

# tres exemples de complexitat a geociència

Álvaro Corral<sup>1,2</sup>, Cristina Masoller<sup>3</sup>, Antonio Turiel<sup>4</sup>

<sup>1</sup> Centre de Recerca Matemàtica, Edifici C, Campus de Bellaterra, Universitat Autònoma de Barcelona

<sup>2</sup> Departament de Matemàtiques, Facultat de Ciències, Universitat Autònoma de Barcelona

<sup>3</sup> Departament de Física, Universitat Politècnica de Catalunya, Terrassa

<sup>4</sup> Institut de Ciències del Mar – CSIC. Barcelona

## RESUM

*La Terra, el nostre planeta, és un sistema d'una complexitat enorme. Geofísics, geoquímics, geòlegs, oceanògrafs, hidròlegs, meteoròlegs, climatòlegs, ecòlegs, etc., fa molt de temps que lluiten contra aquesta complexitat. En els darrers anys la ciència dels sistemes complexos està oferint noves perspectives per entendre millor el sistema Terra. En aquest article considerem tres exemples: la grandària dels desastres naturals, els senyals multifractals i les xarxes climàtiques.*

Doi: <http://dx.doi.org/10.2436/20.2001.01.8>

## 1 Desastres naturals a totes les escales

La teoria de la criticitat autoorganitzada va ser proposada als anys vuitanta del segle xx dintre de la física de la matèria condensada per intentar explicar diversos fenòmens complexos com ara l'anomenat *soroll 1/f* o les ones de densitat de càrrega. Aviat es va veure que aquesta teoria era més indicada en realitat com a metàfora de diversos processos catastròfics, com per exemple els terratrèmols o l'extinció de les espècies [1].

Considerem l'energia radiada pels terratrèmols. Un de magnitud 6 té associada una energia similar a la de la bomba d'Hiroshima, mentre que un de magnitud 8 radia una energia 1000 vegades més gran. Un hipotètic megaterratrèmol de magnitud 10 seria  $10^6$  vegades més energètic que un de magnitud 6. Si en una certa zona fem l'estadística del nombre de terratrèmols en funció de la seva energia, obtenim que, afortunadament, n'hi ha molts de petits i pocs de grans. En concret, la densitat de probabilitat de l'energia  $f(E)$  segueix la llei de Gutenberg-Richter [2],

$$f(E) \propto \frac{1}{E^\beta},$$

és a dir, la probabilitat  $f(E)dE$  que un terratrèmol tingui energia a l'interval entre  $E$  i  $E+dE$  és una llei de potències (inversa) de l'energia, amb un exponent universal  $\beta$  proper a 1,7 o  $5/3$  —vegeu la figura 1 (el símbol  $\alpha$  a l'equació indica proporcionalitat).

Aquestes distribucions són molt diferents de les distribucions habituals, com per exemple la coneguda *campana de Gauss*, que es caracteritza per un valor mitjà i unes certes fluctuacions al voltant d'aquest, quantifi-

