories de camp —que podien gaudir d'èxits incontestables, com l'electromagnetisme i el camp gravitacional— utilitzaven les equacions diferencials per tractar les seves funcions. Les lògiques aplicades pels uns i els altres estaven en contradicció. Els àtoms eren invisibles i calia inferir com eren a partir de la mesura de propietats que havien estat definides macroscòpicament. La teoria atòmica era, al capdavant, una forma de platonisme. La realitat no era directament perceptible, sinó que s'havia d'inferir a partir de les observacions. La línia de pensament predominant en el món acadèmic tractava amb duresa el convers, com els habitants de la caverna el company que havia visitat el món de la llum exterior. Altrament, els camps eren perceptibles, mesurables, descriptibles; disposaven de lleis ben conegudes i permetien càlculs que responien completament, sense necessitat de fer suposicions addicionals, a les exigències de la ciència; a més a més, les aplicacions tecnològiques de l'electricitat o del vapor havien demostrat a bastament que també eren socialment útils i que no necessitaven excessos teòrics. Podem dir, simplificant una mica, que eren la forma que havia adquirit l'aristotelisme en l'era contemporània. És cert que un autor de les dimensions de I. Newton (1643-1727) imaginava la llum formada per partícules; però la teoria ondulatoria gaudia d'una acceptació pràcticament absoluta. Mentrestant, els àtoms semblaven haver passat al camp dels químics, després que A.L. Lavoisier (1743-1794) elaborés la definició correcta d'element (1789) i J. Dalton (1766-1844)

relacionés àtoms i elements i formulés un model de composició atòmica de compostos. Malgrat les contradiccions que comportava, la teoria atòmica trobava entre els químics un auditori favorable. Assenyalem que va ser durant un congrés de Kalsruhe, el del 1860 –uns 50 anys abans que Planck hi rebés, també a Kalsruhe (1911), un reconeixement definitiu– on S. Cannizzaro (1826-1910) va aconseguir fer acceptable la proposta d’A. Avogadro (1776-1856) sobre el nombre de partícules que contenia un volum determinat de qualsevol gas en les mateixes condicions de pressió i de temperatura.

Planck utilitzà el tractament que lligava les propietats discretes i microscòpiques amb les mesures contínues i macroscòpiques; una idea que mitjançant Boltzmann podia utilitzar-se per interpretar una mesura com la pressió, per exemple, en funció de la velocitat de les partícules (en aquest cas, el producte mv) o per relacionar la temperatura amb l’energia cinètica de les partícules. Planck la va utilitzar per interpretar la interacció entre matèria i radiació. Si es podia treballar amb la radiació com si fos un gas, parlar de temperatura i pressió de la radiació, obtenir fins i tot una equació d’estat de la radiació ($3P = bT^4$), el pas següent era concebre la radiació formada també per partícules i relacionant-se amb la matèria en quantitats discretes. No va ser aquest encara el que Planck va fer. Ell imaginà oscil·ladors, electrons vibrants, que interaccionaven amb la radiació. Calia esperar Einstein, que va aportar els elements necessaris per a una solució conjunta. Era una altra època. Einstein va obrir el pas a una lògica dual, la concepció de radiació i matèria que combina la unitat i la dualitat i aplica les matemàtiques del continu al discontinu. Una concepció fructífera, avui vigent, sense competidors seriosos i que ha anat adquirint les característiques de la teoria definitiva que no conté variables ocultes. Einstein, com abans Planck, va quedar sorprès pel món que va desvelar. La relativitat ja havia fet caure la simultaneïtat d’observacions entre observadors en moviment a diferents velocitats. L’indeterminisme que va generar la teoria que començava amb la constant h i els fotons tombà l’enuciat més dur de la causalitat. Com Planck, influït per la seva formació i, potser, condicionat per les idees que veia créixer a l’Alemanya dels anys trenta, ell també va reaccionar oposant-s’hi amoïnats per les conseqüències dels seus propis treballs.

Bibliografia

- Planck, M., *Autobiografía científica y últimos escritos*. Nivola. Madrid, 2000.
 Planck, M., *El coneixement del món físic*. Edicions 62. Barcelona, 1969.
 Kuhn, T. S., *La teoria del cuerpo negro y la discontinuidad cuántica, 1894-1912*, Alianza Ed. Madrid, 1978. L’original va ser publicat el 1977.
 Chwolson, O. D., *Tratado de física*, vol. III (*Acústica. Energía radiante*), XIII (*Teoría de los quanta y estructura del átomo*), XV (*Naturaleza de la luz según la teoría de los quanta*). Feliu y Susanna Ed. Barcelona, 1916-1925.
Nobel Lectures in Physics (1901-1921). World Scientific, Londres, 1998.

El discurs de M. Planck en rebre el guardó es pot trobar també a:

<http://www.nobel.se/physics/laureates/1918/planck-bio.html>

Anderson, E. E., *Modern Physics and Quantum Mechanics*. W.B. Saunders. Filadèlfia, 1971.

Born, M., Wolf, E., *Principles of Optics*. Cambridge UP. Cambridge, 1964.

Fowles, G. R., *Introduction to Modern Optics*. Dover. Nova York, 1968.

Heisenberg, W., *The Physical Principles of the Quantum Theory*. Dover. Nova York, 1930.

Slater, J. C., *Introduction to Chemical Physics*. McGraw-Hill. Nova York, 1939.

Slater, J. C., *Quantum Theory of Matter*. McGraw-Hill. Nova York, 1968.

Slater, J. C., *Quantum Theory of Atomic Structure I*. McGraw-Hill. Nova York, 1960.

Van der Waerden, B. L. (ed.), *Sources of Quantum Mechanics*. Dover. Nova York, 1968.

Exposició virtual sobre Max Planck:

<http://www.max-planck.mpg.de>