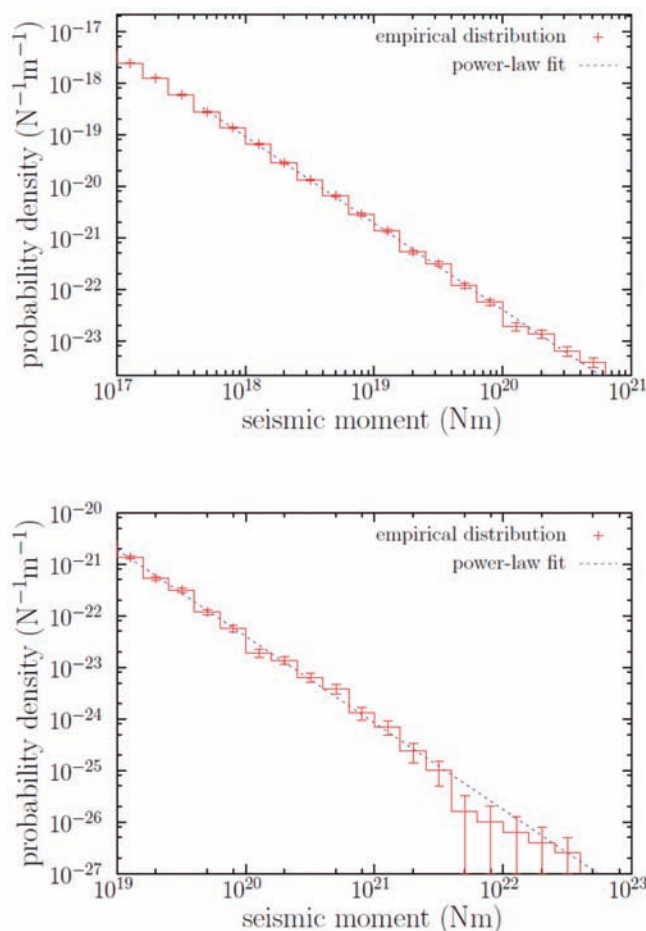


Figura 1: Densitat de probabilitat del moment sísmic (que és proporcional a l'energia) dels terratrèmols a tot el món, mostrada a dues escales diferents per il·lustrar la invariància d'escala.

caudes per la desviació típica. En canvi, una llei de potències amb un exponent entre 1 i 2 no és que tingui unes fluctuacions enormes, perquè la desviació típica és infinita, sinó que el valor mitjà és també infinit. Encara que aquestes distribucions semblin molt contraintuïtives, la teoria de la probabilitat té eines ben establertes per entendre-les [3].

Una altra propietat estranya de les lleis de potència és la invariància d'escala. Si presentem a un físic nuclear una gràfica de la desintegració del  $^{210}\text{Bi}$  en funció del temps, però sense posar unitats als eixos, la podrà completar immediatament perquè sabrà que l'escala característica de la desintegració (la semivida) és de 5 dies. En canvi, si donem a un sismòleg expert la gràfica de la llei de Gutenberg-Richter sense unitats, el sismòleg no serà capaç de posar la informació que falta (vegeu la figura 1). Les lleis de potència són les úniques funcions (d'una variable) invariants sota transformacions d'escala [2], i això vol dir que l'energia dels terratrèmols no presenta cap escala característica, cosa que fins ara es considerava molt inusual per a un procés físic. Els objectes fractals tampoc presenten escales característiques i per tant són descrits també per lleis de potències.

Com es pot trobar una teoria per explicar una llei tan peculiar com la de Gutenberg-Richter? Una característica dels sistemes complexos és que eludeixen la modelització detallada, precisament per la seva complexitat. Així, els models han de ser més conceptuals que detallats. Podem considerar que un terratrèmol comença amb una fractura a una regió molt petita, elemental, d'una falla. Aquesta fractura es propagarà o no a les regions veïnes d'una manera aleatòria; a una regió només amb probabilitat  $p_1$ , a dues regions amb probabilitat  $p_2$ , a tres amb  $p_3$ , etc., i a cap amb  $p_0$ . Si la fractura es propaga, a aquestes noves regions se'ls aplica la mateixa regla aleatòria, amb independència del que hagi passat abans [2].

Aquest algorisme tan simple no és res més que el procés de ramificació de Galton i Watson, que té una història gloriosa a la teoria dels processos estocàstics, havent estat descobert i redescobert per a l'estudi de l'extinció de les famílies aristocràtiques o per a la investigació de les reaccions nuclears a les primeres bombes atòmiques. El resultat és que el model presenta una transició de fase en funció únicament del valor mitjà de la distribució del «nombre de fills». Si aquest és més petit que 1, el procés (la població) s'extingeix més o menys aviat, i la distribució del nombre total d'elements (individus, o regions que es fracturen) decau ràpidament (exponencialment), cosa que és incompatible amb la llei de Gutenberg-Richter. Si la mitjana del nombre de fills és més gran que 1, llavors el procés té una tendència al creixement maltusià, és a dir, a l'increment exponencial, que tampoc s'adapta al comportament dels terratrè-

mols. Però si la mitjana del nombre de fills és exactament 1 —i només en aquest cas crític—, llavors sí que es recupera una llei de potències.

De tota manera, cal una justificació al fet que els terratrèmols estiguin precisament al «punt crític» del procés de ramificació. Aquest encert no pot ser degut a la casualitat. La idea de la criticitat autoorganitzada proporciona una explicació molt enginyosa [1]. Cada petita regió d'una falla acumula energia. Quan està per sobre d'un llindar és quan es fractura i s'allibera energia a les regions veïnes, que també poden fracturar-se depenent de si l'energia que reben les fa traspasar el llindar.

Si, de mitjana, l'energia del sistema és prou baixa, els veïns tenen tendència a absorbir aquesta energia i la fractura no es propaga gaire; llavors l'energia del sistema només augmenta per acció d'un «input extern» (en aquest cas el moviment de les plaques tectòniques, que incrementa molt lentament la tensió a les falles). Si, al contrari, l'energia del sistema és prou alta, els veïns tenen una tendència més gran a fracturar-se i la fractura es propaga —en alguns casos arriba a les fronteres de la falla, on l'energia surt—, cosa que en fa disminuir l'energia. En conseqüència, resulta que aquest mecanisme de retroalimentació negativa fa que l'energia mitjana del sistema tendeixi cap a un valor fixat on la propagació d'aquesta correspon a un procés de ramificació crític (almenys en una aproximació de camp mitjà [2]).

Molts altres fenòmens catastròfics en geociència presenten lleis de potències anàlogues a la de Gutenberg-Richter, cosa que fa pensar que puguin ser modelitzats de la mateixa manera. A nosaltres ens han interessat particularment els fenòmens meteorològics, on hem vist que tant l'energia alliberada per «esdeveniments de pluja» com pels huracans segueixen lleis de potències [4,5]. Això ha portat a especular que la pluja és el producte de «terratrèmols als núvols».

A diferència de l'escorça, l'atmosfera terrestre és «transparent» i això facilita que sigui un dels sistemes més ben monitoritzats per la ciència. Fent ús d'aquestes observacions, Peters i Neelin han anat un pas més enllà i han trobat una relació entre la taxa de pluja i la quantitat de vapor d'aigua anàloga a una transició de fase crítica o contínua [6]: si la quantitat de vapor d'aigua és petita, gairebé no plou, però si el vapor d'aigua passa d'un valor crític, la taxa de pluja creix bruscament (figura 2), de manera similar al que passa en un material magnètic a prop del punt crític quan la temperatura baixa, on la magnetització s'incrementa de manera abrupta. Però a diferència dels imants, on podem controlar lliurement la temperatura, a l'atmosfera la quantitat de vapor d'aigua varia espontàniament per situar-se la major part del temps molt a prop del punt crític de la transició, i és per això que diem que el sistema s'autoorganitza cap al punt crític (figura 2).

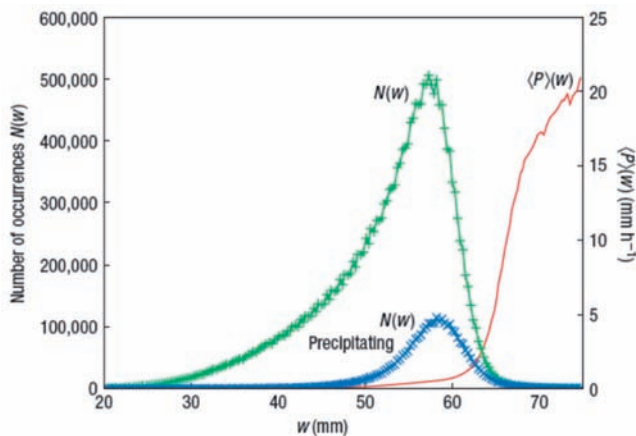


Figura 2: Transició de fase crítica entre una fase «seca» i una altra de «plujosa» a l'atmosfera. L'eix de la dreta, que correspon a la corba contínua, dona la taxa de pluja en mm/h i  $w$  és la quantitat de vapor d'aigua (en mm). L'atmosfera tendeix a situar-se espontàniament a prop de la transició, com mostren les altres dues corbes (eix de l'esquerra), que representen la densitat de probabilitat de  $w$ . De la ref. [6].

Només hem parlat de *grandària*, en termes d'energia, dels desastres naturals. Igualment podríem parlar de l'estadística de la seva ocurrència temporal o espacial i de les seves correlacions, però això seria una altra història [7].

## 2 Sense escala, sí, però amb diversitat: multifractals

Com hem vist, la invariància d'escala és una característica de molts fenòmens comuns de la geofísica, cosa que implica que moltes magnituds que els caracteritzen depenen, en lleis de potències, del paràmetre escala. Això fa pensar que aquests objectes han de tenir el mateix aspecte (com a mínim, des del punt de vista estadístic) no importa a quina escala te'ls miris, i això fa pensar, una vegada més, en les fractals. Però una fractal és un objecte relativament senzill: un únic paràmetre crític (l'exponent de la llei de potències) caracteritza tot el procés de canviar d'escala sense canviar el contingut. Bàsicament un aplica repetitivament el mateix procés quan vol passar d'una escala a una altra. La natura, però, potser és un xic més complexa i, així, en comptes de tenir un únic procés caracteritzat per un únic exponent de la llei de potències, podem tenir processos amb múltiples lleis de potències, cadascuna caracteritzada per un exponent diferent. És el cas de les anomenades *multifractals*.

Una multifractal [8] és qualsevol sistema caracteritzat per múltiples interfícies de dissipació (*dissipació* entesa aquí com a transmissió de l'energia o del contingut de la variable estudiada a escales més petites), cadascuna de les quals és una fractal amb diferent dimensió fractal i diferent

eficàcia dissipativa (que està associada a l'exponent de la llei de potències).

A la figura 3 mostrem un exemple de descomposició multifractal d'un mapa de temperatura superficial de l'oceà obtinguda per satèl·lit; cada component té una dimensió fractal diferent i també un exponent de dissipació diferent, no directament connectat amb la dimensió fractal de la component a la qual està associat. Justament la relació entre dimensions dels components fractals i els exponents de dissipació, també anomenats *exponents de singularitat*, que ve donada per una corba coneguda com a *espectre de singularitats*, ens permet conèixer com es verifiquen els processos de canvi d'escala a una multifractal [9].

Els sistemes multifractals són en cert sentit multicrítics, atès que tenen més d'un exponent de singularitat. Es

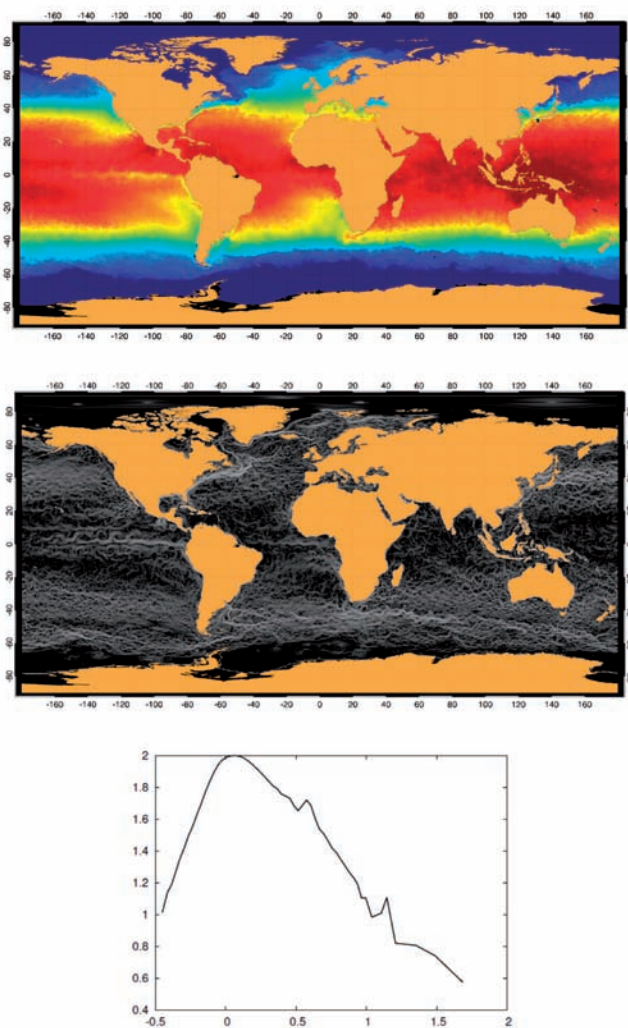


Figura 3: Dalt: senyal de temperatura superficial de l'oceà captat per satèl·lit. Centre: exponents de singularitat associats. Cada valor d'exponent correspon a un conjunt amb dimensió fractal diferent, com queda reflectit a l'espectre de singularitats. Baix: espectre de singularitats associat.



Figura 4. D'esquerra a dreta: imatge de Lena, varietat més singular (component fractal de la multifractal definida pels exponents més negatius) i reconstrucció de la imatge a partir del gradient sobre la varietat més singular.

presenten en situacions en les quals la dinàmica interna del procés crea de manera contínua fronts singulars, és a dir, transicions abruptes en les quals les propietats del sistema canvien dràsticament.

El paradigma de tal sistema és la turbulència. Efectivament, ja des dels primers treballs importants de Kolmogorov [10] es va comprovar que tot sovint la dissipació d'energia al si d'un fluid amb turbulència completament desenvolupada (nombre de Reynolds molt gran) seguia propietats d'escalat *anòmales* (anomenades així perquè es desviaven del comportament lineal que correspon a una fractal simple). De seguida es va comprovar que l'escalat anòmal era de fet el més comú i que es podia explicar fent servir processos multiplicatius de cascada [11].

El que va suposar un pas endavant va ser la introducció del formalisme multifractal microcanònic (FMM) [12]. Amb l'FMM s'ha pogut explicitar la descomposició d'un senyal donat en les seves components fractals constituents. Aquestes components fractals estan associades a les línies de corrent de la circulació oceànica [13] (vegeu també la figura 3), a les estructures més informatives d'una imatge fotogràfica [14] (vegeu també la figura 4) i en general als punts dinàmicament més rellevants del sistema.

L'aparició d'una jerarquia multifractal en un senyal és un indicatiu d'autoorganització, sí, però també de l'existència d'un delicat equilibri dinàmic, el qual es pot aprofitar per saber-ne més, del sistema, a partir d'un conjunt de dades en principi limitat.

### 3 Xarxes complexes pels fenòmens climàtics

És ben sabut que el nostre clima és un sistema dinàmic molt complex compost per elements interrelacionats i subsistemes que impliquen una àmplia gama d'escala espacial i temporal (vegeu la figura 5). En les últimes dècades, s'ha fet un gran esforç per comprendre com els fe-

nòmens climàtics en una regió geogràfica afecten el clima en altres regions. Aquesta investigació té un gran impacte econòmic i social per a les generacions presents i futures, i pot apuntalar els avenços en àrees com ara l'energia, el medi ambient, l'agricultura i les ciències marines. En molts sistemes complexos, com ara el cervell humà, Internet, etc., diversos mètodes que representen sèries temporals observacionals en xarxes han demostrat que són útils per descobrir les característiques dels processos subjacents. Com per a molts sistemes complexos, per al clima de la Terra el paradigma de les xarxes complexes és un marc de referència poderós per identificar similituds al clima, interdependències i teleconnexions [15, 16].

La nostra recerca se centra en l'anàlisi de les dades climatològiques des d'una perspectiva de xarxes complexes, fent servir tècniques d'anàlisi de sèries temporals no lineals. Es finança amb una Marie Curie Initial Training Network: Learning about Interacting Networks in Climate (LINC) [17].

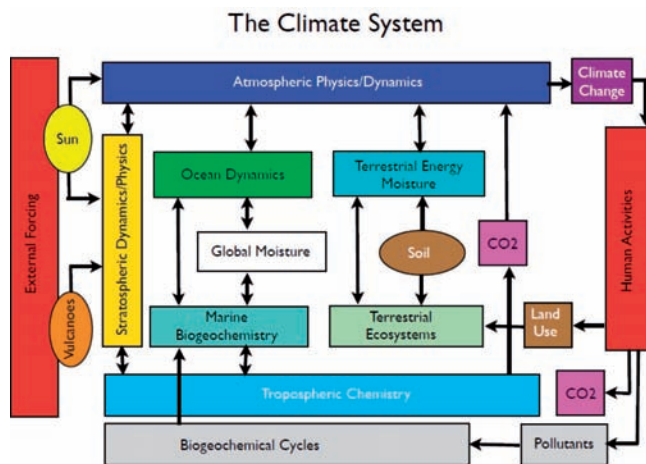


Figura 5. Organització esquemàtica del sistema climàtic (adaptat de Dijkstra, ref. [23]).

Aquesta investigació se situa a la triple intersecció de tres camps interdisciplinaris altament actius en la ciència no lineal: nous mètodes per a l'anàlisi de sèries temporals, la teoria de xarxes i els processos geofísics no lineals. Pretén caracteritzar la xarxa global del clima en termes de patrons oscil·latoris que tendeixen a repetir-se de tant en tant, amb diverses escales de temps [18, 19]. Concretament, fem servir un mètode simbòlic anomenat *anàlisi ordinal*, aplicat a variables climatològiques com ara les anomalies de la temperatura de l'aire superficial (SAT). El mètode, proposat el 2002 per Christoph Bandt i Bernd Pompe [20], s'ha utilitzat molt per analitzar dades generades per sistemes complexos (financers, econòmics, biològics, etc.) i s'ha demostrat que és capaç de distingir l'estocasticitat del determinisme, classificar diferents tipus de comportaments dinàmics (per exemple, pacients patològics enfront de pacients sans fent servir senyals biomèdics), quantificar la complexitat, identificar acoblament i direccionalitat, etc. [21].

Les dades de clima que analitzem estan disponibles gratuïtament en el National Center for Environmental Prediction, National Center for Atmospheric Research (NCEP-NCAR, EUA). Aquest tipus de dades —corresponents al període comprès entre el gener de 1949 i el desembre de 2006 i a una malla regular de punts sobre la superfície terrestre global (vegeu la figura 5)— es coneixen com de *reanàlisi* [22], perquè es generen a partir d'un model de circulació general capdavanter que s'alimenta amb les dades observades disponibles en els diferents punts de la Terra, en els seus corresponents temps. D'aquesta manera, la sortida del model és la més propera possible a la realitat quan (i on) les dades observacionals estan disponibles, i és físicament «plausible» quan (i on) les dades observacionals no estan disponibles.

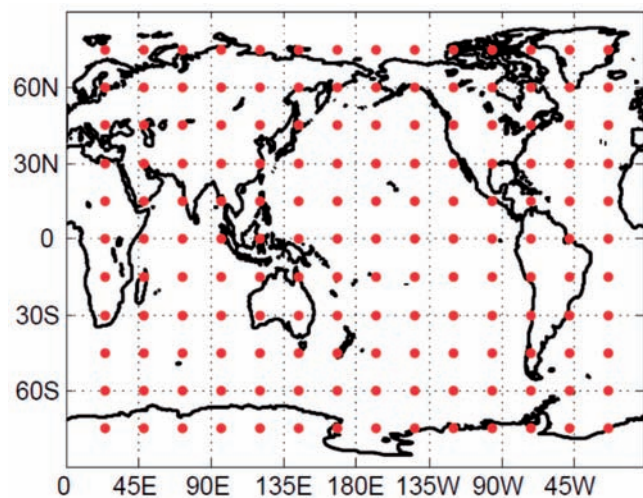


Figura 6. Representació esquemàtica dels punts de la reixeta regular utilitzats per a la construcció de les xarxes climàtiques.

Calculant la informació mútua de les sèries temporals de la SAT i fent després un procés d'introducció de l'indar global, construïm xarxes climàtiques que revelen tant els processos de memòria a curt termini (d'un parell de mesos) com els processos de memòria a llarg termini (d'uns quants anys). Hem trobat que l'estructura de la xarxa del clima canvia dràsticament en diferents escales de temps (vegeu la figura 6), amb el fenomen d'El Niño / La Niña – oscil·lació del Sud (ENSO, en anglès), que és, com calia esperar, el dominant en escales de temps interanuals. L'ENSO es produeix al llarg de l'oceà Pacífic tropical, amb una periodicitat propera als cinc anys i està associat a variacions en la temperatura de la superfície a la part oriental (escalfament: El Niño; refredament: La Niña), acompanyat de variacions en la pressió de l'aire superficial a la part occidental (l'oscil·lació del Sud) [23]. Les dues variants estan

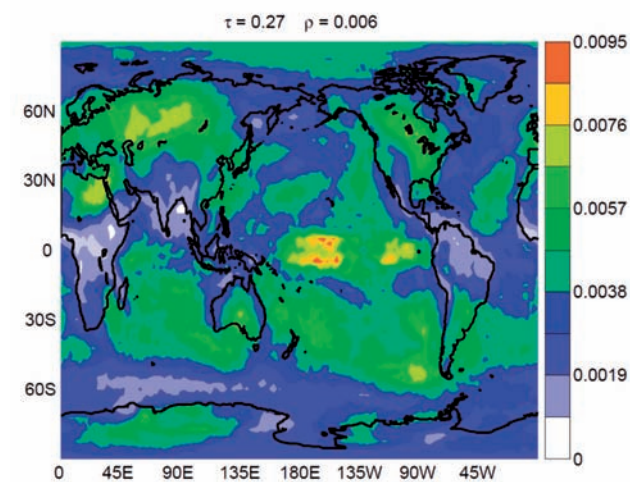
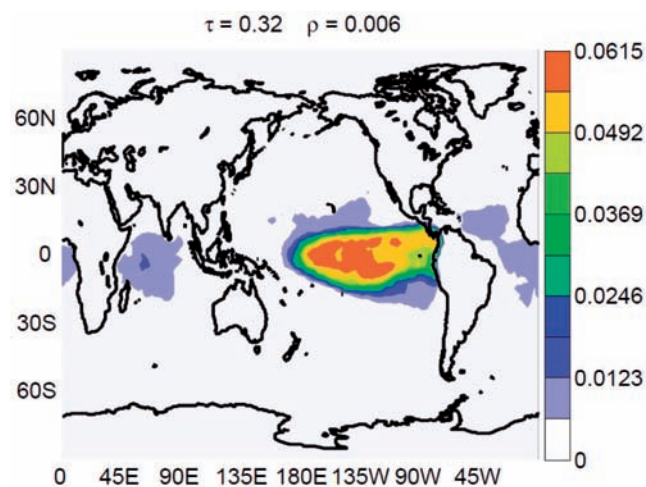


Figura 7. Representació gràfica de la xarxa clima de la Terra, on el codi de color indica el grau de connectivitat. Dalt: xarxa definida a partir de patrons simbòlics interanuals. Baix: xarxa definida a partir dels patrons simbòlics dins de la temporada.

acobrades, i El Niño (escalfament de l'oceà) s'associa a una elevada pressió superficial, mentre que La Niña (refredament de l'oceà) s'associa a baixa pressió a la superfície.

Ajustant l'escala temporal de l'anàlisi simbòlica, vam analitzar la xarxa climàtica en una escala de temps curta (d'uns quants mesos) i vam trobar que en aquesta escala temporal estacional, en les regions extra-tropicals, sobretot a Àsia i Amèrica del Nord, es presenten les interaccions més fortes, en contraposició a l'escala de temps interanual, més llarga, on domina la regió d'El Niño al Pacífic tropical. La mesura que vam utilitzar en aquest estudi per quantificar similituds climàtiques en dues regions geogràfiques, la informació mútua, és simètrica i, per tant, no permet detectar la direccionalitat dels enllaços de la xarxa. El nostre treball actual se centra en l'ús de mesures direccionals, asimètriques, que quantifiquen la direcció de la transferència d'informació. Aquest estudi permetrà inferir la direcció de les interaccions en la xarxa climàtica, cosa que podria proporcionar nous coneixements sobre els fenòmens climàtics, amb un potencial per millorar la previsibilitat del clima.

## Bibliografia

- [1] P. BAK, *How Nature Works: The Science of Self-Organized Criticality*, Copernicus, New York (1996).
- [2] A. CORRAL, F. FONT-CLOS, Processos de ramificació, criticitat i auto-organització: aplicació als desastres naturals, *Butll. Soc. Cat. Mat.*, **29(1)**, 5-49 (2014).
- [3] J. L. SOLÉ, El món de les variables sense moments finits de tots els ordres: de la paradoxa de Sant Petersburg als processos de Lévy, *Butll. Soc. Cat. Mat.*, **27(1)**, 63-113 (2012).
- [4] O. PETERS et al., Universality of rain event size distributions, *J. Stat. Mech.*, P11030 (2010).
- [5] A. CORRAL, A. OSSÓ, J. E. LLEBOT, Scaling of tropical-cyclone dissipation, *Nature Phys.*, **6**, 693-696 (2010).
- [6] O. PETERS, J. D. NEELIN, Critical phenomena in atmospheric precipitation, *Nature Phys.*, **2**, 393-396 (2006).
- [7] A. CORRAL, Leyes de escala, universalidad y renormalización en la ocurrencia de los terremotos en espacio, tiempo y tamaño, *Rev. Iberoam. Fís.*, **3(1)**, 55-61 (2007).
- [8] K. FALCONER, *Fractal Geometry: Mathematical Foundations and Applications*, John Wiley and sons (1990).
- [9] A. TURIEL, N. PARGA, The multi-fractal structure of contrast changes in natural images: from sharp edges to textures, *Neural Computation*, **12**, 763-793 (2000).
- [10] A. N. KOLMOGOROV, Dissipation of energy in a locally isotropic turbulence, *Dokl. Akad. Nauk. SSSR*, **32**, 16-18 (1941).
- [11] E. A. NOVIKOV, Infinitely divisible distributions in turbulence. *Physical Review E*, **50**, R3303 (1994).
- [12] A. TURIEL, H. YAHIA, C. PÉREZ-VICENTE, Microcanonical Multifractal formalism: a geometrical approach to multifractal systems. Part I Singularity analysis, *Journal of Physics A*, **41**, 015501 (2008).
- [13] A. TURIEL, J. SOLÉ, V. NIEVES, J. BALLABRERA-POY and E. GARCÍA-LADONA, Tracking oceanic currents by singularity analysis of Micro-Wave Sea Surface Temperature images, *Remote Sensing of Environment*, **112**, 2246-2260 (2008).
- [14] A. TURIEL, A. DEL POZO, Reconstructing images from their most singular fractal manifold, *IEEE Trans. on Im. Proc.*, **11**, 345-350 (2002).
- [15] A. A. TSONIS, K. L. SWANSON, P. J. ROEBBER, What do networks have to do with climate? *Bull. Amer. Meteorol. Soc.*, **87**, 585 (2006).
- [16] *Nonlinear Processes in Geophysics, Special Issue: Complex network approaches to analyzing and modeling nonlinear systems in geosciences* (2014).
- [17] [www.climatelinc.eu](http://www.climatelinc.eu)
- [18] M. BARREIRO, A. C. MARTI, C. MASOLLER, Inferring long memory processes in the climate network via ordinal pattern analysis, *Chaos*, **21**, 201 (2011).
- [19] J. I. DEZA, M. BARREIRO, C. MASOLLER, Inferring interdependencies in climate networks constructed at inter-annual, intra-season and longer time scales, *Eur. Phys. J. Spec. Top.*, **222**, 511 (2013).
- [20] C. BANDT, B. POMPE, Permutation entropy: A natural complexity measure for time series, *Phys. Rev. Lett.*, **88**, 174102 (2002).
- [21] *Eur. Phys. J. Spec. Top.* Vol. 222, No. 2 (June 2013): Recent Progress in Symbolic Dynamics and Permutation Complexity: Ten Years of Permutation Entropy.
- [22] E. KALNAY, et al., The NCEP/NCAR 40-Year Reanalysis Project, *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, **77**, 437 (1996).
- [23] H. A. DIJKSTRA, *Nonlinear climate dynamics*, Cambridge University Press (2013).